

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Instrumentación y calibración de la barra de un sillín de bicicleta para la medición de fuerzas y momentos

Autor: Manuel Hernández Rojo

Tutores: Víctor Manuel Chaves Repiso

Ezequiel Martín-Sosa

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2023



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Instrumentación y calibración de la barra de un sillín de bicicleta para la medición de fuerzas y momentos

Autor:

Manuel Hernández Rojo

Tutores:

Víctor Manuel Chaves Repiso

Ezequiel Martín-Sosa

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2023

Trabajo Fin de Grado: Instrumentación y calibración de la barra de un sillín de bicicleta para la medición de fuerzas y momentos

Autor: Manuel Hernández Rojo

Tutores: Víctor Manuel Chaves Repiso
Ezequiel Martín-Sosa

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2023

El Secretario del Tribunal

Índice

1. Introducción.	1
2. Galgas extensométricas. Puentes de Wheatstone. Relación tensión-deformación.	3
2.1. Galgas extensométricas.	3
2.2. Puentes de Wheatstone.	4
2.2.1. Principio de funcionamiento.	4
2.2.2. Posibles configuraciones.	5
2.3. Cálculo de la relación entre tensores de esfuerzos y deformaciones.	7
3. Localización y número de galgas. Obtención de la matriz teórica.	13
3.1. Problema teórico aplicado a la barra del sillín.	13
3.2. Localización y número de galgas. Matriz teórica.	21
4. Adhesión y cableado de galgas. Tratamiento de la señal.	31
4.1. Adhesión y cableado de galgas.	31
4.1.1. Preparación superficial. Proceso de adhesión.	31
4.1.2. Estañado de los terminales.	36
4.1.3. Conexión del cableado.	37
4.2. Tratamiento de la señal y ajuste de amplificación.	39
4.2.1. Alimentación del circuito.	42
4.2.2. Adquisición de la señal.	42
4.2.3. Procesamiento de la señal.	44
4.2.4. Almacenamiento de datos.	44
4.2.5. Ajuste de los amplificadores.	44
4.2.6. Diseño de los circuitos impresos.	48
5. Calibración del dispositivo. Obtención de la matriz experimental.	50
5.1. Obtención de la matriz de calibración experimental.	64
6. Comprobación de la matriz de calibración.	73
7. Discusión y conclusiones.	78
7.1. Discusión.	78
7.2. Conclusiones. Líneas futuras.	79
Referencias.	80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros de la sección de la tija del sillín de la bicicleta.	18
Tabla 2. Intervalos de operación propuestos.	20
Tabla 3. Micro deformaciones en cada uno de los puntos de interés.	22
Tabla 4. Puentes para la medición de deformaciones debidas a tensiones normales.	22
Tabla 5. Deformaciones relativas a tensiones tangenciales en cada una de las galgas.	24
Tabla 6. Puentes propuestos para las deformaciones debidas a tensiones tangenciales.	25
Tabla 7. Señales para la medición de cortante y torsor.	25
Tabla 8. Señales puente completo para la medición de cortante y torsor.	26
Tabla 9. Señales para la medición de cortante y torsor.	27
Tabla 10. Resultados esperados.	27
Tabla 11. Comparativa de las opciones.	28
Tabla 12. Conexiones seleccionadas.	28
Tabla 13. Intervalos estudiados para los flectoes.	45
Tabla 14. Intervalos estudiados para el axil.	45
Tabla 15. Intervalos estudiados para los cortantes en conexión de medio puente.	46
Tabla 16. Intervalos estudiados para el torsor en conexión de medio puente.	46
Tabla 17. Intervalos estudiados para los cortantes en conexión de puente completo.	46
Tabla 18. Intervalos estudiados para el torsor en conexión de puente completo.	46
Tabla 19. Resumen conexiones a realizar y ganancia empleada.	47
Tabla 20. Comparativa entre los intervalos buscados y los conseguidos.	47
Tabla 21. Resultados de la prueba 1, secuencia 1.	52
Tabla 22. Resultados de la prueba 1, secuencia 1 (continuación).	52
Tabla 23. Resultados de la prueba 1, secuencia 1.	53
Tabla 24. Resultados de la prueba 2, secuencia 1 (continuación).	53
Tabla 25. Resultados de la prueba 1, secuencia 1.	55
Tabla 26. Resultados de la prueba 1, secuencia 1.	55
Tabla 27. Recordatorio ecuaciones puentes de Wheatstone.	56
Tabla 28. Ajuste del valor de offset de la prueba 2.	56
Tabla 29. Resultados de la prueba 2, secuencia 1.	58
Tabla 30. Resultados de la prueba 2, secuencia 1 (continuación).	58
Tabla 31. Resultados de la prueba 2, secuencia 2.	59
Tabla 32. Resultados de la prueba 2, secuencia 2 (continuación).	59
Tabla 33. Resultados de la prueba 3, secuencia 1.	61

Tabla 34. Resultados de la prueba 3, secuencia 1 (continuación).	61
Tabla 35. Resultados de la prueba 3, secuencia 2.	62
Tabla 36. Resultados de la prueba 3, secuencia 2 (continuación).	62
Tabla 37. Valores obtenidos para la calibración de K_{i1} .	65
Tabla 38. Valores obtenidos para la calibración de K_{i5} .	66
Tabla 39. Valores obtenidos para la calibración de K_{i6} .	67
Tabla 40. Valores obtenidos para la calibración de K_{i2} .	68
Tabla 41. Valores obtenidos para la calibración de K_{i3} .	69
Tabla 42. Valores obtenidos para la calibración de K_{i4} .	70
Tabla 43. Valores obtenidos para la calibración de K_{i4} (segunda opción).	71
Tabla 44. Resumen de la secuencia correspondiente a la prueba 1.	74
Tabla 45. Resumen de los resultados obtenidos en la prueba 1.	75
Tabla 46. Resumen de la secuencia correspondiente a la prueba 2.	76
Tabla 47. Resumen de los resultados obtenidos en la prueba 2.	77
Tabla 48. Valores máximos (absolutos) detectados durante la prueba 2.	77

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1-1. Galga extensométrica uniaxial. Ilustración obtenida de [18].	3
Figura 2.2-1. Puente de Wheatstone. Ilustración obtenida de [18].	4
Figura 2.2-2. Configuración de cuarto de puente.	5
Figura 2.2-3. Configuraciones para medio puente.	5
Figura 2.2-4. Configuración de puente completo.	6
Figura 2.3-1. Sistema de referencia de ejes principales y esfuerzos internos del modelo de Resistencia de Materiales.	7
Figura 2.3-2. Ilustración de los esfuerzos y momentos distribuidos por la barra.	7
Figura 3.1-1. Sistema de referencia utilizado para el sillín.	13
Figura 3.1-2. Esquema de la sección y sus ejes.	14
Figura 3.1-3. Vector s_1 para el cortante en Y (rojo) y vector s_2 para el cortante en Z (azul).	15
Figura 3.1-4. Estado tensional debido a los cortantes.	16
Figura 3.1-5. Estado tensional del momento torsor.	17
Figura 3.1-6. Resultados obtenidos por D. Sien et al. [16].	20
Figura 3.2-1. Puntos de interés de la sección.	21
Figura 3.2-2. Deformación asociada a tensiones normales y estrategia de medición.	21
Figura 3.2-3. Configuración de los puentes para axil -derecha- y flectores -izquierda-.	22
Figura 3.2-4. Representación de las tensiones máximas en una roseta R_x .	23
Figura 3.2-5. Configuración de puentes completos. Ilustración obtenida de [18].	26
Figura 4.1-1. Galgas seleccionadas para el proyecto.	31
Figura 4.1-2. Tija disponible antes de la preparación.	31
Figura 4.1-3. Guía de ángulos.	32
Figura 4.1-4. Tija del sillín después del lijado y marcas guía.	32
Figura 4.1-5. Método para sacar las bandas de su protector. Ilustración tomada de [19].	33
Figura 4.1-6. Fijación barra-mesa durante el proceso de adhesión.	33
Figura 4.1-7. Localización de las galgas.	34
Figura 4.1-8. Adhesivo para galgas. Imagen tomada del datasheet del producto.	34
Figura 4.1-9. Uso del adhesivo elegido. Ilustración tomada de [19].	35
Figura 4.1-10. Aplicación de presión sobre la banda. Ilustración tomada de [19].	35
Figura 4.1-11. Galga extensométrica después de la adhesión y antes de retirar la cinta.	35
Figura 4.1-12. Proceso de retirada de la cinta adhesiva. Ilustración tomada de [19].	36
Figura 4.1-13. Roseta tras retirar la cinta adhesiva.	36
Figura 4.1-14. Galgas extensométricas tras el proceso completo de adhesión.	36
Figura 4.1-15. Conexión a tierra y pines.	37

Figura 4.1-16. Implementación del cableado.	38
Figura 4.2-1. Diagrama de la arquitectura del sistema.	39
Figura 4.2-2. Ejemplo de la arquitectura utilizada.	40
Figura 4.2-3. Alimentación del circuito.	42
Figura 4.2-4. Importancia de la ubicación de resistencias en paralelo.	43
Figura 4.2-5. Puentes de Wheatstone para axil y flectores. Galgas uniaxiales.	43
Figura 4.2-6. Puentes de Wheatstone para axil y flectores. Galgas uniaxiales.	43
Figura 4.2-7. Módulo SD.	44
Figura 4.2-8. Placa desarrollada para el ajuste de ganancias. Parte superior e inferior.	45
Figura 4.2-9. Placa definitiva para galgas uniaxiales.	48
Figura 4.2-10. Placa definitiva para rosetas.	49
Figura 4.2-11. Vista 3D de la placa para galgas uniaxiales.	49
Figura 4.2-12. Vista 3D de la placa para rosetas.	49
Figura 5-1. Mordaza para aplicar cargas excéntricas (izquierda) y nivel de burbuja (derecha).	50
Figura 5-2. Configuración elegida para calibrar axil y flectores.	51
Figura 5-3. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 1.	52
Figura 5-4. Configuración de 49 N y 15 cm de excentricidad en la secuencia 2.	53
Figura 5-5. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 2.	54
Figura 5-6. Configuración utilizada para la prueba 1, secuencia 3.	54
Figura 5-7. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 3.	55
Figura 5-8. Configuración elegida para la prueba 2, secuencia 1 y secuencia 2.	57
Figura 5-9. Imagen tomada durante la prueba 2, secuencia 1.	57
Figura 5-10. Resultados de la prueba 2, secuencia 1.	58
Figura 5-11. Resultados de la prueba 2, secuencia 2.	59
Figura 5-12. Configuración seleccionada para la prueba 3, secuencia 1.	60
Figura 5-13. Imágenes tomadas durante la prueba 3, secuencia 1.	60
Figura 5-14. Resultados de la prueba 3, secuencia 2.	61
Figura 5-15. Configuración de la prueba 3, secuencia 2.	62
Figura 5-16. Resultados de la prueba 3, secuencia 2.	63
Figura 6-1. Configuración seleccionada para la prueba 1 de la calibración.	73
Figura 6-2. Resultados obtenidos en la prueba 2 de la comprobación.	75
Figura 6-3. Configuración utilizada en la prueba 2.	76
Figura 6-4. Resultados de la comprobación 2.	77

1 INTRODUCCIÓN

El ciclismo es un deporte que, debido a sus múltiples ventajas, está cada vez más extendido en la sociedad. El auge del análisis biomecánico en la práctica del ciclismo puede deberse a varias razones. Una de esas razones es que el ciclismo es un deporte que puede practicarse tanto a nivel recreacional como profesional. La práctica del ciclismo también se aplica en procesos de rehabilitación debido al carácter poco lesivo de este deporte. Además, también se emplea como medio de transporte, promovándose el uso de la bicicleta desde las instituciones públicas, construyendo carriles bici o habilitando zonas de montaña para el uso de la bicicleta.

Dentro de los estudios biomecánicos en el ciclismo, hay diversos tipos. Estos pueden ser análisis cinemáticos - se estudia el movimiento del ciclista durante el pedaleo-, estudios dinámicos -analizan las fuerzas y momentos soportados por las articulaciones - y de estimación de fuerzas -buscan conocer las fuerzas que se ejercen sobre la bicicleta-. El análisis de las fuerzas que se aplican en la bicicleta puede ser de interés, pues permiten conocer cómo el ciclista interacciona con la bicicleta [1], ayuda a prevenir posibles lesiones [3,4], a una mejora del rendimiento [2] o incluso al análisis de asimetrías. Adicionalmente, la estimación de las fuerzas permite poder resolver el problema dinámico inverso.

La interacción entre el participante y la bicicleta se produce en tres puntos. Estos son los pedales, manillar y sillín. Los pedales son el punto de apoyo con los pies, encargados de transmitir el movimiento. Resulta interesante el estudio de dicha interacción para conocer los parámetros que influyen a la mejora de la práctica. Por otra parte, el manillar constituye el apoyo para los brazos del ciclista, por lo que es importante analizar cómo se distribuye el peso a lo largo de la bicicleta y estudiar qué postura es la más adecuada. El sillín, por último, representa el apoyo con mayores esfuerzos, pues la mayor parte del peso del ciclista recae sobre dicho punto.

La medición de esfuerzos en los pedales de la bicicleta es un problema resuelto mayoritariamente en el plano sagital, pero también existen trabajos que obtienen la fuerza aplicada a los pedales de manera tridimensional. E. Martín-Sosa et al. [6] logra medir en exterior de manera fiable las fuerzas a las que el pedal está sometido durante el pedaleo, usando galgas extensométricas. Los errores cometidos por el dispositivo de medición fueron menores al 3,5 %, similar a otros trabajos como el de R.R. Bini et al. [8].

En el caso del manillar destaca J. Vanwalleghem, quien en un primer trabajo [9] instrumenta un manillar usando 16 galgas extensométricas, herramienta muy extendida para este tipo de medición. Posteriormente, desarrolla un equipo similar de mayor precisión [10], tomando en cuenta más factores. Estos sistemas de medición únicamente proporcionan datos sólo de las fuerzas horizontal y vertical.

El sillín de la bicicleta es el tema de interés para este trabajo. Es una de las partes esenciales de la bicicleta, pues la mayor parte del peso recae sobre él. Sin embargo, la estructura y forma del sillín no presentan una comodidad total a los usuarios. Tanto es así, que se han realizado numerosos estudios para investigar qué geometría de sillín proporciona una mayor comodidad a los usuarios. Es por ello por lo que distintos autores, como B.D. Lowe et al. [11], R. Rodano et al. [12], o J.J. Potter et al. [13] han realizado investigaciones empleando mantas de presión.

Pese a que los estudios citados ofrecen resultados interesantes para la comodidad del ciclista, la labor de este trabajo es realizar una instrumentación capaz de medir las fuerzas y momentos ejercidos por el sillín de la bicicleta sobre el ciclista. Hasta donde llegan nuestros conocimientos, en este campo no existen demasiados artículos y trabajos que reproducen esta idea. Además, estos trabajos presentan ciertas limitaciones.

El principal problema que presentan estos dispositivos es que las deformaciones normales en la barra del sillín son muy bajas, por lo que suelen modificar la forma y peso del sillín añadiendo piezas extra o utillaje para conseguir una señal más fiable, ya que con esta pieza las deformaciones en el plano sagital se amplifican, consiguiendo unos resultados aceptables. Sin embargo, conseguir esa pieza es costoso, además de ser válida únicamente para el tipo concreto de sillín, pues se debe hacer coincidir las uniones tanto de la tija como del propio asiento. El uso de dicho utillaje está bastante extendido por la literatura [14, 15, 16], pero lo que se busca es diseñar un dispositivo que no necesite de ningún utillaje externo al del propio sillín, intentando conseguir una señal con la calidad suficiente como para producir un error aceptable.

Hay bastantes artículos donde el alcance de la medición se limita a las fuerzas normal y transversal respecto al ciclista, utilizando únicamente el dispositivo citado anteriormente [14, 15]. Es decir, los sensores únicamente miden dos componentes de los esfuerzos. Esto presenta algunos inconvenientes. Uno de estos inconvenientes es que, a pesar de que son las componentes de mayor orden de magnitud, la ausencia de medición de las componentes menos significativas puede contribuir a una malinterpretación de los resultados. Este problema es abordado por D. Sien et al. [16] donde, además de utilizar la pieza auxiliar para medir esfuerzos normales, ubica sensores en la tija o barra del sillín para los demás. Así, consigue de manera satisfactoria la medición precisa (con error menor al 3%) de todas las componentes que afectan al ciclista.

Otra visión es proporcionada por Y. Zhang et al. [17]. Emplea otro dispositivo distinto, diseñado por los propios autores, que mide las 6 componentes de las fuerzas. De nuevo se llega al mismo problema donde no se consigue diseñar un sistema que sea válido para cualquier bicicleta. Este dispositivo va insertado en la barra del sillín y está fijado por su parte externa, transmitiendo los esfuerzos a través de las zonas donde se encuentran las galgas.

Una vez analizados los trabajos existentes, se comprueba que el problema de instrumentación del sillín de bicicleta no está completamente resuelto y, debido a la gran importancia que tiene el campo de las mediciones en el ciclismo, resulta de interés abarcarlo. Los inconvenientes encontrados en los trabajos realizados sobre el estudio del sillín son varios. Muchos de los estudios existentes se limitan a la medición 2D de las fuerzas y momentos, por lo que no toman en cuenta componentes que, aunque a priori son de menor escala que los esfuerzos que sí son medidos, podrían tener un papel clave en el desempeño de la actividad del ciclismo. Otra desventaja es el uso de utillaje auxiliar, que desemboca en una medición indirecta de los esfuerzos. Este utillaje, como ya se ha explicado, modifica tanto la forma como el peso del sillín de la bicicleta además de aumentar considerablemente el precio.

Por tanto, habiendo analizado los inconvenientes encontrados en trabajos anteriores, en este trabajo se busca diseñar un dispositivo de medición basado en galgas extensométricas capaz de medir las 6 componentes de las fuerzas y momentos que provoca el ciclista en el sillín de la bicicleta. Además, este equipo se desarrolló con la premisa de ser adaptable y montable para cualquier bicicleta, por lo que no se hará uso de componentes externos para medir las fuerzas. Con esto se busca solucionar las desventajas observadas, además de reducir al máximo el coste de dicha instrumentación, consiguiendo un nivel aceptable de precisión.

2 GALGAS EXTENSOMÉTRICAS. PUENTES DE WHEATSTONE. RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN

En este apartado se introduce el concepto de galga extensométrica, además de analizarse las galgas seleccionadas. También se explican los cálculos para obtener la relación entre tensores de esfuerzos y de deformaciones, basados en la teoría de Resistencia de Materiales.

2.1 Galgas extensométricas.

Las galgas extensométricas están formadas por una matriz, también conocida como portadora, de material aislante -como por ejemplo poliamida o epoxi- y el elemento sensible en forma de hilo, hecho de un material conductor. Permiten conocer las deformaciones a las que la rejilla está sometida en la dirección longitudinal de la misma gracias al efecto piezorresistivo. Esta propiedad provoca cambios en la resistencia eléctrica del material cuando éste sufre una deformación por esfuerzo mecánico.

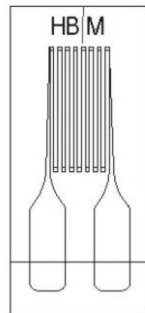


Figura 2.1-1. Galga extensométrica uniaxial. Ilustración obtenida de [18].

Se puede apreciar que las partes transversales de la rejilla presentan un ensanchamiento, cuyo objetivo es minimizar la sensibilidad en dicho eje, para así obtener la máxima sensibilidad en el eje longitudinal. Además, también se encuentran los terminales a los que se sueldan los cables por los que circulará la señal de medición.

Esta configuración no es única, pues existen variedad de modelos a elegir en función de la necesidad. Son comunes las combinaciones de galgas situadas formando cierto ángulo de interés, conocidas como rosetas.

2.2 Puentes de Wheatstone

El puente de Wheatstone es un circuito, cuyos principios están basados en el concepto de divisor de tensiones, empleado para determinar variaciones relativas de resistencia ($\Delta R/R$). Este método permite medir con precisión estas magnitudes que rondan valores entre 10^{-4} y $10^{-2} \Omega/\Omega$. El uso de los puentes de Wheatstone aplicado a bandas extensométricas es explicado en esta sección. K. Hoffman et al. [18] detalla los principios de funcionamiento de este circuito.

La arquitectura de este circuito consiste en cuatro ramas, formadas cada una por una resistencia, conectadas entre sí como se muestra en la Figura 2.2-1. El extremo 2 del esquemático va conectado a alimentación, mientras que el 3 se lleva a tierra. Los puntos 1 y 4 constituyen el polo positivo y negativo, respectivamente, de la señal resultante.

