



Universidad de Sevilla

FACULTAD DE FÍSICA

EL BOSQUE DE LYMAN- α

Trabajo de Fin de Grado

Autora:

Lucía Flores López

Tutor:

Jose Oñorbe Bernis

Mayo 2023

*A mis padres, por su apoyo incondicional,
por su inquebrantable confianza en mí y por
enseñarme que con trabajo todo se consigue.*

*Y a Pachú, por cuidarme, hacerme sentir en casa
y contagiarme un poco de su eterna vitalidad (y
rebeldía).*

1. Resumen

A medida que la radiación electromagnética se propaga a través del universo e interactúa con el gas que conforma el medio intergaláctico, se producen absorciones del tipo Lyman- α que quedan reflejadas en su espectro. Este conjunto de líneas de absorción conforman lo que conocemos como Bosque de Lyman- α . Debido a su naturaleza y características, el Bosque de Lyman- α se ha convertido en una de las herramientas más potentes para el estudio del medio intergaláctico y, por tanto, de la evolución del universo. En este trabajo he desarrollado un programa computacional en *Python* que, en base a simulaciones cosmológicas hidrodinámicas, permite la reconstrucción del Bosque de Lyman- α . Para ello se hará necesaria la definición de profundidad óptica del medio intergaláctico como una medida de la opacidad de éste ante la radiación. En este contexto se han estudiado distintas aproximaciones al cálculo de la profundidad óptica, como la *Fluctuating Gunn-Peterson Approximation* o el ajuste a la sobredensidad. Gracias a ellas la modelización del Bosque de Lyman- α se simplifica considerablemente, permitiendo la rápida obtención de resultados que, sin embargo, no difieren de los resultados exactos en más del 4%. Finalmente se ha estudiado el efecto producido en el Bosque de Lyman- α al introducir fluctuaciones sobre la tasa de fotoionización y se ha comprobado que las observaciones actuales restringen estas fluctuaciones a un factor menor de 0.5.

Índice

1. Resumen	II
2. Introducción	1
3. Marco teórico	3
3.1. Cosmología	3
3.1.1. Redshift Cosmológico	6
3.2. El medio intergaláctico	7
3.2.1. Relación densidad-temperatura	8
3.2.2. Estado de ionización del medio intergaláctico	9
3.3. El Bosque de Lyman- α	10
3.3.1. La forma de las líneas de absorción	13
3.3.2. Flujo y profundidad óptica	16
4. Metodología	19
4.1. Simulación cosmológica del medio intergaláctico: <i>Nyx</i>	19
4.2. Cálculo de la densidad de hidrógeno neutro	20
4.3. Cálculo de la profundidad óptica τ y flujo (F)	22
4.3.1. Tratamiento de datos: cambio de coordenadas	22
4.3.2. Cálculo exacto	23
4.3.3. Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson	25
4.4. Fluctuaciones en la tasa de fotoionización	26
4.5. Análisis estadístico	27
5. Resultados	28
5.1. Cálculo de densidad de hidrógeno neutro	28
5.2. Cálculo del flujo	31
5.3. Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson	34
5.3.1. Ajuste experimental a la densidad bariónica	37
5.4. Fluctuaciones de la tasa de fotoionización	40
6. Conclusiones	44

7. Bibliografía	49
8. Anexo A: Modelo ΛCDM	51
9. Anexo B: Cálculo de la profundidad óptica	54
10. Anexo C: Figuras	58

2. Introducción

Aproximadamente 4.4 millones de años después del inicio del Universo tal y cómo lo conocemos, cuando la denominada materia oscura dejó de dominar sobre la materia bariónica, comenzó una época de vital importancia: *La época de la Reionización* (EoR) (Zaroubi, 2013). Su inicio viene marcado por la formación de las primeras estrellas y posteriormente cuásares (*Quasi-stellar Objects*, mucho más luminosos que las estrellas), fuentes de radiación que poco a poco irían ionizando toda la materia bariónica que conforma el medio intergaláctico (IGM). El espectro de radiación electromagnética de estos cuásares comenzará a viajar por el universo, atravesando vastas regiones del IGM e interactuando con la materia que lo conforma. Cuando dicha radiación cruce zonas del medio donde aún queden átomos de hidrógeno sin ionizar, éstos la absorberán para promocionar su electrón hasta el primer estado excitado, produciendo así unas líneas de absorción en el espectro del cuásar a 1215.5 Å. Debido a la expansión del universo, la posición (en términos de longitud de onda) en el espectro que estas líneas de absorción ocupen experimentará la variación conocida como corrimiento al rojo. Así, aunque todas las líneas se correspondan con el mismo tipo de absorción y, por tanto, tengan la misma longitud de onda característica, su posición en el espectro observado será distinta y relativa al tiempo en el que se produjo la absorción: aquellas más antiguas serán las que mayor cambio hayan experimentado y viceversa. El conjunto de líneas de absorción presentes en el espectro del cuásar que nos llega tras atravesar el IGM recibe el nombre de **Bosque de Lyman- α** .

Este tipo de absorciones se caracterizan por su significativa sensibilidad a la densidad de hidrógeno neutro y alta sección eficaz, lo que implica elevadas posibilidades de que ocurra el proceso. Esto hace del estudio del Bosque de Lyman- α un aspecto esencial para la caracterización de las principales propiedades del IGM, como su estado de ionización (Zaroubi, 2013) o la relación densidad - temperatura que exhibe el gas que lo conforma (Kulkarni et al., 2015).

Por medio de este trabajo buscamos, en primer lugar, desarrollar una herramienta computacional que nos permita recrear con precisión las medidas del Bosque de Lyman- α en base a los datos que proporcionan las simulaciones cosmológicas; en este caso, utilizaremos los resultados de la simulación *Nyx*. Para ello primero deberemos determinar la

densidad de hidrógeno neutro presente en cada región del IGM para, a partir de ella, calcular la profundidad óptica (y, por tanto, el flujo) característico. Buscaremos, además, distintas aproximaciones al cálculo de la profundidad óptica que nos permitan prescindir del conocimiento de ciertas magnitudes físicas que sí son necesarias para llevar a cabo el cálculo exacto. Estas aproximaciones resultan extremadamente útiles a la hora de descartar nuevos modelos cosmológicos: aquellos modelos cuyo espectro de absorción generado por las aproximaciones discrepe del Bosque de Lyman- α observado por encima del límite de error que supone la aproximación pueden ser directamente rechazados sin necesidad de llevar a cabo el cálculo completo, el cuál veremos que es computacionalmente pesado.

Por último, estudiaremos cuál es el efecto producido en el Bosque de Lyman- α tras introducir fluctuaciones en el valor del campo de ionización del medio. Esto, de nuevo, nos permitirá caracterizar modelos en los que la tasa de ionización presente en el IGM no sea constante sino dependiente de otras magnitudes físicas como puede ser la temperatura (D'Aloisio, McQuinn y Trac, 2015) o la densidad bariónica; aquellos modelos que produzcan cambios en el Bosque de Lyman- α superiores al margen de error podrán ser descartados.

En cuanto a la organización de este trabajo, encontraremos en la Sección 3 el contexto teórico necesario para la comprensión del procedimiento y los resultados. En él hablaremos tanto del modelo cosmológico en el que se enmarca este trabajo como de las principales características del medio intergaláctico y del Bosque del Lyman- α . A continuación, en la Sección 4 explicaremos el procedimiento llevado a cabo para obtener los resultados expuestos en la Sección 5. En referencia a los resultados, éstos se encuentran divididos en cuatro partes principales: el cálculo de la densidad de hidrógeno neutro (Sección 5.1), el cálculo de la profundidad óptica de forma exacta (Sección 5.2), el cálculo de la profundidad óptica usando la aproximación *Fluctuating Gunn-Peterson Approximation* (Sección 5.3) y, finalmente, los resultados obtenidos al considerar fluctuaciones (Sección 5.4). Por último presentamos las conclusiones en la Sección 6. Adicionalmente se incluyen varios Anexos (Secciones 8, 9 y 10) donde ampliamos algunos de los aspectos introducidos en el marco teórico, presentamos parte del código desarrollado para este trabajo e incluimos algunas gráficas complementarias al discurso expuesto en los resultados.

3. Marco teórico

3.1. Cosmología

Este trabajo se enmarca en el contexto cosmológico de la teoría del *hot Big Bang*, más en concreto en el modelo Λ CDM. Este modelo propone que no sólo el universo se compone de materia y radiación sino que es necesaria la presencia de la denominada energía oscura para explicar un universo como el que observamos, un universo en expansión acelerada. Supongamos que no existiese nada más que materia y radiación: la atracción gravitatoria necesariamente traería más y más cerca entre sí las galaxias, desechando entonces la posibilidad de una expansión que se acentúa con el paso del tiempo. Luego necesitamos algún tipo de fuerza o energía que "luche" contra esta atracción de modo que las predicciones teóricas se correspondan con la aceleración observada. Esta es la denominada energía oscura. En esta sección introduciremos los fundamentos del modelo Λ CDM, necesarios para la comprensión y el desarrollo del trabajo; para mayor información se incluye en el Anexo A (S.8.) un discurso más detallado de las bases de este modelo cosmológico y los parámetros que lo caracterizan.

En primer lugar debemos tener en cuenta que, en un universo en el que el espacio-tiempo experimenta cambios, se hace necesaria la definición de la distancia con especial cuidado ya que lo que "ayer" pudo medir una determinada distancia, "hoy" no es necesariamente la misma. Es por ello que se definen dos magnitudes distintas: la distancia física o propia (\vec{r}) y la distancia comóvil (\vec{l}), ambas relacionadas mediante el factor de expansión $a(t)$:

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{l}. \quad (1)$$

Así, en un universo que se expande, como las evidencias observacionales indican que es el nuestro, la distancia propia cambiará con el tiempo según el factor de expansión, mientras que la distancia comóvil se mantiene constante. Convencionalmente se ha tomado el valor de $a(t_o) = 1$ con t_o el tiempo actual. Es decir, cuando el universo tenía la mitad del tamaño que tiene ahora, el factor de escala debería tomar el valor de $1/2$ (Wise, 2019).

Pero, ¿Cuáles son esas evidencias observacionales que sugieren que nuestro universo es de facto un universo en expansión? Desde comienzos del S.XX se ha medido la velocidad

radial con respecto a la Tierra de una gran cantidad de galaxias gracias al efecto Doppler de sus líneas de absorción (como veremos en la Sección 3.1.1). Si bien los resultados que se esperaban eran velocidades radiales sin relación alguna entre ellas, la realidad era otra bien distinta: no sólo todas ellas se alejaban de la Tierra sino que también parecían alejarse entre sí. Fue Hubble en 1929 quién expuso que esta velocidad (v) era directamente proporcional a la distancia física (r) con respecto al observador (Carroll y Ostlie, 2017):

$$v = H_o r, \quad (2)$$

siendo H_o la constante de proporcionalidad, conocida como el parámetro de Hubble, la cuál se relaciona con la velocidad a la que se expande el universo. Aunque es constante para un tiempo determinado (por ejemplo, H_o hace referencia al valor del parámetro en el tiempo actual), su valor experimenta cambios según el tiempo en el que nos situemos. Es decir, la velocidad de expansión de nuestro universo no es constante, lo que implica que no solo el universo se está expandiendo sino que lo hace (en este caso) de forma acelerada.

En cuanto al parámetro de Hubble en el tiempo presente (H_o), constreñir su valor ha sido motivo de numerosos estudios y disputas en el ámbito de la cosmología. Históricamente, esta incertidumbre acerca de su valor ha motivado el uso de un nuevo parámetro adimensional h que permitiese englobar todos los posibles valores de H_o . La relación establecida entre ambos es:

$$H_o = 100h \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}. \quad (3)$$

Actualmente, diversas medidas apuntan a un valor de $h = 0,7$ con un porcentaje de error del 4% (García-Bellido, 2005).

En la descripción dinámica que el modelo Λ CDM hace del universo entran en juego cuatro variables: el factor de expansión ($a(t)$), la densidad de masa del universo (ρ), su curvatura (κ) y la presión del fluido (P). Para tratar las contribuciones de los distintos tipos de materia (o energía) sobre la densidad total, se define la densidad crítica (ρ_c) como la densidad de un universo tal que, si su curvatura fuese nula ($\kappa = 0$), fuese también un universo estático. Matemáticamente se puede definir cómo:

$$\rho_c = \frac{3H(t)^2}{8\pi G} \quad \text{con} \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (4)$$

donde aparecen la primera y segunda derivada temporal del factor de expansión, $\dot{a}(t)$ y $\ddot{a}(t)$ respectivamente, y la constante de gravitación universal G . Notemos que, al depender del parámetro de Hubble ($H(t)$), el valor de la densidad crítica variará en el tiempo.

En base a la densidad crítica se define el **parámetro de densidad energética** (Ω) para todos los tipos de materia que contribuyen a la densidad total cómo la relación entre la densidad de un determinado tipo (ρ_i) y la densidad crítica: $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$. Teniendo entonces tres componentes modeladoras de la dinámica del universo (materia, radiación y energía oscura) a las que podemos añadir el efecto de la curvatura, resulta útil escribir el parámetro de densidad de cada una de ellas (García-Bellido, 2005):

$$\Omega_M = \frac{8\pi G\rho_M}{3H_o^2} \quad \Omega_R = \frac{8\pi G\rho_R}{3H_o^2} \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_o^2} \quad \Omega_\kappa = \frac{\kappa}{3H_o^2} \quad (5)$$

donde Ω_M representa el parámetro de densidad de la materia, Ω_R el respectivo a la radiación, Ω_Λ el correspondiente a la energía oscura y Ω_κ el de la curvatura. Si estas son todas las contribuciones existentes, la suma de todas ellas debe dar como resultado la unidad.

Ω_M	0.319181
Ω_R	0
Ω_Λ	0.680819
Ω_κ	0
Ω_b	0.049648
h	0.670386

Dentro del modelo Λ CDM, los valores para los distintos parámetros de densidad energética que mejor se adaptan a

las observaciones son: $\Omega_\Lambda \simeq 0,69$, $\Omega_M \simeq 0,31$, $\Omega_R \simeq 0$ y $\Omega_\kappa = 0$ (T.-P. Cheng, 2015). Es decir, nuestro universo está dominado por la energía oscura. Es importante distinguir que el término debido a la materia engloba no sólo materia bariónica sino también materia oscura fría (CDM de sus siglas en inglés *cold dark matter*), definida como aquella que únicamente interacciona con la radiación y materia bariónica mediante el campo gravitacional (Carroll y Ostlie, 2017). Para estos dos tipos de materia podemos calcular también su parámetro de densidad (Ω_{CDM} para la CDM y Ω_b para la materia bariónica), teniendo en cuenta que la suma de ambos debe ser el parámetro de densidad de la materia (Ω_M).

Tabla 1: Parámetros de densidad y valor de h utilizados en el desarrollo de este trabajo.

El resultado es bastante interesante: la mayoría de la materia del universo es CDM, con un parámetro de densidad de $\Omega_{\text{CDM}} \simeq 0,26$ frente al parámetro de la materia bariónica $\Omega_b \simeq 0,05$ (T.-P. Cheng, 2015). Es decir, únicamente un 5 % de toda la materia/energía que compone el universo es materia bariónica. Los valores concretos de los parámetros cosmológicos de densidad usados en este trabajo vienen detallados en la Tabla 1.

3.1.1. Redshift Cosmológico

Como dijimos en la Sección 3.1, las medidas de las distancias de las galaxias que dieron como resultado la enunciación de la ley de Hubble-Lemaitre (Ec.2.) se llevaron a cabo mediante el estudio del efecto Doppler de sus líneas de absorción. ¿A qué nos referimos con ello?

Si recordamos, cuando tratamos fenómenos ondulatorios se define el efecto Doppler cómo la variación de la longitud de onda (o frecuencia) recibida con respecto a la longitud de onda (o frecuencia) emitida cuando existe movimiento relativo entre el emisor y el observador. Cuando la distancia entre ambos se acorta, entonces la longitud de onda disminuye (corrimiento al azul), mientras que si ambos se alejan entre sí, la longitud de onda recibida será mayor que la emitida (corrimiento al rojo). Ahora bien, teniendo en cuenta que el universo se expande y, por tanto, cualquier conjunto observador emisor se está alejando uno del otro, podemos inferir que toda onda electromagnética sufrirá este corrimiento al rojo en su viaje por el universo. Esto es lo que se conoce cómo **redshift cosmológico** (z). Matemáticamente se define cómo:

$$z = \frac{(\lambda_{\text{observada}} - \lambda_{\text{emitida}})}{\lambda_{\text{emitida}}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \quad (6)$$

donde $\lambda_{\text{observada}}$ y λ_{emitida} hacen referencia a la longitud de onda observada y emitida, respectivamente. Podemos afirmar que esta variación en la longitud de onda es proporcional a la velocidad relativa del conjunto emisor-observador (T. Cheng, 2009):

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}, \quad (7)$$

siendo v la velocidad relativa entre emisor y observador y c la velocidad de la luz. De este modo, y usando la ecuación de Hubble-Lemaitre (Ec.2.), podemos llegar a una relación entre el redshift cosmológico (z) y la distancia emisor-observador (d):

$$z = \frac{H_o}{c}d. \quad (8)$$

Es importante recalcar que este cambio de longitud de onda por efecto Doppler no se debe a las velocidades peculiares de los emisores sino a la velocidad de recesión. Es decir, la velocidad debida a la expansión del universo es la única causante del redshift cosmológico (que, para simplificar, a partir de ahora llamaremos solamente redshift). Si no fuese así, la aleatoriedad de la dirección de las velocidades peculiares de las fuentes provocaría en los espectros corrimientos tanto al rojo como al azul. El hecho de que las observaciones únicamente presenten corrimientos al rojo nos confirma que este cambio en longitud de onda se debe a una velocidad cuya dirección todas las fuentes tienen en común: la velocidad de expansión del universo.

Tomando la Ecuación 6 como punto de partida, sustituyendo la relación $\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}$ (T. Cheng, 2009) y teniendo en cuenta que, por construcción, $a(t_o) = 1$, llegamos a la siguiente relación:

$$1 + z = \frac{1}{a(t_{em})}. \quad (9)$$

Es decir, no sólo podemos usar el redshift para medir distancias, como hemos visto en la Ecuación 8, sino que también lo podemos usar como medida de expansión del universo o medida temporal. De hecho, en el ámbito de la cosmología es muy común utilizar el valor del redshift para denotar el tiempo en el que ocurrió un determinado evento en lugar de tratar con la medida temporal en sí. En concreto, y según la definición que acabamos de hacer, el redshift actual tiene valor de $z = 0$ y, conforme vayamos retrocediendo en el tiempo, aumentará su valor. Es decir, cuanto más tiempo haya transcurrido desde que se emitió cierta onda electromagnética, mayor será el corrimiento al rojo que experimente.

3.2. El medio intergaláctico

El estudio del universo no es una tarea fácil, y mucho menos el estudio de su evolución desde el Big Bang, hace 13.6 billones de años, hasta hoy. Sin embargo, las propiedades actuales del medio intergaláctico nos permiten comprender los distintos procesos evolutivos por los que ha atravesado nuestro universo.

Denominamos **medio intergaláctico** (IGM) al conjunto de materia y radiación contenida en el vacío que separa unas galaxias de otras. En nuestro universo, las galaxias representan "singularidades" en comparación con la extensión del IGM. Es por ello que, aún compuesto por un gas bariónico muy poco denso (junto con materia oscura), la mayor parte de la materia bariónica está contenida en el medio intergaláctico. En cuanto a su composición química, éste está principalmente compuesto por los elementos originados primordialmente: hidrógeno y helio. Con la creación (y destrucción) de estrellas, ciertos elementos más pesados han pasado a formar parte del medio aunque, en comparación con las cantidades de hidrógeno y helio, su presencia apenas es visible en los valores de las fracciones de composición. Es por ello que las fracciones de composición (X para el hidrógeno, Y para el helio y Z para elementos pesados) se suelen tomar como constantes e iguales a las del universo en su origen: $X = 0.76$, $Y = 0.24$, $Z = 0$. Para más información sobre la nucleosíntesis consultar (Carroll y Ostlie, 2017).

