

## PREDICCIÓN DE DELAMINACIONES MÚLTIPLES EN EL ENSAYO ILTS A TRAVÉS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL PMTE-SC EN ABAQUS

J. L. Guzmán, M. Muñoz-Reja\*, L. Távora, V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España  
Persona de contacto: mmunozreja@us.es

### RESUMEN

En el presente trabajo se modela el ensayo de resistencia a tracción interlaminar (ILTS por sus siglas en inglés) utilizando una formulación general del Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita aplicado al Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (CCFFM+LEBIM). Esta formulación está basada en el Principio de Energía Total Mínima bajo una Condición de Tensión (PMTE-SC) y está implementada mediante un script de Python que llama al código comercial FEM Abaqus®. El PMTE-SC minimiza el funcional de la energía total (energía potencial más energía disipada), empleando un procedimiento de pasos de carga, en la posible región de fallo dada por el criterio tensional de todas las posibles configuraciones de grietas. Una ventaja de PMTE-SC es que la Energía Total es convexa cuando se separa el campo de desplazamientos y la variable daño, permitiendo resolver este problema mediante un esquema adecuado de minimización. Los ensayos ILTS utilizan probetas en forma curva de L hechas de material compuesto, donde el laminado puede tener diferentes secuencias de apilado. En los ensayos experimentales, se produce una delaminación casi instantánea en las interfaces, por lo que no es trivial determinar las zonas en las que se inicia la delaminación. Dadas sus características, el PMTE-SC permite analizar el inicio y propagación de las delaminaciones.

**PALABRAS CLAVE:** Modelo de Interfase Elástica-Lineal Frágil (LEBIM), Criterio Acoplado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM), resistencia a tracción interlaminar (ILTS), ABAQUS

### ABSTRACT

In the present research, an Inter-Laminar Tensile Strength (ILTS) test is modelled using a general formulation of the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics applied to the Linear Elastic Brittle Interface Model (CCFFM + LEBIM). The formulation is based on the Principle of Minimum Total Energy subjected to a Stress Condition (PMTE-SC) and implemented by means of a Python script that calls the commercial FEM code Abaqus®. The PMTE-SC includes a load-stepping procedure and minimizes the Total Energy functional (the sum of the Potential and Dissipated Energies) in the feasible failure regions given by the stress criterion. An advantage of PMTE-SC is that the Total Energy is convex when the displacements and the damage variable are taken separately. This feature allows solving the problem using a staggered scheme which is also referred to as Alternating Minimization Algorithms (AMA). The Inter-Laminar Tensile Strength (ILTS) test uses L-shaped composite coupons where the laminate may have different lay-up configurations. Experimental results show that almost instantaneous delaminations occur along the interfaces, so it is not trivial to determine the zones at which failure initiates. Due to the PMTE-SC nature, it allows to analyze the delaminations onset and propagation.

**KEYWORDS:** Linear Elastic Brittle Interface Model (LEBIM), Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics (CCFFM), Inter-Laminar Tensile Strength (ILTS), ABAQUS

### 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente la predicción del inicio y la propagación del daño en materiales frágiles sigue siendo un tema de interés debido a que la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (LEFM por sus siglas en inglés) sólo puede explicar la propagación de grietas suficientemente grandes [1, 2]. Por otro lado, los modelos no clásicos de la mecánica de la fractura, como por ejemplo, los modelos de zonas cohesivas, todavía mantienen algunos problemas computacionales para predecir el inicio o propagación del daño en algunos casos [3, 4]. Por esta razón, el Criterio Aco-

plado de la Mecánica de la Fractura Finita (CCFFM por sus siglas en inglés) es una alternativa tanto a los métodos clásicos como a los actuales para predecir la fractura en materiales frágiles donde otros métodos tienen dificultades teóricas y prácticas.

