



TESIS DOCTORAL

**CONTROL PREDICTIVO
PARA
PROCESOS REPETITIVOS**

José Ramos Cueli

Sevilla, Mayo de 2005



TESIS DOCTORAL

**CONTROL PREDICTIVO
PARA
PROCESOS REPETITIVOS**

por

José Ramos Cueli

Ingeniero de Telecomunicación por la E.T.S. de Ingenieros
de la Universidad de Sevilla

Presentada en la

Escuela Técnica Superior de Ingenieros

de la

Universidad de Sevilla

para la obtención del grado de

Doctor Ingeniero de Telecomunicación

Sevilla, Mayo de 2005



TESIS DOCTORAL

**CONTROL PREDICTIVO
PARA
PROCESOS REPETITIVOS**

Autor: José Ramos Cueli

Director: Carlos Bordóns Alba

Índice general

Resumen de la tesis	IX
Lista de figuras	XI
Lista de tablas	XVII
Nomenclatura	XIX
1. Introducción y objetivos	1
1.1. Control predictivo	3
1.2. Control repetitivo e iterativo	6
1.3. Objetivos	8
2. Control para procesos repetitivos	11
2.1. Dificultades	11
2.2. Estado del arte	13
2.2.1. Procesos por lotes	14

2.2.2. Control predictivo	26
3. Rechazo de perturbaciones periódicas	35
3.1. Descripción del problema	35
3.2. Solución propuesta	40
3.2.1. Descripción del controlador MPC-AR	42
3.2.2. Comparación con la formulación del GPC	46
3.2.3. Estabilidad	48
3.3. Resultados	49
3.3.1. Modelado y validación	49
3.3.2. Pruebas en simulación	52
3.3.3. Resultados experimentales en la planta real	57
4. El controlador INMPC para procesos por lotes	61
4.1. Fundamentos	62
4.1.1. Q-ILC	65
4.1.2. BMPC	69
4.1.3. Uso de información de lotes pasados	75
4.2. Formulación del INMPC	76
4.2.1. Características básicas	78
4.2.2. Obtención de la señal de control	81

<i>Índice general</i>	III
4.3. Filtros	88
4.4. Restricciones	89
4.5. Aspectos de implementación	92
5. Estabilidad del controlador INMPC	95
5.1. Análisis de estabilidad multivariable, horizonte unidad	101
5.2. Análisis de estabilidad multivariable, horizontes arbitrarios	107
5.3. Algunos ejemplos	112
5.3.1. Ejemplo 1	112
5.3.2. Ejemplo 2	115
6. Aplicaciones del INMPC	117
6.1. Simulación	119
6.1.1. Planta de neutralización de pH	120
6.1.2. Reactor por semilotes	130
6.2. Experimental	135
6.2.1. Planta piloto emulando un reactor por lotes	138
7. Conclusiones	143
A. El proceso de extracción del aceite de oliva	147
A.1. Descripción de la Almazara	148

A.2. Modelo en ecuaciones diferenciales	154
A.3. Descripción del sistema de control	156
B. Reactor químico por lotes	159
B.1. Modelo en tiempo continuo	162
B.2. Transformación a forma afín	163
C. Planta de pH	167
Bibliografía	171

A mis padres, a mi hermano,

... y a Rosana, con amor

Agradecimientos

Quisiera agradecer a todas las personas que han aparecido en mi vida cuando más las necesité, y que, a pesar de todo, siempre han estado ahí de alguna forma u otra. En especial a mis dos supervisores, Carlos y William, por la paciencia que tuvieron durante todo este tiempo.

Me gustaría agradecer a los directores del programa europeo de becas *Marie-Curie CTS*, especialmente a Françoise Lamnabhi-Lagarrigue. Esta tesis ha sido parcialmente financiada mediante este programa europeo.

Este trabajo de tesis también ha sido financiado parcialmente por el proyecto del Ministerio de Educación y Ciencia Español DPI-2001-2380-C02-01.

El autor también desea agradecer a Bronislav Jakubczyk los cursos de verano organizados en Polonia donde pude aprender más acerca de la teoría matemática de control de procesos y a Andrei Agrachev y Ugo Boscain por la organización del Trimestre en Dinámica de Sistemas impartido en Italia.

Además, quiero expresar mi gratitud a Delfim Torres, Manuel Guerra e Isabel Caido por haberme invitado a formar parte del 2JM, y a Fernando Dorado y Amparo Núñez-Reyes que han sido mis compañeros todo este tiempo.

El autor desea dar las gracias a Daniel Limón y Daniel Rodríguez por su colaboración en el modelado y a Manuel Arahal por su ayuda en la toma de datos, y también a Eduardo Fernández Camacho por la corrección del manuscrito.

También desean agradecer a la Soc. Coop. Ntra. Sra. De los Remedios (Antequera) su colaboración.

Resumen de la tesis

La finalidad de este trabajo es la obtención de mejoras en el control de dos tipos bien diferenciados de procesos, que son:

1. Procesos lineales sometidos a perturbaciones de tipo periódico.
2. Procesos no lineales por lotes (*batch*) y semilotes.

Ambos tipos de procesos tienen en común la existencia de variables cuya evolución temporal es periódica, lo cual es bastante habitual en algunos procesos reales. El problema de control ha surgido en aplicaciones como el proceso de extracción de aceite de oliva o los procesos químicos por lotes.

Para conseguir las mejoras en el control de estos procesos, se han diseñado controladores óptimos, basados en la aplicación de la metodología del control predictivo basado en modelo. En el segundo tipo de procesos se ha empleado la idea del control iterativo: leyes de control compuestas de un término de memoria conteniendo los datos del ciclo anterior más un término de corrección basado en las lecturas dadas por los sensores en el lote actual.

Estos controladores se han aplicado a varios procesos estudiados, en los cuales se ha realizado una fase de identificación de la dinámica no lineal de los mismos, que es una aportación de la tesis. Los procesos analizados son la fase de preparación en el proceso de extracción de aceite de oliva en una almazara, un reactor químico por lotes simulado en una planta piloto de laboratorio y una planta de neutralización de pH probada en simulación.

Para el primer tipo de problema de control, se ha diseñado como alternativa a los controladores existentes un controlador denominado MPC-AR, el cual se aplicó a un subproceso de una almazara. Este controlador se basa en una predicción óptima que tiene en cuenta además la naturaleza periódica de la perturbación, que se modela como una señal autorregresiva. Si se considera un modelo integral de la perturbación, se obtiene el controlador clásico MPC con perturbaciones medibles. La ventaja del método propuesto sobre el MPC clásico con perturbaciones está en la capacidad que tiene el mismo para adelantarse al efecto de las perturbaciones. La mejora se nota más cuando la función de transferencia perturbación-salida presenta una dinámica más rápida que la correspondiente función entrada-salida y cuando además se puede caracterizar la perturbación mediante un modelo autorregresivo.

El control de procesos no lineales por lotes se puede realizar mediante el controlador propuesto INMPC (*Iterative Nonlinear Model Predictive Control*), que se basa en un modelo no lineal de la planta. Mediante aproximaciones sucesivas, el controlador trata de aproximarse cada vez más a las trayectorias de referencia deseadas. Este controlador es una alternativa a otros controladores no lineales cuando el proceso controlado es de tipo *batch* o por lotes, y es una de las aportaciones de la tesis.

De este algoritmo INMPC se ha realizado un análisis de estabilidad, que, en el caso de que los horizontes sean unitarios, es válido para un tipo de plantas bastante general. El controlador se ha probado en plantas reales, mostrando buenos resultados, tanto en simulación como en entornos reales. Se ha realizado también un estudio comparativo con otros controladores, como los algoritmos de control por aprendizaje iterativo o algoritmos de control predictivo clásico, lineal y no lineal.

Lista de figuras

1.1. Estructura básica del MPC	5
1.2. Diagrama de bloques del controlador ILC	7
1.3. Estructura del documento	10
2.1. Un proceso por lotes industrial	15
2.2. Tipos de procesos	16
2.3. Modelo de ruido del EPSAC	29
2.4. Controlador EPSAC	32
3.1. Planta con perturbaciones	36
3.2. Esquema de control con perturbaciones medibles	37
3.3. Perturbaciones: nivel y temperatura del agua	38
3.4. Esquema de una termobatidora	39
3.5. Diagrama de bloques del controlador MPC-AR	45
3.6. Diagrama de bloques con perturbaciones	48
3.7. Esquema de la termobatidora de tres tanques	50

3.8. Validación del modelo (i)	51
3.9. Validación del modelo (ii)	52
3.10. Ajuste de la red con datos de entrenamiento	53
3.11. Ajuste de la red con datos de validación	54
3.12. Resultados en el simulador lineal, termobatidora	55
3.13. Resultados en el simulador no lineal, estado estacionario de los niveles .	55
3.14. Resultados en el simulador no lineal, estado transitorio de los niveles .	56
3.15. Cambios en el set point, control con PID en la almazara	57
3.16. Cambios en el set point, control con MPC-AR en la almazara	58
3.17. MPC con valores diferentes de λ	59
3.18. MPC-AR al final de la época de trabajo	60
4.1. Respuesta al escalón del sistema lineal monovariable	73
4.2. Simulación de varios lotes del sistema lineal monovariable	74
4.3. Simulación de varios lotes del sistema lineal monovariable, con perturbación en $t = 20$	74
4.4. Variable de proceso durante algunos lotes	76
4.5. Esquema del controlador INMPC	79
4.6. Sistema linealizado en torno a una trayectoria base en el instante t . . .	81
4.7. Distribución de la carga computacional en INMPC con $m = 1$	93
4.8. Distribución de la carga computacional en INMPC con $m = 10$	93

4.9. Cálculo de la señal de control en el INMPC	94
5.1. Trayectorias en un controlador MPC iterativo	98
5.2. Un proceso por lotes visto en función de dos ejes independientes	102
5.3. Conexión en cascada de subsistemas	107
5.4. Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal . . .	113
5.5. Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal . . .	113
5.6. Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal . . .	114
5.7. Ejemplo 2 con el controlador INMPC (3 iteraciones)	115
5.8. Ejemplo 2 con el controlador INMPC con ruido (3 iteraciones)	116
6.1. Proceso de neutralización de pH	120
6.2. Curva de pH	121
6.3. Varias simulaciones de la planta de pH con ILC	122
6.4. Simulación de varios lotes de la planta de pH con INMPC	123
6.5. Simulación de varios lotes de la planta de pH ruidosa controlada con INMPC y filtros	124
6.6. Ganancia del PID no lineal	125
6.7. Algunos controladores no iterativos aplicados a la planta de pH	127
6.8. Control iterativo basado en modelo lineal (BMPC) aplicado a la planta de pH	127
6.9. Controlador NMPC basado en modelos de Hammerstein aplicado a la planta de pH	128

6.10. Controlador EPSAC aplicado a la planta de pH	129
6.11. Dos iteraciones del controlador INMPC aplicado a la planta de pH	130
6.12. Dos iteraciones del controlador INMPC aplicado a la planta de pH con error de modelado	131
6.13. Proceso químico semilotes	132
6.14. Experimentos en el proceso semilotes, MPC con valores diferentes de λ	134
6.15. Experimentos en el proceso semilotes con INMPC	135
6.16. Patrón de la perturbación en el agua fría a la entrada	136
6.17. Experimentos con INMPC, perturbación en temperatura del agua fría	136
6.18. Experimentos con INMPC horizonte de control 10	137
6.19. Proceso químico emulado en planta piloto	138
6.20. ILC aplicado a un reactor por lotes, cuarta iteración	139
6.21. INMPC aplicado a un reactor por lotes, cuarta iteración	140
6.22. El controlador ILC aplicado a un reactor por lotes, 4 iteraciones	141
6.23. El controlador INMPC aplicado a un reactor por lotes, 4 iteraciones	142
A.1. Proceso de extracción de aceite de oliva	148
A.2. Diagrama del proceso	149
A.3. Elenco de variables	150
A.4. Foto de una termobatidora	151
A.5. Decánter	152

A.6. Esquema de una termobatidora	153
A.7. Sistema de control y adquisición de datos	156
B.1. Proceso químico por lotes o semilotes	159
B.2. Planta piloto de laboratorio	161
B.3. Planta piloto de laboratorio	165
B.4. Paneles de los controladores y controlador lógico programable	166
C.1. Proceso de pH	168
C.2. Curva de pH	170

Lista de Tablas

2.1. Controladores MPC comerciales	27
3.1. IEA obtenidos con MPC en simulación no lineal	54
3.2. Ajustes obtenidos con MPC en la simulación mostrada en la figura 3.14	56
3.3. Ajustes experimentales obtenidos con PID y MPC-AR	58
4.1. Tiempos de cálculo con horizonte $m = 1$ y $m = 10$	92
6.1. Parámetros del controlador INMPC para la planta de pH	124
6.2. Parámetros de los filtros de mediana y EWMA	125
6.3. Parámetros de los modelos de Hammerstein	126
6.4. Parámetros del INMPC en el proceso semilotes	133
6.5. Parámetros del MPC lineal en el proceso semilotes	133
A.1. Parámetros de la termobatidora	155
B.1. Parámetros del reactor químico	163
C.1. Parámetros del modelo de pH	169

Símbolos

$x^k(t)$	Variable continua x en el instante de tiempo t y el lote k
x_t^k	Variable discreta x en el instante de tiempo t y el lote k
$x(t)$	Variable continua x en el instante de tiempo t y el lote actual
x_t	Variable discreta x en el instante de tiempo t y el lote actual
$(\cdot)'$	Transpuesta de una matriz
$\ v\ _Q^2$	$v'Qv$
$\ \cdot\ _i$	Norma inducida de una matriz

Siglas

BMPC	Control Predictivo basado en Modelo para Procesos por Lotes (<i>Batch Model Predictive Control</i>)
DMC	Control por Matriz Dinámica (<i>Dynamic Matrix Control</i>)
EKF	Filtro Extendido de Kalman (<i>Extended Kalman Filter</i>)
EPSAC	Control Auto-adaptativo con Predicción Extendida (<i>Extended Prediction Self-Adaptive Control</i>)
EWMA	Medias Móviles con Ponderación Exponencial (<i>Exponential Weighting Moving Average</i>)
GPC	Control Predictivo Generalizado (<i>Generalized Predictive Control</i>)
ILC	Control por Aprendizaje Iterativo (<i>Iterative Learning Control</i>)
IMC	Control por Modelo Interno (<i>Internal Model Control</i>)
INMPC	Control Predictivo-Iterativo basado en Modelo No Lineal (<i>Iterative Nonlinear Model Predictive Control</i>)
MPC	Control Predictivo basado en Modelo (<i>Model Predictive Control</i>)
MPC-AR	Control Predictivo Basado en Modelo Autorregresivo de Perturbaciones (<i>Model Predictive Control with Autoregressive Disturbance-Model</i>)
NMPC	Control Predictivo Basado en Modelo No Lineal (<i>Nonlinear Model Predictive Control</i>)
ODE	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (<i>Ordinary Differential Equations</i>)
PLC	Controlador Lógico Programable (<i>Programmable Logic Controller</i>)
QP	Programación Cuadrática (<i>Quadratic Programming</i>)
RC	Control Repetitivo (<i>Repetitive Control</i>)
SCADA	Control Supervisor y Adquisición de Datos (<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>)
SPGPC	Control Predictivo Generalizado basado en Predictor de Smith (<i>Smith Predictor Generalized Predictive Control</i>)
SQP	Programación Cuadrática Secuencial (<i>Sequential Quadratic Programming</i>)

Capítulo 1

Introducción y objetivos

En esta tesis doctoral se plantea la optimización mediante métodos basados en control predictivo de procesos sujetos a perturbaciones de tipo periódico o cuasi-periódico y de procesos de naturaleza repetitiva o por lotes.

Se trata de obtener algoritmos de control que proporcionen una mejora en aspectos como rechazo de perturbaciones y errores de seguimiento de consigna, siempre que esté disponible o se pueda encontrar un modelo adecuado, lineal o no lineal, del proceso en cuestión. El modelo debe ser aproximado y se obtienen buenos resultados aún con errores de modelado. En este punto entra en juego la robustez que aporta la doble realimentación de señales, que por un lado proceden de los sensores y son medidas en el lote en curso, y, por el otro lado proceden de la base de datos histórica de anteriores lotes. No obstante, se debe tener un especial cuidado en la identificación ya que algunos parámetros (como el retardo) deben ser estimados con bastante precisión, mientras que otros admiten un mayor grado de incertidumbre sin afectar a la estabilidad del sistema en bucle cerrado.

Esta tesis se formula en el marco del Control Predictivo basado en Modelo (MPC). Las herramientas de este tipo de control se aplican de forma adecuada a los problemas de control encontrados en esta tesis. Se puede considerar que el MPC es una tecnología lo suficientemente madura como para hacer uso extensivo de ella, pues ya ha sido aplicada con éxito en el control de diversos procesos industriales. De hecho, ya se ha planteado el uso de controladores predictivos en procesos por lotes en numerosas ocasiones, como por ejemplo en Poloski y Kantor (2003).

El trabajo de tesis se puede dividir en dos partes, pues se han estudiado dos tipos

de sistemas bien diferenciados:

1. Procesos que trabajan en torno a un punto de operación y están sometidos a perturbaciones de tipo periódico o cuasi-periódico. En este caso se puede suponer que existen modelos lineales que describen correctamente el sistema, puesto que el modelo está definido en un entorno de un punto de equilibrio dado.
2. Procesos por *lotes y semilotes*. Son aquellos procesos de fabricación cuya duración está limitada, y que por lo tanto son operados cíclicamente. Es decir, el proceso consiste en la elaboración cíclica de un número, posiblemente elevado, de lotes (*batch*). Un lote es el producto obtenido como resultado de la realización completa de un ciclo o iteración. El hecho de tener múltiples repeticiones o iteraciones del mismo proceso, permite ir recopilando información, y así poder ir haciendo disminuir el error de forma progresiva.

Estos dos tipos de procesos, aunque puede considerarse que ambos poseen como característica común la existencia de trayectorias periódicas, son muy diferentes entre sí. Nótese además que el primer caso es muy similar al problema de seguimiento de trayectorias periódicas, de hecho se puede transformar un problema en otro en caso necesario. Pero existe una diferencia fundamental entre los dos tipos de procesos estudiados: la condición de inicialización idéntica en el caso de procesos por lotes.

En efecto, si el estado en los procesos por lotes no retornara a las condiciones iniciales del primer lote, ambos tipos de procesos serían equivalentes puesto que podría transformarse uno en el otro. Es por ello que en el título de esta tesis se denota el conjunto de los dos tipos de procesos con un sólo nombre: *procesos repetitivos*.

Los procesos repetitivos han aparecido durante el transcurso de la fase de investigación de este trabajo en aplicaciones reales (Richalet, 1993). En el proceso de extracción de aceite de oliva aparecen perturbaciones de tipo periódico y se encuentran procesos por lote en gran cantidad de procesos químicos, en industria farmacéutica y semiconductores, por ejemplo. Los controladores propuestos intentan dar una solución eficiente al control de este tipo de procesos para así obtener un rendimiento óptimo en bucle cerrado.

Los procesos por lotes tienen una gran importancia en la industria de procesos (Nisenfeld, 1996). En el caso de que exista la posibilidad de elección entre tecnología de fabricación por lotes y continua, se puede argumentar que el proceso continuo correspondiente presenta un mayor rendimiento, lo cual es cierto. Lo que suele ocurrir en la época actual es que los entornos de fabricación son cambiantes, teniendo que

adaptarse los mismos a productos novedosos. Esta adaptación debe ser realizada en el menor tiempo posible, para no demorar la puesta en mercado de los productos. La ventaja de los procesos por lotes está en que el coste y tiempo de adaptación de los procesos es menor que en el caso de los procesos continuos (Bonvin, 1998).

Los procesos por lotes se caracterizan por la existencia de diferentes fases del proceso, que opera siempre en régimen transitorio. La transición de una fase del proceso a otra diferente implica que los modelos son variantes en el tiempo, y la no existencia de un punto de operación definido es la causa de la fuerte no linealidad de los mismos. Así, el control y optimización de este tipo de procesos es una tarea ardua.

Por esta razón, se propone usar una metodología avanzada para el control de estos procesos, que se base en un modelo que permita obtener resultados óptimos. En este sentido, los controladores predictivos MPC aportan el marco teórico y las técnicas necesarias (Camacho y Bordons, 2004) para llevar a buen fin el control de este tipo de procesos.

1.1. Control predictivo

Las técnicas basadas en control predictivo se han desarrollado bastante en los últimos años, probablemente debido a la formulación básica de estos algoritmos, que es bastante intuitiva al estar realizada en el dominio del tiempo. El control predictivo integra control óptimo, estocástico, control de procesos multivariables y con retardos. Además, no hay ningún impedimento en el concepto del control predictivo que impida su aplicación a plantas no lineales.

De esta forma, se enumeran a continuación las características básicas de los controladores predictivos, que se pueden encontrar con más detalle en Camacho y Bordons (2004), y son

- el uso explícito de un modelo para predecir la evolución futura de las variables controladas
- planteamiento de un problema de optimización de una función objetivo o de costos que admite, de forma posible, restricciones
- estrategia de horizonte deslizante, lo cual implica que en cada instante de tiempo se resuelve el problema de optimización, aplicando a la planta sólo un elemento del vector de señales de control calculado.

Normalmente la función objetivo consta de dos términos, uno que pondera la norma del error de seguimiento con respecto a una trayectoria de referencia, y el otro que penaliza el esfuerzo de control. Esta función de costos básica puede tomar diferentes formas cuando se incluyen restricciones blandas en el problema. En el caso de problemas multiobjetivo existe una jerarquía ordenada de objetivos a alcanzar.

Las restricciones aparecen por diversos motivos: físicos, por seguridad del proceso, operacionales, por razones de rendimiento... Se pueden emplear también para incluir en el modelo algunos fenómenos no lineales, como puede ser la saturación de los actuadores, tanto en valor absoluto como en pendiente. Otros ejemplos de restricciones son las de las variables controladas, monotonía o fase mínima, siendo la primera de ellas la más usada comúnmente.

El modelo de predicción puede ser de varios tipos. Los controladores basados en modelos lineales suelen usar un modelo incremental, lo cual quiere decir que se usa la respuesta al escalón en lugar de la respuesta al impulso. La diferencia entre los diferentes modelos de predicción de estos controladores suele estar en el modelo de ruido. Lógicamente, también se puede plantear el problema de optimización con modelos de predicción no lineales.

Estos elementos se pueden combinar de diferentes modos, generando así la mayoría de los controladores predictivos existentes, de los cuales se ha mostrado una selección parcial en la siguiente sección. El concepto de control predictivo se puede así aplicar a muy diferentes tipos de procesos, lo cual ha dado lugar al desarrollo de un gran número de aplicaciones para estos controladores.

El esquema clásico de obtención de la señal de control (figura 1.1) consiste en

1. leer las variables controladas de los sensores
2. calcular la ley de control, resolviendo el problema de optimización
3. aplicar la señal de control a la planta
4. esperar al siguiente instante de muestreo

Es evidente que la resolución del problema de optimización puede incorporar un retraso considerable. Debe tenerse en cuenta que en entornos industriales las aplicaciones pueden tener multitud de variables que entran en el problema. Una alternativa es intercambiar los pasos 3 y 4, de forma que se añade un retraso de 1 período de muestreo que se tiene en cuenta fácilmente en el modelo de la planta.

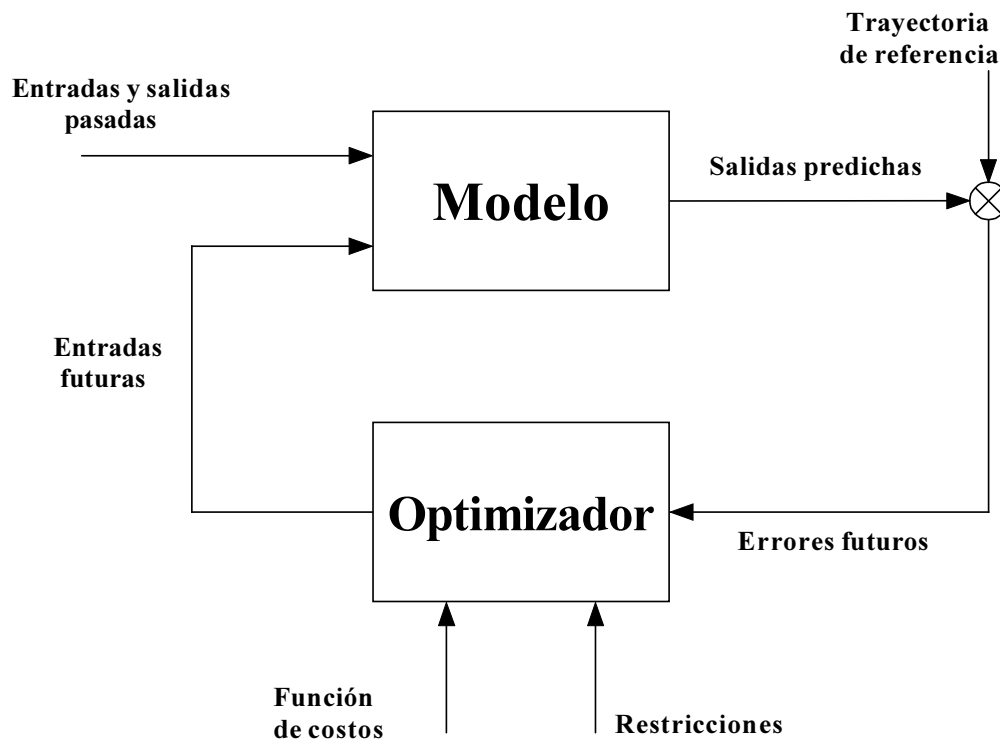


Figura 1.1: Estructura básica del MPC

La otra alternativa existente se comenzó a usar tras la idea que ha surgido últimamente de usar un esquema diferente que aproveche el tiempo de espera en el cual el controlador está inactivo. El nuevo esquema que ha aparecido se conoce con el nombre de iteración en tiempo real (Diehl *et al.*, 2002), y se basa en usar los tiempos de espera entre dos instantes de muestreo para preparar la resolución del problema de optimización. Estos controladores suelen basarse en un modelo en tiempo continuo de la planta. Una vez se leen las variables de proceso, la resolución se realiza en muy poco tiempo, pues los cálculos más importantes ya se han realizado con anterioridad. De esta forma se eliminan los tiempos inactivos del controlador. Además, mediante un procedimiento de inicialización adecuado, estos algoritmos INMPC, basados en programación cuadrática secuencial SQP, sólo requieren una iteración para alcanzar una solución cercana al óptimo del problema.

1.2. Control repetitivo e iterativo

Una primera aproximación al problema y que resulta interesante mostrar en estas líneas es la enumeración de los controladores más sencillos posibles en los dos tipos fundamentales de procesos que se analizan para así comprobar las dificultades que aparecen.

El control repetitivo (RC, del término inglés *Repetitive Control*) se aplica al primer tipo de procesos (Hara *et al.*, 1985, 1988), mientras que el control por aprendizaje iterativo (ILC, ó *Iterative Learning Control*) está pensado para los procesos por lotes (Moore, 1993).

Veamos primero el control repetitivo, cuya ley de control más básica es:

$$u(t) = u(t - T) + K [e(t)] \quad (1.1)$$

donde T es el período de la señal que se repite y K la ganancia.

Se supone que la señal de control debe tener un comportamiento periódico, que, al ser el sistema lineal, tendrá igual frecuencia que la perturbación. Así, la señal de control es la misma que el período anterior $u(t - T)$ más un término de realimentación que intenta hacer disminuir el error.

El error en régimen estacionario debe anularse si algunas condiciones se verifican. En concreto la estabilidad de este sistema puede ser estudiada mediante el estudio de la función de transferencia.

En el caso de procesos por lotes, el controlador análogo es del tipo ILC y viene dado por

$$u^k(t) = u^{k-1}(t) + K [e^{k-1}(t + d)] \quad (1.2)$$

donde k denote el número de lote y d es el retraso existente. El diagrama de bloques del controlador se muestra en la figura 1.2

La trayectoria de referencia puede verse como una trayectoria periódica que debe ser seguida, y aplicar la misma señal de control que en último lote más un término de corrección. Nótese que las leyes de control (1.1) y (1.2) son prácticamente iguales si se considera el paso de un lote a otro equivalente al transcurso de un período de tiempo T . Aún así, existen varias diferencias esenciales:

- ILC realimenta los errores existentes en el período anterior, mientras que RC considera el error en el período actual.

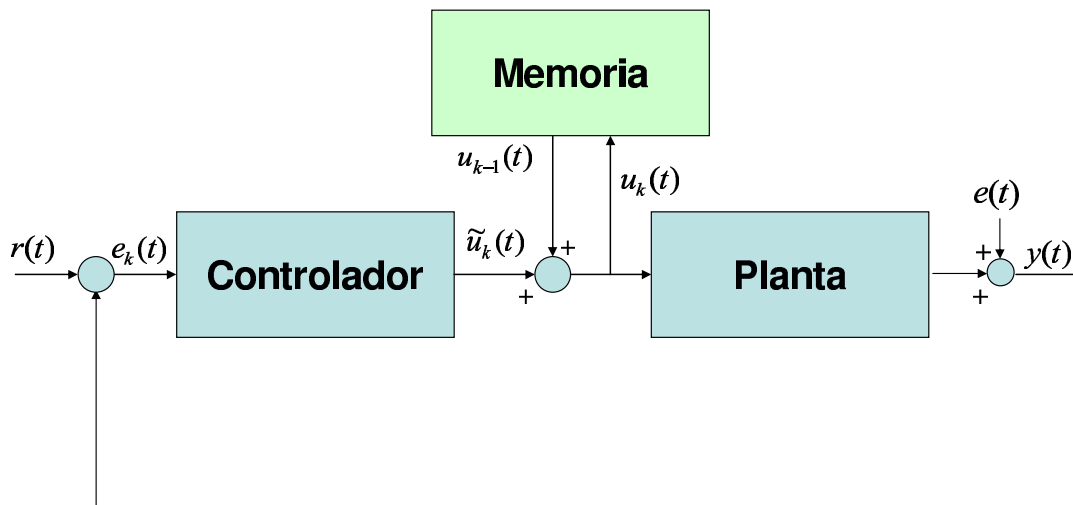


Figura 1.2: Diagrama de bloques del controlador ILC

- En el caso de control repetitivo, la transición del estado de un lote al siguiente es continua. Los procesos por lotes suelen reiniciar el valor del estado al comenzar un nuevo lote. Por este motivo no se puede establecer una equivalencia entre $u^k(t)$ y $u(t + kT)$.

De esta forma, los procesos por lotes son sustancialmente diferentes a los repetitivos. Por ejemplo, baste decir que $u^k(t)$ está definido mediante dos índices, el de lote y el tiempo transcurrido dentro del lote actual. La reinicialización del estado al transcurrir un lote completo hace que ambos índices sean independientes.

Se tiene así el concepto de sistemas con dos grados de libertad (sistemas $2D$), donde las condiciones iniciales pasan a ser condiciones de contorno, que han sido estudiados en la literatura ampliamente.

Los controladores RC e ILC pueden controlar y estabilizar de forma efectiva los procesos repetitivos. Los procesos con perturbaciones periódicas se podrían controlar con RC, mientras que los procesos por lotes se controlarían con ILC. Ya se ha comentado que estos dos controladores son prácticamente equivalentes. Existen numerosas variantes de los mismos que pueden ser empleadas en caso necesario y convenientemente descritas en la literatura.

Como es de esperar, si estos controladores fueran aplicables a todos los casos con

resultados óptimos, sería perfecto. El objetivo de los controladores propuestos en esta tesis es ofrecer una mejora respecto a los controladores de la familia RC e ILC. Las dificultades principales son, a nuestro entender, las que proceden de la no linealidad de las plantas de mayor dificultad, como el caso del reactor químico, en cuyo caso es difícil que las leyes de control (1.1) ó (1.2) puedan dar buenos resultados.

Siempre que esté disponible un modelo adecuado de la planta, estas técnicas de control basadas en modelo deben mejorar los resultados obtenidos con los controladores más básicos, pues están basadas en resolución de problemas de optimización que proporcionan el mejor ajuste posible a las trayectorias de referencia dadas.

1.3. Objetivos

Se propone la obtención de controladores diseñados según la metodología del control predictivo con los cuales se asegure la consecución de resultados óptimos en algún sentido. La estructura de la ley de control debe ser similar a la ecuación (1.2), en la cual aparece un término que es igual al control en el período anterior más un término de corrección o realimentación. La diferencia fundamental debe estar, como es lógico, en el término de realimentación, que en el caso general ha de ser no lineal.

En el caso de los procesos sometidos a perturbaciones periódicas, se trata de, mediante la optimización de una función objetivo, cancelar el efecto de éstas en las variables controladas del sistema. En caso de existir restricciones, el objetivo ha de ser minimizar en lo posible el efecto de estas perturbaciones.

En principio, las perturbaciones pueden ser deterministas, o bien estocásticas. Estas últimas se pueden representar como un ruido blanco gaussiano que atraviesa un sistema lineal invariante en el tiempo. Ambos tipos de perturbaciones se pueden predecir de forma óptima. La inclusión de esta predicción en el problema de optimización debe mejorar el resultado, sobre todo cuando el retardo sobre la salida del efecto de las perturbaciones es menor que el retardo del efecto de la señal de control. En cualquier caso, no se debe confundir esta predicción con la realizada en Control Predictivo Generalizado (GPC), que se realiza según el modelo CARIMA:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t - d - 1) + D(z^{-1})d(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (1.3)$$

En el GPC se hace la predicción de la salida considerando un tipo de perturbaciones. En esta tesis se hará una predicción de la perturbación medible en base a un modelo de la misma. Esta predicción de la perturbación, junto con las medidas disponibles,

permiten mejorar en algunos casos la predicción realizada en el sistema, y, por consiguiente, los errores de seguimiento.

Un tipo de problema relacionado con este último es el de seguimiento de trayectorias periódicas. Si los bloques que componen el sistema son lineales, hipótesis que podemos suponer pues se asume que existe un punto de operación del proceso, se podría transformar, mediante una transformación de bloques, el problema de rechazo de perturbaciones periódicas en uno de seguimiento de trayectorias periódicas.

Finalmente, el objetivo en los procesos por lotes es el seguimiento de una trayectoria de referencia de forma óptima, con la mayor precisión posible. Es común en estos procesos la existencia de perturbaciones de tipo periódico. Tal cual se verá más adelante, el uso de controladores iterativos resuelve este problema de forma inmediata. Para ello es necesario que el estado del sistema se reinicie al comienzo de cada lote a un valor constante.

La estructura del documento se muestra en la figura 1.3, que queda como sigue. En el capítulo 3 se muestra la solución aportada al primer problema, es decir, el rechazo de perturbaciones periódicas, incluyendo una sección de resultados en la aplicación del controlador diseñado en el proceso de extracción de aceite de oliva.

Los capítulos siguientes, a partir del 4, tratan del diseño, e implementación de un controlador de tipo predictivo no lineal con características de control iterativo que se aplica a procesos por lotes. Se incluye un capítulo con la demostración de la convergencia de este controlador (capítulo 5) bajo condiciones bastante generales y otro de resultados (capítulo 6) que se han obtenido al aplicar el controlador a varios procesos, que vienen descritos con mayor detalle en los apéndices.

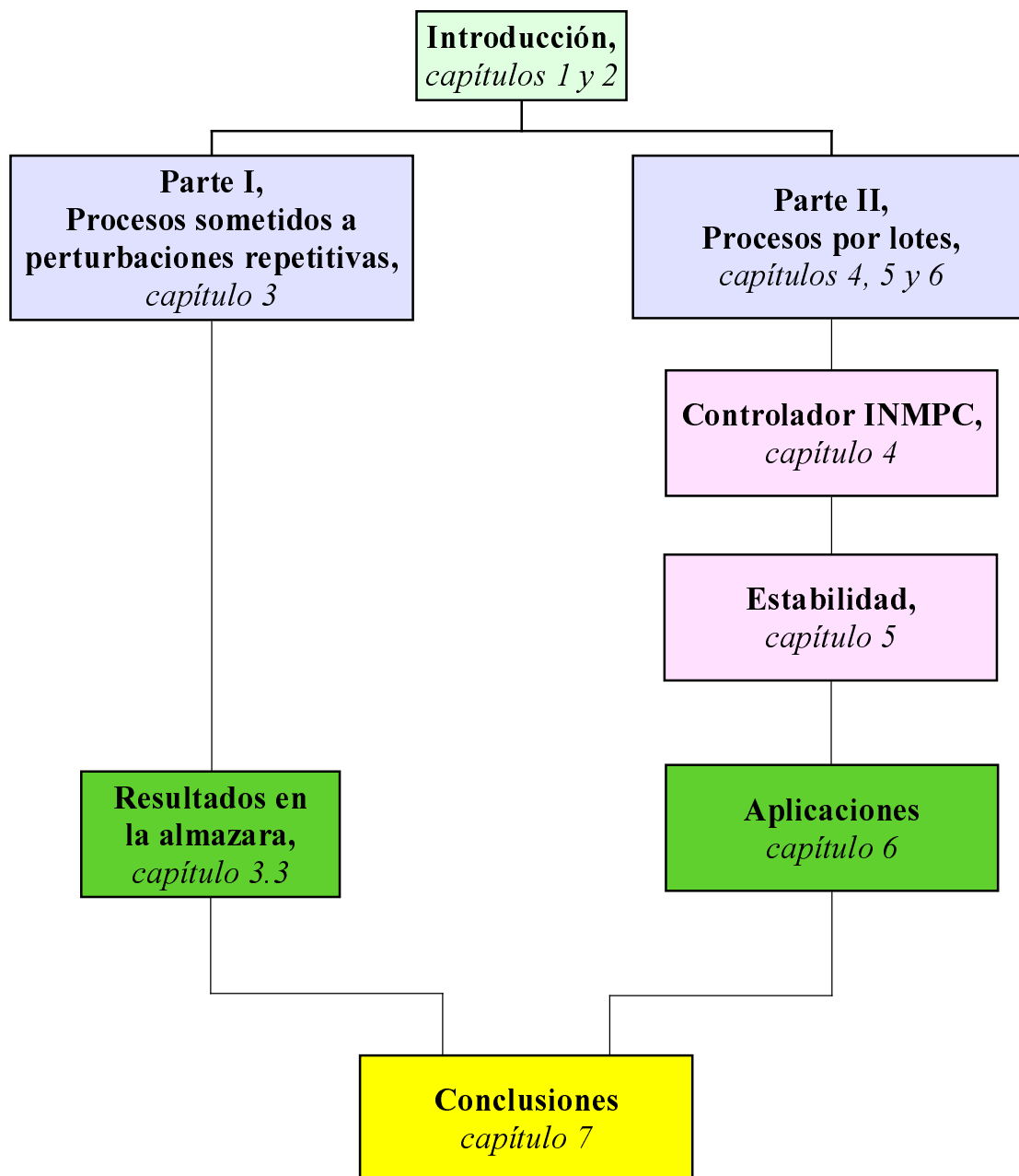


Figura 1.3: Estructura del documento

Capítulo 2

Control para procesos repetitivos

2.1. Dificultades

Tal como se definió en la introducción, en este trabajo entendemos por procesos repetitivos el conjunto de los dos tipos de procesos estudiados, en los cuales las perturbaciones o bien las trayectorias de referencia son de tipo periódico. Cuando existe una reinicialización del estado al transcurrir un período de tiempo o ciclo, se habla de procesos por lotes. Si se cumple esta condición, las propiedades del sistema cambian completamente, pues éste pasa a tener 2 grados de libertad o variables independientes: el índice de lote y el tiempo transcurrido desde el comienzo del último lote.

En el primer tipo de problema, se asume que el modelo lineal es válido, pues hay definido un punto de operación o trabajo. La principal dificultad que se encuentra está en caracterizar correctamente la perturbación, que puede ser de tipo determinista o estocástico.

Normalmente, los controladores existentes no contemplan la posibilidad que ofrece el poder realizar una predicción óptima de la perturbación medible. En el caso del control predictivo, cuando se debe obtener la predicción de las variables controladas, deben usarse los valores futuros de las perturbaciones, que en principio no se conocen. La hipótesis realizada hasta el momento en controladores predictivos consiste en suponer que la estimación más probable asignará un valor constante a la perturbación, igual al último medido por los sensores.

El problema viene cuando la perturbación es de tipo periódico, por ejemplo sinu-

soidal, y la respuesta del sistema a la perturbación es más rápida que la respuesta a la actuación. En ese caso el controlador predictivo no será capaz de cancelar correctamente la misma, aún cuando las restricciones del problema lo permitan, porque se está realizando la predicción de forma incorrecta, sin incluir la caracterización completa con toda la información conocida de la dinámica del sistema y de la perturbación.

En cuanto a los procesos por lotes, la aparición de 2 grados de libertad con sendas variables independientes o índices de tiempo provoca por un lado una mayor dificultad en el análisis y diseño de controladores, pero, por otro lado, facilita algunas tareas como el rechazo de perturbaciones repetitivas, que en este caso pasa a tener una solución simple, como se verá en el capítulo 4.

Nótese además que el índice de lote es una variable discreta, mientras que el tiempo es una variable continua. El modelo del proceso por lotes tiene por ello naturaleza mixta continua/discreta, aunque al final se ha preferido discretizar el eje de tiempos para así tener un problema con dos variables temporales en tiempo discreto. El controlador se implementa sobre este modelo en tiempo discreto.

Es de destacar que en los procesos por lotes no existe un punto de operación determinado, pues el proceso funciona en régimen transitorio, no alcanzando el régimen permanente. El rango de las variables suele ser amplio, con lo cual el modelo de este tipo de procesos suele ser no lineal y, a veces, fuertemente no lineal. Las transiciones en las fases de arranque y parada del proceso inducen también problemas en el control de estos procesos.

En este contexto, se puede hablar de que el control iterativo es una alternativa al control geométrico no lineal y adaptativo (Kokotovic y Sussmann, 1989; Marino y Tomei, 1995) cuando la planta es de tipo repetitivo. Nótese que la ley de control básica de control iterativo (ecuación 1.2) es sumamente sencilla, y, al mismo tiempo, podría ser mejorada mediante técnicas de control geométrico no lineal descritas en Khalil (1996).

Otras dificultades aparecen cuando el tiempo de lote es variable. En ese caso, debe buscarse una transformación de las ecuaciones del sistema para obtener un problema en tiempo fijo, si se quieren aplicar las técnicas descritas. Cuando una variable es estrictamente monótona, se puede usar como índice de tiempos haciendo un cambio de variables adecuado.

El concepto de estabilidad en estos sistemas debe ser especificado con cuidado. El sistema será (asintóticamente) estable si lo es en cada instante de tiempo del lote tomando como variable de tiempos el índice de lote. Si el sistema es asintóticamente estable se pueden alcanzar con error de seguimiento nulo la trayectoria de referencia.

En el caso práctico muy pocas veces se conseguirá error de seguimiento nulo, debido a las perturbaciones y ruidos de naturaleza no repetitiva que existen en las aplicaciones reales.

2.2. Estado del arte

En esta sección se analiza el estado del arte de los procesos por lotes y de los controladores iterativos, por un lado, y predictivos por el otro. Se debe distinguir entre los dos problemas fundamentales planteados. Uno es el rechazo de perturbaciones, y el otro es el control de procesos por lotes. Comenzamos con el primero de ellos.

El rechazo de perturbaciones se ha analizado prácticamente desde el comienzo de la Teoría del Control Automático, ya que es un problema que aparece en numerosos procesos y aplicaciones. El tema se estudia en diversos libros desde diversos puntos de vista. En Marino y Tomei (1995) se pueden encontrar técnicas de control adaptativo y robusto. Camacho y Bordons (2004) muestra técnicas de control predictivo que consideran perturbaciones medibles.

El control repetitivo RC (Hara *et al.*, 1985, 1988) es el controlador más sencillo capaz de hacer frente a estas perturbaciones de tipo periódico, como se puede ver en la ley de control básica de control repetitivo (1.1).

Partiendo de la base teórica general, cada problema o aplicación concreta tiene su propia forma de resolución del problema de control. Caben citar una gran cantidad de artículos referentes al tema realizados por autores que han encontrado una aplicación en la cual aparecen perturbaciones que se deben atenuar. A continuación sólo se muestran unos pocos ejemplos encontrados en la literatura, ya que el mayor interés está, a nuestro parecer, en los procesos por lotes. El estado del arte del problema de rechazo de perturbaciones está mejor recogido en los libros citados anteriormente. Aún así, se citan algunos ejemplos a continuación.

Valko y Almasy (1982) muestra la atenuación de perturbaciones en el caso no lineal, cuando la planta se modela mediante modelos de Hammerstein, por ejemplo una planta de pH.

En nuestro caso, se considera el rechazo de perturbaciones cuando éstas se pueden caracterizar mediante un modelo de tipo cuasiestacionario. En este sentido se encuentran numerosos trabajos de este tipo. Bodson y Douglas (1997) estudia el rechazo de perturbaciones de tipo sinusoidal.

En Polyak y Halpern (2001) se realiza el estudio de controladores para procesos sometidos a perturbaciones de tipo determinista o estocástico. Las perturbaciones estocásticas se obtienen al pasar un ruido blanco por un filtro, de forma que se pueden considerar como ruido coloreado. En el trabajo, usan una teoría para tratar el problema de la atenuación de las perturbaciones y para resolver otros relacionados.

Bemporad (1998) indica un procedimiento para mejorar el comportamiento de los controladores MPC robustos en presencia de perturbaciones.

2.2.1. Procesos por lotes

Los procesos por lotes se utilizan para fabricar productos en cantidades finitas. Un *lote* de producto se completa en un tiempo determinada, y contiene la cantidad mínima de producto que se va a producir en el subproceso.

En una industria, los lotes se procesan normalmente en diferentes etapas de forma simultánea. Por ejemplo, en la figura 2.1 se muestra un proceso industrial por lotes compuesto de dos tanques, una columna y un reactor. En este caso hay que realizar varias acciones de forma simultánea. Cuando se procesa el lote en la columna, hay que llenar el tanque superior de forma sincronizada, para poder llevar a cabo posteriormente la mezcla en el reactor. Esta tarea se denomina secuenciado (traducción literal del término *sequencing*). Lógicamente, en un proceso continuo no se requiere esta funcionalidad, por lo cual se argumenta que los procesos por lotes industriales poseen mayor complejidad que los procesos continuos industriales.

Este tipo de procesos se caracteriza, entre otras cosas, por la variancia en el tiempo de los modelos. La mayor parte del funcionamiento sucede en régimen transitorio, y no existe un punto de operación definido en torno al cual diseñar los controladores. Usualmente se deben gestionar las fases de arranque y parada del proceso o subproceso en cuestión, además del tema de la sincronización.

Es por ello que el control de los procesos por lotes es una teoría aún abierta donde existen posibilidades de aportación de nuevas soluciones y controladores, pues la mayoría de los investigadores en el ámbito del control de procesos han trabajado más en los procesos continuos.

En esta tesis se han visto los procesos por lotes como un tipo de sistemas descritos por un modelo dinámico no lineal y que tienen una duración definida finita. Por lo tanto, la memoria o base de datos histórica de estos procesos va a tener un papel

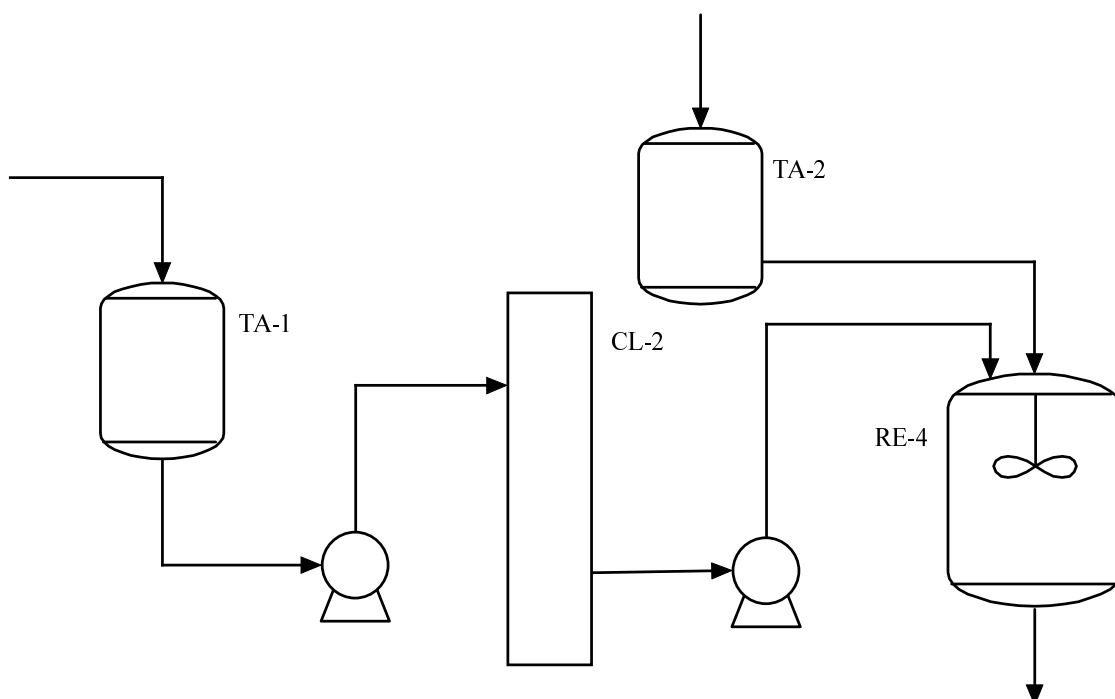


Figura 2.1: Un proceso por lotes industrial

fundamental en la mejora de los sistemas de control.

En primer lugar, será necesario realizar una primera clasificación de estos procesos (figura 2.2), que se denotarán en el caso general con el nombre de discontinuos. Esta clasificación se realiza según la duración, que puede ser constante o variable. Es más fácil el control de procesos de duración constante, pero debe tenerse en cuenta que en muchas aplicaciones lo que se persigue es minimizar el tiempo de lote. En esos casos es posible el uso de técnicas para convertir el problema de duración variable en uno de duración constante, aunque ello no siempre es posible (Bonnard y de Morant, 1995; Cueli, 2004a).

También es posible clasificar los procesos discontinuos atendiendo a la existencia de un caudal no nulo de materia prima interviniente en el proceso, en fases diferentes de la inicial o de arranque y la final o de parada. Los procesos discontinuos pueden ser, según este criterio de los tipos:

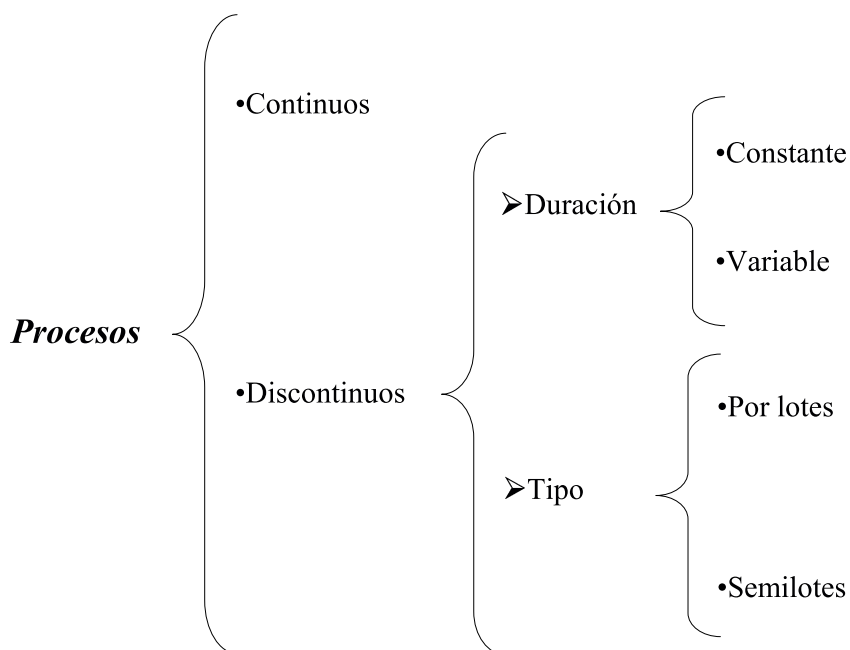


Figura 2.2: Tipos de procesos

Lotes También llamados tipo *batch*. Son aquellos en los cuales toda la materia prima se introduce en el recipiente donde se realiza el proceso en la fase inicial de llenado.

Semilotes Este nombre sería la traducción literal de la terminología *semibatch* ó *fed-batch*. En la fase de llenado de estos procesos sólo se incorpora una parte de la materia prima, para posteriormente seguir añadiendo poco a poco según la evolución o necesidades del proceso.

Así, el estado del arte de los procesos por lotes resulta más extenso de abordar. El control iterativo se ha planteado como una alternativa a los controladores no lineales cuando los procesos son de duración constante o se pueden transformar en tales procesos mediante alguna técnica.

Se puede decir que uno de los primeros controladores específicamente creados para procesos de duración constante fue el control por aprendizaje iterativo ILC (*Iterative Learning Control*). En efecto, el primer concepto de control iterativo surge a finales de los años setenta, con el concepto de sistemas *multipasada* ideado por Owens y Rogers. El concepto de aprendizaje como una forma de aproximar sucesivamente una trayectoria surge con Uchiyama (1978), con un texto escrito en japonés. El hecho de poder mejorar

iterativamente la trayectoria mediante aprendizaje permitía obtener unos resultados muy buenos en cuanto al ajuste a las trayectorias de referencia.

De esta forma, casi todos los trabajos en control iterativo se han aplicado a procesos por lotes o semilotes de duración constante. Desde el punto de vista de control, los procesos por semilotes se consideran similares a los procesos por lotes, si bien se tiene un mayor número de variables de proceso, con lo cual lo más probable es que un proceso de tipo semilotes sea multivariable.

Siguiendo con la línea histórica, Arimoto *et al.* (1984) aplicó la idea a robots manipuladores. Con Arimoto el concepto de control por aprendizaje de trayectorias se hace conocido en el ámbito científico. Su algoritmo de control por aprendizaje iterativo (ILC) es extremadamente sencillo y fue aplicado con éxito en aplicaciones de robótica. El algoritmo genera un control compuesto por dos términos (ver ecuación 1.2), uno idéntico al aplicado en el período anterior más otro término de corrección, basado en la discrepancia de las medidas aportadas por los sensores con la trayectoria de referencia. Muchos otros autores han aplicado el concepto de aprendizaje al campo de la robótica, véase como ejemplo (Horowitz, 1993). Este controlador no requiere un modelo preciso de la planta, y tan sólo tiene una ganancia como parámetro sintonizable. Además tiene la virtud de poder funcionar en situaciones variadas. Por ejemplo, en el control de brazo manipulador que agarra una pieza pesada habrá un problema al coger la pieza pues la dinámica del brazo se modifica en el momento de coger la pieza. El control iterativo, en caso de converger a una solución, funcionará correctamente antes y después de cargar la pieza.

Una vez establecida la base del control por aprendizaje iterativo, han surgido muchas clases de controladores basados en esta idea. Para ver la gran variedad de controladores surgidos a partir de Arimoto, baste citar algunas monografías sobre el tema (Bien y Xu, 1998; Moore, 1993), el artículo recopilatorio Moore (1998a) o el número especial del *Journal of Process Control* (Moore y Xu, 2000). Como se puede comprobar, la idea tuvo gran acogida, existiendo gran cantidad de investigadores que se interesaron por el tema.

Bone (1995) fue uno de los primeros que aportó la idea de añadir a un controlador predictivo tipo GPC la capacidad de aprendizaje de trayectorias. En concreto, extendió un controlador predictivo con un lazo de prealimentación que permite incorporar el mecanismo de aprendizaje. En concreto, el sistema en bucle cerrado funcionará bien si la parte en lazo cerrado es estable, es decir, si el GPC en el que está basado es capaz de estabilizar el sistema en el eje del tiempo. Para aumentar la robustez incorpora el polinomio T al controlador original.

Las conclusiones a las que llega tras aplicar el controlador a diferentes plantas de dificultad variable, incluyendo fase no mínima o multivariable es la obtención de mejoras respecto al control sin aprendizaje en pocos lotes. En su formulación, las trayectorias obtenidas en el primer lote son iguales a las obtenidas por un controlador sin aprendizaje.

La mayoría de las técnicas de control iterativo encontradas son capaces de cancelar las perturbaciones repetitivas, que son aquellas que aparecen en las ecuaciones como un término independiente sumado a las mismas. Además, éstas deben cumplir la condición de independencia respecto al índice de lote (p.e. $d(t) = d^k(t) = d^{k-1}(t)$).

La clave para obtener un rechazo de las perturbaciones repetitivas es el uso de variables incrementales de lote en el diseño y la formulación del controlador. Haciendo esto, las perturbaciones repetitivas se cancelan de forma automática. Las variables incrementales \tilde{x} se definen mediante

$$\tilde{x}^k(t) = x^k(t) - x^{k-1}(t) \quad (2.1)$$

donde k denota el índice de lote.