3.2.1. Relación densidad-temperatura

Si consideramos el universo como un sistema térmico aislado, la expansión del mismo necesariamente implica una disminución de la densidad media y, por tanto, una disminución de la temperatura de la materia bariónica que conforma el IGM. Es por ello que, de forma general, podríamos predecir una tendencia clara de la temperatura del medio: el enfriamiento. Es decir, el IGM estaba "destinado" a enfriarse hasta el cero absoluto. Sin embargo, esta tendencia se verá modificada gracias al proceso de la reionización.

Alrededor de $z \sim 10$ se comenzaron a formar las primeras galaxias (McQuinn, 2016), emitiendo un débil pero no despreciable fondo de radiación que interactuaría con la materia presente en el medio intergaláctico, calentándolo e ionizando los átomos neutros de hidrógeno y helio (el cuál sólo recibe energía suficiente como para ionizar uno de sus dos electrones) que lo componen. Aquí comienza la denominada **Época de Reionización** (EoR). A medida que el número de galaxias aumentaba y comenzaban a nacer los primeros cuásares, el fondo de radiación alcanzaba lugares más remotos del universo, ionizando las nubes de IGM que encontraba a su paso. Se estima que la EoR termina en $z \sim 6$ (Wise, 2019), cuando la radiación de fondo fue suficiente como para ionizar todos los átomos de hidrógeno y helio (una primera vez) que componen el IGM. No será hasta $z \sim 2.7$ que la

radiación sea suficientemente energética como para llevar a cabo la segunda reionización del helio. No obstante, la existencia de este fondo de radiación emitido por galaxias y cuásares no sólo produjo la (re)ionización del IGM sino también un fuerte aumento en su temperatura mediante el calentamiento por fotoionización, alcanzando valores de ~ 20000 K (McQuinn y Sanderbeck, 2015).

A partir de este momento, el estado térmico del medio viene determinado por el equilibrio de principalmente cuatro efectos: el enfriamiento adiabático debido a la expansión del universo, el enfriamiento por efecto Compton, el calentamiento por colapso gravitatorio y el calentamiento por fotoionización (Kulkarni et al., 2015) (Para más información sobre procesos que afecten a la temperatura, consultar (McQuinn y Sanderbeck, 2015)). Este equilibrio desemboca en una estrecha relación entre densidad y temperatura del gas que compone el IGM, la cuál podemos expresar cómo (Rudie, Steidel y Pettini, 2012):

$$T = T_o \Delta^{\gamma-1} \quad \text{con} \quad \Delta = \frac{\rho}{\bar{\rho}}, \quad (10)$$

donde ρ se refiere a la densidad del medio, $\bar{\rho}$ a la densidad media del universo y T_o la temperatura del gas cuando su densidad es la densidad media. Notemos que esta expresión dicta un mayor enfriamiento para aquellas zonas del universo donde la densidad sea baja, mientras que donde haya una mayor densidad, habrá una mayor temperatura. Tanto T_o como γ son los parámetros que debemos ajustar con los resultados observacionales para un valor de redshift determinado, pudiendo reconstruir así la historia térmica del IGM. Veremos en la sección de Resultados (5.3.1) que la caracterización de estos parámetros se puede llevar a cabo mediante el estudio de las líneas de absorción del Bosque de Lyman- α .

3.2.2. Estado de ionización del medio intergaláctico

Dentro del gas del IGM, y en relación con el estado de las partículas que lo componen, es posible diferenciar dos procesos distintos que alteran el estado energético de dichas partículas: la ionización y la recombinación. Ambos procesos son contrarios y complementarios: la **ionización** consiste en la pérdida de un electrón por parte de una partícula tras recibir suficiente energía, mientras que la **recombinación** alude al proceso mediante el cuál una partícula ionizada se vuelve a combinar con un electrón del medio para alcanzar un estado neutro. Ambos procesos se pueden llevar a cabo a través de diversos canales,

cuya probabilidad dependerá en alta medida de la densidad y temperatura del IGM.

En cuanto a la ionización, la energía puede ser suministrada a la partícula bien gracias al choque de ésta con un fotón (en cuyo caso hablamos de fotoionización) o bien al choque con un electrón que previamente ha sido expulsado de otra partícula (que entonces denominamos ionización colisional). Por otra parte, la recombinación puede ser de tipo radiativa, en la que una carga positiva capta un electrón del medio y emite un fotón con la diferencia de energía, o de tipo dieléctrica, en la que el átomo, al captar un electrón del medio, utiliza su energía para promocionar otro de sus electrones a un nivel de energía más alto. Eventualmente este electrón excitado decaerá, emitiendo entonces un fotón con la diferencia de energía, que será menor a la del fotón emitido tras la recombinación radiativa. Estos cuatro procesos serán los que consideremos a la hora de establecer el estado de equilibrio de ionización en el gas que compone el IGM.

3.3. El Bosque de Lyman- α

La radiación emitida por un cuásar (galaxias en cuyo centro se sitúa un agujero negro súper masivo) a un determinado redshift realiza un largo recorrido en el espacio-tiempo hasta, por fortuna, llegar a nuestra galaxia, permitiéndonos observarla y analizarla. En su recorrido, esta radiación habrá interactuado con toda aquella materia bariónica encontrada a su paso, dejando huella de dicha interacción en su espectro de radiación. Considerando que, en la vastedad del universo, los picos de densidad (que señalan la presencia de galaxias y cuásares) son una rareza, la probabilidad de que la radiación haya atravesado en su viaje una de estas zonas es extremadamente baja. Podemos afirmar entonces que las alteraciones en el espectro se deberán únicamente a la interacción con el gas del IGM. El análisis del espectro observado nos hablará, por tanto, de las principales características de las partículas que conforman el gas del IGM.

Imaginemos que el haz de luz emitida por un cuásar se encuentra en su camino por el IGM una zona de gas neutro. Si la longitud de onda de la radiación es menor a 1215.5 Å, los fotones tendrán energía suficiente como para que el hidrógeno neutro (que de ahora en adelante también denotaremos como HI) promocione su electrón del estado fundamental al primer estado excitado. Esta transición, conocida como transición de Lyman- α , marcará una línea de absorción en el espectro continuo del cuásar. Ahora bien, cuando

nosotros observemos dicho espectro, la línea se habrá desplazado hacia el rojo debido al redshift, resultando en una línea de longitud de onda $\lambda_{obs} = 1215.5(1 + z_{nube})\text{Å}$. Cuando la radiación vuelva a atravesar otras zonas relativamente neutras, se marcarán nuevas líneas de absorción en el espectro del cuásar, las cuales también experimentarán el correspondiente corrimiento al rojo. El conjunto de líneas de absorción producidas por el paso de la radiación a través del IGM se conoce cómo el **Bosque de Lyman- α** .

Estas transiciones se caracterizan por depender fuertemente de la cantidad de hidrógeno neutro de la nube. De hecho, la profundidad óptica de la nube (definida como la probabilidad de que se produzca la absorción de un fotón al atravesar un medio) es sensible a densidades de HI del orden de $n_{HI} \sim 10^{-10}\text{cm}^{-3}$ (McQuinn, 2016). Es decir, un solo átomo neutro de hidrógeno en un volumen de 10000 m^3 produce efectos relevantes en el espectro que observamos. Es por ello que el estudio del Bosque de Lyman- α presente en los espectros de distintos cuásares ha sido tan influyente a la hora de determinar la fracción ionizada del gas que conforma el medio.

En la Figura 1 podemos ver tres espectros típicos del flujo de cuásares a distinto redshift que observamos desde la Tierra. En ella están presentes tanto el Bosque de Lyman- α como el correspondiente a Lyman- β , dos de los elementos característicos de un espectro de absorción. Debemos tener en cuenta que la longitud de onda ha ido experimentado el corrimiento al rojo en su viaje hasta nosotros. Teniendo esto en mente, veamos las diversas partes presentes en un espectro típico:

- Línea "Lyman- α ": Esta línea marca el comienzo del Bosque de Lyman- α justo después del pico de emisión propio del espectro del cuásar. Se caracteriza por tener una longitud de onda igual a $1215.5(1 + z)\text{Å}$, donde z se corresponde con el redshift del cuásar.
- "Canal de Gunn-Peterson": En los espectros de cuásares que se encuentren a un redshift $z > 6$ podemos observar una zona donde todos los fotones han sido absorbidos y, por tanto, el flujo es nulo. Esta zona recibe el nombre de canal de Gunn-Peterson (GP) en honor al astrofísico que dedujo por primera vez su existencia. El hecho de que, como hemos comentado previamente, la absorción Lyman- α sea tan sensible a la presencia de HI en el medio provoca que, cuando la radiación atraviese

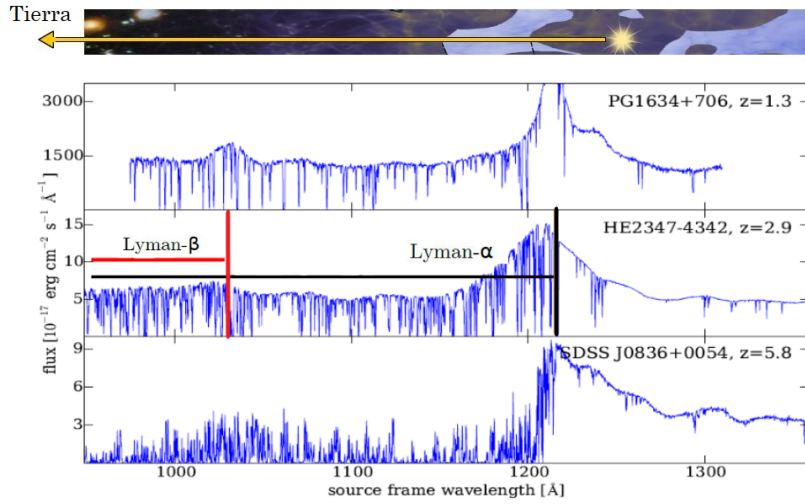


Figura 1: Tres espectros de distintos cuásares a diferentes redshifts. Se puede observar (de derecha a izquierda) el pico de emisión propio del cuásar en la línea "Lyman- α " (vertical negra) seguido de las líneas de absorción del Bosque de Lyman- α y la línea "Lyman- β " (vertical roja) seguida de las absorciones correspondientes a las transiciones Lyman- β . Imagen adaptada de (McQuinn, 2016) y (Wise, 2019).

una zona poco ionizada, la mayoría de los fotones sean absorbidos de tal manera que el flujo alcance un mínimo. Es decir, las zonas neutras del IGM son ópticamente opacas a la radiación, provocando "canales" en el espectro. La ausencia de este canal en cuásares de $z < 6$ implica, por tanto, que la radiación emitida no atravesó zonas de poca ionización. Es decir, el canal de Gunn-Peterson nos permite establecer el final de la época de reionización, que los estudios actuales sitúan en un redshift de $z \sim 6$. (Wise, 2019).

- Línea "Lyman- β ": A medida que nos movemos hacia la izquierda en el eje de longitud de onda, la radiación será más energética. Cuando la longitud de onda es superior a 1025 Å los fotones tienen energía suficiente como para poder producir transiciones Lyman- β , es decir, aquellas que promocionan el electrón del estado fundamental al segundo estado excitado. A partir de este momento, las líneas de absorción no sólo se corresponderán con la transición α sino también con la transición β . De igual forma, a medida que continúe aumentando la energía, entrarán en juego también otras transiciones. Es por eso que, la zona "útil" (para nuestro objetivo) del espectro acaba con la línea de Lyman- β , ya que ambos tipos de absorción comienzan a mezclarse, complicando mucho más su análisis.

- Línea "límite de Lyman": Esta línea marca el punto en el que la radiación tiene energía suficiente como para ionizar por completo el átomo de hidrógeno (911 Å).

Notemos que ninguno de los espectros mostrados en la Figura 1 presentan el canal de Gunn-Peterson: al ser todos ellos posteriores a $z = 6$, la *EoR* ha finalizado y, por tanto, la mayoría de los átomos del IGM están ionizados. Tampoco es posible apreciar el límite Lyman debido al rango de longitudes de onda escogidas en eje de abscisas. Para la observación de un espectro típico a un mayor redshift consultar (McQuinn, 2016).

3.3.1. La forma de las líneas de absorción

No sólo de la presencia de las líneas podemos obtener información sobre el medio intergaláctico, sino también de la forma de las mismas. Como tratamos en la Sección 3.1.1, toda onda electromagnética sufrirá, debido a la expansión del universo, una variación en su longitud de onda. Es por eso que todas las líneas de absorción, pese a producirse a la longitud característica de la transición, experimentarán un desplazamiento de longitud de onda que se reflejará en la posición que tomen en el espectro; sin embargo, la forma efectiva de las líneas de absorción no se verá afectada por el redshift. Es así que para el estudio del perfil de las absorciones no tendremos en cuenta el corrimiento al rojo. Es decir, supondremos que la fuente se encuentra a $z = 0$.

Teóricamente, cuando se produce la absorción de fotones (sea cual sea el tipo de absorción), en el continuo del espectro podremos observar una línea con longitud de onda correspondiente a la energía necesaria para la transición (en este caso, la longitud de onda de la transición Lyman- α es de 1215.5 Å). Sin embargo, en los espectros reales observamos que la "línea" tiene en realidad una cierta anchura, cuya mayor o menor amplitud dependerá de las características propias de la zona donde se haya producido la absorción. En concreto, y como explicaremos a continuación, la anchura depende de la temperatura del gas, de su densidad y de la velocidad peculiar de los átomos que lo componen. El perfil final de la línea de absorción recibe el nombre de **perfil de Voigt**.

A la hora de reconstruir el perfil Voigt, existen dos procesos a tener en cuenta: el ensanchamiento Doppler y el ensanchamiento de presión (Carroll y Ostlie, 2017).

- Ensanchamiento Doppler: El hecho de que la nube de gas tenga una cierta tem-

peratura necesariamente implica que los átomos que lo conforman se mueven con una velocidad aleatoria. De la existencia de esta velocidad se infiere que, por efecto Doppler, el observador encontrará líneas de absorción de Lyman- α en una longitud de onda distinta a los 1215.5 Å. Como estas velocidades no tienen una dirección definida, el efecto puede ser tanto un aumento en la longitud de onda como una disminución de la misma. Es decir, la "línea" se ensancha tanto hacia la derecha como hacia la izquierda.

Asumiendo equilibrio térmico (es decir, temperatura homogénea dentro de la nube), las velocidades de cada átomo vienen descritas por la distribución de probabilidad de Maxwell-Boltzmann, cuyo pico nos da la velocidad más probable (v_{mp}). Este pico se corresponde con $v_{mp} = \sqrt{\frac{2\kappa T}{m}}$, donde T es la temperatura de la nube, κ la constante de Boltzmann y m la masa de la partícula. Si recordamos, el efecto Doppler se podía describir como $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$. De modo que, sustituyendo el valor de la velocidad más probable, el ensanchamiento por efecto Doppler se puede aproximar cómo:

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_o}{c} \sqrt{\frac{2\kappa T}{m}}, \quad (11)$$

donde λ_o representa el valor teórico de longitud de onda correspondiente a la absorción. Este valor se corresponderá con el centro del perfil.

Notemos que el resultado depende de la temperatura de la nube: una mayor temperatura implica mayores velocidades y, por tanto, mayor ensanchamiento en el perfil de absorción. Además, el hecho de que las velocidades sigan la distribución de Maxwell-Boltzmann implica que el ensanchamiento por efecto Doppler sobre una línea de absorción será menos notable cuanto más nos alejemos de la longitud de onda central (λ_o).

- **Ensanchamiento de presión (y ensanchamiento colisional)** Cuando la densidad de la nube es suficientemente alta ($n \sim 10^{23}\text{m}^{-3}$) (Carroll y Ostlie, 2017), la probabilidad de que un átomo interactúe con otras partículas no puede ser despreciada, interacción que perturbaría la posición (en términos de energía) de sus orbitales. Es así cómo la longitud de onda necesaria para llevar a cabo la transición de Lyman- α puede encontrar variaciones que se traducen en un ensanchamiento del perfil Voigt.

El ensanchamiento debido a la interacción del átomo con el campo electromagnético creado por los iones de la nube se denomina "ensanchamiento de presión" mientras que el producido por el choque de colisiones entre átomos recibe el nombre de "ensanchamiento colisional". Si bien son dos procesos distintos, ambos se suelen englobar bajo el mismo término de "ensanchamiento de presión". Podemos expresar este ensanchamiento cómo:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2 n \sigma}{c\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (12)$$

donde n representa la densidad de la nube y σ la sección eficaz de la colisión. Como cabría esperar, el ensanchamiento de presión depende directamente de la densidad de átomos presentes en el gas de la nube. Además, seguimos observando la proporcionalidad con la temperatura ya que un aumento de esta significaría un aumento de la velocidad de las partículas del gas y, por tanto, un aumento de la probabilidad de interacción.

Además del efecto sobre el perfil de absorción producido por las propiedades físicas de la nube de gas, no podemos olvidar otro tipo de ensanchamiento: el **ensanchamiento natural**. Este ensanchamiento se basa en el principio de incertidumbre de Heisenberg, que podemos expresar cómo $\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$. Sabiendo que la energía del orbital no puede ser definida con exactitud debido a la incertidumbre en el tiempo de vida medio, tampoco la longitud de onda necesaria para la excitación será una magnitud exacta, lo que se traduce en cierta anchura del perfil. El conjunto del ensanchamiento por presión y ensanchamiento natural se suele denominar "ensanchamiento amortiguador".

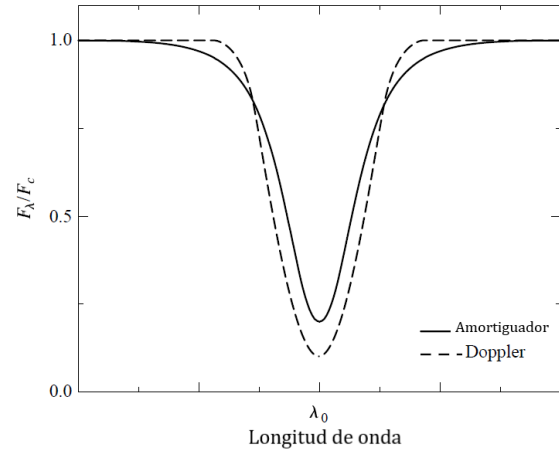


Figura 2: Representación esquemática del efecto sobre el perfil de absorción del ensanchamiento Doppler y del ensanchamiento amortiguador. En el eje x se representa la longitud de onda mientras que en el eje y se observa la relación entre el flujo debido a la absorción (F_λ) y el flujo del continuo (F_c). Figura adaptada de (Carroll y Ostlie, 2017).

Teniendo todos estos efectos en cuenta, la expresión analítica de una perfil Voigt viene dada por la siguiente ecuación: (Lukić et al., 2015)

$$\phi_\nu = \frac{a}{\pi^{3/2}} I(x, a) = \frac{a}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(x-y)^2 + a^2} dy \quad \text{con} \quad x = \frac{(\nu - \nu_o)}{\Delta\nu_D}, \quad (13)$$

donde el parámetro a ($a = \Gamma_e/4\pi\Delta\nu_D$ con Γ_e la incertidumbre en el nivel del energía (Hubeny y Mihalas, 2015)) cuantifica la relación entre el ensanchamiento amortiguador y el ensanchamiento Doppler, mientras que el parámetro x hace referencia al desplazamiento del perfil por efecto Doppler de la velocidad peculiar de la nube.