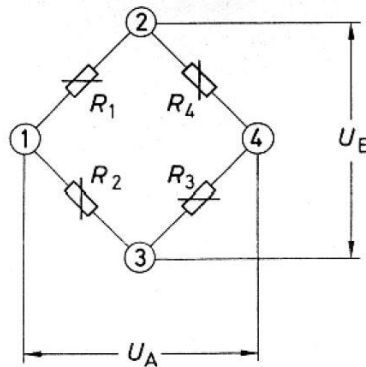


Figura 2.2-1. Puente de Wheatstone. Ilustración obtenida de [18].

2.2.1 Principio de funcionamiento

Operando con el divisor de tensiones, se puede obtener una expresión que relaciona los voltajes U_A y U_B con las variaciones relativas en cada una de las resistencias:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (1)$$

Esta expresión da lugar a una relación directa entre voltaje y deformación:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{GF}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (2)$$

2.2.2 Posibles configuraciones

En función de cuantas resistencias sean variables, es decir, cuantas galgas haya situadas en el circuito, existen diferentes tipos de puente de Wheatstone.

- **Conexión en cuarto de puente.**

Este tipo de conexión es el más sencillo. De las cuatro resistencias del puente, sólo una corresponde a una galga extensométrica.

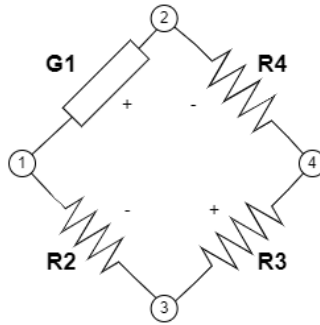


Figura 2.2-2. Configuración de cuarto de puente.

- **Conexión en medio puente.**

Para la configuración de medio puente, se colocan galgas extensométricas en dos de las ramas. Existen dos posibilidades de conexión, una de ellas pasa por conectar las galgas en ramas contiguas -por ejemplo, las ramas 1-2 y 2-4, donde contribuirá como una diferencia de deformaciones para el cociente de tensiones. La otra alternativa consiste en conectar galgas opuestas en el circuito -por ejemplo, las ramas 1-2 y 3-4. En esta ocasión, se consigue como señal resultante la suma de las deformaciones de las galgas.

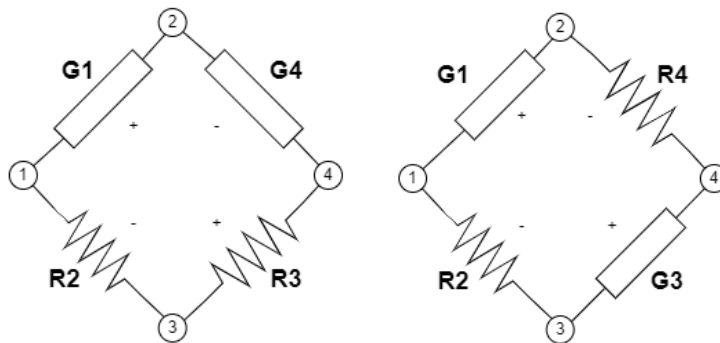


Figura 2.2-3. Configuraciones para medio puente.

- **Conexión en puente completo.**

El puente completo de Wheatstone es el que mejores prestaciones ofrece, produciendo el mínimo ruido. Cada una de las cuatro ramas está ocupada por una galga, con un cociente de tensiones resultante equivalente al expuesto en la ecuación (2).

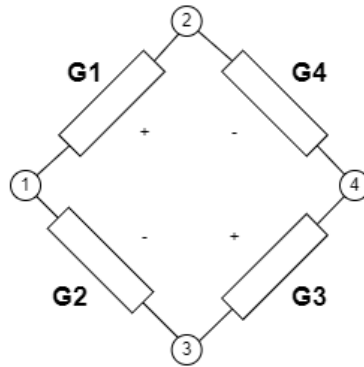


Figura 2.2-4. Configuración de puente completo

2.3 Cálculo de la relación entre tensores de esfuerzos y deformaciones

A continuación, se aborda el estudio del cálculo de tensiones y deformaciones en barras para así obtener valores teóricos con los que comparar las mediciones. Este estudio resulta de interés, pues permite conseguir una idea global del problema a resolver. E. Graciani et al. [21] explica las bases teóricas generales requeridas para la comprensión de los principios de dichos cálculos, recogidas en esta sección. Para abordar el problema de una manera más clara, se estudiará por separado el comportamiento a tracción/compresión y flexión y el relativo a torsión.

Haciendo uso del modelo de Resistencia de Materiales, se pueden deducir las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento para una barra de sección cualquiera. En este modelo, el eje X se corresponde con el eje longitudinal de la barra, y el plano YZ está formado por el plano perpendicular al eje X, formando 90° entre los ejes Y y Z, como se muestra en la Figura 2.3-1. Dichos ejes son ejes de principales de inercia.

Para las fuerzas, se utilizarán las nomenclaturas N_x para el axil y V_y, V_z para los cortantes. Los momentos se nombrarán como M_x al torsor y M_y, M_z a los flectores. También se introduce de manera gráfica las variables utilizadas para los esfuerzos en la sección, donde destacan en rojo los esfuerzos en las tres direcciones del espacio (N_x, V_y, V_z), mientras que en azul se representan los momentos en sus respectivos ejes (M_x, M_y, M_z).

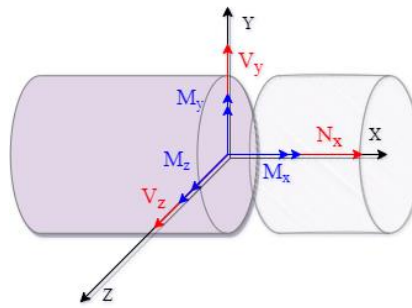


Figura 2.3-1. Sistema de referencia de ejes principales y esfuerzos internos del modelo de Resistencia de Materiales.

Ecuaciones de equilibrio en el dominio. Tracción y flexión.

Para conseguir las ecuaciones de equilibrio en el dominio, se estudia una rebanada de la sección de la barra, como representa la Figura 2.3-2. En ella también actúan las fuerzas y momentos distribuidos por toda la barra, denotados por $q_i(x)$ y $g_i(x)$, respectivamente.

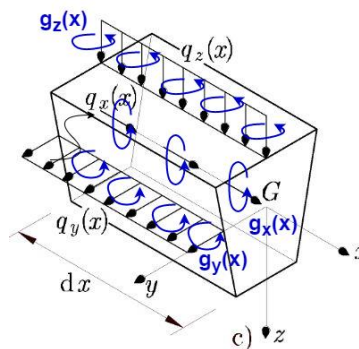


Figura 2.3-2. Ilustración de los esfuerzos y momentos distribuidos por la barra.

(3)

$$\begin{aligned}\frac{dN_x(x)}{dx} + q_x(x) &= 0 ; \\ \frac{dV_y(x)}{dx} + q_y(x) &= 0 ; \\ \frac{dM_z(x)}{dx} + V_y(x) + g_z(x) &= 0 ; \\ \frac{dV_z(x)}{dx} + q_z(x) &= 0 ; \\ \frac{dM_y(x)}{dx} - V_z(x) + g_y(x) &= 0 ;\end{aligned}$$

Ecuaciones de compatibilidad. Tracción y flexión.

Se trata el caso en el cual no existe giro de torsión en ningún punto de la sección. Las hipótesis que se han empleado consisten en suponer que la sección experimenta movimiento plano, constituido por tres traslaciones -cada una en un eje-, y dos rotaciones, alrededor de los ejes Y y Z. Esta suposición es conocida como hipótesis cinemática, y puede expresarse de manera algebraica como el conjunto de ecuaciones siguiente:

(4)

$$\begin{aligned}u_x(x, y, z) &= u_x(x) - \varphi_z(x) \cdot y + \varphi_y(x) \cdot z ; \\ u_y(x, y, z) &= u_y(x) ; \\ u_z(x, y, z) &= u_z(x) ;\end{aligned}$$

Donde u_i y φ_i son la notación empleada para las traslaciones y giros, respectivamente, en el eje i .

Las ecuaciones de compatibilidad en el dominio se pueden establecer imponiendo que el trabajo de las cargas externas, tanto de dominio como de contorno, junto con los movimientos -traslaciones y giros- sea igual al incremento de energía de deformación interna. Esta condición se escribe de la siguiente forma:

(5)

$$\frac{1}{2} \cdot \mathbf{f}_c^T(L) \cdot \mathbf{u}(L) - \frac{1}{2} \cdot \mathbf{f}_c^T(0) \cdot \mathbf{u}(0) + \frac{1}{2} \cdot \int_0^L \mathbf{f}_D^T(x) \cdot \mathbf{u}(x) dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^L \mathbf{Q}^T(x) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(x) dx$$

$\mathbf{f}_c^T(0)$: Cargas externas de contorno en $x=0$.

$\mathbf{f}_c^T(L)$: Cargas externas de contorno en $x=L$.

$\mathbf{u}(0)$: Movimientos en $x=0$.

$\mathbf{u}(L)$: Movimientos en $x=L$.

$\mathbf{f}_D^T(x)$: Cargas externas de dominio.

$\mathbf{u}(x)$: Movimientos en el interior de la barra.

$\mathbf{Q}^T(x)$: Esfuerzos internos.

$\boldsymbol{\varepsilon}(x)$: Deformaciones monodimensionales en el interior.

Donde las cargas de contorno están referidas a la superficie del sólido [N/m^2], y las de dominio están repartidas en el volumen. [N/m^3].

Las deformaciones relativas al cortante para el cálculo de desplazamientos son despreciables, por lo que no se tomarán en cuenta a la hora de integrar las ecuaciones de compatibilidad, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n_x}(x) &= \frac{du_x(x)}{dx} ; \\ \frac{du_y(x)}{dx} &= \varphi_z(x) ; & \varepsilon_{m_z}(x) &= \frac{d\varphi_z(x)}{dx} = \frac{d^2u_y(x)}{dx^2} ; \\ \frac{du_z(x)}{dx} &= -\varphi_y(x) ; & \varepsilon_{m_y}(x) &= \frac{d\varphi_y(x)}{dx} = -\frac{d^2u_z(x)}{dx^2} ; \end{aligned} \quad (6)$$

Ecuaciones de comportamiento. Tracción y flexión.

Las ecuaciones de comportamiento permiten establecer relación entre esfuerzos internos $\mathbf{Q}(x)$ y las deformaciones $\boldsymbol{\varepsilon}(x)$. A la hora de aplicar las ecuaciones, se obtiene que las deformaciones no contenidas en el plano x son nulas. Es decir, se cumple:

$$\varepsilon_{yy}(x, y, z) = \varepsilon_{zz}(x, y, z) = \gamma_{yz}(x, y, z) = 0. \quad (7)$$

Se denota como γ_{yz} a la deformación angular en el plano YZ . Además, se admite que la componente σ_{xx} del tensor de tensiones es mucho mayor que σ_{yy} y σ_{zz} . O lo que es lo mismo:

$$\sigma_{xx} \gg \sigma_{yy} ; \sigma_{xx} \gg \sigma_{zz} \quad (8)$$

La relación obtenida, una vez aplicada la simplificación de la ecuación (8), viene dada por el siguiente conjunto de ecuaciones que relacionan tensiones y deformaciones.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(x, y, z) &\approx E \cdot (\varepsilon_{n_x} - \varepsilon_{m_z}(x) \cdot y + \varepsilon_{m_y}(x) \cdot z) ; \\ \sigma_{xy}(x, y, z) &= G \cdot \gamma_{xy}(x, y, z) = G \cdot \varepsilon_{xy}(x, y, z) ; \\ \sigma_{xz}(x, y, z) &= G \cdot \gamma_{xz}(x, y, z) = G \cdot \varepsilon_{xz}(x, y, z) ; \end{aligned} \quad (9)$$

Las deformaciones están denotadas con subíndices, que indican el esfuerzo que las causa.

Se ha conseguido una expresión general con la que, si se conocen las deformaciones, se pueden conocer las tensiones. Este hecho recoge la idea principal de este trabajo, medir deformaciones mediante señales (entradas) para obtener las fuerzas y momentos ejercidos por el ciclista (salidas). Además, se aprecia de manera clara cómo contribuye cada tipo de esfuerzo en cada deformación, y viceversa.

Por último, se busca una expresión que relacione directamente los esfuerzos con las deformaciones. Para ello, se parte de la definición de esfuerzos internos en la sección, dada por:

(10)

$$\begin{aligned}
 N_x(x) &= \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) dA ; \\
 V_y(x, y, z) &= \int_A \sigma_{xy}(x, y, z) dA ; \\
 V_z(x, y, z) &= \int_A \sigma_{xz}(x, y, z) dA ; \\
 M_y(x) &= \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) \cdot z dA ; \\
 M_z(x) &= - \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) \cdot y dA ;
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (9) en (10), se obtienen las ecuaciones de comportamiento asociadas al axil, a los cortantes y a los flectores (12). Para ello, se debe tener en cuenta la definición de los diferentes momentos de inercia de la sección:

(11)

$$I_{yy} = \int_A z^2 dA ; \quad I_{zz} = \int_A y^2 dA ; \quad I_{yz} = \int_A y \cdot z dA$$

(12)

$$\begin{aligned}
 N_x(x) &= E \cdot A \cdot \varepsilon_{xx}(x) ; \\
 V_y(y, z) &= G \cdot \int_A \varepsilon_{xy}(x, y, z) dA ; \\
 V_z(y, z) &= G \cdot \int_A \varepsilon_{xz}(x, y, z) dA ; \\
 M_y(x) &= E \cdot I_{yy} \cdot \varepsilon_{my}(x) ; \\
 M_z(x) &= E \cdot I_{zz} \cdot \varepsilon_{mz}(x) ;
 \end{aligned}$$

Si los ejes Y y Z son ejes principales de inercia, entonces se cumple que $I_{yz} = 0$, permitiendo la simplificación de los cálculos, evitando la relación entre los flectores, de manera que tanto axil como flectores están desacoplados. Puesto que la barra del sillín a instrumentar es de sección circular, cumple la afirmación anterior, por lo que las ecuaciones que relacionan deformación y esfuerzos mostradas en (13) son válidas.

(13)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{n_x}(x) &= \frac{N_x(x)}{E \cdot A} ; \\ \varepsilon_{m_y}(x, z) &= \frac{M_y(x)}{E \cdot I_{yy}} \cdot z ; \\ \varepsilon_{m_z}(x, y) &= \frac{M_z(x)}{E \cdot I_{zz}} \cdot y ; \\ \varepsilon_{v_y}(x, y, z) &= \frac{1}{G} \cdot \sigma_{xy}(x, y, z) ; \\ \varepsilon_{v_z}(x, y, z) &= \frac{1}{G} \cdot \sigma_{xz}(x, y, z) ;\end{aligned}$$

Para el caso de $\varepsilon_{v_y}(y, z)$ y $\varepsilon_{v_z}(y, z)$ la solución no es inmediata, pues los cortantes están asociados a tensiones tangenciales dependen de la sección (y, z) , por lo que es más conveniente su resolución mediante la expresión de σ_{xy} para el cortante V_y , y la de σ_{xz} para V_z . Para abordar este cálculo, se describe a continuación el razonamiento que permite la obtención de una expresión de $\sigma_{xy}(x, y, z)$ y $\sigma_{xz}(x, y, z)$ para poder calcular las deformaciones asociadas a cada esfuerzo.

Cálculo de tensiones tangenciales en secciones de pared delgada

Puesto que existen distintos métodos para resolver las tensiones tangenciales en una rebanada de la barra dependiendo del tipo de sección de esta, se procede a explicar el caso de secciones circulares cuyo espesor es mucho menor que el diámetro.

Se asume que las tensiones tangenciales son aproximadamente uniformes en el espesor como para ser considerado por su valor medio, y que llevan la misma dirección que la línea media de la sección. Además, se utiliza un nuevo eje, s , que recorre la sección.

Es conveniente introducir el concepto de flujo de tensiones tangenciales asociadas al cortante, definido por el producto de la tensión tangencial $\sigma_{xs}(x, s)$ y el espesor $e(s)$:

(14)

$$q_c(x, s) = \sigma_{xs}^f(x, s) \cdot e(s) = q_c(x, 0) - \frac{V_y(x)}{I_{zz}} \cdot m_z(s) - \frac{V_z(x)}{I_{yy}} \cdot m_y(s)$$

Siendo m_y y m_z los momentos estáticos de primer orden de la sección respecto a los ejes Y y Z.

(15)

$$\begin{aligned}m_y(s) &= \int_0^s z(s') \cdot e(s') ds' ; \\ m_z(s) &= \int_0^s y(s') \cdot e(s') ds' ;\end{aligned}$$

Para cerrar el problema de tensiones tangenciales debidas al cortante, se precisa del cálculo de $q_c(x, 0)$. Sin embargo, resulta más sencillo escoger el punto de la sección $s = 0$ a conveniencia sabiendo que, si la fuerza externa es ejercida en la dirección de un eje de simetría y es aplicada en el origen de la coordenada s , entonces se cumple que $q_c(x, 0) = 0$. Como en una circunferencia todos los ejes contenidos en el plano YZ -con origen en el centro de la sección- son ejes de simetría, el eje s tendrá su origen en la parte positiva del eje sobre el que se aplica el cortante, por lo que las tensiones $\sigma_{xy}(x, y, z)$, $\sigma_{xz}(x, y, z)$ pasan a ser consideradas como $\sigma_{xs}(x, s)$, con dirección tangente a la línea media.

Torsión. Ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento.

A continuación, se realiza el estudio de las ecuaciones relativas al esfuerzo de torsión. Se busca una expresión que relacione las tensiones tangenciales y el momento torsor que las provoca. Este procedimiento es más complejo que para tracción y flexión, por lo que no se tratará con gran profundidad.

Será considerada la torsión libre, que viene definida por las siguientes condiciones:

- El momento torsor es constante a lo largo de la barra.
- Ninguna sección de la barra tiene impuestas restricciones de movimiento.

Se describen las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento a continuación, donde J es la constante torsional, que será calculada con la ecuación (19):

$$\begin{aligned} \frac{dM_x(x)}{dx} &= 0 ; & M_x(x) &= T ; \\ \varepsilon_{mx}(x) &= \frac{M_x(x)}{G \cdot J} ; & \varepsilon_{mx}(x) &= \frac{T}{G \cdot J} = \theta ; \\ \frac{d\varphi_x(x)}{dx} &= \varepsilon_{mx}(x) ; & \varphi_x(x) &= \varphi_x(0) + \theta \cdot x \end{aligned} \tag{16}$$

Para la obtención de una expresión de σ_{xs} , se debe calcular el área Ω encerrada por la línea media de la sección. El flujo de tensiones tangenciales para perfiles cerrados viene dado por:

$$q_t = \sigma_{xs}(s) \cdot e(s) = \frac{T}{2 \cdot \Omega} \tag{17}$$

Entonces, la expresión buscada para las tensiones tangenciales asociadas a la torsión queda de la siguiente manera:

$$\sigma_{xs}^{mx}(s) = \frac{T}{2 \cdot \Omega \cdot e(s)} \tag{18}$$

Para obtener $\varepsilon_{mx}(x)$, se deberá calcular la constante torsional J , mediante la siguiente fórmula:

$$J = \frac{2 \cdot \Omega \cdot T}{\oint_s \sigma_{xs}^{mx}(s) ds} \tag{19}$$

3 LOCALIZACIÓN Y NÚMERO DE GALGAS. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ TEÓRICA

3.1 Problema teórico aplicado a la barra del sillín

Este apartado se centra en la obtención de las expresiones que relacionan las deformaciones con los esfuerzos, para así poder resolver el tensor de esfuerzos ($N_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z$) a partir de las deformaciones en cualquier punto de la sección.



Figura 3.1-1. Sistema de referencia utilizado para el sillín.

Se define el sistema de referencia del sistema en la Figura 3.1-1. Se ha elegido un sistema de referencia de ejes principales de inercia. El eje X es coincidente con el eje longitudinal de la barra. Este tipo de sistema de referencia es conveniente para el estudio de las componentes de los esfuerzos de manera más natural, pues se hace coincidir con los ejes de inercia de la sección. Sin embargo, a la hora de obtener los resultados finales, los resultados podrán ser traspasados a un sistema global mediante una matriz de giro que transforme los ejes locales en dicho sistema global.

Cálculo de tensiones tangenciales en la sección

Para obtener las deformaciones $\varepsilon_{v_y}, \varepsilon_{v_z}$ y ε_{m_x} se deben calcular las tensiones tangenciales en la sección asociada a cada esfuerzo. Primeramente, se calculan las tensiones asociadas a los cortantes y después las del torsor.