En lo que respecta a controladores por aprendizaje iterativo que se basen en un modelo, el punto de partida parece ser el algoritmo de Amann (Amann y Owens, 1995; Amann *et al.*, 1996), donde se emplea un modelo lineal para optimizar una función objetivo. Cada lote se corresponde con una iteración de tipo Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). Es decir, se realiza una búsqueda del mínimo siguiendo una dirección de mejora de la función objetivo. Ésta se compone de un término de error más otro que penaliza el esfuerzo de control, medido como la diferencia entre la señal de control entre dos lotes consecutivos. El término que penaliza el esfuerzo de control es el que modula el tamaño del escalón en la iteración que trata de optimizar la función objetivo. Al final, el algoritmo obtiene la solución del problema, que suponiendo el modelo de la planta lineal, es única, pues el problema de optimización será convexo. El algoritmo de Amann se incluye en este trabajo en la sección 4.1.1. Como se mostrará, puede aplicarse de dos formas:

1. Calculando la variable manipulada al comienzo de cada iteración y aplicando el resultado a la planta en *bucle abierto*. Quiere esto decir que la realimentación se realiza al principio del lote, y que una vez calculada la trayectoria para el lote completo, se aplica sin modificarla. La información que proporcionan los sensores se almacena en memoria para calcular la siguiente iteración.
2. Usando una formulación óptima que tiene en cuenta la realimentación del lote actual. En concreto, Amann obtiene una formulación acausal de la solución del

problema, que convierte en un procedimiento computacional (causal) resolviendo una ecuación de Riccati. Esta ecuación de Riccati se resuelve una sola vez si el modelo es lineal invariante en tiempo, y una vez cada iteración en caso contrario. De esta forma se incluye realimentación con información procedente del lote actual.

Lógicamente, ambas formas de aplicar el algoritmo de control tienen sus ventajas e inconvenientes. La principal ventaja de la primera forma es que se calcula la señal de control *offline*, con lo cual se puede aplicar a procesos que presenten una dinámica rápida, como pueden ser los sistemas mecánicos. La segunda forma de la ley de control aporta la capacidad de realimentación de datos leídos de sensores en el lote en curso, por lo cual la atenuación de perturbaciones será más rápida en este caso.

Los controladores ILC más básicos son adecuados para la aplicación a procesos que presentan dinámicas rápidas, principalmente robótica, debido a su gran sencillez y baja carga computacional. El controlador de Amann se puede aplicar también (en su primera formulación), pues no conlleva una carga computacional excesiva. El hecho de perder la realimentación de datos leídos por los sensores en el lote en curso hará que el rechazo de perturbaciones no periódicas sea más lento, teniendo que esperar al final de lote para procesar la información recibida y corregir los errores.

Más adelante, algunos investigadores se dieron cuenta de la posibilidad de añadir restricciones al problema de optimización. Ello permite contemplar la saturación de actuadores, las restricciones de seguridad en las variables controladas, u otras. En una secuencia de artículos Lee y Lee (1997), Lee *et al.* (1999) y Lee *et al.* (2000) han propuesto una formulación de un controlador iterativo basado en modelo, el cual converge asintóticamente a la trayectoria de referencia bajo condiciones muy generales e incluye restricciones en su formulación. Este controlador, conocido con el término inglés *Batch Model Predictive Control* ó las siglas BMPC, incluye realimentación de información de sensores del lote actual sin requerir la resolución explícita de una ecuación de Riccati. En su lugar emplea un filtro de Kalman que es el encargado de realizar la predicción óptima de las señales suponiendo que se va incorporando información nueva a las señales mediante términos de innovación. Al añadir el filtro de Kalman, se tienen nuevos parámetros en el controlador (matrices de correlación de los ruidos). Algunas veces estos parámetros no se conocen, en cuyo caso algunos autores proponen la sintonización de los mismos, que equivale en último término a situar el polo dominante de un filtro de ruido.

Evidentemente, cuando la complejidad computacional de estos algoritmos de control se incrementa, se pueden resolver problemas más difíciles de forma óptima. Esto conlleva a requerir tiempos de muestreo mayores, y, por lo tanto, se restringen las posibles

aplicaciones. El tiempo de muestreo se suele elegir como la décima parte del tiempo de establecimiento de la respuesta al escalón del sistema. La dinámica de la planta debe cumplir este requerimiento, y además los procesadores que obtengan la señal de control deben ser capaces de obtener el resultado del problema de optimización en el tiempo indicado. En este punto existen posibilidades de acelerar la resolución de estos problemas de optimización mediante procedimientos numéricos.

Por los motivos descritos, el uso de técnicas avanzadas del tipo control predictivo con restricciones no siempre está justificado ni es posible. El campo más amplio de aplicación de estos controladores debe ser la industria de procesos, química y farmacéutica. No obstante, aunque los controladores ILC pueden ser fáciles de sintonizar y poner en marcha, además de tener un diseño muy simple, aparecen dificultades no triviales en la aplicación a procesos complejos. En concreto, el diseño de controladores para plantas multivariable es un problema, mayor cuando la planta es no lineal. Buscando en la literatura, Furuta y Yamakita (1987) proporcionan una metodología de diseño para estrategias de control por aprendizaje iterativo en plantas multivariable.

Además, las plantas de fase no mínima presentan dificultades a la hora de ser controladas por controladores iterativos (Amann y Owens, 1994) o predictivos (Gabin *et al.*, 2000; Gabin y Camacho, 2002). La generalización multivariable de este fenómeno conlleva la posibilidad de la existencia de ceros de transmisión inestables en el modelo de la planta. Si además la planta es no lineal, y tiene dinámica cero no trivial, el problema se hace mayor, pues los controladores pueden hacer converger el sistema a la solución errónea. La salida controlada del sistema puede converger en forma aparente, pero internamente los estados del sistema presentan un comportamiento exponencial.

Los controladores MPC en tiempo continuo basados en *flatness* (no se ha encontrado una traducción adecuada al español) deben ser una solución a este problema (Fliess y Marquez, 2000), porque la formulación evita el problema por la misma construcción de las trayectorias. Estos sistemas presentan unas variables llamadas *salidas planas*, que permiten describir todas las demás, incluyendo los estados, como una función de estas salidas planas y sus derivadas. De forma que si se consigue que el sistema converja al origen, necesariamente las demás variables van a converger a valores determinados, siendo así imposible la existencia de dinámicas internas inestables en el sistema controlado.

Todos los sistemas lineales presentan salidas planas. Los sistemas no lineales planos son linealizables por realimentación dinámica de la salida. La principal dificultad está en determinar las salidas planas del sistema, pues no existe un método general para ello.

También se han encontrado en la literatura diseños de controladores iterativos para

sistemas en tiempo continuo basados en funciones de energía o de Lyapunov modificadas que poseen propiedades especiales de estabilidad (Xu y Tan, 2003). Finalmente, puesto que la duración del lote es finita, se puede realizar la transformada *wavelet* de las trayectorias, lo cual ha dado lugar a otro tipo de construcción de controladores iterativos (Bien y Xu, 1998; Xu y Tan, 2003).

Volviendo a los algoritmos de tipo predictivo, más problemas se encuentran en el algoritmo de Amann o en el BMPC. Las funciones objetivo que plantean ambos penalizan el error durante todo el transcurso de un lote completo. Esto está muy bien, pero en algunos casos la duración puede ser excesiva, formándose matrices demasiado grandes para ser utilizadas en los cálculos numéricos. De forma que debe ser recomendable el uso de estrategias de horizonte deslizante en los procesos por lotes de duración relativamente larga.

Aplicaciones de los procesos por lotes

En las líneas que siguen se muestran las posibles aplicaciones de los procesos por lotes, que son muy variadas. Si existe posibilidad de hacer funcionar el sistema de los dos modos discontinuos (lotes y semilotes), normalmente se elige lotes para reacciones o procesos lentos y, semilotes para reacciones rápidas y fuertemente exotérmicas. Ello se debe a que los procesos por semilotes tienen una mayor capacidad de actuación, pues se puede actuar sobre la entrada de materia prima. Por ejemplo, si la temperatura se eleva demasiado, se procede a cortar la entrada de material con lo cual la reacción química se detendrá. Este grado adicional de libertad en la actuación permite que los procesos funcionen en una zona más cercana al óptimo del problema, alcanzando un rendimiento ligeramente superior que en los procesos por lotes.

Un gran número de procesos químicos y bioquímicos funcionan o pueden funcionar por lotes. Entre las aplicaciones están:

- Los reactores químicos, generalmente de tipo exotérmico, en los que el funcionamiento suele ser por lotes en reacciones lentas, y semilotes cuando la dinámica de la reacción química es muy rápida (Wright y Kravaris, 1991, 2001).
- Aunque muchos procesos de polimerización (Soroush y Kravaris, 1992; Seki *et al.*, 2001), como la fabricación de materiales plásticos, funcionan de forma continua por razones de rendimiento, cuestiones relativas a la flexibilidad en la fabricación hacen que algunos procesos de este tipo funcionen por lotes (Nagy y Agachi, 1997; Silva y Oliveira, 2002) o semilotes (Rantow *et al.*, 2005; Mezghani *et al.*,

2002). Lee *et al.* (1996) usa un control iterativo exclusivamente para la fase de arranque de un proceso de polimerización.

- Los procesos de fermentación mediante bacterias, que muchas veces tienen utilidad en la industria farmacéutica u otras casi siempre funcionan de forma discontinua (Impe y Bastin, 1995; Hodge y Karim, 2002).
- La producción de medicamentos, fármacos y vitaminas en la industria farmacéutica (Calam y Ismail, 1980).
- Algunos procesos de destilación (Welz *et al.*, 2002; Engell y Fernholz, 2003).
- Una planta de energía solar se podría considerar en casos determinados como un proceso por lote con ciclo igual a un día. El inconveniente de esta posible aplicación está en que la dinámica es tan lenta, que no existirían grandes diferencias en la práctica entre un controlador clásico y uno iterativo. El controlador clásico funciona mejor que el iterativo en presencia de perturbaciones no repetitivas originadas por variabilidad del tiempo de un día al siguiente (Nuñez-Reyes *et al.*, 2005).
- Industria de semiconductores (Theodoropoulou *et al.*, 1996; del Castillo y Yeh, 1998), en la cual el número de lotes o iteraciones puede ser considerablemente alto. De esta forma, es conveniente tener en cuenta un fenómeno que ocurre al desgastarse la maquinaria, produciendo un ruido de tipo especial que puede ser compensado mediante filtros específicamente diseñados para procesos por lotes (J. Moyne y Hurwitz, 1998).

El control lote a lote, o *run-to-run* en inglés (Bonvin, 1998; B. Srinivasan y Ricker, 2001), es un tipo de estrategia de control que trata de optimizar ciertos parámetros de control, repitiendo los cálculos al iniciar cada lote. En principio es muy parecido a la estrategia de control predictivo, pues se trata de optimizar una función de costes al inicio de cada lote.

El control lote a lote es ampliamente usado en la industria de semiconductores, donde es difícil contar con sensores en línea. Algunos ejemplos son los sistemas químicos de deposición por vapor, o los sistemas mecánico-químicos de pulimentación de las obleas de silicio. En estos sistemas es prácticamente imposible medir la uniformidad en el espesor de una oblea de silicio mientras está siendo procesada sin interrumpir, al menos de forma momentánea, el proceso.

Los sistemas de deposición de vapor (J. Moyne y Hurwitz, 1998) constan de un recipiente y varias lámparas interiores que elevan la temperatura. El objetivo es mantener el espesor de la capa de producto depositado en la oblea uniforme. Obviamente,

es difícil, si no imposible, medir espesores de la oblea de silicio en tiempo real y durante el proceso de deposición. De forma que el control pasa a ser un control de temperatura, asumiendo que una temperatura constante dará lugar a un espesor uniforme. Una vez concluido el proceso, ya se puede medir el espesor real y se podrán efectuar correcciones en el siguiente ciclo. En la industria de semiconductor, las producciones son elevadas. El control lote a lote permite tomar ventaja de la elevada correlación entre el proceso de fabricación de una oblea de silicio y la siguiente.

En resumen, las dificultades que se encuentran parecen estar compensadas con la posibilidad de tener una trayectoria que va aproximándose sucesivamente cada vez más a la trayectoria de referencia deseada. La posibilidad de controlar plantas no lineales mediante un procedimiento iterativo de inversión sucesiva de la planta es bastante atractiva también.

En este sentido el controlador EPSAC (De Keyser y Cuawenberghe, 1985), inicialmente pensado para procesos continuos, aporta la idea fundamental del uso de una trayectoria base que se va optimizando de forma iterativa. Por mostrar especial interés para el posterior desarrollo del controlador no lineal para procesos por lotes se va a explicar en la siguiente sección el funcionamiento del mismo.

A continuación se describen algunos controladores básicos de tipo ILC, que son fundamentales para la comprensión del funcionamiento de los controladores iterativos.

Control por aprendizaje iterativo ILC

Se ha comentado que los controladores por aprendizaje iterativo son capaces de aproximar sucesivamente una trayectoria de referencia usando para ello la capacidad de aprendizaje aportada por la memoria de lotes anteriores. Estas líneas siguen la introducción al tema realizada por Moore (1993).

Así, el control por aprendizaje iterativo puede verse como un tipo de controlador que intenta mejorar las trayectorias obtenidas basándose en ejecuciones anteriores del proceso repetitivo. La señal de control consta de un término de memoria del lote anterior más un término de corrección (ecuación 1.2).

Aunque tiene similitudes con el control óptimo y con el control adaptativo, presenta diferencias fundamentales. Supongamos por ejemplo que se está controlando una antena de radar. El servomecanismo debe ser capaz de generar un barrido del espacio, moviéndose a lo largo del azimuth, subiendo en elevación al llegar al final, volviendo

hacia atrás en la dirección contraria, y descendiendo en elevación hasta llegar al punto inicial de partida. Este movimiento básico se repite continuamente.

Si aplicamos control óptimo, probablemente conseguiremos alcanzar las especificaciones necesarias en cuanto a sobreoscilación, error de seguimiento o tiempos de establecimiento. No obstante, si el modelo de la planta cambia, por ejemplo debido a desgaste, condiciones atmosféricas u otras, la trayectoria dejará de ser óptima. En el caso de que el modelo de la planta se mantenga idéntico, este controlador dará la misma trayectoria todas las iteraciones. Un controlador adaptativo trataría de ajustar los parámetros del controlador cuando las especificaciones se deterioran, de forma que haría frente a las variaciones en la planta.

Por contra, el control iterativo aprende la trayectoria de referencia, de forma que si se modifica el modelo, el controlador será capaz de volver a aprender la trayectoria deseada, tras algunas iteraciones, adaptándose a las diferentes situaciones. Cuando el modelo de la planta se mantiene, el controlador intentará disminuir el error de seguimiento en cada iteración, mejorando las prestaciones gracias a la información existente en la memoria del controlador de anteriores lotes.

La diferencia con el control adaptativo está en que éste modifica los parámetros del controlador hasta que se alcanza el estado de equilibrio dentro de un mismo lote. En el control iterativo se va actualizando la trayectoria base en cada iteración, hasta alcanzar la trayectoria de referencia. Así, también cabe hablar de existencia de adaptación en los controladores iterativos en un sentido amplio del término.

Las condiciones de estabilidad de los diferentes algoritmos tipo ILC dependen del controlador en concreto. A continuación se enumeran algunas leyes de control por aprendizaje iterativo ILC, que se aplican a diferentes tipos de plantas. Comenzamos suponiendo que la planta es lineal, estando descrita por

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{cases} \quad (2.2)$$

y controlada mediante la ley de control iterativa

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + K\dot{e}^k(t) \quad (2.3)$$

siendo $e^k(t) = y^*(t) - y^k(t)$.

Si la matriz CB es de rango completo, y además se verifica

$$\|I - CBK\|_i < 1 \quad (2.4)$$

entonces la trayectoria $y^k(t)$ converge a la trayectoria deseada $y^*(t)$ en el sentido de la norma λ , que se define mediante

$$\|x(t)\|_\lambda = \sup_{0 \leq t \leq T} \left\{ e^{-\lambda t} \max_{1 \leq i \leq r} |x_i| \right\} \quad (2.5)$$

donde T es la duración del lote y r es la dimensión del vector x . Si la norma λ del error se anula, se asegura la convergencia de las trayectorias en todos los instantes de tiempo del lote.

En el caso de que la matriz CB no sea de rango completo, se tiene un resultado análogo aplicando la ley de control siguiente

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + K \frac{d^j e^k(t)}{dt^j} \quad (2.6)$$

La condición de convergencia es

$$\|I - CA^{j-1}BK\|_i < 1 \quad (2.7)$$

siendo j el entero más pequeño que hace que la matriz $CA^{j-1}B$ tenga rango completo.

Se pueden encontrar también condiciones de estabilidad viendo el sistema desde el punto de vista de teoría de operadores. En este contexto, la planta se define mediante $y^k(t) = T_s u^k(t)$, y el controlador con

$$u^{k+1}(t) = T_u u^k(t) + T_e [y^*(t) - y^k(t)] \quad (2.8)$$

Si los operadores T_s , T_u y T_e son lineales, la estabilidad viene dada por la expresión

$$\|T_u - T_e T_s\|_i < 1 \quad (2.9)$$

y la convergencia con error nulo sólo puede darse cuando $T_u = I$.

En el caso no lineal también se tienen diversos resultados y controladores ILC. De especial interés en esta tesis resulta el siguiente obtenido por Hauser (1987), y que se aplica a las plantas no lineales, variantes en el tiempo y afines en el control siguientes

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ y &= h(x, t) \end{cases} \quad (2.10)$$

controladas mediante

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + L(y^k(t), t) [y^*(t) - y^k(t)] \quad (2.11)$$

Esta ley de control usa un término de corrección que es función de la variable controlada, y consta de una ganancia que multiplica a la derivada del error. El sistema converge bajo condiciones de regularidad si $f(x, t)$ y $g(x, t)$ son funciones *Lipschitz* y además

$$\|I - L(h(x, t), t)h(x, t)g(x, t)\|_i < 1 \quad (2.12)$$

2.2.2. Control predictivo

El MPC nos permite sintetizar las leyes de control en una forma óptima, permitiendo plantear una función de costos que es optimizada por medio de estas técnicas, como ya se ha comentado en la introducción. Mirando atrás en la historia, el desarrollo de estos controladores comenzó allá por los años 70 en la industria petroquímica, aunque la idea del control en horizonte deslizante es anterior, con el *open-loop optimal feedback* de Propoi (1963).

Posteriormente se diseñaron multitud de controladores de tipo MPC, cada uno de los cuales tiene una aplicación concreta, y entre los que cabe citar los siguientes:

MPHC *Model Predictive Heuristic Control* (Richalet *et al.*, 1978), conocido posteriormente con las siglas MAC (*Model Algorithmic Control*), usa un modelo impulsional.

DMC *Dynamic Matrix Control* (Cutler y Ramaker, 1980) para procesos lineales, basado en modelo de respuesta al escalón.

SCAP *Sistema de Control Adaptativo Predictivo* (Martin-Sanchez y Rodellar, 1996).

PBSTC *Predictor-Based Self Tuning Control* (Peterka, 1984), es un controlador MPC monovariable de tipo adaptativo.

EPHAC *Extended Horizon Adaptive Control* (Ydstie, 1984).

EPSAC *Extended Prediction Self Adaptive Control* (De Keyser y Cuawenberghe, 1985), descrito con más detalle posteriormente.

GPC *Generalized Predictive Control* (Clarke *et al.*, 1987*a,b*), el cual posee un modelo de predicción óptimo basado en ecuaciones Diofánticas.

MUSMAR *Multistep Multivariable Adaptive Control* (Greco *et al.*, 1984).

MURHAC *Multipredictor Receding Horizon Adaptive Control* (Lemos y Mosca, 1985).

PFC *Predictive Functional Control* (Richalet *et al.*, 1987), que usa el concepto de funciones base para el control de procesos posiblemente no lineales.

UPC *Unified Predictive Control* (Soeterboek, 1992).

GPC **estable** En Kouvaritakis *et al.* (1992), se propone un controlador GPC cuya función objetivo se minimiza sobre un conjunto de posibles controladores estabilizados. Es decir, en este tipo de técnicas primero se estabiliza el bucle, y después se optimiza, con lo cual se garantiza que el controlador es estable y, al mismo tiempo, óptimo.

MPC **robusto** Este tipo de controladores MPC asumen que los parámetros de la planta presentan incertidumbres, con lo cual el problema de optimización se convierte en uno de tipo *min-max*. Véase por ejemplo Kotare *et al.* (1995).

MPC **heurístico o subóptimo** (Scokaert *et al.*, 1999) La idea es obtener una solución cercana a la función objetivo, aunque no sea estrictamente el óptimo del problema de optimización. Esto permite el uso de funciones objetivo más complejas o el control de plantas con modelos no lineales con un tiempo de cálculo aceptable y sin perder la estabilidad del algoritmo.

NMPC *Nonlinear Model Predictive Control*. Con estas siglas se denota el control predictivo basado en modelo no lineal (Kouvaritakis *et al.*, 1999).

Además de estas técnicas que se pueden encontrar en la literatura, están disponibles una serie de controladores comerciales MPC de diferentes tipos. En la tabla 2.1 se muestra una selección con los controladores más conocidos en la industria de procesos.

Empresa	Controlador	Siglas
AspenTech	Dynamic Matrix Control	DMC
Adersa	Identification and Command	IDCOM
	Hierarchical Constraint Control	HIECON
	Predictive Functional Control	PFC
Honeywell Profimatics	Robust Model Predictive Control Technology	RMPCT
	Predictive Control Technology	PCT
Setpoint Inc.	Setpoint Multivariable Control Architecture	SMCA
Treiber Controls	Optimum Predictive Control	OPC
ABB		3dMPC
Pavillion Technologies Inc.	Process Perfecter	
Simulation Sciences	Connoisseur	

Tabla 2.1: Controladores MPC comerciales

El controlador EPSAC

El EPSAC (*Extended Prediction Self-Adaptive Control*, Control Auto-Adaptativo con Predicción Extendida) es un algoritmo de control no lineal que presenta especial interés en el desarrollo de esta tesis. Siguiendo la metodología del control predictivo, este algoritmo plantea la obtención de la señal de control óptima mediante un procedimiento de tipo iterativo en el caso no lineal (De Keyser y Cuawenberghe, 1985).

Nótese que se puede intentar resolver el problema de optimización directamente mediante un procedimiento de programación no lineal. Uno de las soluciones al problema es el uso de técnicas SQP (*Sequential Quadratic Programming*, Programación Cuadrática Secuencial), que consiste en resolver el problema no lineal mediante una sucesión de problemas de optimización cuadrática ó QPs. De la misma forma que el EPSAC, esta técnica transforma un problema no lineal en una sucesión de problemas de optimización cuadrática que se pueden resolver. En esta transformación debe existir algún procedimiento, que puede estar recogido en forma implícita, de linealización del problema.

En este sentido, se pueden ver estos procedimientos en el caso general como una aplicación del método de Newton. Oliveira y Biegler (1995) proponen un algoritmo basado en este principio, que se aplica a plantas no lineales, y del cual se demuestra la estabilidad.

Así, estos controladores son capaces de encontrar la solución del problema de optimización no lineal correspondiente. No obstante, aunque ha quedado demostrado el excelente resultado de la aplicación del EPSAC en muy diferentes situaciones, no se ha podido encontrar hasta el momento la razón por la cual este controlador converge (Lazár, 2005).

En este punto se encuentra la motivación del especial interés de este controlador en el estudio actual. Se ha comentado que el EPSAC usa un procedimiento iterativo, así que cabe encontrar similitudes entre este controlador y el control iterativo, aunque este último está pensado para procesos por lotes. Así, existen conexiones fuertes desde el punto de vista conceptual entre el esquema iterativo planteado en el EPSAC y el utilizado en una de las aportaciones de la presente tesis, el controlador INMPC, el cual se describe en el capítulo 4. La diferencia fundamental está en el punto de vista utilizado en el estudio del controlador, que en el caso del INMPC consiste en ver el proceso como un sistema con dos variables *temporales* independientes.

A continuación se describe el controlador EPSAC, suponiendo en primer lugar que la planta se modela linealmente. El controlador posee las características básicas del MPC,

que son:

- Cálculo de una predicción mediante un modelo
- Especificación de una trayectoria de referencia
- Definición de una función de costos que depende de los valores postulados futuros de la señal de control
- Resolución del problema de optimización con restricciones



Figura 2.3: Modelo de ruido del EPSAC

EPSAC lineal La planta se supone inmersa en ruido, de forma que

$$y_m(t) = y(t) + n(t) \quad (2.13)$$

donde el ruido $n(t)$ es cuasiestacionario, y se caracteriza mediante el modelo

$$n(t) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(t) \quad (2.14)$$

siendo $e(t)$ ruido blanco aleatorio de media nula.

El modelo nominal de la planta se puede poner como una ecuación en diferencias

$$y(t) = f(y(t-1), y(t-2), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots) \quad (2.15)$$

y representa el efecto de la señal de control sobre la variable controlada sin considerar los ruidos presentes $n(t)$. La función $f(\cdot)$ será no lineal en el caso general.

La metodología MPC propone la realización de una predicción de los valores futuros de la variable controlada $y(t+k|t)$ para poder plantear el problema de optimización

correspondiente. En el caso del EPSAC, dado el modelo de la planta (2.13), la predicción se obtiene aplicando el principio de superposición (figura 2.3)

$$y_m(t + k|t) = y(t + k|t) + n(t + k|t) \quad (2.16)$$

donde las dos predicciones $y(t + k|t)$ y $n(t + k|t)$ se realizan por separado.

En las siguientes líneas se considera la predicción dada en función de la salida sin ruido $y(t)$. Al poner la predicción de esta forma, se supone que la planta es estable, en otro caso el controlador no funcionaría correctamente. Para plantas inestables se debe usar un modelo de predicción del tipo usado en el GPC, en el cual se deben resolver las ecuaciones Diofánticas. En nuestro caso suponemos que la planta es estable, con lo cual se obtiene la predicción iterando la ecuación (2.15) de la forma que sigue:

$$y(t|t) = y(t) = f(y(t-1), y(t-2), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots) \quad (2.17)$$

$$y(t+1|t) = f(y(t), y(t-1), \dots, u(t), u(t-1), \dots) \quad (2.18)$$

$$y(t+2|t) = f(y(t+1|t), y(t), \dots, u(t+1|t), u(t), \dots) \quad (2.19)$$

...

La predicción del ruido se realiza de forma diferente. Usando el valor medido con ruido $y_m(t)$, se puede calcular $n(t)$

$$n(t) = y_m(t) - y(t) \quad (2.20)$$

Teniendo en cuenta (2.14), se deduce que la expresión

$$n_f(t) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} n(t) \quad (2.21)$$

es ruido blanco. Como tal, la estimación de sus valores futuros $n_f(t + k|t)$ es igual a la media. Además, el valor actual será igual a

$$n_f(t) = -c_1 n_f(t-1) - c_2 n_f(t-2) - \dots + n(t) + d_1 n(t-1) + d_2 n(t-2) + \dots \quad (2.22)$$

De esta forma se conocen los valores actual y pasados de $n_f(t)$, mientras que la estimación de los valores futuros se anula. En este momento se puede obtener la predicción de $n(t)$ en la forma siguiente

$$n(t + k|t) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} n_f(t + k|t) \quad (2.23)$$

Los controladores MPC suelen dividir la predicción ya calculada $y_m(t+k|t)$ en dos términos

$$y_m(t+k|t) = y_{forzada}(t+k|t) + y_{libre}(t+k|t) \quad (2.24)$$

donde el término de respuesta libre $y_{libre}(t+k|t)$ no depende de los valores que tome la señal de control futura, ya que es la respuesta que sigue el sistema cuando se mantiene la señal de control constante. La respuesta forzada $y_{forzada}(t+k|t)$ se calcula con un modelo en respuesta al escalón:

$$y_{forzada}(t+k|t) = g_k \Delta u(t|t) + g_{k-1} \Delta u(t+1|t) + \dots + g_{k-m+1} \Delta u(t+m-1) \quad (2.25)$$

Se puede agrupar en forma vectorial la predicción desde $t+1$ hasta $t+p$, obteniendo la ecuación de predicción matricial del MPC, dividida en respuesta forzada y libre

$$\mathbf{y} = G\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2.26)$$

donde los vectores son de dimensión p , siendo éste el horizonte de predicción

Una vez se tiene la predicción se puede optimizar la función objetivo

$$J = \min_u \{ \|\mathbf{r} - \mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{u}\|_\lambda^2 \} \quad (2.27)$$

en presencia o no de restricciones (dependiendo del sistema), lo cual supone un problema numérico convexo de tipo QP. Para resolverlo debe sustituirse el modelo de predicción en la función objetivo. \mathbf{r} es el vector con la trayectoria de referencia futura.

Una vez se ha resuelto el problema QP, se usa sólo el primer elemento del vector \mathbf{u} , o sea, se aplica a la planta la señal $u(t) = u(t-1) + \Delta u(t|t)$.

EPSAC no lineal En la sección anterior se ha mostrado la forma de dividir la predicción en dos términos: respuesta libre y respuesta forzada. Nótese que esta división entre respuesta forzada y respuesta libre sólo es válida en el caso lineal, donde se aplica el principio de superposición. La respuesta forzada sólo se anula en el régimen permanente. En el caso no lineal se debe introducir una división diferente de la predicción para que se pueda obtener la ley de control. Esto se describe en las siguientes líneas.

Supongamos que la predicción se puede descomponer en dos sumandos, aunque la planta sea no lineal. Uno de ellos se llamará la respuesta base, y se obtiene tomando como señal de control futura un valor determinado u_{base} . El otro término se llamará respuesta optimizante, y será el que se tratará de modificar de forma que se minimice la función objetivo. De esta forma, la predicción será igual a

$$y(t+k|t) = y_{base}(t+k|t) + y_{optimiz.}(t+k|t) \quad (2.28)$$

El efecto sobre la predicción real $y(t+k|t)$ será no lineal, pero se puede aproximar por una linealización, como se comentó con anterioridad. De esta forma, el término $y_{optimiz.}$ se obtiene a efectos prácticos mediante un modelo lineal. Así, $y_{optimiz.}(t+k|t)$ se obtiene como el efecto acumulado de una serie de entradas impulsionales y un escalón:

- un impulso de amplitud $\delta u(t|t)$ en tiempo t , que resulta en una contribución $h_k \delta u(t|t)$ a la predicción de la salida del proceso en el instante $t+k$,
- un impulso de amplitud $\delta u(t+1|t)$ en tiempo $t+1$, que resulta en una contribución $h_{k-1} \delta u(t+1|t)$ a la predicción de la salida del proceso en el instante $t+k$,
- ...
- y finalmente un escalón con amplitud $\delta u(t+m-1|t)$ en el instante de tiempo $t+m-1$, resultando en una contribución $g_{t+m+1} \delta u(t+m-1|t)$ en la predicción de la variable controlada.

Por lo tanto, la predicción se puede poner en forma matricial

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_{base} + G \delta \mathbf{u} \quad (2.30)$$

donde la matriz G viene dada por

$$G = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ h_m & h_{m-1} & \cdots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_p & h_{p-1} & \cdots & g_{p-m+1} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Cuando $\delta \mathbf{u}$ se anula, la predicción es igual a la trayectoria base. Nótese que para la obtención de la trayectoria base se tiene en cuenta el efecto de las señales de control pasadas, de la señal de control futura u_{base} y también del ruido que hay en el sistema $n(t)$.

Al tener la ecuación de predicción, se puede resolver el problema de optimización con la misma función objetivo que en el caso lineal (ecuación 2.27), lo cual es un problema del tipo QP. Nótese que existe una relación lineal entre los vectores $\delta \mathbf{u}$ y \mathbf{u} , de forma que el problema sigue siendo cuadrático con restricciones (si las hubiera) de tipo lineal.

Una vez resuelto el problema, debe comprobarse si se ha alcanzado el óptimo, en cuyo caso el término $y_{optimiz.}$ se anulará. En caso contrario, debe asignarse un nuevo valor a la trayectoria base, igual al vector de señales de control futuras calculado y repetir el procedimiento de forma iterativa.

El problema del EPSAC no está completamente resuelto, pues no se dispone de un criterio analítico que nos diga las condiciones en las cuales el procedimiento iterativo converge a la solución, y tampoco se conoce la velocidad de convergencia del mismo. Sin embargo, los resultados excelentes obtenidos en varias aplicaciones (Lazãr, 2005) hacen suponer que estas condiciones deben ser bastante generales. Además, tampoco se tiene un análisis de la velocidad de convergencia en el caso general. Este dependerá de las ecuaciones de la planta.

Capítulo 3

Rechazo de perturbaciones periódicas

3.1. Descripción del problema

Supongamos que tenemos un sistema sometido a perturbaciones medibles. Tal como se puede esperar, existirán muchas formas de atenuar o cancelar en lo posible las mismas. Por ejemplo, podemos usar un control con prealimentación diseñado para minimizar el efecto de las perturbaciones a la salida. Si la perturbación está acotada, se pueden usar técnicas de control robusto para la minimización del efecto de la misma.

Sin embargo, la solución robusta que optimiza el peor caso posible, puede no ser adecuada para aplicaciones de rechazo de perturbaciones periódicas porque se tiene una gran cantidad de información acerca de la dinámica de la perturbación que no se está teniendo en cuenta en el cálculo de la señal de control, con lo cual los resultados serán mejorables. En efecto, las perturbaciones, además de ser medibles, pueden ser predichas de forma óptima, con lo cual se tiene un conocimiento completo de las mismas que debe aprovecharse para generar controladores eficientes.

Los controladores predictivos son buenos candidatos para tratar de atenuar este tipo de perturbaciones periódicas. Para ello basta la adición de un predictor óptimo que proporcione una estimación de los valores futuros de la perturbación a lo largo del horizonte de predicción.

Las ventajas de introducir esta predicción se notan cuando el efecto de las pertur-

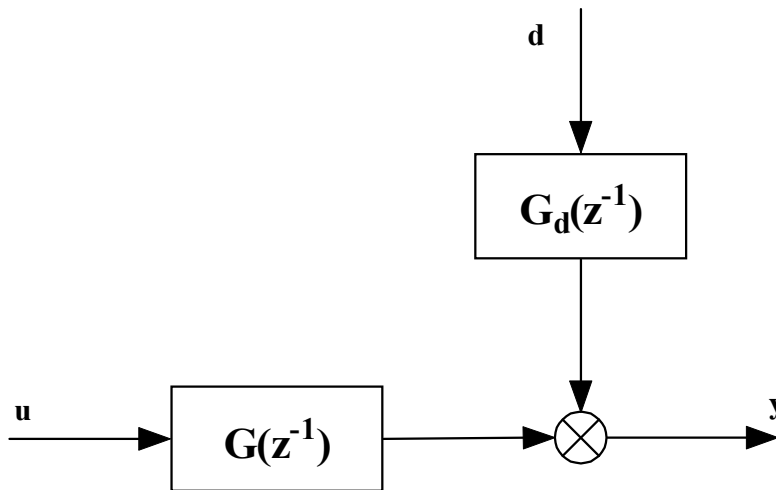


Figura 3.1: Planta con perturbaciones

baciones a la salida es rápido en comparación con el efecto de la actuación. En ese caso la perturbación no puede cancelarse por prealimentación de la misma a menos que se incluya el predictor de las perturbaciones.

En este capítulo de rechazo de perturbaciones periódicas suponemos en todo momento que la planta es lineal, puesto que existe un punto de operación definido en torno al cual obtener modelos lineales aproximados (figura 3.1). La planta está descrita mediante dos funciones de transferencia, una de entrada a salida $G(z^{-1})$ y la otra de perturbación a salida $G_d(z^{-1})$. Claramente, si el retraso de la función de transferencia perturbación a salida es menor que el de la actuación a salida, la perturbación no puede ser cancelada mediante la actuación, a menos que exista un predictor de la perturbación que permita al controlador adelantarse a la misma. De esta forma, el control clásico basado en feedforward no funcionará correctamente aquí. Es necesario realizar una estimación de las perturbaciones hacia el futuro para poder compensar adecuadamente las mismas mediante la señal de actuación.

Aunque esto puede realizarse basándose en metodologías tales como IMC (*Internal Model Control*, ver Morari y Zafiriou (1989)), pensamos que este problema puede ser resuelto en una forma elegante con un controlador predictivo MPC modificado con un predictor de perturbaciones. La filosofía del control predictivo consiste precisamente en usar las predicciones para adelantarse al comportamiento previsto de la planta y

actuar antes de que la misma empiece a funcionar de forma inadecuada. En este caso, el controlador debe actuar antes de que el efecto de las perturbaciones se aprecie en la salida controlada. Para esto, es necesario realizar una predicción de las perturbaciones, siempre suponiendo que la dinámica de las perturbaciones es más rápida que la de la actuación. Otras soluciones al problema de la atenuación de las perturbaciones periódicas se encuentra en Polyak y Halpern (2001).

Este problema ha surgido en el control de la temperatura de una parte del proceso de extracción del aceite de oliva (ver apéndice A.1). El objetivo de control es mantener las condiciones de operación en el subproceso realizado en el aparato denominado termobatidora. El problema se considera equivalente a mantener la temperatura en el tanque inferior de la misma lo más constante posible rechazando las perturbaciones, ocasionadas por las variaciones de nivel y de la temperatura del agua caliente. La variable manipulada es el caudal de agua caliente (figura 3.4).

El proceso está caracterizado por los grandes retrasos existentes en la función de transferencia de actuación a la temperatura. Además, el efecto de las perturbaciones, en particular del nivel, en la variable controlada, muestra una dinámica rápida con un retardo relativamente pequeño, aún más notable en regímenes de producción altos. Este hecho hace el rechazo de las perturbaciones periódicas más difícil e implica la necesidad de modificar la formulación del controlador para así eliminar el efecto del nivel sobre la temperatura, al menos en el caso nominal. El esquema de control se muestra en la figura 3.2.

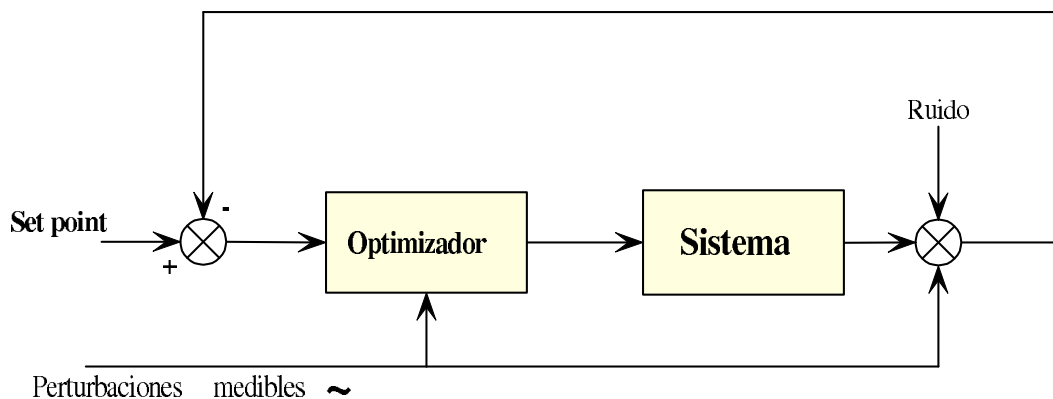


Figura 3.2: Esquema de control con perturbaciones medibles

A la hora de mantener constante la temperatura dentro de la termobatidora, la principal dificultad que aparece son los cambios abruptos de nivel, aumentados con la entrada de masa fría procedente del exterior cuando los niveles suben. Estos cambios

introducen continuas variaciones en el nivel y, por consiguiente, tienen su efecto directo sobre la temperatura debido a que la masa que entra está fría. El nivel afecta también a la dinámica de la planta (constante de tiempo), aunque este efecto es menos importante en el régimen normal de operación. Puesto que el nivel puede ser fácilmente medido por sensores, puede considerarse como una perturbación medible y de esta forma puede ser tomada en consideración por el controlador predictivo como una acción de *prealimentación* o perturbación medible.

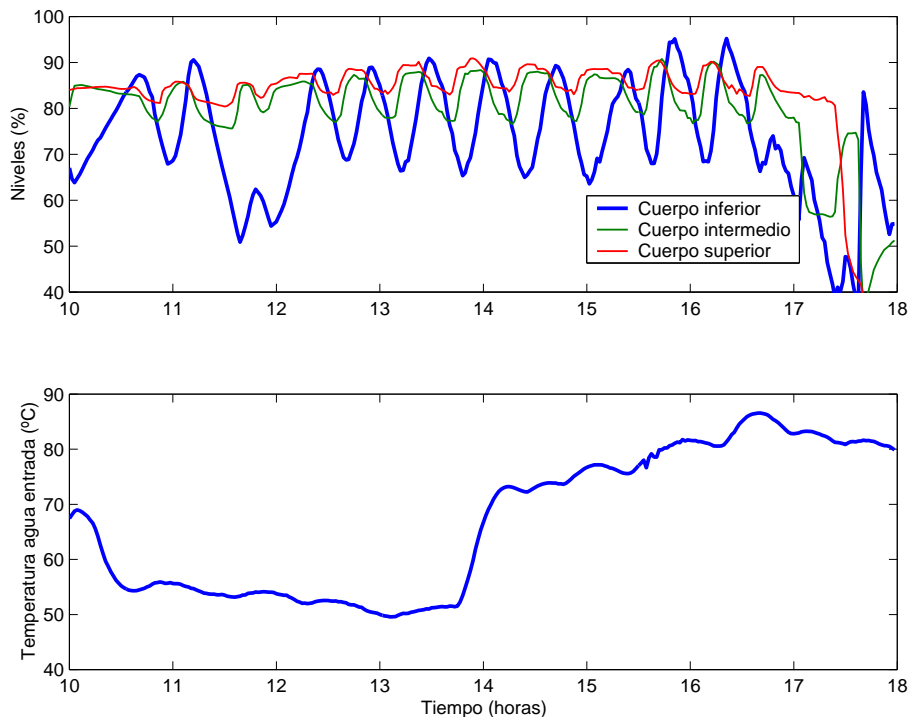


Figura 3.3: Perturbaciones: nivel y temperatura del agua

La entrada de masa en el tanque superior de la termobatidora procedente de los molinos de martillos se realiza de forma todo-nada, pues existe un controlador de nivel de este tipo, que se encarga de arrancar los molinos de martillos y la bomba de alimentación cuando el nivel es bajo, y de parar los mismos cuando se alcanza un nivel máximo, que es medido mediante sondas de nivel. Por este motivo, el caudal de masa a la entrada se asemeja a un tren de ondas rectangular, y el nivel del primer tanque, integral del caudal, presenta una forma parecida a un tren de ondas triangular. Cuando la masa va bajando a los siguientes tanques por los rebosaderos, estas formas de onda se van suavizando, debido al efecto de filtrado causado por la viscosidad alta de la masa. Al final, en el último tanque las formas de onda son muy parecidas a sinusoides de la misma frecuencia a la que el controlador de nivel todo-nada está conmutando la

entrada de masa. El control de la misma sería bastante más asequible si el controlador de nivel proporcionara unos niveles estables de operación, pero esto no se lleva a cabo actualmente en la industria oleícola, donde la automatización es todavía incipiente.

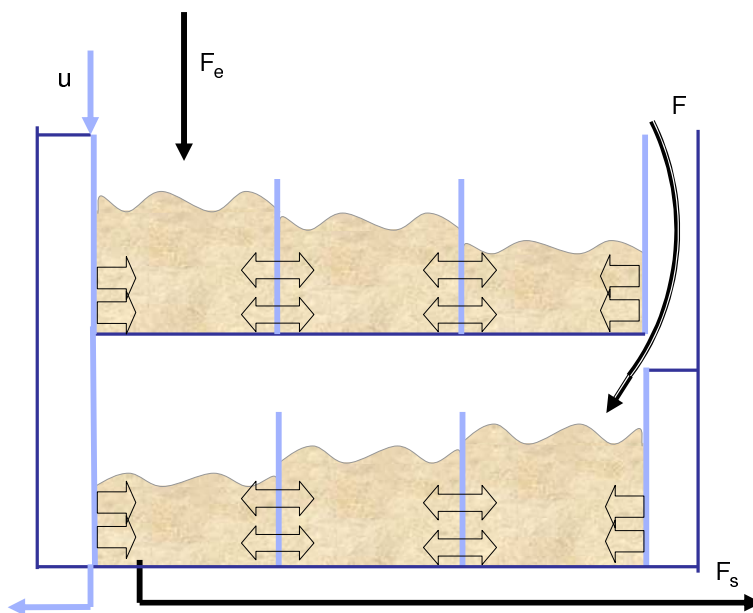


Figura 3.4: Esquema de una termobatidora

Por otra parte, la otra perturbación importante que aparece en el proceso es la temperatura del agua caliente, que permite elevar la temperatura dentro de la termobatidora. Este agua viene de calderas que proporcionan agua caliente a varios procesos y otras líneas de producción similares en la almazara, por eso viene afectada por cambios en la carga.

Por consiguiente, la temperatura a la salida de la termobatidora presenta oscilaciones a la frecuencia de las variaciones de nivel con cambios producidos por la variación de la temperatura del agua caliente. En la mayoría de las instalaciones, el control PID existente induce otras oscilaciones (ciclo límite) con una frecuencia menor, provocadas por la no linealidad que existe por la saturación de los caudales de agua.

El controlador diseñado debe ser capaz de reducir o eliminar el efecto de estas perturbaciones en el máximo grado posible. Debido a la existencia de ruidos y la saturación de los actuadores, no se puede llegar a cancelar completamente las perturbaciones, pero sí se pueden atenuar. El nivel y la temperatura del agua son fácilmente medidas. La figura 3.3 muestra la evolución de los niveles en los tres tanques de la termobatidora (la línea sólida corresponde al tanque inferior), así como de las variaciones aleatorias

de la temperatura. Además, la evolución del nivel se puede predecir, pues su dinámica se puede estimar mediante un balance de masas.

3.2. Solución propuesta

El Control Predictivo basado en Modelo es un candidato interesante para controlar este sistema. Existen muchas aplicaciones de varios controladores de este tipo en la industria de procesos (Qin y Badgwell, 1997), y también diferentes formulaciones dependiendo principalmente del tipo de modelo usado para predecir la evolución futura de las variables controladas de la planta, pero también de la inclusión o no de restricciones y del tipo de función objetivo a optimizar.

Si el modelo usado es la respuesta al escalón, y se usa un modelo de ruido con un integrador, el controlador resultante es el conocido DMC, que fue uno de los precursores de los controladores MPC (Cutler y Ramaker, 1980). Los controladores predictivos pueden incluir dentro del problema de optimización restricciones de diversos tipos y además pueden incorporar en el modelo de predicción las perturbaciones medibles. El controlador propuesto en este capítulo propone una modificación realizada sobre este modelo de predicción de las perturbaciones medibles.

Además, la formulación predictiva nos permitiría jugar con diferentes funciones objetivo, las cuales serán optimizadas para obtener la mejor señal de control posible. Por ejemplo, se podría plantear una función objetivo que pondere el error de seguimiento de la temperatura en cada uno de los tanques de la termobatidora. La ponderación relativa del error en cada tanque podría considerar el estado de los niveles de la termobatidora, para así tener en cuenta la fase de arranque o parada, evitando, por ejemplo, problemas de sobreoscilación en la fase de arranque. Estos problemas vienen dados por intentar mantener la temperatura en el tanque inferior cuando aún está vacío, o seguir calentando la masa en la fase de parada, cuando los tanques superiores se han vaciado. La circulación de agua caliente por los tanques se realiza en paralelo, con lo cual la capacidad de aportar calor es la misma en los tres tanques, que no se pueden regular de forma independiente por la misma construcción de la planta. En este trabajo se considera la solución de tener una función objetivo que penalice el error sólo en el tanque inferior. Las fases de arranque y parada deben ser gestionadas por otros controladores en el caso de que no se admita la sobreoscilación inicial.

En cuanto a la implementación más simple imaginable, un PID más un predictor de Smith, funcionará de forma correcta si los niveles se mantuviesen constantes, y de forma aceptable cuando los niveles son variables. El resultado sería mejorable con niveles

variables, porque el controlador no es capaz de rechazar correctamente esta perturbación, aún incluyendo un término de prealimentación. Esto es debido a la rapidez del efecto del nivel sobre la temperatura. La existencia de la saturación debe ser tomada en cuenta, en caso contrario podrán aparecer ciclos límites con una frecuencia menor que la de los niveles, tal como ocurre en algunas ocasiones en la almazara.

Tal como se espera, las posibilidades de atenuación de las perturbaciones periódicas pueden mejorarse mediante la inclusión de la estimación de los valores futuros de las perturbaciones en el modelo de predicción de la variable controlada. Es decir, el valor actual de la perturbación viene medido por los sensores. Pero además se conoce una predicción o estimación óptima de los valores futuros de la perturbación a lo largo del horizonte de predicción, que debe ser incluida en el modelo de predicción de la temperatura a la salida.

Nótese que todos los controladores predictivos (Camacho y Bordons, 2004) realizan de forma implícita una predicción de los valores futuros de la perturbación. Normalmente, en el modelo se incluye un integrador, con lo cual en el modelo de predicción intervienen los valores $\Delta d(t+i)$ siendo $d(t)$ la perturbación. Lo que se hace en los controladores predictivos clásicos, tales como DMC o GPC, véase por ejemplo Maciejowski (2002), es suponer que los valores futuros más probables serán nulos, con lo cual se asume que la mejor estimación de las perturbaciones será igual al valor actual

$$\hat{d}(t+i|t) = d(t) \quad (3.1)$$

En este caso se propone realizar una estimación óptima de la perturbación $\hat{d}(t+i|t)$, usando un modelo o caracterización autorregresiva de la misma. Esto quiere decir que la perturbación $d(t)$ se puede modelar como un ruido blanco o término impredecible $e(t)$ que pasa por un sistema lineal invariante en el tiempo, obteniéndose a la salida $d(t)$.

En algunos casos, la solución al problema de optimización será muy parecida aunque se modifique la estimación de la perturbación. En el caso estudiado, esta predicción es importante, pues no se puede cancelar la perturbación ni aún en el caso nominal sin ruidos ni saturación de los actuadores a menos que se incluya la predicción óptima de la perturbación periódica. El algoritmo propuesto se denomina MPC-AR (*Model Predictive Control with Autoregressive Disturbance Model*) y es una de las aportaciones de esta tesis que ha dado lugar a las publicaciones (Bordons y Cueli, 2001, 2004).

3.2.1. Descripción del controlador MPC-AR

En esta sección, se muestra la formulación del controlador MPC-AR para controlar sistemas sometidos a perturbaciones periódicas. El controlador consiste en un algoritmo de tipo predictivo en el cual la función objetivo a minimizar es de tipo estocástico.

El algoritmo de control se basa en el siguiente resultado:

La señal de control que minimiza la función de costos

$$J = E \left\{ \sum_{i=1}^p [y(t+i) - w(t+i)]^2 \right\} + \lambda \sum_{i=0}^{m-1} [\Delta u(t+i)]^2 \quad (3.2)$$

viene dada por

$$u = (G'G + \lambda I)^{-1} G' [f_u + E(f_d) - w] \quad (3.3)$$

donde

- $E \{ \cdot \}$ denota la esperanza matemática,
- u es el vector de incrementos de la señal de control en el futuro, el cual se trata de optimizar,
- f_u es la respuesta libre que se obtendría sin tener en cuenta las perturbaciones medibles,
- $E(f_d)$ es el valor esperado del término que se debe sumar a la respuesta libre para tener en cuenta en la predicción la existencia de perturbaciones medibles de tipo estocástico, y,
- w es la trayectoria de referencia

La demostración se muestra a continuación. La función objetivo debe ser expresada como

$$J = E [(y - w)'(y - w)] + \lambda u'u \quad (3.4)$$

Nótese que el operador esperanza $E \{ \cdot \}$ tan sólo se aplica al primer término del funcional. Además, el valor estimado de la variable controlada es la suma de dos términos, el primero de ellos debido a la señal de control y el segundo debido a las perturbaciones medibles. Los valores futuros de la perturbación medible son predecibles por un modelo estocástico. El resto de variables son deterministas.

Aplicando la linealidad del modelo, el vector de predicción de la salida controlada de la planta y se puede poner en la forma clásica

$$y = Gu + f \quad (3.5)$$

donde Gu es la respuesta forzada, que es la parte de la respuesta de la planta que puede modificarse mediante acciones de control aún por determinar, y f es la respuesta libre, que a su vez puede dividirse en dos términos

$$f = f_u + f_d \quad (3.6)$$

f_u contiene la respuesta libre completa exceptuando el efecto de las perturbaciones. Es decir, contiene el efecto de las acciones de control de tiempos pasados, y además, el modelo de ruido. En este caso, el ruido se considera que sigue un modelo incremental, tal y como ocurre en el DMC. Es decir,

$$e(t+i|t) = e(t|t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (3.7)$$

donde $\hat{y}(t)$ es la estimación de la salida en tiempo t tomando en cuenta el modelo de la planta, en este caso basado en la respuesta truncada al escalón (Camacho y Bordons, 1995) con coeficientes $h_d(t)$:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^N h_d(i)u(t-i) \quad (3.8)$$

El modelo de la planta (3.5) se puede sustituir en la función objetivo (3.4). Se tiene en este caso:

$$\begin{aligned} J &= E[(Gu + f - w)'(Gu + f - w)] + \lambda u'u = \\ &= E[(Gu + f_u + f_d - w)'(Gu + f_u + f_d - w)] + \lambda u'u \end{aligned} \quad (3.9)$$

y aplicando linealidad y teniendo en cuenta que la esperanza de una variable determinada es la misma variable, se llega a

$$\begin{aligned} J &= u'(G'G + \lambda I)u + 2E(f_u' + f_d' - w')Gu + \\ &+ E[(f_u + f_d - w)'(f_u + f_d - w)] \end{aligned} \quad (3.10)$$

En la ecuación (3.10) nos queda el último término en el cual aparecen aún términos cuadráticos en f_u y f_d . Pero estos términos no dependen de la actuación futura, y por lo tanto no intervienen en la optimización. De esta forma se puede obtener el mínimo del problema sin restricciones haciendo

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \quad (3.11)$$

Se tiene

$$2(G'G + \lambda I)u = 2G' [E[w - f_u - f_d]] \quad (3.12)$$

y aplicando la linealidad del operador E , se llega a

$$\begin{aligned} u &= (G'G + \lambda I)^{-1}G' [E(w - f_u - f_d)] = \\ &= (G'G + \lambda I)^{-1}G' [w - f_u - E(f_d)] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Lo cual indica que la mejor señal de control debe incluir la predicción óptima para los valores futuros de las perturbaciones. Los algoritmos clásicos de control predictivo estiman, de forma implícita, los valores futuros de la perturbación con un modelo incremental. La estimación realizada en ese caso sería que la perturbación se mantendrá constante en el futuro.