3.3.2. Flujo y profundidad óptica

Durante todo el desarrollo del trabajo entenderemos como flujo (F) la relación entre la radiación emitida (del continuo) y la observada. Así el valor mínimo y máximo del flujo serán, respectivamente, 0 (cuando toda la luz haya sido absorbida) y 1 (cuando la luz recibida no haya sufrido absorción alguna). Podemos expresar el flujo en términos de la profundidad óptica (τ), definida como el logaritmo natural del ratio entre flujo incidente y flujo transmitido, mediante la Ecuación 14. La profundidad óptica es, por tanto, un parámetro adimensional que nos da una idea de la opacidad de un medio, que en este caso, será el medio intergaláctico.

$$F = e^{-\tau}. \quad (14)$$

Supongamos que conocemos todos los valores físicos que definen el estado de las nubes de gas que conforman el IGM. La fórmula general para el cálculo de la profundidad óptica del recorrido que la luz emitida por cierto cuásar (que se encuentra a una distancia comóvil Q) deberá hacer hasta llegar a nosotros será la integral en coordenadas comóviles de la densidad numérica de hidrógeno neutro ($n_{\text{H I}}$), la sección eficaz del proceso de absorción Lyman- α (σ_ν) y el factor de expansión ($a = \frac{1}{(1+z)}$), como podemos ver en la Ecuación 15 (Zaroubi, 2013). La razón por la cuál realizamos la integral en coordenadas comóviles y no coordenadas físicas es porque, simultáneamente al viaje de la radiación por el espacio-tiempo, este último se está expandiendo. Es decir, la distancia propia que nos separa del cuásar no es constante y, por tanto, sería complicado establecer correctamente los límites

de integración. En cualquier caso, la expresión que define la profundidad óptica total en coordenadas comóviles es:

$$\tau(\nu_o) = \int_0^Q n_{\text{HI}}(l) \sigma_\nu \frac{1}{(1+z)} dl. \quad (15)$$

Es importante notar que la densidad volumétrica de HI depende de la posición l ; cada nube que compone el IGM contiene una cantidad de hidrógeno neutro distinta, de modo que cada nube tiene una profundidad óptica propia. Es por eso que el cálculo de la profundidad óptica total expresado en la Ecuación 15 no es más que la suma de las profundidades ópticas de cada nube por la que la luz atraviesa.

Efectivamente, y como muestra la Ec.15., una mayor densidad de hidrógeno neutro implicaría una mayor probabilidad de que los fotones fuesen absorbidos para llevar a cabo la ionización. Podemos observar también que la profundidad óptica depende del parámetro ν_o , el cuál representa la frecuencia asociada a la longitud de onda central del perfil de nuestra línea de absorción (λ_o) representada en la Figura 2. En nuestro caso, al tratarse de una línea de absorción de tipo Lyman- α , sabemos que $\lambda_o = 1215.5 \text{ \AA}$, de modo que podemos fácilmente obtener el valor de ν_o .

Si recordamos la relación entre coordenadas físicas y coordenadas comóviles (Ec.1.), podemos obtener que el diferencial de distancia física equivale al diferencial de la distancia comóvil dividido por el factor de escala, es decir, $dr = \frac{dl}{(1+z)}$, que es justamente lo que tenemos en la Ec.15. Es lícito entonces intercambiar un diferencial por otro eliminando el factor $\frac{1}{(1+z)}$. Además, usando la ley de Hubble-Lemaître (Ec.2.) es posible hacer un segundo cambio de variable y transformar el diferencial de distancia propia en diferencial de velocidad de recesión, obteniendo la siguiente ecuación:

$$\tau(\nu_o) = \int_0^{v_Q} n_{\text{HI}}(v) \sigma_\nu \frac{1}{H(z)} dv. \quad (16)$$

Notemos que ahora la posición de cada nube (con su respectivo valor de n_{HI}) no se define en base a la coordenada comóvil de la misma (l) sino a su velocidad de recesión (v).

En cuanto a la sección eficaz del proceso, la expresión a partir de la cuál podemos calcular su valor viene dada por la Ecuación 17 (Lukić et al., 2015):

$$\sigma_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{lu} \frac{1}{\Delta\nu_D} \phi_\nu, \quad (17)$$

donde m_e y e representan la masa y carga del electrón (respectivamente), f_{lu} hace referencia a la constante de fuerza de oscilador (que para las transiciones de Lyman- α tiene un valor de 0.416), $\Delta\nu_D$ la denominada "anchura Doppler" y ϕ_ν el perfil de la línea de absorción. Es importante recalcar que esta expresión está escrita en unidades del Sistema Cegesimal de Unidades (CGS) de modo que, si quisiésemos hacer el cambio al SI, deberíamos multiplicar por $1/(4\pi\epsilon_0)$. En concreto, la anchura Doppler es la parametrización del efecto de la temperatura del gas sobre el perfil de la línea, como hemos explicado en la subsección anterior (3.3.1). Sabemos que, a mayor temperatura, mayor anchura del perfil; es por ello que su definición debe ser proporcional a la temperatura, como muestra la Ecuación 18:

$$\Delta\nu_D = \frac{b}{c} \nu_o \quad \text{con} \quad b = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_H}}, \quad (18)$$

donde k_B representa la constante de Boltzmann y m_H la masa del átomo de hidrógeno.

Unificando todas estas expresiones, junto con la expresión del perfil Voigt (Ec.13.), obtendremos la ecuación que define la profundidad óptica a la que deberá hacer frente la luz emitida por un cuásar en su viaje por el IGM hasta nosotros:

$$\tau_\nu = \frac{\pi e^2 f_{lu} \lambda_o}{m_e c H(z)} \frac{a}{\pi^{3/2}} \int_0^{\nu_Q} n_{\text{H I}}(\nu) I(x, a) d\nu. \quad (19)$$

El estudio de cómo afecta cada uno de los factores presentes en la Ecuación 19 y el alcance de las distintas aproximaciones lo llevaremos a cabo en la metodología y resultados.

4. Metodología

Podemos dividir el proceso para llevar a cabo la modelización del Bosque de Lyman- α en varias subsecciones: La primera de ellas se corresponde con el cálculo de la densidad de hidrógeno neutro (S.4.2.), cuyos resultados implementaremos para el cálculo de la profundidad óptica y, por consiguiente, del flujo (S.4.3.); en esta subsección encontraremos tanto el tratamiento previo de los datos proporcionados por la simulación como las distintas aproximaciones al cálculo de la profundidad óptica. Los detalles del código en *Python* que he creado para la reconstrucción del espectro se encuentran en el Anexo B (S.9). Finalmente estudiaremos cómo introducir fluctuaciones en la tasa de fotoionización en nuestro modelo del Bosque de Lyman- α (S.4.4.).

4.1. Simulación cosmológica del medio intergaláctico: *Nyx*

Los datos utilizados en este trabajo han sido extraídos de las simulaciones cosmológicas hidrodinámicas llevadas a cabo con el código *Nyx*. Estas simulaciones, creadas para el estudio del medio intergaláctico, reproducen la evolución de una región del universo en base a la modelización tanto de partículas de materia oscura (en concreto, *CDM*) como de materia bariónica, la cuál se configura como un gas ideal cuyo estado se ve influido por los efectos de fotoionización y enfriamiento. Es por ello que, para la modelización del universo la simulación incluye tanto los efectos producidos por el campo gravitacional (el cuál influye sobre ambos tipos de materia) como las leyes de la hidrodinámica (que únicamente influirán sobre la materia bariónica). En la resolución de las diferentes ecuaciones físicas que rigen el comportamiento de la materia que conforma el universo es necesario tener en cuenta que el espacio-tiempo se encuentra en constante expansión. Para solventar este inconveniente, el programa *Nyx* utiliza coordenadas comóviles que, a cada paso de la variable temporal, traslada a coordenadas físicas.

En las simulaciones cosmológicas llevadas a cabo con el código *Nyx*, el universo queda representado en un cubo dividido en 1024^3 "celdas"; en este contexto definimos los "pinchos" como el conjunto de celdas que representan las diferentes líneas de visión que atraviesan el cubo. Para cada una de estas celdas el programa resolverá las ecuaciones del comportamiento físico de la materia en su interior, evolucionándolas a través de un

alto rango de redshifts (z). Cabe mencionar que el número de celdas presentes en una simulación de este tipo dependerá de la resolución establecida (en este caso, la resolución será 1024).

Para este trabajo se han usado los resultados de una simulación con código *Nyx* donde se representa una región del universo mediante un cubo de lado $20cMpc/h$ (distancia comóvil en función del valor de h). Nuestro espacio de trabajo lo conformarán 50000 pinchos de la simulación, cada uno de ellos con 1024 celdas, de modo que en total tendríamos 5000×1024 celdas de $\sim 20(ckpc/h)^3$. Para cada una de ellas utilizaremos los datos de su temperatura (T), velocidad peculiar en la línea de vista (v_{los}) y sobredensidad ($\frac{\rho}{\bar{\rho}} \equiv \Delta_b$) para un redshift $z = 3$. Por otra parte, los parámetros cosmológicos de densidad y valor de h que se han utilizado para correr la simulación vienen recogidos en la Tabla 1 de la Sección 3.1.

4.2. Cálculo de la densidad de hidrógeno neutro

A la hora de calcular la profundidad óptica producida por una celda necesitamos conocer el valor de la densidad de hidrógeno neutro (n_{H_I}) presente en ella. Como ya introdujimos en la Sección (3.2.2), los átomos que conforman el gas pueden ionizarse y recombinarse mediante diferentes procesos: fotoionización, ionización por colisión, recombinación radiativa y recombinación dieléctrica. La probabilidad de que ocurran estos cuatro tipos de interacciones se expresa con sus respectivos parámetros: Γ_γ para la fotoionización, Γ_e para la ionización colisional, α_r para la recombinación radiativa y α_d para la recombinación dieléctrica. Todos estos parámetros dependen fuertemente de la temperatura y sus valores se han ajustado experimentalmente. Para más información, consultar (Verner y Ferland, 1996) (Aldrovandi y Pequignot, 1973) (Voronov, 1997). En este trabajo el cálculo de los coeficientes se ha llevado a cabo utilizando las expresiones recogidas en el apéndice del artículo (Lukić et al., 2015) y los valores tabulados presentes en (Haardt y Madau, 2012).

Para establecer el equilibrio de ionización en el gas del IGM debemos imponer equilibrio entre los posibles estados de ionización de las partículas que lo conforman; es decir, equilibrio entre los estados ionizados de hidrógeno y helio, respectivamente. Para especificar tal estado de un elemento utilizaremos los subíndices I (estado neutro), II (el átomo

ha sido una vez ionizado) y III (el átomo ha sido dos veces ionizado), siendo este último únicamente aplicable al helio. Teniendo esta notación en cuenta, el equilibrio de ionización vendrá dado por las siguientes ecuaciones:

$$(\Gamma_{e,\text{H}_I} n_e + \Gamma_{\gamma,\text{H}_I}) n_{\text{H}_I} = \alpha_{r,\text{H}_{II}} n_e n_{\text{H}_{II}}, \quad (20)$$

$$(\Gamma_{e,\text{He}_I} n_e + \Gamma_{\gamma,\text{He}_I}) n_{\text{He}_I} = (\alpha_{r,\text{He}_{II}} + \alpha_{d,\text{He}_{II}}) n_e n_{\text{He}_{II}}, \quad (21)$$

$$[(\Gamma_{e,\text{He}_{II}} + \alpha_{r,\text{He}_{II}} + \alpha_{d,\text{He}_{II}}) n_e + \Gamma_{\gamma,\text{He}_{II}}] n_{\text{He}_{II}} = \alpha_{r,\text{He}_{III}} n_e n_{\text{He}_{III}} + (\Gamma_{e,\text{He}_I} n_e + \Gamma_{\gamma,\text{He}_I}) n_{\text{He}_I}, \quad (22)$$

donde la variable n_i representa el número de partículas "i" por unidad de volumen. Por ejemplo, n_e indica la cantidad de electrones libres por unidad de volumen mientras que $n_{\text{He}_{III}}$ indica el número de átomos de helio doblemente ionizado por unidad de volumen. Además, los subíndices de los parámetros de ionización y recombinación hacen referencia al estado del elemento en cuestión al que afectan. Por ejemplo, $\Gamma_{\gamma,\text{H}_I}$ representa la probabilidad de que un átomo de hidrógeno neutro (H_I) se fotoionice, mientras que $\alpha_{r,\text{H}_{II}}$ representa la probabilidad de que un átomo ionizado de hidrógeno (H_{II}) se recombine.

A estas tres ecuaciones debemos añadir la conservación de la carga (Ec.23.), la conservación de la abundancia de hidrógeno (Ec.24.) y la conservación de la abundancia de helio (Ec.25.):

$$n_e = n_{\text{H}_{II}} + n_{\text{He}_{II}} + n_{\text{He}_{III}}, \quad (23)$$

$$n_{\text{H}} = n_{\text{H}_I} + n_{\text{H}_{II}}, \quad (24)$$

$$n_{\text{He}} = n_{\text{He}_I} + n_{\text{He}_{II}} + n_{\text{He}_{III}}, \quad (25)$$

donde n_{H} y n_{He} hacen referencia al número de partículas por unidad de volumen de hidrógeno y helio total, respectivamente, sea cual sea su estado de ionización. Es necesario comentar que el valor de n_{H} se puede calcular para un redshift fijo mediante la Ec.26.

$$n_{\text{H}} = \Omega_b X \rho_{c,0} (1+z)^3 \Delta_b, \quad (26)$$

donde X representa la fracción de hidrógeno presente en el Universo ($X = 0.76$) y $\rho_{c,0}(1+z)^3$ la densidad crítica para un redshift z dado (en nuestro caso, $z = 3$). Notemos que el término $(1+z)^3$ proviene de la corrección por la expansión del universo que debemos hacer a la densidad crítica en tiempo presente ($\rho_{c,0}$) si queremos obtener su valor en un tiempo pasado.

El sistema formado por las ecuaciones de equilibrio de ionización y conservación de carga y materia [(20), (21), (22), (23), (24), (25)] nos dará la cantidad de átomos en cada estado de ionización. No obstante, este sistema no puede ser resuelto de forma analítica: es necesario hacerlo iterativamente. Para ello se ha utilizado el método de Newton aplicado a la ecuación de la conservación de la carga (Ec.23.) e iterando sobre el valor de n_e . Cuando todo el proceso haya terminado, habremos obtenido los valores de las densidades de partículas de hidrógeno y helio, los cuales utilizaremos para calcular la profundidad óptica de las nubes del IGM, junto con la densidad electrónica.

4.3. Cálculo de la profundidad óptica τ y flujo (F)

4.3.1. Tratamiento de datos: cambio de coordenadas

Dentro de los datos proporcionados por la simulación, la posición espacial de las distintas celdas viene expresada en coordenadas comóviles en función del parámetro h . De esta forma, dado un pincho, la representación gráfica de la absorción de cada una de las celdas que lo componen tendrá en el eje de abscisas la distancia comóvil correspondiente a cada celda. Sin embargo, en las expresiones para el cálculo de τ estamos integrando en función de la velocidad de recesión. Nos conviene, por tanto, expresar la posición de las celdas de un pincho en base a la velocidad de recesión asociada.

El primer paso para llevar a cabo este cambio es traducir las coordenadas comóviles en coordenadas propias mediante la Ec.1., recordando que el factor de expansión $a(t)$ es inversamente proporcional al redshift z (como podemos observar en la Ec.9.). Una vez que nuestras coordenadas son distancias propias, usando la Ley de Hubble-Lemaître (Ec.2.) llegamos a los valores de las velocidades de recesión de cada una de las celdas. Si antes

situábamos cada celda con su posición en el rango $[0, 20\text{cMpc/h}]$, ahora cada una de ellas tiene un valor asignado en el rango de velocidades $[0, 2296.07 \text{ km/s}]$. Así, la posición de las celdas viene definida por su velocidad de recesión.

4.3.2. Cálculo exacto

Conocida la expresión general al cálculo de la profundidad óptica total del camino que recorre la luz desde su emisión hasta nosotros (Ec.19.), es necesario tratar de implementarla de la forma más eficiente posible. Para ello, existen dos modificaciones que harán más sencillo el cálculo total:

- División del camino: Supongamos que queremos calcular el espectro de absorción resultante del paso de la radiación de un cuásar por un pincho de nuestra simulación. Este pincho estará dividido, en este caso, en 1024 celdas, de las cuales conocemos la densidad de HI, temperatura y velocidad peculiar (elementos necesarios para el cálculo de τ). Esto nos permite dividir la integral de todo el trayecto de la expresión (Ec.19.) en un conjunto de integrales que representen el paso de la radiación por una única celda. Así, el espectro de absorción final será el conjunto de todas las líneas de absorción producidas por cada celda a través de la cuál la radiación haya viajado.
- Perfil Gaussiano: Como se puede intuir, la expresión del perfil de Voigt es bastante complicada de utilizar. A efectos prácticos es posible simplificar el cálculo aproximando el perfil a una función gaussiana, cuya expresión podemos observar en la Ec.27. Aunque es cierto que en los extremos el perfil de la función gaussiana se aleja del trazado del perfil Voigt, para los valores de profundidad óptica del gas con los que nosotros vamos a trabajar la aproximación coincide con el perfil Voigt. Para un análisis más detallado de las diferencias entre ambos perfiles consultar (Lukić et al., 2015).

$$\phi_\nu = \frac{1}{\pi^{1/2}} e^{-x^2} \quad \text{con} \quad x = \frac{(\nu - \nu_o)}{\Delta\nu_D}, \quad (27)$$

donde x representa el ensanchamiento y/o desplazamiento (expresado en términos de frecuencia) de la línea de absorción asociada a la frecuencia característica de la

absorción (ν_o). En nuestro caso, por ejemplo, esta frecuencia caracterísitca tiene un valor de $\nu_o = \frac{c}{\lambda_o} = \frac{c}{1215,5\text{\AA}}$

Tomando entonces la Ec.19. e introduciendo estos cambios obtenemos la expresión para el cálculo de la profundidad óptica debida a la absorción de tipo Lyman- α de una única celda al paso de la luz emitida por cierto cuásar:

$$\tau_v = \frac{\pi e^2 f_{lu} \lambda_o}{m_e c H(z)} \int n_{\text{HI}} \frac{1}{\pi^{1/2} b} \exp[-(\frac{v - v_o}{b})^2] dv. \quad (28)$$

Es importante destacar que ya no estamos integrando a lo largo de todo el recorrido desde el cuásar hasta nosotros (como hacíamos en la Ec.19.) sino que los límites de integración representan el origen y final de una celda (en términos de la velocidad de recesión asociada a su posición).

La dificultad del cálculo de la profundidad óptica mediante la Ec.28. radica en que la velocidad de una celda tiene una componente debida a la expansión del universo pero también una componente propia y distinta en cada una de ellas. En función de esta velocidad peculiar se producirá un cambio en términos de longitud de onda del perfil de absorción producido por una celda (añadido al debido a la expansión del universo), pudiendo aparecer en zonas del espectro que en una primera aproximación hubiésemos asociado a otra celda distinta. Paralelamente debemos tener en cuenta que, al aumentar la amplitud del perfil debido a la temperatura, éste puede sobrepasar los límites de la celda y afectar a las celdas contiguas. Esto implica que el perfil de absorción de una línea producida en una celda puede desplazarse y/o ampliarse, superponiéndose a las líneas de absorción de otras celdas de su alrededor. Es decir, para reconstruir el Bosque de Lyman- α es necesario no sólo calcular la profundidad óptica de cada celda sino tener en cuenta que dicha profundidad puede afectar al igual que ser afectada por otras celdas diferentes.

En el código desarrollado para reconstruir el perfil de absorción de la radiación tras atravesar un pincho calcularemos la profundidad óptica y el perfil Voigt (teniendo en cuenta que dicho perfil puede haberse ensanchado y desplazado por efectos de temperatura y velocidad peculiar) producido por cada celda de forma individual. El espectro final será la suma de los perfiles Voigt producidos por todas las celdas que constituyen el pincho en cuestión. Para más detalles sobre el código y cómo se ha implementado el cálculo de la profundidad óptica en *Python*, consultar el Anexo B (S. 9.).

4.3.3. Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson

Históricamente, debido a la falta de accesibilidad a simulaciones como de la que hacemos uso en este trabajo, el cálculo de la profundidad óptica incluyendo los efectos de la velocidad resultaba demasiado complicado a la vez que económicamente costoso. El número de usos de grandes ordenadores para correr las simulaciones y comprobar los resultados estaba en cierto modo limitado, lo que propició la búsqueda de aproximaciones más sencillas de comprobar antes de llevar a cabo el cálculo exacto. Es por esta razón que nace la denominada **Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson** (que denominaremos aproximación FGPA por sus siglas en inglés *Fluctuating Gunn-Peterson Approximation*).

La aproximación FGPA, enunciada por Gunn-Peterson, simplifica la recreación del Bosque de Lyman- α obviando los efectos de desplazamiento y ensanchamiento del perfil producidos por las velocidades peculiares y temperaturas de cada celda. Es decir, ésta es una aproximación al espectro de absorción local, donde la profundidad óptica de cada celda se calcula únicamente en base a su propia densidad de HI. Si imponemos por tanto esta aproximación en la expresión para la profundidad óptica (Ec.14.) obtendremos una ecuación mucho más sencilla (Weinberg et al., 1997):

$$\tau_{FGPA} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{lu} \lambda_o \frac{1}{H(z)} n_{HI}. \quad (29)$$

Usando esta aproximación y tomando un redshift fijo ($z = 3$), el valor de la profundidad óptica únicamente dependerá de n_{HI} .