La expresión de las tensiones tangenciales producidas por el cortante se vio en la ecuación (14). Aparecen los momentos segundo orden (I_{yy}, I_{zz}), que son calculados a continuación para una sección de circular de radio R y pared delgada con espesor t, como se muestra en la Figura 3.1-2. También se calcula el área A de la sección.

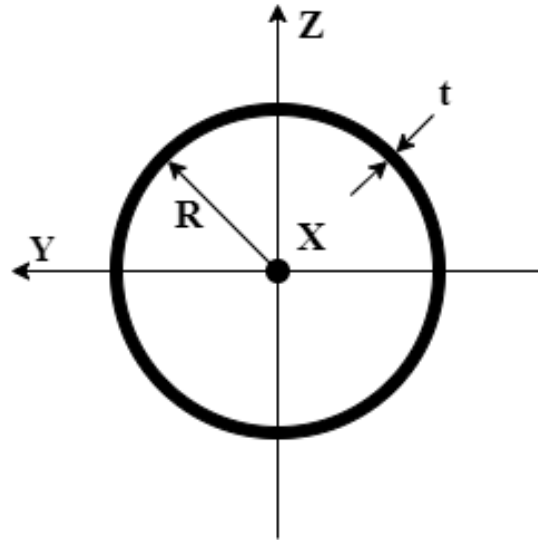


Figura 3.1-2. Esquema de la sección y sus ejes.

(19)

$$A = \int_A dA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot t$$

$$I_{yy} = \int_A z^2 dA = \int_0^{2\pi} (R \cdot \cos\alpha)^2 \cdot R \cdot t \, d\alpha = \pi \cdot R^3 \cdot t ;$$

$$I_{zz} = I_{yy} = I = \pi \cdot R^3 \cdot t ;$$

Los momentos de primer orden se calculan por separado en los cortantes de los ejes Y y Z, para facilitar su cálculo mediante la apropiada selección del origen del vector s que recorre la sección, para conseguir que el término $q_c(x, 0)$ de la Ecuación (9) se anule.

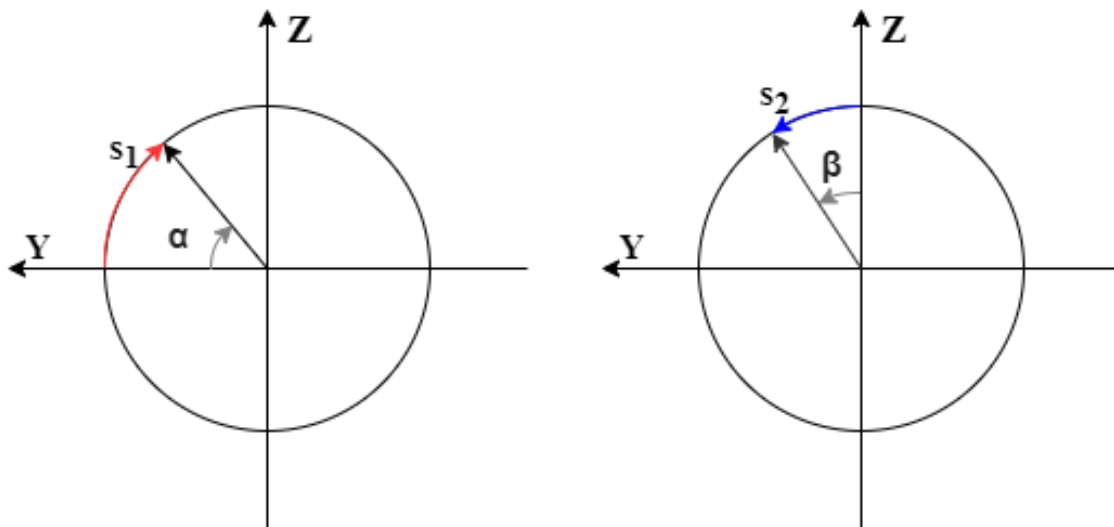


Figura 3.1-3. Vector s1 para el cortante en Y (en color rojo) y vector s2 para el cortante en Z (color azul).

Tensiones tangenciales asociadas al cortante V_y .

Para calcular las tensiones asociadas al cortante en el eje Y, se hace coincidir el origen de la coordenada s con el punto $y = R$. Para las tensiones en el eje Z, se selecciona como origen de coordenadas el punto $z = R$. En la Figura 3.1-3 se muestran los puntos de origen de s para cada uno de los esfuerzos V_y y V_z . Es de notar que los ángulos α y β , correspondientes a los vectores s_1 y s_2 respectivamente, están relacionadas ($\alpha = 90^\circ - \beta$).

El momento de primer orden asociado al eje z viene dado por:

$$m_z(\alpha) = \int_A y dA = \int_0^\alpha (R \cdot \cos\alpha') \cdot R \cdot t d\alpha' = R^2 \cdot t \cdot \text{sen}\alpha ;$$
$$q_c(x, 0) = 0 ;$$
(20)

Entonces, se obtiene que la expresión de las tensiones tangenciales asociadas al cortante V_y viene dada por:

$$q_c(x, s_1) = \sigma_{xs}^{Vy}(x, \alpha) \cdot e(\alpha) = -\frac{V_y(x)}{I} \cdot m_z(\alpha) ;$$
$$\sigma_{xs}^{Vy}(x, \alpha) = -\frac{V_y(x)}{\pi \cdot R \cdot t} \cdot \text{sen}\alpha ;$$
(21)

Tensiones tangenciales asociadas al cortante V_z .

Se aplica el razonamiento anterior de manera análoga:

$$m_y(\alpha) = \int_A z dA = \int_0^\beta (R \cdot \text{sen}\beta') \cdot R \cdot t d\beta' = R^2 \cdot t \cdot (-\cos\beta + 1) ;$$
$$q_c(x, 0) = 0 ;$$
(22)

$$q_c(x, s_2) = \sigma_{xs}^{Vz}(x, \beta) \cdot e(\beta) = -\frac{V_z(x)}{I} \cdot m_y(\beta) ;$$
$$\sigma_{xs}^{Vz}(x, \beta) = \frac{V_z(x)}{\pi \cdot R \cdot t} \cdot (\cos\beta - 1) ;$$
(23)

Aplicando la relación entre α y β dada anteriormente, se puede reescribir σ_{xs}^V como suma de las tensiones ocasionadas por cada uno de los esfuerzos V_y y V_z :

$$\sigma_{xs}^V(x, \alpha) = \sigma_{xs}^{Vy}(x, \alpha) + \sigma_{xs}^{Vz}(x, \beta) ;$$
$$\sigma_{xs}^V(x, \alpha) = -\frac{V_y(x)}{\pi \cdot R \cdot t} \cdot \text{sen}\alpha + \frac{V_z(x)}{\pi \cdot R \cdot t} \cdot (1 - \text{sen}\alpha) ;$$
(24)

La Figura 3.1-4 muestra la representación del estado tensional de una sección causado por los cortantes V_y y V_z .

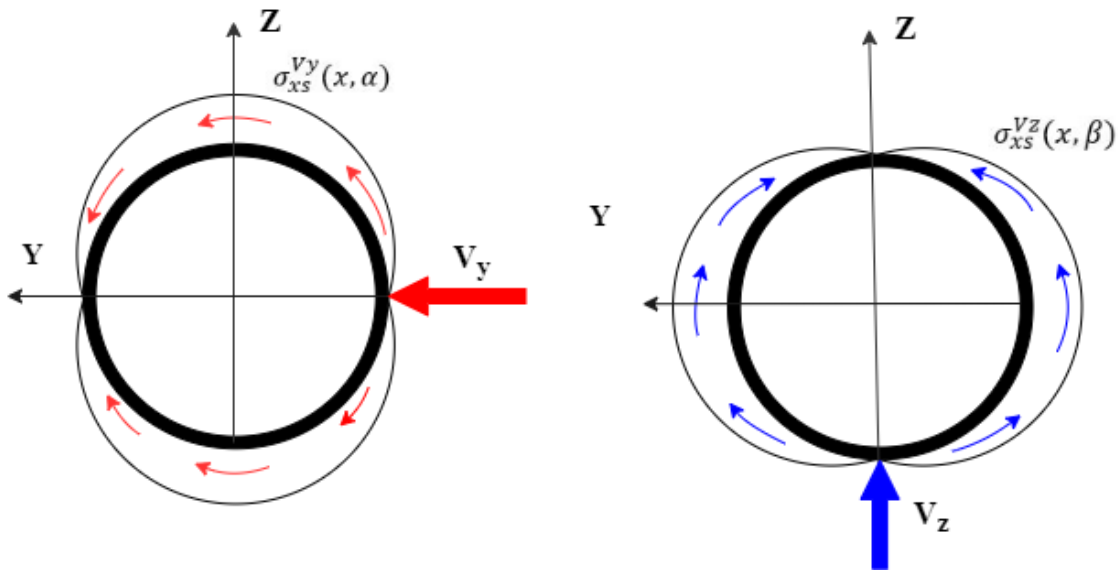


Figura 3.1-4. Estado tensional debido a los cortantes.

Tensiones tangenciales asociadas a torsión M_x .

Se utilizan las expresiones (18) y (19) para el cálculo de $\sigma_{xs}^{m_x}$ y la constante torsional J, utilizada posteriormente para el cálculo de ϵ_{m_x} . Se muestra en la Figura 3.1-5 la representación gráfica del estado tensional de torsión.

(25)

$$\Omega = \pi \cdot R^2 ;$$

$$\sigma_{xs}^{m_x} = \frac{M_x}{2 \cdot \Omega} = \frac{M_x}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t} ;$$

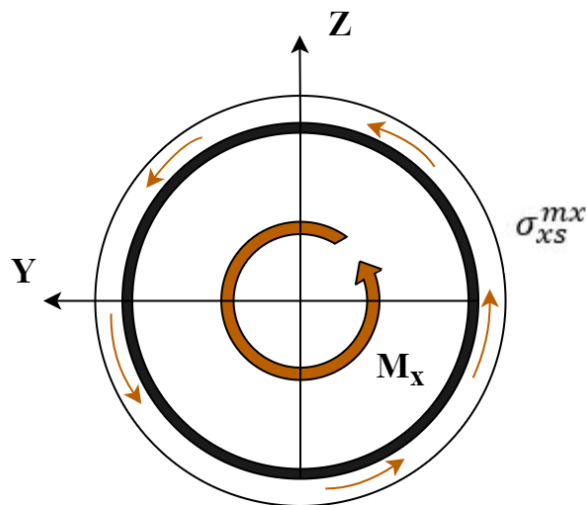


Figura 3.1-5. Estado tensional del momento torsor.

Cálculo de deformaciones asociadas a tensiones tangenciales en la sección.

Para la obtención de las deformaciones asociadas a los cortantes, se recuerda la ecuación de deformación tangencial (13) aplicadas en función de α :

$$\varepsilon_v(\alpha) = \frac{1}{G} \cdot \sigma_{xs}^v(\alpha); \quad (26)$$

Aplicando la misma ecuación para el momento torsor:

$$\varepsilon_{m_x} = \frac{1}{G} \cdot \sigma_{xs}^{m_x}; \quad (27)$$

Por tanto, se puede escribir la expresión de la deformación transversal ε_t ante un campo de esfuerzos general, pues no interviene ningún otro esfuerzo en este tipo de deformación:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t(\alpha) &= \varepsilon_{V_y}(\alpha) + \varepsilon_{V_z}(\alpha) + \varepsilon_{m_x} \\ \varepsilon_t(\alpha) &= \frac{1}{G \cdot \pi \cdot R \cdot t} \cdot \left[-V_y \cdot \text{sen}\alpha + V_z \cdot (1 - \text{sen}\alpha) + \frac{M_x}{2 \cdot R} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Donde se ha asumido que los cortantes permanecen constantes a lo largo de la barra.

Resumen. Deformaciones en la sección.

Tras haber calculado todas las deformaciones asociadas a cada uno de los esfuerzos en la sección, se resume en la ecuación vectorial (29) la expresión de cada una de ellas.

(29)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{n_x} \\ \varepsilon_{v_y} \\ \varepsilon_{v_z} \\ \varepsilon_{m_x} \\ \varepsilon_{m_y} \\ \varepsilon_{m_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_x}{E \cdot A} \\ \frac{-V_y \cdot \operatorname{sen} \alpha}{G \cdot \pi \cdot R \cdot t} \\ \frac{V_z \cdot (1 - \operatorname{sen} \alpha)}{G \cdot \pi \cdot R \cdot t} \\ \frac{M_x}{2 \cdot G \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t} \\ \frac{M_y}{E \cdot \pi \cdot R^3 \cdot t} \cdot z \\ \frac{M_z}{E \cdot \pi \cdot R^3 \cdot t} \cdot y \end{bmatrix}$$

Donde las deformaciones asociadas al axil y los flectores ($\varepsilon_{n_x}, \varepsilon_{m_y}, \varepsilon_{m_z}$) se corresponden con deformaciones normales, o lo que es lo mismo, deformaciones en la dirección del eje de la barra. Por otra parte, las tensiones asociadas a los cortantes y al momento torsor ($\varepsilon_{v_y}, \varepsilon_{v_z}, \varepsilon_{m_x}$) producen deformaciones tangenciales, cuyo efecto sobre la barra se estudiará en el siguiente apartado.

Estimación dimensional del problema.

Como resultado del apartado 3.1, se sustituyen los valores de los parámetros de la barra de la bicicleta, fabricada con aluminio, mostrados en la tabla 1.

Parámetro	Valor	Descripción
R	$14,9 \cdot 10^{-3}$	Radio [m]
t	$2 \cdot 10^{-3}$	Espesor [m]
A	$1,872 \cdot 10^{-4}$	Área [m ²]
E	$6.5 \cdot 10^{10}$	Módulo de Young [N/m ²]
G	$25 \cdot 10^9$	Módulo de cizalladura [N/m ²]

Tabla 1. Parámetros de la sección de la tija del sillín de la bicicleta.

La igualdad (30) relaciona de manera lineal y constante en la sección para todos los esfuerzos de tracción y torsión, al contrario que las deformaciones debidas a los cortantes, que son dependientes de α , y a los flectores que dependen también del lugar de la sección.

(30)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{n_x} \\ \varepsilon_{v_y} \\ \varepsilon_{v_z} \\ \varepsilon_{m_x} \\ \varepsilon_{m_y} \\ \varepsilon_{m_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,216 \cdot 10^{-8} \cdot N_x \\ -4,273 \cdot 10^{-7} \cdot V_y \cdot \text{sena} \\ -4,273 \cdot 10^{-7} \cdot V_z \cdot (\text{sena} - 1) \\ 1,433 \cdot 10^{-5} \cdot M_x \\ 7,402 \cdot 10^{-4} \cdot M_y \cdot z \\ 7,402 \cdot 10^{-4} \cdot M_z \cdot y \end{bmatrix}$$

De acuerdo con D. Sien et al. [15], el ciclista aplica alrededor del 50% de su peso en fuerza normal -eje X-, un 12% en fuerzas a lo largo de la dirección del movimiento -eje Z-, y en torno al 5% de su peso para fuerzas laterales. Para estimar el orden de magnitud de las deformaciones esperadas, se calculan los esfuerzos que aplicaría un hipotético ciclista de 60 kg de peso, lo que serían aproximadamente 600 N. Usando como referencia los valores mínimos (31), medios (32) y máximos (33) de los esfuerzos obtenidos en [15], se procede a calcular una estimación del orden de magnitud de las deformaciones esperadas para cada esfuerzo de manera independiente.

(31)

$$[N_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z] = [333, -36, -63, 2, -2, 10]$$

$$[\varepsilon_{n_x}, \varepsilon_{v_y}, \varepsilon_{v_z}, \varepsilon_{m_x}, \varepsilon_{m_y}, \varepsilon_{m_z}] \approx [2.7 \cdot 10^{-5}, 1.5 \cdot 10^{-5}, -2.7 \cdot 10^{-5}, 2.9 \cdot 10^{-5}, -2.2 \cdot 10^{-5}, 1.1 \cdot 10^{-4}]$$

(32)

$$[N_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z] = [390, 13, 16, 2.5, 0.7, 14]$$

$$[\varepsilon_{n_x}, \varepsilon_{v_y}, \varepsilon_{v_z}, \varepsilon_{m_x}, \varepsilon_{m_y}, \varepsilon_{m_z}] \approx [3.2 \cdot 10^{-5}, -5.5 \cdot 10^{-6}, 6.8 \cdot 10^{-6}, 3.6 \cdot 10^{-5}, 7.7 \cdot 10^{-6}, 1.5 \cdot 10^{-4}]$$

(33)

$$[N_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z] = [450, 15, 28, 4, 4, 18]$$

$$[\varepsilon_{n_x}, \varepsilon_{v_y}, \varepsilon_{v_z}, \varepsilon_{m_x}, \varepsilon_{m_y}, \varepsilon_{m_z}] \approx [3.7 \cdot 10^{-5}, -6.4 \cdot 10^{-6}, 1.2 \cdot 10^{-5}, 5.7 \cdot 10^{-5}, 4.4 \cdot 10^{-5}, 1.9 \cdot 10^{-4}]$$

Como se puede apreciar en (32), el orden de magnitud de las deformaciones normales esperadas estimando con los valores promedio es de 10^{-6} y 10^{-4} para los esfuerzos asociados a la flexión transversal y frontal, respectivamente, y 10^{-5} para la tracción-compresión. Las deformaciones tangenciales son del orden de 10^{-6} para los cortantes y 10^{-5} para el torsor.

La desviación respecto de la media en los resultados experimentales durante el ciclo de pedaleo también debe ser tomada en cuenta. Tanto es así, que las deformaciones causadas por el flector transversal máximo (33) se corresponden con valores teóricos en torno a 10^{-5} -un orden de magnitud superior que utilizando la media- y, además, el orden de los cortantes pasa a ser 10^{-5} , lo que significa que dichos esfuerzos son los que mayor varianza tienen, pues su valor puede incluso cambiar de escala.

Partiendo de los valores de las fuerzas y momentos obtenidos por D. Sien et al. [15] mostrados en la Figura 3.1-6, se recogen los intervalos de medición de interés en los que se busca mejorar la precisión del sensor, acotando al máximo la amplificación, y siempre teniendo en cuenta que sea válido para cualquier sujeto.

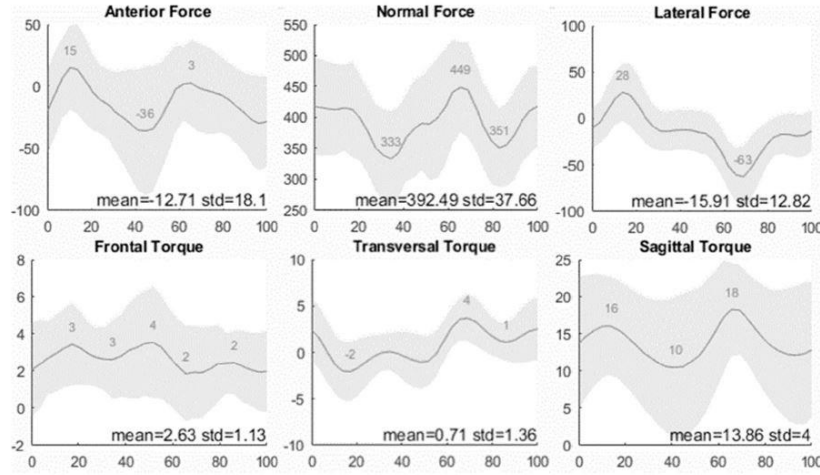


Figura 3.1-6. Resultados obtenidos por D. Sien et al. [15].

Esfuerzo	Intervalo medido	Intervalo propuesto	Deformaciones	Intervalo propuesto esperado	Amplitud del intervalo
N_x	(250, 550) N	(0, 800) N	$\Delta\varepsilon_{n_x}$	$(0, 6.6 \cdot 10^{-5})$	$6.6 \cdot 10^{-5}$
V_y	(-100, 100) N	(-250, 250) N	$\Delta\varepsilon_{v_y}$	$(-1.1 \cdot 10^{-4}, 1.1 \cdot 10^{-4})$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
V_z	(-100, 50) N	(-250, 250) N	$\Delta\varepsilon_{v_z}$	$(-1.1 \cdot 10^{-4}, 1.1 \cdot 10^{-4})$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
M_x	(-10, 10) N·m	(-20, 20) N·m	$\Delta\varepsilon_{m_x}$	$(-2.9 \cdot 10^{-4}, 2.9 \cdot 10^{-4})$	$4.8 \cdot 10^{-4}$
M_y	(0, 25) N·m	(-10, 40) N·m	$\Delta\varepsilon_{m_y}$	$(-1.1 \cdot 10^{-4}, 4.4 \cdot 10^{-4})$	$5.5 \cdot 10^{-4}$
M_z	(-2, 8) N·m	(-5, 25) N·m	$\Delta\varepsilon_{m_z}$	$(-5.5 \cdot 10^{-5}, 2.8 \cdot 10^{-4})$	$3.3 \cdot 10^{-4}$

Tabla 2. Intervalos de operación propuestos.