La teoría del CCFFM se basa en la aparición del daño de forma instantánea (debido a la combinación de defectos o microfisuras del material) para un valor específico de carga. Por tanto, este criterio no asume que el crecimiento de grieta sea infinitesimal en todo momento, tal y como mantiene la hipótesis de Griffith, sino que permite predecir el inicio de la fractura como un segmento

finito de grieta en un instante determinado. El CCFFM fue presentado por primera vez por Leguillon [5], donde estableció que para que una grieta se inicie se deben satisfacer simultáneamente, el criterio tensional y el criterio energético. Estos criterios de fractura usualmente se utilizaban por separado en materiales frágiles y cuasi-frágiles, debido a que el primero se utiliza normalmente para predecir la fractura sin singularidades de tensión y el segundo se destina a estudiar la propagación del daño en presencia de grietas. Para respaldar la hipótesis de Leguillon sobre el CCFFM, los trabajos [5, 6, 7, 8, 9, 10], entre otros, han presentado evidencias experimentales acordes con este criterio.

Tradicionalmente, el CCFFM ha sido aplicado mediante la obtención de la Tasa de Liberación de Energía (ERR por sus siglas en inglés), en la zonas donde el daño es viable, debido a que la variación de energía potencial producida cuando se forma una nueva superficie se puede obtener integrando la ERR en la misma superficie. Sin embargo, esto sólo es posible en casos donde se conozca a priori la trayectoria del daño o el criterio tensional puede trazar con fiabilidad esta trayectoria. En aquellos casos donde no es conocido el camino de la grieta o el criterio tensional predice más de una posible grieta, la minimización de la energía potencial puede ser compleja. Por esta razón, Mantič [11] presentó una nueva propuesta basada en el Principio de Mínima Energía Total bajo a una Condición de Tensión (PMTE-SC por sus siglas en inglés). En esta propuesta, el criterio acoplado se expone mediante un procedimiento más general, donde el criterio energético se calcula a partir de la energía de deformación almacenada antes y después de la fractura finita.

El PMTE-SC ha demostrado ser una herramienta numérica bastante estable debido a su implementación computacional general que incluye un procedimiento de pasos de carga, que permite analizar en cada paso y de manera eficiente diferentes trayectorias de la grieta. Además, la energía total se puede formular como dos funciones convexas por separado en términos de los campos de desplazamiento y de daño, lo que permite aplicar algoritmos de optimización eficientes y estables para minimizar la energía total.

Los autores han desarrollado un algoritmo del PMTE-SC, basado en [11], utilizando el código comercial de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) Abaqus® para predecir la aparición y propagación de grietas en interfaces tipo Winkler (muelles). Las interfaces son modeladas a través del Modelo de Interfase Elástica-Lineal Frágil (LEBIM por sus siglas en inglés) estudiadas en trabajos anteriores por los autores [12, 13, 14].

Este algoritmo ha resuelto problemas sencillos de una y dos grietas en interfaces frágiles que se propagan en modo I [15]. En este trabajo se presenta un caso de múltiples interfaces donde la fractura se produce en varias de estas

a la vez y de forma casi instantánea.

## 2. PRESENTACIÓN DEL PMTE-SC

El PMTE-SC emplea un procedimiento de pasos de tiempo donde minimiza el funcional de la energía total, es decir, la suma de la energía potencial y la energía disipada en la región donde son posible todas las configuraciones del daño proporcionada por el criterio tensional, en cada paso de tiempo, tal y como se describe en [11]:

$$\min_{\Delta a \in A_\sigma} \Delta \Pi(\Delta a) + \Delta R(\Delta a), \quad (1)$$

donde  $\Delta \Pi(\Delta a)$  es la energía potencial del sistema y  $\Delta R(\Delta a)$  es la energía disipada en un avance del daño en la interfase  $\Delta a$  (nueva superficie de grieta en la interfase).  $A_\sigma \subset \Gamma_c$  es el conjunto de todos los puntos de interfase ( $\Gamma_c$ ) donde se satisface el criterio (puntual) tensional definido como:

$$\sigma(x) \geq \sigma_c \quad \forall x \in A_\sigma, \quad (2)$$

donde  $\sigma(x)$  es la tensión en cada punto  $x$  de la interfase y  $\sigma_c$  la resistencia a tracción de las mismas. Cabe señalar, que esta forma de representar el criterio tensional es esquemática y que no recoge la posibilidad de una fractura en modo mixto. Sin embargo, para profundizar en las posibilidades de la formulación del criterio acoplado en interfaces frágiles se puede consultar [16, 17, 15]. Además, es importante resaltar que el criterio tensional definido en (2) debe ser evaluado antes del avance de grieta y ofrece como el resultado el conjunto  $A_\sigma$  que representa todos los posibles daños  $\Delta a$  dentro de las interfaces del modelo. La idea principal de esta formulación es que la nueva superficie de fractura sólo puede aparecer en aquellas regiones donde aparecen tensiones suficientemente altas antes de que ocurra el daño (es decir que cumplan el criterio tensional).