Sea la x_{HI} la fracción de hidrógeno neutro definida como $x_{HI} = \frac{n_{HI}}{n_H}$. Sustituyendo esta relación en (Ec.29.) y reagrupando constantes, la ecuación para la profundidad óptica de una nube queda (McQuinn, 2016):

$$\tau_{FGPA} = 1,3\Delta \left(\frac{x_{HI}}{10^{-5}}\right) \left(\frac{1+z}{4}\right)^{3/2}, \quad (30)$$

donde recordemos que $\Delta = \frac{\rho}{\rho}$. El espectro de absorción resultante del uso de esta expresión para el cálculo de la profundidad óptica se encuentra en el apartado correspondiente de la Sección 5.3.

Consideremos el hecho de que para un redshift $z = 3$ la reionización del hidrógeno y la primera reionización del helio se suponen ya completas; podemos asumir, por tanto,

que la radiación está uniformemente distribuida en el medio, dando lugar a un campo de fotoionización homogéneo en todas las zonas del IGM. Es decir, la tasa de fotoionización se supone la misma en todas las celdas de nuestra simulación. Así, al estar imponiendo equilibrio de ionización en el gas que compone el IGM, el valor de la densidad numérica de hidrógeno neutro dependerá de la densidad de la nube, su temperatura y el valor (constante) de la tasa de fotoionización. Matemáticamente (Weinberg et al., 1997):

$$n_{\text{H I}} \propto \rho^2 T^{-0.7} / \Gamma_{\gamma, \text{HI}}. \quad (31)$$

Esto nos permite calcular la profundidad óptica de una nube sin necesidad de conocer los valores de la densidad de hidrógeno neutro, sino simplemente conociendo su sobredensidad y temperatura. Podemos ir más allá si tenemos en cuenta la relación existente entre sobredensidad y temperatura expuesta en la Ecuación 10: finalmente τ de una celda únicamente dependerá de su sobredensidad:

$$\tau_{\text{ajuste}} \simeq \alpha \Delta^\beta \quad \text{con} \quad \beta = 2 - 0.7\gamma, \quad (32)$$

donde γ es el exponente que, junto con T_0 , define la relación densidad - temperatura (Ec.10.) Este es el ajuste experimental a la densidad.

4.4. Fluctuaciones en la tasa de fotoionización

En este trabajo estudiaremos los efectos producidos en el Bosque de Lyman- α al introducir ciertas fluctuaciones en el valor de la tasa de fotoionización. Para ello usaremos el mismo script en lenguaje *Python* creado para el cálculo de la cantidad de hidrógeno neutro presente en una nube (S.4.2.), $n_{\text{H I}}$, y modificaremos el valor de la tasa de fotoionización, $\Gamma_{\gamma, \text{HI}}$, como indica la siguiente expresión:

$$\Gamma_{\gamma, \text{HI}}^{\text{fluct}} = \Gamma_{\gamma, \text{HI}}(1 + f\Delta), \quad (33)$$

donde Δ representa la sobredensidad de la nube y f el factor que dará mayor o menor peso a las fluctuaciones. Según esta expresión, el valor de la tasa de fotoionización deja de ser constante e igual para todas las celdas y pasa a depender del valor de sobredensidad de cada una de ellas. Es tipo de fluctuaciones son consistentes con el hecho de considerar que

las principales fuentes de radiación ionizantes (cuásares y galaxias) se originan en aquellas zonas caracterizadas por picos en la densidad bariónica. Así, allí donde la densidad sea mayor, mayor será también el campo de radiación ionizante.

Veremos en la Sección 5.4 cómo afectan estas fluctuaciones al flujo en función del valor del factor f que acabamos de definir.

4.5. Análisis estadístico

Para llevar a cabo la comparación de los espectros generados con las distintas aproximaciones al cálculo de la profundidad óptica usaremos dos tipos de estadística: la media aritmética y la FDP (*función de densidad de probabilidad*) del flujo.

En cuanto al cálculo de la media, el mismo proceso tanto para las dos aproximaciones FGPA (en las que la profundidad óptica se obtiene localmente) como para el cálculo "exacto" debería ser el siguiente: primero se llevaría a cabo el cálculo de los valores de τ de todas las celdas de nuestra simulación, es decir, de los 50000×1024 sets de datos disponibles. A continuación calcularíamos el flujo asociado a cada uno de los valores de profundidad óptica para, finalmente, hacer la media de todos ellos, obteniendo entonces el flujo medio ($\langle F \rangle$). Ahora bien, la carga computacional del cálculo de la densidad de hidrógeno neutro y posteriormente de la profundidad óptica para cada una de las celdas que componen nuestro espacio de trabajo es enorme. Para el estudio estadístico que vamos a llevar a cabo no es necesario calcular todos los datos; con tomar un rango lo bastante grande como para mostrar las características generales es suficiente. En nuestro caso hemos elegido un rango de 4000 pinchos, lo que hace un total de 4000×1024 celdas con sus respectivos valores. Será sobre estos valores sobre los que calcularemos la media del flujo, la cuál utilizaremos como herramienta de comparación entre las aproximaciones FGPA y el cálculo exacto.

En cuanto a la FDP, ésta se define como la densidad de probabilidad de los distintos valores discretizados de, en nuestro caso, el flujo. La implementación de este estudio estadístico se llevará a cabo mediante la representación en histogramas de los valores de flujo de cada celda. De nuevo es necesario recalcar que este perfil no se trazará con los resultados de todas celdas que componen nuestra simulación sino con las 4000×1024 usadas como representación estadística.

5. Resultados

En esta sección presentamos, junto con su análisis, los resultados obtenidos de la implementación del código creado de acuerdo a lo expuesto en la sección anterior.

5.1. Cálculo de densidad de hidrógeno neutro

En esta sección se exponen los resultados obtenidos de la implementación del programa en lenguaje *Python* creado para el cálculo de la densidad de hidrógeno neutro (n_{H_I}) de las distintas celdas que componen los pinchos de nuestra simulación. Recordemos que para llevar a cabo este cálculo, el script resuelve de forma iterativa las ecuaciones que definen el equilibrio de ionización entre los estados del hidrógeno y helio que conforman el gas del IGM (S.4.2). Como hemos expuesto, la profundidad óptica de cada celda (y, por tanto, el flujo) dependerá de n_{H_I} , de modo que los resultados obtenidos en esta sección serán esenciales para la posterior reconstrucción del Bosque de Lyman- α .

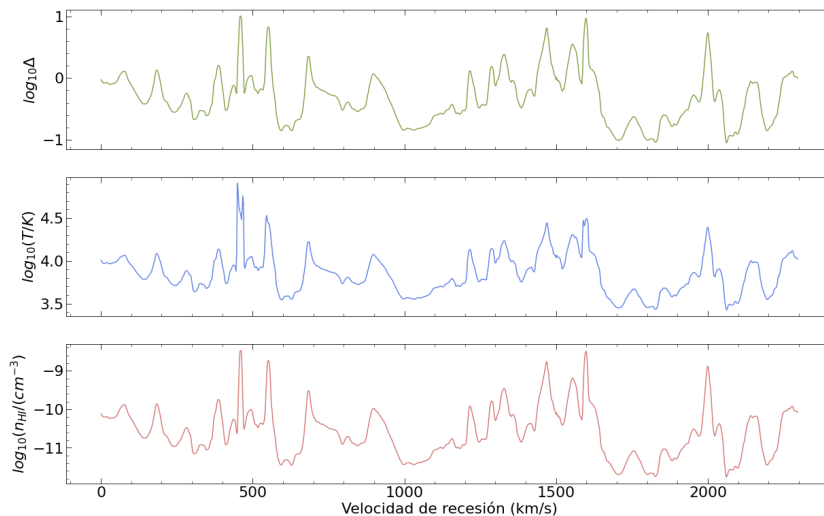


Figura 3: En estas gráficas representamos (de arriba a abajo) el logaritmo de la sobredensidad (Δ), el logaritmo de la temperatura (T , en K) y el logaritmo de valor de densidad de hidrógeno neutro por unidad de volumen (n_{H_I} , en partículas/cm³) para todas las celdas que conforman un pincho concreto. Resultados obtenidos en base al código desarrollado en *Python*. Es posible ver otro ejemplo en el Anexo C (Figura 19).

Un primer análisis de los resultados se presenta en la Figura 3, donde observamos, junto con los valores de sobredensidad y temperatura, el valor de n_{H_I} obtenido para el conjunto de celdas que constituyen un único pincho. Es posible ver que, allí donde encontramos un

máximo local en la sobredensidad encontraremos también máximos en los valores de n_{HI} y temperatura, reflejo de la estrecha relación existente entre las tres magnitudes:

- Relación densidad bariónica - temperatura: Como introdujimos en el marco teórico (S.3.2.1), el equilibrio entre el enfriamiento adiabático por la expansión del universo y por efecto Compton con el calentamiento por fotoionización y por colapso gravitatorio llevan al gas del IGM a mantener una característica relación densidad-temperatura (Ec.10). Al tomar logaritmos decimales en ambos lados de la ecuación, esta relación se traduce en una de tipo lineal, como muestra la Figura 4. En ella advertimos

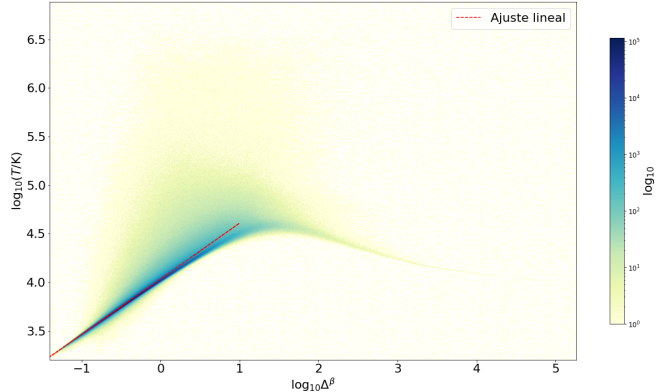


Figura 4: Representación gráfica de los valores de los logaritmos de sobredensidad (Δ) y temperatura (T), respectivamente, junto con el polinomio del ajuste lineal de los datos (rojo). Notemos que el esquema de color está en escala logarítmica.

que, al representar el logaritmo de la sobredensidad (Δ) frente al logaritmo de la temperatura (T), efectivamente la mayoría de los puntos se ajustan a una relación lineal. Existe, no obstante, cierta discrepancia tanto para celdas con valores de densidad bariónica ~ 10 veces la densidad media del universo (a la derecha del ajuste) como para celdas con temperaturas superiores al orden de $\sim 10^4$ K (por encima del ajuste). ¿Qué explicación podemos darle a estas zonas?. Con relación a la zona de alta densidad ($\Delta > 10$), es en estos rangos de densidad en los que el enfriamiento radiativo comienza a ser eficiente, desembocando en la observable disminución de temperatura. En cuanto al gas cuya temperatura es considerablemente mayor a la esperada según la relación lineal, podemos deducir que se encuentra en pozos de potencial gravitacional. Estas zonas, normalmente circundantes a objetos masivos, se caracterizan por sus elevadas presiones y alta componente de radiación, resultando en las altas temperaturas observables en la figura. Pese a estas discrepancias, para el rango de densidades bariónicas en el que nos encontramos ($\Delta < 10$) la relación es lineal. Así, un aumento de la sobredensidad conlleva un aumento en la temperatura, como veíamos en la representación de los pinchos (Figura 3).

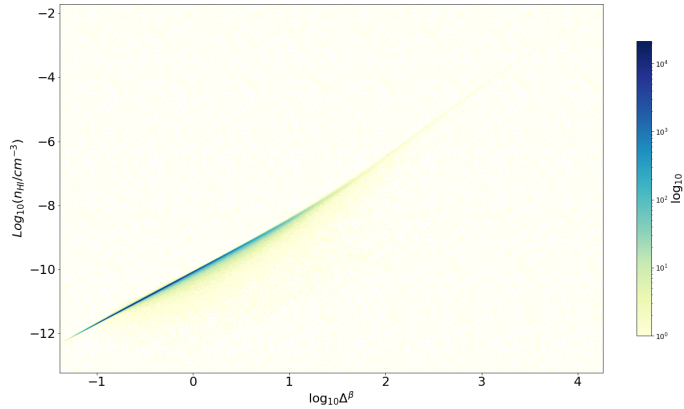


Figura 5: Histograma a dos dimensiones del logaritmo de sobredensidad (Δ) y el logaritmo de densidad de hidrógeno neutro (n_{H}). Esquema de color en escala logarítmica.

to, por correspondencia tendremos también altos valores de n_{H} . Asumiendo que estamos trabajando con un campo de radiación constante y, por tanto, una tasa de fotoionización invariante, la cantidad de fotones capaces de ionizar al hidrógeno que llega a una sección del universo es independiente de las características de esta sección. Es por ello que, en una zona con alta n_{H} , la ratio átomos neutros/fotones será mayor que para zonas más "vacías", lo cuál se traduce en una menor ionización en comparación con las zonas de baja densidad. En otras palabras, las zonas de alta densidad bariónica provocan una menor ratio de átomos ionizados y, por tanto, mayor densidad de hidrógeno neutro. No sólo la relación entre ambas magnitudes es proporcional sino que, una representación en escala logarítmica (Figura 5) revela que se ajustan en alto grado a una relación lineal. Es interesante destacar que esta linealidad no se mantiene constante en todo el rango de valores sino que, cuando $\log_{10}\Delta \sim 1.5$, la pendiente cambia. Notemos que es este valor a partir del cuál la relación densidad bariónica - temperatura también deja de ser lineal. De nuevo es necesario destacar que este trabajo se enmarca en valores de densidad correspondientes a la zona lineal.

Podemos concluir, por tanto, que estas tres magnitudes se encuentran relacionadas entre sí de tal forma que las zonas de mayor sobredensidad son también las zonas de mayor temperatura y densidad de HI. Es decir, en concordancia con la Figura 3, los picos de densidad de hidrógeno neutro se corresponderán con las celdas de mayor densidad y

- Relación densidad bariónica - densidad de hidrógeno neutro: No es necesario establecer una relación basada en principios complejos para entender por qué un aumento en la densidad bariónica se traduce en un aumento en la densidad de hidrógeno neutro; al fin y al cabo, el hidrógeno (neutro o ionizado) representa el 76 % de toda la materia bariónica del universo, de modo que allí donde Δ sea alto,

temperatura.

En cuanto al estudio estadístico, la Figura 6 muestra la función de densidad de probabilidad (FDP) de la densidad de HI en escala logarítmica. En ella podemos observar cómo, si bien los extremos muestran un carácter oscilante y poco definido, la información que nos proporciona el pico de frecuencia es indudable: la gran mayoría de celdas de nuestra simulación presenta densidades de

hidrógeno neutro del orden de 10^{-10} - 10^{-11} partículas/cm³. En otras palabras, la cantidad de hidrógeno neutro contenida en el IGM es considerablemente baja. Estos resultados, en comparación con los valores típicos de densidad de hidrógeno total (del orden de 10^5 partículas/cm³, como muestra la Figura 20 del Anexo C) ponen de manifiesto el estado prácticamente ionizado del medio para $z = 3$. Queda plasmada esta comparativa en la Figura 7, donde podemos observar que la mayoría de las celdas presentan densidades de hidrógeno neutro del orden de entre 10^{-6} y 10^{-4} partículas/cm³ en contraposición con las densidades de hidrógeno neutro del orden de entre 10^{-12} y 10^{-8} partículas/cm³. Es decir, la n_{HI} presenta valores de hasta 6 órdenes de magnitud por debajo de n_{H} , prueba de que los átomos de hidrógeno que conforman el medio intergaláctico se encuentran, en su mayoría, ionizados.

5.2. Cálculo del flujo

Una vez hemos obtenido la cantidad de hidrógeno neutro contenida en las celdas que componen los pinchos podemos llevar a cabo el cálculo de la profundidad óptica y, por tanto, del flujo mediante la Ecuación 28. Como se ha explicado en la metodología (S.4.3.), vamos a dividir la integral sobre todo el camino desde el cuásar hasta nosotros en integrales que cubran únicamente el paso de la radiación por una celda. Al conocer todas las

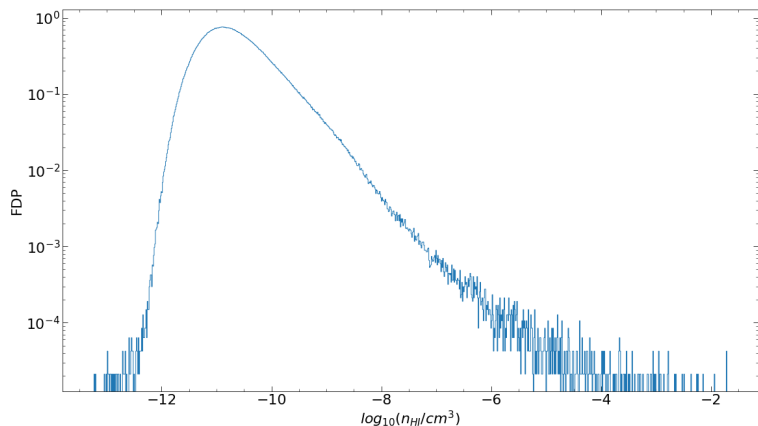


Figura 6: Función de densidad de probabilidad del logaritmo decimal de la densidad volumétrica de HI (n_{HI}).

magnitudes necesarias para el cálculo de la profundidad óptica de cada celda (temperatura, velocidad peculiar, y densidad de hidrógeno neutro), expresaremos la profundidad óptica total como la suma de las profundidades de cada celda (como se expone en la Ec.28). Debemos recordar que, para este cálculo, se han tenido en cuenta posibles efectos de ensanchamiento por temperatura y/o desplazamiento en el espectro debido a las velocidades peculiares.

En primer lugar podemos representar gráficamente el espectro de absorción generado por un único pincho (Fig. 8.) junto con el logaritmo decimal de n_{HI} , la velocidad peculiar y el logaritmo de la temperatura de las celdas que componen el pincho. En relación a la influencia de la densidad de hidrógeno neutro sobre el flujo, podemos observar que cuanto mayor sea n_{HI} , mayor será la profundidad óptica y, por tanto, menor será el flujo. Esta relación venía ya implícita en la ecuación en base a la cuál

hemos calculado las profundidades ópticas de las celdas (Ec.28.), pero ¿cuál es su significado físico? No debemos olvidar que la profundidad óptica no es más que una cuantización de la oposición de un medio al paso de la luz; en el caso del IGM, esta oposición tiene su origen en las absorciones de los fotones incidentes por parte de los átomos que lo conforman. Así, cuanto mayor sea el número de átomos neutros, menor será la probabilidad de que un fotón consiga atravesar el medio sin ser absorbido por los átomos para llevar a cabo su ionización. Es decir, cuanta mayor densidad de átomos neutros, mayor profundidad óptica, como cuantifica la Ecuación 28, y menor flujo de fotones emergentes, como representa la Figura 8. Por añadidura, en el marco teórico comentamos cómo la presencia de las líneas que componen el Bosque de Lyman- α suponen una prueba de la ionización del medio debido a su alta sensibilidad al hidrógeno neutro. Efectivamente, y como podemos comprobar en la Figura 8, densidades volumétricas de hidrógeno neutro de tan solo

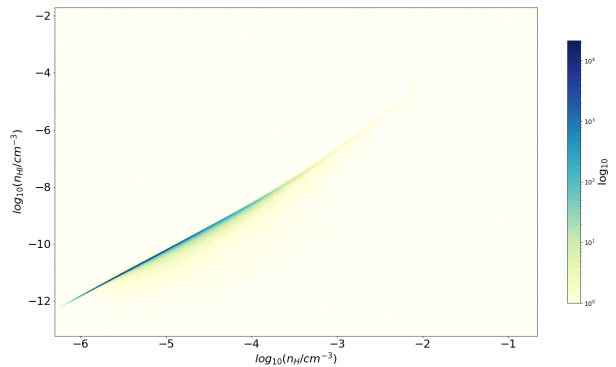


Figura 7: Histograma a dos dimensiones del logaritmo decimal de la densidad de hidrógeno neutro (n_{HI}) frente al logaritmo decimal de la densidad de hidrógeno total (n_{H}). Esquema de color en escala logarítmica.