La tabla 2 muestra los intervalos tomados como referencia, así como los propuestos para la operación de los sensores y las deformaciones esperadas para cada esfuerzo por separado. Además, para obtener una idea más clara, se exponen las amplitudes de cada uno de los intervalos, permitiendo así conocer qué esfuerzos son más fáciles de detectar y cuales presentarán mayor complicación.

3.2 Localización y número de galgas. Tratamiento de la señal. Ajuste de amplificación

En esta sección se explican las posibles maneras de resolver el problema, donde se comparan y se elige la más conveniente. También se introducen los conceptos necesarios para comprender cómo detectar las deformaciones sobre las galgas a colocar. Se tratan por separado la detección de deformaciones asociadas a tensiones normales y las asociadas a tensiones tangenciales.

Aprovechando que existe una relación, que además es lineal, entre esfuerzos y deformaciones, dicha relación puede ser obtenida mediante una matriz de proporcionalidad K . El cálculo de dicha matriz K es el objetivo principal para poder resolver el problema completo de manera muy sencilla, con una simple operación matricial. En esta sección se calculan estimaciones basadas en los resultados obtenidos por D. Sien et al. [15].

Puesto que las galgas son mucho más pequeñas que la barra, se puede asumir que esta detecta la deformación correspondiente al punto en el que se encuentra localizada. Se van a elegir seis puntos de interés, donde se calculan las deformaciones esperadas y la estrategia para la medición correcta. Cabe destacar que el ángulo α que recorre la sección tiene su origen en el eje Y , y avanza en sentido horario.

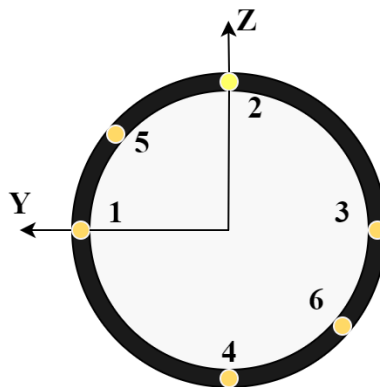


Figura 3.2-1. Puntos de interés de la sección.

Localización y número de galgas para la detección de deformaciones causadas por tensiones normales.

Cuando un sólido está sometido a esfuerzos de tracción/compresión pura, cada parte de una de las rebanadas de la sección sufre deformaciones en la dirección de la fuerza, tal como describe la Figura 3.2-2. Lo mismo ocurre con las deformaciones del flector. Por tanto, colocando galgas uniaxiales de manera colineal a la dirección normal de la barra, es posible la detección de las deformaciones normales máximas, cuyos valores se recogen en la tabla 3, donde se nombra con una G y un número a cada galga uniaxial.

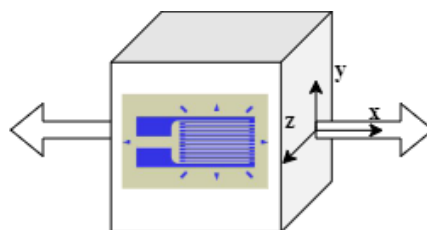


Figura 3.2-2. Deformación asociada a tensiones normales y estrategia de medición.

Punto	Galga	Micro deformación ($\times 10^6$)
1	G1	$0.08216 \cdot N_x + 10.3 \cdot M_z$
2	G2	$0.08216 \cdot N_x + 10.3 \cdot M_y$
3	G3	$0.08216 \cdot N_x - 10.3 \cdot M_z$
4	G4	$0.08216 \cdot N_x - 10.3 \cdot M_y$
5	G5	$0.08216 \cdot N_x + 7.283 \cdot (M_y + M_z)$
6	G6	$0.08216 \cdot N_x - 7.283 \cdot (M_y + M_z)$

Tabla 3. Micro deformaciones en cada uno de los puntos de interés.

Aprovechando que las galgas de extremos opuestos presentan también signo opuesto en las deformaciones del flector y que las deformaciones causadas por el flector del eje perpendicular son nulas, se puede desacoplar de manera sencilla el axil del flector, eligiendo el tipo de puente de Wheatstone adecuado.

La estrategia de medición de deformaciones normales consiste en colocar una configuración de medio puente de Wheatstone para cada uno de los flectores, y otro para el axil. Se conectan en el mismo puente las galgas situadas en extremos opuestos entre sí, es decir, se relacionan las señales de los puntos 1-3 (Puente 1), 2-4 (Puente 2), y 5-6 (Puente 3). Por tanto, son seis las galgas uniaxiales elegidas para la obtención de deformaciones normales. La configuración de los puentes para los flectores -izquierda- y axil -derecha- se muestra en la Figura 3.2-3. Es decir, se recibirá la suma de las señales del axil (Puente 3) y la diferencia de las de los flectores (Puentes 1 y 2).

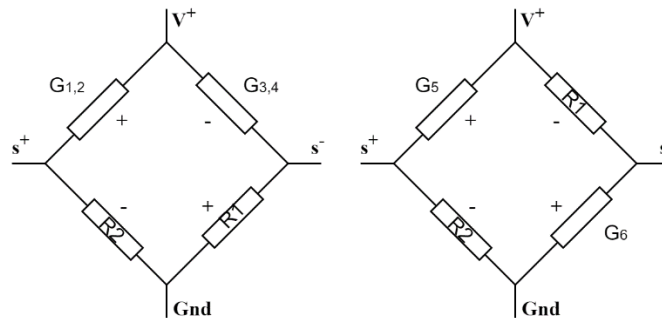


Figura 3.2-3. Configuración de los puentes para axil -derecha- y flectores -izquierda-.

Cada uno de los puentes obtendrá la siguiente señal de salida:

Puente	Galgas	Tipo	Operación	Resultado
P1	G1-G3	Medio puente	$\varepsilon_{G1} - \varepsilon_{G3}$	$2.06 \cdot 10^{-5} \cdot M_z$
P2	G2-G4	Medio puente	$\varepsilon_{G2} - \varepsilon_{G4}$	$2.06 \cdot 10^{-5} \cdot M_y$
P3	G5-G6	Medio puente	$\varepsilon_{G5} + \varepsilon_{G6}$	$1.64 \cdot 10^{-7} \cdot N_x$

Tabla 4. Puentes para la medición de deformaciones debidas a tensiones normales.

Localización y número de galgas para la detección de deformaciones causadas por tensiones tangenciales

La detección de las deformaciones debidas a tensiones tangenciales no es tan intuitiva como la de las normales. Se busca conocer la dirección en la cual dichas deformaciones son máximas. Aplicando el Lema de Cauchy para un sistema de ejes principales y operando con las derivadas -igualadas a cero- de las expresiones obtenidas para la tensión tangencial, se obtiene que estas toman su valor máximo a 45° del plano perpendicular al eje de la barra, es decir, al plano YZ.

Esta afirmación se fundamenta en que las tensiones tangenciales máximas se encuentran a 45° entre los ejes principales de inercia I y III. Estos ejes, para la barra, se podrían corresponder con los ejes Y y X, respectivamente. Puesto que la tija es cilíndrica, se cumple que cualquier par de ejes perpendiculares entre sí que pertenezcan al plano perpendicular al eje principal de inercia III -eje X- son también ejes principales, por lo que las tensiones máximas también se encontrarán a 45° entre los ejes II y III -ejes Z y X-. En la Figura 3.2-4 se representa esta idea, mostrando gráficamente dónde se encuentran las mayores tensiones, y su interacción con una roseta genérica que se ha denominado R_x . Las flechas azules representan las direcciones de mayor tensión del cortante V_y y las rojas son válidas tanto para V_z como para M_x , pues se corresponde tanto al estado de un giro positivo sobre el eje X como al de una fuerza cortante en el eje Z.

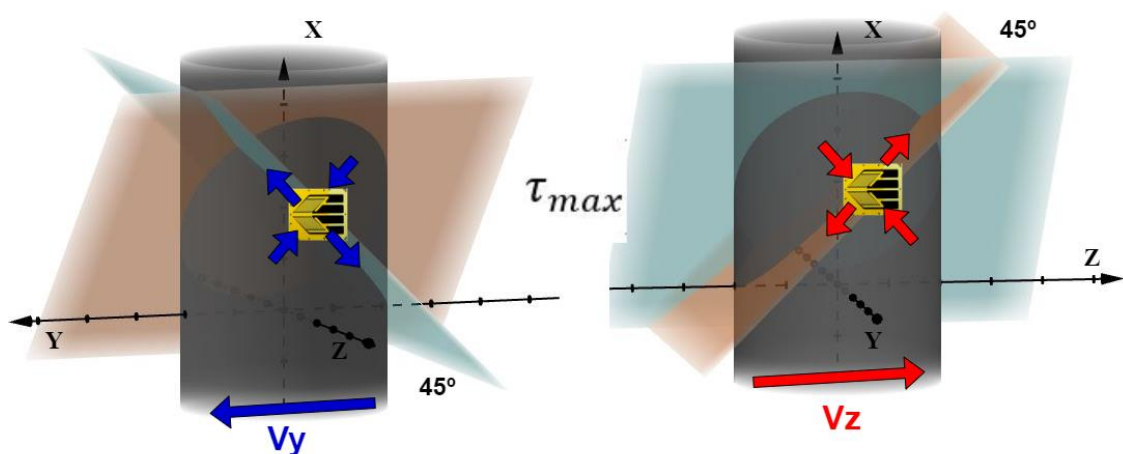


Figura 3.2-4. Representación de las tensiones máximas en una roseta R_x .

Por tanto, la dirección óptima de medición para este tipo de deformaciones pasa por colocar rosetas en configuración de $\pm 45^\circ$, situando su eje longitudinal coincidente con la dirección normal de la barra. Cuando la banda situada a $+45^\circ$ detecta una deformación positiva, la opuesta, a -45° , detecta la misma deformación, pero de signo contrario. Es decir, ambas bandas miden la misma magnitud, pero con signo opuesto. La tabla 5 muestra dichas deformaciones esperadas para los siguientes puntos de interés, donde se nombra con una R y dos números a cada roseta. El primero indica el número de roseta, y el segundo el número de galga dentro de la roseta.

Punto	Galga	α	Micro deformación ($\times 10^{-6}$)
1	R1.1	0°	$-14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_z$
1	R1.2	0°	$14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_z$
2	R2.1	90°	$-14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_y$
2	R2.2	90°	$14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_y$
3	R3.1	180°	$-14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_z$
3	R3.2	180°	$14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_z$
4	R4.1	270°	$-14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_y$
4	R4.2	270°	$14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_y$
1	R5.1	0°	$-14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_z$
1	R5.2	0°	$14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_z$
3	R6.1	180°	$-14.33 \cdot M_x + 0.427 \cdot V_z$
3	R6.2	180°	$14.33 \cdot M_x - 0.427 \cdot V_z$

Tabla 5. Deformaciones relativas a tensiones tangenciales en cada una de las galgas.

Es de notar cómo ciertas componentes -como el cortante- producen deformaciones tangenciales nulas en ciertas zonas de la sección. Por ello, se aprovechan los puntos de la sección correspondientes a $y = 0$ para medir el cortante lateral V_y , y los puntos que cumplen $z = 0$ servirán para medir el cortante frontal V_z . Por otra parte, cualquiera de los puntos sirve para medir el momento torsor. Debe tenerse en cuenta que en todos los puntos se estará detectando la superposición de uno de los cortantes con el torsor, por lo que es necesario seguir algún planteamiento para separar ambas magnitudes.

Se presentan diferentes estrategias a seguir para el desacoplo de las fuerzas cortantes y el momento torsor, explicadas a continuación:

- **Opción 1. Configuración de medios puentes.**

Cada roseta, por estar formada por dos galgas, conforma por sí misma un medio puente, en configuración de resta -el resultado es la diferencia de las deformaciones de cada banda de la roseta- como se realizó en la Figura 2.2-3. La señal que se obtiene usando este tipo de puente está compuesta por la superposición de las deformaciones causadas por el momento torsor y la relativa al cortante. Sin embargo, aprovechando que el signo del torsor es constante a lo largo de la sección y que el de los cortantes tiene signo diferente en puntos opuestos entre sí, realizando la suma y resta algebraicas de las señales provenientes de dos medios puentes de rosetas opuestas, se obtiene por separado el valor del torsor y el del cortante del eje perpendicular al que se encuentra la roseta.

El uso de esta configuración requiere de cuatro rosetas, con sus respectivos cuatro medios puentes. Las ventajas principales son la necesidad de un bajo número de rosetas y la obtención de dos medidas independientes del torsor. Como desventajas, cabe decir que es esperable que las magnitudes de las deformaciones asociadas a cortante y torsor no sean del mismo orden de magnitud. Es decir, cabe la posibilidad de que sólo se detecte con precisión uno de los dos esfuerzos.

En la tabla 6 se muestran las señales que se espera obtener y la expresión para calcular las fuerzas cortantes y el momento torsor a partir de mediciones de deformaciones. La configuración del puente es equivalente a la mostrada con anterioridad en la Figura 3.2-3, en la parte izquierda.

Puente	Galgas	Tipo	Operación	Resultado ($\times 10^{-6}$)
P4	R1.1-R1.2	Medio puente	$\varepsilon_{R12} - \varepsilon_{R11}$	$28.7 \cdot M_x + 0.854 \cdot V_z$
P5	R2.1-R2.2	Medio puente	$\varepsilon_{R22} - \varepsilon_{R21}$	$28.7 \cdot M_x - 0.854 \cdot V_y$
P6	R3.1-R3.2	Medio puente	$\varepsilon_{R32} - \varepsilon_{R31}$	$28.7 \cdot M_x - 0.854 \cdot V_z$
P7	R4.1-R4.2	Medio puente	$\varepsilon_{R42} - \varepsilon_{R41}$	$28.7 \cdot M_x + 0.854 \cdot V_y$

Tabla 6. Puentes propuestos para las deformaciones debidas a tensiones tangenciales.

Es de notar que, realizando operaciones de suma y resta entre P4-P6 y P5-P7, se pueden despejar los tres esfuerzos M_x , V_y y V_z de manera muy sencilla. Realizando P4+P6 y P5+P7, se obtienen dos medidas independientes del momento torsor, las cuales se pueden asociar mediante el cálculo de un valor medio. Si se resuelve P4-P6 y P7-P5 se consiguen los cortantes en Z e Y, respectivamente.

Señal	Resultado ($\times 10^{-6}$)
P4-P6	$1.7 \cdot V_z$
P7-P5	$1.7 \cdot V_y$
$(P4+P5+P6+P7) / 2$	$57.4 \cdot M_x$

Tabla 7. Señales para la medición de cortante y torsor.

- **Opción 2. Configuración de puentes completos.**

Formar un puente completo significa relacionar dos rosetas opuestas entre sí. Para medir cada una de las tres componentes que causan deformaciones tangenciales (V_y, V_z, M_x) se necesita un puente completo. Como por cada puente se necesitan dos rosetas y cada puente mide un esfuerzo, el número necesario de las mismas pasa a ser seis, dos más que utilizando medio puente, pero tres puentes, uno menos que la alternativa de los medios puentes.

Puente	Galgas	Tipo	Operación	Resultado ($\times 10^{-6}$)
P4	R1.1-R1.2-R3.1-R3.2	Puente completo	$\varepsilon_{R1.2} - \varepsilon_{R1.1} + \varepsilon_{R3.2} - \varepsilon_{R3.1}$	$57.4 \cdot M_x$
P5	R2.1-R2.2-R4.1-R4.2	Puente completo	$-\varepsilon_{R2.2} + \varepsilon_{R2.1} + \varepsilon_{R4.2} - \varepsilon_{R4.1}$	$1.7 \cdot V_y$
P6	R5.1-R5.2-R6.1-R6.2	Puente completo	$\varepsilon_{R5.2} - \varepsilon_{R5.1} - \varepsilon_{R6.1} + \varepsilon_{R6.2}$	$1.7 \cdot V_z$

Tabla 8. Señales puente completo para la medición de cortante y torsor.

Se muestra en la siguiente figura los esquemas de los puentes P4 -izquierda-, P5 y P6 -derecha-.

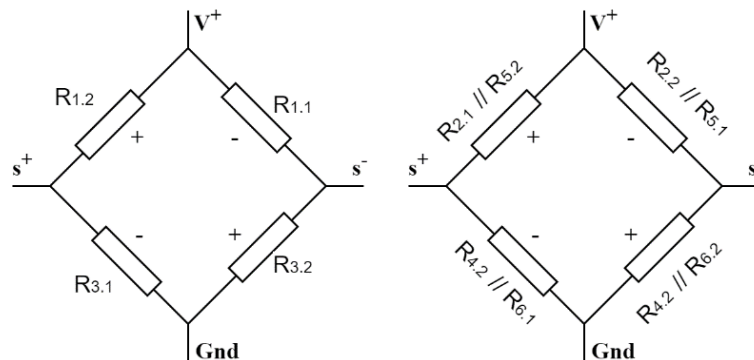


Figura 3.2-5. Configuración de puentes completos, obtenido de [18].

La gran ventaja de esta configuración es la alta calidad que presenta la señal, además de obtener un desacoplo de cada una de las tres componentes V_y, V_z, M_x . Es decir, cada puente medirá uno de los esfuerzos, evitando la relación de dependencia que presentaba la configuración anterior. Además, se reduce el número total de puentes. Como limitaciones, se encuentran el aumento del número necesario de rosetas, que encarece el montaje, y el tamaño del sillín, pues al ser reducido no hay demasiado espacio para colocar un gran número de galgas extensiométricas.

- **Opción 3. Configuración mixta**

También es posible llegar a un compromiso para perder la mínima precisión utilizando el número mínimo posible de rosetas. Esta estrategia consistiría en colocar un puente completo entre dos rosetas opuestas entre sí, en la dirección en la que, a priori y en base a resultados obtenidos en trabajos similares, las deformaciones causadas por el cortante y por el torsor sean más parecidas para así poder separar con mayor precisión ambas componentes. Dicha dirección se corresponde con el eje lateral Y. De esta manera, se obtendría un valor muy preciso del cortante en la dirección frontal -respecto a la bicicleta- y dos mediciones, resultantes de dos medios puentes, con las que operando se puede deducir tanto el cortante como el torsor.

A continuación, se comentan las señales que se esperan obtener y la expresión para el cálculo de las fuerzas cortantes y el momento torsor a partir de las mediciones de deformaciones tangenciales relativas a la opción 3.

Puente	Galgas	Tipo	Operación	Resultado (x10⁻⁶)
P4	R2.1-R2.2-R4.1-R4.2	Puente completo	$\varepsilon_{R2.2} - \varepsilon_{R2.1} - \varepsilon_{R4.2} + \varepsilon_{R4.1}$	$1.7 \cdot V_y$
P5	R1.1-R1.2	Medio puente	$\varepsilon_{R1.2} - \varepsilon_{R1.1}$	$28.7 \cdot M_x + 0.854 \cdot V_z$
P6	R3.1-R3.2	Medio puente	$\varepsilon_{R3.2} - \varepsilon_{R3.1}$	$28.7 \cdot M_x - 0.854 \cdot V_z$

Tabla 9. Señales para la medición de cortante y torsor.

De nuevo, realizando operaciones con el resultado de P5 y P6, se pueden obtener por separado el valor de V_z y M_x .

Señal	Resultado (x10⁻⁶)
P4	$1.7 \cdot V_y$
P5+P6	$57.4 \cdot M_x$
P5-P6	$1.7 \cdot V_z$

Tabla 10. Resultados esperados.

Esta opción presenta una combinación de las ventajas e inconvenientes de las alternativas anteriores. Como ventajas, destacan el bajo número de galgas utilizadas, al igual que la opción 1 y el bajo número de conexiones necesarias, las mismas que en la opción 2. Como desventajas, se encuentra que la medición de uno de los cortantes se ve comprometida por el acoplo con el torsor, perdiendo a su vez una de las dos posibles mediciones independientes del citado momento torsor.

- **Estrategia elegida. Justificación.**

A la hora de seleccionar la opción más conveniente, se han tomado en cuenta factores como el número de galgas, el número de conexiones necesarias o la calidad prevista de las señales obtenidas, recogidos en la tabla 11.

Para calcular la valoración final, cuyo valor se encuentra en el intervalo [0,3], se ha ponderado la importancia como 50% para el número de galgas necesarias, 30% para el número de conexiones, y el 20% restante para la calidad de la señal. En cada factor, se ha valorado -entre paréntesis- de 1 a 5 la conveniencia de cada opción.