## 3. ENSAYO ILTS

El ensayo ILTS se usa para obtener la resistencia a flexión de una probeta con alta curvatura de un laminado de material compuesto de fibra continua. El ensayo se realiza con un utillaje de flexión a cuatro puntos que aplica una carga puramente flectora a la parte curva de la probeta. Para ello, esta máquina dispone de cuatro rodillos en contacto con la probeta que giran libremente. En la Figura 1 se muestra un esquema del ensayo.

La carga  $P$  que aplica la máquina tiene una relación no-lineal con el desplazamiento  $\Delta$  de la mordaza superior. Esto se debe al efecto de la presencia de grandes desplazamientos durante el ensayo. Al llegar a la carga máxima se inicia el mecanismo de fallo que produce la(s) delaminación(es) que se refleja en una caída abrupta de la carga.

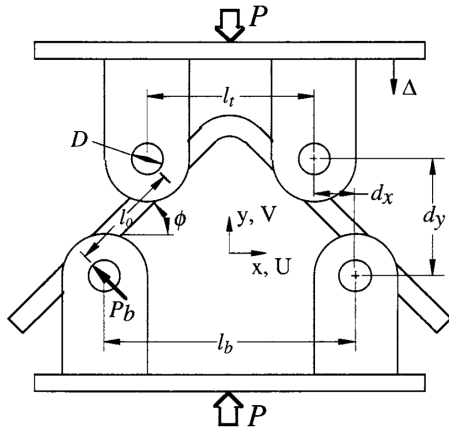


Figura 1: Esquema del ensayo [18]

En el caso de un laminado unidireccional (UD), el único mecanismo de fallo son las delaminaciones entre las láminas.

Dos de las normas más aceptadas que regulan la probeta, maquinaria, calibración, procedimiento, condiciones, validez e informes del ensayo son [18, 19]. En ellas se define cómo obtener propiedades de interés, como el momento por unidad de espesor de la probeta o la máxima tensión interlaminar o, en inglés, “Interlaminar Tensile Strength” (ILTS), cuyas siglas le dan nombre al ensayo. En la literatura también se refiere a este ensayo como problema de “unfolding”. En general, se puede asumir que los rodillos apoyan suficientemente lejos uno del otro, y también lejos de la zona curva, como para asumir que en la zona curva la solicitación es fundamentalmente una flexión pura.

#### 4. DETALLES DEL MODELO FEM DEL ENSAYO ILTS

El modelo consta de 45000 elementos tipo CPE4 de Abaqus, este elemento tiene cuatro nodos e incluye la formulación de deformación plana. También, se asume la hipótesis de pequeños desplazamientos, que es adecuada en este ensayo ya que se está modelando el inicio de la fractura para una malla lo suficientemente fina. Además, se aplica simetría y se simplifica la manera en la que se aplica la carga exterior: se omiten los rodillos y se usa un par aplicado en el extremo recto. Al no haber rodillos, el extremo recto se hace significativamente más corto, ver esquema en Figura 2.

Para este estudio se ha considerado una probeta de 16 láminas. Sin embargo, con el afán de poder describir adecuadamente la evolución del incremento de energía total en los primeros pasos del carga, y así estudiar la minimización realizada por el algoritmo, únicamente se han modelado con LEBIM dos interfases del ensayo; las que

se observan en los ensayos reales que se delaminan en primer lugar.

En la Figura 2 se muestra un esquema del fallo de estas dos interfases. La primera grieta aparecerá con una longitud  $a_1$  medida desde el plano de simetría, y a medida que el momento aplicado aumenta, aparece una grieta secundaria, a la altura del vértice de la primera grieta, posicionada entre  $a_2^-$  y  $a_2^+$ , con una longitud  $a_2^+ - a_2^-$ . La magnitud  $a_2^-$  mide la distancia entre el plano de simetría y el extremo más cercano de la grieta secundaria. Análogamente ocurre con el extremo lejano para la magnitud  $a_2^+$ .