10^{-9} partículas/ cm^3 absorben por completo toda la radiación del cuásar, dando lugar a un flujo neto nulo. El hecho, por tanto, de que nos llegue flujo proveniente del cuásar en estas longitudes de onda implica necesariamente menores valores de $n_{\text{H I}}$. Como expusimos en la sección anterior, las densidades de hidrógeno total (n_{H}) son, en su mayoría, del orden de 10^5 partículas/ cm^3 , lo que supone una fracción de hidrógeno ionizado de, aproximadamente, un 99,99%. En otras palabras, el medio intergaláctico está (casi)completamente ionizado.

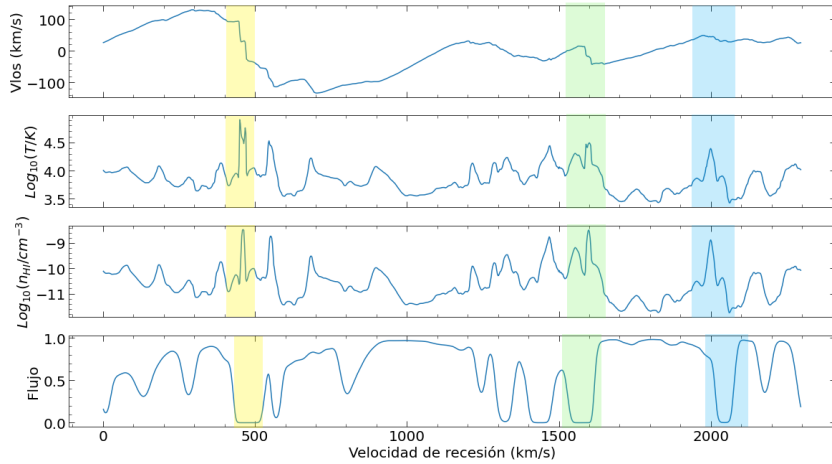


Figura 8: Representación gráfica de la velocidad peculiar (v_{los}), logaritmo de la temperatura (T), logaritmo de la densidad volumétrica de HI (n_{HI}) y flujo de todas las nubes que componen un pincho concreto. Algunas zonas se han resaltado en distintos colores para recalcar el efecto que la temperatura y velocidad propia producen sobre el espectro final. En el Anexo C podemos encontrar otro ejemplo (Figura 22).

Además de la relación de $n_{\text{H I}}$ con la profundidad óptica y el flujo, la Figura 8 ilustra convenientemente los efectos introducidos en el espectro al considerar la temperatura de las celdas y su velocidad propia. Si nos fijamos en el pico sombreado en azul podemos ver cómo dicha velocidad peculiar ha afectado considerablemente a la posición del perfil Voigt ya que su centro se encuentra desplazado hacia la derecha con respecto al pico de $n_{\text{H I}}$ que lo provoca. En cambio, para el pico de absorción sombreado en amarillo, las principales alteraciones en el perfil no radican en la posición que ocupa en el espectro (ya que la velocidad peculiar no es lo bastante elevada como para modificarla lo suficiente) sino en su anchura. Como explicamos en la Sección 3.3.1, esta modificación en la amplitud del perfil efectivo se produce por efecto de la temperatura de los átomos del gas: a mayor temperatura, mayor anchura del pico. Destaquemos, por ejemplo, cómo la anchura del

perfil Voigt sombreado en azul es notablemente menor que la absorción producida en la zona amarilla; también su temperatura es menor que la característica del perfil amarillo. Por último, fijémonos en que el pico de absorción sombreado en color verde presenta tanto el efecto de desplazamiento (en correspondencia con su alta velocidad peculiar) como el ensanchamiento producido por la temperatura (tanto que dos picos aislados convergen en uno mismo).

En cuanto al estudio estadístico del flujo obtenido mediante la Ec.28. para la profundidad óptica, un primer enfoque sería calcular la media del flujo de todas las celdas, obteniendo un valor de $\langle F \rangle = 0.6496$. Podemos estudiar con más detalle los resultados obtenidos mediante la FDP presente en la

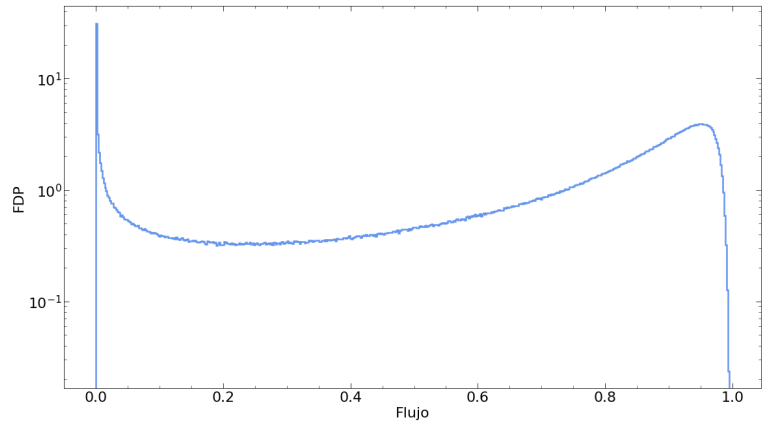


Figura 9: Histograma de los valores de flujo calculados utilizando la Ecuación 28.

Figura 9: si bien la máxima frecuencia de valores de flujo de las celdas se corresponde con valores de absorción total (es decir, flujo nulo), es destacable el crecimiento de la curva hasta encontrar un pico local situado en flujos correspondientes a valores muy cercanos a la unidad; es decir, celdas donde apenas hay absorción. Conociendo la alta sensibilidad a átomos de hidrógeno neutro, la presencia de este pico en zonas de alto flujo indica que en todas estas celdas la cantidad de átomos neutros es relativamente pequeña frente al número de átomos ionizados (los cuales permiten el paso de fotones y, por tanto, no modifican el valor del flujo). En consecuencia podemos corroborar una vez más el alto grado de ionización del IGM.

5.3. Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson

En esta sección estudiaremos el alcance de la FGPA y si es capaz de recrear el Bosque del Lyman- α con una precisión aceptable. Como vimos en la Sección 4.3.3, esta aproximación no tiene en cuenta efectos de desplazamiento y ensanchamiento de los perfiles de

absorción debido a la velocidad propia y temperatura (respectivamente) de cada nube, sino únicamente los valores de densidad de hidrógeno neutro en relación con la densidad de hidrógeno total. Podemos estudiar el efecto de esta simplificación si comparamos el espectro debido al paso de la radiación calculado según la FGPA en contraposición con el cálculo exacto (que recordemos que sí incluye los efectos de temperatura y velocidad peculiar). Justamente esta comparativa es la que muestra la Figura 10, junto con la representación de la densidad de hidrógeno neutro.

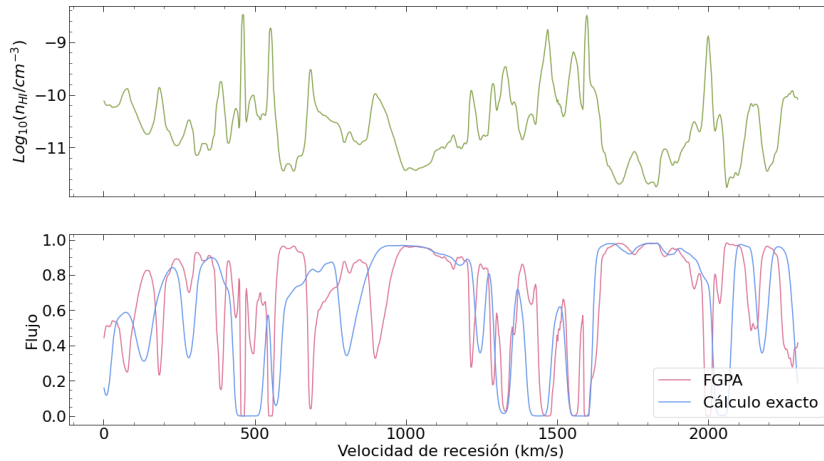


Figura 10: Representación gráfica de la distribución de densidades de hidrógeno neutro (n_{HI}) y del flujo resultante de un pincho utilizando el método aproximado FGPA (línea rosa) y el cálculo exacto (línea azul). Podemos encontrar otro ejemplo en el Anexo C (21).

Podemos observar en ella cómo la FGPA presenta estricta correlación entre la posición de los picos de absorción y aquellas zonas donde la densidad de hidrógeno neutro experimenta un auge. Físicamente, como ya hemos comentado con anterioridad, esto se relaciona con el hecho de que allí donde haya mayor cantidad de átomos neutros, menor será el flujo de fotones emergentes. La forma matemática en la que la FGPA describe este comportamiento es mediante la proporcionalidad directa presente en la ecuación que define el valor de la profundidad óptica (Ec.30.). Si bien para el cálculo exacto también tuvimos en cuenta que a mayor n_{HI} , mayor absorción, la consideración de los efectos de desplazamiento y ensanchamiento del perfil de absorción modifica el espectro final. Es por ello que una de las principales discrepancias entre el espectro resultante calculado según la FGPA y el cálculo exacto es la posición de los máximos de absorción debidos a un mismo pico de densidad de hidrógeno neutro. La segunda diferencia, advertida en la anchura de los picos de absorción, se debe a la consideración (o no consideración) de los

efectos de ensanchamiento térmico: las zonas de alta absorción predichas por la FGPA se pueden apreciar más estrechas que las resultantes del cálculo exacto. En el caso de la aproximación, la anchura de estos picos se deberá únicamente a la cantidad de hidrógeno neutro presente en la zona, y no a su temperatura.

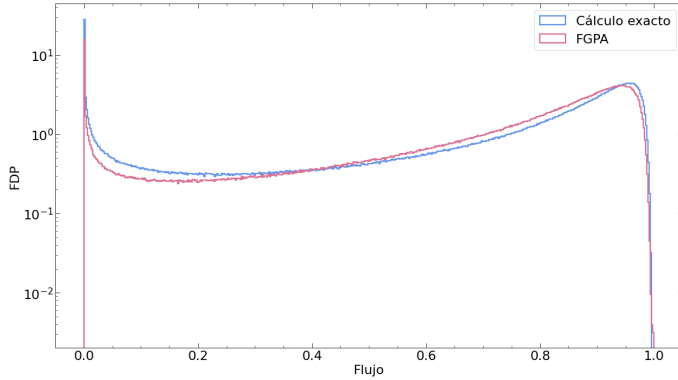


Figura 11: Histograma de los valores de flujo calculados utilizando la *Aproximación Fluctuante de Gunn Peterson* (rosas) y de los calculados utilizando la expresión (28) (azul).

Al hacer el estudio estadístico encontramos que la media del flujo resultante de la FGPA tiene un valor de $\langle F \rangle = 0.6783$ que, en comparación con la media de los valores de flujo calculados teniendo en cuenta efectos de temperatura y velocidad peculiar (0.6496), supone un error relativo de, aproximadamente, un 4%. Para un análisis más profundo de estas diferencias, podemos estudiar

las FDP de los valores de flujo obtenidos mediante ambos métodos, las cuales hemos representados en la Figura 11. En ella es posible advertir cómo el cálculo exacto predice un mayor número de celdas con bajos valores de flujo que la aproximación FGPA, a la vez que un menor número de celdas donde la radiación apenas ha sido absorbida. Esto implica que, efectivamente, la media del flujo calculado según la aproximación FGPA será mayor que la resultante del cálculo exacto, como la comparación de sus medias ya exponía. Es importante destacar también que, aunque las figuras de comparación del espectro resultante para el cálculo exacto y aproximado (Figura 10) pareciesen mostrar un alto grado de discrepancia, en la Figura 11 podemos comprobar cómo el perfil de la FDP de ambos cálculos es muy similar. Esto quiere decir que, pese a ignorar efectos de temperatura y velocidad en el cálculo de la profundidad óptica, la aproximación FGPA se ajusta razonablemente bien a los resultados exactos.

5.3.1. Ajuste experimental a la densidad bariónica

En este apartado estudiaremos la validez y alcance de la aproximación a la relación entre profundidad óptica y la densidad bariónica expuesta en la ecuación (Ec.32.). Esta relación depende del valor del parámetro β , el cuál a su vez se define en base a γ . Este segundo parámetro proviene de la relación existente entre la densidad bariónica del gas del IGM y su temperatura establecida tras la EoR (Ec.10.). Es por eso que, para obtener el valor de γ hemos representado el logaritmo decimal de la sobredensidad frente al logaritmo decimal de la temperatura (Figura 4) y llevado a cabo un ajuste lineal por mínimos cuadrados (línea roja). Así, la ordenada en el origen del ajuste será el logaritmo decimal de T_0 mientras que su pendiente, $(\gamma - 1)$. Los valores obtenidos para los parámetros del ajuste son:

$$\gamma = 1.572592 \pm 2.5 \cdot 10^{-5} \quad T_0 = 10860.757740 \pm 1.3 \cdot 10^{-5}$$

Conociendo entonces el valor de la exponente de la sobredensidad (Δ^β), únicamente nos queda por determinar el valor de la constante de proporcionalidad (α) de la ecuación que define nuestra aproximación (Ec.32.). Para ello podemos llevar a cabo un proceso de renormalización tal que la media obtenida de $e^{-\alpha\Delta^\beta}$ sea igual a la media del flujo dado por el cálculo exacto (que recordemos que tenía un valor de $\langle F \rangle = 0.6496$). De este modo obtenemos que $\alpha = 0,479869$; es decir,

$$\tau_{ajuste} \simeq 0,48\Delta^{0,889} \tag{34}$$

Conociendo entonces la expresión analítica en base a la cuál esta aproximación define el valor de la profundidad óptica de una celda, podemos estudiar hasta qué punto la aproximación es válida mediante el análisis estadístico de los resultados.

En la Figura 12 podemos comparar las FDP del flujo calculado mediante la ecuación exacta (Ec.28.) y mediante nuestro propio ajuste experimental (Ec.34.). Notemos que, si bien (por construcción) las medias de los flujos son iguales para ambos cálculos, en la forma de sus FDP podemos encontrar diferencias notables. Por ejemplo, la aproximación de nuestro ajuste predice un menor número de celdas con bajos valores de flujo en comparación con la predicción del cálculo exacto. Por otra parte, si bien la aproximación resulta en un mayor número de celdas con flujos de valor comprendido entre 0.4 y 0.8, el pico

correspondiente a valores altos de flujo se encuentra desplazado hacia la izquierda con respecto al resultante de usar el cálculo exacto. Es decir, el cálculo exacto predice más celdas con valores altos de flujo que el cálculo de la aproximación experimental.

Estas discrepancias también se hacen presentes en la representación del espectro al atravesar un pincho, como podemos observar en la Figura 13. Debemos recordar que el cálculo exacto tiene en cuenta los efectos de desplazamiento y ensanchamiento debidos a la velocidad peculiar y temperatura de cada celda mientras que la aproximación que estamos estudiando ignora dichos efectos. Es

por ello que, si bien los espectros presentes en la Figura 13 muestran el mismo comportamiento en ciertas zonas, hay otras donde parece que exhiben trazados opuestos. Quizás por esa razón sea más fácil estudiar el alcance del ajuste experimental (Ec.34.) comparándolo con el método FGPA (el cuál tampoco es sensible a los efectos de temperatura y velocidad), como muestra la Figura 14. En esta figura podemos observar que, efectivamente, el comportamiento creciente y decreciente de los picos es exactamente igual. Encontramos, sin embargo, diferencias en la altura y profundidad de los picos de absorción: el rango de valores que toma el flujo calculado según (Ec.34.) es, en general, menor al rango que da como resultado el cálculo de FGPA. Teniendo en cuenta que la altura y profundidad de los picos de absorción únicamente dependen del valor de la densidad de hidrógeno neutro (que ya hemos visto que es proporcional al valor de la densidad bariónica), este resultado implica que el flujo calculado según nuestra aproximación no es tan sensible a variaciones en la densidad como debería ser.

¿Cuál es el origen de esta discrepancia? El ajuste experimental se basa en la suposición de linealidad entre la profundidad óptica y la sobredensidad elevada al parámetro β , como definimos en la Ecuación 32, donde la constante α representaría el factor de proporcional-

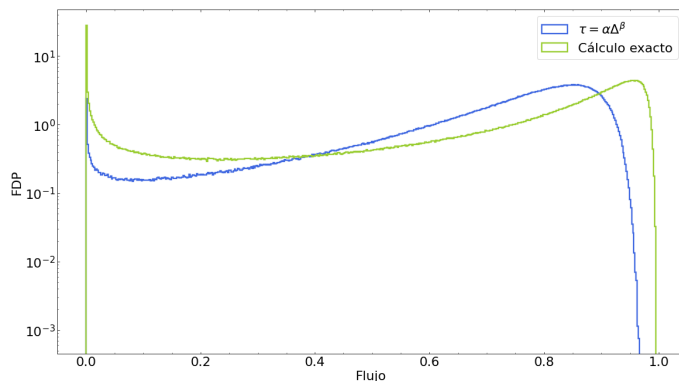


Figura 12: Histograma comparativo de las FDP del flujo calculado mediante el ajuste $\tau = \alpha\Delta^\beta$ (en color azul) y mediante el cálculo exacto (en color verde).

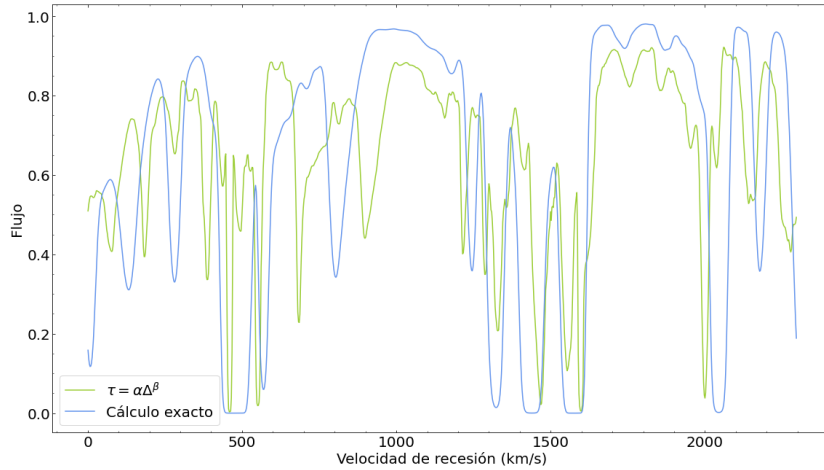


Figura 13: Flujo de las celdas que componen un pincho calculado siguiendo el método exacto (azul) y el método del ajuste experimental (verde). Podemos encontrar otro ejemplo en el Anexo C (Figura 23).

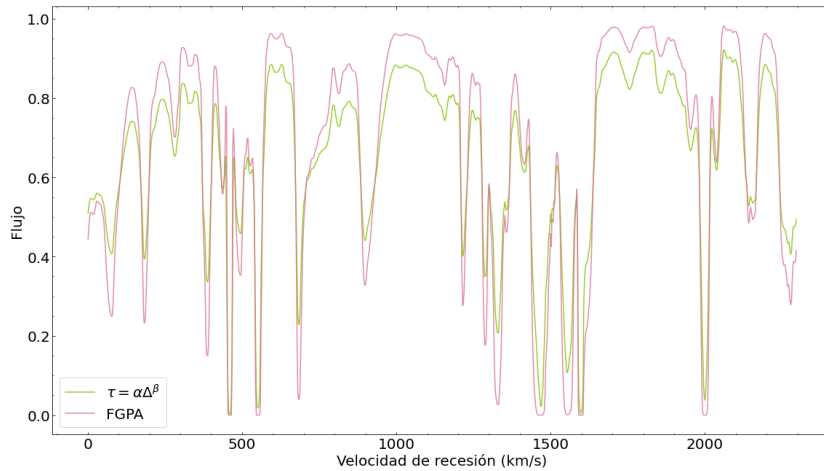


Figura 14: Flujo de las celdas que componen un pincho calculado siguiendo el método FGPA (rosa) y el método del ajuste experimental (verde). Podemos encontrar otro ejemplo en el Anexo C (Figura 24).

lidad. Si representamos entonces el logaritmo decimal de la profundidad óptica del cálculo exacto frente al logaritmo de la sobredensidad elevada al factor β (Figura 15) deberíamos ver que los datos se ajustan a una recta. Aún cuando es cierto que la mayoría de puntos sí que cumplen esta relación lineal, la dispersión de los datos es demasiado alta como para poder establecer un buen ajuste que nos de el valor óptimo de α (que se correspondería con la pendiente). De hecho, en esa misma figura hemos presentado en rojo el resultado de llevar a cabo un ajuste por mínimos cuadrados de los datos que conforman la gráfica; podemos ver que, efectivamente, un ajuste lineal no da cuenta de la relación existente

entre la profundidad óptica y Δ^β . Es decir, la relación entre la profundidad óptica y la sobredensidad elevada a β no es lineal. Por tanto, la suposición de partida que resulta en el ajuste de la Ecuación 34 no es completamente correcta. No obstante, como mostraba la Figura 14, la aproximación puede resultar muy útil para reconstruir la forma del espectro de absorción conociendo únicamente los valores de sobredensidad y temperatura de un conjunto de celdas.