Opción	Nº Galgas	Nº Conexiones	Calidad señal	Valoración Final (0-5)
1	10 (5)	7 (1)	Buena (1)	3
2	12 (1)	6 (5)	Excelente (5)	3
3	10 (5)	6 (5)	Muy buena (3)	4.6

Tabla 11. Comparativa de las opciones.

Puesto que la reducción del número necesario de galgas es clave, las opciones 1 y 3 se colocan como las más convenientes. Entre ellas, las diferencias están en que la opción 1 tiene una conexión más, a cambio de obtener dos medidas independientes del momento torsor, que posteriormente podrán ser comparadas para obtener una señal más precisa. Por otra parte, la opción 2 sacrifica parte de la precisión de uno de los cortantes a cambio de reducir el número de conexiones. Sin embargo, como el otro cortante sería medido de manera desacoplada por una conexión de puente completo, se ganará por esa parte calidad en la señal.

La solución adoptada entonces será la opción 3. Esta decisión nace de la idea de que se pretende realizar mediciones completas con el mínimo número de galgas siempre y cuando alcance un compromiso con la precisión obtenida. Las conexiones por realizar se resumen en la siguiente tabla.

Puente	Galgas	Tipo	Operación	Resultado ($\times 10^{-6}$)
P1	G1-G3	Medio puente	$\varepsilon_{G1} - \varepsilon_{G3}$	$20.6 \cdot M_z$
P2	G2-G4	Medio puente	$\varepsilon_{G2} - \varepsilon_{G4}$	$20.6 \cdot M_y$
P3	G5-G6	Medio puente	$\varepsilon_{G5} + \varepsilon_{G6}$	$16.4 \cdot N_x$
P4	R2.1-R2.2-R4.1-R4.2	Puente completo	$\varepsilon_{R2.2} - \varepsilon_{R2.1} - \varepsilon_{R4.2} + \varepsilon_{R4.1}$	$1.7 \cdot V_y$
P5	R1.1-R1.2	Medio puente	$\varepsilon_{R1.2} - \varepsilon_{R1.1}$	$28.7 \cdot M_x + 0.854 \cdot V_z$
P6	R3.1-R3.2	Medio puente	$\varepsilon_{R3.2} - \varepsilon_{R3.1}$	$28.7 \cdot M_x - 0.854 \cdot V_z$

Tabla 12. Conexiones seleccionadas.

Pese a que se ha elegido la opción 3, también se examinarán las demás alternativas con el fin de determinar cuál de las opciones sería la más conveniente, habiéndose obtenido la experiencia del comportamiento real del dispositivo para así corroborar que la opción escogida es válida.

- **Matriz teórica de proporción esfuerzos-deformaciones.**

A continuación, se procede al cálculo de la matriz de proporción lineal entre los esfuerzos y las señales recibidas. Los puentes 1, 2 y 3 están desacoplados por lo que la relación es directa, pero los demás necesitarán de alguna suma o resta para medir el esfuerzo deseado.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{p_1} \\ \varepsilon_{p_2} \\ \varepsilon_{p_3} \\ \varepsilon_{p_4} \\ \varepsilon_{p_5} \\ \varepsilon_{p_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_z \\ 2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_y \\ 1,64 \cdot 10^{-7} \cdot N_x \\ 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot V_y \\ 28,7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x + 0,854 \cdot 10^{-6} \cdot V_z \\ 28,7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x - 0,854 \cdot 10^{-6} \cdot V_z \end{bmatrix} \quad (34)$$

Para obtener la matriz buscada, sólo hay que despejar las variables de los esfuerzos en función de las deformaciones de las galgas, mostrada en la siguiente igualdad. Puesto que el sistema de referencia utilizado está ligado al sillín, se cumple que las fuerzas (F_y, F_z) y esfuerzos (V_y, V_z) son iguales. Por otro lado, se cumple que $N_x = -F_x$, pues la fuerza el eje X del sistema de referencia tiene signo positivo para compresión y negativo para tracción.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ V_y \\ V_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 1,64 \cdot 10^{-7} \cdot N_x \\ 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot V_y \\ 28,7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x + 0,854 \cdot 10^{-6} \cdot V_z \\ 28,7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x - 0,854 \cdot 10^{-6} \cdot V_z \\ 2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_y \\ 2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{p_3} \\ \varepsilon_{p_4} \\ \varepsilon_{p_5} \\ \varepsilon_{p_6} \\ \varepsilon_{p_2} \\ \varepsilon_{p_1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Por tanto, la matriz K buscada es la siguiente:

$$K = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} -610 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 58,8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 58,5 & -58,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,74 & 1,74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,85 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Se cumple entonces la siguiente expresión:

(37)

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -610 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 58.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 58.5 & -58.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.74 & 1.74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.85 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{p_3} \\ \varepsilon_{p_4} \\ \varepsilon_{p_5} \\ \varepsilon_{p_6} \\ \varepsilon_{p_2} \\ \varepsilon_{p_1} \end{bmatrix}$$

4 ADHESIÓN Y CABLEADO DE GALGAS. TRATAMIENTO DE LA SEÑAL

4.1 Adhesión y cableado de galgas

Analizados en la sección 3 los tipos de galgas necesarios, se ha llegado a la conclusión de que en este proyecto es necesario utilizar dos tipos distintos de galgas extensométricas. El primero se corresponde a la configuración de la Figura 2.3-1, es decir, una galga uniaxial. Estas serán usadas para medir las deformaciones asociadas a las tensiones normales a la sección de la barra, mientras que el otro tipo de galga, en forma de roseta a $\pm 45^\circ$, servirá para medir deformaciones causadas por tensiones tangenciales. Su localización fue determinada en el apartado anterior.

Los modelos empleados son CEA-13-062UWA-350 para las galgas uniaxiales y CEA-13-187UV-350 para las rosetas, mostradas a la izquierda y derecha, respectivamente, en la Figura 4.1-1. El valor de resistencia nominal que ofrecen dichos modelos es 350 ohmios en ambas. Las imágenes de dicha figura se han obtenido del datasheet del producto.

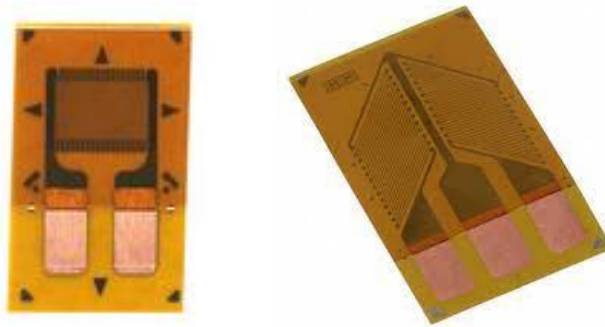


Figura 4.1-1. Galgas seleccionadas para el proyecto.

4.1.1 Preparación superficial. Proceso de adhesión

La adhesión de las bandas a la tija del sillín de la bicicleta es un factor clave para su correcto funcionamiento, como ya se ha comentado. Tanto es así, que existe un procedimiento para colocar las galgas extensiométricas de manera óptima.

En esta sección se describe dicho procedimiento, así como la implementación para el sillín, constituido por los siguientes pasos:

1. **Preparación superficial:** Primero, se debe preparar la superficie del material para obtener las mejores condiciones de adhesión. Para ello, se lija la barra del sillín utilizando diferentes lijas de mayor a menor tamaño de grano hasta conseguir que la superficie sea suave. La finalidad de este paso es eliminar todo tipo de imperfección que pueda influir de manera negativa en las posteriores mediciones. Una vez realizado el lijado, se debe aplicar acetona en la superficie para eliminar los restos de material desprendidos, y dejarla limpia para los siguientes pasos.



Figura 4.1-2. Tija disponible antes de la preparación.

- Colocación de marcas guía:** La siguiente tarea a realizar es dibujar sobre la barra del sillín las guías necesarias para la adhesión de las galgas. Además, se ha utilizado una herramienta para marcar las guías, cuyo objetivo es incrementar la precisión en la posición de las bandas, y por ello tiene marcas a 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° y 315° respecto el origen del sistema de referencia elegido. Se ha considerado necesario su uso, pues al medir el diámetro de la barra no se obtuvo una cifra exacta por la limitación de precisión que presenta la cintra métrica.

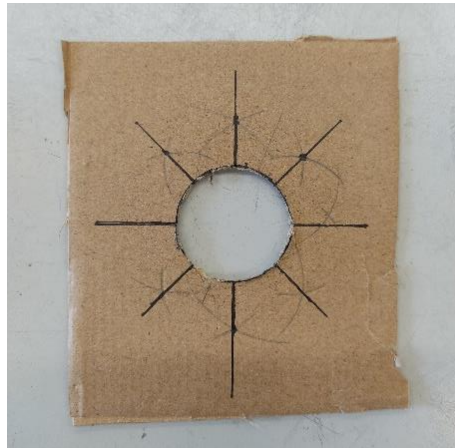


Figura 4.1-3. Guía de ángulos.

Debido a las diferentes configuraciones de las guías de los distintos tipos de bandas extensiométricas utilizadas, las marcas para las galgas uniaxiales son diferentes a las de las rosetas. En la siguiente figura se aprecian las marcas para las rosetas sombreadas de color rojo y en azul las de las galgas uniaxiales.



Figura 4.1-4. Tija del sillín después del lijado y marcas guía.

3. **Manipulación de la galga:** La galga debe ser extraída de su protector de plástico, ayudado por unas pinzas, sin que apoye fuera del plástico, para evitar cualquier tipo de daño o suciedad adherida. Posteriormente, se coloca un trozo de cinta adhesiva encima de la banda y se retira con un ángulo de inclinación α de unos 45° para que no se despegue, como muestra la Figura 4.1-5. Así, las galgas pueden ser manipuladas para su pegado.

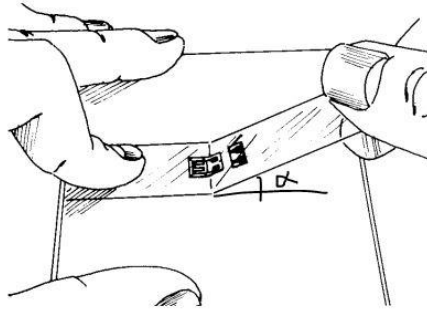


Figura 4.1-5. Método para sacar las bandas de su protector. Ilustración tomada de [19].

4. **Posicionamiento de las galgas:** Una vez colocadas las guías, la galga está lista para ser manipulada, por lo que se puede comenzar con el proceso de posicionamiento. Para ello, es conveniente fijar la barra a la mesa para que ésta no se mueva y evitar errores, como muestra la Figura 4.1-6. El orden seguido para el pegado de cada una de las bandas es arbitrario, así que por comodidad se comenzó por las galgas situadas en la parte más bajas de la barra -rosetas-, siguiendo en orden ascendente.

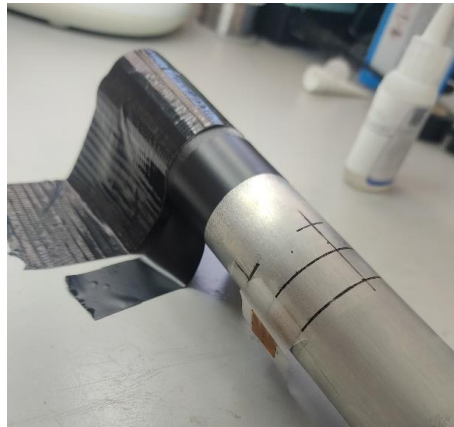


Figura 4.1-6. Fijación barra-mesa durante el proceso de adhesión.

La primera etapa consiste en situar las galgas sobre la tija de la manera más precisa posible, para lo que se ha utilizado una lupa de pie con luz. Se muestra una de las rosetas tras el proceso de posicionamiento de la galga. Se puede apreciar que la distancia entre las esquinas de la banda y la línea de referencia ligeramente separada son aproximadamente igual, por lo que la galga está posicionada de manera correcta.

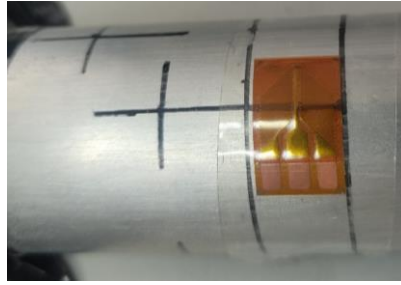


Figura 4.1-7. Localización de las galgas.

Una vez la galga ha sido colocada correctamente, se retira la cinta adhesiva -con la galga aún pegada a ella- para eliminar las guías y limpiar completamente la superficie con acetona. Es importante que no se inicie el proceso de aplicación del adhesivo sin haber verificado que la superficie no presenta suciedad o impurezas.

- 5. Aplicación del adhesivo:** El buen funcionamiento de las galgas extensométricas se debe a una correcta adhesión. Las deformaciones que sufre el material son transmitidas íntegramente, por lo que se pueden detectar cambios en la resistencia de la banda producido por una deformación del material.

Antes de aplicar el adhesivo, es necesario limpiar bien la superficie para asegurar el mejor contacto posible. El adhesivo utilizado es un producto específico para el uso en galgas extensométricas. El proceso de adhesión está formado por dos componentes, que se aplican por separado. Primeramente, se cubre la superficie con un catalizador para aumentar la capacidad de pegado y posteriormente se aplica el cianoacrilato, un adhesivo de secado rápido.



Figura 4.1-8. Adhesivo para galgas. Imagen tomada del datasheet del producto.

Se aplica una capa uniforme del catalizador del adhesivo sobre la superficie de adhesión. Se debe dejar secar el catalizador durante al menos un minuto en condiciones ambiente.

A continuación, se aplica el cianoacrilato. Se debe tener en cuenta que el proceso de aplicación de este componente debe durar menos de 5 segundos, ya que, el adhesivo se seca rápidamente. En la Figura 4.1-9 se ilustra cómo aplicar dicho componente.

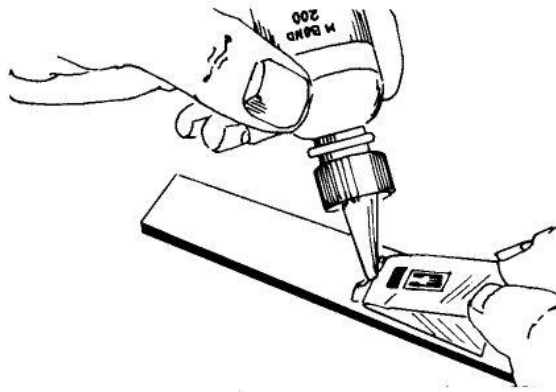


Figura 4.1-9 Uso del adhesivo elegido. Imagen tomada de [19].

Después de aplicar el adhesivo, repartido por toda la superficie, se vuelve a colocar la cinta adhesiva en su posición con una inclinación de 30° , ejerciendo presión con el dedo pulgar tal y como muestra la Figura 4.1-10, y dejando secar durante al menos dos minutos. También se muestra en la Figura 4.1-11 una de las galgas tras aplicar el adhesivo, justo antes de la retirada de la cinta a 45° .

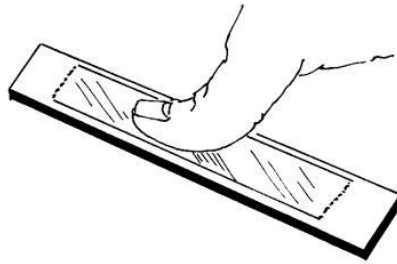


Figura 4.1-10. Aplicación de presión sobre la banda. Imagen tomada de [19].

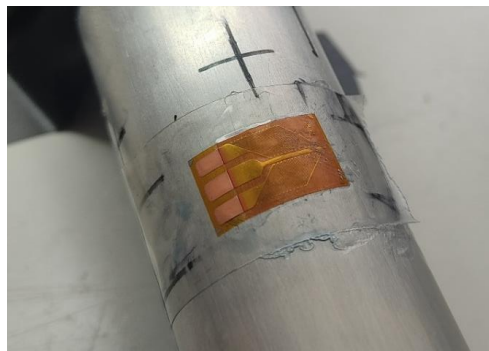


Figura 4.1-11. Galga extensométrica después de la adhesión y antes de retirar la cinta.

6. **Retirada de la cinta adhesiva:** Es el último paso del proceso de adhesión, de nuevo una etapa crítica, pues un error retirando la cinta puede estropear una galga. La dirección óptima para retirar la cinta adhesiva es nuevamente 45° , tirando de las esquinas para evitar que la banda se despegue. Finalmente, se comprueba que la adherencia se ha completado correctamente, comprobando también cada una de las esquinas.

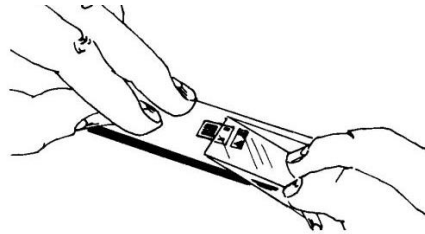


Figura 4.1-12. Proceso de retirada de la cinta adhesiva. Ilustración tomada de [19].

Tras retirar la cinta, con la ayuda de un multímetro, se comprueba que el valor de la resistencia eléctrica de la galga sea 350 Ohmios aproximadamente.

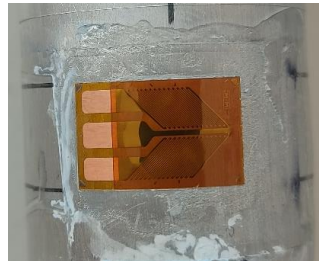


Figura 4.1-13. Roseta tras retirar la cinta adhesiva.

4.1.2 Estañado de los terminales

Como etapa final del proceso de adhesión, se estaña la superficie de los terminales de las galgas con un soldador, para facilitar su soldadura a los cables. Una vez realizado este paso, es necesario comprobar que la soldadura es correcta, midiendo de nuevo el valor de la resistencia, y asegurando que el valor sigue siendo próximo a los 350 Ohmios.



Figura 4.1-14. Galgas extensométricas tras el proceso completo de adhesión.

Los pasos explicados en las secciones 4.1.1 y 4.1.2 son repetidos hasta colocar las 4 rosetas y las 6 galgas uniaxiales. Se muestra, en la Figura 4.1-14, la barra del sillín tras haber finalizado el proceso completo en todas las bandas extensiométricas. Se debe tener especial precaución en ir protegiendo las galgas ya pegadas a medida que se colocan las siguientes, pues existe riesgo de que el adhesivo empleado en otras galgas afecte a la banda contigua.

4.1.3 Conexión del cableado

La siguiente tarea es el soldado de los cables que, una vez conectados a la placa que procese los datos, permiten la transmisión de la señal causada por las deformaciones del aluminio que conforma la tija. Es un cable apantallado, con camisa y en su interior dispone de 4 cables. Cada uno de los cables es de un color: rojo, blanco, verde y negro. Para facilitar la distinción de los cables, se ha seleccionado como código de combinación colores rojo-blanco y verde-negro para cada una de las dos galgas que formarán conexión. Su longitud es aproximadamente 60 cm, medida elegida para tener cierto margen para el montaje del sistema sobre la propia bicicleta.

Las galgas uniaxiales tienen dos terminales y sus señales van conectadas de dos en dos, por lo que el conjunto de los 4 cables recibe la señal de la conexión deseada. Por otra parte, las rosetas solo tienen 3 terminales pese a que cada roseta posee 2 bandas. Esto ocurre porque el terminal del centro es común para las dos. En este caso, el código elegido es rojo y verde para cada una de las galgas y blanco para el común.

Estos 4 cables están contenidos en la misma camisa metálica, que apantalla el ruido y también se utiliza como conexión a tierra. Dicha tierra deberá ser conectada a la del circuito que procese la señal, por lo que es necesario conectar un cable -de color negro para las rosetas y blanco para las galgas uniaxiales- a la camisa metálica. Para poder conectar los cables al circuito, se sueldan a unos pines. Las conexiones mencionadas se aprecian en la Figura 4.1-15.

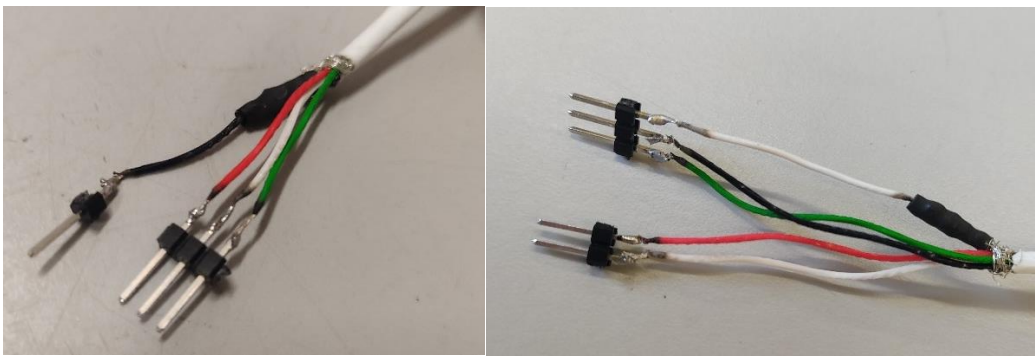


Figura 4.1-15. Conexión a tierra y pines.