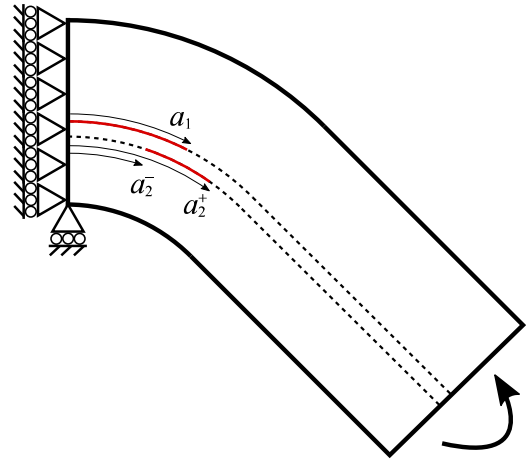


Figura 2: Esquema del modelo FEM del ensayo ILTS

#### 5. RESULTADOS

Para analizar la capacidad de minimización del algoritmo utilizado para el PMTE-SC, se ha estudiado la energía de deformación almacenada en cada paso del ensayo ( $\Pi$ ) más la energía disipada en cada posible fractura nueva de la interfase ( $\Delta R$ ). Hay que destacar que el código explora, en cada paso de carga, varias posible fracturas finitas que define el criterio tensional, y cuya energía de deformación inicial  $\Pi_0$  es la misma para todas ellas. Por esta razón minimizar  $\Pi + \Delta R$  es equivalente a minimizar  $\Delta \Pi + \Delta R$ .

En la Figura 3 se puede observar este balance energético para una posible longitud de grieta principal ( $a_1$ ), medida en grados ( $^\circ$ ) desde el plano de simetría, a medida que el código avanza aumentando la carga en cada paso. Nótese que para  $a_1 > 45^\circ$  el vértice de la grieta se encontraría en la zona recta, y  $1^\circ$  sería equivalente a  $\frac{R}{360}$  unidades de longitud, donde  $R$  representa la posición del radio de la interfase estudiada.

En la Figura 3, los puntos marcados con asteriscos son resultados obtenidos con el algoritmo, y las curvas punteadas son una interpolación de estos puntos. Se observan tres curvas que corresponden a diferentes cargas externas

aplicadas. En el escenario con la carga más pequeña, la curva azul, el balance energético para la posible grieta  $a_1$ , propuesta por el criterio tensional, es mayor que cero y el mínimo se produce para un tamaño de grieta  $a_1 = 0^\circ$ , con lo que la fractura finita no se produce. Lo mismo ocurre para la segunda curva representada en amarillo donde la carga aplicada es mayor. Sin embargo, para la última curva representada en verde, el balance energético es menor que cero, ofreciendo en mínimo para un salto de grieta de  $2^\circ$ . Por tanto, en el siguiente paso de carga, estos elementos estarán dañados.

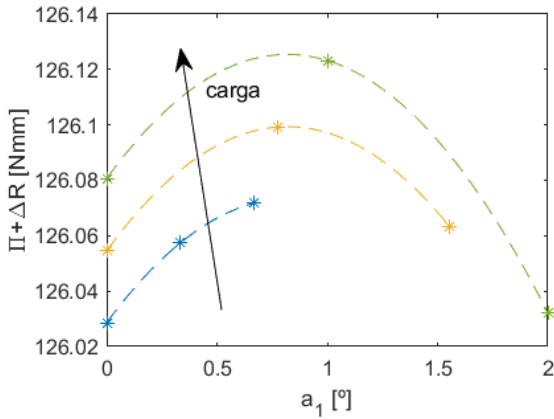


Figura 3: Iteraciones para encontrar el primer paso de carga con daño

Para entender la propagación del daño en las dos interfaces del modelo se describe el crecimiento del daño y la energía del sistema en la Figura 4. Se representan dos magnitudes con respecto a la longitud de grieta principal. El eje de ordenadas a la izquierda representa la distancia  $a_2^+$  y  $a_2^-$ , ambas en azul; mientras que el de la derecha muestra la energía total, la elástica más la disipada, en rojo.