El valor esperado de la parte de la respuesta libre debido a las perturbaciones medibles puede ser calculado como sigue, obteniendo finalmente la ecuación (3.16). En concreto, la expresión para el término f_d usando un modelo de la respuesta truncada al escalón es

$$f_d(t) = \sum_{k=1}^N h'_d(k) \Delta d(t - k) \quad (3.14)$$

donde $h'_d(t)$ es la respuesta truncada al escalón frente a perturbaciones y discretizada, y $\Delta d(t)$ es el incremento de la perturbación en el instante de tiempo t . Esta expresión puede ser separada en dos términos, el primero de ellos con los valores pasados de la perturbación medible, y que son por ello valores conocidos mediante los sensores, y el segundo conteniendo valores futuros,

$$f_d(t + i) = \sum_{k=1}^{i-1} h'_d(k) \Delta d(t + i - k) + \sum_{k=i}^N h'_d(k) \Delta d(t + i - k) \quad (3.15)$$

El valor esperado de esta expresión es

$$\begin{aligned} E[f_d(t + i)] &= \sum_{k=1}^{i-1} h'_d(k) E[\Delta d(t + i - k)] + \\ &+ \sum_{k=i}^N h'_d(k) \Delta d(t + i - k) \end{aligned} \quad (3.16)$$

El valor esperado $E[\Delta d(t + i)]$ de los valores futuros de la perturbación medible puede ser calculado en la mayoría de los casos con una predicción óptima. Esto puede

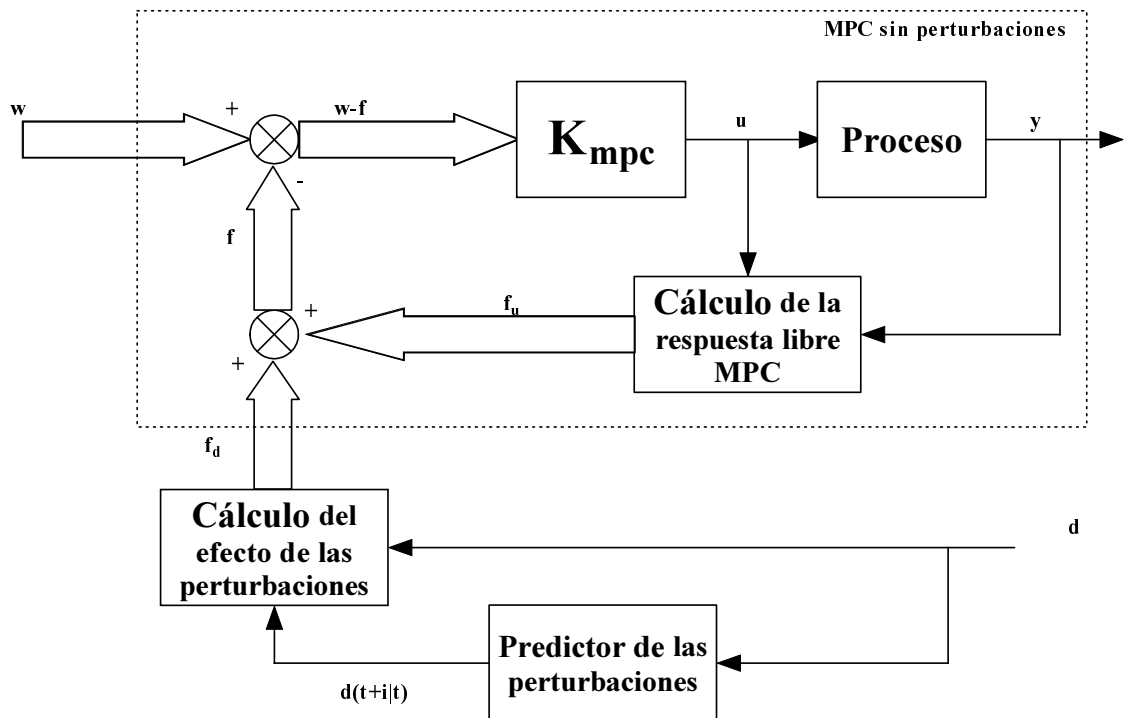


Figura 3.5: Diagrama de bloques del controlador MPC-AR

realizarse si la perturbación es estacionaria o cuasi-estacionaria, es decir, si la misma se puede describir como un ruido blanco que atraviesa un filtro lineal. En este trabajo se considera que este filtro es de tipo autorregresivo. En el caso trivial en el que tomamos el denominador del filtro igual a la unidad, obtenemos la misma predicción realizada en controladores clásicos MPC, que considera los valores futuros de la perturbación constantes e iguales a los valores actuales.

De esta forma el controlador puede describirse mediante el diagrama de bloques mostrado en la figura 3.5. En esta figura, las flechas dobles representan vectores de señales futuras, definidas en los instantes de tiempo desde $t + 1$ hasta $t + p$. Nótese que la parte que se añade sobre un controlador MPC considerando perturbaciones medibles es un bloque que realiza la mejor predicción de las perturbaciones, y que se corresponde con la ecuación 3.16.

3.2.2. Comparación con la formulación del GPC

En esta sección se describe la obtención de la predicción en el GPC (*Control Predictivo Generalizado*), lo cual permite ver las diferencias entre las predicciones realizadas por el MPC-AR y el GPC. Se describe en primer lugar el caso sin perturbaciones, y a continuación se analiza el problema cuando se tienen perturbaciones medibles.

Sin perturbaciones

Este último controlador asume que la planta viene dada en la forma siguiente:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.17)$$

donde $\Delta = 1 - z^{-1}$.

Por sencillez, se hará el estudio con $C(z^{-1}) = 1$. Así, el modelo se puede escribir en la forma

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}\Delta u(t-1) + e(t) \quad (3.18)$$

donde $\tilde{A}(z^{-1}) = (1 - z^{-1})A(z^{-1})$

Para obtener la predicción óptima del GPC, debe resolverse la ecuación Diofántica que sigue:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (3.19)$$

Los polinomios E_j y F_j están definidos de forma única, y se pueden obtener de forma sencilla realizando una división entre los polinomios 1 y $\tilde{A}(z^{-1})$, hasta obtener un cociente de orden $j - 1$, que se corresponde con $E_j(z^{-1})$.

Multiplicando (3.18) por $E_j(z^{-1})z^j$ se tiene

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.20)$$

En esta ecuación hay que sustituir (3.19), obteniendo

$$y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.21)$$

Tras estas manipulaciones, se consigue que los términos de error estén todos en el futuro, ya que el orden de E_j es $j - 1$. La predicción óptima del error futuro es nula cuando el ruido es de tipo blanco, aleatorio y gaussiano.

Así, se tendrá la expresión para el valor predicho óptimo de la variable controlada siguiente

$$\hat{y}(t+j|t) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) \quad (3.22)$$

Cuando $C(z^{-1}) \neq 1$, se puede realizar un análisis parecido, ya que el modelo de la planta se puede escribir en la forma

$$A(z^{-1})\frac{y(t)}{C(z^{-1})} = B(z^{-1})z^{-d}\frac{u(t-1)}{C(z^{-1})} + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.23)$$

Basta entonces realizar el cambio de variables siguiente

$$y_f(t) = \frac{y(t)}{C(z^{-1})}, \quad u_f(t) = \frac{u(t)}{C(z^{-1})} \quad (3.24)$$

para tener el sistema en la forma deseada. La ecuación (3.22) se aplica para calcular los valores predichos futuros de $y_f(t)$, que a su vez determinan la predicción de la variable controlada $y(t)$. Agrupando (3.22) definido en diferentes instantes de tiempo se puede poner la predicción en forma matricial.

Con perturbaciones

Suponemos de nuevo que $C(z^{-1}) = 1$. El modelo con perturbaciones medibles será

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + D(z^{-1})v(t) + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.25)$$

De igual modo que en la sección anterior, se obtienen los polinomios E_j y F_j a partir de la resolución de la ecuación diofántica correspondiente. Multiplicando la ecuación anterior por $\Delta E_j(z^{-1})z^j$ se llega a

$$E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.26)$$

que, sustituyendo la ecuación Diofántica y teniendo en cuenta que E_j es de orden $j-1$, se llega a la ecuación de predicción siguiente

$$\hat{y}(t+j|t) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j) \quad (3.27)$$

En esta ecuación aparece el problema de la predicción de las perturbaciones medibles, puesto que, para poder obtener $\hat{y}(t + j|t)$ se necesitan conocer algunos valores futuros de la perturbación medible $v(t + i)$. Los controladores predictivos suponen en general que $v(t + i) = v(t)$, pero esto no es cierto en el caso general.

Si los términos que aparecen en la ecuación de predicción (3.27) debidos a las perturbaciones futuras no son importantes, el GPC dará una buena predicción. El controlador propuesto MPC-AR trata de caracterizar la perturbación mediante un modelo autorregresivo para conseguir estimar el efecto de estos valores futuros que influyen en la predicción realizada, mejorando los resultados en los casos en los cuales estos términos son importantes.

3.2.3. Estabilidad

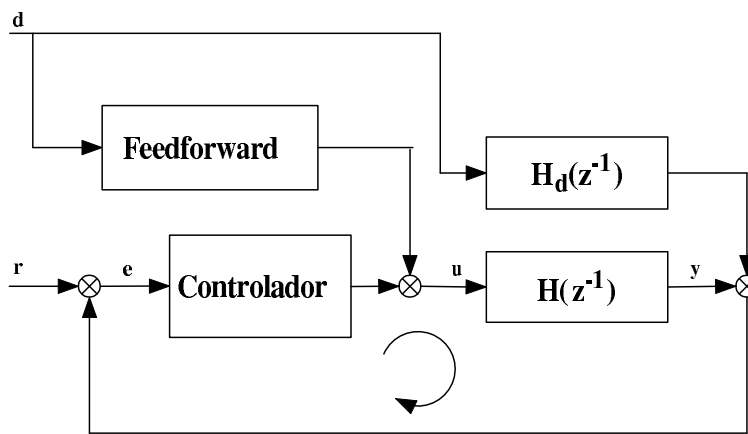


Figura 3.6: Diagrama de bloques con perturbaciones

En esta sección se trata el problema de la estabilidad del algoritmo MPC-AR sin restricciones. El problema se reduce a comprobar la estabilidad del MPC correspondiente sin considerar perturbaciones, como se razona a continuación.

En efecto, planta y controlador son lineales, de forma que se puede aplicar el principio de superposición. Además, el controlador se puede escribir en forma de un bloque con función de transferencia conocida por suponer que no existen restricciones. La perturbación se compensa mediante un término de feedforward, del cual se puede obtener también la función de transferencia (figura 3.6).

Aplicando superposición, para que el sistema completo sea estable, el sistema no-

minal sin perturbaciones debe serlo también. Esto equivale a comprobar los polos del sistema en bucle cerrado, sin tener en cuenta los términos debidos a perturbaciones, o, lo que es lo mismo, a comprobar la estabilidad del controlador MPC sin perturbaciones correspondiente.

Posteriormente, se debe analizar la parte que compensa las perturbaciones. Esta parte del sistema es de tipo feedforward, con lo cual no afecta a la estabilidad, que está determinada por los componentes dentro del lazo de realimentación. No obstante, se debe cumplir que la señal de perturbación medible esté acotada, y para ello es necesario que el modelo autorregresivo de la misma sea estable.

3.3. Resultados

Esta sección muestra los resultados que se han obtenido al aplicar la estrategia de control previamente descrita a una parte de una planta real de extracción de aceite de oliva, descrita en el apéndice A.1. Antes de implementar la misma en la almazara, se realizó una fase de modelado del proceso, y después se probó el controlador en simulación lineal y no lineal.

3.3.1. Modelado y validación

El modelo se ha obtenido aplicando primeros principios a la planta, y es una de las aportaciones originales de la tesis. Sus ecuaciones vienen descritas en el apéndice A.1. El modelo proporciona la temperatura a la salida de la termobatidora de la masa y del agua, en función de las entradas, que son los caudales de masa y agua, temperaturas de masa y agua a la entrada y niveles.

Nótese que, en esta sección se considera una termobatidora de 3 cuerpos, y en el apéndice se muestra una de 2. El modelo de ambas es similar, si se replican las ecuaciones de un tanque de la termobatidora el número necesario de veces.

Una parte de los parámetros del modelo son conocidos de forma aproximada, y el resto deben ser estimados haciendo uso de los datos reales obtenidos de los históricos de la almazara, almacenados en el SCADA. En este caso la estimación de los mismos se ha realizado mediante un criterio de minimización del error.

Una vez estimados los parámetros, se realiza la validación del resultado introduciendo

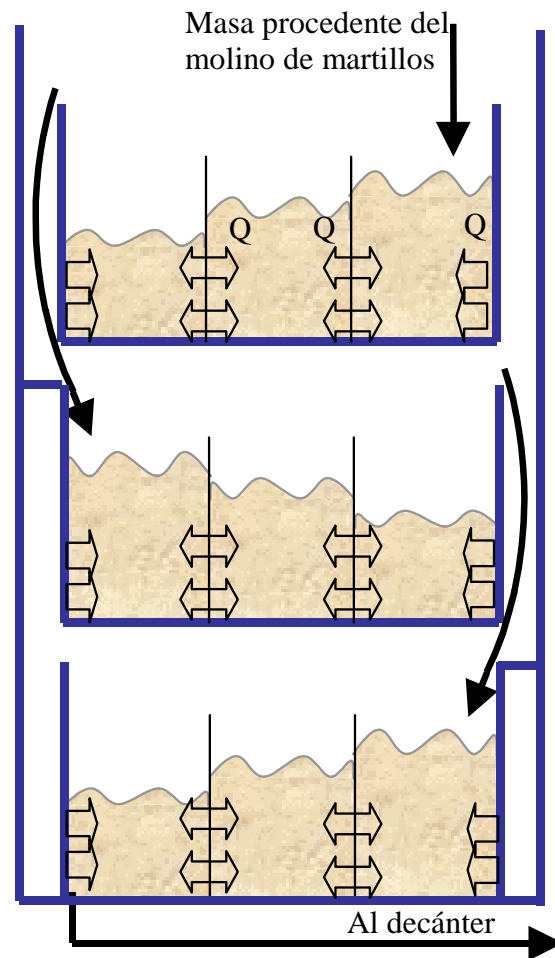


Figura 3.7: Esquema de la termobatidora de tres tanques

do en el modelo identificado datos de entrada tomados en intervalos de tiempo diferentes, comparando así los resultados. En las figuras 3.8 y 3.9 se muestra la temperatura real del cuerpo inferior y la simulada mediante los modelos generados. Se puede comprobar que el ajuste es bueno, teniendo en cuenta que son resultados de validación. No obstante debe advertirse que en algunas simulaciones puede existir un error de componente continua de algunos grados, que no es demasiado importante porque las características de la señal en las frecuencias de interés sí son modeladas correctamente.

También se han probado en la fase de modelado algunos modelos con redes de neuronas, obteniendo un ajuste bueno con los datos de entrenamiento (figura 3.10), que empeoran ligeramente al pasar a los datos de validación (figura 3.11). Así, en este caso se obtienen mejores modelos usando primeros principios que modelos en redes

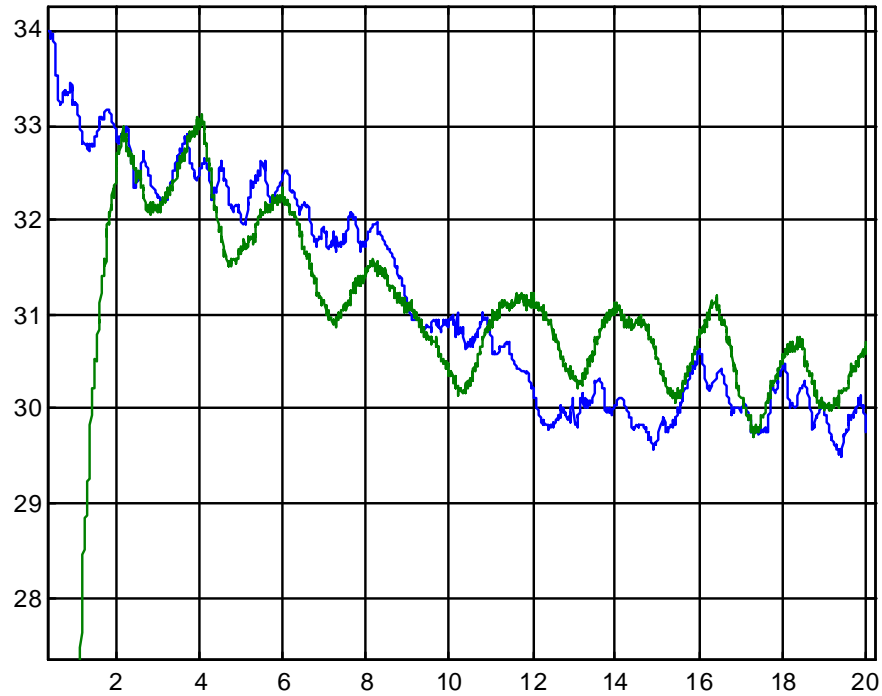


Figura 3.8: Validación del modelo (i)

neuronales.

En vistas a la implementación de controladores MPC, se han identificado los modelos lineales indicados a continuación, en los cuales el tiempo de muestreo es de 1 minuto y 40 segundos. La función de transferencia de la temperatura frente al caudal es

$$G(z^{-1}) = 10^{-5} \frac{0,127z^{-6} + 0,239z^{-7} - 0,270z^{-8} - 0,007z^{-9} - 0,0297z^{-10}}{1 - 2,39z^{-1} + 1,80z^{-2} - 0,41z^{-3}} \quad (3.28)$$

La de la temperatura frente al nivel:

$$G_{p1}(z^{-1}) = \frac{-5,002z^{-5} + 5,019z^{-6}}{1 - 0,988z^{-1}} \quad (3.29)$$

y finalmente, la de la temperatura de la masa frente a la temperatura del agua:

$$G_{p2}(z^{-1}) = \frac{0,0061z^{-5}}{1 - 0,987z^{-1}} \quad (3.30)$$

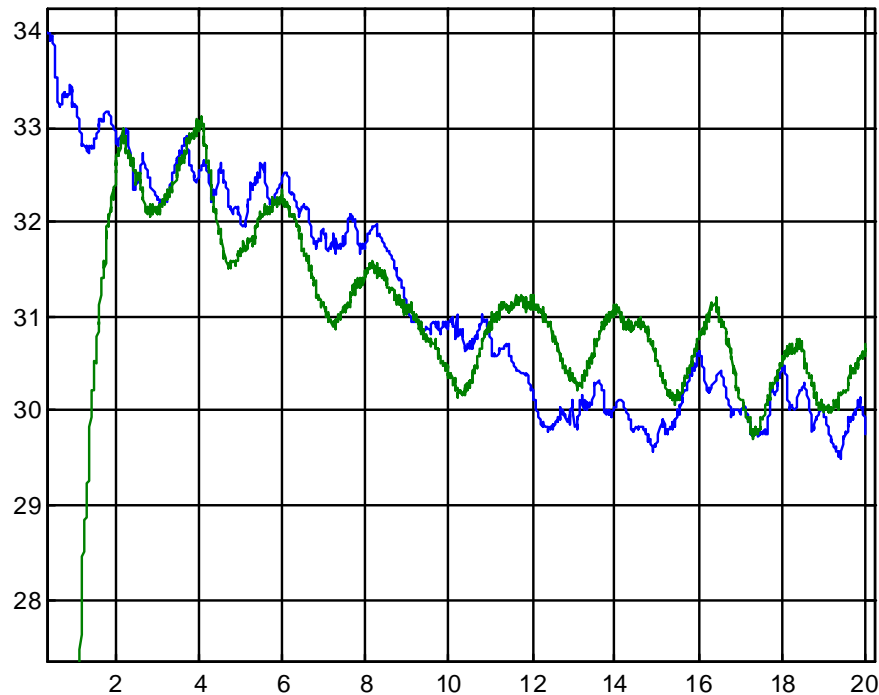


Figura 3.9: Validación del modelo (ii)

3.3.2. Pruebas en simulación

Las primeras simulaciones se han realizado con el modelo nominal de la planta lineal en las que simulador y planta son iguales. Aún así, ni el control predictivo clásico ni el PID con prealimentación de las perturbaciones son capaces de rechazar convenientemente las perturbaciones periódicas provocadas por las variaciones en el nivel.

La figura 3.12 muestra comparativamente el efecto conseguido al añadir una estimación de las perturbaciones sobre la variable controlada. Se comprueba claramente el efecto de añadir la estimación óptima de las mismas en el algoritmo de control. Se puede notar la mejora de la respuesta en el error de la salida controlada cuando se consideran las perturbaciones medibles. La línea de puntos se corresponde con un controlador MPC que no tiene en cuenta la existencia de perturbaciones que se pueden medir. La siguiente estrategia, en línea fina, es el mismo controlador con la inclusión de las perturbaciones en el modelo de predicción. Aunque no existe error de modelado ni saturación de los actuadores, se comprueba que este controlador, si bien llega a atenuar,

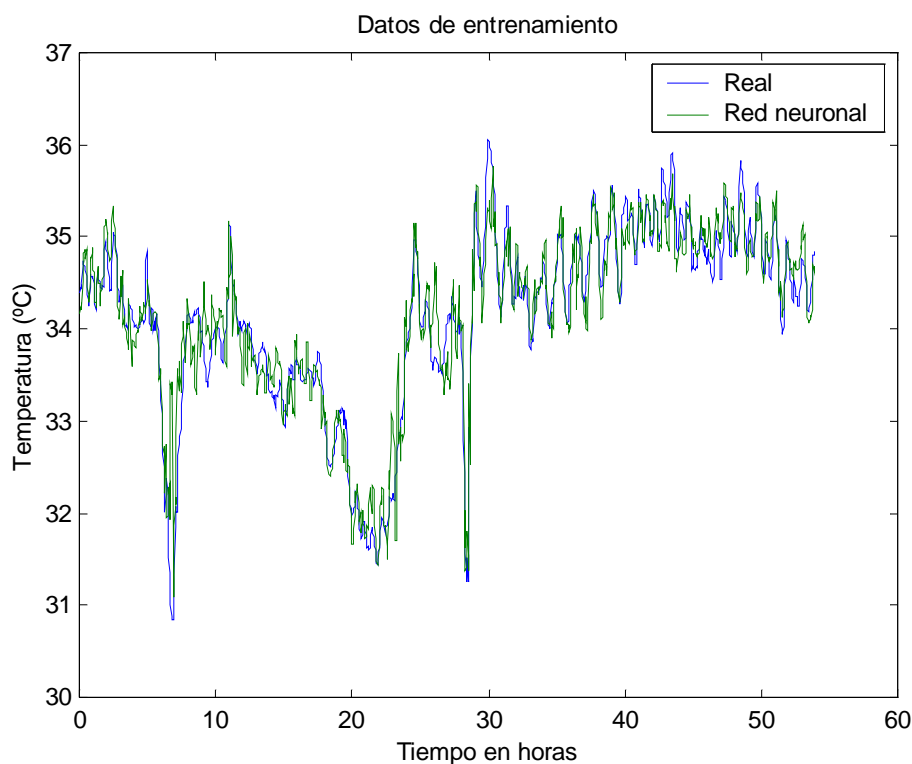


Figura 3.10: Ajuste de la red con datos de entrenamiento

no es capaz de cancelar completamente la perturbación a la salida. Posteriormente, en trazo grueso se muestra la solución propuesta, que considera un modelo estocástico de perturbaciones de segundo orden para obtener la estimación futura de las mismas y así incluirlas en el modelo de predicción. Las simulaciones se realizaron con el modelo lineal de la planta, pero usando valores para las variaciones del nivel leídas de la planta real.

Cuando se han probado los controladores en un modelo no lineal, el comportamiento empeora. Las figuras 3.13- 3.14 muestran el comportamiento de los controladores en diferentes situaciones en simulación no lineal. El simulador empleado ha sido el de la termobatidora de tres cuerpos obtenido mediante la primeros principios, siendo los datos de entrada (niveles, temperaturas ...) leídos de la base de datos de la planta real. El funcionamiento no puede ser igual que en el caso lineal, pues los actuadores saturan en este caso ya que alcanzan sus límites físicos.

Comparando las respuestas, está claro que la estrategia propuesta funciona mejor

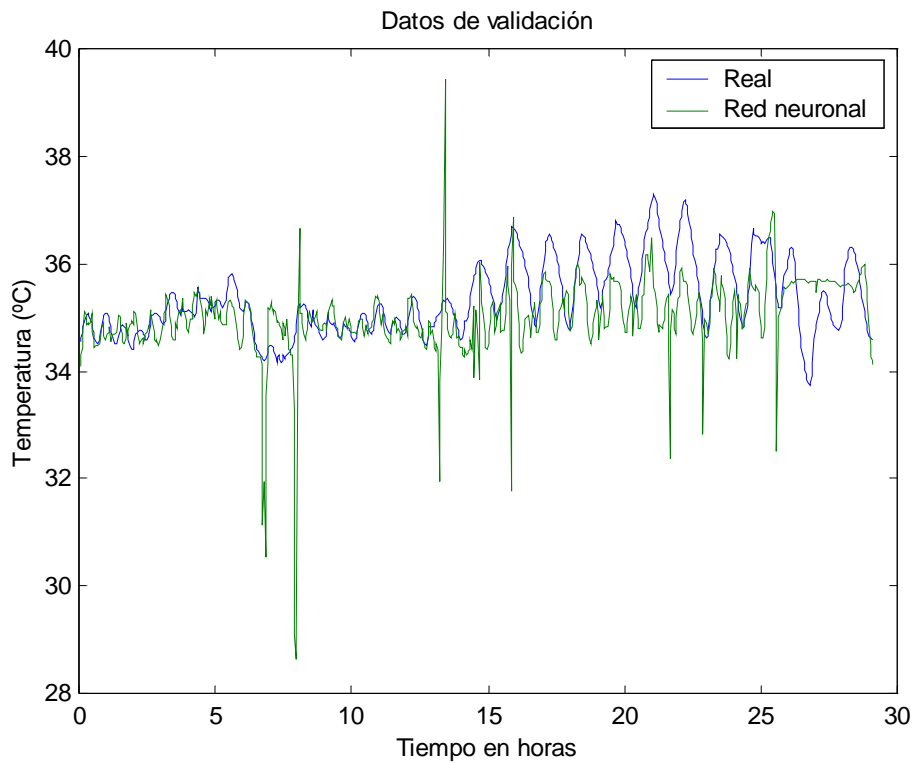


Figura 3.11: Ajuste de la red con datos de validación

que las otras, aunque la diferencia entre los controladores no es tan grande como en el caso lineal. No obstante en la simulación no lineal con niveles más estacionarios mostrada en la figura 3.13 el resultado es mejor. La tabla 3.1 muestra los resultados del ajuste de las trayectorias en simulación no lineal, obtenidas en todos los casos con el controlador MPC con restricciones. Más resultados se pueden ver en la tabla 3.2, que muestran los ajustes obtenidos al realizar las simulaciones mostradas en la figura 3.14 con el modelo completo de la termobatidora de tres cuerpos, y con niveles tomados de la planta real.

Controlador	IEA (°C)
Perturbaciones no medibles	0,64
Perturbaciones medibles	0,52
Perturbaciones medibles + estimación futura	0,35

Tabla 3.1: IEA obtenidos con MPC en simulación no lineal

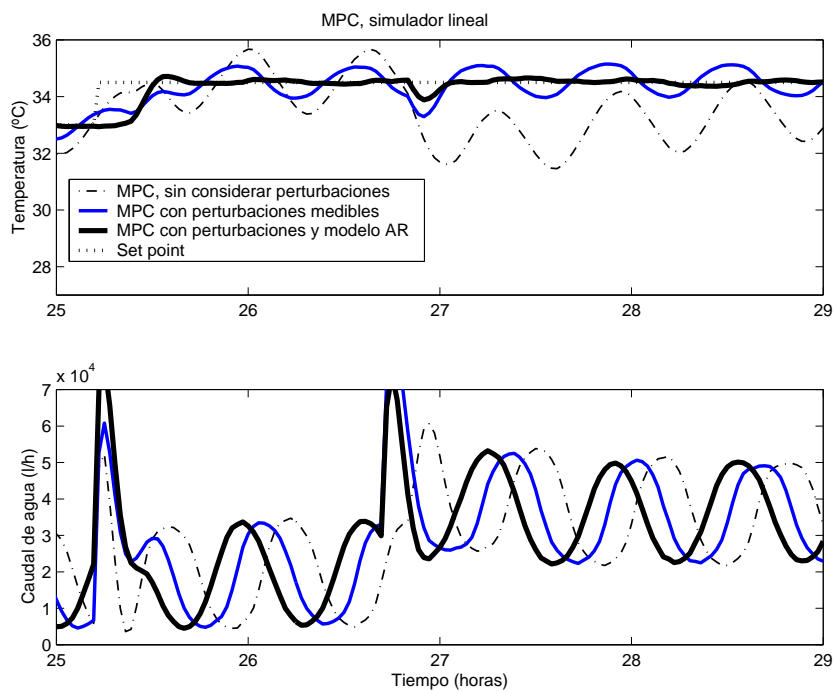


Figura 3.12: Resultados en el simulador lineal, termobatidora

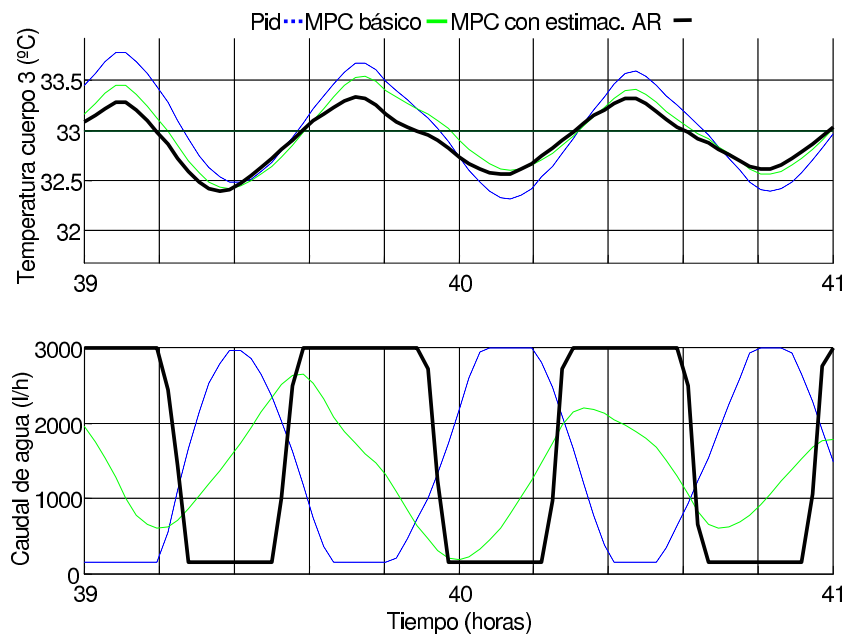


Figura 3.13: Resultados en el simulador no lineal, estado estacionario de los niveles

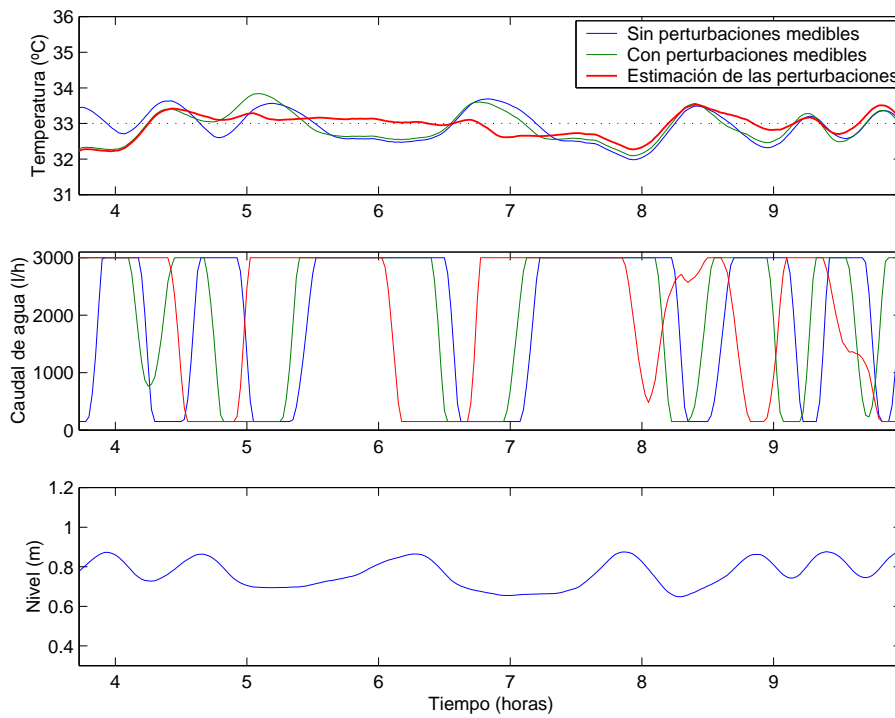


Figura 3.14: Resultados en el simulador no lineal, estado transitorio de los niveles

Es posible la mejora del algoritmo cuando el nivel es no estacionario mediante alguna técnica adaptativa. Puesto que la caracterización de las perturbaciones puede ir variando con el tiempo, el algoritmo adaptativo tendría que ir modificando el modelo de las mismas. Esto funcionaría bien en caso de que el caudal medio de masa fuera variable, ya que este caudal afecta de forma inversamente proporcional al período de la oscilación que presenta el nivel. También se podría seleccionar el modelo mediante una tabla indexada en función del caudal de masa del tipo *gain scheduling*.

Controlador	Error cuadr. medio ($^{\circ}C$)	Error absol. medio ($^{\circ}C$)
Pert. no medibles	0,386	0,197
Pert. medibles	0,386	0,195
Pert. medibles + estim. futura	0,265	0,111

Tabla 3.2: Ajustes obtenidos con MPC en la simulación mostrada en la figura 3.14

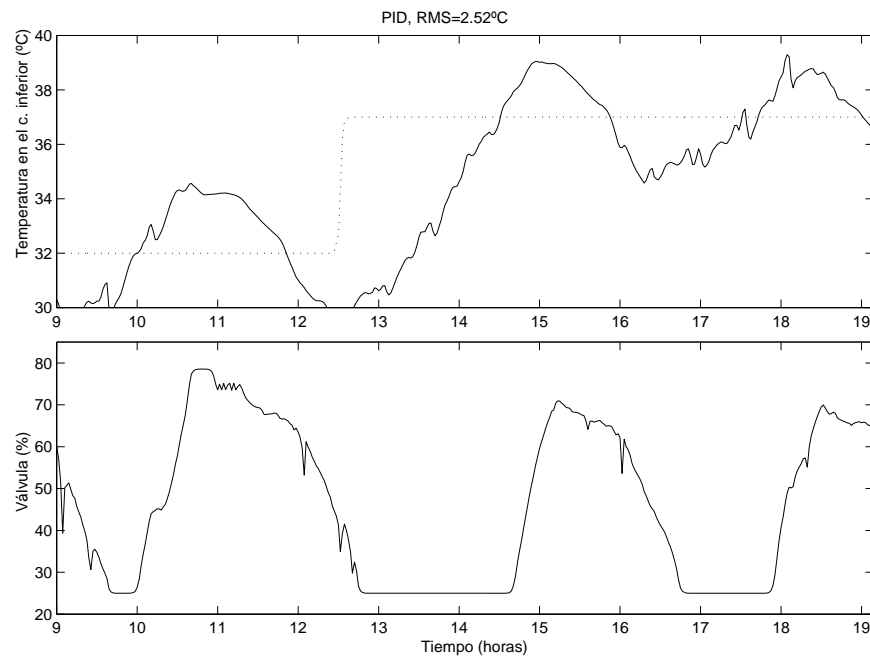


Figura 3.15: Cambios en el set point, control con PID en la almazara

3.3.3. Resultados experimentales en la planta real

Se han realizado varias pruebas y ensayos en la almazara. Los experimentos se han llevado a cabo en situaciones muy diferentes, ya que en el entorno industrial, en el cual la materia prima y condiciones del entorno están cambiando continuamente, es muy difícil obtener las mismas condiciones operacionales en días diferentes. En una cooperativa de tamaño grande, la aceituna procede de multitud de zonas diferentes, lo cual explica la gran variabilidad en las características de la misma.

Se han probado diferentes sintonizaciones del controlador, usando varios factores de ponderación del esfuerzo de control en la función objetivo y diferentes modelos de perturbaciones. El controlador se ejecuta en un controlador lógico programable (PLC), donde la ley de control puede ser conmutada entre un PID existente correctamente sintonizado para realizar comparaciones. El PID fue sintonizado manualmente por personal cualificado.

La tabla 3.3 recoge la raíz de los errores cuadráticos medios de la temperatura, comparando un PID con término de prealimentación para compensar las perturbaciones

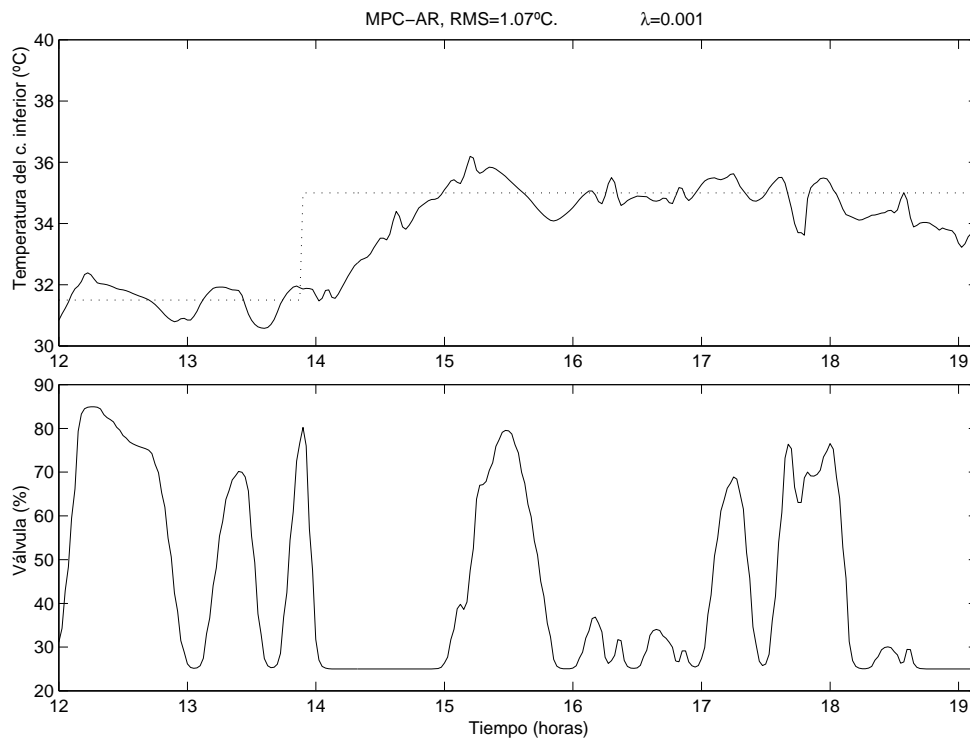


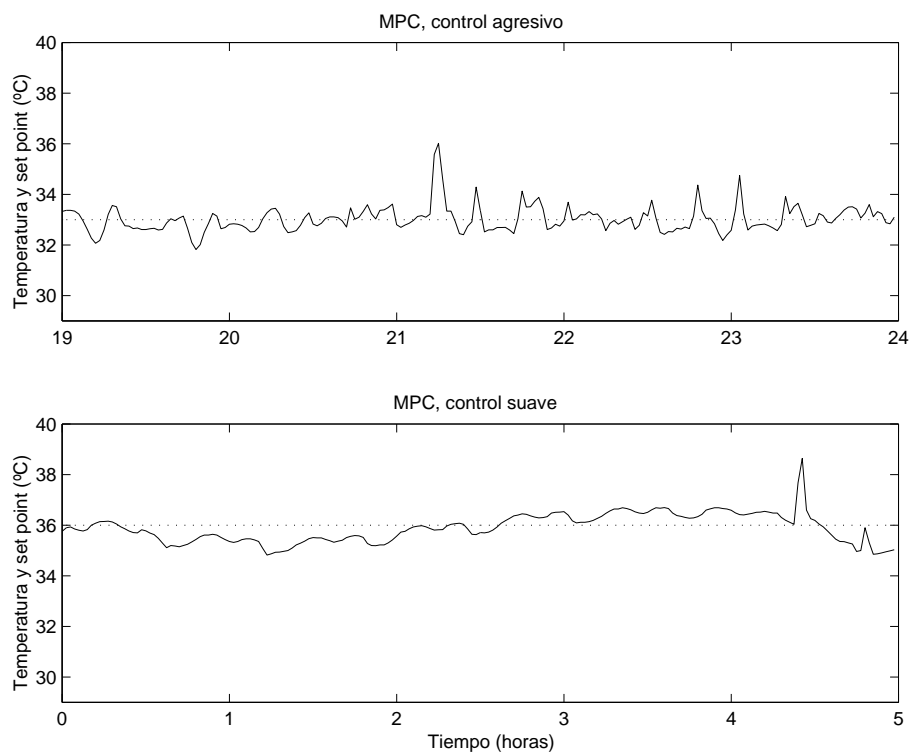
Figura 3.16: Cambios en el set point, control con MPC-AR en la almazara

introducidas por el nivel con el controlador MPC propuesto. Los resultados con cambios en el set point de la temperatura también se muestran. El control con MPC podría ser mejorado usando modelos no lineales, pero la disminución en el error sólo se notaría cuando la planta funcionara fuera del régimen normal o punto de operación, como por ejemplo en la fase de arranque, en la cual los niveles están muy lejos de sus valores nominales. Además, un controlador-optimizador no lineal no podría ser implementado fácilmente en el controlador lógico programable (PLC) existente.

Error (° C)	PID	MPC-AR
Regulación	2.1	0.5
Seguimiento	2.9	0.9

Tabla 3.3: Ajustes experimentales obtenidos con PID y MPC-AR

Las figuras 3.15 y 3.16 muestran la temperatura controlada en el cuerpo inferior cuando el set point cambia en experimentos reales llevados a cabo en una almazara. El controlador MPC-AR es capaz de hacer alcanzar el set point más rápido que el PID, que se mantiene continuamente oscilando en torno al set point. La señal de control del PID

Figura 3.17: MPC con valores diferentes de λ

es más lenta, y no puede hacerse más rápida sin tornar al controlador inestable. Nótese que las oscilaciones de la temperatura tienen una amplitud de más de un grado.

La figura 3.17 muestra dos pruebas diferentes del controlador MPC en la planta real, realizadas durante un período estacional intermedio dentro de la época de trabajo, que puede ir de los meses de Diciembre a Abril. El período intermedio es el más estable en su funcionamiento, pues la planta se para en rara ocasión.

La primera prueba mostrada en dicha figura corresponde a un MPC con un valor pequeño del factor de ponderación del esfuerzo de control λ y sin considerar perturbaciones. La segunda muestra el mismo controlador con un valor mayor de este parámetro, resultando en un control más suave. En resumen, mediante λ se puede definir la rapidez de la señal de control. Con valores pequeños, el sistema en bucle cerrado se comporta más rápido, pero pierde robustez frente a ruidos e incertidumbres. En esta aplicación se obtienen resultados en cuanto al error medio similares, porque el hecho de permitir variaciones rápidas del control también induce más ruido en la planta, con lo cual no se obtiene mejora. Aunque en el primer caso el ajuste es mejor, poco se gana haciendo

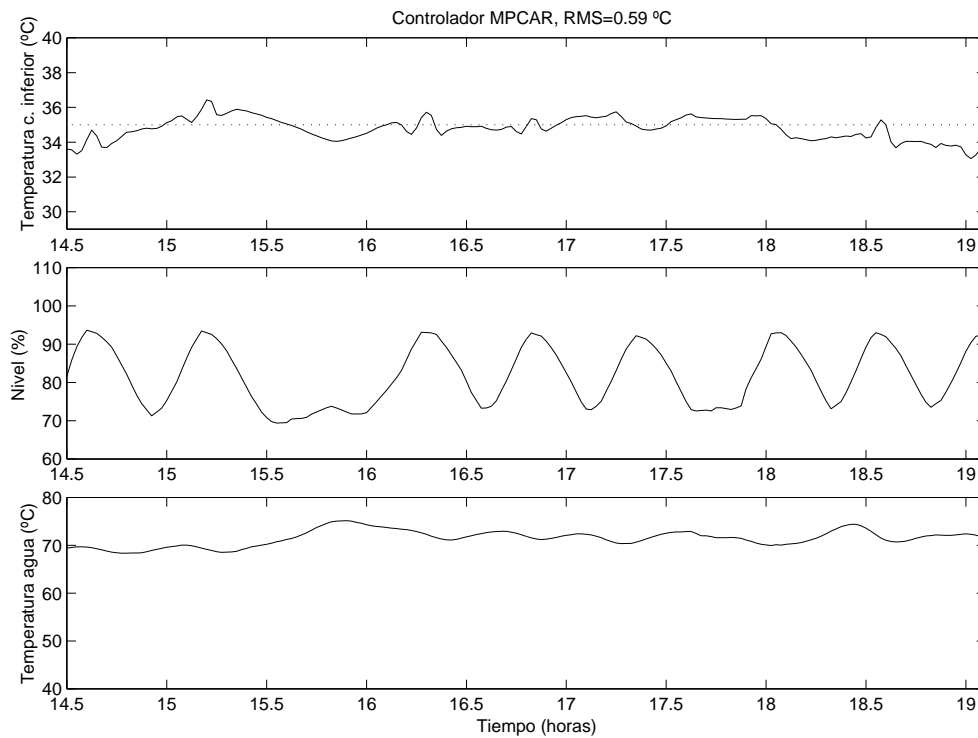


Figura 3.18: MPC-AR al final de la época de trabajo

el control excesivamente rápido, y siempre es preferible tener un control más robusto.

En caso de usar un control basado en GPC, existiría un parámetro adicional para sintonizar la robustez del controlador. Ello se conseguiría con el polinomio T que mejora la robustez de este controlador (Camacho y Bordons, 1995). Finalmente, es posible también el uso de un predictor de Smith para la realización de las predicciones, con lo cual se tiene el controlador conocido como SPGPC (Normey-Rico y Camacho, 1996; Normey-Rico *et al.*, 1998). Este predictor tiene un filtro que se puede sintonizar, teniendo ello efecto en las propiedades de robustez del sistema en bucle cerrado. En estos dos casos, es preferible fijar el valor de λ desde el principio, y ajustar el polinomio T o el filtro del predictor de Smith para conseguir las especificaciones deseadas (Nuñez-Reyes *et al.*, 2005).

El error obtenido por el controlador disminuye claramente con el uso del modelo de estimación de las perturbaciones (ver figura 3.18), con evoluciones similares de las perturbaciones, niveles y temperatura del agua, mostrando que el algoritmo propuesto es una buena solución al problema.

Capítulo 4

El controlador INMPC para procesos por lotes

En este capítulo se describe y se formula con detalle el funcionamiento del controlador INMPC, que es una combinación del control predictivo no lineal al que se le añade capacidad de aprendizaje. Este controlador es una de las aportaciones de la tesis, y se ha probado en simulación y aplicaciones reales de laboratorio.

El controlador se basa en un modelo no lineal de la planta, aunque también admite modelos lineales variantes en tiempo, para los cuales la estabilidad está garantizada sin necesidad de incluir restricciones de región terminal o un coste terminal en la función objetivo. Esto es posible por el uso que hace el controlador de la información de lotes anteriores, que permite un aprendizaje iterativo de la trayectoria óptima de un proceso por lotes.

Debe comentarse la importancia que tienen en los procesos por lotes los modelos variantes en el tiempo. En efecto, éstos pueden describirse mediante este tipo de modelos. Se ha de tener en cuenta la existencia de diferentes fases de un proceso por lotes, lo cual se podría modelar con un modelo que cambia en el tiempo. En este trabajo se va a obviar este tema, y se supone que se parte de un modelo bien aproximado de la planta, sea del tipo no lineal, o bien lineal variante en el tiempo.

4.1. Fundamentos

Los controladores iterativos (Moore, 1998a) se han usado originalmente en robótica (Arimoto *et al.*, 1984) por su simplicidad y efectividad, tal y como se indicó en la introducción a este tema. Posteriormente se ha extendido su uso a aplicaciones industriales en la industria de procesos químicos (Mezghani *et al.*, 2002).

Los controladores MPC vienen siendo usados ampliamente en la industria de procesos (Camacho y Bordons, 2004). Sin embargo, los controladores basados en modelo lineal no son adecuados cuando la dinámica de la planta es compleja. Es de notar que el hecho de usar un controlador iterativo permite contar con una información más rica procedente de los sensores de la planta, procedente de anteriores ejecuciones del proceso. Pero en los casos no lineales más difíciles, esta ventaja adicional que tienen los controladores iterativos no basta para obtener un buen resultado. Por ejemplo, veáanse los controladores descritos en Lee y Lee (1997) o Lee *et al.* (1999), que funcionan bien en plantas lineales, pero presentan algunos problemas con dinámicas no lineales, como puede ser la planta de pH.

Las perturbaciones repetitivas tienen gran importancia en el éxito de la aplicación de los controladores iterativos. Éstas aparecen en las ecuaciones dinámicas de la planta en forma aditiva, es decir, como un término independiente que se suma a las mismas, y además son función exclusiva del tiempo (y no del índice de lote). Si estos términos repercuten notablemente en la dinámica del sistema, los controladores iterativos seguramente proporcionarán una mejora frente a los demás, pues son capaces de compensar estas perturbaciones en la misma formulación del controlador. Nótese además que las perturbaciones no lineales repetitivas se pueden considerar aditivas para un entorno pequeño de las trayectorias.

En este documento se propone el empleo del INMPC como un controlador que reúne ventajas procedentes del control por aprendizaje iterativo y del NMPC, con capacidad para rechazar perturbaciones de tipo repetitivo. El controlador presentado puede controlar procesos no lineales. El algoritmo está basado en una formulación local, de forma que se garantiza que va a converger a un mínimo del problema. Para que este mínimo sea el mínimo global se deben cumplir condiciones adicionales. Tal como se demuestra en el capítulo 5, el algoritmo de control converge al mínimo global buscado cuando la planta está descrita mediante un modelo no lineal, afín en el control y con función de salida lineal. El controlador funcionó de forma efectiva en un planta de neutralización de pH (sección 6.1.1), un reactor químico funcionando en modo semilote (sección 6.1.2) o por lotes (sección 6.2.1). Se pueden encontrar más detalles acerca de las condiciones en las que el controlador es estable en el capítulo 5.

El controlador descrito, así como todos los iterativos, permiten obtener un seguimiento perfecto de las trayectorias en ausencia de ruido y perturbaciones no repetitivas, y siempre y cuando las restricciones del problema lo hagan viable. En el caso de que las perturbaciones sean medibles y no repetitivas, existen otras opciones posiblemente mejores, por ejemplo Rahman y Palanki (1996).

Volviendo al tema de las perturbaciones repetitivas, en las siguientes líneas se trata de explicar mediante ecuaciones la razón por la cual éstas se cancelan al usar un controlador iterativo. Este hecho está relacionado con el seguimiento perfecto de las trayectorias de referencia en el caso ideal, aún cuando existan perturbaciones no nulas en el sistema.

El artificio, común a casi todos los controladores por lotes, consiste en definir variables incrementales respecto al número de lote, las cuales son usadas en los modelos del proceso si éstos existen, o bien directamente en la ley de control, para el caso de controladores que no hacen uso de modelo, como el caso del ILC básico.

La finalidad del uso de variables incrementales está en, como se ha dicho, eliminar el error en régimen permanente en cada instante de tiempo, con lo cual el error tiende a anularse con el transcurso de los lotes. La idea es análoga al uso del integrador en un controlador en un proceso continuo. La adición del mismo, asumiendo que el sistema sea estable, elimina el error en régimen permanente.

Suponemos que el modelo de la planta es, en forma matricial, el siguiente

$$y^k = Gu^k + b^k \quad (4.1)$$

donde G es una matriz que da la dinámica del sistema, b^k es un vector que incluye la componente continua más las perturbaciones repetitivas, k es el índice de lote, u^k e y^k son los vectores de entradas y salidas definidos en todos los instante de tiempo del lote.

Cabe decir que un modelo del tipo descrito por la ecuación (4.1) puede representar todo tipo de sistemas lineales, incluidos los variantes en tiempo. En ese caso, las columnas de la matriz dinámica del sistema serían diferentes entre sí. Por lo tanto, podemos suponer que ésta es la ecuación que modela el sistema en un caso bastante general.

Haciendo la diferencia entre las salidas de dos lotes consecutivos, se tiene

$$\Delta y^k = G\Delta u^k + (b^k - b^{k-1}) \quad (4.2)$$

y el término de perturbaciones se cancela cuando las mismas son iguales durante los lotes k y $k - 1$:

$$\Delta y^k = G\Delta u^k \quad (4.3)$$

donde el término b^k , que incluye la perturbación repetitiva, se cancela.

Esta cualidad tan sencilla de procesos iterativos hace su control más ventajoso desde el punto de vista del control iterativo. Además para plantas no lineales también se cumple lo anterior, siempre que el ruido repetitivo b^k aparezca en forma aditiva. En ese caso la salida sería una función no lineal de la planta más un término repetitivo que se anularía al realizar la diferencia, aunque la ecuación del sistema dejaría de estar en función del incremento de la señal de entrada:

$$y^k = f(u^k) + b^k \quad (4.4)$$

$$\Delta y^k = f(u^k) - f(u^{k-1}) \quad (4.5)$$

En este trabajo consideramos modelos linealizados respecto a la trayectoria última seguida por el sistema $(u^{k-1}(t), y^{k-1}(t))$, de forma que nos encontramos ante un modelo del tipo descrito en la ecuación (4.3). Cabe decir que no todos los controladores requieren un modelo explícito de la planta, aunque todos tienen en cuenta la idea del uso de variables incrementales de lote. Por ejemplo el ILC, en su versión más completa, requiere conocer la ganancia y el retardo del sistema, los cuales se pueden sintonizar directamente o haciendo uso de un modelo de la planta.

Los controladores iterativos se pueden aplicar normalmente a plantas que operen en un modo cíclico de funcionamiento, como son los procesos por lotes, o aquellos en los cuales la referencia o la perturbación sean periódicas. Nótese que existen diferencias entre ambos controladores, en el sentido de que en un tipo de sistemas, al comienzo de cada ciclo se vuelven a establecer las condiciones iniciales, mientras que en el otro tipo (referencia o perturbaciones periódicas) el sistema sigue su evolución natural al iniciar un nuevo lote. En la literatura se denota al primer tipo control iterativo, mientras que el segundo tipo se ha denominado control repetitivo.

A continuación (sección 4.1.1) se indica el modo de implementar el algoritmo de Amann y Owens (1995) diseñado para el caso de tener un modelo lineal de la planta, así como la prueba correspondiente de convergencia. El estudio del caso lineal puede ser útil para después analizar el caso no lineal. En este sentido, se ha incluido también el BMPC lineal, en la sección 4.1.2 (Lee *et al.*, 2000), del cual se resume la prueba de convergencia. Básicamente el BMPC es un controlador predictivo iterativo que realiza la predicción de los incrementos de las variables con la ayuda de un filtro de Kalman. Es probable que este mismo algoritmo se pueda extender al caso no lineal si se realiza la predicción con un filtro extendido de Kalman.

Posteriormente, el controlador INMPC se describe de forma completa en la sección 4.2 y siguientes. Este controlador combina las capacidades de aprendizaje de los contro-

ladores iterativos con las trayectorias optimizadas obtenidas en los controladores NMPC. A diferencia del BMPC, este controlador emplea la técnica de horizonte deslizante para obtener la señal de control. La demostración de estabilidad del INMPC se puede encontrar en el capítulo 5.

4.1.1. Q-ILC

Este algoritmo, cuyas siglas vienen del término *Quadratic ILC*, (Amann y Owens, 1995; Amann *et al.*, 1996) obtiene una solución óptima al problema de control óptimo iterativo basado en modelo. El modelo se utiliza para calcular una predicción a lo largo del lote completo, y así poder optimizar una función objetivo compuesta de un término que penaliza la norma del error y otro que tiene en cuenta el esfuerzo de control. Se puede aplicar a plantas multivariadas generalizando las ecuaciones mostradas a continuación.

La función objetivo se define de la forma siguiente

$$J = e^{k+1} Q e^{k+1} + \Delta u^{k+1} R \Delta u^{k+1} \quad (4.6)$$

donde k es el índice de lote, $\Delta u^k = u^k - u^{k-1}$, u^k y e^k son vectores que contienen las variables manipulada y el error de seguimiento de la trayectoria de referencia en cada instante de tiempo durante el lote completo:

$$u^k = [u^k(0) \quad u^k(1) \quad \dots \quad u^k(N-1)] \quad (4.7)$$

$$e^k = [e^k(1) \quad e^k(2) \quad \dots \quad e^k(N)] \quad (4.8)$$

Q y R son matrices diagonales, definidas positivas que contienen los pesos respectivos de los errores de seguimiento y del esfuerzo de control. Los elementos de la diagonal, respectivamente $Q(t)$ y $R(t)$, pueden ser diferentes, de forma que se puede dar diferente ponderación al error de cada variable en cada instante de tiempo.

La predicción es lineal, y tendrá la forma

$$y^{k+1} = G u^{k+1} + b \quad (4.9)$$

donde G es igual, en el caso de tener un sistema lineal invariante en tiempo descrito en espacio de estado por las matrices (A, B, C) , a la siguiente expresión:

$$G = \begin{pmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Suponiendo que no hay restricciones en el problema, el óptimo de (4.6) se obtiene de forma inmediata, haciendo $\partial J/\partial u^{k+1} = 0$. Se tiene:

$$-G'Qe^{k+1} + R(u^{k+1} - u^k) = 0 \quad (4.11)$$

y

$$u^{k+1} = u^k + R^{-1}G'Qe^{k+1} \quad (4.12)$$

Esta sería la expresión del controlador. El problema es que la expresión (4.12) es acausal, pues intervienen en el cálculo de la señal de control en tiempo t valores posteriores a ese instante de tiempo. Es necesario convertir esta expresión en un procedimiento computacional. Para ello existen dos posibles alternativas, explicadas a continuación.

Control en bucle abierto

La primera alternativa consiste en precalcular la señal de control al comienzo del lote, la cual se aplica a la planta sin modificación durante el transcurso del mismo. Las correcciones no se harán hasta el comienzo del lote siguiente. Puesto que no hay realimentación se puede decir que en cierta manera es control en bucle abierto, pero lógicamente, la realimentación existe y se produce el inicio de cada lote.