Una vez realizadas las conexiones de tierra y pines necesarias, el siguiente paso a seguir para cada una de las galgas es la soldadura de los cables a los terminales, cuyo procedimiento se detalla a continuación:

1. En el primer paso se retira la cubierta de los cables por sus extremos y se recubren las puntas con estaño, para promover una mejor soldadura.
2. Se colocan los cables en la barra del sillín de manera provisional, fijados con cinta adhesiva, para ajustar su longitud. Esto facilitará los pasos siguientes.
3. Se procede con la soldadura a los terminales. Es necesario comprobar que todas las resistencias de las bandas continúan marcando 350 Ohmios, para asegurar que la soldadura es correcta.
4. Tras soldar los terminales, se aplica adhesivo -esta vez con cianoacrilato es suficiente- de manera similar a las galgas, pero esta vez aplicando el pegamento por toda la superficie de los cables, para que queden fijos a la barra y así evitar que éstos tiren de las galgas al ser manipulados y las dañen. La dificultad de esta etapa se va viendo incrementada a medida que aumenta el número de conexiones ya realizadas, pues el espacio disponible se reduce, entorpeciendo el proceso. Debe ser tenido en cuenta a la hora de elegir la estrategia correcta para la distribución de los cables por la barra.

Se muestran imágenes del resultado del proceso de conexión de las bandas en la Figura 4.1-16, seguido tal y como se ha descrito.

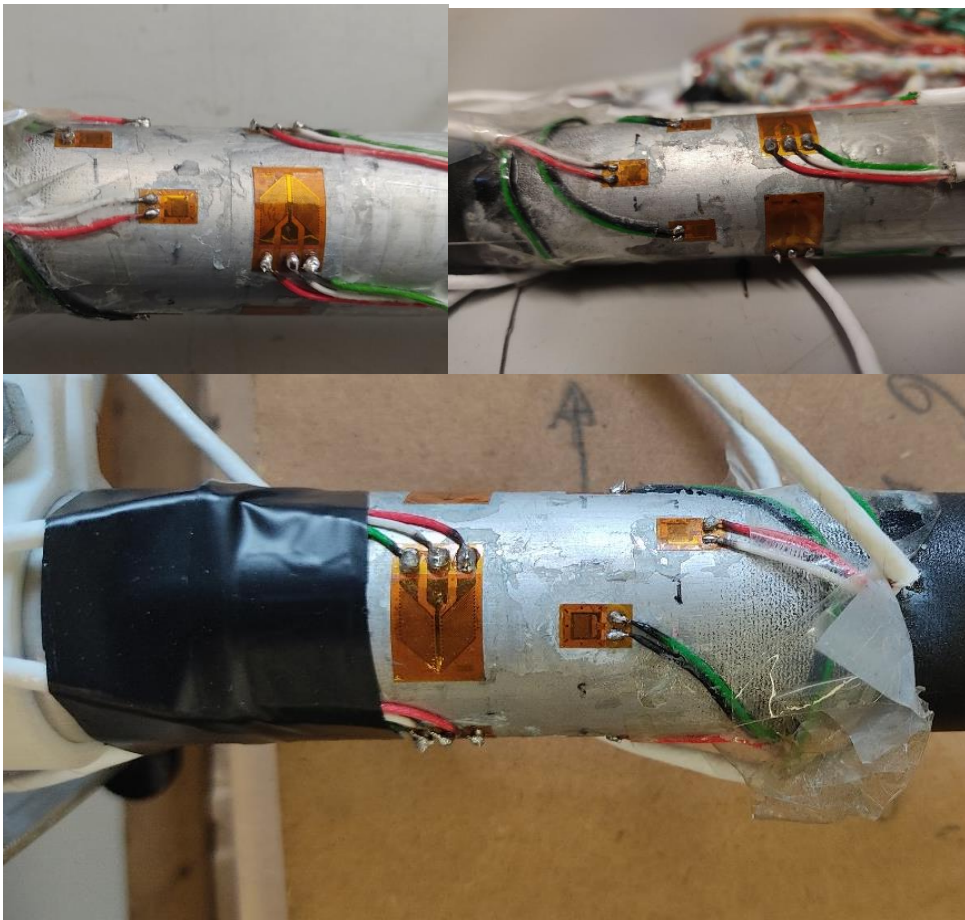


Figura 4.1-16. Implementación del cableado

4.2 Tratamiento de la señal y ajuste de amplificación

En esta sección se aborda cómo tratar la señal procedente de los puentes de Wheatstone. Puesto que las señales recibidas son del orden de los milivoltios, es necesario amplificarlas para así poder trabajar con ellas. También es necesario emplear un microcontrolador que procese la señal, escogiendo el modelo Arduino Nano, por su reducido tamaño. Además, se deben almacenar los datos en una memoria, con el fin de guardar los datos y analizarlos posteriormente.

Para ello, se utilizan circuitos cuya estructura se corresponde al ilustrado en la Figura 4.2-1. El circuito utilizado está basado en el realizado por E. Martín-Sosa et al. [6]. Dicho circuito se ha adaptado para poder procesar hasta tres señales independientes, debido a las limitaciones del microcontrolador utilizado al usar más de tres entradas. Puesto que se necesitan seis señales, serán necesarias dos placas con dos Arduinos independientes.

La estructura del circuito se divide en cuatro bloques, sombreados en la Figura 4.2-2 con distintos colores. El primer bloque se corresponde con el color rojo. Se trata del módulo de regulación de tensión. Su función es suministrar de manera continua un voltaje fijo. El siguiente bloque abarca la electrónica del sistema, formado por el microcontrolador. Está sombreado en color azul y conforma la parte de Software, donde se procesan los datos, convirtiéndolos de analógico a digital, y posibilitando una vía de almacenamiento, que debe ser completada por el módulo sombreado en color verde. Dicho módulo es el Módulo SD, al que se le añadirá una tarjeta de memoria SD, donde los datos son almacenados con el fin de analizarlos. El último módulo, sombreado en color marrón, constituye la parte de acondicionamiento de la señal. Dichas señales, provenientes de los puentes de Wheatstone, son amplificadas y posteriormente filtradas para obtener una señal en óptimas condiciones.

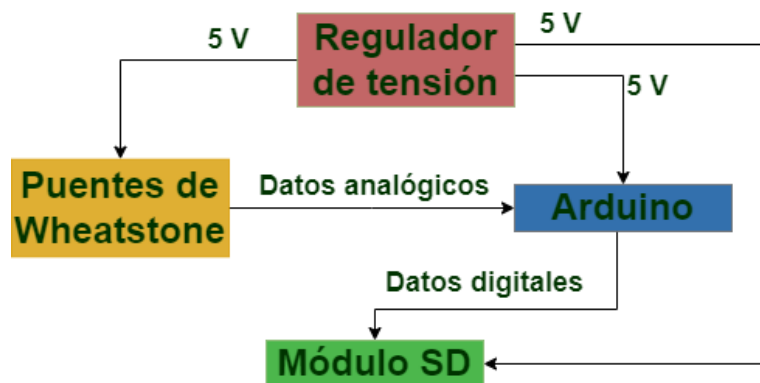


Figura 4.2-1. Diagrama de la arquitectura del sistema.

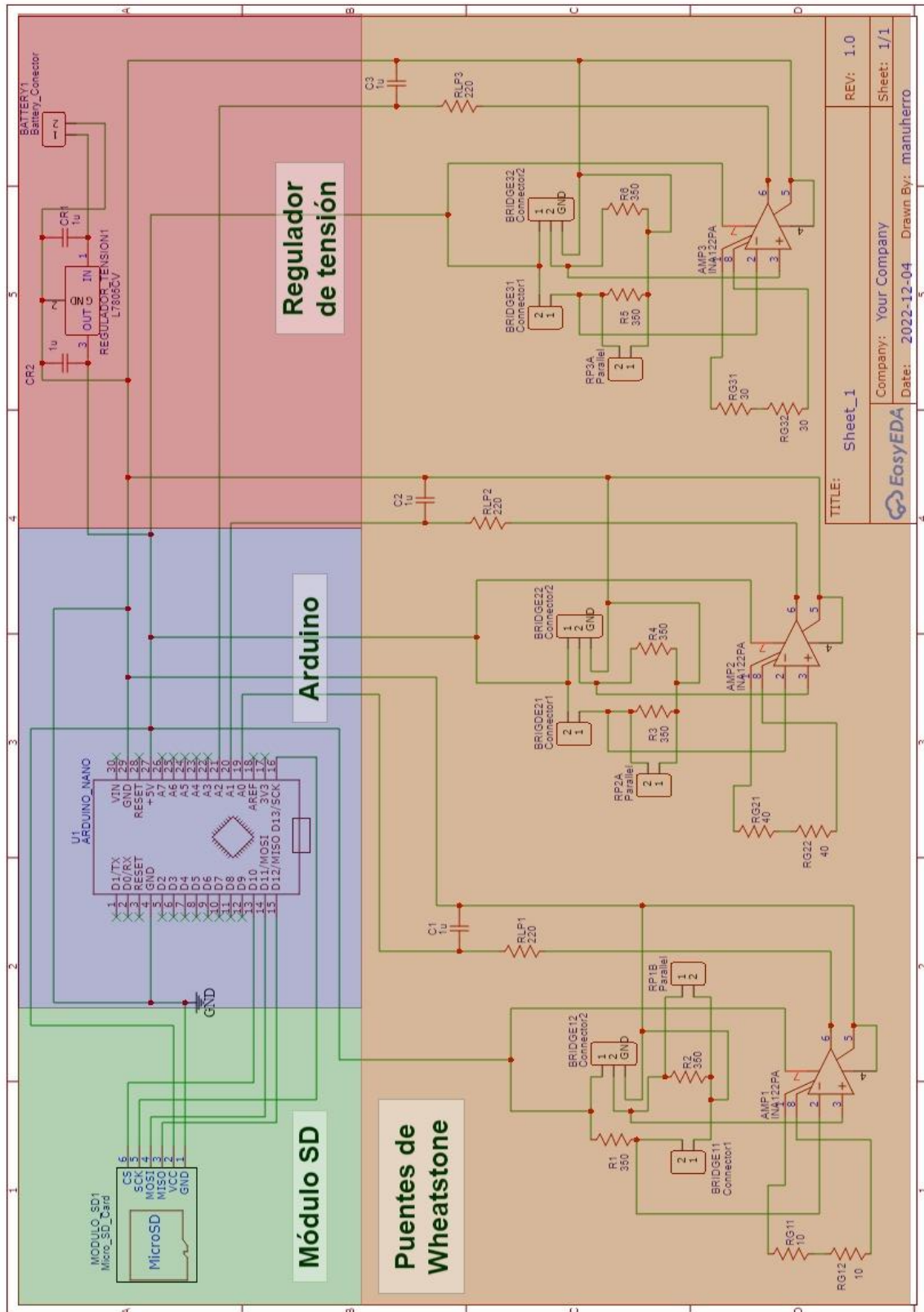


Figura 4.2-2. Ejemplo de la arquitectura utilizada.

Los componentes utilizados para el desarrollo del circuito son los siguientes:

- Arduino NANO. Placa de desarrollo de reducido tamaño basada en el microprocesador ATmega328P. Su función es recoger los datos analógicos de la señal recibida y procesarlos para obtener un valor entre 0 y 1023 bits. Es decir, se utiliza como conversor analógico-digital.
- Conector de pila. Tanto el circuito en sí, como Arduino y el módulo de almacenamiento necesitan un voltaje de alimentación, proporcionado por una pila que debe ser conectada al circuito mediante el conector de pila.
- Regulador de tensión. Debido a que la pila no proporciona un voltaje de 5V exactos de forma continua en el tiempo, se necesita colocar un regulador de tensión para así asegurar el suministro de 5V de corriente continua.
- Módulo SD. La información obtenida debe ser almacenada, pues no se tienen las herramientas necesarias para que los datos puedan ser enviados directamente a ningún dispositivo mediante conexión inalámbrica. Este módulo permite almacenar en una tarjeta SD los datos -ya digitalizados- procesados por Arduino.
- Zócalos. Es necesario colocar zócalos tanto para conectar los cables de las galgas como para colocar alguna resistencia cuyo valor no está definido a priori. Esto ocurre cuando se pretende fijar el valor de offset de la señal lo más cercano posible a la mitad del rango entre 0 y 1023 bits obtenido del Arduino. La finalidad de añadir dicha resistencia es descompensar el puente de Wheatstone para que el valor de la señal de salida quede ajustado al rango de valores que se desea obtener.
- Resistencias y condensadores. Se utilizan condensadores junto con resistencias para filtrar la señal y otras resistencias para completar las ramas de los puentes de Wheatstone.

Para entender mejor el funcionamiento del circuito, se explicarán por separado y con mayor detalle los cuatro bloques: alimentación del circuito, adquisición de señal, procesamiento y almacenamiento.

4.2.1 Alimentación del circuito

Como ya se ha mencionado, es necesario proporcionar una alimentación de 5V exactos de corriente continua. El módulo destinado a esta función se muestra con mayor detalle en la Figura 4.2-3. Está formado por un conector de pila, un regulador de tensión L7805CV y dos condensadores de 100 μ F. Dicho regulador posee una entrada, a la cual se le conecta el polo positivo de la pila, una salida, conectada al pin de 5V de Arduino, y una conexión a tierra. Además, su entrada y salida se conectan entre sí introduciendo dos condensadores, que actúan como filtro para atenuar al máximo las pequeñas variaciones de voltaje que se producen.

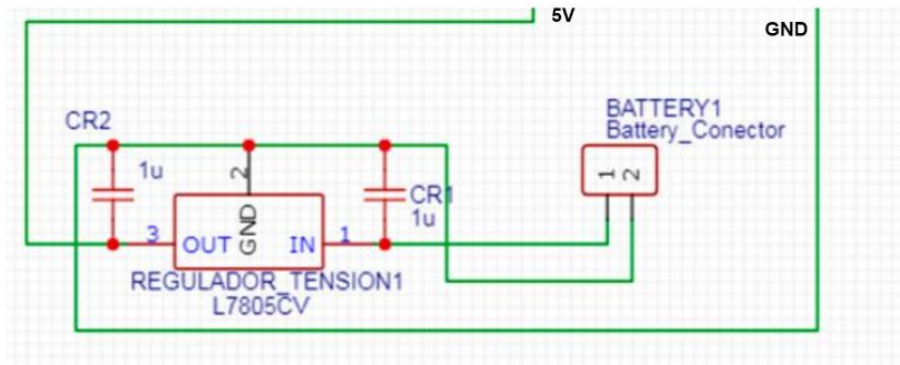


Figura 4.2-3. Alimentación del circuito.

4.2.2 Adquisición de la señal

La señal eléctrica producida por la variación en la resistencia eléctrica de las galgas es tan débil que debe ser aumentada mediante un amplificador. Esta parte del circuito consta de un puente de Wheatstone -en la configuración correspondiente a cada una de las señales- y su correspondiente amplificador. La salida del amplificador se conecta a una de las entradas analógicas de Arduino. En las Figuras 4.2-5 y 4.2-6 se representan los módulos de adquisición de señal para cada una de las dos placas, donde destacan los puentes de Wheatstone y los amplificadores INA 122P, ajustables mediante una resistencia de ganancia R_g . La ganancia de dicha amplificación sigue la fórmula:

(38)

$$G = 5 + \frac{200.000}{R_g}$$

Además, se utilizan resistencias eléctricas para completar los puentes de Wheatstone en aquellos casos que fuera necesario. También se emplean resistencias junto con condensadores para formar un filtro paso bajo a la salida de la etapa de amplificación para eliminar el ruido de alta frecuencia.

Se coloca una resistencia en paralelo (R_p) en una de las ramas del puente de Wheatstone, cuya finalidad es cambiar el valor de offset de la señal. Esto se debe a que provoca una descompensación en dicha rama del divisor de tensiones que forma el puente de Wheatstone. De esta manera, se produce un cambio en el valor de offset de la señal obtenida que puede ser modificado a conveniencia. Como se muestra en la Figura 4.2-4, se utilizan dos posibles localizaciones para dicha resistencia. Si el resistor en paralelo se coloca en la zona que muestra la parte izquierda de la figura, el valor del offset se incrementa mientras que, si se coloca donde indica la parte derecha, se reduce. Para elegir el valor definitivo, se harán pruebas cuando se hayan realizado las placas impresas definitivas.

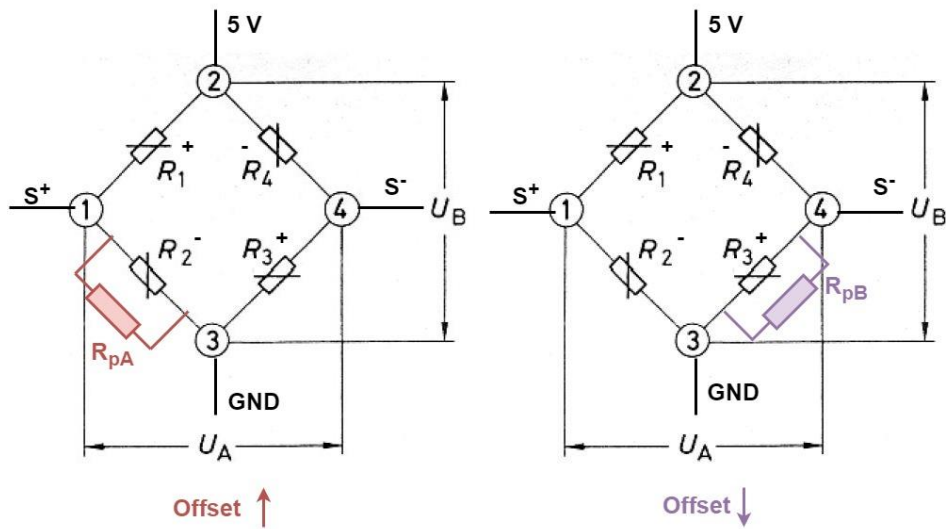


Figura 4.2-4. Importancia de la ubicación de las resistencias en paralelo.

Se muestra en la Figura 4.2-5 el esquemático de los puentes de Wheatstone para las galgas uniaxiales, es decir, para el axil y cortante. La Figura 4.2-6 representa el circuito destinado a la medición de los cortantes y el torsor, donde las rosetas son las encargadas de medir dichas magnitudes.

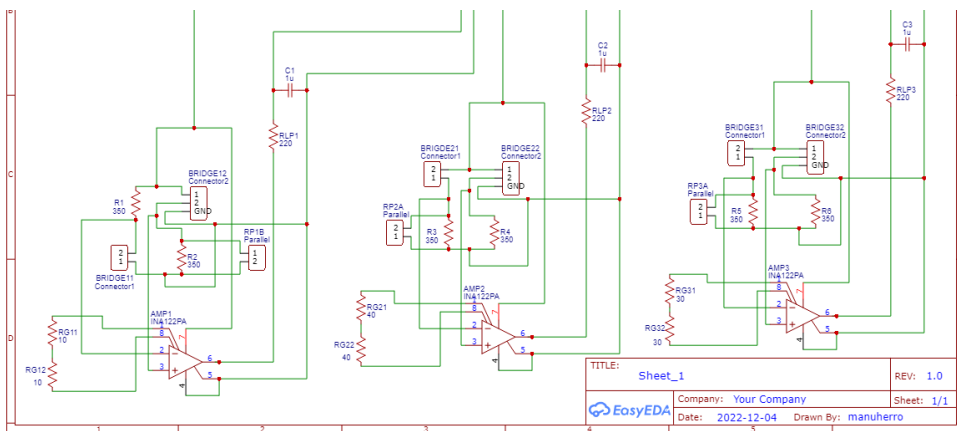


Figura 4.2-5. Puentes de Wheatstone para axil y flexores. Galgas uniaxiales.

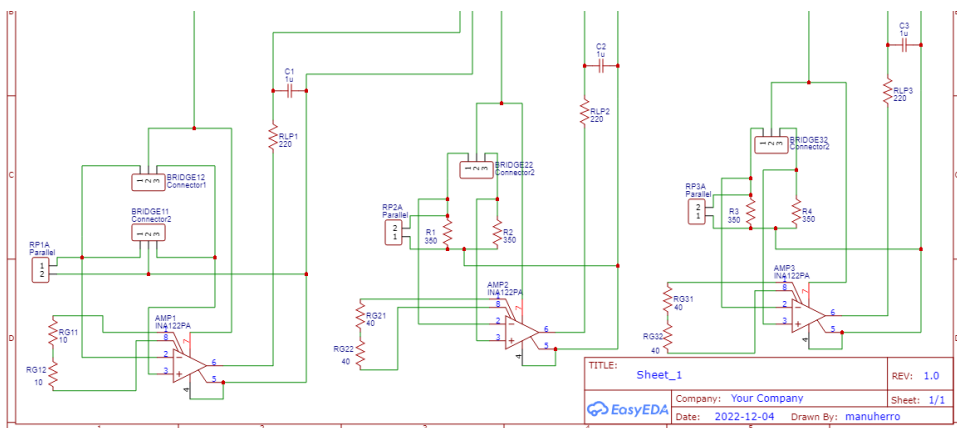


Figura 4.2-6. Puentes de Wheatstone para cortantes y torsor. Rosetas.