A partir del primer fallo que se produce para  $a_1 = 2^\circ$ , se observa que la grieta crece hasta los  $a_1 \approx 14^\circ$ . En el siguiente punto, la grieta principal vuelve a crecer y además aparece una grieta secundaria cuyo crecimiento está asociado al aumento de la posición de su extremo derecho ( $a_2^+$ ) y a la disminución de la posición de su extremo izquierdo ( $a_2^-$ ). A partir de este punto, se observa que  $a_2^+$  crece y  $a_2^-$  decrece, ambas de forma monótona, puesto que el daño es irreversible. Por otro lado, también se observa que una vez que se inicia el fallo, la energía total siempre disminuye. Esto se debe a la naturaleza del ensayo, puesto que el daño se propaga de forma inestable y la energía decrece rápidamente.

En la Figura 5 se muestra la evolución del daño en el modelo. En orden, las imágenes representadas son los tres primeros pasos de carga que presentan daño y el último que se representa en la Figura 4. La simulación finaliza cuando la carga a la que se produce el daño deja de dañar

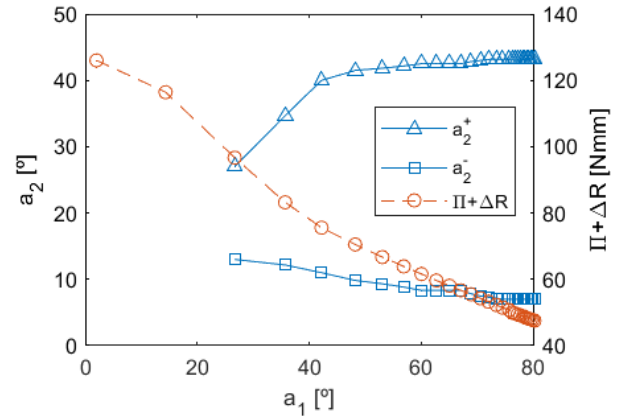


Figura 4: Longitud de grieta secundaria  $a_2$  y energía de deformación  $\Pi$  más energía disipada  $\Delta R$  respecto de la longitud de la grieta principal

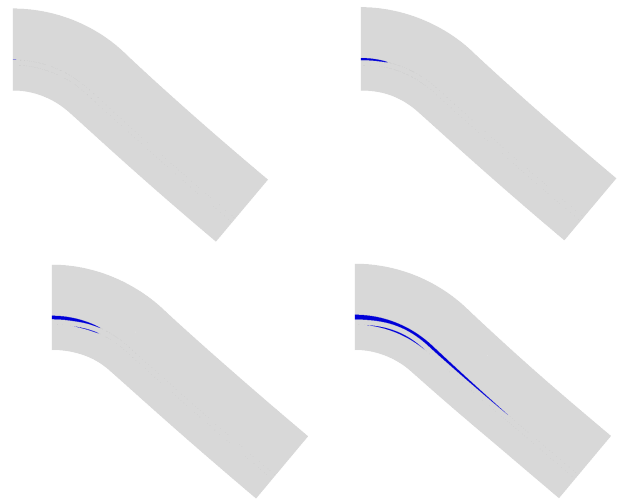


Figura 5: Evolución de la delaminación en interfaces principal y secundaria

elementos al recalcar. Esto ocurre porque a medida que la delaminación principal se adentra en la zona recta es necesario aumentar la carga externa para que el daño siga propagándose. Por otro lado, se observa que los primeros avances finitos de las grietas son de mayor tamaño que las sucesivas. Por último, en la Figura 6 se muestra un detalle de la malla para el tercer paso de carga en el que se ha producido daño.