Haciendo uso del modelo de la planta (4.9), el error será igual a

$$e^{k+1} = r - Gu^{k+1} - b + Gu^k - Gu^k = e^k - G(u^{k+1} - u^k) \quad (4.13)$$

Sustituyendo esta expresión del error en (4.12) se llega a

$$\begin{aligned} u^{k+1} - u^k &= R^{-1}G'Q[e^k - G(u^{k+1} - u^k)] = \\ &R^{-1}G'Qe^k - R^{-1}G'QG(u^{k+1} - u^k) \end{aligned} \quad (4.14)$$

y

$$(I + R^{-1}G'QG)(u^{k+1} - u^k) = R^{-1}G'Qe^k \quad (4.15)$$

con lo cual

$$u^{k+1} = u^k + (G'QG + R)^{-1}G'Qe^k \quad (4.16)$$

Control en bucle cerrado

Si admitimos que el error del lote actual pueda realimentarse para obtener la señal de control, la solución es diferente. La incorporación de la medida de los sensores en tiempo

real debe servir para mejorar la respuesta del controlador frente a perturbaciones no repetitivas. En contraposición, la complejidad del algoritmo es mayor, y ya no se pueden realizar los cálculos matriciales durante los instantes anteriores al inicio del lote, sino que se deben realizar en línea.

Mirando la ecuación (4.12) se puede comprobar, ya que aparece en la misma la matriz G , que se corresponde con la ecuación del sistema adjunto siguiente

$$\psi^{k+1}(t) = A'\psi^{k+1}(t+1) + C'Q(t+1)e^{k+1}(t+1) \quad (4.17)$$

con la condición terminal $\psi^{k+1}(N) = 0$, y

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + R^{-1}(t)B'\psi^{k+1}(t) \quad (4.18)$$

la cual es una representación anticausal de la solución.

El estado del sistema adjunto se supone por hipótesis que se puede escribir en la forma

$$\psi^{k+1}(t) = \left\{ -K(t) [I + BR^{-1}(t)B'K(t)]^{-1} A [x^{k+1}(t) - x^k(t)] \right\} + \xi^{k+1}(t) \quad (4.19)$$

Insertando esta ecuación en (4.17) se puede demostrar que (4.19) es realmente la solución para el sistema adjunto cuando $K(t)$ y $\xi^{k+1}(t)$ satisfacen ciertas hipótesis.

En concreto $K(t)$ debe satisfacer la ecuación de Riccati siguiente en el intervalo $t \in [0, N-1]$:

$$K(t) = A'K(t+1)A + C'Q(t+1)C - \left\{ A'K(t+1)B [B'K(t+1)B + R(t+1)]^{-1} B'K(t+1)A \right\} \quad (4.20)$$

con la condición inicial $K(N) = 0$. Mientras que el término de prealimentación $\xi^{k+1}(t)$ es igual a

$$\xi^{k+1}(t) = [I + K(t)BR^{-1}(t)B']^{-1} [A'\xi^{k+1}(t+1) + C'Q(t+1)e^k(t+1)] \quad (4.21)$$

con una condición inicial similar $\xi^{k+1}(N) = 0$

Una vez se tienen los valores de $K(t)$ y $\xi^{k+1}(t)$, solo resta obtener la señal de control con la siguiente fórmula, la cual tiene en cuenta los términos del estado medido en el lote en curso:

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) - \left\{ [B'K(t)B + R(t)]^{-1} B'K(t)A [x^{k+1}(t) - x^k(t)] \right\} + R^{-1}(t)B'\xi^{k+1}(t) \quad (4.22)$$

Como se puede comprobar, es necesario conocer el estado del sistema para poder calcular la señal de control.

Estabilidad

En estas líneas se trata de mostrar la prueba de que el aprendizaje realizado por el controlador QILC es convergente (Amann *et al.*, 1996). En esta sección se sigue la prueba de convergencia indicada en el mismo artículo. Para ello hay que partir de la ley de control en forma vectorial y acausal (4.12). Nótese que la formulación específica usada en la implementación será equivalente a la forma acausal, con lo cual se puede estudiar la estabilidad del algoritmo a partir de la misma.

Usando que $e = r - Gu$, la ecuación (4.12) se puede poner en la forma:

$$e^{k+1} = (I + G'G)^{-1} e^k \quad (4.23)$$

teniendo además la relación recursiva para la evolución de la entrada

$$u^{k+1} = (I + G'G)^{-1} (u^k + G'r) \quad (4.24)$$

Las condiciones para que el sistema converja son que el vector de referencia esté en el espacio alcanzable. En el caso monovariable, esto se traduce en que el grado relativo d de la planta debe ser 1, o, lo que es lo mismo, que, la matriz G sea invertible (ecuación 4.10). En caso de que $d > 1$ (grado relativo mayor que uno), se deben eliminar de la función objetivo los primeros $d - 1$ elementos del vector y , y los últimos $d - 1$ del vector u . De esta forma se consigue *regularizar* la matriz G .

En el caso multivariable, la condición generalizada es que el núcleo de la matriz G' sea nulo. Esto asegura que existe, al menos, un vector de entradas que genera la trayectoria deseada. Si el sistema es variante en tiempo, el grado relativo del mismo durante todos los instantes de tiempo debe ser constante.

En estas condiciones, se puede encontrar una señal de entrada u^* que genere la trayectoria deseada r . El algoritmo iterativo es capaz de encontrar esta señal, obteniendo una convergencia de la norma del error.

Así, la iteración (4.12) tiene algunas propiedades interesantes, entre las que cabe citar la monotonía. Ello implica que el siguiente límite existe

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e^k\|^2 = J_\infty \geq 0 \quad (4.25)$$

y, por lo tanto, que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|u^{k+1} - u^k\|^2 = 0 \quad (4.26)$$

Puesto que se cumplen las condiciones de regularidad, se tendrá que el núcleo de G' es nulo, con lo cual no existe ningún vector no trivial que haga $G'x = 0$. De esta forma teniendo en cuenta que las matrices de ponderación Q y R son no singulares y que

$$0 = \lim_{k \rightarrow \infty} (u^{k+1} - u^k) = \lim_{k \rightarrow \infty} (R^{-1}G'Qe^{k+1}) \quad (4.27)$$

se concluye que $\lim_{k \rightarrow \infty} e^{k+1} = 0$. Una prueba análoga se tiene cuando se verifica la condición de alcanzabilidad de la trayectoria de referencia, aunque el núcleo de G' no se anule.

En el artículo original se muestra además una estimación de la velocidad de convergencia. Se cumple que la convergencia en norma es exponencial, con

$$\|u^{k+1} - u_\infty\| \leq \frac{1}{1 + \sigma^2} \|u^k - u_\infty\| \quad (4.28)$$

donde

$$\frac{1}{\sigma^2} = \|(G'G)^{-1}\| \quad (4.29)$$

4.1.2. BMPC

El BMPC se desarrolló en varios artículos, entre los cuales cabe citar (Lee *et al.*, 2000). Este algoritmo es muy parecido al de Amann, descrito en la sección anterior. Las novedades principales respecto al anterior son la inclusión de un predictor basado en filtro de Kalman y la prueba de estabilidad con restricciones.

Sin restricciones

Según se indica en el artículo referido, la ley de control acausal (4.12) se puede escribir, haciendo uso del modelo de la planta, en la forma siguiente:

$$u^{k+1} = u^k + He^k \quad (4.30)$$

siendo $H = (G'QG + R)^{-1}G'Q$.

Esta ley de control se corresponde con el algoritmo BMPC en forma directa, que es *exactamente* el mismo algoritmo de Amann con formulación en bucle abierto (ver sección 4.1.1). La diferencia entre ambos controladores se encuentra, por lo tanto, cuando se realimenta en tiempo real la información leída en el lote en curso y al usar

una implementación causal. En este sentido, se puede decir que el algoritmo de Amann emplea una formulación óptima, mientras que el BMPC usa un observador basado en filtro de Kalman.

De esta forma, el BMPC basado en observadores se obtiene de la forma que sigue:

$$u^{k+1} = u^k + H\hat{e}^{k|k} \quad (4.31)$$

donde la estimación del vector de errores en el lote anterior $\hat{e}^{k|k}$ se realiza mediante un observador del error de seguimiento basado en filtro de Kalman, cuyo objetivo es atenuar el ruido presente en esta señal.

La ecuación de actualización del error en el caso nominal en ausencia de ruido es

$$e^{k+1} = e^k - G\delta u^{k+1} \quad (4.32)$$

siendo $\delta u^{k+1} = u^{k+1} - u^k$.

Esta última ecuación se emplea por el observador como la estimación a priori, que es corregida a posteriori mediante un término que depende de la diferencia entre el error de seguimiento medido por los sensores y el error de seguimiento estimado a priori. De esta forma se construye el observador basado en filtro de Kalman en los dos pasos siguientes:

$$\hat{e}^{k|k-1} = \hat{e}^{k-1|k-1} - G\delta u^k \quad (4.33)$$

$$\hat{e}^{k|k} = \hat{e}^{k|k-1} + K(e^k - \hat{e}^{k|k-1}) \quad (4.34)$$

Nótese que la ecuación del observador está en forma matricial, ya que los términos u^k y e^k son vectores conteniendo valores referidos a todos los instantes de la trayectoria.

La matriz K se obtiene mediante la fórmula óptima que da el filtro de Kalman. Para ello es necesario conocer las matrices de correlaciones de los ruidos existentes en la planta. A veces, cuando esta información no se conoce, algunos autores proponen hacer $K = fI$, siendo f un factor entre 0 y 1 que se debe sintonizar. En este caso, la estimación del error de seguimiento deja de ser óptima, pero se cumple que el observador diseñado sí es estable.

En resumen, se tiene un algoritmo que es más robusto frente a la presencia de ruidos aleatorios en la planta. La prueba de estabilidad es bastante simple, se basa en el resultado conocido de que un sistema lineal realimentado con un observador es estable si ambos, sistema en ausencia de error y observador, son estables. El observador es estable, como se ha comentado, y el sistema sin ruido equivale al algoritmo de Amann formulado en bucle abierto, el cual también es estable, como se demostró en la sección 4.1.1.

Con restricciones

No obstante, la novedad de este algoritmo BMPC (Lee y Bien, 1997) está en la existencia de una prueba de estabilidad con restricciones del mismo. Este algoritmo plantea la misma función objetivo en presencia de restricciones sobre las variables manipuladas, sus incrementos, y también sobre las controladas. Para evitar los problemas que se plantean con las situaciones no factibles, se añaden variables de holgura a las restricciones de las variables controladas, convirtiéndolas así en restricciones blandas.

La función objetivo sin restricciones

$$J^k = \frac{1}{2} [(e^{k+1})' Q e^{k+1} + \delta(u^{k+1})' R \delta u^{k+1}] \quad (4.35)$$

se convierte en la siguiente al añadir restricciones blandas

$$J^k = \frac{1}{2} [(e^{k+1})' Q e^{k+1} + \delta(u^{k+1})' R \delta u^{k+1} + (\varepsilon^{k+1})' S \varepsilon^{k+1}] \quad (4.36)$$

con $\varepsilon^{k+1} \geq 0$

Haciendo uso del modelo y quitando los términos constantes de la función objetivo, se debe resolver el problema de optimización siguiente para obtener la señal de control

$$J_*^k = \min_{\delta u} \frac{1}{2} \delta(u^{k+1})' (G' Q G + R) \delta u^{k+1} - (e^k)' Q G \delta u^{k+1} + \frac{1}{2} (\varepsilon^{k+1})' S \varepsilon^{k+1} \quad (4.37)$$

sujeto a

$$A_r \delta u^{k+1} \leq b_r \quad (4.38)$$

$$\varepsilon^{k+1} \geq 0 \quad (4.39)$$

donde las matrices A_r y b_r determinan las restricciones del problema, de la misma forma que se muestra en la sección 4.4, con la diferencia que se deben añadir las holguras ε^{k+1} a las restricciones sobre las variables controladas.

Ésta es la versión directa del algoritmo, pudiéndose también construir el BMPC basado en observadores sin más que sustituir e^k por $\hat{e}^{k|k}$ e y^k por $y_d - \hat{e}^{k|k}$. En las siguientes líneas se muestra como se haría la prueba de estabilidad del BMPC con restricciones en la formulación directa, sin observadores.

La idea se basa en demostrar que la función de costos óptima J_*^k es decreciente cuando se aumenta k . El valor alcanzado por la función objetivo J^k haciendo $\delta u^{k+1} = 0$ será mayor o igual que el valor óptimo J_*^k , de forma que se verificará

$$J_*^k \leq J^k|_{\delta u^{k+1}=0} = J_*^{k-1} - \frac{1}{2} \delta(u^k)' R \delta u^k \quad (4.40)$$

de lo cual se deduce que

$$0 \leq J_*^k + \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \delta u_i' R \delta u_i \leq J_*^0 < \infty \quad (4.41)$$

y así, necesariamente,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \delta u^k = 0 \quad (4.42)$$

Evidentemente, esto implica que las restricciones en δu^k se vuelven inactivas tras un número suficiente de iteraciones. Queda demostrar que las holguras también se anulan y que las variables controladas convergen a las trayectorias de referencia.

Viendo la función objetivo (4.37), cuando δu^k se anula, la función objetivo mínima se obtiene minimizando también las holguras. En este punto se debe asumir que la trayectoria de referencia está en el conjunto alcanzable. Entonces se llega al mínimo global haciendo

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon^k = 0 \quad (4.43)$$

Las condiciones de regularidad se deben cumplir (G de rango completo por filas o que el núcleo de G' sea nulo). Se tiene entonces que si $G'x = 0$, entonces $x = 0$. Puesto que para valores suficientemente pequeños de δu^k (lo cual se obtiene tras un número suficiente de iteraciones) se cumplirá

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2} [\delta(u^{k+1})' (G'QG + R) - (e^k)'QG] \delta u^{k+1} \geq 0 \quad (4.44)$$

luego se debe verificar

$$\lim_{k \rightarrow \infty} G'e^k = 0 \quad (4.45)$$

Bajo las condiciones de regularidad anteriores se obtiene la convergencia del sistema

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e^k = 0 \quad (4.46)$$

Simulaciones

En esta sección se muestra el funcionamiento de un sistema lineal por lotes controlado mediante BMPC, mostrando buenos resultados, aún con incertidumbre en el modelo, tal como se muestra en la figura 4.1. En esta figura se muestra la respuesta al escalón

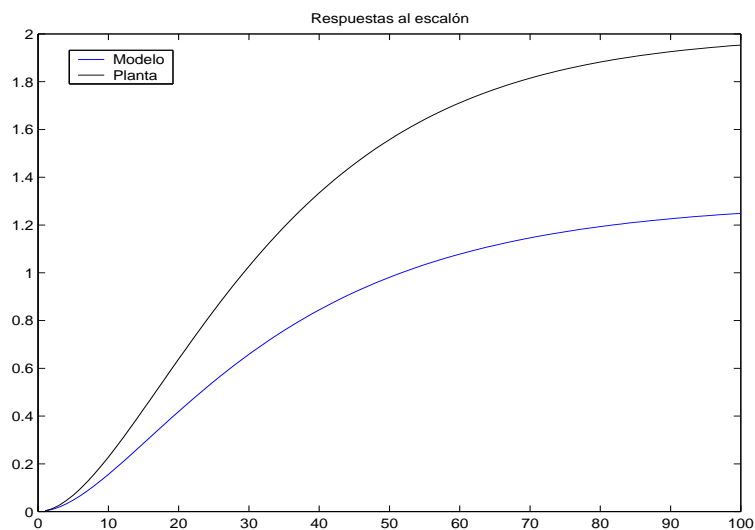


Figura 4.1: Respuesta al escalón del sistema lineal monovariable

de la planta frente a la del modelo. Nótese que se considera que la planta es un sistema de primer orden más retraso. La idea es que el controlador, gracias al conocimiento de la naturaleza repetitiva del proceso, sea capaz de obtener exactamente la trayectoria de referencia deseada, a pesar de las diferencias entre planta y modelo.

En la figura 4.2 muestro la simulación del mismo sistema para tres lotes consecutivos. Se observa que en el segundo lote, la trayectoria obtenida es muy cercana a la de referencia, y en el tercer lote las trayectorias prácticamente han convergido.

Para determinar el comportamiento frente a perturbaciones, se aplica una perturbación a la salida en $t = 20$. El sistema se supone controlado, con un error de seguimiento muy pequeño inicialmente. Entonces se realiza un nuevo lote en el cual se introduce la perturbación. El controlador, a diferencia del *ILC*, debe ser capaz de atenuar el efecto de la perturbación desde el momento que aparece la misma, sin necesidad de esperar al lote siguiente. Esto se muestra en la figura 4.3.

También se han realizado experimentos en el caso multivariable, obteniendo igualmente buenos resultados. Tenemos así una serie de controladores basados en modelo, cuya convergencia teórica está asegurada en plantas lineales, y de los cuales se tiene un comportamiento adecuado en experimentación. Entre otras cosas la velocidad de convergencia de estos algoritmos en los ejemplos probados ha sido bastante rápida. No obstante, las dificultades se encuentran cuando la planta es de naturaleza no lineal, para las cuales se debe usar un algoritmo diferente, que es el objeto de las siguientes

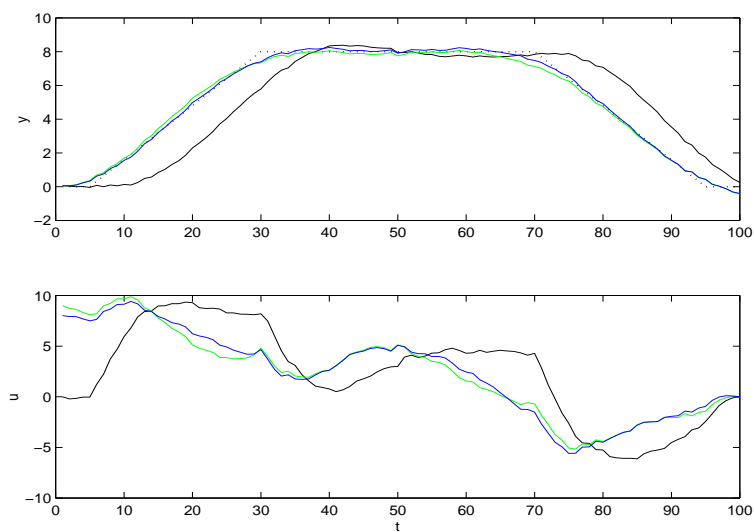


Figura 4.2: Simulación de varios lotes del sistema lineal monovariante

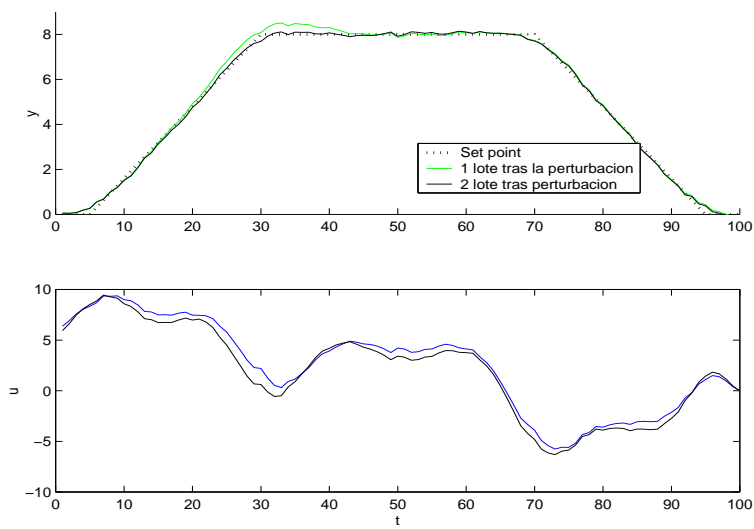


Figura 4.3: Simulación de varios lotes del sistema lineal monovariante, con perturbación en $t = 20$

secciones.

Estos controladores no son adecuados para procesos no lineales. En el capítulo 6 se muestra cómo el BMPC no es capaz de controlar una planta de pH.

4.1.3. Uso de información de lotes pasados

Para concluir con los preliminares necesarios antes de abordar la descripción del controlador propuesto, se indica en esta sección la forma en la cual los controladores iterativos en general usan información procedente de ejecuciones anteriores del mismo lote. El hecho de tener disponible y de usar la información obtenida en lotes anteriores permite al controlador mejorar los índices de error en el seguimiento de las trayectorias de referencia a medida que se van realizando lotes nuevos.

En el caso nominal ideal sin ruido es posible la obtención de trayectorias que se asemejen cada vez más a las de referencia, coincidiendo las mismas en el límite. Las trayectorias también convergen a las de referencia incluso con error de modelado pequeño y con perturbaciones de tipo repetitivo. En el caso de que las perturbaciones repetitivas aparezcan de forma no lineal en el modelo de la planta, éstas se pueden compensar en algunos casos, pero no en todos, como es de suponer.

Un controlador no lineal no iterativo realizando un seguimiento del perfil del set point va a generar las mismas trayectorias en diferentes lotes, suponiendo que no existen ruidos de tipo estocástico en el sistema. Esto es así porque el controlador no usa de forma explícita los datos disponibles de los lotes anteriores y no tiene, por lo tanto, capacidad de aprendizaje de las trayectorias. Los controladores por aprendizaje iterativos son capaces de ir ajustándose cada vez más a las trayectorias que se quieren seguir.

En concreto, la información de lotes pasados se tiene en cuenta en la misma formulación del controlador mediante variables incrementales de lote (figura 4.4). Estas variables se obtienen al realizar la diferencia entre las variables definidas en el mismo instante de tiempo pero en lotes consecutivos. Es bien sabido que esta formulación cancela las perturbaciones de tipo repetitivo, como ya se comentó al comienzo de la sección 4.1 o en Lee y Lee (1997).

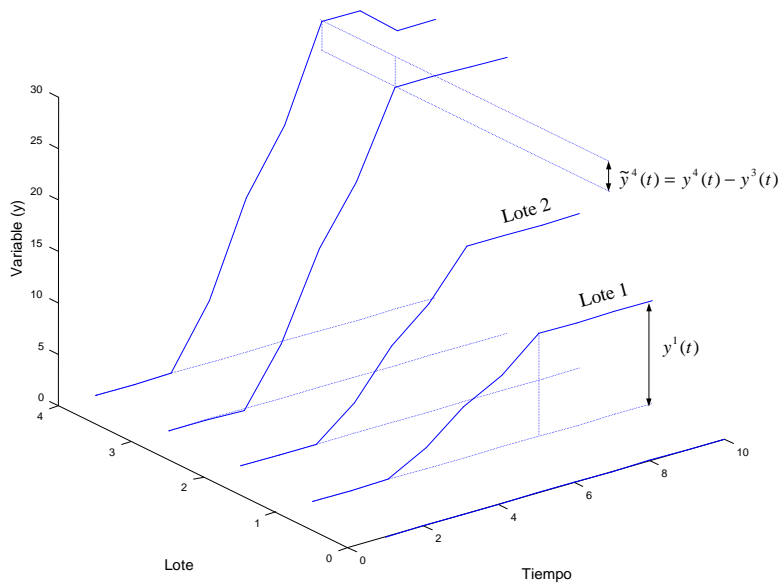


Figura 4.4: Variable de proceso durante algunos lotes

4.2. Formulación del INMPC

La formulación del INMPC se basa, como en la gran mayoría de los controladores iterativos, en el uso de variables incrementales de lote. La existencia de dos índices o variables independientes de tiempo requiere el uso de una notación especial, que en este caso consiste en usar un superíndice para denotar el número de iteración o lote. Por ejemplo, $u^k(t)$ es la variable $u(t)$ medida en el lote k . Si la variable se refiere al lote actual, el superíndice se omitirá. En el caso de usar una variable en tiempo discreto, el tiempo se denota mediante un subíndice.

La información de lotes pasados se usa principalmente a partir del planteamiento del problema en términos de variables incrementales de lote, que se definen de la forma siguiente:

$$\tilde{x}^k(t) = x^k(t) - x^{k-1}(t) \quad (4.47)$$

El uso de estas variables en el planteamiento del problema permite la cancelación a priori de las perturbaciones repetitivas.

En efecto, si la planta es lineal se puede describir mediante la ecuación (4.9). Res-

tando la misma ecuación definida para el lote actual k y el anterior $k - 1$, desaparece el término b , que incluía las perturbaciones repetitivas.

$$y^{k+1} = y^k + G\tilde{u}^{k+1} \quad (4.48)$$

En el caso no lineal se tiene algo similar. Supongamos que las ecuaciones de la planta son

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + v^k(t) \\ y(t) = g(x(t)) + w^k(t) \end{cases} \quad (4.49)$$

donde v y w son términos de perturbaciones. Además se tienen las condiciones iniciales constantes siguientes:

$$x^k(0) = x_0 \quad (4.50)$$

Diferenciando las ecuaciones (4.47), y sustituyendo el modelo dinámico de la planta (4.49), se tiene

$$\begin{cases} d\tilde{x}^k(t)/dt = \tilde{f}(\tilde{x}^k(t), \tilde{u}^k(t)) + v^k(t) - v^{k-1}(t) \\ \tilde{y}^k(t) = \tilde{g}(\tilde{x}^k(t)) + w^k(t) - w^{k-1}(t) \end{cases} \quad (4.51)$$

donde

$$\tilde{f}(\tilde{x}^k(t), \tilde{u}^k(t)) = f(x(t), u(t)) - f(x^{k-1}(t), u^{k-1}(t)) \quad (4.52)$$

$$\tilde{g}(\tilde{x}^k(t)) = g(x(t)) - g(x^{k-1}(t)) \quad (4.53)$$

Si además se considera que las perturbaciones son de tipo repetitivo, se cumple que $v^k(t) = v^{k-1}(t)$ y $w^k(t) = w^{k-1}(t)$. Por lo tanto se llega a partir de (4.51) a la siguiente expresión, en la cual no aparecen las perturbaciones v y w .

$$\begin{cases} d\tilde{x}^k(t)/dt = \tilde{f}(\tilde{x}^k(t), \tilde{u}^k(t)) \\ \tilde{y}^k(t) = \tilde{g}(\tilde{x}^k(t)) \end{cases} \quad (4.54)$$

De esta forma, el uso de información de lotes pasados permite un mejor control de la planta, ya que las perturbaciones de tipo repetitivo son canceladas por el mismo planteamiento de las ecuaciones. De esta forma, la fase de identificación se simplifica en los procesos por lotes y no existe la necesidad de incluir estas perturbaciones repetitivas en el modelo de la planta (Cueli, 2004b). Esto no debe sorprender, pues el controlador requiere un modelo simplificado para control, tal cual se muestra en la teoría de identificación para control (Gevers, 1996). De esta forma, los modelos para simulación no son necesariamente los mismos que para control.

En cuanto a las perturbaciones que no son aditivas, es decir, que aparecen en el modelo de forma no lineal, se puede afirmar que éstas se cancelan al usar variables incrementales en el caso de que sean suficientemente pequeñas. En efecto, si se tiene

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f_v(x(t), u(t), v(t)) \\ y(t) &= g_w(x(t), w(t)) \end{cases} \quad (4.55)$$

se puede aproximar esta expresión por

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) + \left. \frac{\partial f_v}{\partial v} \right|_{(x, u, \xi_v)} v(t) \\ y(t) &= g(x(t)) + \left. \frac{\partial g_w}{\partial w} \right|_{(x, \xi_w)} w(t) \end{cases} \quad (4.56)$$

donde ξ_v y ξ_w son puntos intermedios en los intervalos correspondientes: $\xi_v \in (0, v)$ y $\xi_w \in (0, w)$. Las perturbaciones ya no están en forma aditiva, ya que aparece un término multiplicando a las mismas, y, por lo tanto, no se cancelan al usar variables incrementales. En caso de que las variables cambien de forma apreciable de un lote al siguiente, se puede modelar el sistema mediante las ecuaciones (4.54) más un término acotado, lo cual se podría abordar mediante técnicas de control robusto (Kotare *et al.*, 1995). Pero si las variables cambian poco de un lote al siguiente, los términos debidos a perturbaciones serán muy pequeños en las ecuaciones dinámicas de la planta puestas en forma incremental, con lo cual podrían ser ignorados. En resumen, las perturbaciones repetitivas se cancelan al usar variables incrementales en dos casos:

1. Cuando las perturbaciones son además aditivas (ecuación 4.49)
2. Cuando las trayectorias del sistema varían poco al pasar de un lote al siguiente.

4.2.1. Características básicas

La estrategia de control propuesta para la resolución del problema de control se basa en un esquema de tipo control predictivo, formulado de modo iterativo, lo cual le da capacidad de aprendizaje de trayectorias.

Las características básicas del controlador, esquematizado en la figura 4.5 son:

- Aplicable a procesos repetitivos, por lotes o semilotes.
- El modelo se obtiene por medio de una linealización en torno a una trayectoria base, que puede corresponderse con un punto de equilibrio, aunque normalmente

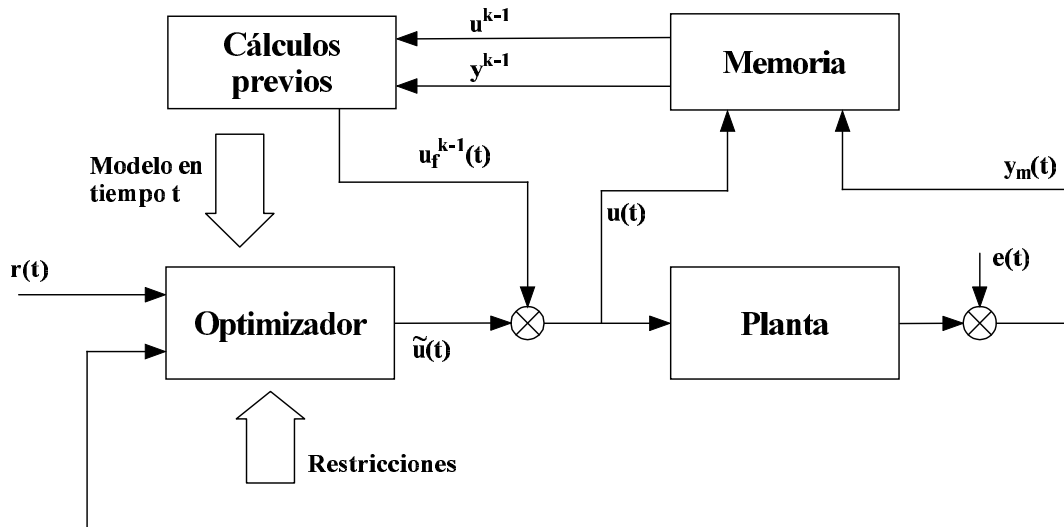


Figura 4.5: Esquema del controlador INMPC

esto no será así. La trayectoria base se escoge igual a la evolución seguida por el sistema en el último lote completado. En la figura 4.6 se ilustra este hecho: las trayectorias se construyen a partir de las últimas obtenidas, de forma que el sistema va aproximándose cada vez más en cada iteración a la trayectoria deseada de referencia.

- Se emplea una estrategia de tipo horizonte deslizante, tal cual sucede en la mayoría de los controladores MPC. Esto permite que las dimensiones de las matrices y la complejidad computacional del problema de optimización se mantengan acotadas.
- La señal de control se obtiene minimizando una función objetivo o de costes:

$$J = \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_{t+i|t}^k - \tilde{r}_{t+i}^k)^2 + \lambda \sum_{i=1}^m (\tilde{u}_{t+i-1}^k)^2 \quad (4.57)$$

con

$$\tilde{r}(t) = r(t) - y^{k-1}(t) \quad (4.58)$$

donde $r(t)$ es la trayectoria de referencia, descrita a continuación y que no cambia de lote a lote. El factor de penalización del esfuerzo de control λ puede ser diferente para cada variable manipulada, en cuyo caso se deberá sustituir por una matriz Λ de dimensiones adecuadas, aunque en esta sección se supone que λ es un factor constante por simplicidad. De una forma similar, también se puede aplicar un factor de ponderación variable al término que incluye el error de seguimiento en la función objetivo, tal cual se explica en la sección 4.2.2.

- Por ser un controlador de tipo iterativo, utiliza información disponible de los lotes anteriores. Las trayectorias durante el último lote se usan para calcular la variable manipulada en el lote actual. Esta realimentación de información del último lote se realiza de dos formas diferentes (ver sección 4.1.3). La primera, propia de los controladores iterativos, es el uso de variables incrementales. La segunda forma de aprendizaje consiste en la obtención del modelo linealizado al comienzo de cada lote en torno a la trayectoria seguida por el sistema en el último lote completado.
- La trayectoria de referencia es una combinación entre la trayectoria deseada y la evolución de la variable controlada en el último lote, de la forma siguiente:

$$\tilde{r}^k(t) = \begin{cases} \tilde{r}^{k-1}(t) & \text{si } \alpha |y^{k-1}(t) - sp(t)| > |r^{k-1}(t) - sp(t)| \\ (1 - \alpha) [sp(t) - y^{k-1}(t)] & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (4.59)$$

donde $\alpha \in [0, 1)$ y $sp(t)$ es el set point. El hecho de tener dos casos posibles en la expresión (4.59) se debe a la necesidad de imponer que la trayectoria de referencia no esté más lejos del set point al avanzar una iteración, aunque esto es bastante improbable que suceda. α es un parámetro de filtrado que se emplea para suavizar las trayectorias generadas, logrando así que las variables incrementales se mantengan limitadas en valor absoluto. En plantas lineales y con pocas incertidumbres puede hacerse $\alpha = 0$.

- La predicción del incremento de las variables respecto al lote anterior es lineal. De forma similar a la ecuación de predicción del control MPC se tiene $\tilde{y} = G\tilde{u} + f$. En este caso, la predicción puede realizarse con un modelo lineal variante en el tiempo. Para más detalles ver la sección 4.2.2. El modelo de predicción usado es de tipo paralelo (ver Lazãr (2005)), con lo cual este controlador es válido para plantas estables. Para plantas inestables se debe usar un modelo de predicción tipo GPC.
- Posible mejora del comportamiento en entornos ruidosos o con incertidumbres mediante la integración de filtros adecuados (ver sección 4.3). Estos filtros permiten un funcionamiento más robusto del controlador.
- Incorporación de restricciones en el problema de optimización, de diversos tipos, según se indica en la sección 4.4. En concreto se pueden limitar las variables manipuladas, así como su incrementos respecto al instante de tiempo anterior o respecto al lote anterior. Las variables controladas también admiten restricciones, pero debe tenerse en cuenta, mediante un mecanismo de gestión de restricciones adecuado (Alvarez, 1997; Alvarez y Prada, 1997; Cueli, 2000), que existe el error de linealización.

4.2.2. Obtención de la señal de control

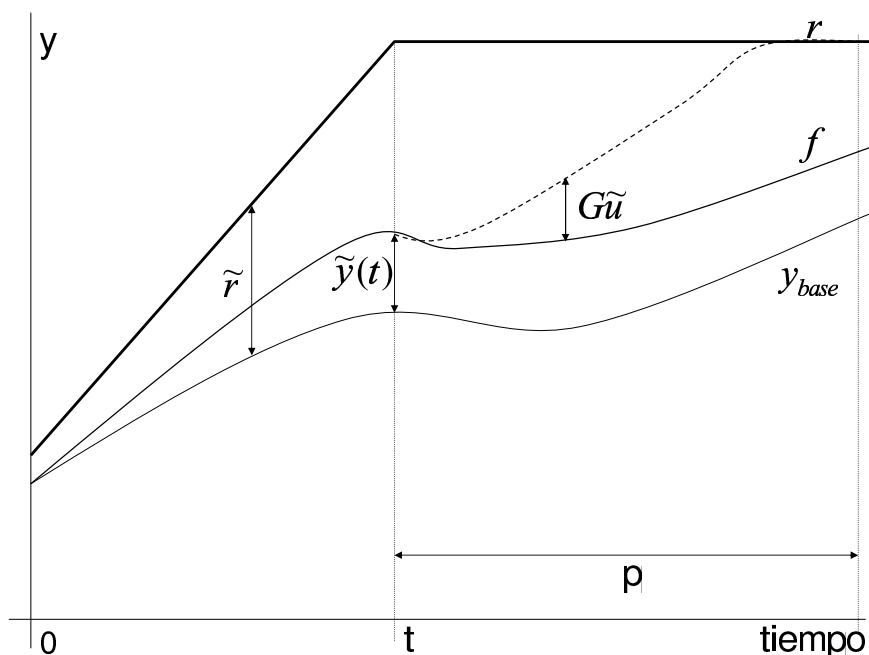


Figura 4.6: Sistema linealizado en torno a una trayectoria base en el instante t

Tal cual se comentó, el modelo para control se corresponde con la linealización del sistema en torno a la trayectoria base, que en el INMPC coincide con la trayectoria seguida en el último lote completado. Esta trayectoria base puede tener una forma arbitraria, como es lógico. Finalmente, el modelo variacional se discretiza para poder ser incluido en el controlador digital. Debe notarse que el modelo ha de ser adecuado, pero que además hay que asegurarse que no se pierda información al discretizar el mismo. Es decir, entre otras cosas, el tiempo de muestreo debe tener valores adecuados, que en el contexto de control predictivo puede estar en el rango entre $1/20$ y $1/10$ del tiempo característico del sistema. Además debe comprobarse que la discretización ha sido realizada correctamente, y que el sistema en tiempo discreto es fiel representación del sistema dinámico original.

Si se cumplen las condiciones descritas, y además la diferencia entre la trayectoria base y la trayectoria que va a seguir el sistema en el lote por completar es pequeña, el modelo así obtenido, lineal y variante en el tiempo, tendrá una precisión bastante buena. La *respuesta optimizante* (traducción literal del término *optimizing response*) del controlador EPSAC (De Keyser y Cuawenbergh, 1985; De Keyser *et al.*, 1988; De Keyser, 1991) resulta ser el equivalente o análogo a la respuesta forzada del controlador

INMPC, con la diferencia de que la trayectoria base en este controlador es la seguida por el sistema en el último lote. En el EPSAC (De Keyser, 1998; Laz̄ar, 2005) se toma como trayectoria base la predicción realizada en el instante de muestreo anterior a lo largo del horizonte.

Se obtiene una trayectoria óptima que es de nuevo usada como trayectoria base en un procedimiento iterativo, hasta obtener la convergencia a una trayectoria dada, que debe coincidir con el óptimo en el caso del sistema no lineal, pues el error de la linealización se anula al converger. Esto implica que se asume que el modelo variacional en torno a la trayectoria base es una buena aproximación del sistema real, aunque no está claro cuáles son las condiciones bajo las que el EPSAC converge. Se pueden aplicar las conclusiones acerca de la estabilidad de este trabajo (capítulo 5) para obtener condiciones en la convergencia del algoritmo del EPSAC, ya que el procedimiento iterativo del mismo en un instante de tiempo fijado equivale a una ejecución sucesiva de diferentes lotes sin error de modelado y con condiciones iniciales idénticas en cada lote, iguales al estado del sistema en el instante t .

El modelo en espacio de estados simplificado del sistema después de la cancelación de las perturbaciones, en la forma de la ecuación (4.54) se linealiza en torno a la trayectoria del último lote completado $(x^{k-1}(t), u^{k-1}(t))$ y se muestrea, obteniendo el siguiente sistema discreto variante en el tiempo:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{t+1} &= A_t \tilde{x}_t + B_t \tilde{u}_t \\ \tilde{y}_t &= C_t \tilde{x}_t + \xi_t \end{cases} \quad (4.60)$$

Nótese que se está suponiendo implícitamente que las variables incrementales o de desviación son suficientemente pequeñas, teniendo así un modelo linealizado bastante exacto. Esto se puede asegurar, en ausencia de perturbaciones no repetitivas, haciendo los incrementos de la señal de control de un lote al siguiente relativamente pequeños. En este caso, la señal de control será suave, y se requerirán algunas iteraciones más para obtener la convergencia a las trayectorias de referencia.

En concreto, se puede conseguir mantener acotados los incrementos de las variables manipuladas de diversas formas. Lógicamente todos estos procedimientos provocan un aumento del número de iteraciones necesario para alcanzar la convergencia, pero mejoran la robustez del algoritmo, limitando el error de la linealización. Las formas de acotar los incrementos de la actuación son:

1. Mediante el factor de ponderación del esfuerzo de control en la función objetivo λ . El aumento de este factor hará que la señal de control tenga menores variaciones

de un lote al siguiente, puesto que se penaliza en mayor grado el esfuerzo de control en la función objetivo.

2. Con la inclusión de restricciones en las señales de control. Esta es la forma más directa de acotar los errores del modelo linealizado, ya que se conocerá de forma exacta cuáles serán los límites de las variables manipuladas. Esta forma de limitar el error de la linealización puede ser aplicada a plantas con no linealidades suaves, ya que si la no linealidad es fuerte, los límites de los incrementos de la señal de actuación deben ser diferentes según el punto de operación.
3. Sintonizando el parámetro equivalente al de *roll-off*, α . Este parámetro es equivalente al polo de un filtro de primer orden, de forma que si se hace cercano a la unidad, las trayectorias de referencia serán muy parecidas a las trayectorias seguidas por las variables controladas en el último lote completado. Esto hará que el esfuerzo de control necesario para alcanzar estas trayectorias cercanas sea pequeño. Esta es la mejor forma de controlar plantas fuertemente no lineales en ausencia de perturbaciones no repetitivas, pues se va alcanzando la trayectoria de referencia de forma gradual, manteniendo en todo momento las señales de error limitadas a valores pequeños.

Se debe tener en cuenta que las variables de desviación tienden a anularse cuando las trayectorias del sistema convergen. En las primeras iteraciones estos incrementos pueden ser grandes, dependiendo de los parámetros de controlador y de las restricciones. Además, cuando las perturbaciones entran en el modelo de forma no lineal, esto hará que el efecto de las mismas se amplifique.

Una forma alternativa de evitar los incrementos bruscos de la actuación en las iteraciones iniciales consiste en calcular en bucle abierto una trayectoria inicial del sistema, mediante algún procedimiento óptimo o heurístico, que sea cercana a la trayectoria de referencia. Este cálculo, aún con un modelo simplificado o con una solución subóptima, permitirá comenzar las iteraciones desde un punto más cercano al óptimo que considerando una trayectoria inicial nula o constante. En el caso de obtener la trayectoria inicial mediante la inversión de un modelo no lineal muy exacto, se tendrá que las variables incrementales mantendrán valores pequeños en las próximas iteraciones.

Ecuaciones de predicción

El modelo de la planta para control viene dado por la ecuación (4.60). Si suponemos que ξ_t es un ruido blanco integral, la predicción óptima a 1 paso es

$$\begin{cases} \tilde{x}_{t+1|t} = A_t \tilde{x}_{t|t} + B_t \tilde{u}_t \\ \tilde{y}_{t+1|t} = C_{t+1} \tilde{x}_{t+1|t} + e_{t+1|t} \end{cases} \quad (4.61)$$

y la predicción a n pasos será la siguiente

$$\begin{cases} \tilde{x}_{t+n|t} = \left(\prod_{i=0}^{n-1} A_{t+i} \right) \tilde{x}_{t|t} + \sum_{i=0}^{n-1} \left(\prod_{j=1+i}^{n-1} A_{t+j} \right) B_{t+i} \tilde{u}_{t+i} \\ \tilde{y}_{t+n|t} = C_{t+n} \tilde{x}_{t+n|t} + e_{t+n|t} \end{cases} \quad (4.62)$$

donde

$$e_{t+n|t} = e_{t+1|t} = \tilde{y}_t - \tilde{y}_{t|t-1} \quad (4.63)$$

Esto implica que la mejor predicción para el error en cada instante de tiempo futuro es igual al error en el instante t , el cual es calculado en base a la discrepancia entre la medida realizada por los sensores y el valor predicho por el modelo en el instante anterior. Es decir, el modelo de ruido empleado es similar al del DMC, en inglés Dynamic Matrix Control (Cutler y Ramaker, 1980). Se pueden emplear caracterizaciones diferentes para el ruido de mayor complejidad. Por ejemplo, si se usa el modelo de ruido del GPC - Generalized Predictive Control - será necesaria la resolución de una ecuación Diofántica para obtener la predicción óptima (Camacho y Bordons, 2004).

En nuestro caso, el uso de un modelo de ruido incremental simplificado tiene sentido en el contexto de un control no lineal, en el cual debe ser más complicado encontrar una caracterización más compleja del modelo de ruido, ya que la identificación de la planta no lineal es ya de por sí una difícil tarea. De esta forma, con este modelo de ruido se tiene el hecho de que la trayectoria predicha \hat{y}^k tenderá a la trayectoria del último lote y^{k-1} , desplazada en una cantidad dada por $e_{t+1|t}$, cuando la actuación es la misma que en el lote anterior u^{k-1} (en instantes posteriores a t , lógicamente). Esto se cumple independientemente del error en el instante t , y siempre que la planta sea asintóticamente estable.

En este punto existen otras diversas posibilidades para obtener la predicción de las variables según el modelo de ruido empleado y el tipo de predictor. Esto también ocurre en el GPC, que da una predicción óptima basada en la resolución de ecuaciones Diofánticas. Si, en lugar de esto, se usa un predictor de Smith para realizar la predicción, se tiene un controlador diferente llamado SPGPC. Lo mismo ocurre en el INMPC, teniendo otros controladores diferentes si se cambia el tipo de predictor o modelo de

ruido. En concreto, se ha planteado el uso de un tipo de predictor diferente, que sólo se puede emplear en procesos por lotes. Este predictor consistiría en sumar a la predicción en el instante $t + n$ el mismo error que se obtuvo en el mismo instante de tiempo pero en el lote anterior $e_{t+n}^{k-1} = y_{t+n}^{k-1} - y_{t+n|t+n-1}^{k-1}$, y se ha probado parcialmente en simulación con resultados igualmente satisfactorios. El hecho de tener varios grados de libertad permite la elección de diversas posibilidades que irán mejor según la planta que se tenga. En lo que sigue, usaremos el modelo de ruido integral (simplificado) para las ecuaciones.

Una vez se tienen los valores de $e_{t+n|t}$, se puede calcular la predicción, que será lineal y se escribirá en la forma matricial siguiente:

$$\tilde{y} = G\tilde{u} + f \quad (4.64)$$

donde $G\tilde{u}$ es la respuesta forzada, y f es la respuesta libre (ver figura 4.6). Los elementos de la matriz G y del vector f vienen dados por

$$g_{i,j} = C_{t+i} \left(\prod_{k=j}^{i-1} A_{t+k} \right) B_{t+j-1} \quad (4.65)$$

$$f_i = C_{t+i} \left(\prod_{j=0}^{n-1} A_{t+j} \right) \tilde{x}_t + e_{t+i|t} \quad (4.66)$$

donde las matrices A_{t+n} , B_{t+n} y C_{t+n} pueden ser calculadas porque la trayectoria base se conoce para cada instante de tiempo durante todo el lote. Los vectores de señales manipuladas y controladas se componen de los elementos siguientes

$$\tilde{u} = (\tilde{u}_{t|t} \tilde{u}_{t+1|t} \cdots \tilde{u}_{t+m-1|t})' \quad (4.67)$$

$$\tilde{y} = (\tilde{y}_{t+1|t} \tilde{y}_{t+2|t} \cdots \tilde{y}_{t+p|t})' \quad (4.68)$$

Debe advertirse que se supone un conocimiento completo del estado de la planta, lo cual es absolutamente necesario para el cálculo de las matrices del modelo linealizado A , B y C . Por ello, deben usarse observadores para poder aplicar este controlador en plantas con estados no accesibles. Observadores para procesos por lotes están siendo estudiados en la actualidad por F. Allgöwer e I. Alvarado y probablemente puedan ser aplicados en el futuro conjuntamente con este controlador. De esta forma se podrían tener controladores no lineales para procesos por lotes basados en realimentación de la salida (Findeisen *et al.*, 2002). Aún así, también se pueden aplicar observadores no lineales adecuados, como pueden ser el filtro extendido de Kalman (EKF) o estimadores basados en técnicas de horizonte deslizante MHE (*Moving Horizon Estimation*) (Allgöwer *et al.*, 1999). El EKF es una extensión directa del filtro de Kalman a procesos no lineales, y se basa en linealizar la ecuación de predicción a 1 paso, obteniendo un

sistema lineal variante en tiempo bastante aproximado, al cual se le puede aplicar directamente el filtro. Las técnicas MHE plantean un problema de optimización, análogo al que se tiene en el control predictivo, cuya resolución permite conocer el valor óptimo de los parámetros estimados.

Tras este inciso, se continúa con la obtención de la señal de control, que es inmediata partiendo de la ecuación de predicción (4.64). Ésta se inserta en la función objetivo (4.57), obteniendo una expresión que puede ser optimizada algebraicamente. El resultado es el clásico de control predictivo:

$$\tilde{u} = -(G'G + \lambda I)^{-1}G'(\tilde{r} - f) \quad (4.69)$$

con la diferencia de que G es ahora una matriz que representa un sistema lineal variante en tiempo. De forma que la matriz que caracteriza el sistema deja de ser Toeplitz, aunque G sigue siendo triangular inferior y definida positiva. Esta ley de control se puede considerar que implementa un esquema de control con ganancia variable que está cambiando en cada instante de tiempo, y que se vuelve a calcular de nuevo al iniciar cada lote.

En caso de ser necesario, es posible ponderar de forma diferente las diferentes variables manipuladas y controladas en cada instante de tiempo. La señal de control se obtiene directamente porque la estructura de la ley de control es la misma si se usan matrices de ponderación convenientes Λ_t y Υ_t , las cuales penalizan, respectivamente, el esfuerzo de control y el error de seguimiento. La función objetivo puede ser sintonizada en una forma más general, y la ley de control sería, en este caso:

$$\tilde{u} = -(G_t'\Upsilon_t G_t + \Lambda_t)^{-1}G_t'\Upsilon_t(\tilde{r} - f) \quad (4.70)$$

En el caso de la matriz Λ_t , ésta tiene la forma diagonal por bloques siguiente:

$$\Lambda_t = \begin{pmatrix} \Lambda_{t,u_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Lambda_{t,u_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Lambda_{t,u_{n_u}} \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

donde n_u es el número de entradas, y cada bloque se especifica mediante

$$\Lambda_{t,u_i} = \begin{pmatrix} \lambda_{t+1,u_i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{t+2,u_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{t+m,u_i} \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

donde λ_{t+n,u_i} es un escalar que pondera el esfuerzo de la señal de control u_i en el instante de tiempo $t+n$.

La matriz que pondera el error de seguimiento Υ_t se construye por bloques de forma similar:

$$\Upsilon_t = \begin{pmatrix} \Upsilon_{t,y_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Upsilon_{t,y_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Upsilon_{t,y_{n_y}} \end{pmatrix}, \quad (4.73)$$

con

$$\Upsilon_{t,y_i} = \begin{pmatrix} v_{t+1,y_i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & v_{t+2,y_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & v_{t+N,y_i} \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

siendo v_{t+n,y_i} el factor que pondera el error de seguimiento de la variable controlada y_i en el instante de tiempo $t+n$.

El hecho de usar matrices de ponderación permite tener funciones objetivo de mayor generalidad. En concreto, puede servir, por ejemplo, para dar mayor importancia a los errores de seguimiento de las trayectorias en los instantes intermedios dentro del lote, o para disminuir la ponderación del esfuerzo de control en los instantes iniciales del lote.

Hay algunas similitudes entre los controladores INMPC y NMPC, en el sentido de que la ley de control para un lote del INMPC se obtiene resolviendo un problema QP (programación cuadrática). Este problema puede verse como la primera iteración de un algoritmo de optimización no lineal SQP (programación cuadrática secuencial, en la cual se resuelve el problema no lineal mediante una sucesión de problemas QP). De hecho, si se plantea el problema de optimización no lineal y se resuelve en una vez mediante técnicas SQP, se obtendría directamente como solución la trayectoria de referencia. El controlador INMPC obtiene la misma trayectoria pero de forma sucesiva, obteniendo cada vez aproximaciones mejores. La diferencia fundamental entre ambos métodos estriba en que el INMPC puede converger a las trayectorias de referencia aún con incertidumbres -pequeñas- en el modelo, mientras que el intento directo de invertir la planta en una sola iteración resolviendo el problema de optimización no lineal mediante SQP no funcionaría con las mismas incertidumbres en el modelo. Por decirlo así, la capacidad de aprendizaje de los controladores de trayectorias anteriores es un grado adicional de realimentación que se aporta al controlador, y que debe servir para mejorar sus prestaciones.

4.3. Filtros

Diferentes técnicas de filtrado pueden ser usadas para mejorar el comportamiento robusto en bucle cerrado, en presencia de ruidos y perturbaciones no repetitivas. La existencia de no linealidades fuertes y niveles altos de ruido es usual en las plantas reales, de forma que el uso de este tipo de filtros es deseable. En procesos por lotes, dos tipos de filtros se pueden aplicar, y son descritos a continuación.

1. **Filtro de mediana.** Este filtro es bastante conocido en el contexto de tratamiento de señales, pues, siendo no lineal, puede ser aplicado de forma que no introduzca un retardo adicional en las señales filtradas. Puesto que el controlador usa la trayectoria base dada por $(u^{k-1}(t), y^{k-1}(t))$, la varianza de las variables del sistema puede tener la tendencia a aumentar en cada iteración, efecto que se acentúa en presencia de ruidos y perturbaciones. Esto es un problema inherente al uso de información de lotes anteriores. En este punto los filtros de mediana pueden ser usados para mantener este fenómeno bajo control, sin perjudicar las prestaciones del controlador, tal cual se ha indicado en Mezghani *et al.* (2002). La aplicación de este filtro a una variable cualquiera $u(t)$ se especifica mediante:

$$y(t) = \frac{1}{2l + 1 - r - s} \sum_{j=-l+r}^{l-s} v(t+j) \quad (4.75)$$

donde v es un vector con los $2l + 1$ elementos de $u(t)$ en torno al tiempo t :

$$\{u(t-l), \dots, u(t-1), u(t), u(t+1), \dots, u(t+l)\} \quad (4.76)$$

que se ordenan de forma creciente. El resultado de la aplicación del filtro en el instante t es igual a la media aritmética del vector v una vez se han descartado los $r + s$ valores extremos (los r primeros valores y los s últimos), que tienen mayor probabilidad de contener error en la medida.

2. **Filtros EWMA (Exponential Weighting Moving Average).** (J. Moyne y Hurwitz, 1998) Es la otra posibilidad de filtrado, únicamente aplicable a procesos por lotes. Se han usado, por ejemplo, en industria de semiconductores. Este tipo de filtros puede estimar parámetros, reduciendo el ruido de los mismos. También pueden compensar términos de deriva, que es un tipo de ruido que se va acumulando, y que se puede producir, por ejemplo, al desgastarse la maquinaria. La varianza del sistema en bucle cerrado disminuye al aplicar este tipo de filtros, que puede verse como un estimador u observador de señales en presencia de ruidos para procesos por lotes. Si $u(t)$ es la variable que se quiere filtrar, la salida será igual a

$$y(t) = \lambda_f u(t) + (1 - \lambda_f) y^{k-1}(t) \quad (4.77)$$

donde $y^{k-1}(t)$ es la salida filtrada en el lote anterior y $\lambda_f = 1 - z_p \in (0, 1]$ es un parámetro que, de forma similar al polo de un filtro de primer orden, regula la rapidez en la respuesta del filtro, de forma que valores pequeños de λ_f darán una respuesta lenta, eliminando mayor cantidad de ruido.

Ambos filtros pueden ser usados, posiblemente en combinación con observadores de mayor complejidad, como EKF, MHE u observadores para procesos por lotes, para mejorar el comportamiento del sistema en bucle cerrado en un entorno industrial en presencia de ruido o incertidumbres, haciendo el sistema en bucle cerrado más robusto.

4.4. Restricciones

Es posible la incorporación de restricciones en el problema de optimización. En ese caso, el problema de optimización QP incluirá restricciones lineales en las variables manipuladas y en las controladas. Mediante el uso del modelo aproximado lineal variante en tiempo, todas las restricciones se convertirán en restricciones lineales en función de las variables manipuladas. De esta forma se tiene un problema de tipo convexo que puede ser resuelto de forma eficiente.

El hecho de tener la ley de control en forma de un problema de optimización convexo no es tan grave como podría pensarse desde el punto de vista computacional, aunque sí es cierto que complica el análisis de estabilidad. Debe notarse que algunos autores consideran que el especificar una variable en forma de un problema de optimización convexo es equivalente, en cuanto a complejidad computacional, a dar la solución del problema en forma cerrada, puesto que existen algoritmos extremadamente eficientes que obtienen la solución de un problema de optimización convexo (Polak, 1997).

Tal cual se ha comentado, la función objetivo está dada por la ecuación (4.57). Las restricciones pueden ser de diversos tipos: en las variables controladas, en las manipuladas, en los incrementos de las variables manipuladas, de monotonía, de fase mínima... Los tres primeros tipos serán los que se usen más frecuentemente en la práctica, y se formulan del modo siguiente:

$$\begin{aligned} y_{\min} &\leq y \leq y_{\max} \\ u_{\min} &\leq u \leq u_{\max} \\ \delta u_{\min} &\leq u^k - u^{k-1} \leq \delta u_{\max} \\ \Delta u_{\min} &\leq u_t - u_{t-1} \leq \Delta u_{\max} \end{aligned} \quad (4.78)$$

donde

$$u^k = \left(u_t^k \quad u_{t+1}^k \quad \cdots \quad u_{t+m-1}^k \right)' \quad (4.79)$$

Nótese que aparece un nuevo tipo de restricciones, que son las restricciones en δu . No obstante, la incorporación de éstas al controlador es directa, pues el problema de control se formula en función de estas variables. Además, se verá más adelante cómo reunir los 4 grupos de restricciones anteriores en 3 grupos, reduciendo así el número total de restricciones.