4.2.3 Procesamiento de la señal

Una vez se ha transformado la variación inicial en la resistencia de las galgas en una señal eléctrica analógica, el siguiente paso es convertirla en una señal digital para posibilitar su tratamiento y almacenamiento. Puesto que Arduino es un microprocesador, es necesario programar un código que posibilite la acción de las tareas que se pretenden realizar. Para ello, se ha utilizado el código facilitado y desarrollado por E. Martín-Sosa et al. [6], adaptado a las necesidades que requiere el dispositivo a instrumentar.

4.2.4 Almacenamiento de datos

La última fase del proceso de tratamiento de la señal consiste en el almacenamiento de los datos obtenidos para su posterior análisis. Para ello, se utiliza el siguiente módulo:

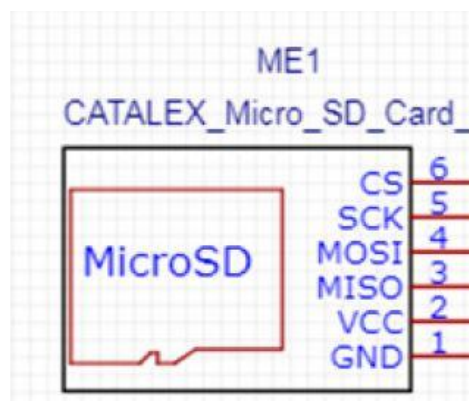


Figura 4.2-7. Módulo SD

Una vez los datos son recibidos en la tarjeta SD, el proceso de tratamiento de la señal termina. Los resultados obtenidos por cada señal se corresponderán con valores en bits, que podrían variar debido a un esfuerzo o combinación de esfuerzos.

4.2.5 Ajuste de los amplificadores

El ajuste adecuado de los amplificadores permite obtener los resultados con la mayor precisión posible. Por ello, es necesario realizar unas pruebas preliminares que permitan asignar intervalos para cada fuerza y momento coincidentes con los intervalos de diseño. Estas pequeñas pruebas iniciales se basan en imponer una fuerza y/o momento conocido en cada una de las direcciones y analizar qué resultados se obtienen en la conexión o conexiones destinadas a la detección de la fuerza medida. También se pretende comprobar que las señales de las galgas que no deben detectar tensiones sean lo más cercanas posibles a cero cuando se ejerce una fuerza o momento.

Esta idea se ha llevado a cabo mediante el desarrollo de una placa PCB de pruebas, realizando las conexiones necesarias entre los componentes correspondientes al circuito explicado con anterioridad. Sin embargo, en este caso los datos obtenidos se han visualizado directamente desde el ordenador, sin pasar por el módulo SD.

Con el fin de poder estudiar las tres opciones propuestas relativas a las conexiones descritas en el apartado 3, la placa de pruebas constará de una configuración de medio puente de Wheatstone para las galgas uniaxiales y, para las rosetas, una configuración de medio puente y otra de puente completo. La Figura 4.2-8 muestra la PCB diseñada para realizar la selección de ganancia de los amplificadores. El interior del rectángulo rojo constituye el módulo de alimentación, el azul rodea al Arduino y los rectángulos naranjas encierran la parte del circuito correspondiente a la adquisición de la señal.

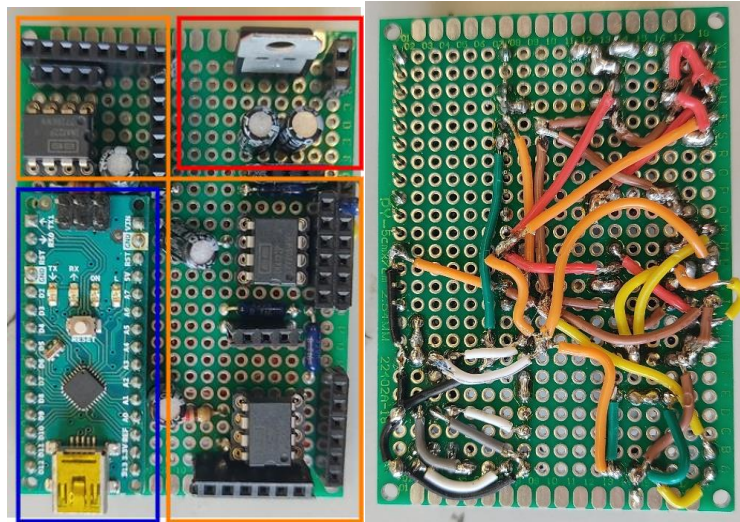


Figura 4.2-8. Placa desarrollada para el ajuste de ganancias. Parte superior (izquierda) e inferior (derecha).

Para llevar a cabo la selección de las resistencias de ganancia del amplificador, se prueba con diferentes valores para cada una de las conexiones, y también para cada una de las opciones de configuración propuestas en el apartado 3. El experimento se lleva a cabo con una pesa calibrada de 5 kg, aplicando fuerzas de dicho valor en cada uno de los tres ejes y momentos de unos 3.75 Nm aproximadamente, pues los momentos se aplican a partir de fuerzas a una distancia definida en 7.5 cm.

A continuación, se expresan en las siguientes tablas los intervalos de fuerzas y momentos que ofrecen cada una de las ganancias con las que se ha probado. Se muestran los intervalos correspondientes a cada una de las componentes del vector de esfuerzos.

Los valores del intervalo obtenido son aproximados, ya que, el objetivo de estas pruebas iniciales es obtener una idea de cuánto se pretende amplificar la señal. Sin embargo, se ha podido comprobar experimentalmente que se cumple la linealidad de la ecuación que relaciona la amplificación y la resistencia de ganancia.

- Puentes para momentos flectores (Medio puente)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (Nm)
40	5005	[-9,9]
60	3338	[-14,14]
80	2505	[-17,17]

Tabla 13. Intervalos estudiados para los flectores.

- Puente para esfuerzo axil (Medio puente)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (N)
20	10005	[0,1280]
40	5005	[0,2600]

Tabla 14. Intervalos estudiados para el axil.

- Puente para esfuerzos cortantes (Medio puente)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (N)
60	3338	[-850,850]
80	2505	[-1200,1200]

Tabla 15. Intervalos estudiados para los cortantes en conexión de medio puente.

- Puente para momento torsor. (Medio puente)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (Nm)
60	3338	[-13,13]
80	2505	[-17,17]

Tabla 16. Intervalos estudiados para el torsor en conexión de medio puente.

- Puente para esfuerzos cortantes. (Puente completo)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (N)
20	10005	[-150,150]
30	6672	[-220,220]

Tabla 17. Intervalos estudiados para los cortantes en conexión de puente completo.

- Puente para momento torsor. (Puente completo)

Resistencia de ganancia (Ω)	Ganancia	Intervalo obtenido (Nm)
60	3338	[-25,25]
120	1667	[-12,12]

Tabla 18. Intervalos estudiados para el torsor en conexión de puente completo.

Una vez obtenidos datos experimentales de los posibles intervalos de diseño, se ha podido comprobar que la opción elegida en el apartado 3 es viable. Se espera obtener buena precisión para todos los momentos y todas las fuerzas a excepción de uno de los cortantes, a pesar de que en la alternativa de puentes completos expuesta anteriormente sí que es posible conseguir dicha precisión en todas las fuerzas y momentos. Sin embargo, se busca instrumentar el sillín con el menor número de galgas y posteriormente analizar la viabilidad y precisión de esta alternativa.

La tabla 19 muestra un resumen con los puentes seleccionados para el desarrollo de la opción propuesta. Se utilizan 6 conexiones, 5 de ellas en configuración de medio puente y una en configuración de puente completo, denominado Puente 4. Esta última conexión permite calcular de manera desacoplada con otros esfuerzos y con mayor precisión que un medio puente. Además, se añaden los valores aproximados de las resistencias en paralelo (R_p) utilizadas para centrar el valor de offset obtenidos experimentalmente.

Puente	Ecuación	Ganancia	R_p (k Ω)
1	$2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_z$	2505	100
2	$2,06 \cdot 10^{-5} \cdot M_y$	2505	0
3	$1.64 \cdot 10^{-7} \cdot F_x$	10005	150
4	$1.7 \cdot 10^{-6} \cdot F_y$	10005	300
5	$28.7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x + 0.854 \cdot 10^{-6} \cdot F_z$	2505	150
6	$28.7 \cdot 10^{-6} \cdot M_x - 0.854 \cdot 10^{-6} \cdot F_z$	2505	150

Tabla 19. Resumen conexiones a realizar y ganancia empleada.

Por último, se procede a comparar los intervalos obtenidos experimentalmente con los propuestos inicialmente, para así tener una idea de cuánto se acercará el dispositivo instrumentado a los resultados deseados en términos de precisión.

Componente medida	Intervalo inicial	Intervalo experimental
F_x	[0,800] N	[0,1280] N
F_y	[-250,250] N	[-250,250] N
F_z	[-250,250] N	[-1200,1200] N
M_x	[-20,20] Nm	[-17,17] Nm
M_y	[-10,40] Nm	[-5,30] Nm
M_z	[-5,25] Nm	[-5,30] Nm

Tabla 20. Comparativa entre los intervalos buscados y los conseguidos.

Como se puede observar, los intervalos son bastante similares para todas las componentes, a excepción del cortante en el eje Z, donde se pierde precisión, pues el intervalo conseguido es unas 5 veces mayor que el intervalo propuesto. Este hecho era de esperar, y se asume que hay que alcanzar un compromiso entre la precisión y la economía y sencillez del aparato de medición.

4.2.6 Diseño de los circuitos impresos

Una vez se ha completado la selección de ganancias, el siguiente paso a seguir es el diseño de los circuitos impresos que permitirán realizar las conexiones pertinentes para el correcto funcionamiento del sistema. El software elegido es EasyEda®.

Se ha adaptado el circuito diseñado por E. Martín-Sosa et al. [6] para las dos placas a diseñar. Una de ellas sirve para medir las componentes del axil y los momentos flectores. De esta manera, las conexiones correspondientes a las galgas uniaxiales están contenidas en la misma placa.

Por otro lado, las conexiones relativas a las rosetas, encargadas de detectar los cortantes y el momento torsor, se conectan en otra placa.

El primer paso es diseñar el esquema electrónico con los componentes electrónicos y las conexiones pertinentes, mostrado en el apartado 4.2.5 Una vez hecho esto, se comprueba que no existan fallos en las conexiones y se genera la placa de circuito impreso (PCB). En esta fase del desarrollo, se colocan distintos componentes en la posición y orientación más idónea para minimizar el tamaño de la PCB. Posteriormente, se crean las pistas que conectarán los distintos elementos y se establecen las conexiones a tierra. En las Figuras 4.2-9 y 4.2-10 se recogen imágenes del proceso de creación de las PCB's.

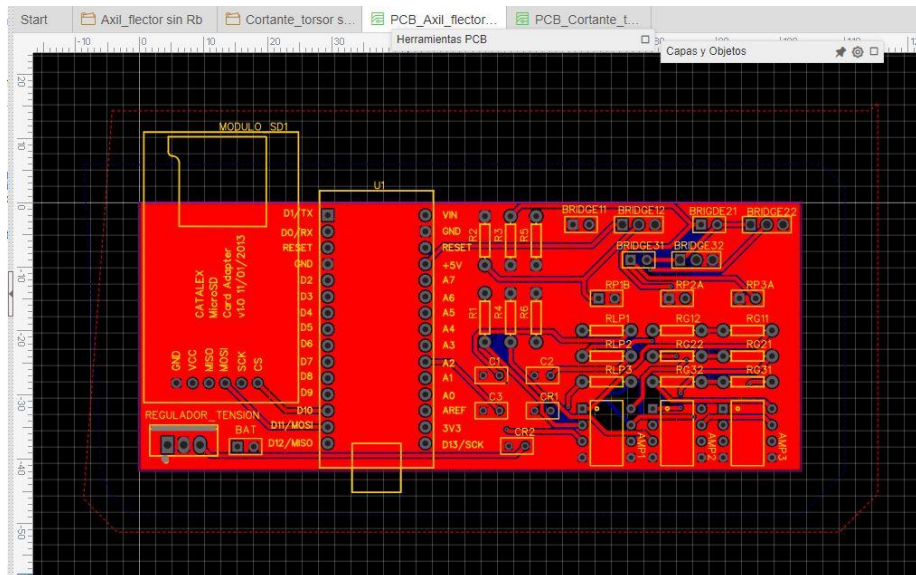


Figura 4.2-9. Placa definitiva para galgas uniaxiales.

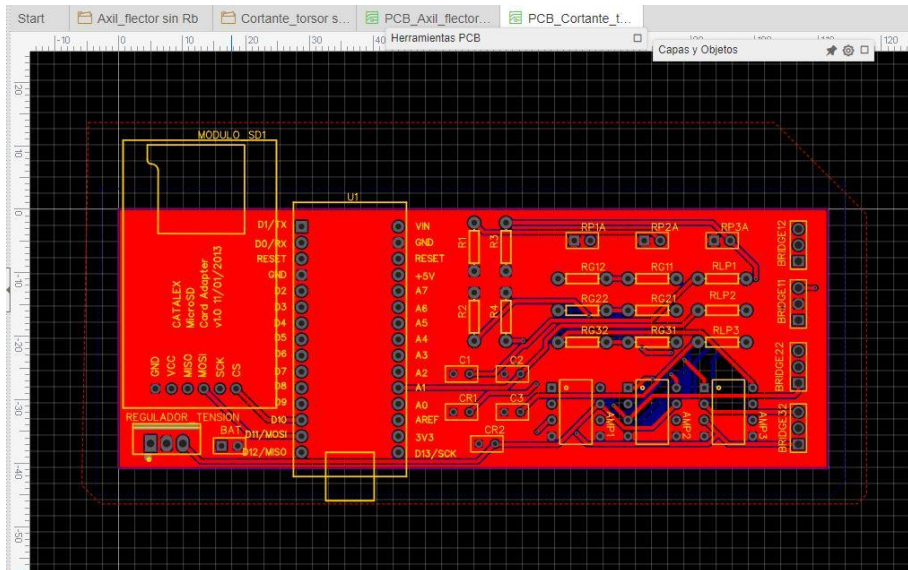


Figura 4.2-10. Placa definitiva para rosetas.

EasyEda® proporciona una vista 3D, una vez realizada la placa, para tener una idea de cómo se vería si se llevase a cabo su fabricación. Dicha representación se muestra en las Figuras 4.2-11 y 4.2-12.

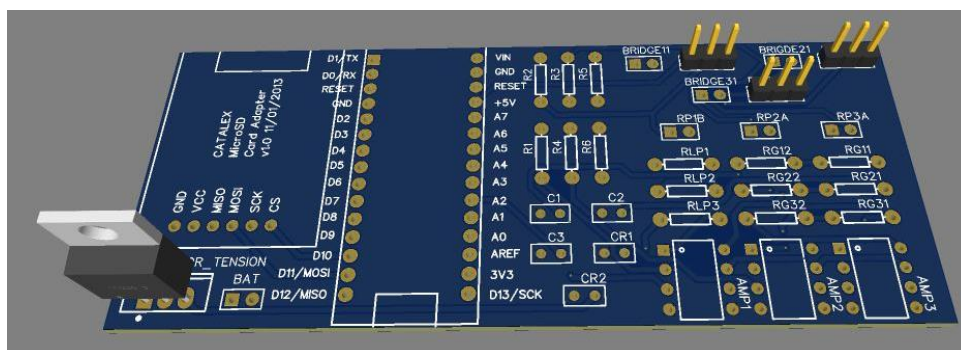


Figura 4.2-11. Vista 3D de la placa para galgas uniaxiales.

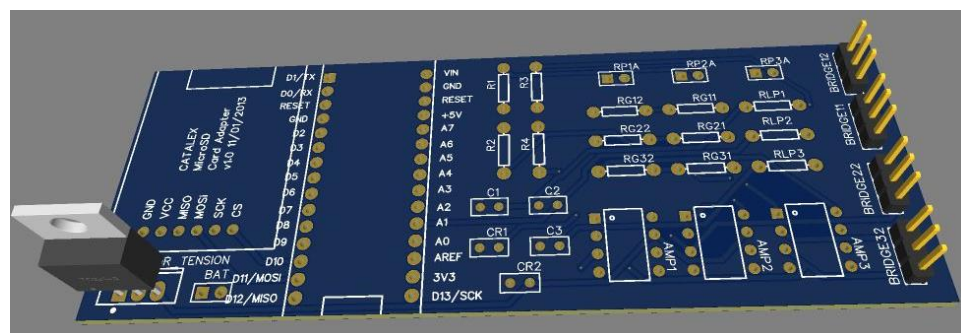


Figura 4.2-12. Viste 3D de la placa para rosetas.

5 CALIBRACIÓN DEL DISPOSITIVO. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ EXPERIMENTAL

La calibración de los sensores es el último paso previo a las pruebas para conocer los resultados. Consiste en establecer una relación directa entre la excitación de la señal recibida, detectada por las galgas extensométricas y mostrada por el microcontrolador, y un valor de fuerza o momento en unidades del sistema internacional. Este proceso está formado por varias pruebas, en las que se toman los datos requeridos para obtener dicha proporcionalidad. Es decir, sirven para asignar un valor real de fuerza o momento a partir de la aplicación de cargas conocidas con pesas calibradas.

A continuación, se explican las pruebas a realizar y su finalidad. Una vez se obtienen dichos valores, que permiten formar la matriz de calibración, se comprueba su funcionamiento. Se aplican cargas conocidas en diferentes configuraciones con la finalidad de que los valores marcados por los sensores sean correctos, separando los esfuerzos aplicados en la barra del sillín. Para ello, se utilizan pesas calibradas, un tornillo de banco para fijar la barra y una mordaza como la que se muestra en la Figura 5-1 para poder aplicar las cargas con cierta excentricidad. Además, se utiliza un nivel de burbuja para corroborar que la posición de la barra es la correcta.

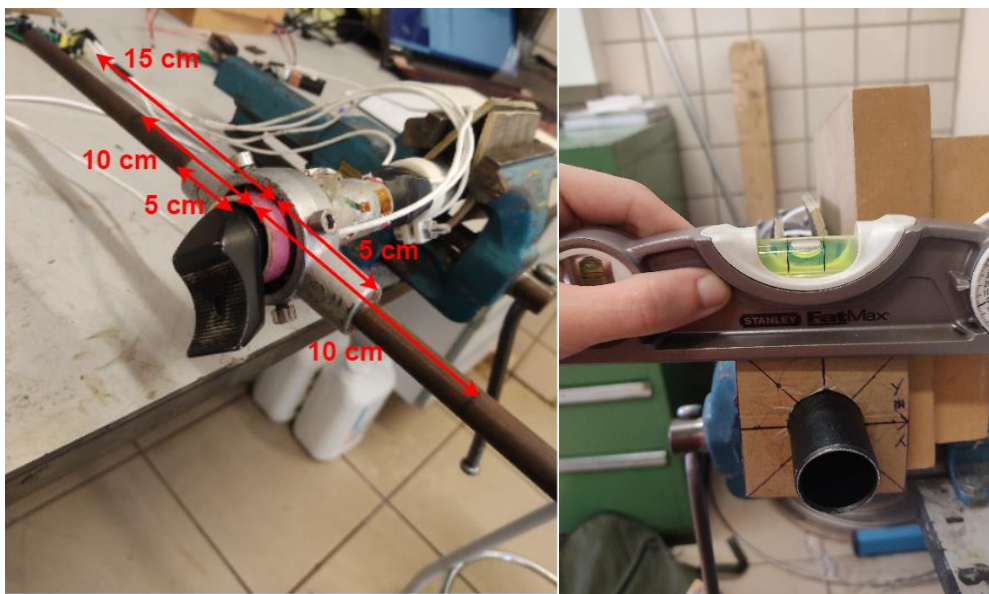


Figura 5-1. Mordaza para aplicar cargas excéntricas (izquierda) y nivel de burbuja (derecha).