5.4. Fluctuaciones de la tasa de fotoionización

En todos los procedimientos llevados a cabo hasta este momento hemos considerado que la tasa de fotoionización del hidrógeno neutro era constante. Es decir, la distribución en el universo de fotones con energía suficiente como para ionizar el átomo de hidrógeno es homogénea para el redshift tomado ($z = 3$). La motivación detrás de esta suposición es el hecho de que la Época de Reionización terminó en $z \sim 6$ de modo que los bariones que conforman el IGM se

pueden considerar transparentes a la radiación, permitiendo su distribución homogénea. Sin embargo, ¿cómo de precisa es esta asunción? ¿Qué cambios introduciría en el Bosque de Lyman- α la consideración de ciertas fluctuaciones en el valor de la tasa de fotoionización?

Como expusimos en la metodología (S.4.4.), nosotros vamos a estudiar el efecto de las variaciones de tasa de fotoionización en base a la sobredensidad (Ec.33.) sobre el flujo resultante. Estas variaciones se cuantifican en función del factor f , de modo que un primer enfoque de estudio sería representar el espectro de absorción producido por un pincho concreto cuando consideramos distintos valores de f . En la Figura 16 presentamos los

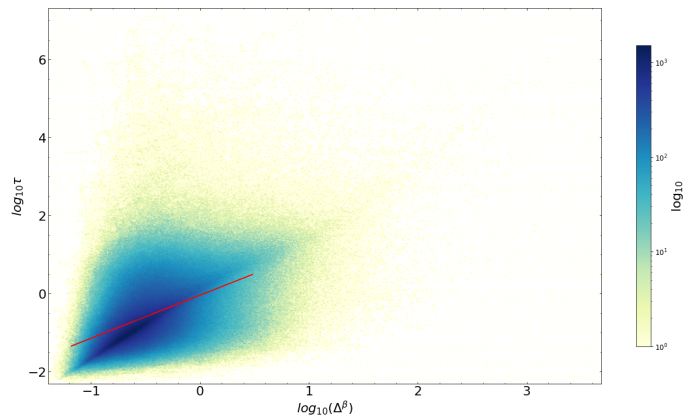


Figura 15: Representación gráfica de la profundidad óptica calculada mediante (Ec.28.) frente a la profundidad óptica calculada usando el ajuste experimental expuesto en (Ec.34.). En rojo representamos el ajuste por mínimos cuadrados realizado con los datos representados. Esquema de color en escala logarítmica.

resultados obtenidos para factores de valores $f = 0$ (es decir, tasa de fotoionización constante), $f = 0.2$, $f = 0.5$, $f = 1$ y $f = 10$, junto con las diferencias relativas con respecto al valor de tasa de ionización constante. Es importante destacar que, como estamos considerando los mismos valores de temperatura y velocidad peculiar de las celdas que para el caso sin fluctuaciones, el único efecto producido al introducir éstas será en la profundidad de los picos de absorción. Podemos comprobar en la Figura 16 que hasta la fluctuación más pequeña (de tan solo un factor $f = 0.2$) implica una gran alteración del espectro, sobretodo en las zonas de mayor densidad de HI (es decir, en los picos de absorción). En concreto, todas estas fluctuaciones introducidas se traducen en una absorción menor a la esperada con la tasa constante.

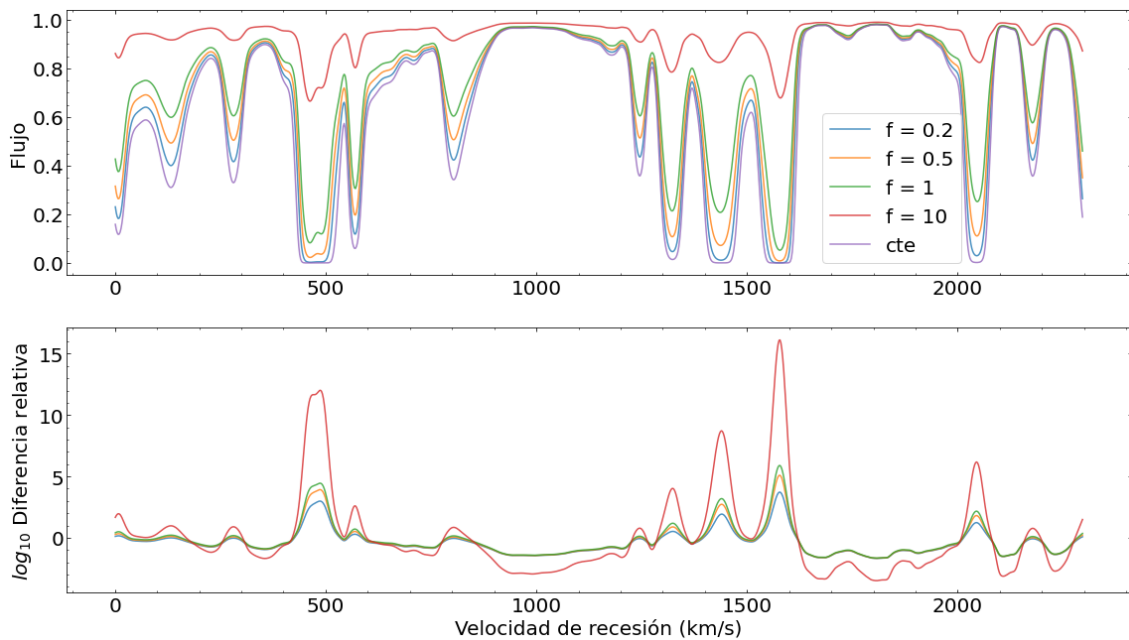


Figura 16: Representación gráfica del espectro de absorción para un pincho concreto tomando valores del factor de fluctuación (f) de 0 (línea morada), 0.2 (línea azul), 0.5 (línea naranja), 1 (línea verde) y 10 (línea roja) y de la diferencia relativa de todas ellas con el flujo tomando Γ constante. En el Anexo C se puede observar otro ejemplo (Figura 25).

Según la definición que nosotros hemos dado a la tasa de fotoionización fluctuante (Ec.33.), allí donde haya mayor densidad bariónica (Δ) tendremos mayor probabilidad de que se produzca la ionización de los átomos de hidrógeno del IGM. Esto implica que nuestras fluctuaciones de la tasa de ionización provocarán una disminución en la densidad de hidrógeno neutro, o lo que es lo mismo, una disminución en la profundidad óptica de la zona. Cuanto mayor sea la densidad bariónica, mayor será Γ_{HI} , y menor n_{H_I} en

comparación con la densidad de hidrógeno neutro resultante de considerar como constante la tasa de fotoionización. Es por ello que las diferencias más marcadas entre los espectros de absorción se producen allí donde el flujo es menor (es decir, donde Δ es mayor).

Para el estudio analítico vamos a contrastar dos casos concretos: $f = 0$ (tasa constante) y $f = 0.5$. La Figura 17 muestra las funciones de densidad de probabilidad (FDP) de los valores de densidad de hidrógeno neutro resultantes al considerar estos dos casos. En ella podemos observar que, si bien ambas densidades de hidrógeno neutro presentan su máximo de frecuencia en los mismos valores, cuando comparamos las zonas de mayor densidad vemos cómo el cálculo suponiendo fluctuaciones implica una menor frecuencia. Esto quiere decir que la tasa fluctuante de ionización resulta, como esperábamos que ocurriera, en una menor cantidad de celdas con altos valores de n_{HI} . Esto conllevará una menor absorción y, por tanto, mayor flujo, como ya intuimos que ocurriría previamente.

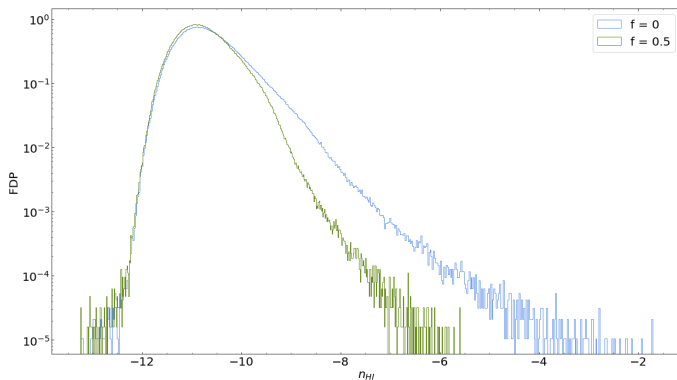


Figura 17: FDP de la densidad volumétrica de hidrógeno neutro (n_{HI}) considerando fluctuaciones en la tasa de fotoionización con factor $f = 0,5$ (verde) y considerando un valor constante, o factor $f = 0$, (azul).

ramos fluctuaciones en el valor de la tasa de ionización. En cuanto a la comparación de las FDP del flujo presentes en la Figura 18, podemos reafirmar el efecto de las fluctuaciones: el cálculo con $f = 0.5$ predice una menor cantidad de celdas donde el flujo sea nulo, a la vez que una mayor frecuencia de celdas con flujos relativamente altos, lo que se traduce en un espectro con menor absorción.

En cualquier caso, y como hemos podido comprobar, la introducción de este tipo de fluctuaciones en la tasa de ionización del hidrógeno neutro modifican el espectro de forma

Podemos comparar los valores medios de flujo para los dos casos mencionados, obteniendo que la media del flujo sin fluctuaciones tiene un valor de $\langle F \rangle = 0.6496$ mientras que con fluctuaciones de factor $f = 0.5$ la media es $\langle F \rangle = 0.7148$, lo que supone un error relativo de alrededor del 10 %. Efectivamente, estos resultados respaldan la predicción de una menor absorción cuando conside-

significativa.

Supongamos que disponemos de los resultados observados de un espectro de absorción proveniente de cierto cuásar del que conocemos su redshift. Usando simulaciones cosmológicas que nos diesen las propiedades del IGM necesarias para implementar el código creado en este trabajo podríamos reproducir el mismo espectro. Teniendo en cuenta que las observa-

ciones siempre llevan asociadas cierto error por efectos bien inherentes a la precisión de los instrumentos de medida o bien a las características del ambiente, podríamos "jugar" con las variables de nuestra simulación manteniéndonos dentro del margen establecido por el error de la medida. Uno de estos parámetros que podríamos variar en la simulación es el factor f que define la amplitud de este tipo de fluctuaciones; podríamos, por tanto, despreciar en base a la comparación del espectro simulado con el observado, aquellos modelos con factores que produjesen discrepancias superiores al error de las medidas. En concreto, para las observaciones actuales encontramos un error del 5% (Lee et al., 2015), lo que limita el factor de este tipo de fluctuaciones a $f < 0.5$.

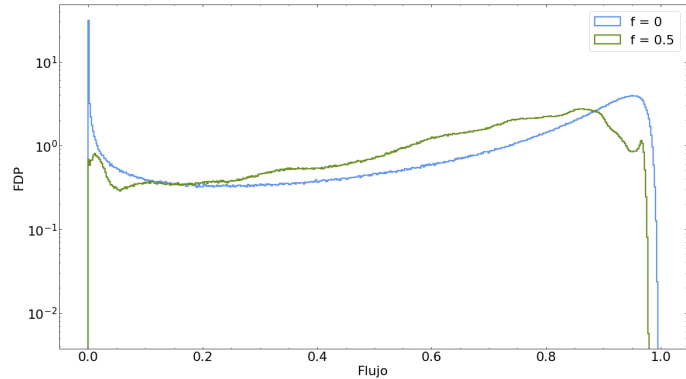


Figura 18: FDP del flujo considerando fluctuaciones de factor $f = 0,5$ (verde) y de factor $f = 0$, es decir, considerando Γ constante (azul).

6. Conclusiones

El Bosque de Lyman- α supone una de las herramientas más potentes para el estudio del medio intergaláctico y sus principales características. El desarrollo de métodos computacionales que permitan su modelización, como el presente en este trabajo, facilita la posibilidad de análisis de los espectros de absorción producidos cuando la radiación de un cuásar atraviesa el IGM, junto con la posibilidad de comparación de los resultados predichos por distintos modelos cosmológicos.

En este trabajo se han estudiado las distintas aproximaciones al cálculo de la profundidad óptica del medio intergaláctico y su efecto sobre el espectro de absorción; es decir, sobre el Bosque de Lyman- α . Para ello se han utilizado los resultados de una simulación cosmológica ejecutada con el código *Nyx* (Almgren et al., 2013), los cuales nos proporcionan los valores (para $z = 3$) de temperatura (T), sobredensidad bariónica (Δ) y velocidad propia (v_{los}) de las celdas que conformarán nuestro espacio de trabajo. En base a estos datos he creado un código en el lenguaje de programación *Python* que calculase la densidad volumétrica de hidrógeno neutro (n_{HI}) imponiendo condiciones de equilibrio de ionización en los átomos que conforman el gas del IGM; es decir, teniendo en cuenta las distintas tasas de ionización y recombinación que afectan a los átomos de hidrógeno y de helio (Lukić et al., 2015). Los resultados obtenidos nos hablan tanto de la relación existente entre la densidad de hidrógeno neutro con la temperatura y la densidad bariónica como del estado de ionización del medio.

En cuanto a la relación existente entre magnitudes, los resultados muestran que aquellas celdas caracterizadas por poseer un alto valor de densidad bariónica generarán picos en la temperatura y densidad de HI. El vínculo entre temperatura y densidad bariónica es un reflejo de la estrecha relación lineal que, como vimos, se establece tras la *EoR*. En cuanto a la relación entre n_{HI} y Δ , ésta se puede explicar en base a la consideración de un campo de radiación constante: allí donde haya gran cantidad de átomos (es decir, mayor Δ), los fotones ionizantes producidos por estrellas y galaxias no serán suficientes como para ionizar toda la materia. Así, a mayor valor de densidad bariónica, menor será el grado de ionización del medio, coincidiendo con el comportamiento que nuestras gráficas muestran.

En cuanto al estado de ionización del medio, la FDP de los resultados obtenidos de densidad volumétrica de hidrógeno neutro muestra un claro pico del número de celdas alrededor de $n_{\text{H}_I} \sim 10^{-11}$ partículas/cm³. Si comparamos este valor con el valor más frecuente de densidad de hidrógeno total (quiere decir, en cualquier estado ionizado) obtenemos que en el IGM el porcentaje de hidrógeno ionizado para $z = 3$ supone aproximadamente el 99 % de todo el hidrógeno. Podemos concluir por tanto que, como exponíamos en el marco teórico, la *Época de Reionización* ha terminado y el IGM se puede considerar un medio completamente ionizado.

Una vez conocidos los valores de n_{H_I} es posible reconstruir la forma del Bosque de Lyman- α originado por el paso de la radiación de un cuásar a través de los pinchos de nuestra simulación. Para ello he creado un script de *Python* que nos permita no sólo calcular la profundidad óptica de cada celda del pincho sino modificar el perfil de absorción en base al efecto Doppler producido por la velocidad peculiar de la celda y al ensanchamiento por efecto térmico. Es importante destacar que, para garantizar la fidelidad de los resultados en los extremos del pincho, ha sido necesaria la implementación de condiciones de contorno periódicas.

Los resultados muestran cómo los picos de n_{H_I} generarán zonas de máxima absorción y, por tanto, flujo nulo. La razón es simple: los átomos neutros captarán los fotones provenientes del cuásar para llevar a cabo su ionización de modo que el flujo emergente será menor al incidente. En otras palabras, las zonas con alta densidad de hidrógeno neutro son ópticamente opacas a la radiación. Sin embargo, la posición de estas zonas de alta absorción no siempre coincide con la de los picos de densidad, muestra de la sensibilidad del Bosque de Lyman- α a la velocidad propia de cada celda, responsable del desplazamiento del perfil Voigt por efecto Doppler. Observamos también cómo las teóricas líneas de absorción presentan un mayor ensanchamiento conforme aumenta su temperatura, como predijimos en el marco teórico que ocurriría.

Es importante destacar que el espectro construido en base a los cálculos de la profundidad óptica demuestran una vez más el estado ionizado del IGM: sólo aquellas celdas cuya densidad volumétrica de hidrógeno neutro es menor a $\simeq 10^{-9}$ partículas/cm³ permiten el paso de la radiación. El hecho, por tanto, de que nos llegue radiación con las respectivas longitudes de onda implica que no ha sido absorbida por completo en su paso por el medio

intergaláctico. Para que esto ocurra, la fracción de hidrógeno neutro presente en el medio (la cuál sabemos que es la responsable de las absorciones) deberá ser considerablemente pequeña. En la representación de la FDP del flujo encontramos un pico de número de celdas donde el flujo es cercano a la unidad. Esto, de nuevo, da cuenta de la alta ionización del IGM.

Con el fin de minimizar la dificultad inherente al cálculo de la profundidad óptica hemos introducido la denominada *Aproximación Fluctuante de Gunn-Peterson*, la cuál desprecia los efectos producidos sobre el espectro de absorción debido a la temperatura y velocidad peculiar de las celdas. Es por ello que la posición y anchura de los picos de absorción presentes en el Bosque de Lyman- α producido al paso de la radiación por un pincho es distinta según calculemos τ con la FGPA o no. Sin embargo, su estudio estadístico revela que estas discrepancias no resultan en valores alejados de media del flujo ni en perfiles de FDP muy disidentes. Esto quiere decir que la FGPA, pese a ignorar efectos de velocidad y temperatura, representa una buena aproximación al cálculo de la profundidad óptica. Su utilidad, por tanto, reside en la posibilidad de ofrecer un primer resultado bastante fiel al cálculo exacto sin necesidad de llevar a cabo las iteraciones computacionalmente pesadas necesarias para incluir los efectos de temperatura y velocidad. Conociendo que su discrepancia con la media del cálculo exacto es de tan sólo un 4 %, llevar a cabo el cálculo de la FGPA para distintos modelos cosmológicos permite descartar aquellos cuya media difiera en más de un 4 % con la realidad; sólo para aquellos modelos que se encuentren dentro del rango de error de la FGPA tendremos que introducir los efectos despreciados en la aproximación.

Podemos ir más allá si postulamos la existencia de una relación entre la densidad bariónica de una celda y la profundidad óptica que genera, haciendo innecesario el cálculo intermedio de n_{H_I} . De nuevo, esta aproximación busca optimizar el cálculo de la profundidad óptica de forma que nos permita descartar modelos cosmológicos incorrectos con mucha rapidez. Para llevar a cabo este ajuste se ha obtenido el valor del parámetro β a partir de la relación lineal entre densidad y temperatura, mientras que la constante de proporcionalidad α será la constante de renormalización de la media del flujo. El estudio tanto del espectro generado por un pincho como de la representación de la FDP muestran que esta aproximación no es tan sensible a los cambios en n_{H_I} como debiera serlo, resul-

tando en un mayor grado de disidencia con el cálculo exacto. Como expusimos, la razón detrás de estas discrepancias es la imposibilidad de establecer una proporcionalidad exacta entre τ y Δ^β . Sin embargo, aunque con menor eficiencia que la FGPA, puede también resultar útil como método de descarte de modelos cosmológicos.