En la función objetivo y en las restricciones, se debe aplicar la ecuación de predicción (4.64) para así tener todas las ecuaciones en función de las variables manipuladas u .

El problema de optimización, incluyendo matrices de ponderación en lugar de factores escalares de penalización, se transforma en

$$\min_{\delta u \in \Omega} \{ \|y - r\|_{\Upsilon} + \|\delta u\|_{\Delta} \} = \min_{\delta u \in \Omega} \{ \|G\delta u + (f - \tilde{r})\|_{\Upsilon} + \|\delta u\|_{\Delta} \} \quad (4.80)$$

donde G , f , \tilde{r} , Δ y Υ se calculan tal cual se indica en la sección 4.2. u^k es el vector de señales de control futuras, y δu es el incremento de la señal de control respecto al lote anterior:

$$\delta u = u^k - u^{k-1} \quad (4.81)$$

El dominio Ω viene especificado por las restricciones:

$$\begin{aligned} y_{\min} - f - y^{k-1} &\leq G\delta u \leq y_{\max} - f - y^{k-1} \\ u_{\min} - u^{k-1} &\leq \delta u \leq u_{\max} - u^{k-1} \\ \delta u_{\min} &\leq \delta u \leq \delta u_{\max} \\ \Delta u_{\min} - \Delta u^{k-1} + d &\leq Du \leq \Delta u_{\max} - \Delta u^{k-1} + d \end{aligned} \quad (4.82)$$

con

$$\Delta u^{k-1} = \left(u_t^{k-1} - u_{t-1}^{k-1} \quad u_{t+1}^{k-1} - u_t^{k-1} \quad \cdots \quad u_{t+m-1}^{k-1} - u_{t+m-2}^{k-1} \right)', \quad (4.83)$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

y

$$d = \left(\delta u_{t-1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \right)' = \left(u_{t-1}^k - u_{t-1}^{k-1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \right)' \quad (4.85)$$

Finalmente, el conjunto de restricciones dado por (4.82) puede agruparse en la forma más compacta siguiente:

$$\begin{aligned} y_{\min} - f - y^{k-1} &\leq G\delta u \leq y_{\max} - f - y^{k-1} \\ \max \{ u_{\min} - u^{k-1}, \delta u_{\min} \} &\leq \delta u \leq \min \{ u_{\max} - u^{k-1}, \delta u_{\max} \} \\ \Delta u_{\min} - \Delta u^{k-1} + d &\leq Du \leq \Delta u_{\max} - \Delta u^{k-1} + d \end{aligned} \quad (4.86)$$

Nótese que las restricciones en las variables manipuladas u se pueden garantizar en el sentido de que el controlador conoce el rango posible de valores que pueden alcanzar. Con estas restricciones no suele haber problemas de factibilidad, y existirá solución al problema de optimización siempre que las restricciones sean coherentes (se puede salir de la zona factible si se conmuta el controlador a modo manual, por ejemplo). Sin embargo, no ocurre lo mismo con las restricciones en las variables controladas, que están afectadas por el ruido de la planta y las incertidumbres provocadas por la dinámica no modelada, el error del modelo y además por el error de la linealización del mismo. Esto significa que el problema de optimización puede volverse no factible, no existiendo ninguna solución admisible para la señal de control. Este hecho puede ocurrir en casi todos los controladores predictivos con restricciones.

El uso de mecanismos de gestión de restricciones (Alvarez, 1997) es necesario en este sentido, posibilitando la entrada en funcionamiento de un módulo que se encargue de llevar al sistema de nuevo a la zona factible, tras un período temporal en el cual alguna restricción de baja prioridad no se verifica. El módulo de gestión de restricciones se encarga de que el impacto de una situación no factible sea mínimo, bien consiguiendo que el tiempo durante el cual las restricciones no se cumplen sea lo menor posible, o bien permitiendo que algunas restricciones de tipo no crítico o de menor importancia se relajen durante algunos instantes de tiempo. Estos temas, incluyendo el uso de restricciones blandas, jerarquización de restricciones o planteamiento de problemas de optimización multiobjetivo están expuestos en Camacho y Bordons (2004).

Las restricciones sobre los incrementos en la variable manipulada δu pueden ser aplicadas para acotar el error de la linealización. Las demás restricciones se suelen plantear por limitaciones físicas de los actuadores, o bien por necesidades del proceso, tanto de seguridad, como de calidad del producto obtenido. Lógicamente, las restricciones pueden y deben ser, en un proceso por lotes, variables según el instante de tiempo. Por ejemplo puede ser necesario por razones de rendimiento restringir la variable controlada a un entorno de la trayectoria de referencia. De esta forma, las restricciones sobre esta variable dependen del tiempo, pues así ocurre también con las trayectorias de referencia. Lógicamente, las restricciones deben incluirse en el problema de optimización, y el hecho de saturar la señal de control resolviendo el problema sin restricciones provocaría que la solución obtenida fuera subóptima.

Por consiguiente, el problema de optimización convexo sujeto a restricciones debe ser resuelto en cada instante de muestreo usando técnicas de tipo QP. Sólo el primer elemento del vector de señales de control futuras calculado se aplica a la planta. Tal cual se ha comentado, el hecho de tener que resolver un QP en cada instante de muestreo no provoca una sobrecarga computacional excesiva, pues existen algoritmos de resolución de este tipo de problemas extremadamente eficientes, y además se tiene limitado el tamaño del problema por el uso del horizonte de predicción finito.

4.5. Aspectos de implementación

Tiempo de CPU (s)	$m = 1$	$m = 10$
Inicialización, filtrado señales	0,073	0,073
Linealización del modelo	1,800	5,323
Calc. resp. libre y señal de control s/restr.	0,270	0,250
Resolución QP	2,947	4,670
Otros cálculos (actualización vectores ...)	0,150	4,670

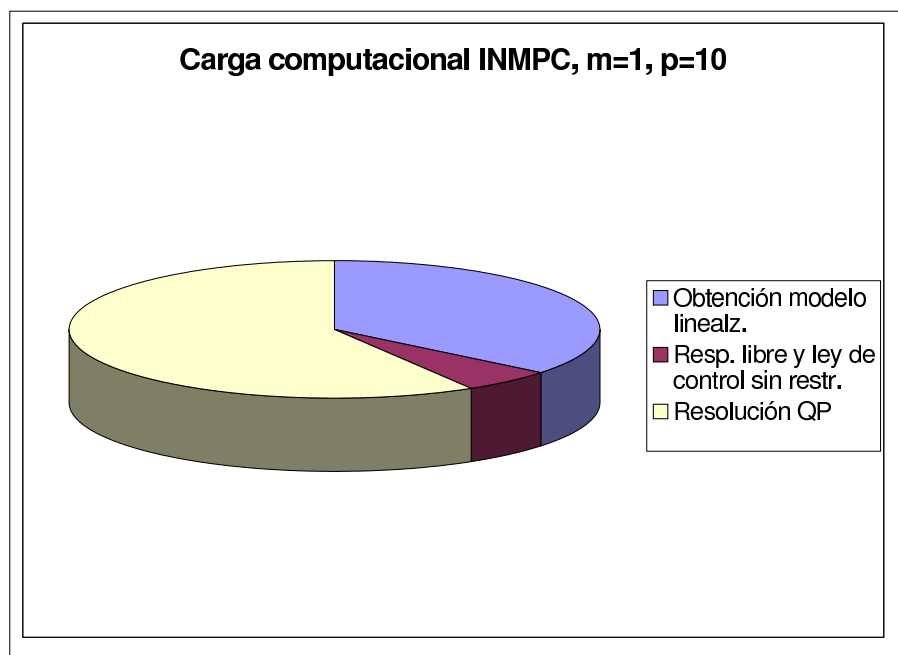
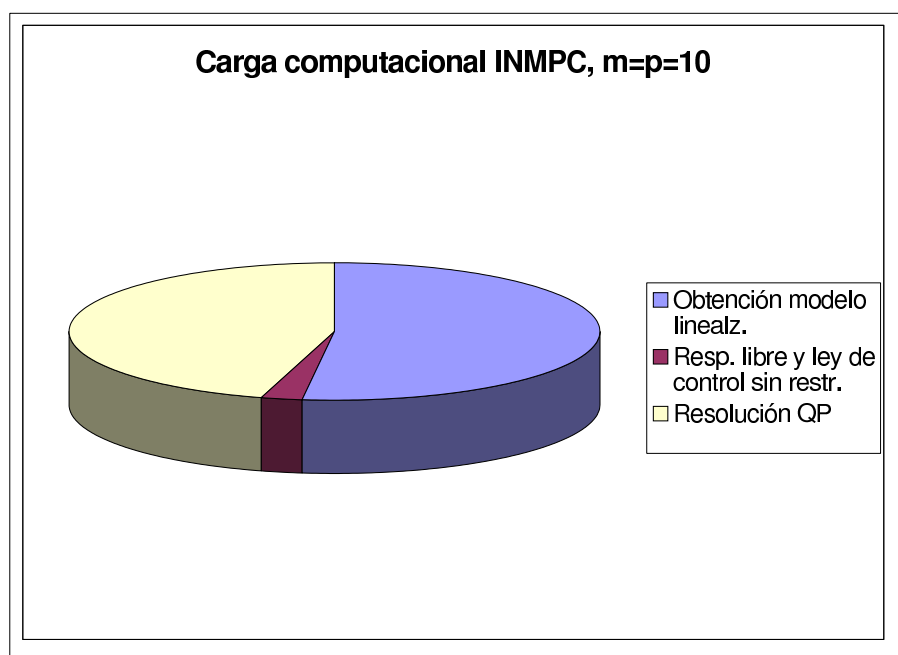
Tabla 4.1: Tiempos de cálculo con horizonte $m = 1$ y $m = 10$

En esta sección se indica la carga computacional necesaria para obtener la señal de control del INMPC en el ejemplo del reactor monovariante con dos estados. Las pruebas fueron realizadas en un ordenador *Pentium III* corriendo a 450 Mhz con 64 Mb de memoria RAM en un sistema operativo *Windows NT*. El algoritmo fue implementado en un lenguaje interpretado de tipo científico, con lo cual debe tenerse en cuenta que los tiempos necesarios para la obtención del modelo linealizado pueden ser reducidos considerablemente.

Los resultados se muestran en la tabla 4.1 para horizontes de control de 1 y 10. En ambos casos el horizonte de predicción es de 10. La duración del lote es de 60 muestras, con lo cual los tiempos indicados en la tabla 4.1 deben dividirse por esta cantidad para obtener el tiempo de cálculo correspondiente a cada instante de muestreo.

Evidentemente, los procesos con dinámica lenta pueden ser controlados mediante este tipo de controlador. Debe notarse además que los tiempos de ejecución pueden ser reducidos de forma notable de varias formas, por ejemplo mediante el uso de técnicas de iteración en tiempo real, procesadores más potentes, o un lenguaje de programación compilado. Las figuras 4.7 y 4.8 permiten ver en qué puntos se puede mejorar la eficiencia de los cálculos en el controlador.

Para concluir este capítulo se muestra un esquema del algoritmo en la figura 4.9, en el cual se pueden ver los pasos básicos a seguir para la implementación del algoritmo INMPC, aunque para más detalles debe verse la sección correspondiente de este capítulo.

Figura 4.7: Distribución de la carga computacional en INMPC con $m = 1$ Figura 4.8: Distribución de la carga computacional en INMPC con $m = 10$

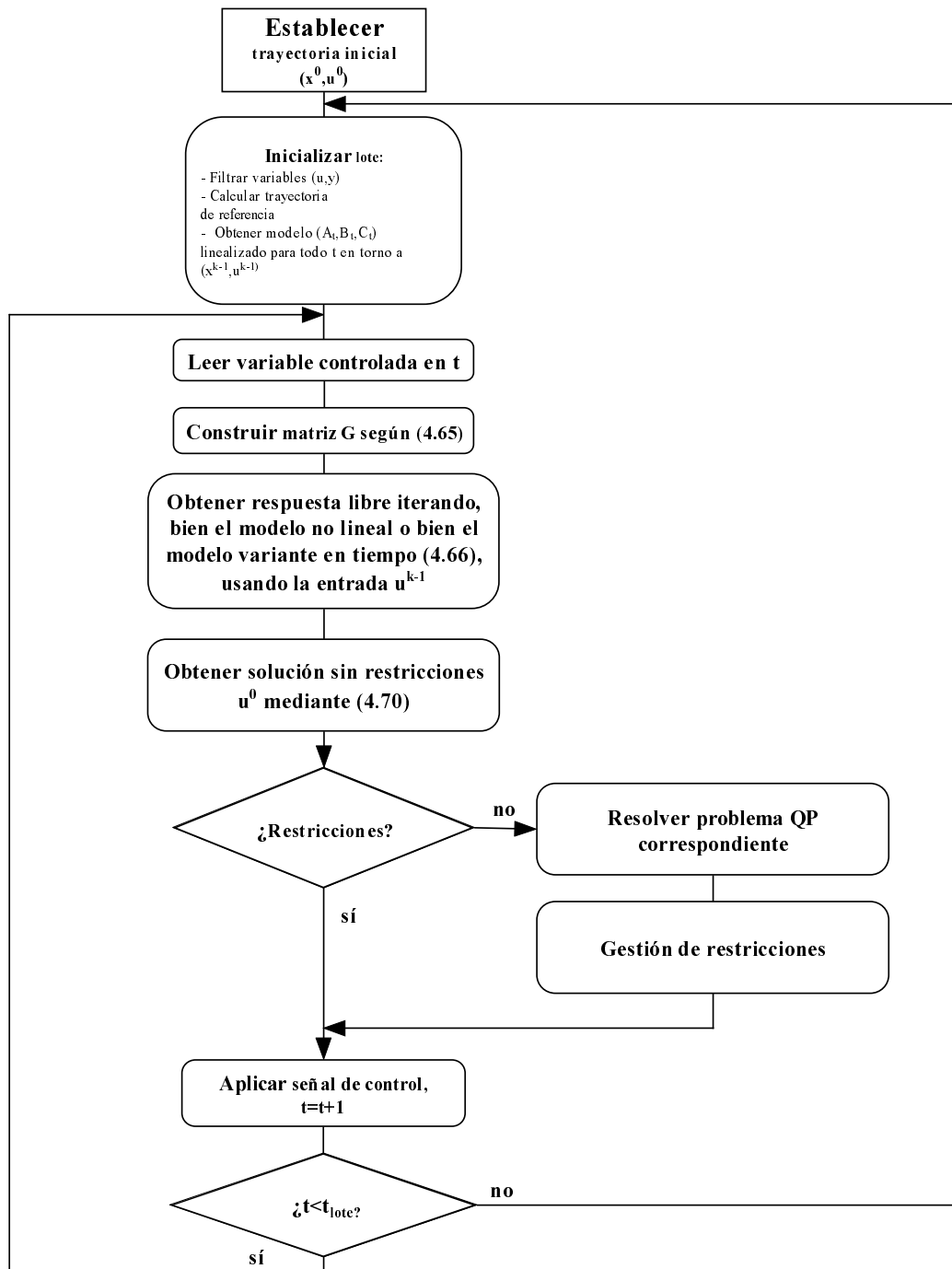


Figura 4.9: Cálculo de la señal de control en el INMPC

Capítulo 5

Estabilidad del controlador INMPC

Este capítulo trata acerca de la prueba de estabilidad matemática del algoritmo INMPC, que será analizado con una planta lineal, y también en un caso particular, aunque bastante genérico, no lineal. Las pruebas se han obtenido sobre el caso nominal sin restricciones, mostrando que el controlador obtiene trayectorias que convergen a las de referencia con el transcurso de las iteraciones. Las condiciones bajo las cuales se obtienen trayectorias convergentes son bastante genéricas, siendo necesario, en el caso no lineal, el suponer que el horizonte de predicción es igual a la unidad.

En cuanto a la estabilidad de controladores iterativos basados en modelo para plantas lineales, se tienen resultados en la literatura, que incluyen el caso con restricciones. Por ejemplo, para procesos lineales repetitivos se tiene el libro de Rogers y Owens (1992). La prueba de estabilidad del algoritmo de Amann se tiene en Amann *et al.* (1996). El BMPC, que podría verse como una versión de este último algoritmo modificada con un filtro de Kalman para controlar plantas con restricciones, converge en las condiciones indicadas en Lee (2000) o Lee *et al.* (1999). En concreto, principalmente se asumen condiciones de regularidad de la planta (controlabilidad), que la trayectoria de referencia sea factible (que cumpla las restricciones) y que el modelado de la planta sea exacto (sin error de modelado). Para la demostración de la estabilidad se plantea que la función objetivo, que en el BMPC recoge la duración completa del lote, es una función de Lyapunov aún en presencia de restricciones, con lo cual el sistema controlado será asintóticamente estable, puesto que la suma del error se anula.

En cuanto a los controladores ILC que no están basados en modelo, se pueden encontrar pruebas de estabilidad en Moore y Xu (2000). Más pruebas de estabilidad para una gran variedad de controladores ILC se encuentran en (Xu y Tan, 2003), teniendo casi todas ellas en común la hipótesis necesaria de que la función de salida de la

planta depende directamente de la entrada de la misma, y que, además, su derivada parcial respecto a la entrada no se anula. En la prueba que se busca para el INMPC, supondremos que la función de salida de la planta es función exclusiva del estado. De forma adicional, se encuentra una prueba general para la estabilidad del ILC no lineal, basada en continuidad Lipschitz de las funciones que modelan la planta (Albertos y Sala, 2002).

El controlador INMPC se puede aplicar a plantas de tipo no lineal genérico. Aún así, no será posible la demostración de estabilidad en este caso general, siendo necesario realizar algunas hipótesis sobre la estructura de la misma. En concreto, como punto de partida se supone que la planta está descrita por ecuaciones de tipo no lineal, afín en el control, y con función de salida lineal, con posibles ruidos de tipo repetitivo:

$$\begin{cases} x_{t+1}^k &= f(x_t^k) + g(x_t^k) u_t^k + v_t^k \\ y_t^k &= C x_t^k + w_t^k \end{cases} \quad (5.1)$$

donde v_t^k y w_t^k son estos términos de ruido, que verificarán, por hipótesis, que $v_t^k = v_t^{k-1} = v_t$ y $w_t^k = w_t^{k-1} = w_t$.

El controlador es una función de las variables en el tiempo t en el lote actual, de las variables en el lote anterior durante todo instante de tiempo y de la estimación futura de las variables controladas durante el intervalo de predicción especificado por los horizontes. De una forma bastante general, se puede poner la ley de control del controlador basado en modelo en la forma:

$$u_t^k = u_t^{k-1} + \Phi(x_t^k, x_{t+1}^{k-1}, x_t^{k-1} \dots) (r_t - f_{t+1|t}^k) \quad (5.2)$$

donde $f_{t+1|t}^k$ es el vector conteniendo la respuesta libre del sistema, que, en nuestro caso de control iterativo es, por definición, la obtenida al aplicar al sistema una entrada igual a la que se aplicó durante el lote anterior. De esta forma, la respuesta libre se obtiene anulando el incremento de la señal de control para los instantes futuros de tiempo.

Una propiedad bastante importante de la respuesta libre del INMPC en cuanto al análisis de estabilidad es que ésta coincide con la trayectoria seguida durante el lote anterior en el primer instante de tiempo, es decir

$$f_{1|0}^k = \left(\begin{array}{c} y_{t+1}^{k-1} \\ y_{t+2}^{k-1} \\ \vdots \\ y_{t+p}^{k-1} \end{array} \right) \Bigg|_{t=0} \quad (5.3)$$

Para que se cumpla lo anterior, debe verificarse que las condiciones de idéntica inicialización del lote (ecuación 4.50) se cumplan. Es lógico que si aplicamos al sistema

la misma señal de control u^{k-1} , y éste parte de las mismas condiciones iniciales, el resultado, que es por definición la respuesta libre, será igual a la misma trayectoria seguida por el sistema durante el lote anterior y^{k-1} .

Por contra, en los instantes posteriores de tiempo, la respuesta libre consta de varios términos, uno de ellos igual a la respuesta del sistema en el lote anterior. El incremento de esta respuesta libre respecto a la trayectoria del lote anterior se calcula mediante el modelo incremental. Este último término depende directamente de la diferencia entre la trayectoria base y la trayectoria real seguida en los instantes anteriores a t , y se está asumiendo que el modelo de la planta coincide con el nominal. No obstante, en presencia de perturbaciones también se cumple lo anterior, siempre que éstas sean repetitivas y aditivas.

En el caso de que el sistema haya convergido en los instantes previos a t , se tiene también la igualdad entre respuesta libre y trayectoria seguida en el lote anterior y^{k-1} en las mismas condiciones. Esto se puede probar fácilmente puesto que la convergencia de las trayectorias del sistema en instantes previos permite tener en tiempo t el sistema en un estado que no varía al realizar un nuevo lote. De esta forma la trayectoria obtenida (respuesta libre) con la misma señal de control futura, o sea u_{t+i}^{k-1} con $i = \{0, 1, 2, \dots\}$, que se aplicó durante el lote anterior es idéntica a la trayectoria obtenida en ese último lote y^{k-1} .

Volviendo a la ley de control iterativa (5.2), debe notarse que el primer término de la misma u_t^{k-1} es igual a la variable manipulada en tiempo t durante el último lote, y aparece en la mayoría de los controladores iterativos. Es lógico, pues en estos controladores, la ley de control da una expresión para los incrementos de la señal de control \tilde{u}_t . El hecho de poner la ley de control en esta forma implica el uso de variables incrementales, con lo cual se puede ignorar en la tarea de modelado la presencia de perturbaciones que sean a la vez repetitivas y aditivas (Lee *et al.*, 1999; Cueli, 2004b). Esto no supone realizar ninguna aproximación ni tampoco implica perder optimalidad en la señal de control calculada, pues la misma no se modifica al considerar una perturbación del tipo indicado. El controlador trata de calcular el incremento de las trayectorias respecto al lote anterior de modo que se obtenga una mejora en el error (figura 5.1).

Debe notarse que las ecuaciones (5.1) tienen una forma bastante general. En numerosas aplicaciones, es posible transformar un sistema genérico no lineal en la forma indicada. Por ejemplo, considérese el sistema no afín

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 + g_3(x)u^3 \\ y &= Cx \end{cases} \quad (5.4)$$

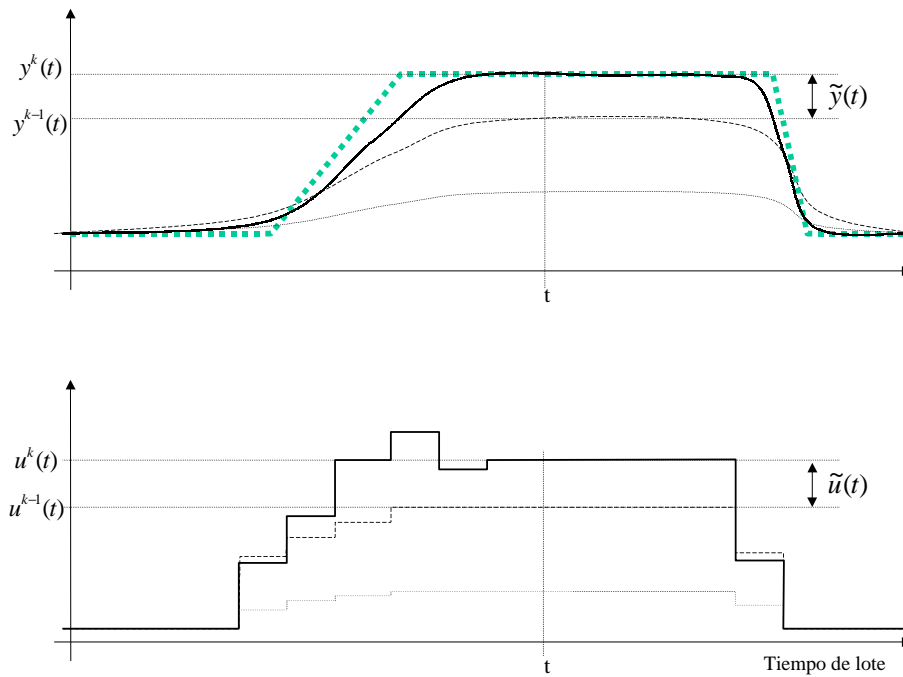


Figura 5.1: Trayectorias en un controlador MPC iterativo

sobre el cual hacemos el cambio de variables

$$\dot{u} = v \quad (5.5)$$

La ecuación (5.5) no es un cambio de variables simplemente, pues estamos añadiendo un nuevo estado al sistema, que vendrá dado por

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 + g_3(x)u^3 \\ \dot{u} = v \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.6)$$

Este nuevo sistema puede verse como una extensión del original, cuyo estado está compuesto por las variables (x, u) , y cuya entrada o variable manipulada es ahora v . Evidentemente, las propiedades globales de controlabilidad de los sistemas (5.4) y (5.6) no son las mismas, pues la inclusión del cambio de variables (5.5) modifica la estructura del sistema. Pero debe tenerse en cuenta que la variable u , que es un estado del sistema extendido (5.6) no interviene en la función de salida del mismo. Por lo tanto, el espacio

de estados alcanzable de ambos sistemas es el mismo, si se considera exclusivamente la parte del vector de estados dada por el estado original x .

Considérese ahora el sistema no lineal

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{cases} \quad (5.7)$$

En cuanto a sistemas con función de salida no lineal del tipo (5.7), se pueden usar técnicas de control geométrico para obtener, bien el sistema linealizado mediante realimentación estática o dinámica del vector de estados (Respondek, 2002; Isidori *et al.*, 2001), o bien un sistema con función de salida lineal del tipo (5.1). Esta segunda forma es más general ya que no requiere ninguna estructura especial en la ecuación de estados. Es de destacar que el controlador sigue siendo aplicable a un sistema no lineal del tipo genérico (5.7), pero se pierde la prueba de la estabilidad del mismo. Visto de otro modo, si tenemos un sistema del tipo (5.1), se puede encontrar un controlador iterativo cuyas trayectorias converjan a las de referencia, pues se puede realizar un análisis de estabilidad. En cualquier caso, siempre será bueno tener una función de salida lineal, pues con ello se garantiza que en el estado de equilibrio x^* (y en cualquier estado posible), la función de salida de la planta es unívoca.

Para obtener las condiciones bajo las cuales se puede transformar el sistema (5.7) en uno del tipo (5.1) con función de salida lineal mediante transformación del vector de estados se hace, sobre el sistema (5.7) el cambio de variables dado por el difeomorfismo¹

$$\bar{x} = \Phi(x) \quad (5.8)$$

con lo cual se tiene

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} [f(\Phi^{-1}(\bar{x})) + g(\Phi^{-1}(\bar{x}))u] \\ y &= h \circ \Phi^{-1}(\bar{x}) \end{cases} \quad (5.9)$$

donde $h \circ \Phi^{-1}$ representa la composición de las funciones h y Φ^{-1} .

Así, la transformación (5.8) debe verificar que

$$h \circ \Phi^{-1}(\bar{x}) = C\bar{x} \quad (5.10)$$

Lógicamente, esta condición se verifica en un conjunto de sistemas mayor que el de los sistemas linealizables por realimentación del vector de estados, que deben cumplir

¹Un difeomorfismo es una transformación de tipo C^∞ (suave) invertible, y cuyo mapa inverso es también suave.

condiciones de integrabilidad de la distribución generada por el campo de vectores definido por $f(x)$, $g(x)$, y los productos de Lie de los mismos (Respondek, 2002; Isidori, 1995, 1999). En este sentido puede ser más directo y preferible encontrar la función $\Phi(x)$ a intentar linealizar el sistema completo.

Finalmente, cabe decir que se debe tener precaución en las plantas con retardo. En primer lugar, y de enorme importancia para la estabilidad de los procesos por lotes controlados de forma iterativa, la estimación del mismo debe ser correcta. En efecto, si aplicamos la ley de control (5.2) a un sistema con retardo mayor que la unidad, el controlador intentará compensar el error durante toda la duración de lote, y en particular, en el primer instante de tiempo. Esto hará que la señal de control crezca de forma continuada, tornándose el sistema en uno inestable. Este hecho es común denominador de los controladores iterativos, y debe tenerse especial precaución con el mismo.

En segundo lugar, si existe un retardo en el sistema, éste debe modificarse para convertirlo en la forma adecuada (5.1). Por ejemplo, sea el sistema con retardo

$$\begin{cases} x_{t+d}^k &= f(x_t^k) + g(x_t^k) u_t^k + v_t^k \\ y_t^k &= Cx_t^k + w_t^k \end{cases} \quad (5.11)$$

Introduciendo un vector de estados extendido, puede volverse a escribir en la forma siguiente

$$\begin{cases} x_{1,t+1}^k &= f(x_t^k) + g(x_t^k) u_t^k + v_t^k \\ x_{2,t+1}^k &= x_{1,t}^k \\ &\vdots \\ x_{d,t+1}^k &= x_{d-1,t}^k \\ y_t^k &= Cx_{d,t}^k + w_t^k \end{cases} \quad (5.12)$$

el cual está en la forma deseada (5.1).

En cualquier caso, cuando se tiene un sistema con retardos, es necesario modificar la función objetivo (4.57), de forma que se penalice el error de seguimiento a partir del instante $t + d$, siendo t el instante en el cual se calcula la señal de control. Como es lógico, no tiene sentido optimizar la salida controlada en instantes de tiempo anteriores al retraso. También se podría formular el problema de optimización directamente a partir de (5.11).

Finalmente, el sistema en bucle cerrado posee cierta robustez respecto al resto de parámetros de la planta, y, en concreto, respecto a las funciones $f(x)$, $g(x)$ o la matriz C . Debe tenerse en cuenta que, además de ser estas funciones suaves, y verificar por ello condiciones de continuidad Lipschitz, existe una doble realimentación en el sistema, la

primera de valores pasados del lote actual, y la segunda de valores obtenidos durante el último lote completado. La continuidad de las funciones anteriores asegura que el sistema será robusto cuando los parámetros de la planta no lineal se encuentran en un entorno determinado de los parámetros nominales. Si el sistema en bucle cerrado es estable para la planta nominal, una modificación de los parámetros del modelo suficientemente pequeña hará que las trayectorias de la planta se modifiquen. Esta variación de la trayectoria será continua y el sistema no se hará inestable cuando los parámetros están en ese entorno cercano a los nominales.

Cuando las perturbaciones no son exactamente repetitivas y aditivas, se han llevado a cabo estudios de robustez del sistema para determinar si el funcionamiento es correcto en estos casos (Cueli y Bordons, 2005*a,b*). En las simulaciones realizadas y las aplicaciones estudiadas, la no linealidad de las perturbaciones se compensa poco a poco, de forma que a medida que el sistema converge, las perturbaciones se vuelven repetitivas y aditivas. De este modo, pueden ser compensadas correctamente por el modelo incremental aunque no sean exactamente aditivas.

5.1. Análisis de estabilidad en el caso multivariable con horizontes unitarios

La estabilidad en los procesos por lotes debe verificarse en dos sentidos diferentes al mismo tiempo, los cuales se corresponden con los dos ejes temporales o variables independientes que se tienen en este tipo de procesos, y que son el índice de lote y el tiempo transcurrido desde el comienzo del último lote (figura 5.2). Por simplicidad, se asume que el modelo nominal de la planta coincide con la planta real, aunque se permite la presencia de perturbaciones de tipo repetitivo y aditivo (ecuación 5.1).

Para realizar el análisis de estabilidad, comenzamos analizando el primer instante de tiempo de cada lote, es decir, $t = 1$. La idea es probar la convergencia de las trayectorias en este instante de tiempo en el sentido del eje que representa el número de lotes completados. Una vez se ha probado esto, es posible extender la prueba de convergencia al resto de instantes de tiempo dentro del lote mediante un razonamiento de tipo inductivo.

De esta forma, y teniendo en cuenta que los términos repetitivos y aditivos se pueden obviar, pues son eliminados al usar el controlador iterativo, las ecuaciones de la planta

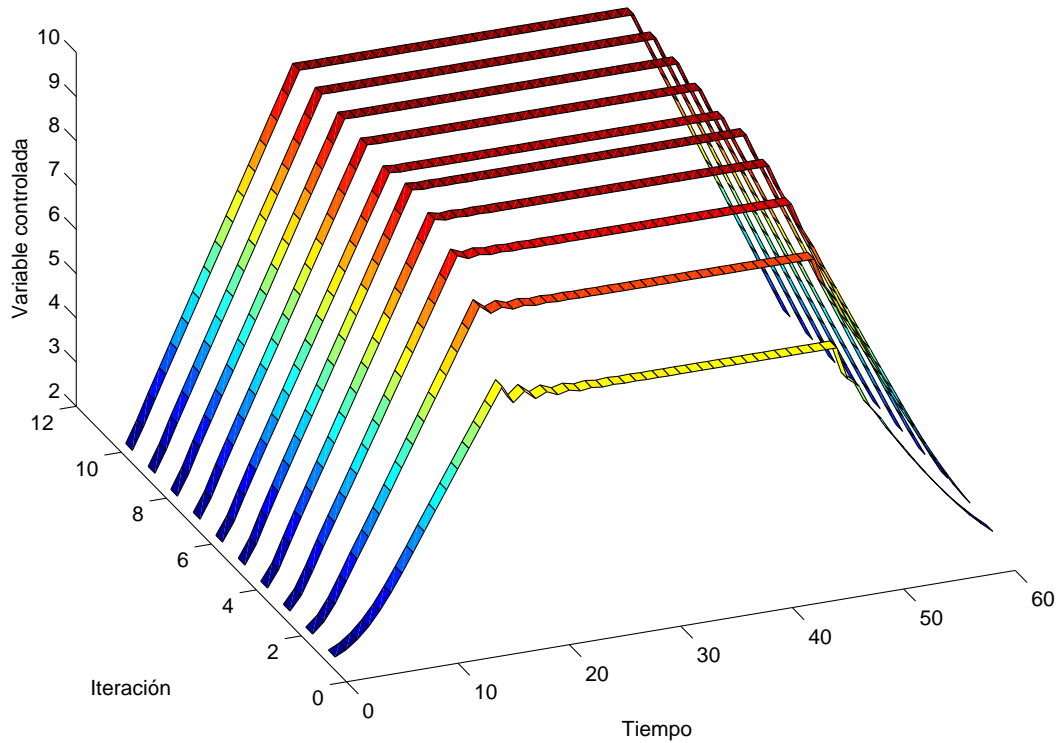


Figura 5.2: Un proceso por lotes visto en función de dos ejes independientes

(5.1) fijando el tiempo $t = 1$ se escriben:

$$\begin{cases} x_1^k = f(x_0) + g(x_0)u_0^k = f_0 + g_0u_0^k \\ y_1^k = Cx_1^k \end{cases}, \quad (5.13)$$

donde $u \in \mathbb{R}^{N_u}$, $x \in \mathbb{R}^{N_x}$ e $y \in \mathbb{R}^{N_y}$. Para no confundir la notación, y puesto que m y p representan, respectivamente, los horizontes de control y de predicción, denotamos respectivamente con N_u , N_x y N_y el número de variables manipuladas, de estados y de variables controladas. Estas ecuaciones se pueden poner en forma incremental restando las mismas particularizadas para los dos lotes consecutivos $k - 1$ y k :

$$\begin{cases} x_1^k = x_1^{k-1} + g_0\tilde{u}_0^k \\ y_1^k = y_1^{k-1} + C\tilde{x}_1^k = y_1^{k-1} + C(x_1^k - x_1^{k-1}) \end{cases} \quad (5.14)$$

Se tienen propiedades especiales en este primer instante de tiempo. Una de ellas es la coincidencia entre la respuesta libre y la trayectoria seguida por el sistema en el

instante anterior (ver el inicio del capítulo 5), verificándose este hecho para cualquier horizonte de predicción o control.

La otra propiedad es que el mapa entrada-salida se convierte en la función lineal siguiente:

$$y_1^k = Cg_0u_0^k + Cf_0 = G_1u_0^k + b_1 \quad (5.15)$$

La ley de control que da el INMPC en este primer instante de tiempo es, teniendo en cuenta la igualdad entre respuesta libre y la trayectoria del lote anterior, la siguiente

$$u_0^k = u_0^{k-1} + (G_1'G_1 + \Lambda)^{-1} G_1' (r_1 - y_1^{k-1}) \quad (5.16)$$

donde

- r_1 es el vector de trayectorias de referencia deseadas en $t = 1$, con igual número de elementos que de variables controladas N_y , pues el horizonte de predicción es, por hipótesis, la unidad.
- y_1^{k-1} se obtiene al aplicar al sistema no lineal la entrada u_0^{k-1} en $t = 0$, o, lo que es equivalente, anulando \tilde{u}_0^k , y coincide con la respuesta libre del mismo. Nótese que se tiene en cuenta que se calcula la respuesta libre mediante el modelo no lineal de la planta, lo cual es posible, pues este modelo es conocido. La obtención de esta respuesta libre, en el caso de horizontes mayores, se obtendrá iterando el modelo no lineal (5.1).
- G_1 es la matriz dinámica en $t = 1$ del sistema linealizado en torno a la trayectoria base (De Keyser, 1998), que, en este caso, coincide con la que sigue el sistema durante el lote anterior. Puesto que el horizonte de predicción es igual a la unidad, se tiene

$$G_1 = Cg_0 \quad (5.17)$$

- u_0^k contiene sólo la señal de control en el primer instante de tiempo, pues el horizonte de control debe ser menor o igual que el de predicción, en este caso 1. Recuérdese que u_0^k es un vector en el caso multivariable.

Sustituyendo la ecuación de predicción (5.15) en (5.16), tendremos:

$$u_0^k = u_0^{k-1} + (G_1'G_1 + \Lambda)^{-1} G_1' (r_1 - b_1 - G_1u_0^{k-1}) \quad (5.18)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que, dadas dos matrices cualesquiera A y B , se cumple la relación siguiente:

$$(A + B)^{-1} A = (A + B)^{-1} (A + B - B) = I - (A + B)^{-1} B \quad (5.19)$$

la ecuación que da la señal de control del sistema en bucle cerrado (5.18) se convierte en

$$u_0^k = (G_1'G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda u_0^{k-1} + (G_1'G_1 + \Lambda)^{-1} G_1' (r_1 - b_1) \quad (5.20)$$

Esta ecuación de evolución de la señal de control puede verse desde el punto de vista de una iteración de punto fijo $x = F(x)$. Asumiendo que el set point está en el conjunto alcanzable se tendrá que existe un u_0^* que verifique

$$r_1 = Cx_1^* = Cg_0u_0^* + Cf_0 \quad (5.21)$$

Viendo las ecuaciones (5.15)-(5.16) se deduce directamente que $x = u_0^*$ es un punto fijo de la iteración $x = F(x)$.

Resta probar si este punto fijo existente $u_0^* = F(u_0^*)$ es estable y único. El teorema del punto fijo de Banach, también conocido con el nombre del teorema de mapas contractivos se puede aplicar aquí (Vidyasagar, 1993).

Haciendo un inciso, aquí es donde se requiere suponer que la función de salida es lineal. Se ha ensayado una prueba de estabilidad con función de salida no lineal. El resultado se puede poner en forma de un sistema de Lur'e en tiempo discreto, que puede ser analizado mediante técnicas de hiperestabilidad o estabilidad absoluta (Popov, 1973). El sistema de Lur'e especificado por la ecuación (5.18) consta de un integrador (parte lineal) y una función de realimentación no lineal (Kokotovic y Arcak, 2001), que depende de la derivada o linealización de la función de salida. Este sistema se ha estudiado usando el criterio de Tsytkin (Tsytkin, 1963, 1964), que es el equivalente al de Popov para sistemas en tiempo discreto, obteniendo resultados positivos en cuanto a la estabilidad. El sistema será estable si se parte de una trayectoria inicial contenida dentro de una región de convergencia bien definida. El problema principal que se tiene está en extender este resultado a instantes de tiempo posteriores, puesto que en el transitorio inicial no se podrá garantizar que la trayectoria esté contenida dentro de la región de convergencia durante todo instante de tiempo y que además la trayectoria no se saldrá de esa zona con el transcurso de los lotes.

Siguiendo con la prueba de estabilidad, se cumple que el espacio de estados es un espacio de Banach. Los espacios vectoriales de Banach tienen la propiedad de que, dada una función $F(x)$ y dos secuencias cualesquiera x_n e y_n contenidas en ese espacio, se cumplirá que el hecho de que las dos secuencias converjan, o sea, que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - y_n\| = 0 \quad (5.22)$$

implica el siguiente hecho

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|F(x_n) - F(y_n)\| = 0 \quad (5.23)$$

Mediante el teorema del punto fijo de Banach, se trata de encontrar un coeficiente, llamado coeficiente (global) del mapa contractivo ρ tal que

$$\|F(x) - F(y)\| \leq \rho \|x - y\|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^{N_u} \quad (5.24)$$

donde x e y son vectores del espacio de Banach en el cual está definida la iteración $F(x)$.

Es decir, si se cumple $\rho < 1$, se puede afirmar la existencia, estabilidad y unicidad del punto fijo. Además, la estabilidad es global y exponencial con coeficiente ρ . Es decir, existirá una constante c tal que la norma del error de seguimiento del sistema en este primer instante de tiempo esté acotada por $c \cdot e^{-\rho k}$.

Se trata entonces de encontrar el valor del coeficiente ρ en el caso indicado. Sustituyendo (5.20) en (5.24), se tiene

$$\|F(x) - F(y)\| \leq \left\| (G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda (x - y) \right\| \quad (5.25)$$

Para obtener ρ , es necesario conocer el concepto de norma inducida de una matriz. La norma inducida de una matriz se puede definir de la forma siguiente (Lay, 1994):

$$\|A\|_i = \max_{\|x\|=1} \|Ax\| \quad (5.26)$$

y representa el máximo factor posible en el cual se incrementa la norma de un vector al aplicarle la transformación lineal dada por la matriz A . Si la norma inducida de la matriz es menor que la unidad, al aplicar la matriz A al vector v , su norma se reducirá necesariamente.

En el caso de considerar la norma Euclídea, se tiene la expresión siguiente para la norma inducida correspondiente a la misma

$$\|A\|_i = \sqrt{\lambda_{\max}(A^* A)} \quad (5.27)$$

donde $\lambda_{\max}(\cdot)$ es el máximo autovalor de una matriz.

La propiedad principal, y más usada, de la norma inducida se muestra en la expresión siguiente

$$\|Ax\| \leq \|A\|_i \|x\| \quad (5.28)$$

donde $\|A\|_i$ es la norma inducida de la matriz A .

Así, podemos acotar la expresión (5.25) mediante la expresión

$$\|F(x) - F(y)\| \leq \left\| (G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda \right\|_i \|x - y\| = \rho \|x - y\| \quad (5.29)$$

Ahora usamos el hecho de que la matriz Λ es diagonal, y que G_1 tiene rango completo. Esto se puede suponer si el sistema es controlable. Por lo tanto, $G_1'G_1$ es simétrica definida positiva y, por lo tanto, diagonalizable. Así, se puede expresar $G_1'G_1 = P\Omega P'$ donde Ω es diagonal con elementos no nulos y P es una matriz ortonormal. Aplicando álgebra matricial básica (ver, por ejemplo, el libro de Lay (1994)) y tomando la norma Euclídea, se tiene

$$\begin{aligned} \rho &= \left\| (P\Omega P' + \Lambda)^{-1} \Lambda \right\|_i = \left\| [P(\Omega + \Lambda)P']^{-1} \Lambda \right\|_i = \\ &= \left\| P(\Omega + \Lambda)^{-1} \Lambda P' \right\|_i \leq \frac{1}{1 + \frac{\Omega_{\min}}{\Lambda_{\max}}} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Al ser Ω_i y Λ_i positivos, se puede afirmar que el coeficiente ρ es estrictamente menor que la unidad, tal como requiere el Teorema de Banach.

Se concluye así que el sistema converge en $t = 1$. Un razonamiento de tipo inductivo puede ser empleado para deducir la convergencia en $t + 1$, suponiendo que el sistema converge en el instante t .

En efecto, puesto que las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son continuas por hipótesis, se puede desarrollar en serie la ecuación no lineal de la planta de la forma siguiente

$$\begin{cases} x_{t+1}^k &= f(x_t^k) + g(x_t^k) u_t^k \\ &= f_t + g_t u_t^k + \varepsilon(x_t^* - x_t^k) \\ y_{t+1}^k &= C x_{t+1}^k \end{cases} \quad (5.31)$$

donde $f_t = f(x_t^*)$, $g_t = g(x_t^*)$ y $\varepsilon(x_t^* - x_t^k)$ es un término que cumple

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(x_t^* - x_t^k) = 0, \quad (5.32)$$

ya que $x_t^* = \lim_{k \rightarrow \infty} x_t^k$. En efecto, el valor que alcanza el estado al converger en el instante t es, por hipótesis, x_t^* , y la función $\varepsilon(\cdot)$ se anula en el origen.

Suponiendo que hay un controlador que establece la señal de control u_t^k , el sistema anterior (5.31) será autónomo, el cual lo denotamos por Σ_{t+1} . La planta se puede ver como una conexión en cascada de N subsistemas Σ_i (figura 5.3).

La demostración de estabilidad por inducción consiste en verificar que, suponiendo que el sistema en cascada compuesto por $\Sigma_1, \dots, \Sigma_t$ sea asintóticamente estable, el añadir Σ_{t+1} a este sistema resultará en un sistema también asintóticamente estable.

Se tiene que el subsistema siguiente, obtenido haciendo $x_t^k = x_t^*$

$$\begin{cases} x_{t+1}^k &= f_t + g_t u_t^k \\ y_{t+1}^k &= C x_{t+1}^k \end{cases} \quad (5.33)$$

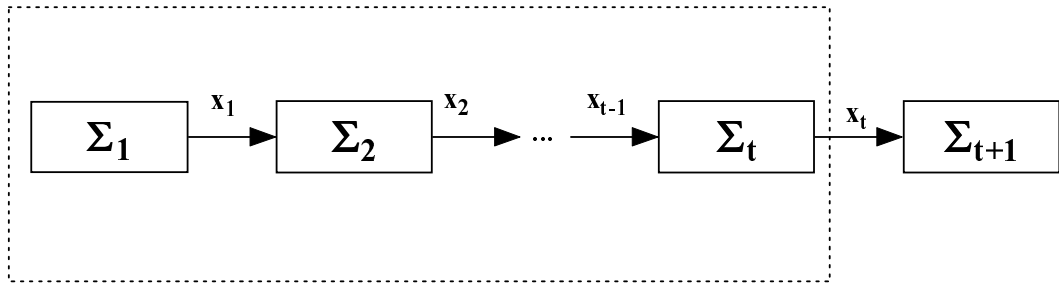


Figura 5.3: Conexión en cascada de subsistemas

y con la señal de control calculada con la fórmula (5.18) particularizada para el instante t , es decir, con

$$u_t^k = u_t^{k-1} + (G'_{t+1}G_{t+1} + \Lambda)^{-1} G'_{t+1} (r_{t+1} - b_{t+1} - G_{t+1}u_t^{k-1}), \quad (5.34)$$

es global y asintóticamente estable, pues se tiene exactamente el mismo caso que en $t = 1$.

Volviendo al sistema original (5.31), se puede ver que se corresponde con el diagrama de sistemas en cascada mostrado en la figura 5.3, el cual se divide en dos, uno compuesto por los subsistemas $\Sigma_1, \dots, \Sigma_t$, asintóticamente estable por hipótesis, y el otro compuesto por Σ_{t+1} . Puesto que ambos son global y asintóticamente estables, se puede concluir que el conjunto (5.31) es también global y asintóticamente estable (Panteley y Loria, 1998; Panteley *et al.*, 1999). Nótese que en sistemas en tiempo continuo debe cumplirse la condición de que la trayectorias se mantengan acotadas.

5.2. Análisis de estabilidad multivariable con horizontes arbitrarios

El caso del controlador con horizonte de predicción mayor que la unidad es más difícil de analizar, sobre todo cuando el modelo es no lineal. En concreto, resulta complicado llegar a una iteración de punto fijo que se pueda estudiar a partir de la ley de control (5.16), puesto que el uso de horizonte de control mayor que la unidad en conjunción con un esquema de control predictivo con horizonte deslizante hace que no se tenga una expresión adecuada en forma cerrada para la señal de control en todos los instantes de tiempo.

En concreto, se podría estudiar en el caso general la estabilidad del siguiente esquema:

- Calcular el vector de m muestras de la señal de control, según la fórmula general (4.70). Este vector se refiere a los instantes de tiempo $\{t, t + 1, \dots, t + m - 1\}$.
- Aplicar en bucle abierto el vector obtenido, durante todos los instantes de tiempo del intervalo correspondiente.
- Al llegar al instante $t + m$, se vuelve a calcular el vector de señales de control, que contendría la señal a aplicar desde el instante $t + m$ hasta el $t + 2m - 1$, y el procedimiento se repetiría sucesivamente.

El INMPC no sigue exactamente este esquema de obtención de la variable manipulada. En cada instante de tiempo se vuelve a calcular la misma con toda la información disponible hasta el momento, con lo cual el grado de realimentación es mayor, y la respuesta a las perturbaciones debe ser más rápida. En cualquier caso, nos referiremos más adelante, al final de esta sección, a este hipotético algoritmo, comprobando que la estabilidad del mismo puede ser estudiada incluso con horizonte de control mayor que la unidad.

Además, en el caso con este horizonte mayor que la unidad, la ecuación de predicción lineal (5.15) deja de ser válida, y hay que sustituir el modelo no lineal de la planta en esa misma expresión. Así, resulta necesario suponer que el modelo de la planta es lineal para poder realizar el análisis de estabilidad.

De la misma forma que en la sección 5.1, nos centramos primero en el análisis durante el primer instante de tiempo. Posteriormente se extenderá éste a la duración completa del lote.

La ley de control con horizonte de control también mayor que la unidad es, independientemente de si el modelo de la planta es lineal o no, la siguiente:

$$u_t^k = u_t^{k-1} + \Pi (G_t' G_t + \Lambda)^{-1} G_t' (r_t - f_t) \quad (5.35)$$

donde $r_t \in \mathbb{R}^{pN_y}$ es la trayectoria de referencia, y $f_t \in \mathbb{R}^{pN_y}$ es la respuesta libre en

el instante de tiempo t . En el caso multivariable, se tendrá:

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{t+1,y_1} \\ \vdots \\ r_{t+p,y_1} \\ \vdots \\ r_{t+1,y_{N_y}} \\ \vdots \\ r_{t+p,y_{N_y}} \end{pmatrix}, \quad f_t = \begin{pmatrix} f_{t+1,y_1} \\ \vdots \\ f_{t+p,y_1} \\ \vdots \\ f_{t+1,y_{N_y}} \\ \vdots \\ f_{t+p,y_{N_y}} \end{pmatrix}, \quad u_t^k = \begin{pmatrix} u_{t,1}^k \\ u_{t,2}^k \\ \vdots \\ u_{t,N_u}^k \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

La matriz G en el instante t tiene la forma siguiente

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1N_u} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2N_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N_y1} & G_{N_y2} & \cdots & G_{N_yN_u} \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

donde cada bloque es una matriz triangular inferior cuyos elementos se calculan según la ecuación (4.65). Cada elemento de esa matriz $g_{i,j} \in \mathbb{R}^{N_y \times N_u}$ se asigna a un bloque diferente de la matriz G .

El hecho de considerar horizonte de control mayor que la unidad se traduce en que sólo se aplica a la planta la señal de control calculada en el primer instante de tiempo del horizonte. Esto se traduce en que aparece en la ley de control una matriz Π que multiplica a la señal de control. Ésta simplemente selecciona el valor de la señal de control calculado en el instante t .

Es decir,

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_1 & \Pi_1 & \cdots & \Pi_1 \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

con $\Pi \in \mathbb{R}^{N_u \times mN_u}$ y $\Pi_1 \in \mathbb{R}^{N_u \times N_u}$

Así, al proyectar cualquier vector v mediante la matriz Π , su norma no se incre-

mentará, tal cual se muestra en la siguiente ecuación.

$$\left\| \begin{pmatrix} v_1 \\ v_{1+m} \\ v_{1+2m} \\ \vdots \\ v_{1+m(N_u-1)} \end{pmatrix} \right\| = \|\Pi v\| \leq \|v\| \quad (5.40)$$

En efecto, la matriz Π sólo selecciona ciertos elementos del vector v . De esta forma, se tiene que $\|\Pi\|_i = 1$, ya que, la relación anterior se cumple con el signo de igualdad cuando

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hline \vdots \\ \hline v_{1+m(N_u-1)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

Así, se puede escribir u_t^k del modo matricial siguiente

$$u_t^k = \Pi u_t^k = \Pi \begin{pmatrix} u_{t,1}^k \\ u_{t+1,1}^k \\ \vdots \\ \hline u_{t+m-1,1}^k \\ u_{t,2}^k \\ u_{t+1,2}^k \\ \vdots \\ \hline u_{t+m-1,2}^k \\ \vdots \\ \hline u_{t,N_u}^k \\ u_{t+1,N_u}^k \\ \vdots \\ u_{t+m-1,N_u}^k \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

La ley de control (5.35) se transforma en el caso de horizontes arbitrarios en

$$\Pi u_t^k = \Pi u_t^{k-1} + \Pi (G_t' G_t + \Lambda)^{-1} G_t' (r_t - f_t) \quad (5.43)$$

Fijando el tiempo en $t = 1$, y aplicando la igualdad entre la respuesta libre y trayectoria seguida por la variable controlada en el lote anterior, se tiene una expresión análoga a (5.20), válida para cualquier horizonte:

$$\Pi u_0^k = \Pi (G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda u_0^{k-1} + (G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} G_1' (r_1 - b_1) \quad (5.44)$$

En un sistema invariante en el tiempo, se puede demostrar que la norma inducida de la matriz correspondiente $\Pi (G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda$ es menor que el horizonte de control m . Además, esta expresión no se corresponde con una iteración de punto fijo porque la matriz Π no es invertible (no se puede reconstruir el vector original a partir de uno de dimensión inferior).

Supongamos ahora que tenemos el controlador descrito al comienzo de esta sección 5.2. En ese caso, se tendrá la misma expresión (5.44) con la matriz Π igual a la identidad, y se concluye que este hipotético controlador, que es similar al INMPC pero con una modificación en la estrategia del horizonte deslizante, será estable para cualquier valor de los horizontes de control y de predicción, en ausencia de error de modelado y con una planta lineal. Esto se desprende directamente de sustituir $\Pi = I$ en la expresión (5.44), y del estudio de la norma inducida de la matriz correspondiente, que es menor que la unidad en cualquier caso.

Para el análisis del algoritmo INMPC sin modificaciones, se debe aplicar una nueva hipótesis, y es que el horizonte de control m debe ser la unidad. El horizonte de predicción sigue siendo arbitrario. También en estas condiciones, $\Pi = I$, y el análisis de estabilidad es completamente idéntico al caso con horizonte de predicción unidad. Tal cual se probó en la sección anterior 5.1, la norma inducida de la matriz $(G_1' G_1 + \Lambda)^{-1} \Lambda$ es menor que la unidad, con lo cual el punto de equilibrio de la iteración de punto fijo correspondiente es globalmente estable.

De esta sección se concluye que el controlador será estable con horizonte unidad y planta con función de salida lineal, o bien con horizonte de control unidad y planta lineal, posiblemente variante en tiempo. Esto no quiere decir que el sistema no sea estable en otras condiciones, tal cual es de suponer, ya que las condiciones encontradas son suficientes. Además, en esta sección se ha propuesto una modificación en el INMPC que permite que la prueba de estabilidad se pueda extender a casos con horizonte de control mayor que la unidad y planta lineal. En la siguiente sección se muestran algunas simulaciones realizadas con el controlador INMPC.

5.3. Algunos ejemplos

En esta sección se muestran algunos ejemplos que intentan ilustrar el comportamiento del controlador en varias situaciones, comprobando la estabilidad del mismo en ausencia de error de modelado. En el primer ejemplo no se cumplen las hipótesis que garantizan la estabilidad, puesto que la función de salida es no lineal. En el segundo caso, se tiene estabilidad garantizada.

El objetivo es comprobar que el sistema converge cuando la función de salida es lineal. Esto se ilustra con un ejemplo en la sección 5.3.2. Además, en el caso de que no se cumpla la condición de estabilidad, la convergencia dependerá de los parámetros del controlador, tal cual se ilustra a continuación en el ejemplo 1 (sección 5.3.1).

5.3.1. Ejemplo 1

La planta nominal tiene dos estados, una entrada y una salida. La parte dinámica es lineal con función de salida no lineal, descrita por una función cúbica. El modelo viene dado las ecuaciones

$$\begin{cases} x_{t+1} &= Ax_t + Bu_t \\ y &= h_0 + h_1x + x'H_2x + h_{31}x_1^3 + h_{32}x_2^3 \end{cases} \quad (5.45)$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,7 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0,3 \\ -0,1 \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

$$h_0 = 2 \quad (5.48)$$

$$h_1 = (3 \ 0) \quad (5.49)$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

$$h_{31} = 15 \quad (5.51)$$

$$h_{32} = 0 \quad (5.52)$$

Esta planta se ha controlado con el INMPC descrito en el capítulo 4 y cuya prueba de estabilidad se da en este capítulo. No obstante, la estabilidad sólo está garantizada cuando la función de salida de la planta es lineal, lo cual no ocurre en este caso.