## 6. CONCLUSIONES

Se han presentado los resultados numéricos de delaminación del ensayo ILTS a través de un algoritmo computacional basado en el PMTE-SC aplicado a interfaces LE-BIM utilizando código comercial basado en FEM. Estos procedimientos abren nuevas posibilidades para estudiar

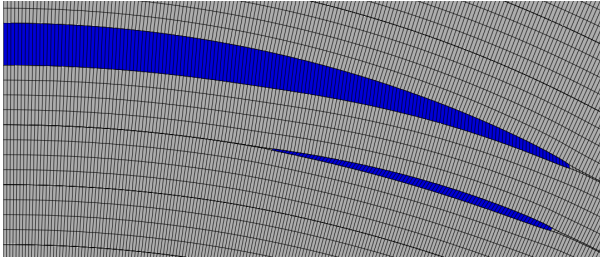


Figura 6: Detalle de la malla en la primera fractura finita de la grieta secundaria

el inicio y la propagación de grietas a lo largo de las interfaces para problemas complejos cuya minimización de la energía puede resultar difícil. Además, este método predice una generación instantánea de grietas sin la necesidad de un crecimiento del fallo de forma infinitesimal ya que el PMTE-SC se enmarca dentro del CCFFM. Este algoritmo tiene la capacidad de permitir la aparición de varias grietas a la vez en un mismo problema como se ha mostrado en el ensayo estudiado.

## AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha contado con el apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Proyectos PGC2018-099197-B-I00 y PID2021-123325OB-I00) y de la Junta de Andalucía y el Fondo Social Europeo (Proyecto P18-FR-1928).

## REFERENCIAS

- [1] E. E. Gdoutos. *Fracture Mechanics*. Springer, Dordrecht, 2005.
- [2] A. Carpinteri. *Fracture and Complexity*. Springer, Dordrecht, 2021.
- [3] K. Park and G.H. Paulino. Cohesive zone models: A critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 64(6):1–20, 2011.
- [4] A. Needleman. Some Issues in Cohesive Surface Modeling. *Procedia IUTAM*, 10:221–246, 2014.
- [5] D. Leguillon. Strength or toughness? a criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21:61–72, 2002.
- [6] D. Taylor, P. Cornetti, and N. Pugno. The fracture mechanics of finite crack extension. *Engineering fracture mechanics*, 72:1021–1038, 2005.
- [7] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, and D. Taylor. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:2021–2033, 2006.
- [8] P. P. Camanho, C. G. Davila, and M. F. de Moura. A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 43(8):1219–1225, 2012.
- [9] A. Sapora, P. Cornetti, A. Carpinteri, and D. Firrao. An improved Finite Fracture Mechanics approach to blunt V-notch brittle fracture mechanics: Experimental verification on ceramic, metallic, and plastic materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 78:20–24, 2015.
- [10] A. Doitrand and A. Sapora. Nonlinear implementation of Finite Fracture Mechanics: A case study on notched Brazilian disk samples. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 119:103245, 2020.
- [11] V. Mantič. Prediction of initiation and growth of cracks in composites. Coupled stress and energy criterion of the finite fracture mechanics (Keynote Lecture). In *16th European Conference on Composite Materials, ECCM 2014*, 2014.
- [12] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, J. Cañas, and F. París. Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials. an application to composite interlaminar fracture toughness test. *CMES-Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 58(3):247–270, 2010.
- [13] L. Távara, V. Mantič, E. Graciani, and F. París. BEM analysis of crack onset and propagation along fiber-matrix interface under transverse tension using a linear elastic-brittle interface model. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 35:207–222, 2011.
- [14] V. Mantič, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani, and F. París. A linear elastic - brittle interface model: Application for the onset and propagation of a fibre-matrix interface crack under biaxial transverse loads. *International Journal of Fracture*, 195:15–38, 2015.
- [15] M. Muñoz Reja, V. Mantič, and L. Távara. Comparative analytical study of the coupled criterion and the principle of minimum total energy with stress condition applied to linear elastic interfaces. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 119:103274, 2022.
- [16] M. Muñoz Reja, P. Cornetti, L. Távara, and V. Mantič. Interface crack model using finite fracture mechanics applied to the double pull-push shear test. *International Journal of Solids and Structures*, 188–189:56–73, 2020.
- [17] M. Muñoz Reja, P. Cornetti, L. Távara, and V. Mantič. A numerical implementation of the Coupled Criterion of Finite Fracture Mechanics for elastic interfaces. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 108, 2020.
- [18] ASTM. Standard test method for measuring the curved beam strength of a fiber-reinforced polymer-matrix composite. D 6415/D 6415M - 22, 2022.
- [19] ASTM. Fibre reinforced plastic. AITM1-0069, 2009.