Finalmente se ha estudiado el efecto producido en el Bosque de Lyman- α al introducir fluctuaciones en la tasa de ionización. Estas fluctuaciones aumentan el valor de la tasa conforme aumenta el valor de la densidad bariónica en función del factor de control f . Así, las zonas con mayor densidad serán donde mayor probabilidad de ionización haya, resultando en una disminución de la densidad de hidrógeno neutro. Si recordamos, eran estas zonas las que asociábamos a picos de absorción del espectro, de modo que, al introducir las fluctuaciones, se espera que estas zonas de alta absorción reduzcan su profundidad. Es este mismo comportamiento el que encontramos tanto para $n_{\text{H I}}$ (su FDP muestra un claro descenso del número de zonas con alta densidad) como para el flujo. Como hemos podido comprobar, este tipo de fluctuaciones introducen efectos observables en el espectro de absorción final, incluso cuando el factor de amplitud es pequeño. Gracias a ello podríamos despreciar con considerable precisión aquellos valores de f que produjesen variaciones del espectro superiores a los errores experimentales inherentes a las observaciones. A medida que la precisión de las observaciones aumente, disminuirá el rango de valores de fluctuaciones en base a la densidad bariónica que se puedan considerar consistentes con la realidad.

Es necesario destacar que existen otros muchos tipos de fluctuaciones, como por ejemplo las impuestas sobre el valor de la temperatura (D'Aloisio, McQuinn y Trac, 2015): considerando la inhomogeneidad del proceso de reionización, el aumento (y posterior disminución) de temperatura asociado tampoco será uniforme, dando lugar a zonas del IGM con temperaturas extremadamente diversas. Sólo cuando haya transcurrido el tiempo suficiente desde el final de la reionización todas las zonas del medio habrán alcanzado el equilibrio térmico. Esto implica que, para bajos redshifts (como $z = 3$) las fluctuaciones en temperatura no son relevantes; en cambio, para valores de redshifts más cercanos a la EoR , estas fluctuaciones sí que cobran un importante papel (McQuinn y Sanderbeck, 2015). Es por ello que, una de las posibles vías de ampliación de este trabajo sería el estudio de los espectros de absorción producidos al introducir fluctuaciones en la temperatura

de las celdas para un mayor redshift.

Siguiendo con el discurso en lo que respecta a diversas mejoras de este trabajo, sería posible comprobar los efectos producidos en el análisis estadístico al aumentar la resolución de los datos que obtenemos de la simulación cosmológica. Si bien la literatura destaca los valores de resolución que se han usado en este trabajo como los óptimos (Lukić et al., 2015), a la hora de introducir las fluctuaciones en la tasa de fotoionización podríamos encontrar una resolución óptima distinta. Una posible ampliación de este trabajo sería, por tanto, la búsqueda de aquella resolución que garantice buenos resultados para fluctuaciones a la vez que optimice el cálculo computacional.

Finalmente, y para concluir, debemos tener en cuenta que, pese a habernos centrado en el análisis de las líneas de absorción que conforman el Bosque de Lyman- α , el método computacional desarrollado es completamente general. Es así que modificando únicamente los parámetros característicos de las líneas de absorción Lyman- α , se podrían estudiar otros espectros de radiación, como por ejemplo, el correspondiente a las líneas de absorción Lyman- β . Esto permitiría, entre otros, respaldar las predicciones sobre la relación densidad - temperatura obtenidas únicamente con el Bosque de Lyman- α (Wilson, Iršič y McQuinn, 2022). Por otro lado, podríamos también estudiar y recrear los espectros de absorción producidos en un redshift z distinto al que nosotros hemos escogido en este trabajo. No sólo eso sino que, modificando los valores de los parámetros que definen el modelo cosmológico, podríamos estudiar las predicciones de absorción de otros modelos distintos y, al compararlos con los espectros observados, determinar su validez (McQuinn, 2016) y, por tanto, arrojando así luz sobre la historia de nuestro universo.

7. Bibliografía

- Aldrovandi, S. M. V. y D. Pequignot (mayo de 1973). “Radiative and Dielectronic Recombination Coefficients for Complex Ions”. En: 25, pág. 137.
- Almgren, A. S., J. B. Bell, M. J. Lijewski, Z. Lukić y E. Van Andel (2013). “Nyx: A massively parallel amr code for computational cosmology”. En: *The Astrophysical Journal* 765.1, pág. 39.
- Binétruy, P. (2006). “Course 9 - Particle Astrophysics and Cosmology”. En: *Particle Physics Beyond the Standard Model*. Ed. por D. Kazakov, S. Lavignac y J. Dalibard. Vol. 84. Les Houches. Elsevier, págs. 457-536.
- Boehmer, C. (dic. de 2016). *Introduction to General Relativity and Cosmology*.
- Bolton, J. S., S. P. Oh y S. R. Furlanetto (2009). “The evolution of the Ly α forest effective optical depth following He ii reionization”. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 396.4, págs. 2405-2418.
- Carroll, B. W. y D. A. Ostlie (2017). *An Introduction to Modern Astrophysics*. 2.^a ed. Cambridge University Press.
- Cheng, T.-P. (jun. de 2015). *A College Course on Relativity and Cosmology*. Oxford University Press.
- Cheng, T. (2009). *Relativity, Gravitation and Cosmology: A Basic Introduction*. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford.
- D’Aloisio, A., M. McQuinn y H. Trac (2015). “Large Opacity Variations in the High-redshift Ly α Forest: The Signature of Relic Temperature Fluctuations from Patchy Reionization”. En: *The Astrophysical Journal Letters* 813.2, pág. L38.
- Elgarøy, Ø. (jun. de 2015). *AST4220: Cosmology I*. Oxford University Press.
- García-Bellido, J. (2005). “Cosmology and astrophysics”. En: *arXiv: Astrophysics*, págs. 267-342.
- Haardt, F. y P. Madau (2012). “Radiative transfer in a clumpy universe. IV. New synthesis models of the cosmic UV/x-ray background”. En: *The Astrophysical Journal* 746.2, pág. 125.
- Hubeny, I. y D. Mihalas (2015). *Theory of Stellar Atmospheres: An Introduction to Astrophysical Non-equilibrium Quantitative Spectroscopic Analysis*. Princeton series in astrophysics. Princeton University Press.
- Hui, L. y N. Y. Gnedin (nov. de 1997). “Equation of state of the photoionized intergalactic medium”. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 292.1, págs. 27-42.

- Kulkarni, G., J. F. Hennawi, J. Oñorbe, A. Rorai y V. Springel (2015). “Characterizing the pressure smoothing scale of the intergalactic medium”. En: *The Astrophysical Journal* 812.1, pág. 30.
- Lee, K.-G. et al. (ene. de 2015). “IGM Constraints from the SDSS-III/BOSS DR9 Ly α Forest Transmission Probability Distribution Function”. En: *The Astrophysical Journal* 799.2, pág. 196.
- Lukić, Z. et al. (2015). “The Lyman α forest in optically thin hydrodynamical simulations”. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 446.4, págs. 3697-3724.
- McQuinn, M. (2016). “The evolution of the intergalactic medium”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 54, págs. 313-362.
- McQuinn, M. y P. R. U. Sanderbeck (dic. de 2015). “On the intergalactic temperature–density relation”. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 456.1, págs. 47-54.
- Meiksin, A. A. (2009). “The physics of the intergalactic medium”. En: *Reviews of modern physics* 81.4, pág. 1405.
- Rudie, G. C., C. C. Steidel y M. Pettini (2012). “The temperature–density relation in the intergalactic medium at redshift $z = 2.4$ ”. En: *The Astrophysical Journal Letters* 757.2, pág. L30.
- Verner, D. A. y G. J. Ferland (abr. de 1996). “Atomic Data for Astrophysics. I. Radiative Recombination Rates for H-like, He-like, Li-like, and Na-like Ions over a Broad Range of Temperature”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 103, pág. 467.
- Voronov, G. (1997). “A practical fit formula for ionization rate coefficients of atoms and ions by electron impact: $z = 1-28$ ”. En: *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 65.1, págs. 1-35.
- Weinberg et al. (1997). “Hubble Flow Broadening of the Lyman-alpha Forest and its Implications”. En: *Astronomy Department Faculty Publication*. 996.^a ép.
- Wilson, B., V. Iršič y M. McQuinn (2022). “A measurement of the Ly β forest power spectrum and its cross with the Ly α forest in X-Shooter XQ-100”. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 509.2, págs. 2423-2442.
- Wise, J. H. (2019). “Cosmic reionisation”. En: *Contemporary Physics* 60.2, págs. 145-163.
- Zaroubi, S. (2013). “The epoch of reionization”. En: *The first galaxies: theoretical predictions and observational clues*, págs. 45-101.

8. Anexo A: Modelo Λ CDM

Basado en los pilares teóricos de la relatividad general enunciada por Albert Einstein y Alexander A. Friedmann, las predicciones del modelo Λ CDM se encuentran robustamente respaldadas por tres evidencias experimentales: El fondo de microondas cósmico (CMB por sus siglas en inglés *Cosmic Microwave Background*), la abundancia de elementos químicos y el fenómeno del corrimiento al rojo (*redshift*) debido a la expansión del universo. Veamos un poco más en detalle las bases del modelo cosmológico Λ CDM y los parámetros que lo caracterizan, así como la historia del universo que nos describe.

Nuestro punto de partida serán la ecuaciones del campo de Einstein: ecuaciones obtenidas dentro de la teoría de la Relatividad general que relacionan la distribución de energía-masa del universo con la curvatura del espacio tiempo. Estas ecuaciones se pueden agrupar en una sola expresión:

$$G_{\mu\nu} = KT_{\mu\nu}, \quad (35)$$

donde $G_{\mu\nu}$ representa el Tensor de curvatura de Einstein, K la constante de proporcionalidad y $T_{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento. Cabe mencionar que estas ecuaciones implican que el espacio-tiempo deja de ser un fondo pasivo sobre el cuál ocurren los procesos sino que pasa a ser un elemento activo que cambiará así lo haga la distribución de energía y masa, De igual modo, la distribución de masa y energía se verá afectada por la estructura espacio-temporal. (T. Cheng, 2009)

Para facilitar la resolución de este sistema de ecuaciones no lineales se introduce la denominada métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), motivada por el denominado **principio cosmológico**. Este principio establece que, cuando tomamos escalas suficientemente grandes (mayores a 300Mpc (Wise, 2019)), el universo se presenta homogéneo e isótropo para un mismo tiempo; es decir, tiene las mismas características en todos los puntos y en todas las direcciones. Así, la métrica FLRW establece estas mismas condiciones sobre las ecuaciones anteriores, obteniendo un universo cuya estructura se puede describir mediante dos parámetros: la curvatura κ y el factor de expansión $a(t)$. Según la curvatura podemos establecer un universo cerrado ($\kappa = -1$), plano ($\kappa = 0$) o abierto ($\kappa = 1$). (García-Bellido, 2005). Como hemos comentado en el marco teórico (S.3.1.),

el factor de expansión se define en base a la proporcionalidad entre las coordenadas físicas (\vec{r}), las cuales cambian con el paso del tiempo debido a la expansión del universo, y las coordenadas comóviles (\vec{l}), constantes en el tiempo.

El parámetro de Hubble definido en la Ley de Hubble-Lemaître (Ec.2.), el cuál sabemos que da cuenta de la velocidad de expansión del universo, se puede relacionar con el parámetro de expansión y su derivada temporal ($\dot{a}(t)$) mediante:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (36)$$

donde $H(t)$ es el valor del parámetro de Hubble en un tiempo determinado t .

Si bien la ley de Hubble-Lemaître (Ec.2.) únicamente se puede demostrar cierta en la Tierra (o en nuestra galaxia), el principio cosmológico nos "obliga" a extender su veracidad a cualquier otro punto del universo. Es decir, midamos desde donde midamos, el resultado siempre va a ser el mismo: todo lo que nos rodea se aleja de nosotros. La conclusión entonces es inequívoca: nuestro universo se expande. Ahora bien, si sabemos que el universo se está expandiendo, es posible imaginar que en el pasado las galaxias estaban más juntas que en la actualidad. Si volviésemos atrás en el tiempo lo suficiente, veríamos cómo todo el universo se va comprimiendo poco a poco hasta llegar a su inicio, en el que todo (no sólo la materia y la energía sino también la estructura del espacio-tiempo) estaría concentrado en un mismo punto de infinita densidad; este momento inicial es lo que se conoce como Big Bang (T.-P. Cheng, 2015).

Volviendo a las ecuaciones de partida del modelo Λ CDM, podemos aplicar la métrica FLRW a las ecuaciones de Einstein (Ec.35.) y asumir que el tensor $T_{\mu\nu}$ es el propio de un fluido ideal, definido entonces por la densidad de masa (ρ) y la presión (P). Es decir, podemos imponer que el universo sea isótropo, homogéneo y su dinámica se describa mediante un fluido perfecto. El resultado son las denominadas ecuaciones de Friedmann: (Elgarøy, 2015)

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 - \kappa c^2 \quad (37)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right), \quad (38)$$

donde aparecen, entre otros parámetros, la primera y segunda derivada temporal del

factor de expansión, $\dot{a}(t)$ y $\ddot{a}(t)$ respectivamente, y la constante de gravitación universal G . Para más información sobre la métrica FLRW consultar (Boehmer, 2016). Sustituyendo $\kappa = 0$ en la Ecuación 37 obtenemos la definición matemática de la densidad crítica (Ec.4.), la cuál recordemos que representa la densidad de un universo tal que, si su curvatura fuese nula ($\kappa = 0$), fuese también un universo estático.

Como expusimos en el marco teórico, el modelo Λ CDM propone la existencia de la denominada energía oscura para garantizar la expansión acelerada del universo que las observaciones corroboran. Esta energía, si bien se hace difícil de detectar debido a que únicamente interactúa con la materia bariónica a través del campo gravitatorio, resulta ser un componente esencial del universo, como su parámetro de densidad ($\Omega_\Lambda = 0.680819$) prueba. La influencia de esta energía oscura sobre las ecuaciones que rigen el comportamiento de nuestro modelo cosmológico se introduce mediante la **constante cosmológica** (Λ), que debemos incorporar en las ecuaciones que hasta ahora hemos descrito, junto con el tensor que define la métrica utilizada ($g_{\mu\nu}$):

$$G_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu} + KT_{\mu\nu}, \quad (39)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\Lambda)a^2 - \frac{\kappa c^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}a^2, \quad (40)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \rho_\Lambda + \frac{3P_\Lambda}{c^2}\right), \quad (41)$$

donde se diferencia entre la densidad debida a la masa (ρ) y la debida a la componente de energía oscura (ρ_Λ). La primera ecuación (Ec.39,) es la ecuación del campo de Einstein (T. Cheng, 2009), mientras que las dos siguientes (Ec.40.) (Ec.41.) corresponden a las ecuaciones de Friedmann tras añadir el término de la constante cosmológica (Elgarøy, 2015). Estas tres ecuaciones representan la base física sobre la que el modelo Λ CDM se asienta.

9. Anexo B: Cálculo de la profundidad óptica

En esta sección explicaremos el procedimiento llevado a cabo para implementar la Ecuación 28 mediante el código creado en el lenguaje de programación de Python. El primer paso para ello es discretizar la expresión del cálculo de la profundidad óptica de una celda (Lukić et al., 2015):

$$\tau_j = \frac{\pi e^2 f_{lu} \lambda_o}{m_e c H(z)} \sum_i n_{\text{HI}} [\text{erf}_{y_{i-1/2}} - \text{erf}_{y_{i+1/2}}] \quad \text{con} \quad y_i = \frac{v_j - v_{los} - v_i}{b}, \quad (42)$$

donde *erf* hace referencia a la función error de Gauss. Notemos que esta ecuación depende de dos índices distintos: *i* y *j*. A fin de comprender su significado debemos recordar que, por efecto Doppler, el perfil de absorción de una celda puede desplazarse para ser observado en otra distinta. De igual forma, la anchura de la línea de absorción debido a la temperatura podrá llegar a presenciarse en las celdas contiguas a la que la originó. Es decir, el perfil Voigt generado por la celda *i* puede haberse desplazado hasta la posición que ocuparía otra celda distinta *j*. Para computar este efecto, voy a crear un pincho "ficticio" (con sus respectivas celdas que, para diferenciar de las "reales", llamaremos píxeles) donde iré guardando los valores de profundidad óptica. En este caso, el índice que definirá la posición de cada píxel será *j*, que, al igual que *i*, tomará valores de entre 0 y 1024. Es preciso también aclarar qué significan las velocidades que definen *y*: *v_j* significa la velocidad de recesión del píxel *j*, *v_{los}* referencia la velocidad peculiar de la celda *i* y, por último, *v_i* la velocidad de recesión de la celda *i*. En cuanto al significado de los subíndices que acompañan a *y*, éstos representan la relación de velocidades al principio de la celda (*y_{i-1/2}*) y al final de la misma (*y_{i+1/2}*).

El procedimiento para calcular la profundidad óptica producida por el paso de la radiación a través de un pincho es el siguiente: para una celda *i* se calcula el valor de absorción que provoca en cada píxel *j*. A continuación se toma la celda *i + 1* y se calcula de nuevo la absorción que se observará en cada píxel *j*, sumando el resultado a los valores de absorción en cada píxel que calculamos con la celda anterior. Este proceso lo repito con todas las celdas, obteniendo entonces que la absorción en cada píxel corresponde a la suma de los efectos de todas las celdas que componen el pincho.

Antes de construir el código es necesario tener en cuenta las condiciones de contorno.

Supongamos que tomamos una celda en el extremo (por ejemplo, $i = 2$). En nuestro cálculo, en esta celda posiblemente se observasen los efectos de otras celdas contiguas, pero no de las lejanas. Sin embargo, al estar en un extremo, estos efectos únicamente podrían proceder de las celdas a su derecha. En cambio, una celda situada en el centro de nuestro pincho recibirá "influencia" tanto de las celdas a la derecha como a la izquierda. Para solventar este problema, se deberían "crear" celdas a la izquierda de $i = 2$, pero para estas celdas tendríamos el mismo problema. Inevitablemente nuestro "pincho" tiene una dimensión finita que, de alguna forma, tenemos que intentar modelar como infinita. Para ello se introducen las condiciones de contorno periódicas, interconectando las celdas de los extremos. Así, en la celda $i = 2$ no sólo podrán observarse las absorciones debido a celdas a su derecha ($i = 3, 4, 5...$) sino también las celdas del final del pincho ($i = 1, 0, 1024, 1023, 1022...$) solucionando de este modo el problema. Para implementar las condiciones de contorno periódicas desplazaré el píxel sobre el cuál queremos calcular la profundidad óptica al centro del pincho y, tras calcular la profundidad óptica, desharé el traslado a su posición original.

A continuación se presenta el extracto del código Python creado para calcular la profundidad óptica mediante la Ecuación 19.

```

1     def Eq3(nhi_manual, h, OmegaM, OmegaK, OmegaL, z, box_length,
2           resolution, T, vlos):
3
4     nhi = nhi_manual # Sobreescribe nhi con el valor introducido
5
6     flu = 0.416
7     me = 9.1093837015*1e-28 # g
8     c = 3e5 # km/s
9     mH = (1.00797*931.494)*1e6 # eV/c^2
10    mH = 1.00784*931.494061e6 # eV/c^2
11    Kb = 8.617333262e-5 # eV/K
12    lambda_o = 1215.5e-8 # cm
13    e = 1.602176634e-19 * 2997924580 # statC = cm^(3/2)g^(1/2)s^(-1)
14
15    Ho = 100*h # Valor de H tal que la densidad es la densidad critica.
16           (km/s)/(Mpc)
           Hz = (np.sqrt((Ho**2)*(OmegaM*((1+z)**3) + OmegaK*((1 + z)**2) +

```

```

17         OmegaL)))*3.24e-20 # s(-1)
18
19 # Para agilizar calculos multiplico ya todas las constantes
20 cte = (np.pi*(e**2)*flu*lambda_o)/(me*c*1e5*Hz)

```

En primer lugar, definimos los valores de las constantes presentes en la ecuación y los agrupamos todos bajo el nombre de "cte". Hemos de recordar que la expresión para el cálculo de la profundidad está en el sistema *CGS* de unidades, de modo que debemos cambiar la carga eléctrica al SI. A continuación calculo las velocidades de recesión de cada celda, que serán equivalentes a la velocidad de cada píxel, utilizando una función previamente creada y definida.

```

1
2 # Velocidad de recesion de cada celda (v)
3 delta_x = box_length/resolution
4 x = np.arange(0 + delta_x/2, box_length + delta_x/2, box_length/
5 resolution)
6 delta_v = cMpcToV(delta_x) # Esto es lo que cambia la velocidad de
7 una celda a otra (km/s)
8
9 Npix = 1024 # Numero de pixeles totales = Numero de celdas

```

Después he definido el rango de valores que tomará el índice i , donde $resolution = 1024$. Seguidamente creo un array de valores nulos donde se irán sobrescribiendo los resultados de cada iteración. Posteriormente se definen los cálculos que únicamente dependerán del índice i . Después fijo el rango de valores en el que iteraremos j (s_2), el cuál implementa las condiciones de contorno periódicas. El índice k denota la posición que ocupa el píxel j cuando se deshace el cambio de coordenadas, de modo que "tauexp[k]" llevará a cabo el cálculo y sumatorio de los resultados de cada píxel en su posición inicial. Cuando se ejecute este programa, para cada valor de i se calcularán 1024 valores de la profundidad óptica. Es decir, para cada celda calculamos la profundidad óptica que "imprime" en todos los píxeles que conforman el pincho.

```

1 """
2 Ahora calculo la profundidad optica.
3 Para todas las celdas vamos a explorar las 512 anteriores y las 511
4 siguientes, de manera que obtengamos todos los datos. Una vez que
5 hayamos calculado el efecto de una celda sobre todos los pixeles,

```

```

recolocamos cada j en su debido lugar.
5
6     """
7     s1 = np.arange(resolution)
8     tau_exp = np.zeros(Npix)
9     for i in s1:
10         s2 = np.arange(-512+i, 512+i, 1) # En funcion del valor de i.
11         b = np.sqrt(2*Kb*T[i]/mH)*c
12         vi_inicio = delta_v*(i)+vlos[i]
13         # velocidad al inicio de la celda + vlos[i] km/s
14         vi_final = delta_v*(i + 1)+vlos[i]
15         # velocidad al final de la celda + vlos[i] km/s
16         for j in s2:
17             vj = delta_v*(j + 0.5)
18             y_inicio = (vj - vi_inicio)/b
19             y_final = (vj - vi_final)/b
20             k = int(j % resolution)
21             tau_exp[k] += cte*nhi[i]*float(special.erf(y_inicio) -
22                                             special.erf(y_final))/2
23     return (tau_exp)

```


10. Anexo C: Figuras

En esta sección incluimos algunas figuras y gráficas que complementan el discurso expuesto en la sección de Resultados (S.5).