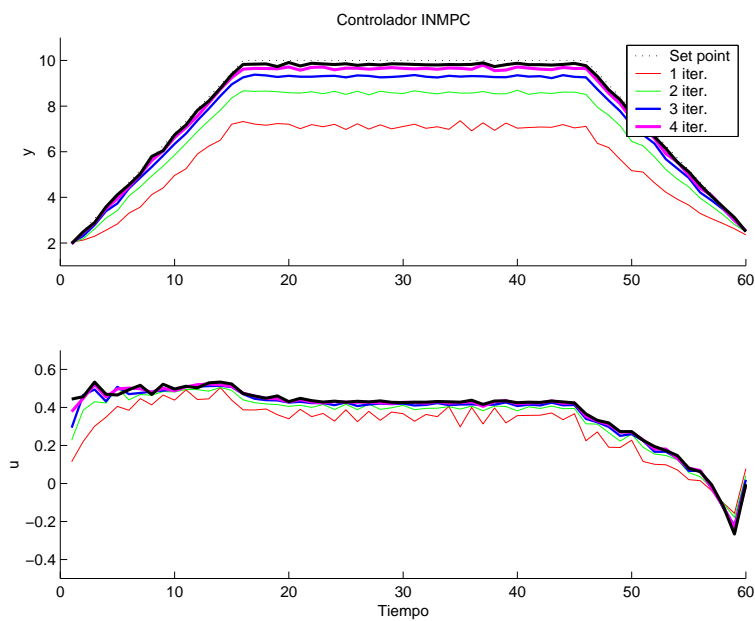


Figura 5.4: Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal

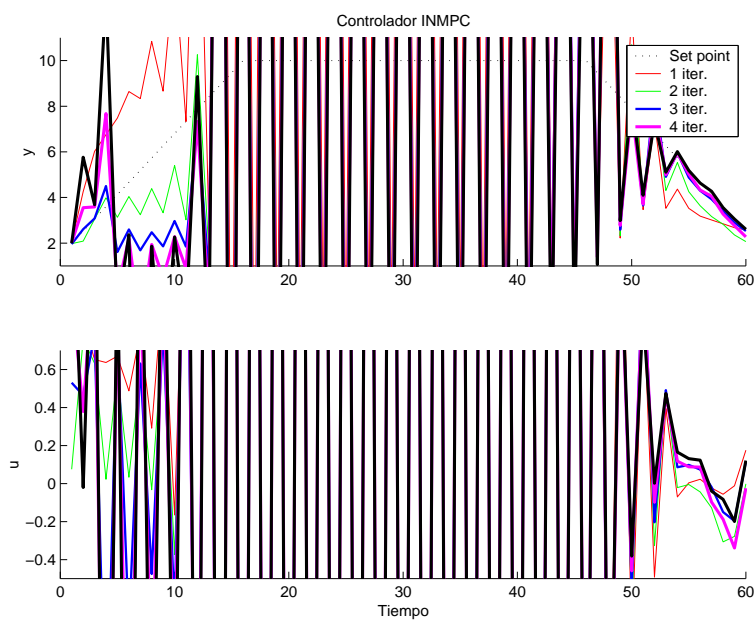


Figura 5.5: Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal

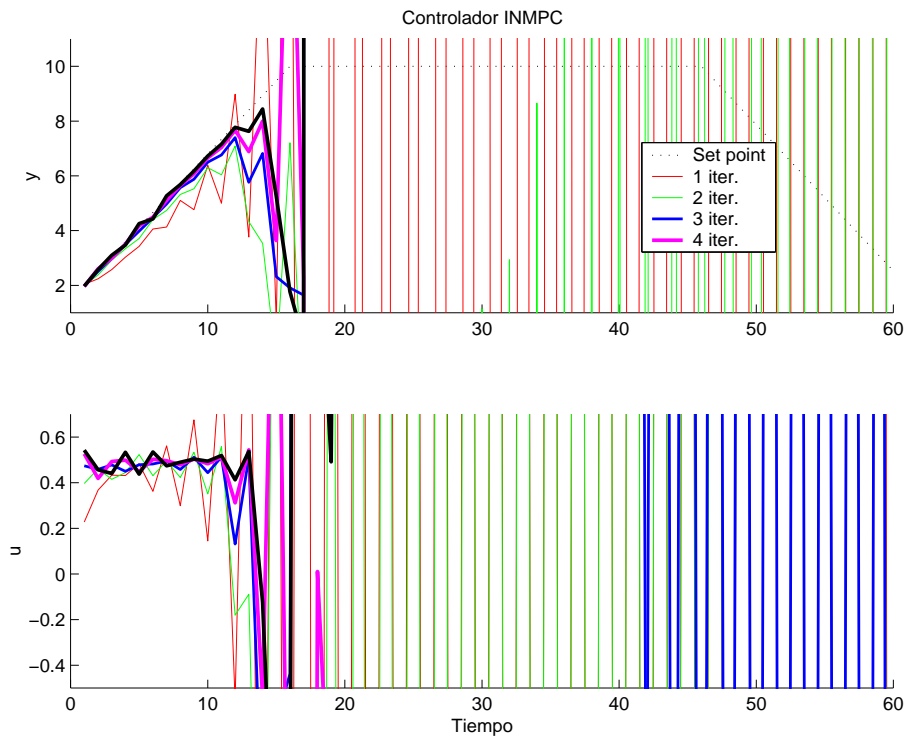


Figura 5.6: Ejemplo 1 con el controlador INMPC con función de salida no lineal

El primer experimento realizado, que se puede ver en la figura 5.4, muestra un comportamiento estable que converge a las trayectorias de referencia en pocas iteraciones. El controlador usado tenía horizontes unitarios. Los pesos que ponderan el error y el esfuerzo de control en la función objetivo son iguales a la unidad también. $\alpha = 0$ con lo cual la trayectoria de referencia es la misma en todas las iteraciones.

Puesto que la estabilidad no está garantizada en este caso, se va a buscar una sintonización del controlador que resulte en un comportamiento inestable. Las figuras 5.5 y 5.6 muestran el resultado de controlar la misma planta modificando los parámetros del controlador.

En la figura 5.5 se ha modificado el horizonte de predicción, haciéndolo igual a 10. Lo que sucede en esta simulación es que el peso relativo del esfuerzo de control en la función objetivo disminuye, y por lo tanto la señal de control presenta variaciones más bruscas provocando la inestabilidad. Algo parecido ocurre al disminuir el peso del esfuerzo de control. La figura 5.6 muestra un experimento en el que se mantiene el horizonte de predicción unitario y se disminuye el valor del peso del esfuerzo de control ($\lambda = 0,1$). En ambos casos se obtiene un comportamiento inestable.

5.3.2. Ejemplo 2

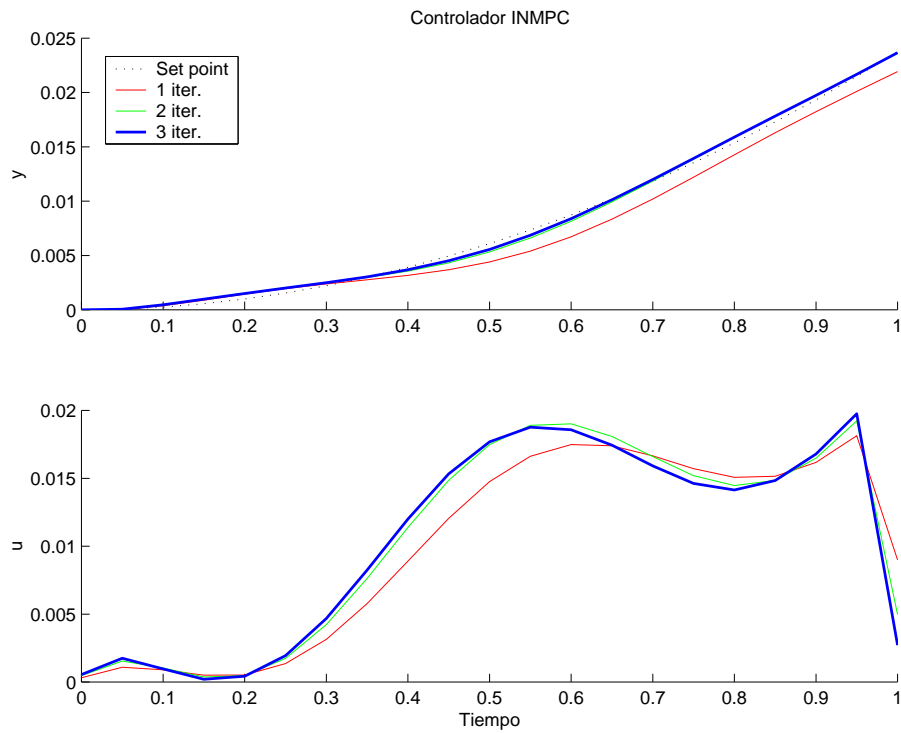


Figura 5.7: Ejemplo 2 con el controlador INMPC (3 iteraciones)

En este caso se considera la planta descrita por la ecuación en diferencias (Chien, 2000)

$$\begin{cases} x_{1,t+1} = x_{1,t} + T_m x_{2,t} \\ x_{2,t+1} = x_{2,t} + T_m \{x_{1,t} \text{sen}(x_{2,t}) e^{\cos(x_{2,t})} + x_{2,t} \text{sen}(x_{1,t})\} + \\ \quad + T_m \{[2 + 1,5 \text{sen}(x_{2,t})] u_t + w_t\} \end{cases} \quad (5.53)$$

$$y_t = x_{2,t} \quad (5.54)$$

donde el parámetro $T_m = 1/20$, la duración del lote es de 21 muestras y w_t es una perturbación repetitiva dada por

$$w_t = 0,01 \text{sen}(t/2) \quad (5.55)$$

Esta planta se controla mediante el INMPC con horizontes unitarios y penalización del esfuerzo de control $\lambda = 10^{-5}$. Puesto que la planta es controlable, la estabilidad

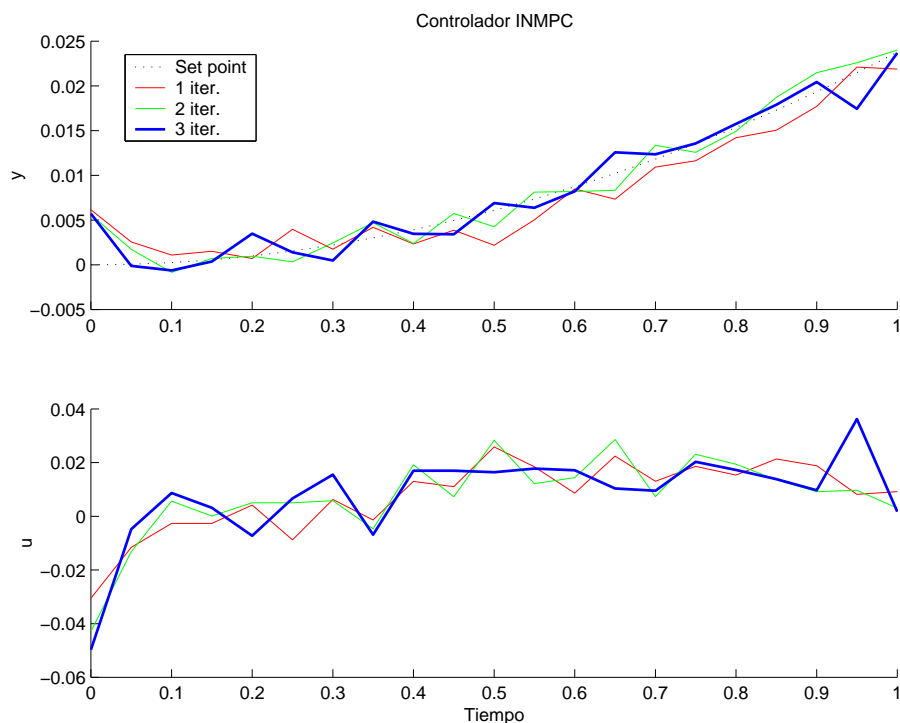


Figura 5.8: Ejemplo 2 con el controlador INMPC con ruido (3 iteraciones)

del sistema en ausencia de error de modelado está garantizada según lo expuesto con anterioridad en este capítulo.

En la figura 5.7 se muestran 3 iteraciones del controlador, comprobando que el mismo converge a la trayectoria deseada, mostrada en la figura en trazo discontinuo. Se ha probado también este controlador añadiendo ruido a la salida de la planta, obteniendo el resultado mostrado en la figura 5.8. En esta simulación se ha introducido un error pequeño en las condiciones iniciales, pero aún así el controlador funciona correctamente. De esta forma mostramos además una simulación con error en la condición inicial. Es decir, la condición inicial está ligeramente modificada, aunque mantiene un valor constante, igual para todos los lotes. El sistema converge en todo instante de tiempo, menos en el inicial, debido al error en la condición inicial.

De estos ejemplos se desprende la necesidad de asumir que la función de salida es lineal para garantizar la estabilidad. En el caso de que esta condición no se cumpla, la estabilidad del algoritmo no está garantizada, dependiendo de los parámetros del controlador, y existiendo una región en torno a la trayectoria de referencia en torno a la cual el controlador es estable. Esta región dependerá de los parámetros del controlador.

Capítulo 6

Aplicaciones del INMPC

En las secciones que siguen, se muestran algunos de los resultados experimentales y en simulación obtenidos de la aplicación del controlador INMPC descrito en el capítulo 4, del cual se da una prueba de estabilidad bajo ciertas condiciones en el capítulo 5. Nótese que los resultados experimentales que se tienen del algoritmo MPC-AR para rechazo de perturbaciones periódicas se muestran en la sección 3.3 correspondiente a otro capítulo.

En concreto se ha comprobado el funcionamiento del algoritmo INMPC en plantas simuladas a las cuales se ha introducido ruido aleatorio, así como en procesos reales, principalmente una planta piloto de laboratorio en la cual se emula el calor generado por una reacción exotérmica mediante una resistencia inmersa en un depósito. En todos los casos se trata de hacer que el sistema siga una trayectoria de referencia determinada previamente en el nivel de optimización de consignas. Esta trayectoria se podría calcular mediante un método de optimización de consignas, que consistiría en la aplicación de técnicas de optimización de una función de costes. La solución del problema, basada en el modelo de la planta, nos daría la trayectoria óptima en bucle abierto, que nuestro controlador INMPC trata de seguir con la mayor precisión posible.

En las secciones siguientes se muestran resultados en simulación y experimentales de procesos controlados por lotes y semilotes mediante el controlador INMPC, así como de diversas comparaciones con otros métodos. En este trabajo, se han probado diferentes plantas, algunas de las cuales son simuladas, mientras que las otras se corresponden con procesos reales, entre ellos una planta piloto de laboratorio. La descripción completa de las plantas se puede encontrar en los apéndices.

Concretamente, se ha emulado el comportamiento de un reactor químico por lotes y semilotes, resultados que se muestran respectivamente en las secciones 6.2.1 y 6.1.2. Además, un proceso de neutralización de pH por lotes se ha simulado en la sección 6.1.1. Estas plantas se pueden controlar bien mediante controladores continuos o bien mediante iterativos, pero se pueden obtener algunas ventajas cuando se tiene un proceso por lotes y se emplea un controlador iterativo del tipo INMPC.

Se ha planteado una planta solar de obtención de frío a baja y media temperatura para ser controlada mediante este tipo de controladores iterativos, puesto que el proceso puede verse como un proceso por lotes con duración de lote de un día. El uso de información del día anterior permitiría mejorar el resultado en el día siguiente. Con esta idea en mente, se han realizado varios experimentos en una planta de refrigeración mediante energía solar. En este caso concreto, los resultados no han sido mejores que los obtenidos al aplicar a la planta un controlador GPC. Ello se debe a diversos motivos, que deben ser examinados antes de la implementación de un controlador iterativo como solución a un problema de control especificado, y que se describen en las siguientes líneas.

Por lo tanto, pueden establecerse una serie de condiciones básicas a la hora de plantear si un controlador iterativo puede aplicarse o no. Principalmente se tienen los dos requerimientos siguientes:

1. Se deben cumplir, con una precisión determinada, las condiciones de inicialización idéntica. Es decir, el estado inicial al comienzo de cada lote debe ser idéntico en todos los casos, o, lo que es lo mismo, que $x_0^k = x_0^{k-1} = x_0$.
2. Las perturbaciones deben ser repetitivas. Quiere esto decir que la perturbación alcanza valores que sólo dependen del tiempo transcurrido dentro del lote actual, y son por ello independientes del índice de lote: $d_t^k = d_t^{k-1} = d_t$. Otra condición adicional es que estas perturbaciones aparezcan sumando en las ecuaciones dinámicas de la planta, aunque esta condición no se exige en todos los casos, pues pueden existir perturbaciones que entren en el modelo en forma no lineal (no aditivas), que se compensen correctamente mediante un controlador iterativo, dependiendo del tipo de planta que se tenga.

Además, debe tenerse en cuenta que si la duración del lote es muy alta en comparación con la dinámica de la planta, el sistema puede funcionar correctamente con controladores clásicos. En ese caso, el sistema controlado tiene tiempo suficiente para alcanzar el régimen permanente, con lo cual pueden funcionar bien tanto los controladores iterativos como los no iterativos.

En resumen, los controladores iterativos deben aplicarse con precaución cuando las dos condiciones anteriores no se verifican de forma exacta. Es muy difícil asegurar el cumplimiento de ambas en una aplicación real. Por ejemplo, en la planta solar, se pueden alcanzar condiciones iniciales similares (temperatura del agua en los acumuladores y temperatura del agua en los colectores solares) en el comienzo de los experimentos de cada día. Sin embargo, en una posición arbitraria, será muy difícil que la radiación solar coincida con la que hubo el día anterior a la misma hora, pues ésta se ve afectada por diversos fenómenos meteorológicos. De esta forma, no se asegura la segunda condición en este caso. Así, es buena idea verificar antes que nada que se cumplen las dos condiciones prescritas antes de pensar en aplicar un controlador iterativo.

Cuando se ha aplicado el controlador a esta planta, se han elegido días consecutivos o cercanos entre sí, con unas condiciones de cielo despejado. En ese caso el resultado no es tan malo, pudiéndose observar el fenómeno de refinado progresivo de las trayectorias. No obstante, debe decirse que la dinámica de la planta es tan lenta, que casi funciona mejor un controlador clásico, pues el mismo es capaz de responder rápidamente a perturbaciones de tipo no repetitivo. Por esta razón no se incluyen las pruebas realizadas en la planta solar en este trabajo.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en la aplicación del controlador a una planta de pH, un reactor químico por semilotes, así como de los resultados experimentales obtenidos con una planta piloto emulando un reactor por lotes.

6.1. Simulación

El controlador INMPC se ha implementado en el entorno *Matlab/Simulink*, mediante funciones S. Las plantas que se han simulado en este trabajo corresponden a sistemas descritos por Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (ODE) de tipo no lineal.

Cabe decir que los tiempos de cálculo no son excesivamente altos, pues debe tenerse en cuenta la existencia de horizontes finitos que son menores que la duración completa del lote. No obstante, debe advertirse que la complejidad del problema ha hecho que el algoritmo se deba implementar en un lenguaje de programación científico de alto nivel, pues será muy difícil la ejecución de estos algoritmos en código nativo del SCADA (entre otras cosas porque no incluyen rutinas de cálculo matricial ó QP).

6.1.1. Planta de neutralización de pH

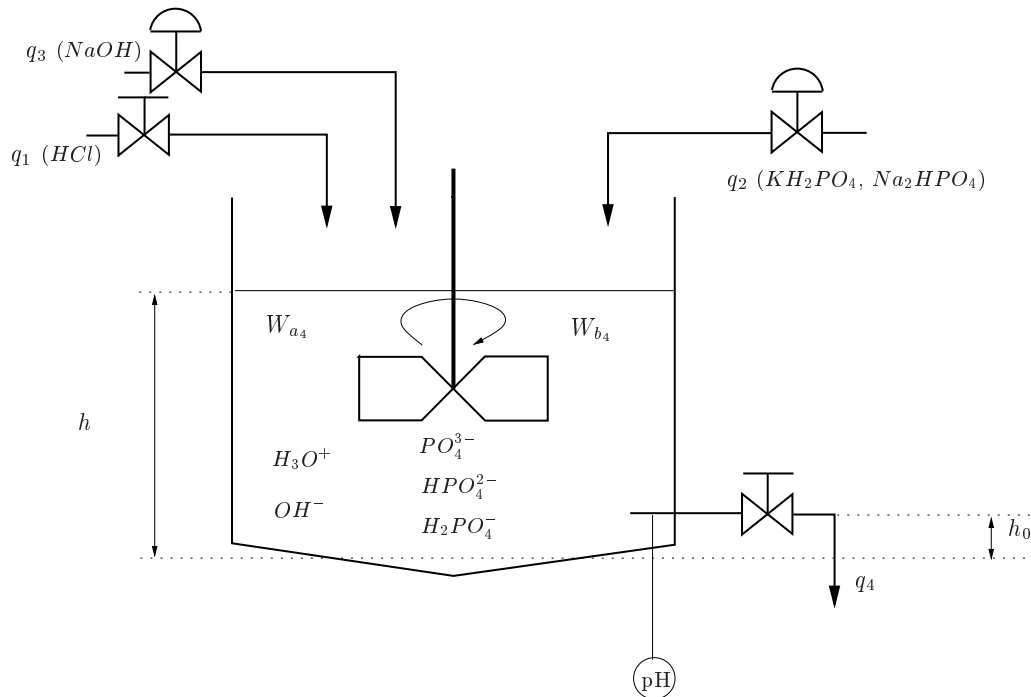


Figura 6.1: Proceso de neutralización de pH

En esta sección, se muestra el resultado obtenido al comparar el controlador no lineal iterativo basado en modelo INMPC y el controlador lineal iterativo ILC en la planta simulada de pH descrita con más detalle en el apéndice C. Se presenta también un análisis del sistema controlado en presencia de ruido y perturbaciones. Los resultados obtenidos se tienen en simulación, aplicando el controlador al modelo no lineal de la planta en tiempo continuo.

Viendo la figura 6.1, el objetivo de control es mantener el pH de la solución que hay dentro del recipiente, o bien seguir una trayectoria de referencia con la mayor exactitud posible. La variable manipulada es el caudal de base (q_3) que se añade al recipiente. Se supone que el caudal de ácido (diluído) es la perturbación repetitiva. En este caso, esta señal sigue un patrón constante con un escalón, de diversas amplitudes, en $t = 225s$.

Pero el mismo esquema de control podría servir cuando el caudal de ácido siga una evolución diferente, por ejemplo, de tipo exponencial decreciente, siempre y cuando esta señal siga siendo repetitiva y de una amplitud pequeña. Este esquema serviría así para el control de pH de un proceso de fermentación (Babuska *et al.*, 2002), en el cual la producción de ácido durante la fermentación sigue un patrón variable. La

clave para que el controlador funcione en este caso está en sintonizar el mismo para que los cambios de un lote a otro sean lo suficientemente pequeños como para que las variaciones en la producción de ácido de un lote a otro sean muy pequeñas, de forma que puedan ser compensadas por el modelo incremental.

El problema fundamental que se tiene en el control del pH está en las grandes variaciones de pendiente que presenta la curva de la función de salida. Ello se puede observar en la figura 6.2, que muestra la curva teórica de pH de una solución de 1,25l de ácido fosfórico a la que se añade una solución ácida (a la izquierda de la gráfica) o básica (a la derecha).

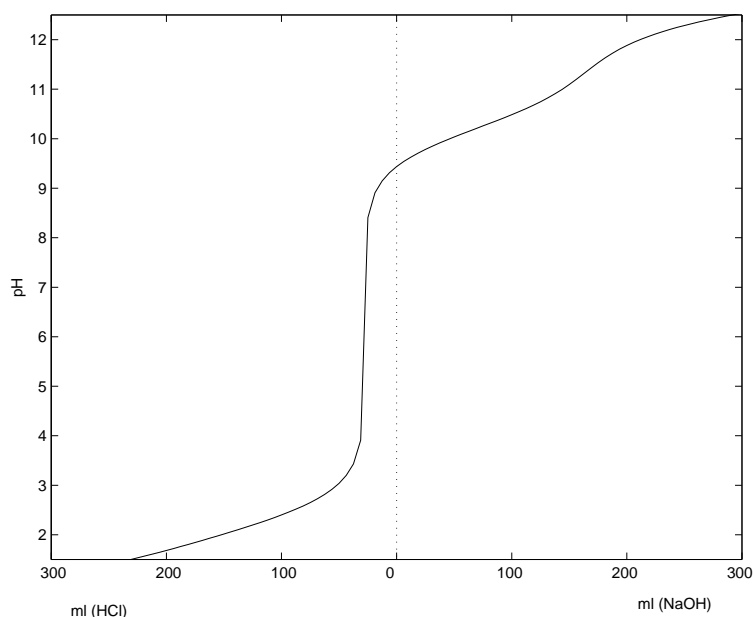


Figura 6.2: Curva de pH

Por ello algunos autores han usado modelos de Hammerstein o de Wiener (Gomez y Jutan, 2003) para describir los procesos de pH: la dinámica queda recogida en la parte lineal del modelo, mientras que la no linealidad de la función de salida se plasma en la parte no lineal del modelo de Hammerstein (Coelho *et al.*, 2002). Otros autores prefieren un esquema adaptativo de linealización entrada/salida mediante realimentación del vector de estados (Henson y Seborg, 1994).

Otras dificultades que presenta la planta provienen del hecho de que el estado (formado por dos invariantes químicos) es no observable, ni tampoco medible. Es decir, los sensores miden el pH de una solución, pero los estados, o invariantes químicos (ver apéndice C), no pueden ser medidos ni observados directamente, con lo cual deben estimarse mediante alguna técnica. En algunos casos se simula el sistema en bucle

abierto para obtener una estimación aproximada de estos invariantes químicos, aunque debe tenerse especial precaución con el uso de cualquier técnica de estimación o control en bucle abierto.

De esta forma, la gran ventaja del ILC es la posibilidad de aplicarlo a la planta sin demasiado conocimiento del modelo ni del estado de la misma, pues sólo requiere ajustar una ganancia y conocer el retardo de la misma. El ILC es, en los procesos por lotes, el análogo al controlador proporcional en los procesos continuos. La ley de control del mismo está completamente determinada por una ganancia constante k y el retraso de la planta d , y está especificada en la ecuación (1.2).

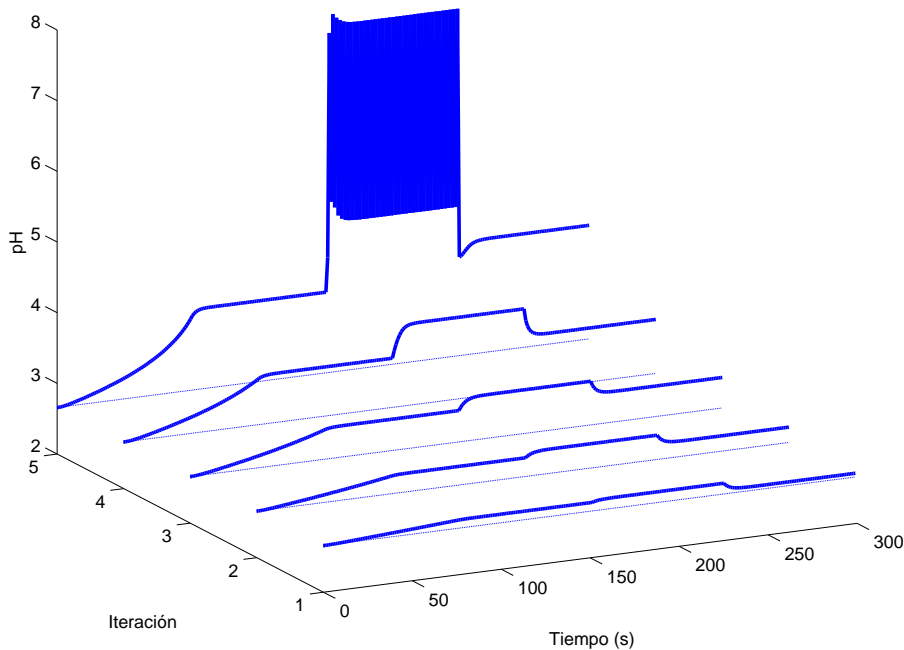


Figura 6.3: Varias simulaciones de la planta de pH con ILC

La diferencia fundamental entre el ILC y el INMPC está en que este último emplea una ley de control con ganancia variable, tanto al transcurrir el tiempo como el índice de lote o iteración. Es por esta razón por la cual el ILC no controla correctamente este tipo de plantas fuertemente no lineales. Para mostrar esto, se ha controlado la planta de pH descrita en el apéndice C con un ILC, cuya ley de control viene dada por (1.2) con ganancia $K = 6 \cdot 10^{-4}$. La simulación correspondiente se muestra en la figura 6.3. Aunque la ganancia tiene un valor conservativo, el sistema en bucle cerrado se vuelve inestable tras 5 iteraciones. Se observa que la ganancia en $t \leq 150$ y en $t \geq 150$ debería tener diferentes valores (es decir, que fuera variante en el tiempo). Además, sería deseable que esta ganancia pudiera variar también con el índice de lote.

Algunos estudios en simulación han mostrado que esta planta de pH no puede ser adecuadamente controlada con controladores basados en modelos lineales, puesto que la no linealidad es demasiado fuerte para poder ser captada por un modelo lineal, a menos que se haga una transformación por realimentación no lineal del vector de estados. A pesar de estas dificultades, el controlador INMPC ha mostrado un buen resultado al controlar esta planta. La figura 6.4 muestra la simulación de varios lotes consecutivos controlados con INMPC. El set point se muestra superpuesto en la figura durante las 4 últimas simulaciones para así mantener la figura clara. Hay una pequeña perturbación en el caudal de entrada de ácido que consiste en un escalón del 10% en el instante de tiempo $t = 225s$, mientras que la varianza de ruido es igual a 0,01. El controlador, cuyos parámetros se muestran en la tabla correspondiente 6.1, es capaz de alcanzar el set point o trayectoria de referencia en tan sólo algunos lotes o iteraciones. Se puede inferir así que la velocidad de convergencia del algoritmo es bastante rápida, a pesar de la fuerte no linealidad del proceso.

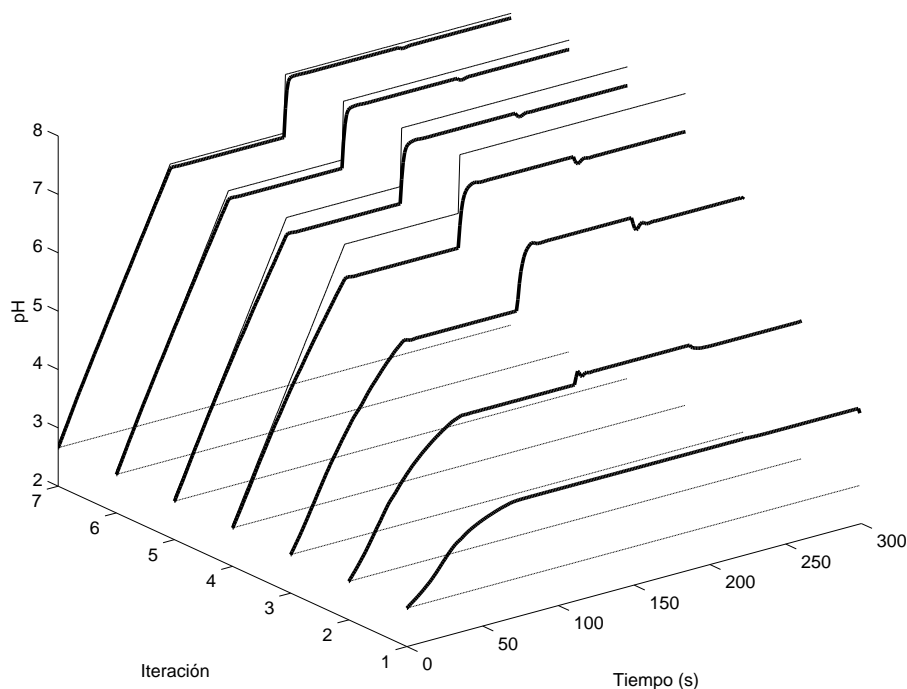


Figura 6.4: Simulación de varios lotes de la planta de pH con INMPC

La velocidad de convergencia se puede mejorar aún más de la siguiente forma: la primera iteración se calcularía mediante algún otro procedimiento de optimización en bucle abierto basado en el modelo no lineal de la planta. Si esta primera iteración está bien diseñada, la trayectoria que siga el sistema estará cerca de la de referencia, con lo cual el sistema convergería antes.

Los filtros mostrados en la sección 4.3 pueden mejorar la robustez en presencia de

Parámetro	Valor
m	5
p	5
T	1
λ	1000

Tabla 6.1: Parámetros del controlador INMPC para la planta de pH

ruidos e incertidumbres. Por consiguiente, deben ser usados en una aplicación real. Tras varias simulaciones con el escalón en el caudal de ácido incrementado del 10 al 100 % y con niveles de ruido que se han aumentado de 0,01 a 0,5 se demuestra la necesidad de este tipo de filtros en aplicaciones con ruido. El INMPC con filtros puede controlar la planta, mientras que el INMPC por sí sólo nos da un comportamiento inestable. Es evidente que cuando los niveles de ruido son altos, el uso de filtros proporciona una estimación libre de ruidos de las señales, proporcionando una mejor respuesta en estos casos. Los filtros se han usado en las simulaciones del pH mostradas en la figura 6.5 y son una combinación del filtro de mediana, aplicado antes de comenzar los lotes a las trayectorias base, y del filtro EWMA, que se aplica en tiempo real (ver parámetros de los mismos en la tabla 6.2). Tal cual se ha comentado, los filtros permiten el control de plantas con niveles mayores de ruido.

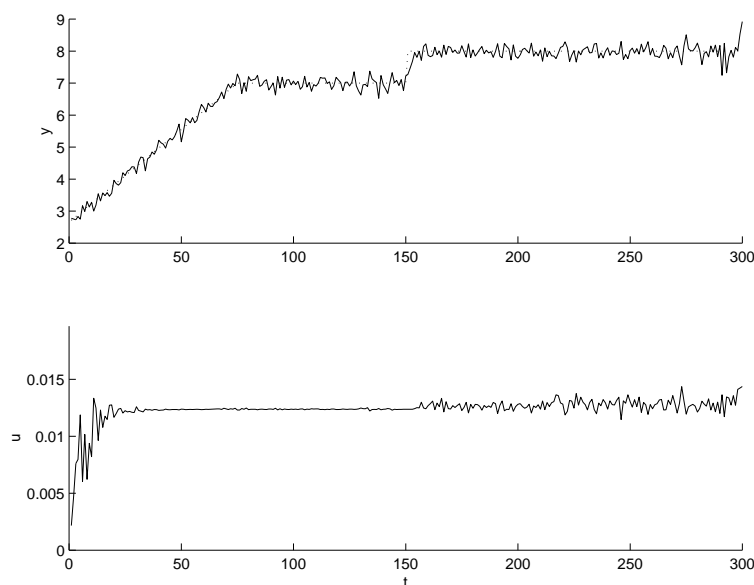


Figura 6.5: Simulación de varios lotes de la planta de pH ruidosa controlada con INMPC y filtros

Parámetro	Valor
l	4
r	2
s	2
λ	0,2

Tabla 6.2: Parámetros de los filtros de mediana y EWMA

Comparación con otros controladores

En estas líneas se presentan los resultados que se obtienen cuando algunos controladores no iterativos se aplican a la planta de pH. En concreto, se han realizado simulaciones con PIDs lineales y no lineales (con ganancia variable, mostrada en figura 6.6), con el controlador no lineal EPSAC (De Keyser y Cuawenberghe, 1985; De Keyser, 1998) y un NMPC (MPC no lineal) basado en modelos de Hammerstein (Zhu y Seborg, 1994).

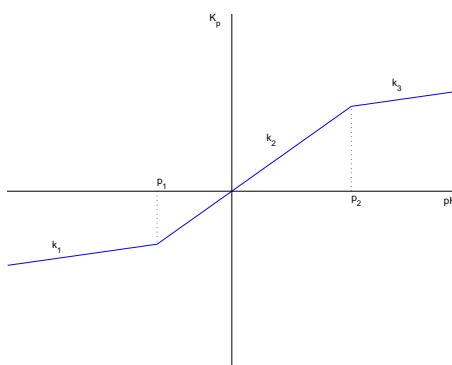


Figura 6.6: Ganancia del PID no lineal

Estos controladores no iterativos obtienen la misma trayectoria al aplicar el mismo controlador a las diferentes iteraciones, pues no tienen capacidad de aprendizaje a partir de las trayectorias seguidas por el sistema durante el lote anterior. El EPSAC se puede aplicar a cualquier tipo de proceso no lineal, mientras que el NMPC descrito sólo se aplica suponiendo que la planta puede describirse adecuadamente mediante un modelo de Hammerstein (Camacho y Bordons, 2004).

El modelo de Hammerstein consta de una parte dinámica lineal en cascada con una parte no lineal estática. La entrada al mismo, a diferencia de la sección anterior, es la intensidad aplicada a la entrada que regula el caudal de solución básica, mientras que la salida es el pH resultante de la solución. Este tipo de modelos se obtiene de forma

empírica, y así resulta innecesario la estimación de los invariantes químicos, que son los estados del sistema modelado según las ecuaciones teóricas.

En las simulaciones que siguen, se van a usar dos modelos diferentes, uno de ellos será el nominal, mientras que el otro se empleará posteriormente para ver cómo funciona el controlador con error de modelado.

Parámetro	Valor, modelo nominal	Valor, modelo perturbado
b_1	0,0185	0,05
b_2	0,0173	0,04
b_3	0,00248	0
a_1	-1,558	-1,5
a_2	0,597	0,6
γ_0	1,15	1,1
γ_1	-1,207	-1,1
γ_2	1	1,1
γ_3	0	0,1

Tabla 6.3: Parámetros de los modelos de Hammerstein

En la tabla 6.3 se muestran los parámetros del modelo nominal y del modelo con incertidumbre, donde la parte lineal se describe mediante la función de transferencia

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (6.1)$$

y la parte no lineal mediante el polinomio

$$\Phi(t) = g(u(t)) = \sum_{j=0}^3 \gamma_j u^j(t) \quad (6.2)$$

La figura 6.7 muestra el resultado que se tiene cuando estos controladores se aplican a la planta. Nótese en primer lugar, que el controlador basado en PID lineal no funciona correctamente si se aplica directamente a la planta sin ninguna transformación. Ello se debe a la fuerte no linealidad del proceso que requiere el uso de un controlador no lineal. Si se aplica un controlador iterativo que también se base en modelo lineal el resultado no es bueno, tal cual se muestra en la figura 6.8. Por lo tanto, es evidente que es necesario un controlador no lineal para poder controlar esta planta.

Volviendo a la figura 6.7, se puede observar en la misma que el siguiente controlador, el PID no lineal, tampoco da un resultado como se espera. En concreto, el controlador

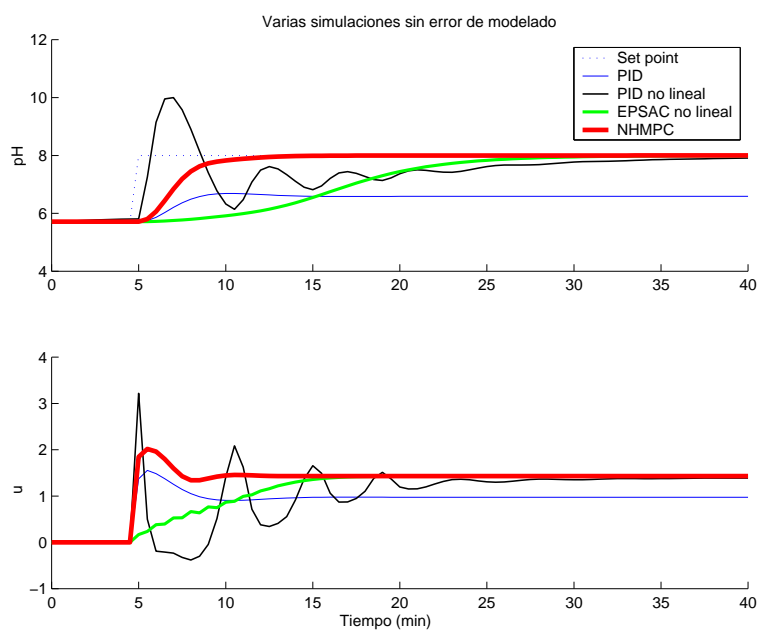


Figura 6.7: Algunos controladores no iterativos aplicados a la planta de pH

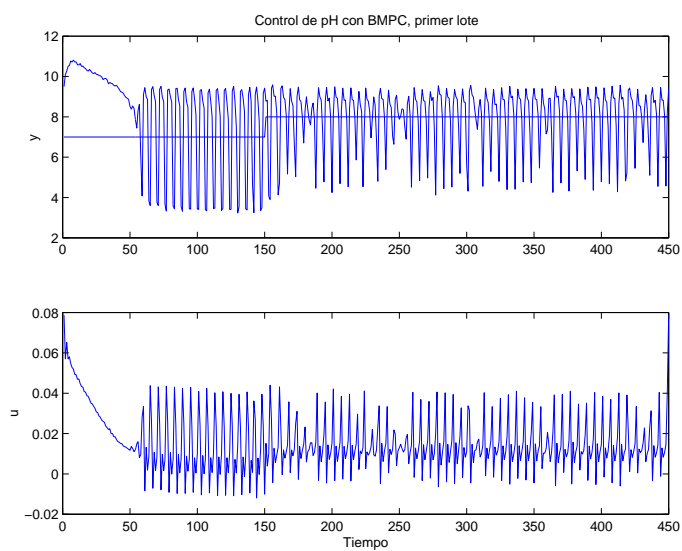


Figura 6.8: Control iterativo basado en modelo lineal (BMPC) aplicado a la planta de pH

usa una ganancia que es una función no lineal del error de seguimiento, lo cual es bueno, pero que es independiente del set point (figura 6.6). Si se observa de nuevo la curva estática de pH (figura 6.3), se puede comprobar que la zona donde la no linealidad es mayor está en el rango de pH entre 5 y 7. El PID no lineal tiene problemas al pasar por esa zona fuertemente no lineal, lo cual se traduce en oscilaciones en torno al set point de 8.

Los controladores NMPC basados en modelos de Hammerstein (Fruzzetti *et al.*, 1997), denotados en la gráfica mediante NHMPC, pueden funcionar casi perfectamente cuando el modelo es bastante aproximado. El controlador realiza una inversión de la parte no lineal estática de la planta, siendo la parte lineal la que se optimiza realmente mediante el controlador predictivo. Penalizando en poca cantidad el esfuerzo de control, se puede hacer que el controlador tenga una respuesta muy rápida, pero ésta no será robusta frente a errores de modelado. Es decir, el controlador basado en modelo de Hammerstein no puede realizar un seguimiento rápido y con errores pequeños de la trayectoria de referencia cuando hay error de modelado.

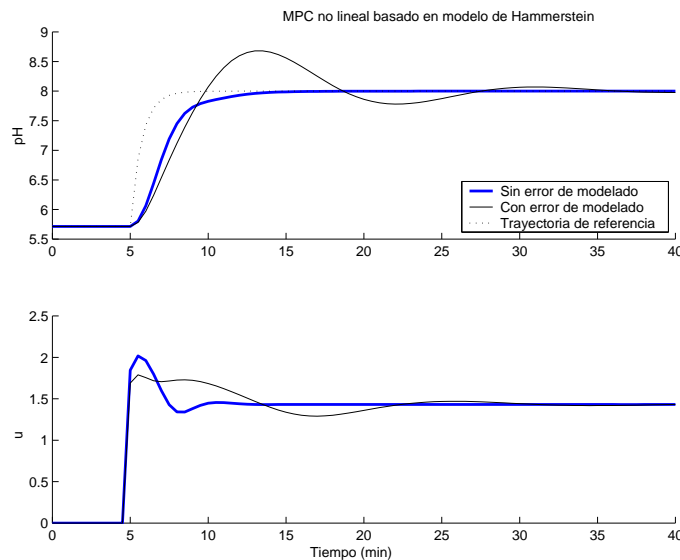


Figura 6.9: Controlador NMPC basado en modelos de Hammerstein aplicado a la planta de pH

En la figura 6.9 se puede apreciar el problema que se tiene cuando el modelo de la planta no es exacto. El error de seguimiento comienza a ser mucho peor. Henson y Seborg (1994) han propuesto un esquema de linealización entrada-salida por reparametrización del vector de estados, que impone la siguiente dinámica lineal para el sistema en bucle cerrado:

$$\frac{y(s)}{y_{sp}(s)} = \frac{1}{(1 + \epsilon s)^2} \quad (6.3)$$

Así, las trayectorias en bucle cerrado podrían seguir virtualmente con la precisión que se quisiera las trayectorias de referencia. La parte adaptativa del algoritmo se encargaría del error de modelado. Se tiene entonces el mismo problema, existiendo una cota mínima para el valor de ϵ dada principalmente por el nivel de ruidos e incertidumbres en el sistema, la cual no se podría sobrepasar.

En este sentido, el comportamiento obtenido con el controlador EPSAC es lento pero presenta una mayor robustez. Cualquier controlador no iterativo que se aplique a la planta requiere el uso de alguna técnica adaptativa para disminuir el error del modelo, o bien se debe conformar con una respuesta más lenta. En figura 6.10 se comprueba que no existe una diferencia grande entre las trayectorias generadas con el modelo nominal y el modelo con incertidumbre en el caso del EPSAC a costa de tener una respuesta más lenta.

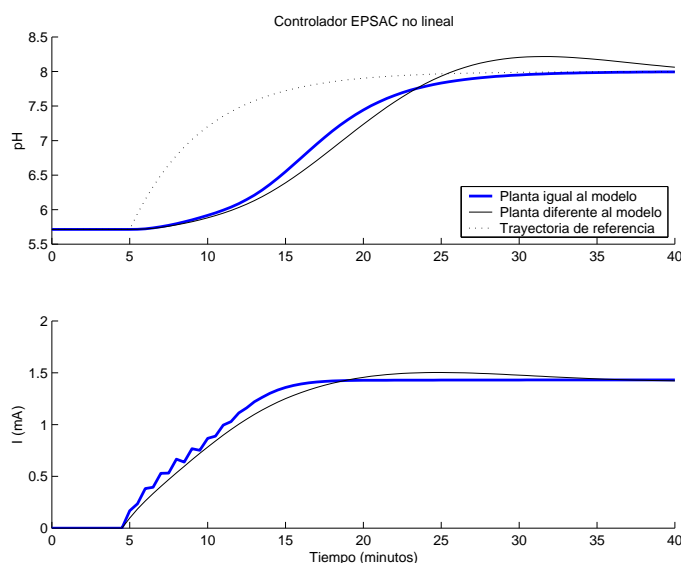


Figura 6.10: Controlador EPSAC aplicado a la planta de pH

La diferencia de estos controladores con el control iterativo en general está en la posibilidad que ofrece este último de ir refinando las trayectorias a medida que se realizan nuevas iteraciones. Así, en dos iteraciones el controlador INMPC puede obtener mejores resultados que estos controladores (figura 6.11) cuando el proceso sea cíclico.

En nuestro trabajo, la idea de usar un controlador iterativo nos permite obtener un seguimiento con error nulo incluso en la presencia de incertidumbre en el modelo. Es decir, aplicando un controlador iterativo basado en un modelo con una ligera incertidumbre, podemos generar una secuencia de trayectorias que converjan a las trayectorias de referencia, todo ello a pesar del error de modelado. Ello es posible porque las trayectorias que se generan se van ajustando más en cada iteración. El grado adi-

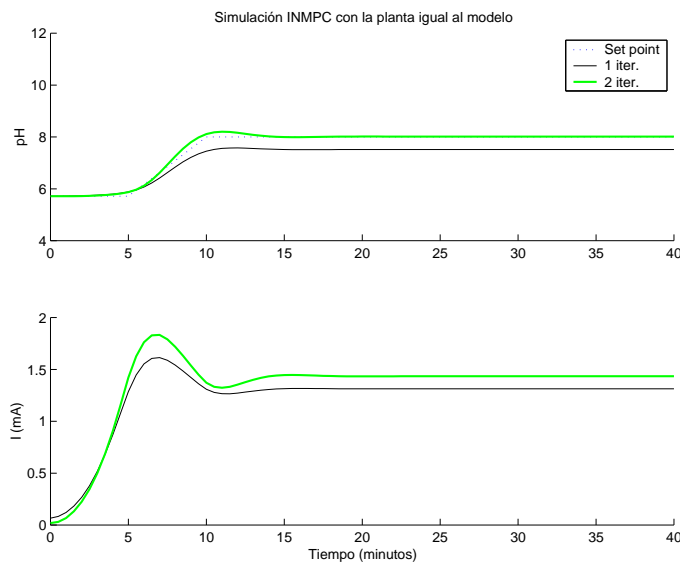


Figura 6.11: Dos iteraciones del controlador INMPC aplicado a la planta de pH

cional de información aportado por las sucesivas iteraciones del proceso permite que las trayectorias converjan, de la misma forma que el integrador de un PID elimina el error en régimen permanente en un problema de regulación. En la figura 6.12 se pueden ver dos iteraciones del controlador INMPC aplicado al mismo ejemplo pero con el modelo de Hammerstein modificado. Continuando las iteraciones, el controlador irá ajustándose cada vez más a la trayectoria de referencia.

La convergencia a las trayectorias de referencia será posible cuando no existan perturbaciones de tipo no repetitivo. En las aplicaciones reales siempre existirán ruidos que harán imposible un seguimiento ideal de las trayectorias, pero es bueno saber que en el caso ideal se puede tener un funcionamiento óptimo que minimice el ajuste de las trayectorias.

6.1.2. Reactor por semilotes

En esta sección se muestran resultados en simulación, mostrando una comparación entre el controlador lineal MPC y el no lineal INMPC aplicados al reactor químico multivariable mostrado en la figura 6.13. La aplicación, ya experimental, de este último controlador al mismo reactor pero funcionando en modo monovariable emulado en una planta piloto se presenta en otra sección, la 6.2.1.

La idea es mejorar las prestaciones del controlador MPC lineal multivariable en este

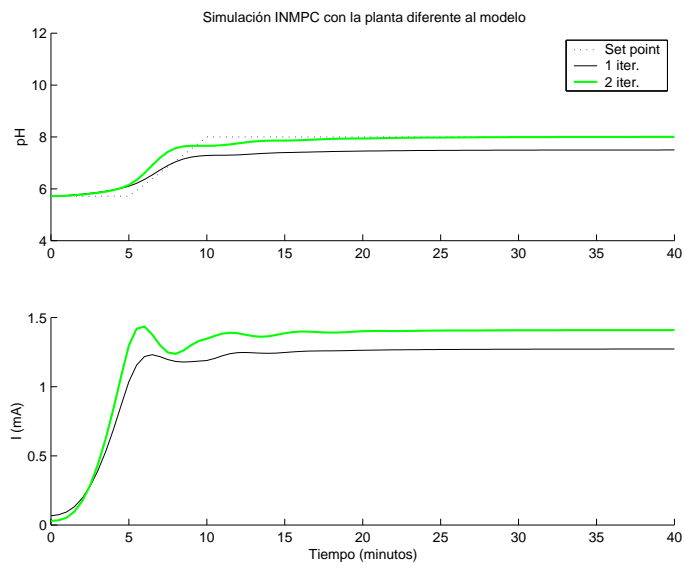


Figura 6.12: Dos iteraciones del controlador INMPC aplicado a la planta de pH con error de modelado

proceso. El INMPC debe ser capaz de resolver este difícil problema de control. Aunque el control por lotes puede ser más sencillo de resolver por ser monovariable, hemos preferido poner antes el mismo proceso por semilotes porque estos resultados se han obtenido en simulación.

El funcionamiento del proceso es de tipo semilote, queriendo decir que se puede actuar sobre el caudal de producto que entra en el tanque una vez comenzada la reacción. Así, las variables controladas son la temperatura en el interior del recipiente, que afecta directamente a la velocidad de la reacción, y la concentración de producto, obtenido tras la realización de una reacción química con dinámica de segundo orden. Las variables manipuladas son el caudal de producto que entra en el recipiente y el de agua que circula por la camisa que trata de mantener la temperatura bajo control. Más detalles, ecuaciones y valores numéricos están escritos en el apéndice B.

Las ecuaciones (B.1)-(B.7) representan el modelo de la planta en tiempo continuo, las cuales han sido implementadas en un ordenador. Las simulaciones se obtienen integrando las ecuaciones de la planta usando un método de Runge-Kutta. Los parámetros de la planta se muestran en la tabla correspondiente B.1.

En las primeras simulaciones, se emplea un MPC lineal para el control de este proceso. El modelo lineal aproximado se obtiene realizando varios experimentos con entrada constante, tal cual se describe en Lee *et al.* (2000). La respuesta a un escalón en una de las entradas al sistema se obtiene restando dos trayectorias obtenidas con entrada

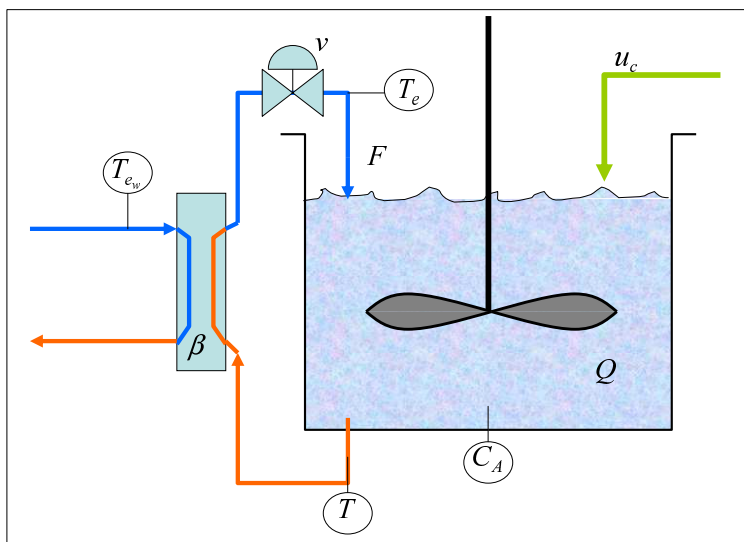


Figura 6.13: Proceso químico semilotes

constante, en la cual sólo una de las entradas cambian de un experimento al siguiente. Con este procedimiento de obtención de la respuesta al escalón se pueden cancelar los términos debidos a las perturbaciones repetitivas en la fase de identificación.

El controlador lineal MPC usa este modelo de primer orden más retardo, y se sintoniza según los parámetros indicados en la tabla 6.5 (y también en parte de la tabla 6.4). El resultado de dos simulaciones con diferentes valores para la matriz de penalización del esfuerzo de control Λ se muestra en la figura 6.14. De estas simulaciones se desprende claramente que el MPC no es un buen método en este caso concreto, aunque se modifiquen los parámetros del controlador. El error existente entre el modelo y la planta es demasiado grande en este caso, de forma que el controlador no puede alcanzar mejores resultados en cuanto a errores de seguimiento, aún cambiando su sintonización.

Posteriormente, se ha probado el controlador INMPC, usando los parámetros dados en la tabla 6.4 y horizontes unitarios, que garantizan estabilidad siempre que la planta esté correctamente discretizada, puesto que la planta se puede poner en forma afín en el control con función de salida lineal (ver apéndice B con la transformación a forma afín y capítulo 5 referente a la estabilidad).

Nótese que la trayectoria base de la primera iteración se obtiene asignando a las entradas un valor constante durante la simulación. El INMPC consigue que la trayectoria de referencia converja a partir de esta primera trayectoria base calculada sin ningún criterio de optimización.

Parámetro	Símbolo	Valor
Tiempo de muestreo	T_s	15 s
Duración del lote	$T_s \cdot N$	900 s
Horizonte de control	m	1
Horizonte de predicción	p	5
Factor de roll-off	α	0,1
Matriz de ponderación, control	Q	$\text{diag}(10^{-4} \ 10^{-3})$
Matriz de ponderación, error	R	$\text{diag}(1 \ 50)$
Límites de la válvula	%	$(0 \ 100)$
Límites del caudal de reactivo	$\text{mol}/(l \cdot s)$	$(0 \ 36000)$
Límites de la concentración de react.	mol/l	$(0 \ 1)$

Tabla 6.4: Parámetros del INMPC en el proceso semilotes

Parámetro	Símbolo	Valor
Factor de roll-off	α	0,5
Matriz de ponderación del control (i)	Λ_{MPC1}	$\text{diag}(10^{-4} \ 10^{-3})$
Matriz de ponderación del control (ii)	Λ_{MPC2}	$\text{diag}(10^{-4} \ 10^{-6})$

Tabla 6.5: Parámetros del MPC lineal en el proceso semilotes

En la figura 6.15 se muestran algunas iteraciones. Las trayectorias del sistema están bastante cercanas a las trayectorias de referencia después de sólo tres iteraciones. Debe advertirse que no se puede conseguir un error nulo en este caso debido a la presencia de diversas restricciones físicas, entre ellas la saturación de los actuadores. Aún así, el controlador obtiene el menor error de seguimiento posible después de varias iteraciones.

Se ha realizado también una prueba en presencia de perturbaciones de tipo repetitivo. El controlador iterativo debe ser capaz de compensarlas correctamente gracias al uso de variables incrementales. La temperatura del agua a la entrada será la perturbación y su evolución temporal, igual para todos los lotes, se muestra en la figura 6.16. El controlador no tiene conocimiento explícito de esta variación, ni mediante sensores, ni mediante algún tipo de observador o estimador. De hecho, en el modelo para control, esta temperatura se considera que es constante (línea discontinua en la figura 6.16).

El resultado se muestra en la figura 6.17, en la cual se ha eliminado el efecto de la perturbación tras algunas iteraciones, minimizando el error de seguimiento de la trayectoria deseada. Debe decirse que en este caso la amplitud de la perturbación no puede hacerse mucho mayor debido a dos motivos diferentes:

1. La saturación del actuador no permitiría al controlador compensar mayores perturbaciones, ya que la trayectoria de referencia sería no factible. En el caso

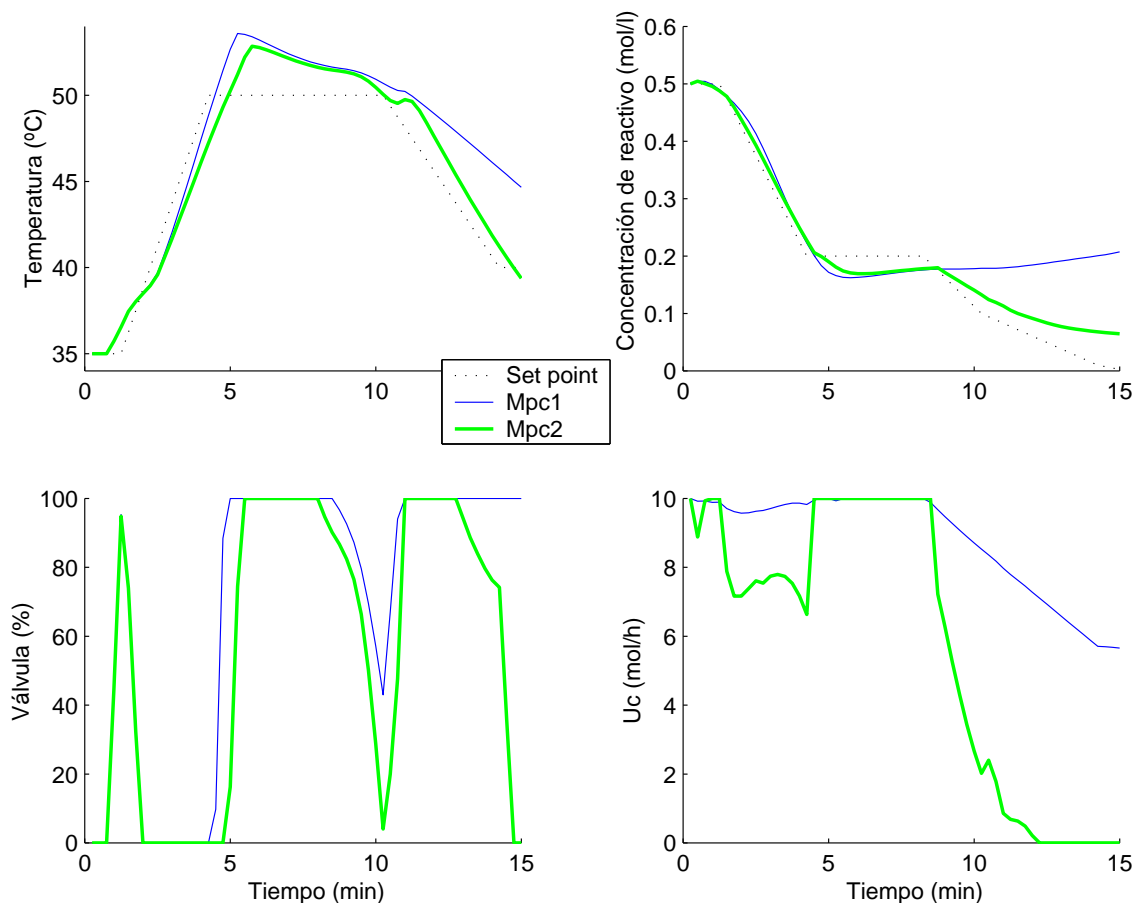


Figura 6.14: Experimentos en el proceso semilotes, MPC con valores diferentes de λ

mostrado, no hay ninguna forma admisible de alcanzar la trayectoria de referencia debido al efecto de la saturación, pero el error de seguimiento que se alcanza es aún pequeño.

2. La perturbación no es aditiva, y entra en el modelo de forma no lineal. Puesto que la no linealidad es bastante fuerte, debe asegurarse que los incrementos de todas las variables en lotes consecutivos sean pequeños, para que así sea eliminada la perturbación por el modelo incremental.

Nótese que se ha sintonizado el controlador con horizonte unitario para asegurar la estabilidad, tal cual se indica en el capítulo 5. Se obtienen también buenos resultados cuando se usan valores mayores para los horizontes, a costa de perder la prueba de estabilidad, y también de aumentar el tiempo de cálculo. En la figura 6.18 se muestra otra simulación con horizonte de control y predicción iguales ambos a 10.

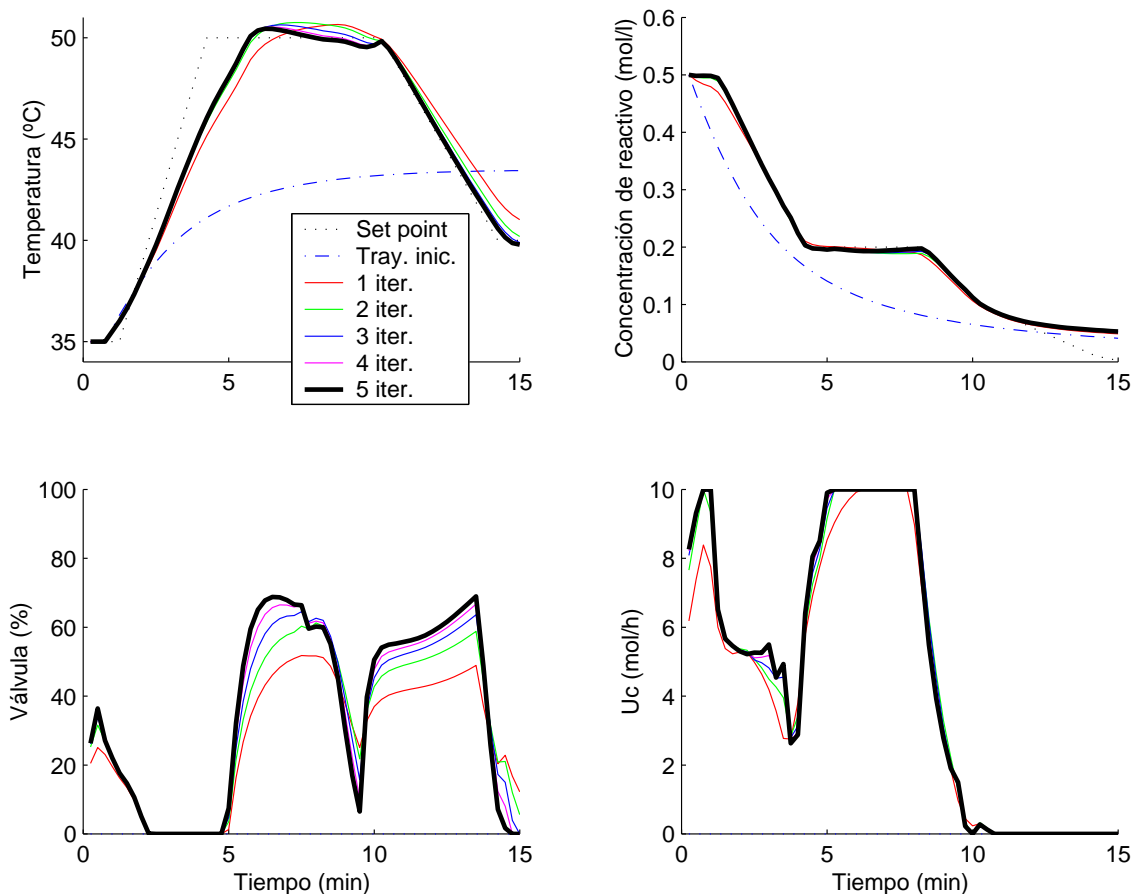


Figura 6.15: Experimentos en el proceso semilotes con INMPC

6.2. Experimental

A continuación se resumen los resultados experimentales que se han obtenido en la aplicación real del controlador INMPC, que, junto con el algoritmo MPC-AR, es una de las aportaciones de esta tesis. La aplicación del MPC-AR, en simulación y en la almazara real, se muestra en la sección correspondiente 3.3.

Las pruebas del INMPC se han realizado por lo tanto en equipos de laboratorio. En este caso, se ha preferido la implementación en lenguaje *Matlab/Simulink* por varios motivos:

1. Permite la realización de cálculos matriciales complejos de una forma eficiente. Tal cual es de esperar, el controlador tiene una carga computacional alta.

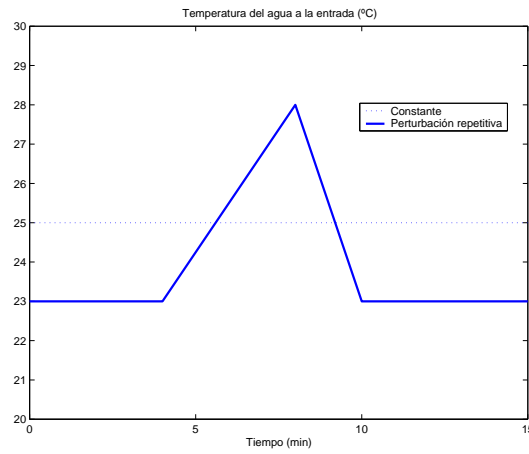


Figura 6.16: Patrón de la perturbación en el agua fría a la entrada

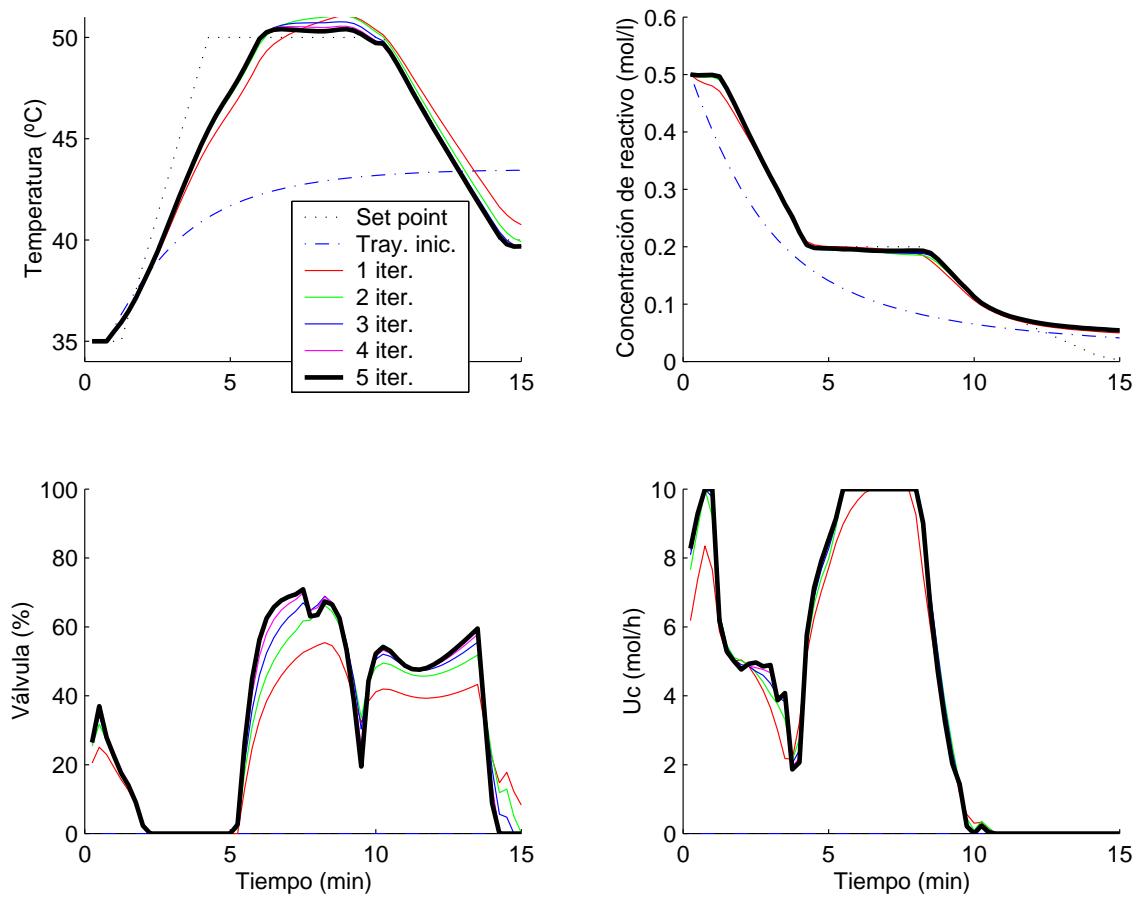


Figura 6.17: Experimentos con INMPC, perturbación en temperatura del agua fría

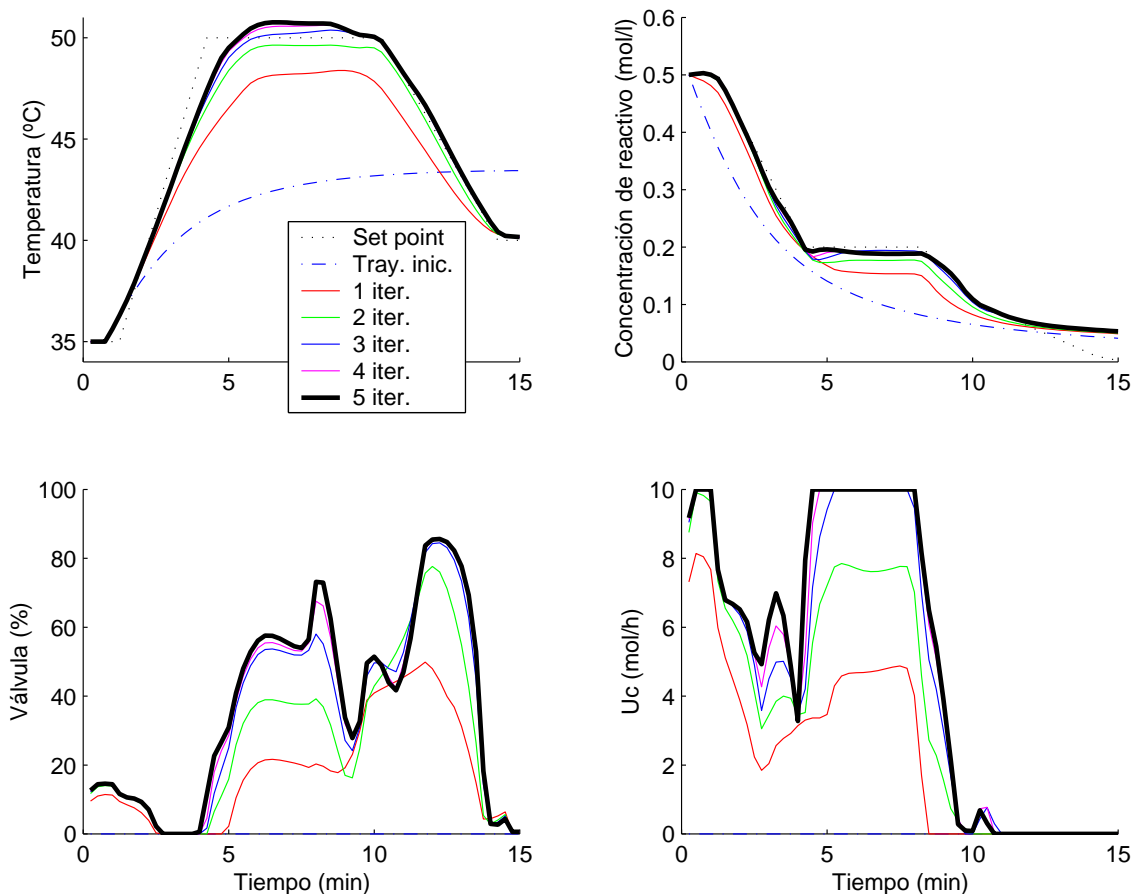


Figura 6.18: Experimentos con INMPC horizonte de control 10

2. Es un lenguaje ampliamente usado en el entorno, con multitud de librerías de diversas tipos.
3. Se puede comunicar con el SCADA de la planta *Simatic* vía *OPC* estándar a través de TCP/IP.

Los inconvenientes del uso del entorno *Matlab/Simulink* son varios, con lo cual es preferible la programación en algún otro lenguaje más eficiente, como *C++*, del controlador. En una aplicación industrial, se puede necesitar también una programación a más bajo nivel, requisitos que se cumplen en el lenguaje *C++*.

En cualquier caso, la elección realizada permite ganar tiempo de implementación, haciendo el paso de la fase de pruebas en simulaciones a la fase de experimentación real en el SCADA una tarea casi inmediata gracias al uso de las librerías *OPC* que están escritas en forma de bloques *Simulink*. No obstante, es recomendable ejecutar el

controlador en un computador independiente puesto que los requerimientos de tiempo de cálculo son elevados. La librería de comunicación se encarga de transmitir los datos a la planta. En el caso de aplicar estos resultados a un entorno no académico, deben tenerse en cuenta los requerimientos de tiempo real.

El controlador ha funcionado de forma satisfactoria en un ordenador *Pentium III* a 500Mhz corriendo bajo *Windows NT* con un tiempo de muestreo del controlador de 10 segundos. Este tiempo es suficiente para realizar todos los cálculos necesarios y obtener la señal de control. En ausencia de restricciones, la mayor parte de la carga computacional se consume en la obtención del modelo variante en el tiempo.

6.2.1. Planta piloto emulando un reactor por lotes

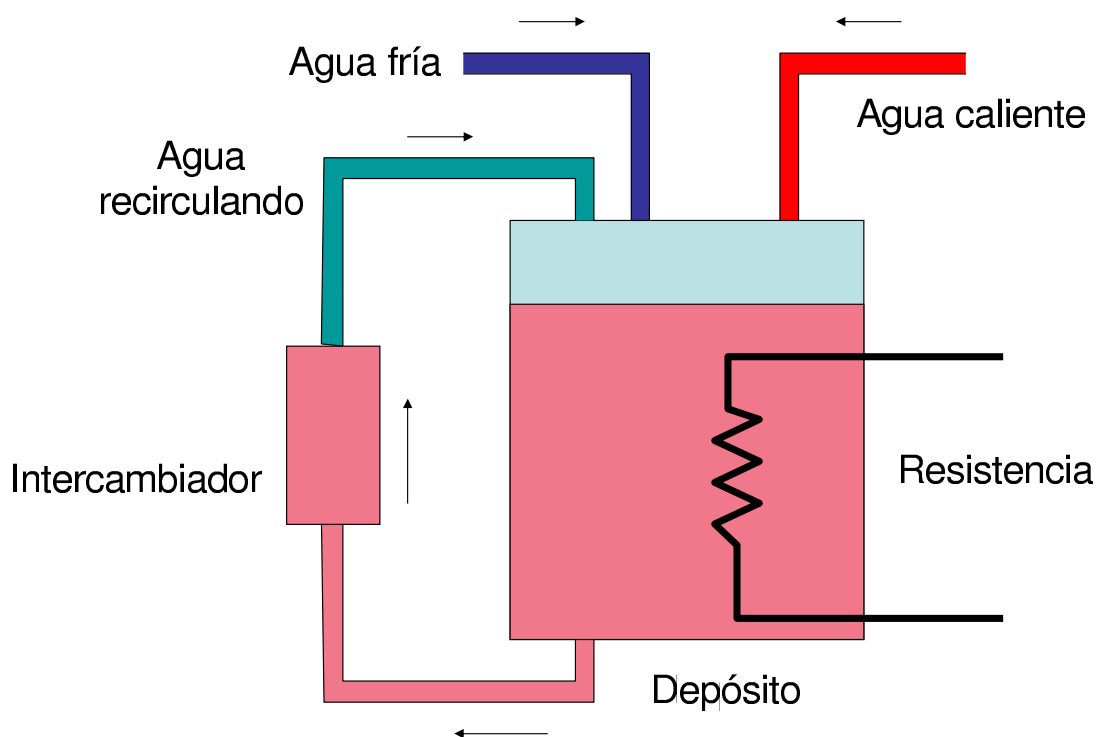


Figura 6.19: Proceso químico emulado en planta piloto

En esta sección, el controlador INMPC se ha probado en la planta de laboratorio descrita en el apéndice B, que emula el reactor químico de la sección anterior 6.1.2 con un funcionamiento por lotes. El resultado se ha comparado con el obtenido al aplicar

un controlador básico de tipo ILC (control por aprendizaje iterativo). El primer lote se obtiene en todos los casos de la misma forma, asignando a la variable manipulada un valor constante igual al 50%. La trayectoria obtenida al introducir una entrada constante al sistema será la trayectoria inicial para todos los controladores iterativos estudiados. Las condiciones iniciales son las mismas en todas las iteraciones, el tiempo de muestreo de 10 segundos y la duración de los experimentos es de 20 minutos.

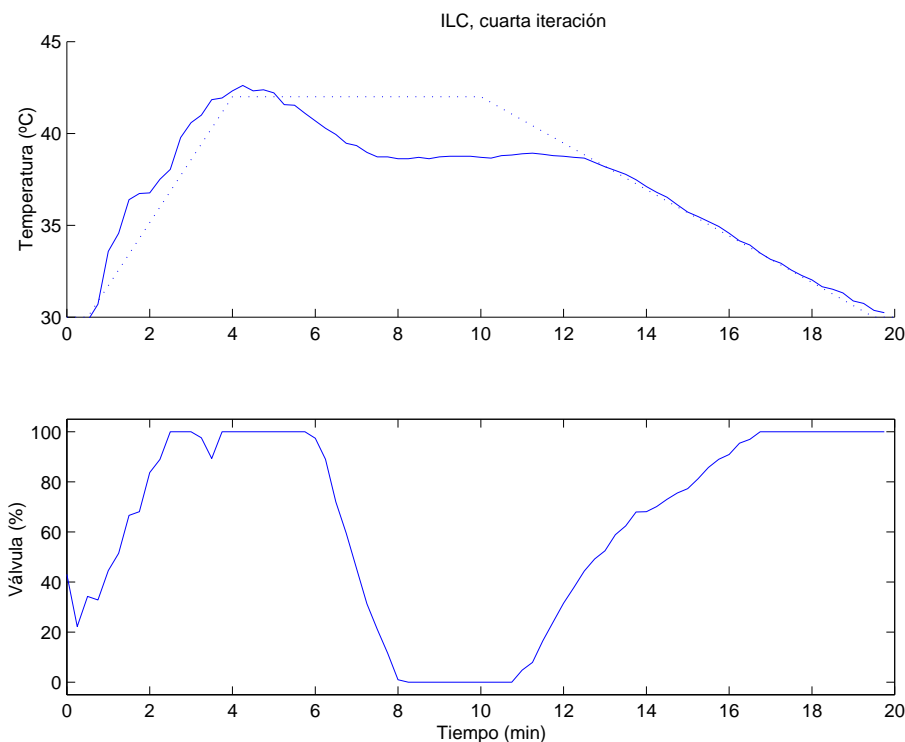


Figura 6.20: ILC aplicado a un reactor por lotes, cuarta iteración

El funcionamiento del reactor por lotes es muy similar al descrito en la sección 6.1.2, con la diferencia de que el reactivo se añade completamente antes de iniciar el proceso. Una vez hecho esto, el reactor se cierra, comenzando la reacción química en su interior. Por consiguiente, sólo hay una variable manipulada, el caudal de agua que circula por la camisa de refrigeración, y una controlada, la temperatura en el interior del tanque. La concentración de reactivo en el interior del tanque deja de ser controlable, ya que el caudal de entrada de reactivo se anula una vez ha comenzado la reacción.

Se ha realizado la emulación de este proceso en una planta piloto de laboratorio, de la misma forma que se hace en (Santos *et al.*, 2000). Se usa un modelo en ecuaciones diferenciales que calcula el calor generado en la reacción química exotérmica. La misma cantidad de calor se aplica a la planta real mediante una resistencia inmersa dentro

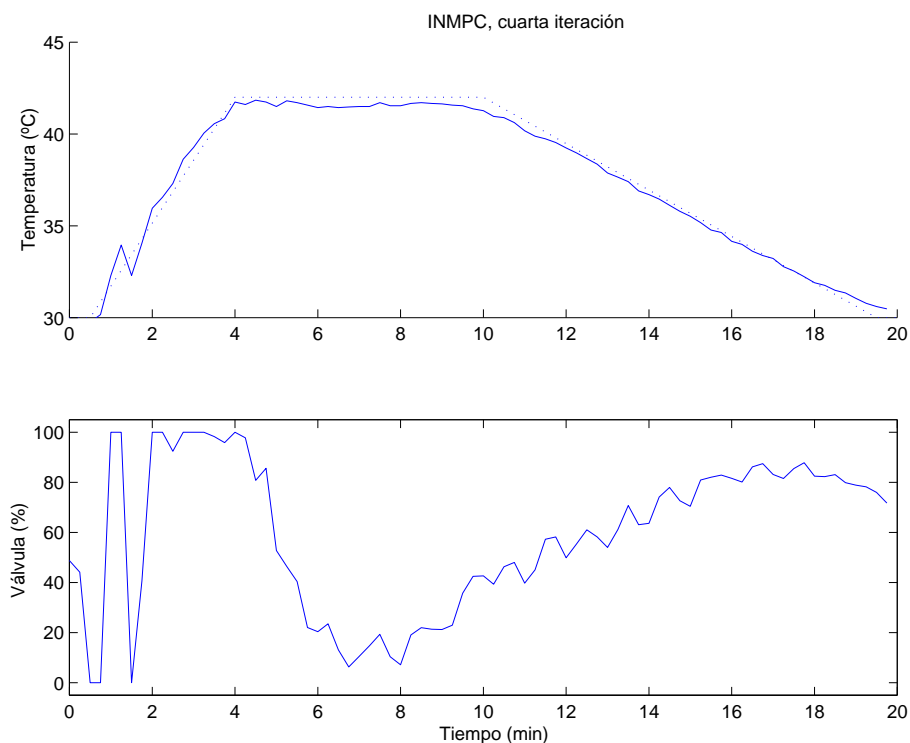


Figura 6.21: INMPC aplicado a un reactor por lotes, cuarta iteración

del tanque, con lo cual se puede probar el algoritmo (ver figura 6.19). No obstante, debe decirse que existe una diferencia entre la planta real y la emulada, que está en que el calor generado por la resistencia está limitado a unos valores máximos (aunque en este caso se dispone de $15kW$, suficiente para obtener una gama de temperaturas muy amplia).

En primer lugar, se experimentó con el controlador ILC, cuya señal de control se describe mediante la ecuación (1.2). La ganancia del controlador se sintonizó mediante simulación para luego aplicar la misma al proceso experimental. Así, se escogió una ganancia $K = 10$, un tiempo de muestreo de 15 segundos, y un retardo puro de la planta de medio minuto, con lo cual $d = 2$ muestras. El control ILC hace que el sistema converja a la trayectoria de referencia bajo algunas condiciones de tipo bastante general, tal cual se puede encontrar en Moore (2000). Desafortunadamente, esta convergencia puede ser muy lenta, pues no se sabe con exactitud cuál es el comportamiento transitorio. Según se ha indicado en Longman (2000), aún teniendo un sistema que converge a la trayectoria deseada, el error puede incrementarse durante el período transitorio, independientemente de que al final converja al valor mínimo posible.

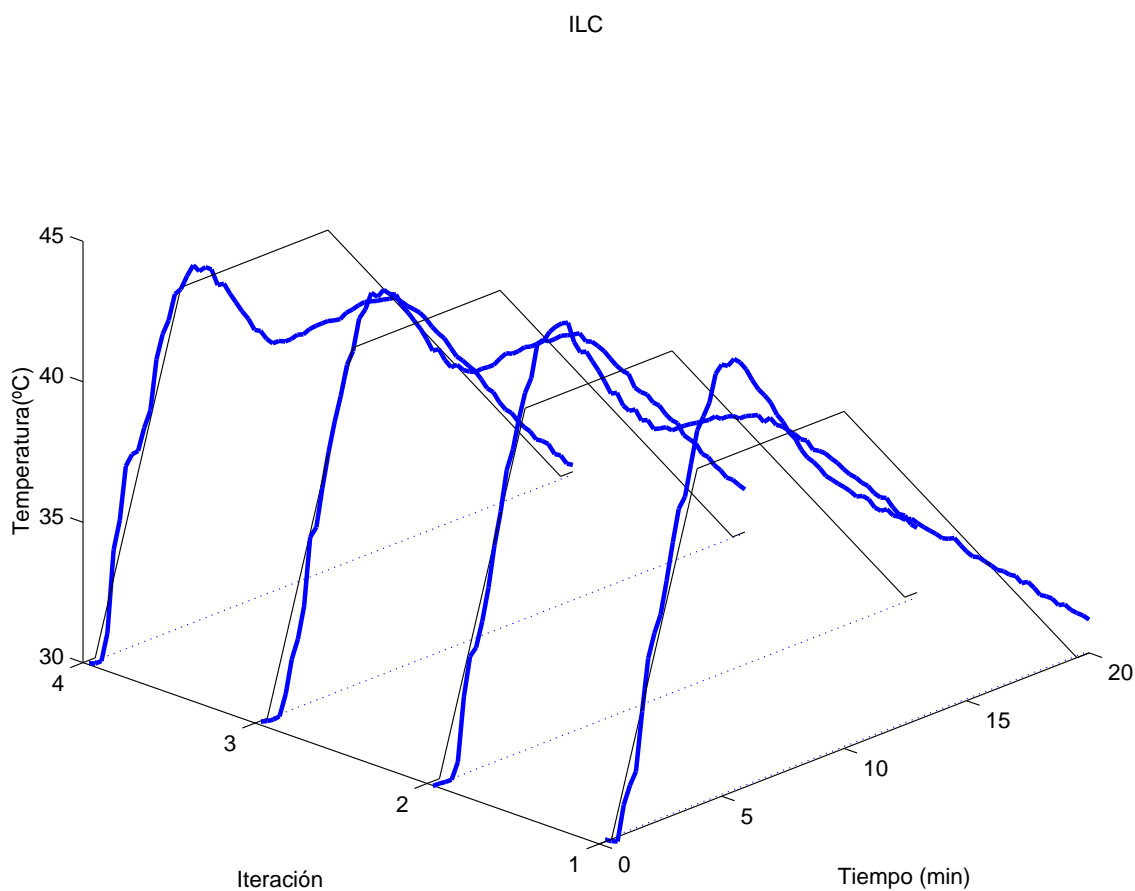


Figura 6.22: El controlador ILC aplicado a un reactor por lotes, 4 iteraciones

Las figuras 6.20 y 6.21 ilustran la diferencia principal existente entre ambos controladores. Aunque ambos convergen a la trayectoria óptima de temperatura deseada, el INMPC tan sólo requiere 4 iteraciones para obtener un ajuste aceptable. Una convergencia excesivamente lenta no es permitida en algunas plantas industriales porque las primeras iteraciones se traducirían en pérdidas si el ajuste no es bueno. El ILC requiere un mayor número de iteraciones para converger.

La primera iteración o trayectoria base inicial de ambos controladores puede verse en las figuras 6.22 y 6.23. Estas figuras ilustran bien el concepto de dos variables *temporales* independientes que aparecen en los procesos por lotes: un eje corresponde al tiempo, mientras que el otro al índice de lote o iteración.

De los experimentos (ver figuras correspondientes), está claro que, después de 4 iteraciones, el ILC sólo es capaz de seguir la rampa de bajada final del set point, mientras

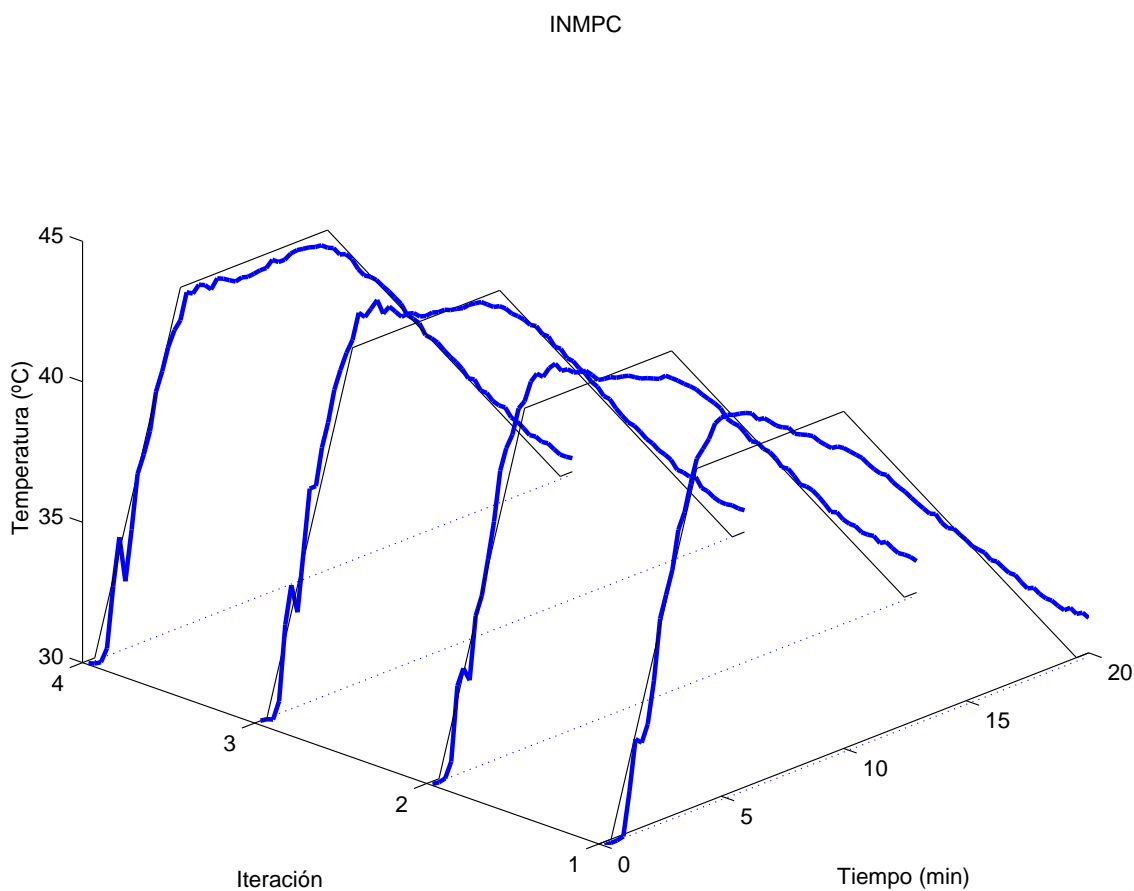


Figura 6.23: El controlador INMPC aplicado a un reactor por lotes, 4 iteraciones

que el INMPC funciona correctamente durante todo el intervalo. La razón está en que el INMPC usa un modelo lineal variante en el tiempo que se vuelve a calcular cada lote, resultando en una ley de control con ganancia que es función de las dos variables independientes: el tiempo y el número de iteración. La ganancia del ILC es constante. Además, las restricciones de la señal de actuación tan sólo se consideran en el INMPC. Otro motivo para explicar el mejor funcionamiento del controlador INMPC es el uso de una función de costes que es optimizada, y de una predicción basada en un modelo no lineal. Estos resultados se tienen cuando se dispone de un modelo conocido de la planta que recoja de forma suficientemente buena la dinámica de la planta.

Capítulo 7

Conclusiones

El objetivo de esta tesis ha sido la mejora y obtención de nuevos controladores para dos tipos de problemas que aparecen comúnmente en la industria de control de procesos: el rechazo de perturbaciones de tipo periódico y el control de procesos por lotes. Ambos tipos de problemas se han resuelto mediante metodologías basadas en control predictivo, en las cuales se optimizan diferentes funciones de coste en presencia de restricciones para obtener la señal de control.

La primera aportación de esta tesis se aplica a procesos de fabricación continuos, donde es común la existencia de perturbaciones de tipo periódico. Estas perturbaciones periódicas o casi periódicas pueden ser caracterizadas mediante un modelo autorregresivo o de otro tipo, y aparecen en las aplicaciones por diferentes motivos. En la primera parte de este documento se presenta un controlador predictivo que obtiene una atenuación máxima de estas perturbaciones, incluso en presencia de restricciones (saturación de los actuadores, por ejemplo). Ello se consigue planteando un problema de optimización sujeto a restricciones en el cual se minimiza una función objetivo. La función objetivo pondera la discrepancia entre el set point y la predicción, realizada considerando la existencia de perturbaciones periódicas, de las variables controladas.

El controlador se ha denominado MPC-AR y se describe en el capítulo 3. Obtiene la señal de control planteando una función de costos que penaliza el error de seguimiento, e incluye el efecto de la estimación futura de las perturbaciones periódicas. De esta forma se obtienen mejoras respecto al controlador MPC con perturbaciones clásico, puesto que éstos consideran en general que la perturbación sigue un modelo de integrador simple, o, lo que es lo mismo, que asumen que la evolución futura más probable de las perturbaciones es un valor constante. Por contra, el MPC-AR usa el modelo de predicción para estimar los valores futuros de las perturbaciones, lo cual es un elemento clave para

obtener unos buenos resultados en algunas aplicaciones concretas.

El controlador MPC-AR se ha aplicado a un subproceso de una almazara para extracción de aceite de oliva, mostrando buenos resultados (ver sección 3.3). En este trabajo se ha realizado también una fase de modelado e identificación del subproceso correspondiente.

El mismo controlador se puede emplear en otros procesos lineales en presencia de perturbaciones de tipo periódico. En el caso de que las restricciones impidan la cancelación completa de la perturbación, el controlador se encarga de obtener la atenuación máxima posible de la perturbación existente.

La otra aportación original de esta tesis ha sido el desarrollo de una estrategia, basada también en control predictivo, diseñada para el control de procesos tipo lotes o semilotes de duración constante. Algunos procesos por lotes de duración variable también se pueden controlar con estas estrategias siempre que se puedan transformar mediante un cambio de variables en un problema adecuado de duración fija.

Este otro controlador, denominado INMPC, combina las propiedades del control predictivo no lineal junto con las capacidad de aprendizaje o adaptación del control iterativo para procesos por lotes. En este tipo de procesos que se repiten cíclicamente suelen aparecer perturbaciones de tipo periódico. Todos los controladores iterativos poseen buenas características en el rechazo de perturbaciones de este tipo. Al aplicar el algoritmo INMPC debe tenerse especial cuidado en que la planta cumpla las condiciones para la aplicación del algoritmo, descritas en el capítulo correspondiente.

En cuanto a la estabilidad de los algoritmos propuestos, el MPC-AR será asintóticamente estable si el controlador sin perturbaciones correspondientes MPC lo es. Ello se puede comprobar, por ejemplo, con el análisis de los polos del sistema o alguna otra técnica. El modelo autorregresivo de la perturbación también debe ser estable en el sentido de Lyapunov para que así la predicción se mantenga acotada.

La estabilidad del INMPC se ha demostrado en el capítulo 5. En el caso no lineal con función de salida lineal tenemos estabilidad asintótica siempre que los horizontes sean unitarios, realizando la demostración mediante un razonamiento de tipo inductivo basado en resultados anteriores de estabilidad de sistemas no lineales variantes en tiempo dispuestos en cascada. También se ha extendido la prueba de estabilidad a horizontes de predicción mayores, siendo necesario suponer en este caso que la dinámica de la planta es lineal, aunque se permite que la misma sea variante en el tiempo.

Otra posibilidad que se propone es el estudio de la estabilidad en presencia de

restricciones en el problema de optimización. El uso de restricciones debe facilitar la prueba de estabilidad en el caso general, puesto que las mismas acotan el comportamiento del sistema. Se plantea también el análisis del algoritmo cuando existe error de modelado o el estudio de una extensión de este algoritmo al caso robusto.

El controlador INMPC se ha comparado con controladores iterativos convencionales. Al tener el INMPC una ganancia óptima, que es función del tiempo y del número de iteración, los resultados del mismo mejoran al control iterativo clásico en los casos de plantas no lineales. El número de iteraciones necesario para obtener la convergencia es menor.

Así, la principal ventaja del algoritmo es la posibilidad de controlar plantas no lineales cuya descripción se haya realizado en tiempo discreto. Nótese que, en el caso de controlar un proceso real, se debe tener especial cuidado con la identificación del modelo, que debe ser bastante aproximado. En otro caso puede ser preferible la elección de otro tipo de controlador, como por ejemplo un ILC robusto. De esta forma, la principal dificultad que se encontrará probablemente al aplicar este tipo de controladores es la obtención de un modelo adecuado. No obstante, debe decirse que las perturbaciones repetitivas y aditivas no afectan al control en bucle cerrado, con lo cual la fase de identificación se simplifica puesto que no es necesario tener en cuenta este tipo de perturbaciones.

Otras ventajas del controlador son la capacidad de síntesis óptima de la ley de control que ofrece la metodología propuesta. Se puede diseñar un controlador estabilizante para procesos por lotes mediante un procedimiento genérico, que consiste en la obtención de un modelo (no lineal), el cual es usado en el controlador en un procedimiento de optimización, que asegura que el resultado será el mejor posible.

La existencia de una demostración de estabilidad en el caso discreto con planta no lineal y función de salida afín también permite una mejor aplicación del controlador, puesto que se conocen las condiciones bajo las cuales el algoritmo obtendrá una convergencia a las trayectorias de referencia.

En las líneas de trabajo futuras se plantea la generalización de la prueba de estabilidad a casos con horizontes de control arbitrarios y modelo completo no lineal. Este trabajo no debe ser fácil, pues deben aparecer condiciones nuevas que restrinjan la región de convergencia. En concreto, en el caso general, las trayectorias sólo convergerán cuando la trayectoria inicial de partida está en un entorno cercano de la trayectoria de referencia. Es de destacar que la misma metodología aplicada aquí se podrá extender con toda probabilidad al algoritmo EPSAC para obtener una demostración de convergencia del mismo.

En cuanto a la robustez del algoritmo, debe tenerse especial cuidado en la elección correcta del retardo de la planta para obtener resultados estables, lo cual debería ser estudiado en líneas futuras.

También debe prestarse atención a las plantas con ceros de transmisión y dinámicas cero inestables, que son también una fuente potencial de inestabilidad en plantas multivariable. Aunque la variable controlada del sistema converja a la trayectoria de referencia, las variables internas del proceso pueden tener un comportamiento inestable. El uso de horizontes de predicción mayores puede ayudar a evitar este tipo de comportamientos. También son útiles los controladores basados en *flatness*, que no presentan este tipo de comportamiento de fase no mínima. Estas cuestiones quedan abiertas como trabajo futuro.

Apéndice A

El proceso de extracción del aceite de oliva

La elaboración del aceite de oliva es una de las actividades más enraizadas en nuestra cultura y de gran influencia en nuestro entorno socio-económico. Es bien sabido que España es el principal productor de aceite de oliva del mundo y a su vez Andalucía es líder en España. Esto se traduce en que el sector del aceite de oliva es clave para nuestra economía. Hoy día el sector oleícola genera un gran número de empleos directos e indirectos y, tras el paso a sistemas de elaboración de dos fases, el impacto sobre el medio ambiente es prácticamente nulo.

A pesar de la relevancia de este sector para nuestra economía, las innovaciones en el proceso de elaboración han sido escasas. La técnica no sufrió cambios considerables hasta hace unas décadas años cuando se sustituyó el tradicional método de molinos de empiedros y capachos por la centrifugación mecánica. Este nuevo sistema supuso un gran paso adelante en los referente a la industrialización del proceso, permitiendo una elaboración en continuo y aumentando la calidad del aceite. Los nocivos efectos medioambientales de este sistema (alpechín) fueron reducidos con la incorporación del sistema de centrifugación de dos fases, que reduce el impacto ambiental y facilita la recuperación del orujo para posterior extracción y la obtención de combustible (orujillo).

Aún así, el proceso de elaboración del aceite de oliva no ha incorporado las nuevas tecnologías desarrolladas en los últimos en el campo de la Automática. Sólo tímidamente se han incluido sistemas informatizados de recogida de datos, pero la presencia de verdaderos sistemas de control es aún escasa. Y todavía estos sistemas de control se limitan a automatizar las tareas que ha venido haciendo el ser humano, pero sin dedicarse a la optimización de todo el proceso, es decir, a la consecución de la ma-

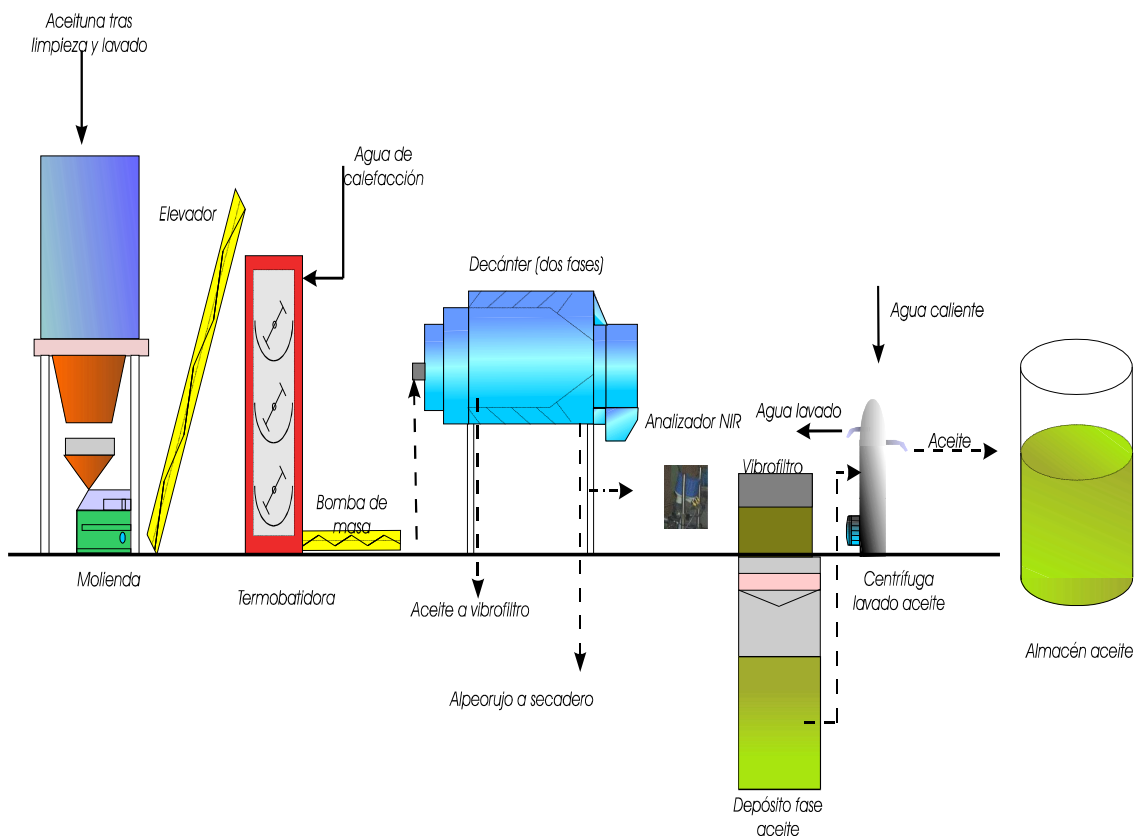


Figura A.1: Proceso de extracción de aceite de oliva

por cantidad de aceite de la mejor calidad posible reduciendo al máximo los costos de operación.

A.1. Descripción de la Almazara

El proceso desarrollado propiamente en la almazara se compone de varias operaciones, entre las que cabe citar la recepción de la materia prima, el lavado, y las fases de preparación, extracción y almacenamiento del aceite producido (Civantos, 1999). La figura A.1 muestra las fases más importantes del proceso desde el punto de vista de optimización y control del proceso, que son la preparación, realizada parcialmente en la termobatidora, y la extracción, llevada a cabo mediante centrifugación en el decánter o centrífuga horizontal. El resto de fases del proceso son también importantes, pero

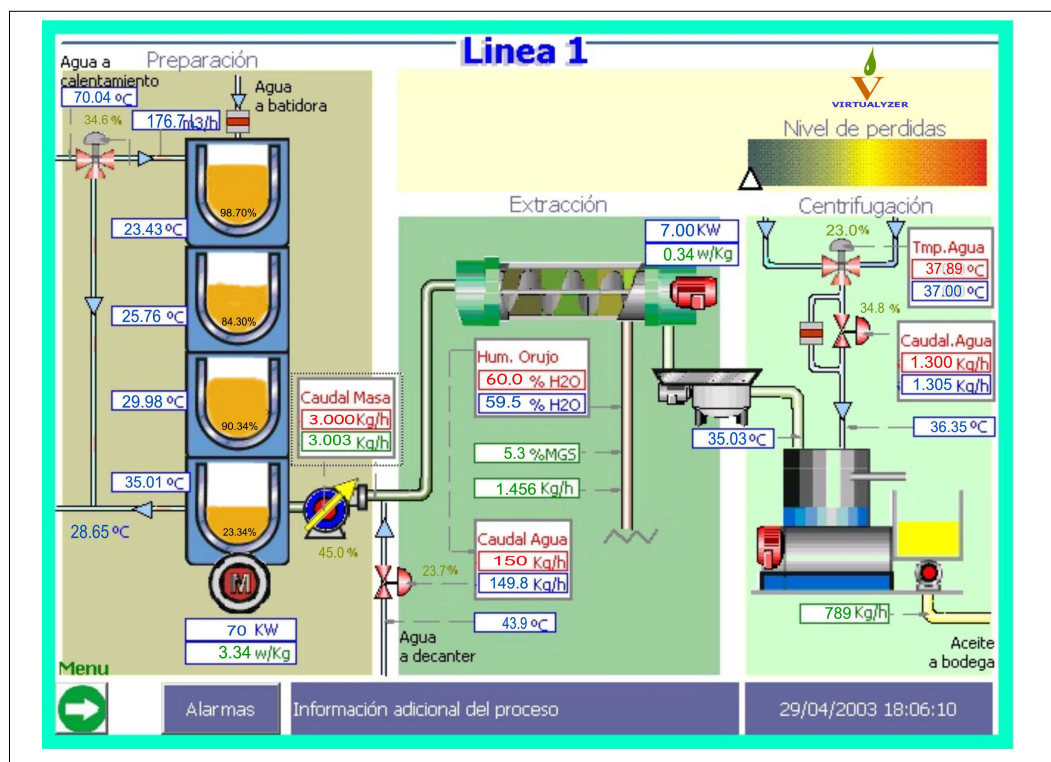


Figura A.2: Diagrama del proceso

por ser las mismas realizadas con medios más tradicionales no se pueden optimizar mediante técnicas de control de procesos. De hecho, sólo se encuentran monitorizadas en el SCADA las variables referidas a las fases de preparación y extracción, tal cual se muestra en el diagrama del proceso o en el elenco de variables (figuras A.2 y A.3).

El proceso realizado en la almazara comienza reuniendo la aceituna en el exterior de la misma, que normalmente procede de diversos lugares. Tras su limpieza, pasa directamente a unas tolvas en las que queda almacenada hasta la fase de preparación. Ésta se compone de dos subprocesos, la molienda, realizada en el molino de martillos, y el batido, el cual se lleva a la práctica en el aparato descrito en esta sección, llamado termobatidora (figura A.4). Tras estos dos subprocesos, se realiza la extracción, mediante máquinas centrifugadoras horizontales o *decánters* (figura A.5) del aceite de oliva, separándolo del *alpeorujo*, que contiene el resto de componentes de la aceituna y agua de proceso.

La fase de preparación consta, en primer lugar, de la molienda. En este subproceso tampoco se puede actuar directamente para realizar la optimización del proceso,

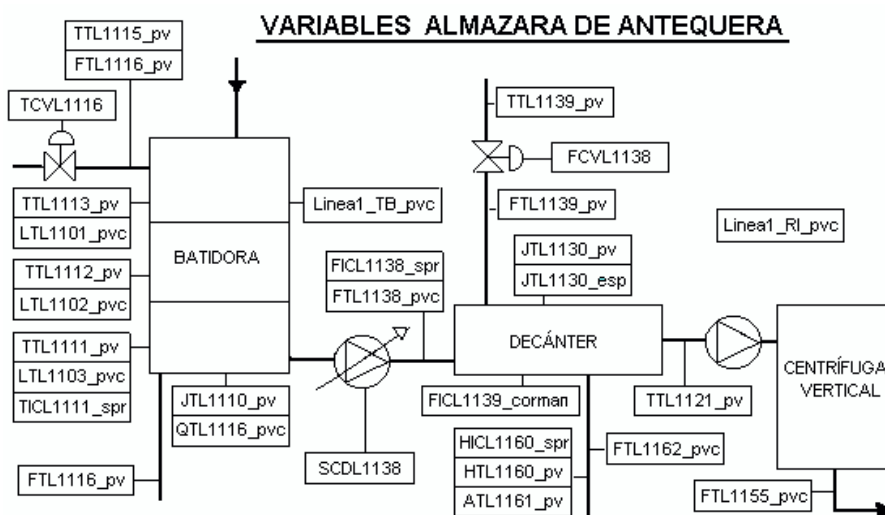


Figura A.3: Elenco de variables

pues no hay ninguna variable que evolucione en el tiempo que se pueda optimizar. Las actuaciones posibles en la molienda son del tipo de poner la criba del molino de martillos más adecuado al tipo de aceituna o seleccionar de forma óptima la tolva de la cual procede la materia prima. Estas actuaciones son realizadas por un operario, y vienen fijadas de antemano, con lo cual las posibilidades de optimización en la fase de preparación se trasladan a la parte donde se realiza el termobatido.

La elección de la termobatidora como subproceso a optimizar tiene como fundamento la relación entre un buen control de la temperatura y el rendimiento, tanto en calidad como cantidad, obtenido en el proceso de extracción. Este subproceso además posee algunas peculiaridades, como son la existencia de perturbaciones de tipo periódico en el sistema, o su posible descripción aproximada mediante suma de funciones de transferencia de primer orden con diferentes retardos.

En el subproceso de extracción mediante *decánter* es también posible una mejora u optimización del proceso mediante la manipulación adecuada de las variables que intervienen, como son los caudales de masa y agua (Nuñez-Reyes *et al.*, 2002; Scheffer-Dutra *et al.*, 2002).

La termobatidora es, por lo tanto, el aparato físico destinado a realizar el subproceso de batido dentro de la fase de preparación de la aceituna. Su objetivo es la consecución de una mezcla u homogeneización de la masa de aceituna procedente de los molinos, para lo cual se ayuda de unas palas giratorias y un mecanismo de incremento gradual



Figura A.4: Foto de una termobatidora

de la temperatura. Se consigue así agrupar las gotas de aceite microscópicas contenidas en la masa, facilitando la posterior extracción.

Físicamente está dividida en tanques o recipientes, dispuestos verticalmente (figura A.6). La masa entra en el tanque superior mediante una cinta transportadora, y es batida mediante unas palas giratorias que además empujan horizontalmente la masa, hasta llegar al final del tanque, momento en el cual esta masa cae por gravedad al siguiente, en el que se continúa el proceso. Pueden existir termobatidoras de dos, tres o cuatro tanques, siendo el incremento de temperatura más gradual cuanto mayor sea el número de tanques.

La masa así batida requiere una temperatura que debe ser incrementada gradualmente para que el subproceso sea efectivo, con el objetivo de modificar la viscosidad de la misma y mejorar el proceso de homogeneización y agrupación de las microscópicas gotas de aceite que están contenidas en el interior de la masa. La temperatura



Figura A.5: Decánter

en el cuerpo inferior debe ser de unos 35°C , con incrementos de temperatura de unos $3 - 5^{\circ}\text{C}$ entre dos tanques consecutivos, aunque estos valores pueden depender del tipo de aceituna que se esté molturando. Este incremento gradual de temperatura se consigue mediante placas y camisas de calefacción por las cuales circula agua procedente de calderas. Estas placas se encuentran en las paredes del interior de todos los tanques, y por su interior circula un caudal de agua regulable de forma parcial, pues tan sólo se puede actuar sobre la cantidad total de agua circulando por todas las placas que componen la termobatidora en su conjunto.