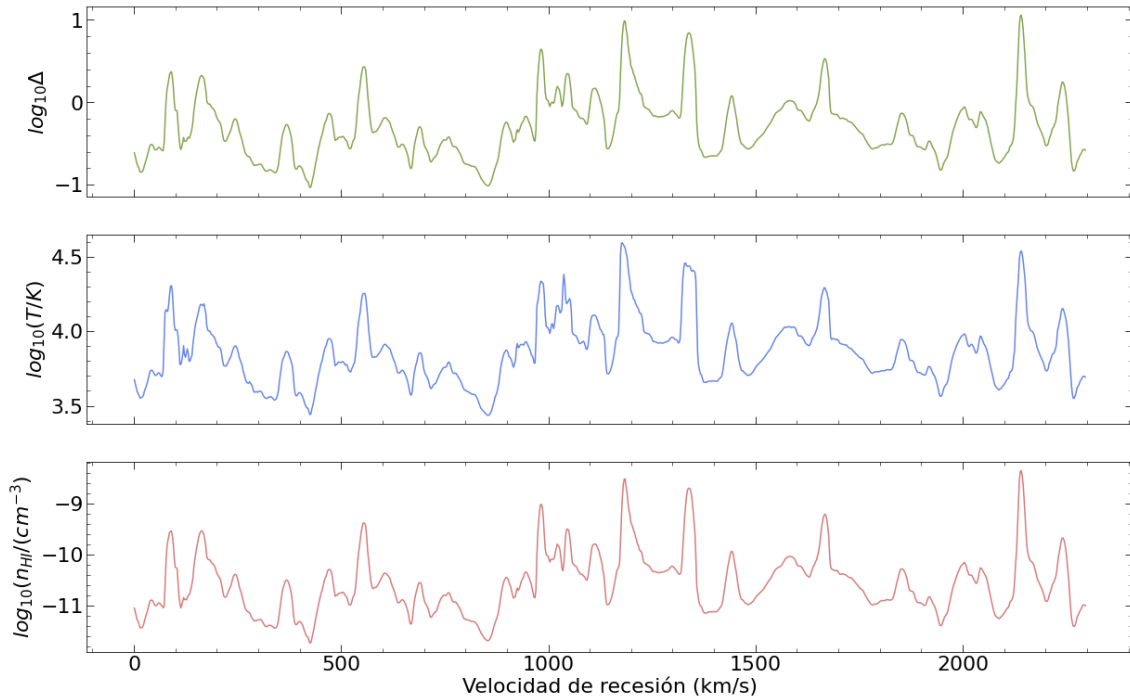


Figura 19: En estas gráficas representamos (de arriba a abajo) el logaritmo de la sobre-densidad (Δ), el logaritmo de la temperatura (T) y el logaritmo de valor de densidad de hidrógeno neutro por unidad de volumen (n_{HI}) para todas las celdas que conforman un pincho concreto. Notemos cómo las tres magnitudes están estrechamente relacionadas entre sí: cuando una de ellas experimente un pico, también lo harán las otras.

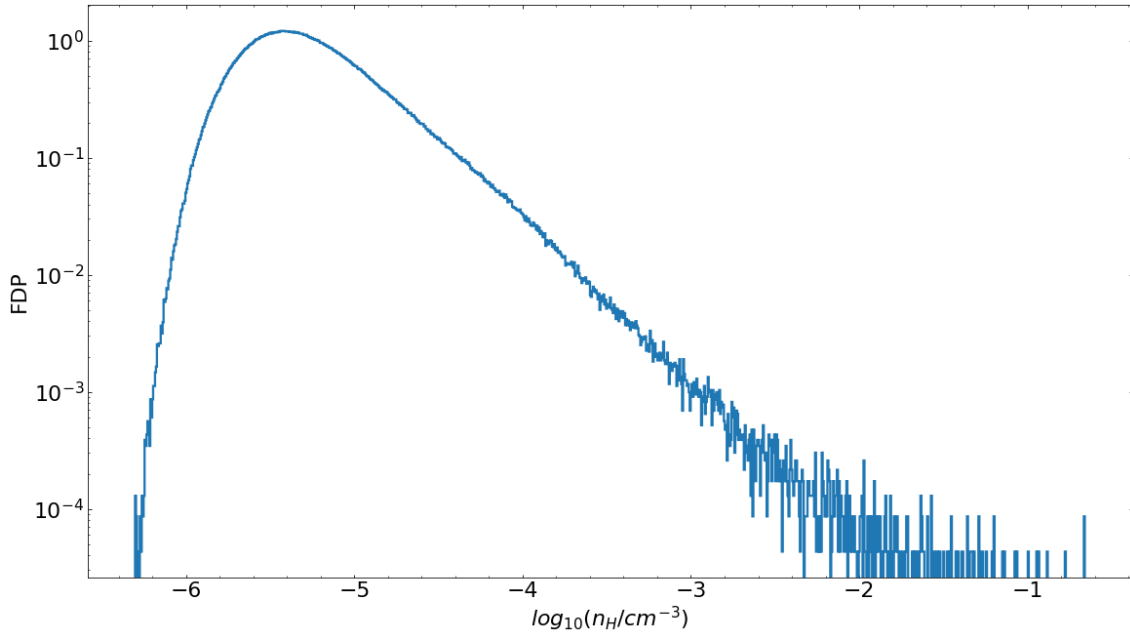


Figura 20: Función de densidad de probabilidad de la densidad volumétrica del hidrógeno total (tanto neutro como ionizado) (n_H). Notemos cómo el pico en frecuencia se encuentra entorno a $n_H \sim 10^{-5}$ partículas/cm³.

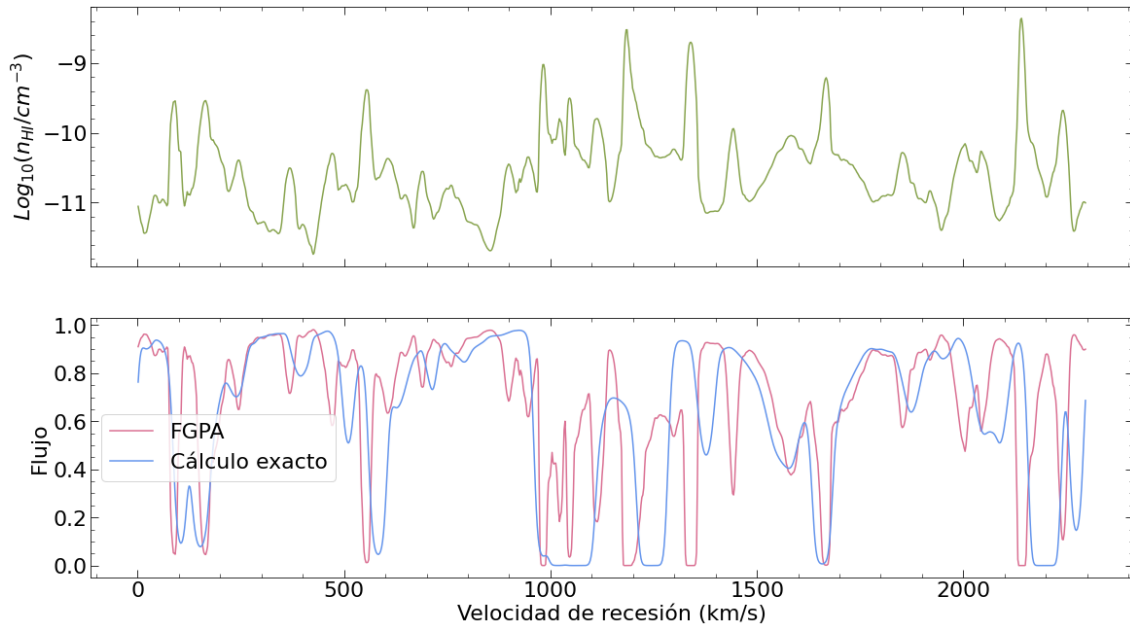


Figura 21: Representación gráfica de la distribución de densidades de hidrógeno neutro (n_{HI}) y del flujo resultante de un pincho utilizando el método aproximado FGPA (línea rosa) y el cálculo exacto (línea azul). Es posible notar los efectos producidos por la velocidad peculiar (desplazamiento de perfiles) y la temperatura (ensanchamiento de líneas) en el cálculo exacto en comparación con la FGPA.

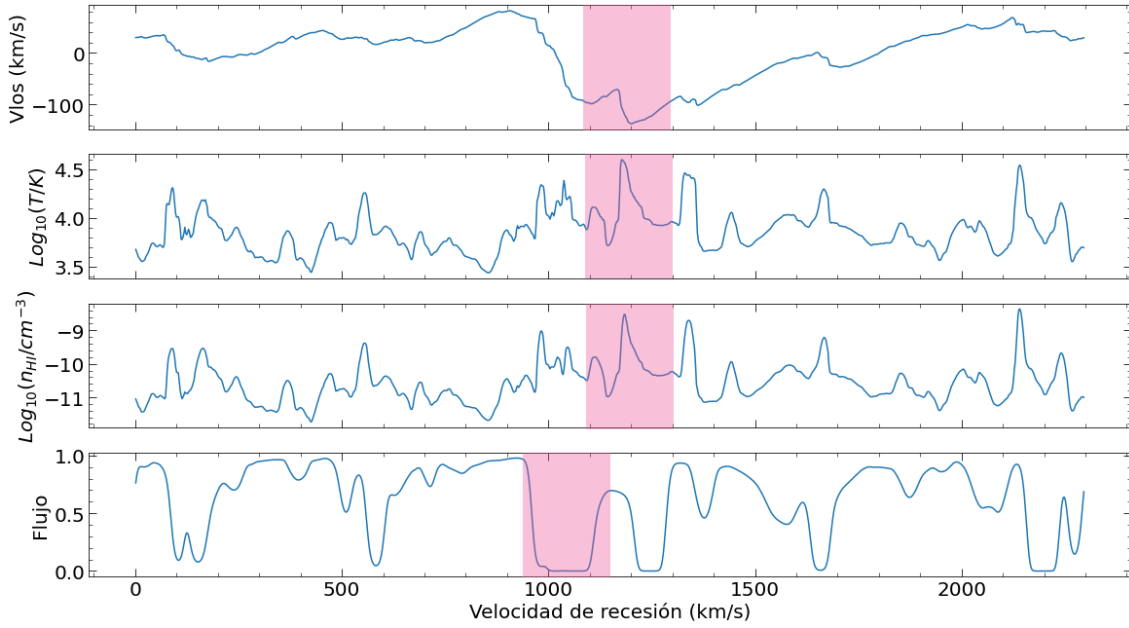


Figura 22: Representación gráfica de la velocidad peculiar (v_{los}), logaritmo de la temperatura (T), logaritmo de la densidad volumétrica de HI (n_{HI}) y flujo de todas las nubes que componen un pincho concreto. Algunas zonas se han resaltado en distintos colores para recalcar el efecto que la temperatura y velocidad propia producen sobre el espectro final.

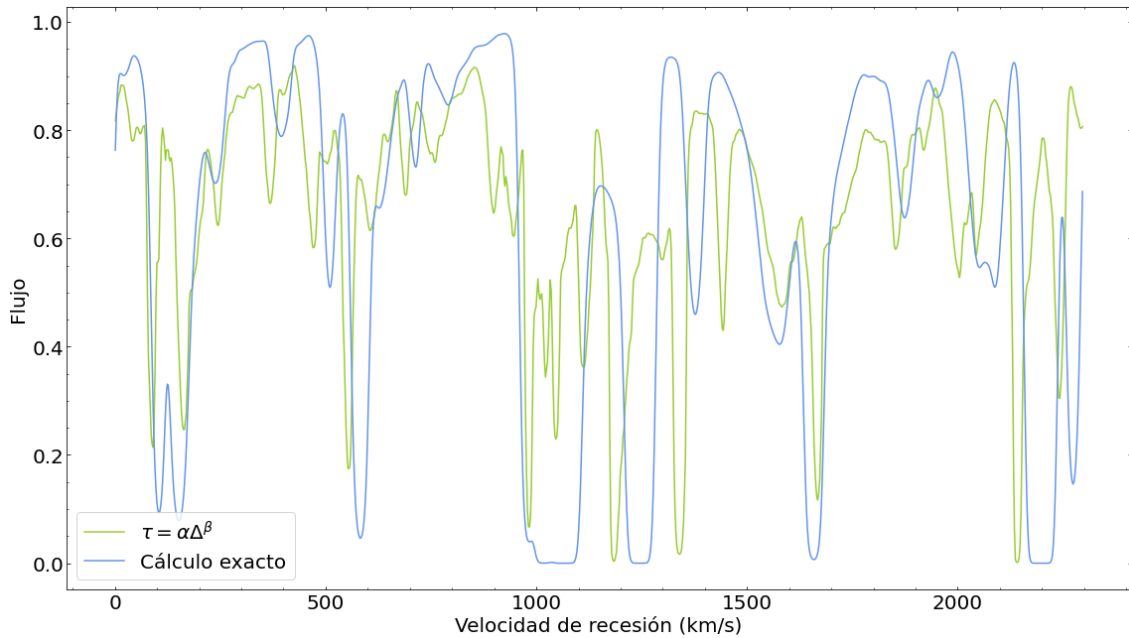


Figura 23: Flujo de las celdas que componen un pincho concreto calculado siguiendo el método exacto (azul) y el método del ajuste experimental (verde).

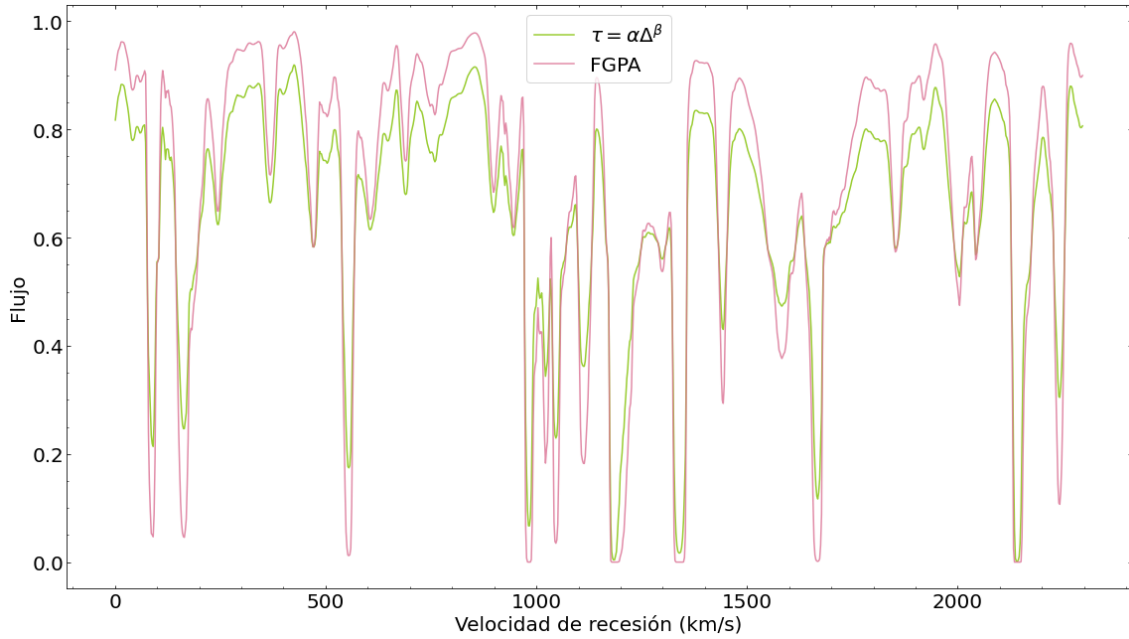


Figura 24: Flujo de las celdas que componen un pincho concreto calculado siguiendo el método *FGPA* (rosa) y el método del ajuste experimental (verde).

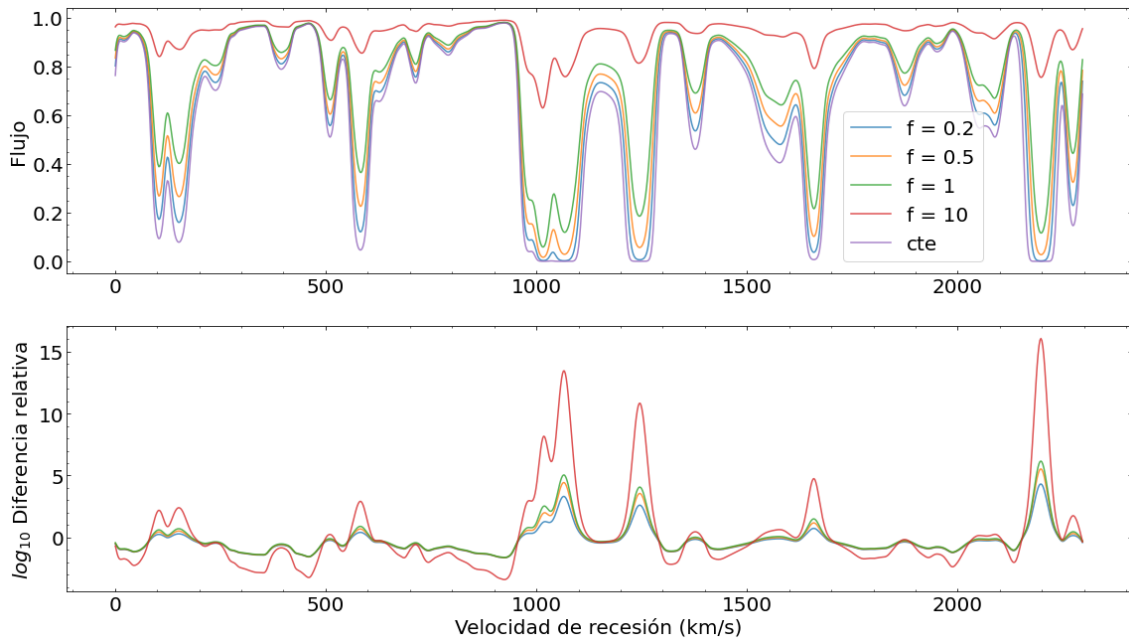


Figura 25: Representación gráfica del espectro de absorción para un pincho concreto tomando valores del factor de fluctuación (f) de 0 (línea morada), 0.2 (línea azul), 0.5 (línea naranja), 1 (línea verde) y 10 (línea roja) y de la diferencia relativa de todas ellas con el flujo tomando Γ constante.