Si bien la velocidad de giro de las palas o el diseño de los recipientes influyen en el proceso, estas variables no se pueden modificar en el sistema de control. Así que la temperatura, el caudal de masa (y consecuentemente, el tiempo promedio de batido) y otros factores, como la adición artificial de enzimas, son los elementos que van a influir sobre el resultado del subproceso. Los dos últimos son directamente regulables mediante el uso de caudalímetros y dosificadores.

La temperatura de batido es el elemento de más difícil control, pues está sometida a diversas perturbaciones periódicas y no periódicas, producidas por las variaciones de temperatura del agua procedente de calderas, de la cantidad y temperatura de la masa de aceituna procedente de la fase de molienda, y temperatura ambiental, la cual puede variar bastante pues en algunas semanas el funcionamiento de la almazara es continuo

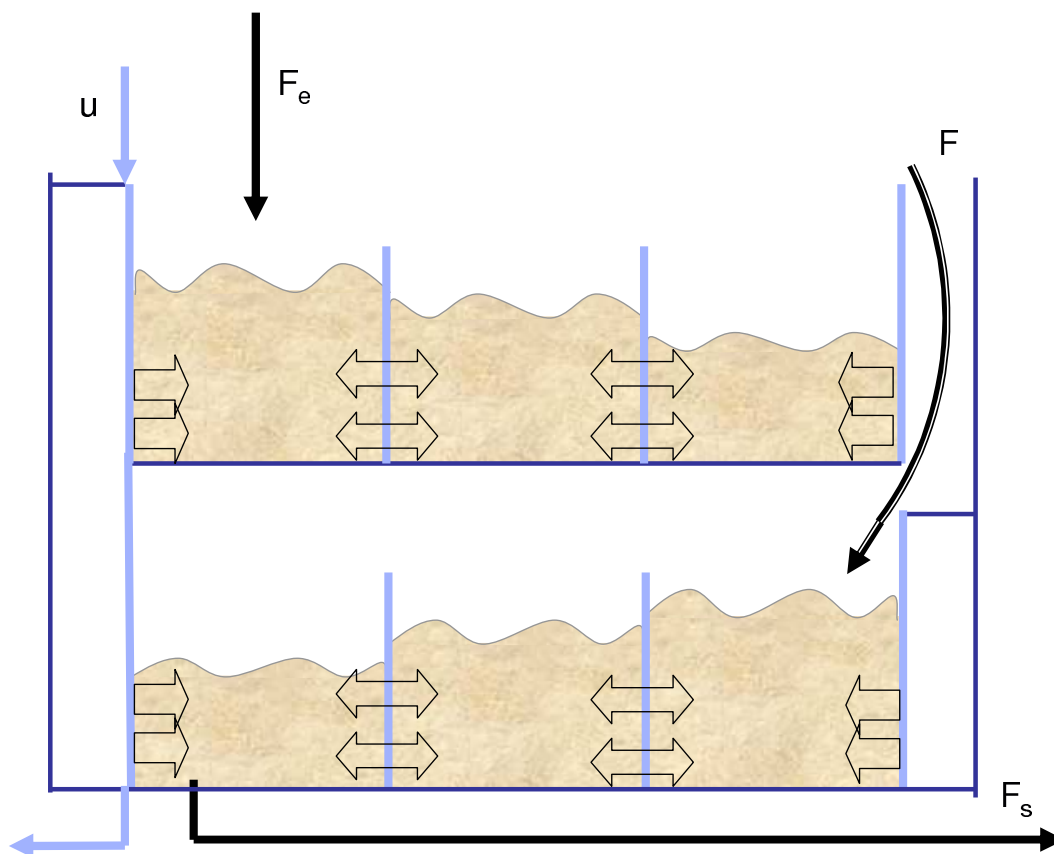


Figura A.6: Esquema de una termobatidora

durante el día y la noche.

Los mayores inconvenientes encontrados en el control de la misma son debidos al sistema discontinuo de entrada de masa, los cuales podrían ser solucionados con un diseño diferente del mecanismo de alimentación de la termobatidora, en el cual el caudal de masa y los niveles de los diferentes tanques se mantuviese constante.

En efecto, al arrancar el proceso, comienza a llenarse el tanque superior, estando el resto en vacío. A poco que se incorpore calor al proceso, la temperatura, sobre todo de los tanques inferiores, va a elevarse por encima de los límites impuestos por la calidad del producto final. Esto se debe evitar mediante el uso de controladores adecuados que tengan en cuenta este hecho, en caso contrario la calidad del producto obtenido podría verse mermada.

Además, se encuentra otro inconveniente en la fase normal de funcionamiento, y se

debe a la entrada discontinua de masa en la termobatidora, producida por el diseño del molino de martillos. Éste, una vez activado, sólo se detiene cuando el nivel de la termobatidora ha alcanzado su valor máximo, hecho que es detectado mediante unas sondas de nivel. Puesto que el caudal de masa tiende a suavizarse al pasar de un tanque a otro por la viscosidad de la misma, los niveles en el interior de los tanques presentan una forma que es bastante aproximada a una senoide, siendo este hecho más notable en los tanques inferiores. Esta variación de nivel se traduce en una oscilación en la temperatura de la masa en el interior del tanque que conviene reducir en vistas de reducir los índices de error alcanzados por el controlador.

El *tiempo medio de batido* es también una magnitud fundamental en el correcto desempeño del proceso de extracción de aceite de oliva. Su valor óptimo se estima en torno a la hora y media. Si este valor es menor que el óptimo, la masa resultante no será homogénea, existiendo gotas microscópicas de aceite que serán difícilmente extraídas posteriormente. Si el tiempo de batido es mayor, se pueden producir emulsiones, que también interfieren con el proceso de extracción.

A.2. Modelo en ecuaciones diferenciales

La termobatidora de dos tanques puede ser descrita mediante un modelo que se obtiene al aplicar primeros principios al sistema (Thompson y Ceckler, 1979). En la realización de simulaciones, se ha tomado una termobatidora de dos tanques, mientras que la planta real situada en la almazara tiene tres tanques. Los parámetros usados en simulación se encuentran en la tabla A.1. Las ecuaciones de balance energético aplicadas a un único tanque son

$$\begin{cases} d(mC_eT)/dt = F_iC_eT_i - F_oC_eT + UA(T_w - T) \\ d(m_wC_{e_w}T_w)/dt = F_wC_{e_w}(T_{i_w} - T_w) - UA(T_w - T) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

mientras que las de balance de masa son

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho SL)}{dt} = F_i - F_o \quad (\text{A.2})$$

donde m es la masa en el interior del tanque, C_e el calor específico de la masa, T la temperatura de la masa, F_i el caudal de masa a la entrada del tanque, F_o es el caudal de salida del mismo, UA es el coeficiente global de transmisión de calor para el tanque dado, T_w y T_{i_w} las temperaturas del agua en la camisa y a la entrada, C_{e_w} es el calor específico del agua, S es la superficie media de una sección horizontal del tanque y ρ es la densidad de la masa.

Parámetro	Valor	Unidad
Temperatura masa a la entrada	27	$^{\circ}C$
Temperatura agua a la entrada	50	$^{\circ}C$
Calor específico masa	3	$\frac{KJ}{Kg \cdot ^{\circ}}$
Calor específico agua	4,18	$\frac{KJ}{Kg \cdot ^{\circ}}$
Coefficiente intercambio de calor	$5 \cdot 10^3$	$\frac{KJ}{^{\circ} \cdot h}$
Caudal de masa medio	3000	Kg/h
Cantidad de masa media	1000	Kg
Retardo de tránsito entre tanques	0,4	h
Sección promediada	4,5	m^2
Caudal máximo de agua a un tanque	5000	l/h

Tabla A.1: Parámetros de la termobatidora

Los tanques que componen la termobatidora se disponen verticalmente, tal cual se ve en la figura A.6. De forma que la cantidad de masa que sale del tanque superior, cae por los rebosaderos laterales al tanque inmediatamente inferior. De esta forma se tienen tres ecuaciones diferenciales ordinarias por cada tanque. El modelo se puede completar incluyendo términos de pérdidas de calor al exterior, proporcionales a la diferencia entre la temperatura dentro del tanque y la temperatura ambiente dentro de la almazara.

Estas ecuaciones de balance energético y de masas se pueden reducir a dos en el caso de que la masa en el interior del tanque sea aproximadamente constante. Si los niveles en el interior de los tanques oscilan con una amplitud no muy grande esto equivale a realizar el modelo promedio del sistema.

Más aún, cuando los tanques están llenos la dinámica de la temperatura de la masa es mucho más lenta que la de la temperatura del agua, ya que $m \gg m_w$. Aplicando la teoría de la perturbación singular se pueden reducir las ecuaciones diferenciales a una sola que recoge la dinámica lenta.

La ecuación de balance de masas es una parte no controlable del sistema, pues la señal de control no afecta a la cantidad de masa. En cierto modo, puede verse la masa como un parámetro variante en tiempo del sistema.

Existen dos problemas principales estudiados en el control de esta planta. El primero de ellos se da en la fase de llenado, en la cual es bastante difícil eliminar la sobreoscilación inicial, sobre todo en las pruebas reales. El segundo de ellos es la atenuación de la oscilación debida al llenado repetitivo de la planta.

Finalmente, para obtener el modelo completo debe tenerse en cuenta que la temperatura de entrada del tanque inferior es igual a la de salida del tanque superior desfasada un cierto retardo, especificado igualmente en la tabla A.1. De esta forma, el número de ecuaciones es proporcional al número de tanques.

A.3. Descripción del sistema de control

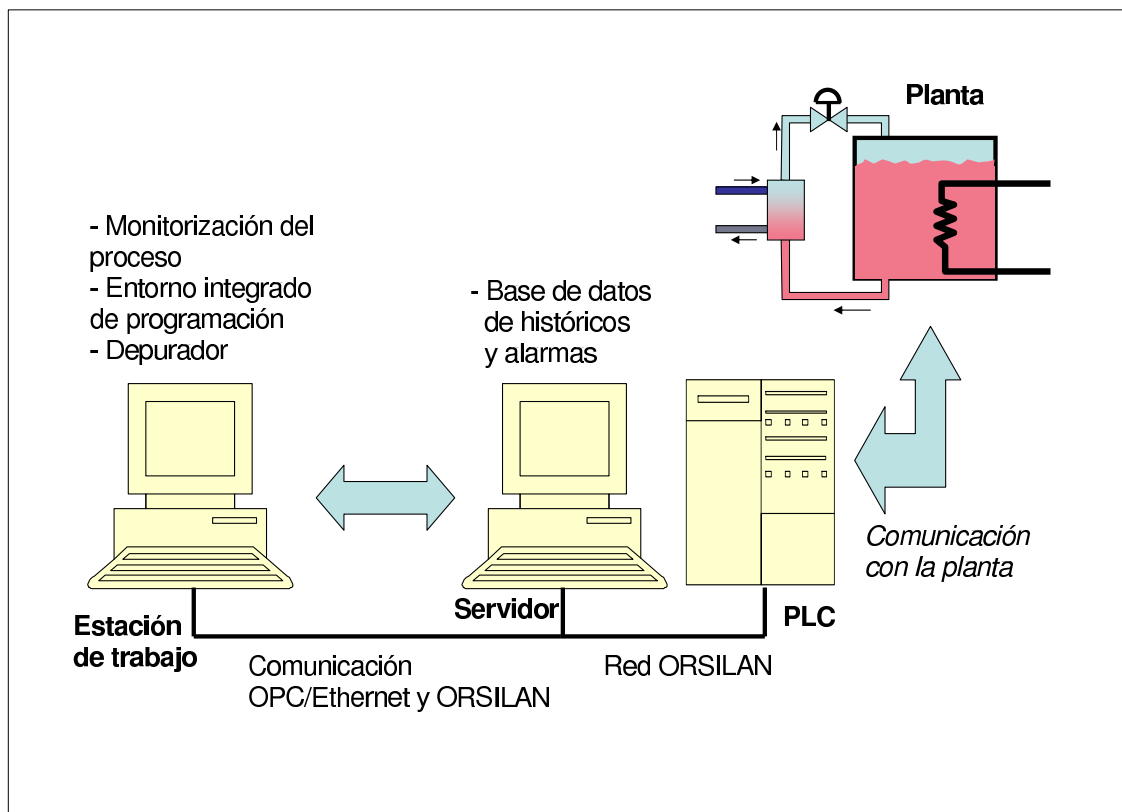


Figura A.7: Sistema de control y adquisición de datos

La almazara estudiada posee un sistema de control basado en el SCADA *Cube* de Orsi, que durante el transcurso de la tesis pasó a denominarse *Simatic*, y que es el mismo que hay implantado en la planta descrita en el apéndice B. Se trata de un sistema de control distribuido con diversas funcionalidades (ver la figura A.7), como son:

- Integración de las estaciones de trabajo comunicadas mediante un bus de campo,

con posibilidad de establecer copias de respaldo de los servidores de datos.

- Módulos de control y sistemas de comunicación integrados.
- Gestión de alarmas, mímicos y base de datos históricos.
- Programación de los controladores (unidades) mediante varios lenguajes en un Entorno de Desarrollo Integrado (IDE).
- Depurador de aplicaciones y acceso a las variables de proceso.
- Monitorización de la planta mediante diagramas de proceso o mímicos, que permiten visualizar de forma intuitiva y rápida el estado del mismo. También se puede ver si hay alguna alarma activa, o interactuar con la planta mediante la modificación de consignas.

El sistema de control se compone de varios componentes interconectados mediante una red de datos, entre los cuales están las estaciones de trabajo, servidores, controladores lógicos programables y el conjunto de actuadores y sensores que interactúan con el proceso.

El algoritmo de control predictivo desarrollado se ha implementado en el lenguaje de programación ITER-II, que viene incorporado en el SCADA. Si bien este lenguaje no es muy completo para realizar cálculos matriciales, se pueden implementar controladores predictivos en el mismo en los casos más sencillos. La ventaja de programar en este lenguaje es que el código generado se ejecuta en el PLC, el cual actúa directamente sobre el proceso. Si una de las estaciones de trabajo falla, el PLC sigue funcionando pues posee un mayor nivel de fiabilidad.

No obstante, se pueden implementar algoritmos de mayor complejidad en un lenguaje de alto nivel, como C++. El SCADA posee dos formas de comunicación con la planta, la primera es mediante librerías internas, y la segunda es mediante OPC, que es un estándar de comunicación en el control de procesos. Mediante las funciones aportadas por OPC se puede acceder a los datos del proceso a través del protocolo TCP/IP. En el caso del controlador INMPC descrito en el capítulo 4, la única alternativa para su implementación es este método, pues el lenguaje que aporta el SCADA no posee capacidades de cálculo matricial complejo necesarias para la programación del controlador.

Apéndice B

Reactor químico por lotes

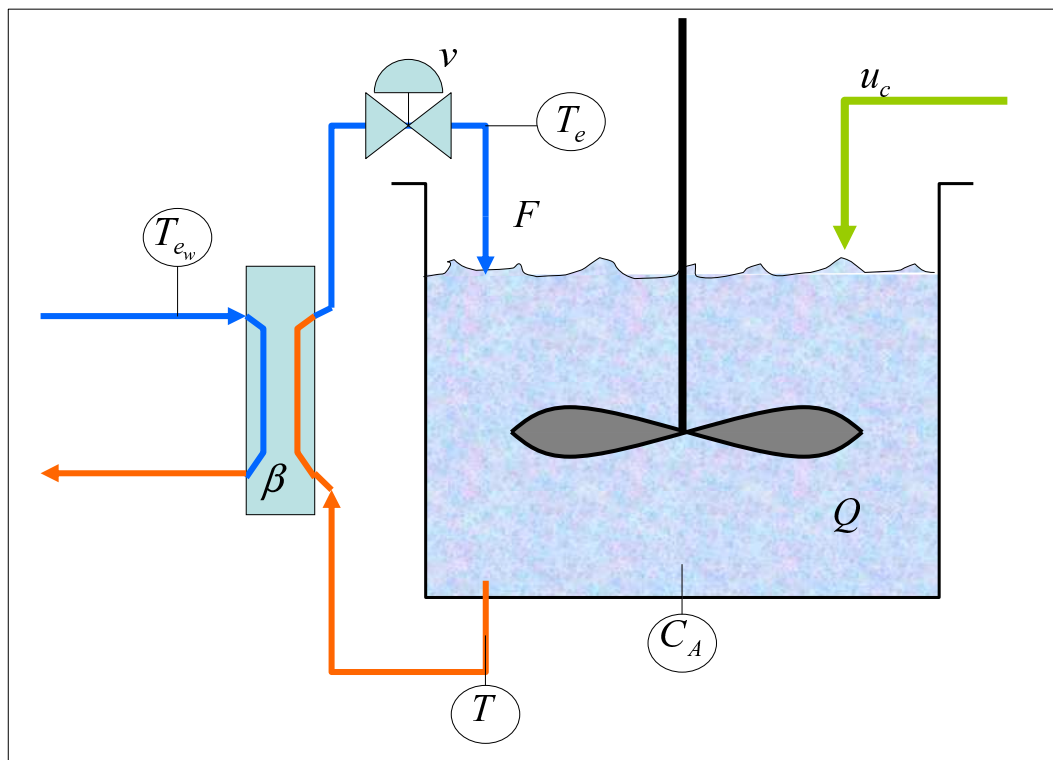


Figura B.1: Proceso químico por lotes o semilotes

En esta sección se presenta la descripción mediante ecuaciones diferenciales ordinarias del reactor químico exotérmico mostrado en la figura B.1, el cual podrá funcionar indistintamente en modo lotes o semilotes. Este tipo de plantas ha sido estudiada por diferentes autores (Hugo *et al.*, 1988; Szeifert *et al.*, 1995). Está compuesta de un

recipiente, en el cual se realiza una reacción química, y una camisa de refrigeración.

El objetivo es mantener la reacción química exotérmica controlada convenientemente (Viel *et al.*, 33), para ello se dispone de dos variables manipuladas, el caudal de reactivo que entra en el recipiente, y el caudal de agua refrigerante que circula por la camisa. La camisa de refrigeración trata de disipar el calor generado en la reacción química. Por lo tanto, las variables controladas en el caso general son la temperatura dentro del recipiente y la concentración de reactivo. La reacción química se asume que es de segundo orden, lo cual se traduce en una no linealidad mayor en el proceso.

La planta tiene dos modos fundamentales de funcionamiento:

Lotes En este modo, el caudal de reactivo que entra en el recipiente es nulo una vez ha comenzado la reacción química, ya que la entrada al mismo se cierra al iniciarse el proceso. De esta forma, la única variable controlada es la temperatura, ya que no se puede controlar la concentración de reactivo dentro del recipiente en este caso.

Semilotes Funcionando así, una parte del reactivo se introduce en el tanque antes del comienzo de la reacción, pero se reserva más cantidad que se añadirá durante la reacción siguiendo alguna política óptima. En este caso, además de la temperatura, la concentración de reactivo puede ser controlada también.

Por consiguiente, el modelo del proceso por lotes es idéntico al del proceso tipo semilotes en el que se anula la entrada de caudal de reactivo. En el caso semilotes, se necesita un control avanzado multivariable para poder alcanzar un control adecuado de la temperatura y de la concentración de reactivo durante el proceso. En el caso por lotes, se requiere un controlador no lineal.

Para la realización práctica de experimentos, se ha implementado el reactor por lotes en una planta piloto de laboratorio que contiene sólo agua, en la cual el calor generado en la reacción química se produce en una resistencia, y la refrigeración se consigue mediante un intercambiador de calor (ver figuras B.2, B.4, y también B.3, al final de este apéndice). Las ecuaciones del modelo de la reacción química se emplean para calcular en un ordenador la concentración actual de reactivo, así como la cantidad de calor que se generaría en la hipotética reacción química, la cual se aplica a la planta en igual cantidad mediante la resistencia. Nótese que el calor real aplicado a la planta está afectado por una saturación impuesta por la potencia máxima que es capaz de disipar la resistencia. Este tipo de pruebas reales con una parte del proceso simulada se ha realizado con anterioridad en Santos *et al.* (2000). En el presente trabajo se ha usado



Figura B.2: Planta piloto de laboratorio

esta técnica para emular el reactor químico por lotes, que, tal cual se ha comentado, es un proceso monovariable, aunque fuertemente no lineal.

B.1. Modelo en tiempo continuo

Se asume que la masa dentro del tanque es constante, ya que el caudal de reactivo es suficientemente pequeño, por ser la concentración del mismo alta. En estas condiciones, las ecuaciones que describen el sistema tienen la forma (Lee, 2000):

$$\begin{cases} mC dT/dt &= FC(T_e - T) + Q \\ dC_A/dt &= -k_0 e^{-E/RT} C_A^2 + u_c \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

$$Q = (-\Delta H) V k_0 e^{-E/RT} C_A^2 \quad (\text{B.2})$$

$$F = a_f v + b_f \quad (\text{B.3})$$

$$\beta = a_i F + b_i (T_{e_w} - T) + c_i \quad (\text{B.4})$$

$$T_e - T = \beta (T_{e_w} - T) \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{cases} T(0) &= T_0 \\ C_A(0) &= C_{A_0} \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

$$0 \leq t \leq T_s \cdot N \quad (\text{B.7})$$

donde las variables controladas son la temperatura dentro del tanque (T) y la concentración de reactivo (C_A). Las variables manipuladas son la apertura de la válvula (v) y el caudal de entrada de reactivo (u_c). El sistema de ecuaciones (B.1) describe la dinámica del proceso. Las ecuaciones (B.2)-(B.5) son ecuaciones auxiliares estáticas, que nos dan, respectivamente, el calor generado dentro del recipiente mediante la reacción química (que será aplicado en la resistencia en el caso de simularla en la planta piloto), el caudal de agua refrigerante circulando por el intercambiador y la eficiencia del intercambiador.

La ecuación (B.6) representa las condiciones iniciales que son iguales para todos los lotes, y (B.7) define la duración del lote, que en este caso es constante. Cuando este tiempo es variable se suele hablar entonces de control en tiempo mínimo. Varios autores (Kwon y Evans, 1975; Bonnard y de Morant, 1995) han propuesto algunos métodos para convertir el problema en uno de duración constante.

La figura B.1 muestra una descripción gráfica de la planta. Los parámetros se enumeran en la tabla B.1. Los valores de a_f , b_f , a_i , b_i y c_i se identifican de forma empírica en la planta de laboratorio, para poder realizar experimentos reales más adelante.

Variable	Unidades	Valor
E/R	K	13550
k_0	$l/(mol \cdot s)$	$1,16 \cdot 10^{17}$
m	kg	29,6
C	$kJ/(kg \cdot K)$	4,18
$\frac{(-\Delta H)V}{mC}$	$K \cdot l/mol$	20
T_0	K	308
C_{a0}	mol/l	0,5
T_{e_w}	K	298
a_f	$kg/(s \cdot \%)$	6,252
b_f	kg/s	5,35
a_i	s/kg	$-879 \cdot 10^{-6}$
b_i	K^{-1}	$-243 \cdot 10^{-6}$
c_i	-	0,964
d	s	30

Tabla B.1: Parámetros del reactor químico

Finalmente, la temperatura tiene un retraso de d segundos debido a la posición del sensor.

Esta planta funcionando por semilotes es una buena candidata para probar controladores no lineales multivariables. Las dos variables de estado están fuertemente acopladas por medio de un término exponencial que depende de la temperatura y de la raíz cuadrada de la concentración del reactivo (ecuaciones B.1-B.2). El efecto de la apertura de la válvula sobre la dinámica es cuadrático por la definición de las características de la válvula (ecuación B.3) y de la eficiencia del intercambiador (ecuación B.4). En el caso de que se haga funcionar por lotes, se puede implementar un simulador del proceso en la planta piloto, con lo cual se tendrán resultados equiparables a los reales (Cueli y Bordons, 2005a).

B.2. Transformación a forma afín

Las ecuaciones (B.1)-(B.7) pueden ser escritas en la forma afín en tiempo discreto especificada por las ecuaciones 5.1. Esto es necesario para asegurar la estabilidad del algoritmo INMPC (ver capítulos 4 y 5). El controlador puede ser aplicado directamente a la planta descrita mediante las ecuaciones (B.1)-(B.7), pero si la planta está en la forma afín indicada, se dispone de la prueba de estabilidad que garantiza el buen funcionamiento del algoritmo.

Para transformar el sistema en forma afín, basta definir una nueva ecuación de estados y una nueva entrada al sistema

$$\dot{v} = u \quad (\text{B.8})$$

Las variables de estado son ahora T , C_A y v , mientras que las entradas son u y u_c . La planta afín, descrita por (B.1)-(B.5) y (B.8) es discretizada usando, por simplicidad, el método de Euler con un tiempo de muestreo T_s . Se debe tener especial cuidado en el proceso de discretización de las ecuaciones, asegurando que la versión de la planta en tiempo discreto es suficientemente representativa y exacta.

Así, el modelo está dado por (B.2)-(B.4), (5.1) y

$$f(x_t) = \begin{pmatrix} T + T_s \left[\frac{F}{m} \beta (T_{e_w} - T) + \frac{Q}{mC} \right] \\ C_A - T_s k_0 e^{-E/RT} C_A^2 \\ v \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

$$g(x_t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ T_s & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

donde T_s es el tiempo de muestreo.

Finalmente, el modelo que se empleará para el controlador, debe tener en cuenta el retraso de la planta d , que es igual a 2 si el tiempo de muestreo es de 15 segundos. El vector de estados pasa a estar formado por T , C_A , v , T_1 y T_2 . Las dos nuevas variables de estados T_1 y T_2 representan la temperatura retrasada uno y dos instantes de muestreo.

Así, la descripción de la planta se modifica a

$$f_m(x_t) = \begin{pmatrix} f(x_t) \\ T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.11})$$

$$g_m(x_t) = \begin{pmatrix} g(x_t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

y

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$



Figura B.3: Planta piloto de laboratorio



Figura B.4: Paneles de los controladores y controlador lógico programable

Apéndice C

Planta de pH

El control de pH (McMillan, 1984) es común en industrias químicas y biotecnológicas. Ejemplos de este tipo de plantas se encuentran en plantas de tratamiento de aguas residuales (Moore, 1978; Shinsky, 1973), la producción de medicamentos en industria farmacéutica y procesos de fermentación (Hagander *et al.*, 2001; Bastin y Dochain, 1990). El control de los valores de pH de estos procesos es difícil debido a la fuerte no linealidad que presenta la respuesta de pH frente a la adición de ácido o base. La presencia de fuertes perturbaciones en el proceso también dificultan grandemente el control de este tipo de procesos.

El valor de pH se sitúa como uno de los más importantes factores que influyen en los procesos de fermentación. Un pH inadecuado inhibe el crecimiento de los microorganismos causantes de la fermentación, altera la población de bacterias, y además inhibe la actividad de las enzimas. El resultado es una duración del proceso mayor de lo necesario o incluso la disminución de la población bacteriana. El controlador debe obtener una precisión prescrita (en torno a $\pm 0,05$ unidades de pH) a pesar de las no linealidades y dificultades severas que presenta el proceso.

La ganancia de la función de salida puede aumentar en varios órdenes de magnitud para un rango pequeño de valores a la entrada. Muchas estrategias de control pueden ser aplicadas al proceso de pH (Henson y Seborg, 1994; Babuska *et al.*, 2002), desde PIDs no lineales hasta estrategias de control adaptativo no lineal (Henson y Seborg, 1994). También se han usado controladores basados en modelo (Sing y Postlethwaite, 1997), autoajustables (Babuska *et al.*, 2002) y borrosos (Garrido *et al.*, 1997).

En este trabajo, se han realizado experimentos en simulación con un proceso tomado

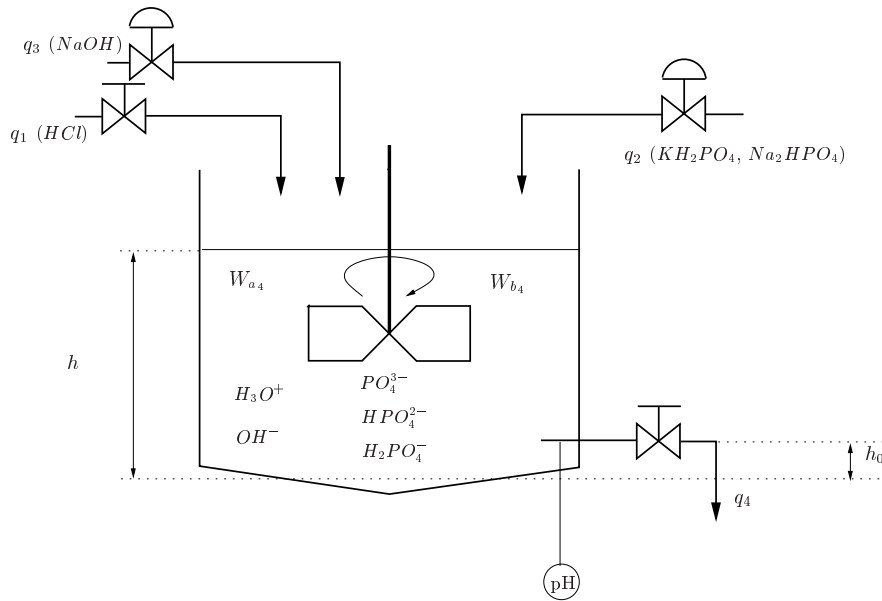


Figura C.1: Proceso de pH

de Babuska *et al.* (2002). Mediante la entrada de ácido se puede simular un proceso de fermentación en pruebas de laboratorio, aunque en este caso se ha introducido una perturbación de tipo repetitivo en forma de escalón.

La figura C.1 muestra el esquema del proceso, y consiste en un tanque donde 3 productos se mezclan:

- un producto ácido (HCl diluído), que se denota por q_1 ,
- una solución compuesta de KH_2PO_4 y Na_2HPO_4 (q_2), y
- un producto básico ($NaOH$ diluído), denotado mediante q_3 .

La salida del proceso es el pH de la solución dentro del recipiente, la cual se controla actuando sobre las válvulas.

Se puede obtener un modelo en tiempo continuo, asumiendo una mezcla homogénea, densidad constante y solubilidad completa de los iones. Este modelo puede ser descrito mediante las siguientes ecuaciones en espacio de estados (Babuska *et al.*, 2002):

$$Ah \frac{dW_{a4}}{dt} = q_1 (W_{a1} - W_{a4}) + q_2 (W_{a2} - W_{a4}) + q_3 (W_{a3} - W_{a4}) \quad (C.1)$$

$$Ah \frac{dW_{b4}}{dt} = q_1 (W_{b1} - W_{b4}) + q_2 (W_{b2} - W_{b4}) + q_3 (W_{b3} - W_{b4}) \quad (C.2)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 - q_4}{A} \quad (C.3)$$

La función de salida está dada de forma implícita mediante

$$W_{b4} \frac{K_{a4}x + 2K_{a4}K_{a5}x^2 + 3K_{a4}K_{a5}K_{a6}x^3}{1 + K_{a4}x + K_{a4}K_{a5}x^2 + K_{a4}K_{a5}K_{a6}x^3} + W_{a4} + K_w x - x^{-1} = 0 \quad (C.4)$$

y

$$[H_3O^+] = x^{-1} \quad , \quad pH = -\log [H_3O^+] \quad (C.5)$$

Variable	Valor	Unidades
A	0,7854	dm ²
h	1,5915	dm
K_{a4}	$7,5857 \cdot 10^{-3}$	
K_{a5}	$6,1659 \cdot 10^{-11}$	
K_{a6}	$2,1379 \cdot 10^{-13}$	
K_w	$1 \cdot 10^{-14}$	
W_{a1}	1	mol/l
W_{a2}	$-177,3 \cdot 10^{-3}$	mol/l
W_{a3}	-1	mol/l
W_{b1}	0	mol/l
W_{b2}	$154,9 \cdot 10^{-3}$	mol/l
W_{b3}	0	mol/l
q_1	$1,9822 \cdot 10^{-2}$	l/s
q_2	$3,3333 \cdot 10^{-1}$	l/s

Tabla C.1: Parámetros del modelo de pH

W_{a4} y W_{b4} denotan los invariantes químicos de la solución (perfectamente mezclada por hipótesis) que hay dentro del recipiente. Estos invariantes químicos representan los estados del sistema, y determinan el pH de la solución. Las constantes de equilibrio

se denotan por K_x , y los parámetros del modelo vienen dados en C.1. Las ecuaciones estáticas (C.4)-(C.5) describen de forma implícita la función de salida del sistema, y hacen el proceso fuertemente no lineal.

El modelo descrito puede emplearse para obtener la curva de pH de la solución de KH_2PO_4 y Na_2HPO_4 para un volumen añadido lentamente de ácido o base. Esta curva se muestra en la figura C.2. Se obtiene integrando las ecuaciones correspondientes (C.1)-(C.5) con condiciones iniciales obtenidas en equilibrio al hacer $q_3 = u = 0$ y tomando un volumen inicial de 1,25 l de solución de ácido fosfórico. En la misma gráfica se puede ver como la pendiente de la curva cambia de forma fuertemente no lineal.

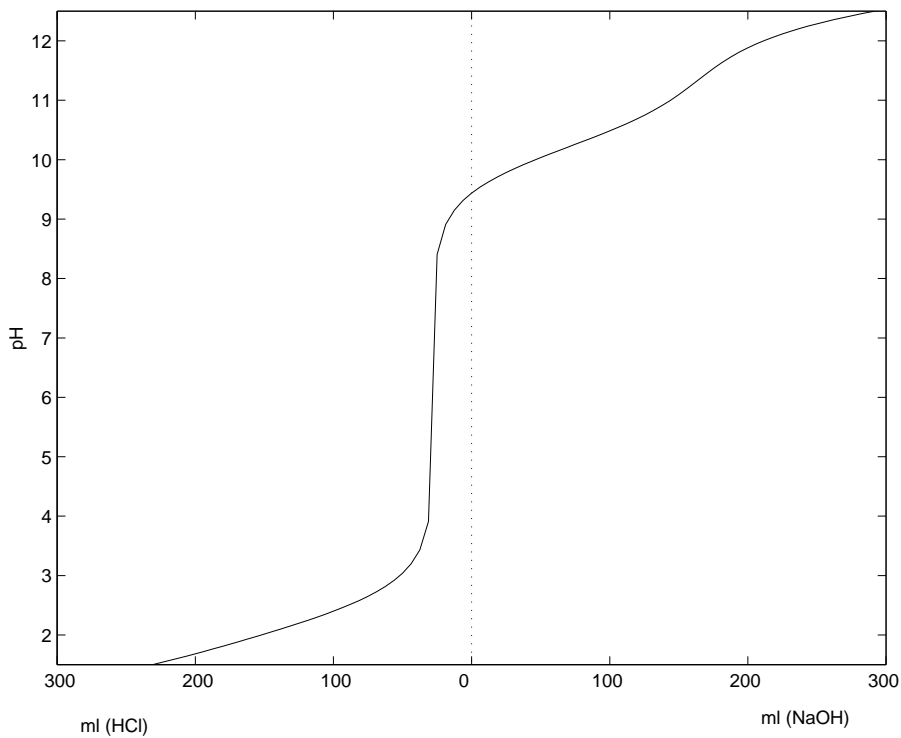


Figura C.2: Curva de pH

Bibliografía

- Albertos, P. y A. Sala (2002). *Iterative Identification and Control*. Advances in Control Theory and Applications. Springer-Verlag.
- Allgower, F., T.A. Badgwell, J.S. Qin, J.B. Rawlings y S.J. Wright (1999). *Advances in Control, Highlights of ECC'99*. Chap. Nonlinear Predictive Control and Moving Horizon Estimation An Introductory Overview, pp. 391–449. Springer.
- Álvarez, T. (1997). Gestión de restricciones en controladores predictivos. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid.
- Álvarez, T. y C. Prada (1997). Handling infeasibility in predictive control. *Computers and Chemical Engineering* pp. 577–582.
- Amann, N., D.H. Owens y E. Rogers (1996). Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence. *IEE Proc. on Control Theory and Applications* **143**(2), 217–224.
- Amann, N. y D.H. Owens (1994). Non-minimum phase plants in iterative learning control. En: *Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Systems Engineering*. Hamburg. pp. 107–112.
- Amann, N. y D.H. Owens (1995). Iterative learning control for discrete-time systems using optimal feedback and feedforward actions. En: *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*. New Orleans, LA.
- Arimoto, S., S. Kawamura y F. Miyazaki (1984). Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems* **1**(1), 123–140.
- B. Srinivasan, C. J Primus, D. Bonvin y N. L. Ricker (2001). Run-to-run optimization via control of generalized constraints. *Control Engineering Practice* **9**(8), 911–919.
- Babuska, R., J. Oosterhoff, A. Oudshoorn y P.M. Bruijn (2002). Fuzzy self-tuning PI control of pH in fermentation. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* **15**, 3–15.

- Bastin, G. y D. Dochain (1990). *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*. Elsevier Science Publications. Amsterdam.
- Bemporad, A. (1998). Reducing conservativeness in predictive control of constrained systems with disturbances. En: *IEEE Conference in Decision and Control*.
- Bien, Z. y Xu, J.-X., Eds. (1998). *Iterative Learning Control: Analysis, Design, Integration and Applications*. Kluwer. Boston.
- Bodson, M. y S.C. Douglas (1997). Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency. *Automatica* **33**(12), 2213–2221.
- Bone, G.M. (1995). A novel iterative learning control formulation of generalized predictive control. *Automatica* **31**(10), 1483–1487.
- Bonnard, B. y J. de Morant (1995). Toward a geometric theory in the time-minimal control of chemical batch reactors. *SICON* **33**(5), 1279–1311.
- Bonvin, D. (1998). Optimal operation of batch reactors, a personal view. *Journal of Process Control* **8**, 355–368.
- Bordons, C. y J.R. Cueli (2001). Modelling and predictive control of an olive oil mill. *European Control Conference (ECC)* pp. 2291–2296.
- Bordons, C. y J.R. Cueli (2004). Predictive controller with estimation of measurable disturbances. Application to an olive oil mill. *Journal of Process Control* (14), 305–315.
- Calam, C.T. y B.A.-K. Ismail (1980). Investigation of factors in the optimisation of penicillin production. *J. Chem. Tech. Biotechnol.* **30**, 249–262.
- Camacho, E.F. y C. Bordons (2004). *Model Predictive Control 2nd edition*. Springer-Verlag. London.
- Camacho, E.F. y C. Bordons (1995). *Model Predictive Control in the Process Industry*. Springer-Verlag. London.
- Chien, C.-J. (2000). A sampled-data iterative learning control using fuzzy network design. *Journal of Process Control* **73**(10), 902–913.
- Civantos, L. (1999). *Obtención del Aceite de Oliva Virgen*. Agrícola Española, S.A.
- Clarke, D.W., C. Mohtadi y P.S. Tuffs (1987a). Generalized predictive control. Part I. The basic algorithm. *Automatica* **23**(2), 137–148.
- Clarke, D.W., C. Mohtadi y P.S. Tuffs (1987b). Generalized predictive control. Part II. Extensions and interpretations. *Automatica* **23**(2), 149–160.

- Coelho, A.A.R., J.E.S. Santos, O.M. Almeida, R.R. Sumar y T.C. Callai (2002). Identification and predictive control for the Hammerstein model: Nonparametric approach. En: *V INDUSCON*. Salvador - BA. pp. 370–374.
- Cueli, J.R. (2000). Gestión de restricciones en controladores predictivos. Proyecto Fin de Carrera. Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla.
- Cueli, J.R. (2004a). Algoritmos de aprendizaje para procesos discontinuos por lotes, y aplicación a plantas reales. Trabajo de investigación (DEA). Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla.
- Cueli, J.R. (2004b). Iterative predictive control for batch processes. En: *Third Junior European Meeting on Control, Optimization, and Computation*. University of Aveiro, 6-8 September, Portugal.
- Cueli, J.R. y C. Bordons (2005a). Application of iterative nonlinear model predictive control to a batch pilot reactor. En: *16th IFAC World Congress (accepted)*. Praga.
- Cueli, J.R. y C. Bordons (2005b). Iterative nonlinear model predictive control of a pH reactor. a comparative analysis. En: *16th IFAC World Congress (accepted)*. Praga.
- Cutler, C.R. y B.C. Ramaker (1980). Dynamic matrix control - a computer control algorithm. En: *American Control Conference (ACC)*. San Francisco.
- De Keyser, R. (1991). Basic principles of model based predictive control. En: *1st European Control Conference (ECC'01)*. Grenoble. pp. 1753–1758.
- De Keyser, R. (1998). A gentle introduction to model based predictive control. En: *PADIS International Conference on Control Engineering and Signal Processing*. Piura, Peru.
- De Keyser, R., G.A. van de Velde y F. Dumortier (1988). A comparative study of self-adaptive long range predictive control methods. *Automatica* **24**(2), 149–163.
- De Keyser, R. y A.R. Van Cuawenberghe (1985). Extended prediction self-adaptive control. En: *IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*. York, UK. pp. 1317–1322.
- del Castillo, E. y J.-Y. Yeh (1998). An adaptive run-to-run optimizing controller for linear and nonlinear semiconductor processes. *IEEE Trans. on Semiconductor Manufacturing* **11**(2), 285–295.
- Diehl, M., H.G. Bock, J.P. Schlöder, R. Findeisen, Z. Nagy y F. Allgower (2002). Real-time optimization and nonlinear model predictive control of processes governed by differential algebraic equations. *Journal of Process Control* **12**, 577–585.

- Engell, S. y G. Fernholz (2003). Control of a reactive separation process. *Chemical Engineering and Processing* **42**, 201–210.
- Findeisen, R., M. Diehl, T. Burner, F. Allgower, H.G. Bock y J.P. Schlöder (2002). Efficient output feedback nonlinear model predictive control. En: *Proc. Amer. Contr. Conf.*. Anchorage, AK. pp. 4752–4757.
- Fliess, M. y R. Marquez (2000). Continuous-time linear predictive control and flatness: a module-theoretic setting with examples. *International Journal of Control* **73**(7), 606–623.
- Fruzzetti, K., A. Palazoglu y K.A. McDonald (1997). Nonlinear model predictive control using Hammerstein models. *Journal of Process Control* **7**(1), 31–41.
- Furuta, K. y M. Yamakita (1987). The design of a learning control system for multi-variable systems. En: *Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control*. Philadelphia, USA. pp. 371–376.
- Gabín García, W., E.F. Camacho y D. Zambrano (2000). Improving GPC tuning for non-minimum phase systems. En: *Proceedings of the 4th Portuguese Conference on Automatic Control (Controlo 2000)*. Vol. 4. Guimaraes. Portugal. pp. 66–71.
- Gabín García, W. y E.F. Camacho (2002). Application of multivariable GPC to a four tank process with unstable transmission zeros. En: *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Control Applications and International Symposium on Computer Aided Control Systems Designs CCA/CACSD* (IEEE Control Systems Society, Ed.). Glasgow, UK. pp. 645–650.
- Garrido, R., M. Adroer y M. Poch (1997). Wastewater neutralization control based in fuzzy logic: simulation results. *Ind. Eng. Chem. Res.* **36**, 1665.
- Gevers, M. (1996). Identification for control. *Annual Reviews in Control* **20**, 95–106.
- Gomez, J.C. y A. Jutan (2003). Identification and model predictive control of a pH neutralization process based on linear and Wiener models. En: *13th IFAC Symposium on System Identification SYSID2003*. Rotterdam.
- Greco, C., G. Menga, E. Mosca y G. Zappa (1984). Performance improvement of self tuning controllers by multistep horizons: the MUSMAR approach. *Automatica* **20**, 681–700.
- Hagander, P., M. Kesson y J.P. Axelsson (2001). Probing control of fed-batch cultivations: analysis and tuning. *Control Engineering Practice* **9**(7), 709–723.
- Hara, S., T. Omata y M. Nakano (1985). Synthesis of repetitive control systems and its applications. En: *Proc. 24th Conference on Decision and Control*. Lauderdale, Florida. pp. 1387–1392.

- Hara, S., Y. Yamamoto, T. Omata y M. Nakano (1988). Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. *IEEE Trans. on Automatic Control* **33**, 659–668.
- Hauser, J. (1987). Learning control for a class of nonlinear systems. En: *Proc. of the 26th Conference on Decision and Control*. Los Angeles, California. pp. 859–860.
- Henson, M.A. y D.E. Seborg (1994). Adaptive nonlinear control of a pH neutralization process. *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **2**(3), 169–182.
- Hodge, D.B. y M.N. Karim (2002). Modeling and advanced control of recombinant zymomonas mobilis fed-batch fermentation. *Biotechnol. Prog.* **18**(3), 572–579.
- Horowitz, R. (1993). Learning control of robots manipulators. *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control* **115**, 402–411.
- Hugo, P., J. Steinbach y F. Stoessel (1988). Calculation of the maximum temperature in stirred tank reactors in case of a breakdown of cooling. *Chemical Engineering Science* **43**(8), 2147–2152.
- Impe, J.F. Van y G. Bastin (1995). Optimal adaptive control of fed-batch fermentation processes. *Control Eng. Practice* **3**(7), 939–954.
- Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems. Third Edition*. Springer-Verlag.
- Isidori, A. (1999). *Nonlinear Control Systems II*. Springer-Verlag.
- Isidori, A., Lamnabhi-Lagarrigue, F. y Respondek, W., Eds. (2001). *Nonlinear Control in the Year 2000*. Springer-Verlag.
- J. Moyne, E. del Castillo y A.M. Hurwitz (1998). *Run-to-Run Control in Semiconductor Manufacturing*. CRC Press LLC.
- Khalil, H. (1996). *Nonlinear Systems, Second Edition*. Prentice-Hall.
- Kokotović, P. y H. Sussmann (1989). A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *Systems & Control Letters* (13), 125–133.
- Kokotović, P. y M. Arcak (2001). Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica* (37), 637–662.
- Kotare, M.V., V. Balakrishnan y M. Morari (1995). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*.
- Kouvaritakis, B., J.A. Rossiter y A.O.T. Chang (1992). Stable generalized predictive control: An algorithm with guaranteed stability. *Proceedings IEE, Part D* **139**(4), 349–362.

- Kouvaritakis, B., M. Cannon y J.A. Rossiter (1999). Nonlinear model based predictive control. *Int. Journal of Control* **72**(10), 919–928.
- Kwon, Y.D. y L.B. Evans (1975). A coordinate transformation method for the numerical solution of nonlinear-minimum-time control problems. *AIChE. J.* **21**, 1158–1164.
- Lay, D.C. (1994). *Linear Algebra and Its Applications*. Addison-Wesley.
- Lazăr, M. (2005). Nonlinear predictive control. Nonlinear controller based on the EP-SAC approach. Technical report. Department of Control Engineering and Automation. University of Ghent.
- Lee, H.S. y Z. Bien (1997). A note on convergence property of iterative learning controller with respect to sup norm. *Automatica* **33**(8), 1591–1593.
- Lee, J.H., K.S. Lee y W.C. Kim (2000). Model-based iterative learning control with a quadratic criterion for time-varying linear systems. *Automatica* **36**, 641–657.
- Lee, K.S., S.H. Bang, S. Yi, J.S. Son y S.C. Yoon (1996). Iterative learning control of heat-up phase for a batch polymerization reactor. *Journal of Process Control* **6**(4), 255–262.
- Lee, K.S. (2000). Convergence of constrained model-based predictive control for batch processes. *IEEE Trans. Automat. Contr.* **45**(10), 1928–1932.
- Lee, K.S., I.S. Chin, H.J. Lee y J.H. Lee (1999). Model predictive control technique combined with iterative learning for batch processes. *AIChE J.* **45**(10), 2175.
- Lee, K.S. y J.H. Lee (1997). Constrained model-based predictive control combined with iterative learning for batch repetitive process. *Proc. ASCC'97, Seoul, Korea*.
- Lemos, J.M. y E. Mosca (1985). A multipredictor-based LQ self-tuning controller. En: *IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*. York, UK. pp. 137–145.
- Longman, R.W. (2000). Iterative learning control and repetitive control for engineering practice. *International Journal of Control* **73**(10), 930–954.
- Maciejowski, J.M. (2002). *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall.
- Marino, R. y P. Tomei (1995). *Nonlinear Control Design. Geometric, Adaptive, Robust*. Prentice-Hall.
- Marquardt, D.W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.* **11**(2), 431–441.

- Martin-Sanchez, J.M. y J. Rodellar (1996). *Adaptive Predictive Control. From the concepts to plant optimization*. Prentice-Hall International. UK.
- McMillan, G.K. (1984). *pH Control*. Instrument Society of America.
- Mezghani, M., G. Roux, M. Cabassud, M.V. Le Lann, B. Dahhou y G. Casamatta (2002). Application of iterative learning control to an exothermic semibatch chemical reactor. *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **10**(6), 822–833.
- Moore, K.L. (1993). *Iterative Learning Control for Deterministic Systems*. in Advances in Industrial Control. Springer-Verlag. London, UK.
- Moore, K.L. (1998a). Iterative learning control - An expository overview. *Applied and Computational Controls, Signal Processing and Circuits* **1**, 425–488.
- Moore, K.L. (2000). A non-standard iterative learning control approach to tracking periodic signals in discrete-time non-linear systems. *International Journal of Control* **73**(10), 955–967.
- Moore, K.L. y Xu, J.-X., Eds. (2000). *International Journal of Control. Special Issue on Iterative Learning Control*.
- Moore, R.L. (1978). *Neutralization of Waste Water by pH Control*. Instrument Society of America.
- Morari, M. y E. Zafriou (1989). *Robust Process Control*. Prentice-Hall.
- Nagy, Z. y S. Agachi (1997). Model predictive control of a PVC batch reactor. *Computers Chemical Engineering* **21**(6), 571–591.
- Nisenfeld, A.E., Ed. (1996). *Batch Control. Practical Guides for Measurement and Control*. Instrument Society of America.
- Normey-Rico, J.E., J. Gomez Ortega y E.F. Camacho (1998). A Smith predictor based generalized predictive controller for mobile robot path-tracking. En: *3rd IFAC Symp. on Intelligent Autonomous Vehicles*. Madrid, Spain. pp. 471–476.
- Normey-Rico, J.E. y E.F. Camacho (1996). A Smith predictor based generalized predictive controller. Internal Report GAR 1996/02. University of Seville.
- Nuñez-Reyes, A., C.B. Sheffer-Dutra y C. Bordons (2002). Comparison of several predictive controllers with multi-objective optimization. Application to an olive oil mill. En: *IEEE CCA '02*. Glasgow. UK.
- Nuñez-Reyes, A., J. Normey-Rico, C. Bordons y E.F. Camacho (2005). A Smith predictive based MPC in a solar air conditioning plant. *Journal of Process Control* **15**, 1–10.

- Oliveira, N.M.C. y L.T. Biegler (1995). Newton-type algorithms for nonlinear process control. algorithm and stability results.. *Automatica* **31**(2), 281–286.
- Panteley, E., A. Loria y A. Sokolov (1999). Global uniform asymptotic stability of nonlinear nonautonomous systems: Application to a turbo-diesel engine. *European Journal of Control* **5**, 107–115.
- Panteley, E. y A. Loria (1998). On global uniform asymptotic stability of non linear time-varying non autonomous systems in cascade. *Systems and Control Letters* **33**(2), 131–138.
- Peterka, V. (1984). Predictor-based self-tuning control. *Automatica* **20**(1), 39–50.
- Polak, E. (1997). *Optimization Algorithms and Consistent Approximations*. Springer-Verlag.
- Poloski, A.P. y J.C. Kantor (2003). Application of model predictive control to batch processes. *Computers & Chemical Engineering* **27**, 913–926.
- Polyak, B.T. y M.E. Halpern (2001). Optimal design for discrete-time linear systems via new performance index. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*.
- Popov, V.M. (1973). *Hyperstability of Control Systems*. Springer-Verlag.
- Propoi, A.I. (1963). Use of LP methods for synthetizing sampled-data automatic systems. *Autom. Remote Control*.
- Qin, S.J. y T.A. Badgwell (1997). An overview of industrial model predictive control technology. En: *Chemical Process Control: Assessment and New Directons for Research in AIChE Symposium Series* (J.C. Kantor, C.E. García y Brice Carnahan, Eds.). Vol. 316. pp. 232–256.
- Rahman, S. y S. Palanki (1996). On-line optimization of batch processes in the presence of measurable disturbances. *AIChE* **42**, 2869.
- Rantow, F.S., M. Soroush y M.C. Grady (2005). Optimal control of a high temperature semi batch solution polymerization reactor. En: *American Control Conference*. Portland.
- Respondek, W. (2002). Geometry of static and dynamic feedback. En: *Lecture Notes, Banach Center Summer School on Mathematical Control Theory*. Bedlewo-Poland.
- Richalet, J. (1993). Industrial applications of model based predictive control. *Automatica* **29**(5), 1251–1274.

- Richalet, J., A. Rault, J.L. Testud y J. Papon (1978). Model predictive heuristic control: Application to industrial processes. *Automatica* **14**(2), 413–428.
- Richalet, J., S. Abu el Ata-Doss, C. Arber, H.B. Kuntze, A. Jacobash y W. Schill (1987). Predictive functional control. application to fast and accurate robots. En: *Proc. 10th IFAC World Congress*. Munich.
- Rogers, E. y D.H. Owens (1992). *Stability Analysis for Linear Repetitive Processes*. Vol. 175 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag. Berlin.
- Santos, L., P. Afonso, J. Castro, N. Oliveira y L. Biegler (2000). On-line implementation of nonlinear MPC: an experimental case study. En: *Preprints International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*. Pisa, Italy.
- Scheffer-Dutra, C.B., A. Núñez-Reyes y C. Bordons (2002). Predictive control of an olive oil mill with multi-objective prioritisation. En: *15th IFAC World Congress*. Barcelona.
- Scokaert, P.O.M., D.Q. Mayne y J.B. Rawlings (1999). Suboptimal model predictive control (feasibility implies stability). *IEEE Trans. on Automatic Control* **44**(3), 648–654.
- Seki, H., M. Ogawa, S. Ooyama, K. Akamatsu, M. Ohshima y W. Yang (2001). Industrial application of a nonlinear model predictive control to polymerization reactors. *Control Engineering Practice* **9**(8), 819–828.
- Shinskey, F.G. (1973). *pH and pIon Control in Process Waste Streams*. Wiley-Interscience. New York.
- Silva, D.C.M. y N.M.C. Oliveira (2002). Optimization and nonlinear model predictive control of batch polymerization systems. *Computers & Chemical Engineering* **26**, 649–658.
- Sing, C.H. y B. Postlethwaite (1997). pH control: handling nonlinearity and deadtime with fuzzy relational model-based control. *IEE Proc. Control Theory Appl* **144**(3), 263–268.
- Soeterboek, R. (1992). *Predictive Control. A unified approach*. Prentice-Hall.
- Soroush, M. y C. Kravaris (1992). Nonlinear control of a polymerization reactor: An experimental study. *AIChE* **38**, 1429.
- Szeifert, F., T. Chovan y L. Nagy (1995). Process dynamics and temperature control of fed-batch reactors. *Computers & Chemical Engineering* **19**(1), 447–452.

- Theodoropoulou, A., R.A. Adomaitis y E. Zafiriou (1996). Model reduction for optimization of rapid thermal chemical vapor deposition system. Technical research report. Institute for Systems Research. University of Maryland.
- Thompson, E.V. y W.H. Ceckler (1979). *Introduction to Chemical Engineering*. Mc. Graw-Hill.
- Tsyppkin, Y.Z. (1963). Fundamentals of the theory of non-linear pulse control systems. En: *Proc. of the Second Congress of International Federation of Automatic Control*. Balse, Switzerland. pp. 172–180.
- Tsyppkin, Y.Z. (1964). Frequency criteria for the absolute stability of nonlinear sampled-data systems. *Automation and Remote Control* **25**(3), 261–267.
- Uchiyama, M. (1978). Formation of high speed motion pattern of mechanical arm by trial. *Transactions of the Society of Instrumentation and Control Engineering* **19**, 706–712.
- Valkó, P. y G.A. Almásy (1982). Periodic optimization of Hammerstein-type systems. *Automatica* **18**(2), 245–248.
- Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice-Hall International.
- Viel, F., F. Jadot y G. Bastin (33). Global stabilization of exothermic chemical reactors under input constraints. *Automatica* **8**(Aug), 1437–1448.
- Welz, C., B. Srinivasan y D. Bonvin (2002). Evaluation of measurement-based optimization schemes for batch distillation. En: *IFAC World Congress*. Barcelona, Spain. p. 1586.
- Wright, R.A. y C. Kravaris (1991). Nonlinear control of pH processes using the strong acid equivalent. *Ind. Eng. Chem. Res.* (30), 1561.
- Wright, R.A. y C. Kravaris (2001). On-line identification and nonlinear control of an industrial pH process. *Journal of Process Control* **11**(36), 361–374.
- Xu, J.-X. y Tan, Y., Eds. (2003). *Linear and Nonlinear Iterative Learning Control*. Springer-Verlag.
- Ydstie, B.E. (1984). Extended horizon adaptive control. En: *Proc. 9th IFAC World Congress*. Budapest, Hungary.
- Zhu, X. y D.E. Seborg (1994). Nonlinear predictive control based on Hammerstein models. En: *Proc. of PSE*. p. 995.