- **Prueba 1: Calibración del axil y momentos flectores**

La primera componente por calibrar es la fuerza en el sentido del eje X (tracción/compresión en la barra). Para llevar a cabo la asignación de valores, se coloca una pesa de masa conocida en la configuración mostrada en la Figura 5-2. Para esta configuración, no existen únicamente esfuerzos de tracción/compresión, si no que la fuerza, que se aplica con una excentricidad en los ejes Y o Z de 10 y 15 cm, produce momentos flectores en el eje Z o Y, respectivamente. Sin embargo, la ecuación teórica de la señal del puente 3, mostrada como recordatorio en la ecuación 39 (obtenida de la tabla 9, sección 3), únicamente depende de la componente en X de la fuerza. Esto permite separar las variables y únicamente detectar las deformaciones que permiten medir la fuerza en el eje X.

(39)

$$\text{Señal 1 (P3)} = \varepsilon_{G5} + \varepsilon_{G6} = 1.64 \cdot 10^{-5} \cdot N_x$$

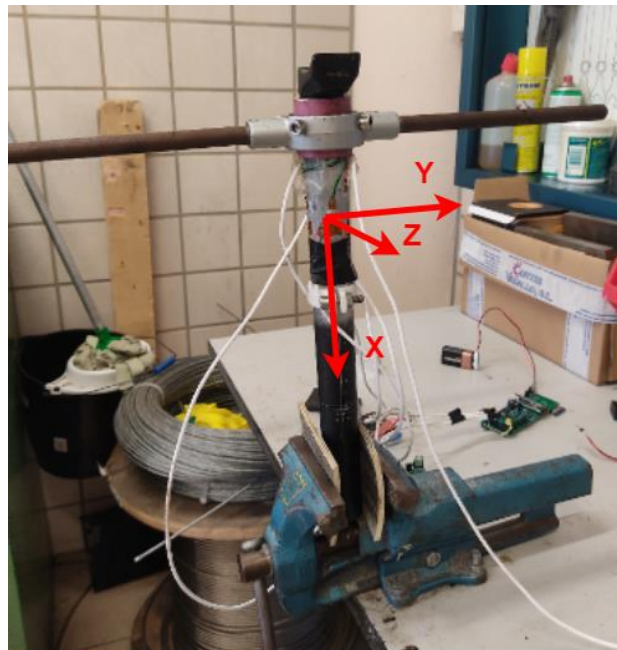


Figura 5-2. Configuración elegida para calibrar axil y flectores.

El procedimiento seguido para la calibración de la prueba 1 es el siguiente:

Debido a que el microcontrolador no puede proporcionar señales negativas, hay que fijar el valor de la resistencia en paralelo (R_p) que desequilibra el puente de Wheatstone para modificar el valor de offset y conseguir el deseado. En este caso, se busca que el valor recibido por parte del microcontrolador sea cercano a 512 bits cuando no existen más cargas aplicadas sobre el sillín que el peso propio. En este caso, la R_p elegida es de 147 k Ω con un valor de offset de 700 bits.

Después de ajustar la R_p , se coloca un peso de 5 kg en diferentes configuraciones. La finalidad es encontrar una linealidad en los valores. Tras haber obtenido los resultados en bits, se asigna un valor de fuerza a cada uno de los valores entre 0 y 1023 bits que microcontrolador proporciona. La prueba 1 se divide en tres secuencias de datos.

Secuencia 1: Los resultados de la secuencia 1 se corresponden con la Figura 5-3, donde se coloca una pesa de 5 kg sobre la barra del sillín (sin excentricidad). Los valores en bits obtenidos para esta secuencia -y para las demás- se corresponden con el valor medio de la parte más estable de la señal, pues al colocar y retirar los pesos se introduce ruido.

Carga aplicada F_x (N)	Excentricidad (cm)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
49	0	-41	-5	0

Tabla 21. Resultados de la prueba 1, secuencia 1.

Carga aplicada F_x (N)	Excentricidad (cm)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
49	0	-3	14	7

Tabla 22. Resultados de la prueba 1, secuencia 1 (continuación).

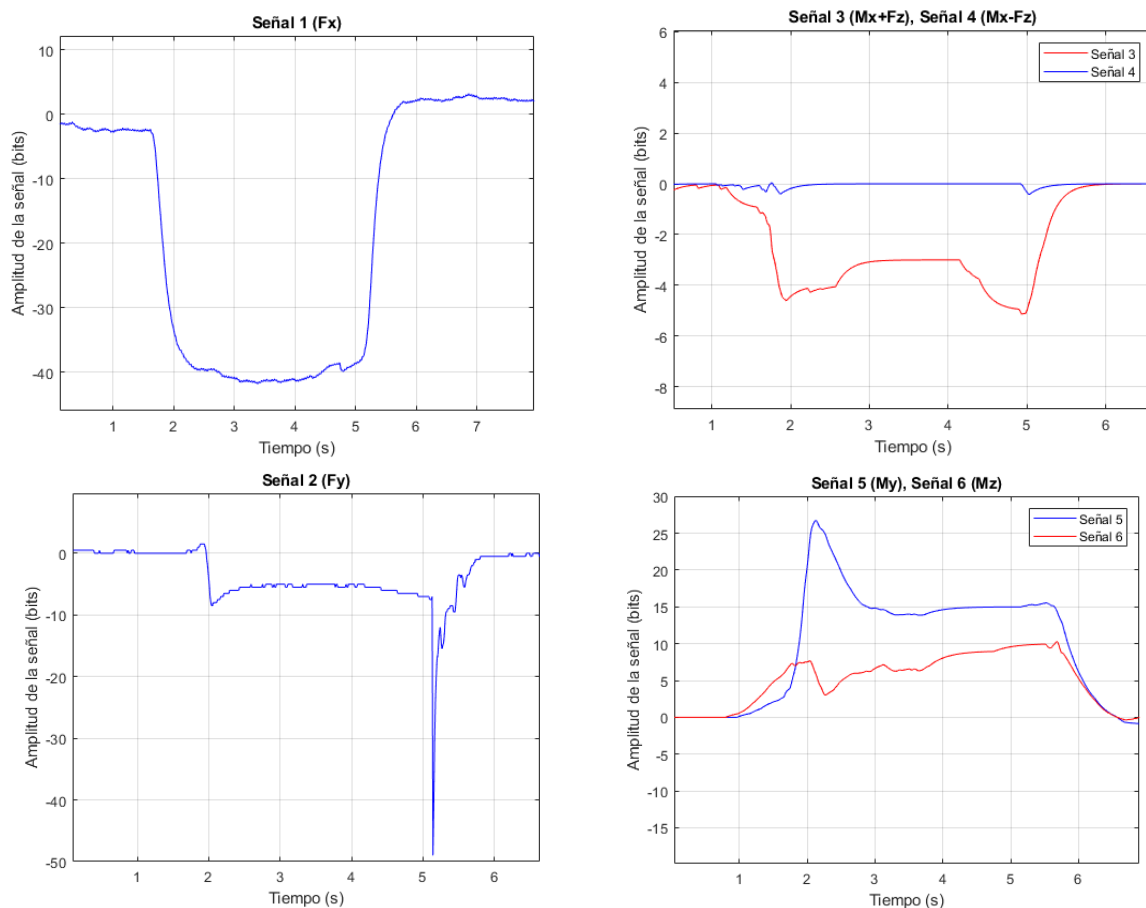


Figura 5-3. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 1.

Como se puede apreciar, la señal presenta bastante ruido debido a la gran amplificación (x10.000) requerida para la debida detección de las fuerzas en el eje X de la barra. El ruido también es amplificado, y causa una menor fiabilidad en los resultados.

Secuencia 2: En la Figura 5-4 se muestra la configuración seleccionada para la secuencia 2, en la cual en primer lugar se aplican 49 N con una excentricidad de 10 cm y después se aumenta dicha excentricidad a 15 cm, generando momentos en el eje Z en consecuencia. Se representan los resultados obtenidos en la Figura 5-5.

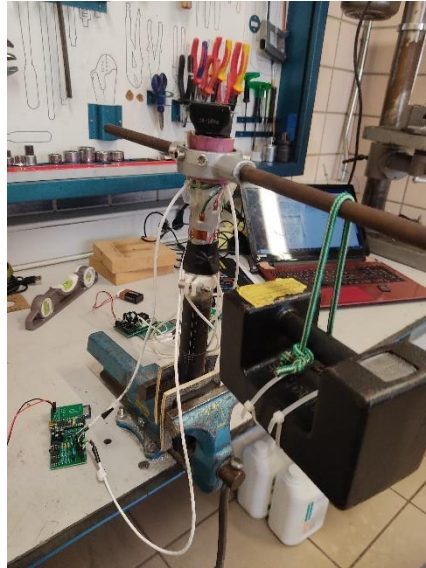


Figura 5-4. Configuración de 49 N y 15 cm de excentricidad en la secuencia 2.

Carga aplicada F_x (N)	Momento aplicado M_z (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
49	-4.9	-30	-10	5
49	-7.35	-29	-11	5

Tabla 23. Resultados de la Prueba 1, secuencia 2.

Carga aplicada F_x (N)	Momento aplicado M_z (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
49	-4.9	1	-6	-152
49	-7.35	1	-6	-236

Tabla 24. Resultados de la Prueba 1, secuencia 2 (continuación).

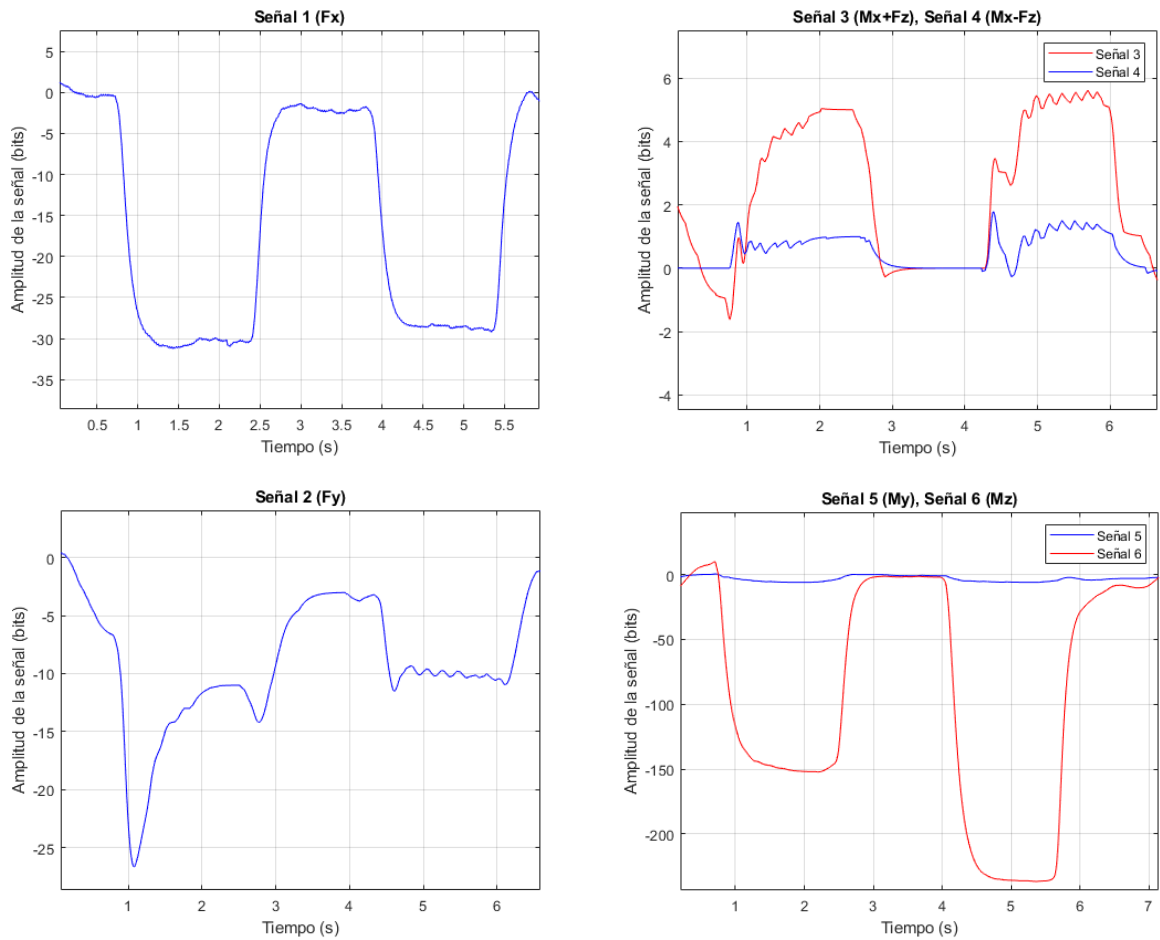


Figura 5-5. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 2.

Secuencia 3: Es la última secuencia de la prueba 1. Consiste en repetir la secuencia 2, pero esta vez generando momentos en el eje Y en vez de en el Z a partir de una fuerza en el eje X. Esto se consigue rotando la barra (y el utilillado utilizado) 90° en el sentido horario. Los resultados se muestran a continuación.

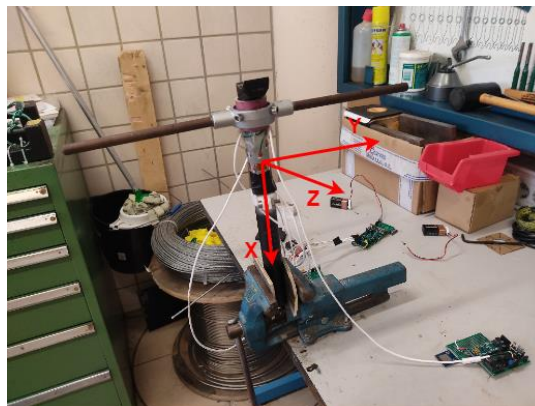


Figura 5-6. Configuración utilizada para la prueba 1, secuencia 3.

Carga aplicada F_x (N)	Momento aplicado M_y (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
49	4.9	-37	13	2
49	7.35	-37	15	3

Tabla 25. Resultados de la Prueba 1, secuencia 3.

Carga aplicada F_x (N)	Momento aplicado M_y (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
49	4.9	2	150	6
49	7.35	1	227	17

Tabla 26. Resultados de la Prueba 1, secuencia 3 (continuación).

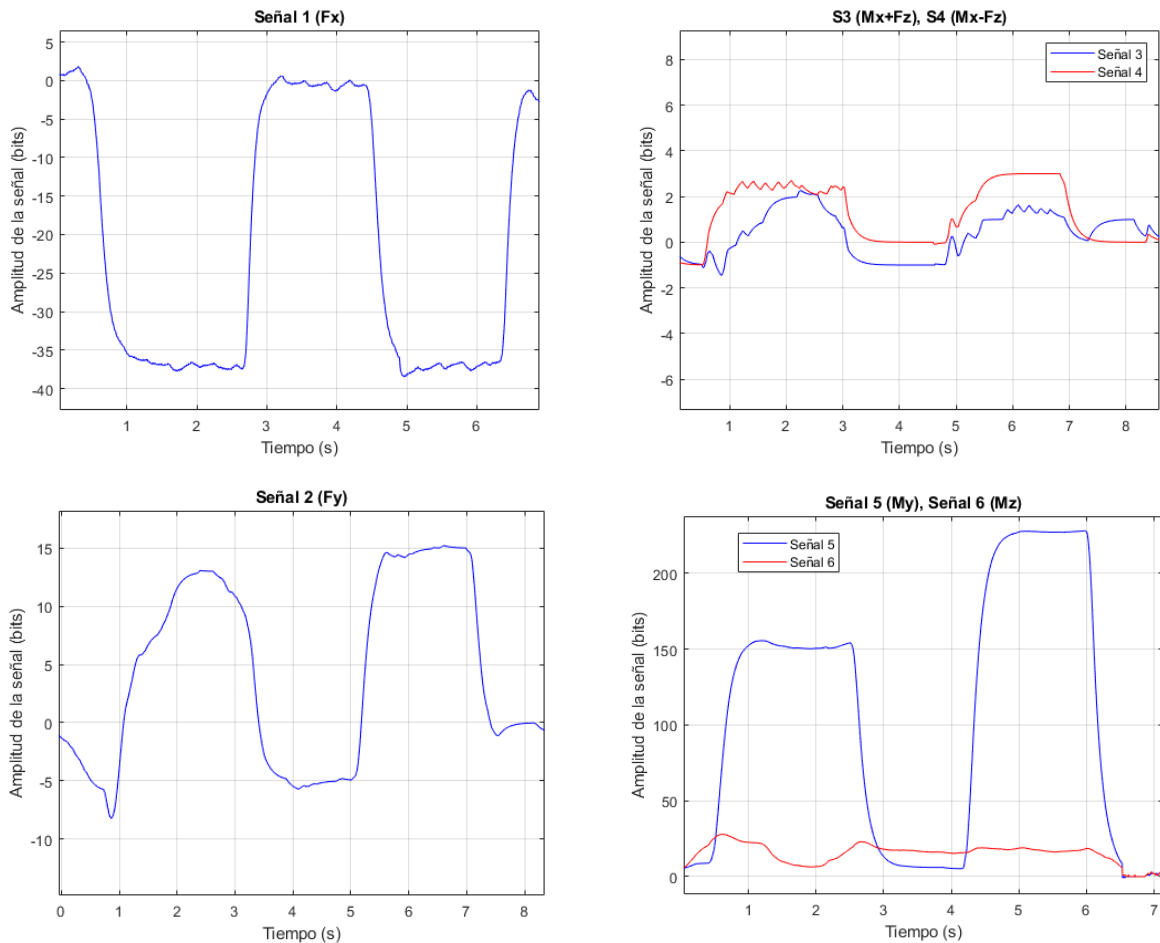


Figura 5-7. Resultados obtenidos en la prueba 1, secuencia 3.

- **Prueba 2: Calibración de los cortantes**

Las siguientes componentes por calibrar son las fuerzas cortantes, las fuerzas en los ejes Y y Z. A continuación, se explica el procedimiento completo para la calibración del cortante en el eje Z. También se exponen los resultados para el eje Y, conseguidos de manera análoga. Se recuerdan en la siguiente tabla las ecuaciones de cada uno de los puentes destinados a la medición de los cortantes y momentos flectores, obtenidas en la tabla 12, en la sección 3.

Puente	Ecuación ($\times 10^{-6}$)	Componente medida
P1	$20.6 \cdot M_z$	M_z
P2	$20.6 \cdot M_y$	M_y
P4	$1.7 \cdot V_y$	V_y
P5	$28.7 \cdot M_x - 0.854 \cdot V_z$	M_x, V_z
P6	$28.7 \cdot M_x + 0.854 \cdot V_z$	M_x, V_z

Tabla 27. Recordatorio ecuaciones puentes de Wheatstone.

Se puede apreciar que, relacionando las señales **P5** y **P6** (**P5-P6**), se consigue desacoplar el efecto del momento torsor sobre la detección del cortante en Z. La expresión teórica obtenida para dicha operación es:

(40)

$$\text{Señal } (P6 - P5) = 1.708 \cdot 10^{-6} \cdot V_z$$

Las resistencias en paralelo seleccionadas para cada puente son las siguientes:

Puente	Resistencia en paralelo ($k\Omega$)	Valor en bits de Offset
P1	470	570
P2	220	400
P4	200	600
P5	0.3944	730
P6	200	570

Tabla 28. Ajuste del valor de offset de la Prueba 2.

Como ya se ha mencionado, se realizarán dos secuencias de mediciones, donde en la primera se aplica una fuerza de 49 N -con la pesa de 5 kg- en la dirección del eje Z. La segunda secuencia es una repetición de la primera, pero las cargas se aplican en la dirección del eje Y. En la figura 5-8 se observan las configuraciones utilizadas durante ambas secuencias.



Figura 5-8. Configuración elegida para la prueba 2, secuencia 1 (izquierda) y secuencia 2 (derecha).

Las galgas extensométricas encargadas de la detección de los momentos flectores se encuentran a una distancia de 7.5 cm de la fuerza aplicada, por lo que los momentos resultantes tienen un valor de 3.68 N·m.

Secuencia 1: Se corresponde con una carga de 49 N en la dirección del eje Z. Se aplica un momento en el eje Y de valor 3.68 N·m. En las siguientes tablas y figuras se exponen los resultados obtenidos para cada una de las dos secuencias en cada uno de los dos sentidos de aplicación de la fuerza.



Figura 5-9. Imagen tomada durante la prueba 2, secuencia 1.

SECUENCIA 1				
Carga aplicada F_z (N)	Momento M_y aplicado (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
49	3.68	-6	12	-14

Tabla 29. Resultados de la prueba 2, secuencia 1.

SECUENCIA 1				
Carga aplicada F_z (N)	Momento M_y aplicado (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
49	3.68	25	100	8

Tabla 30. Resultados de la prueba 2, secuencia 1 (continuación).

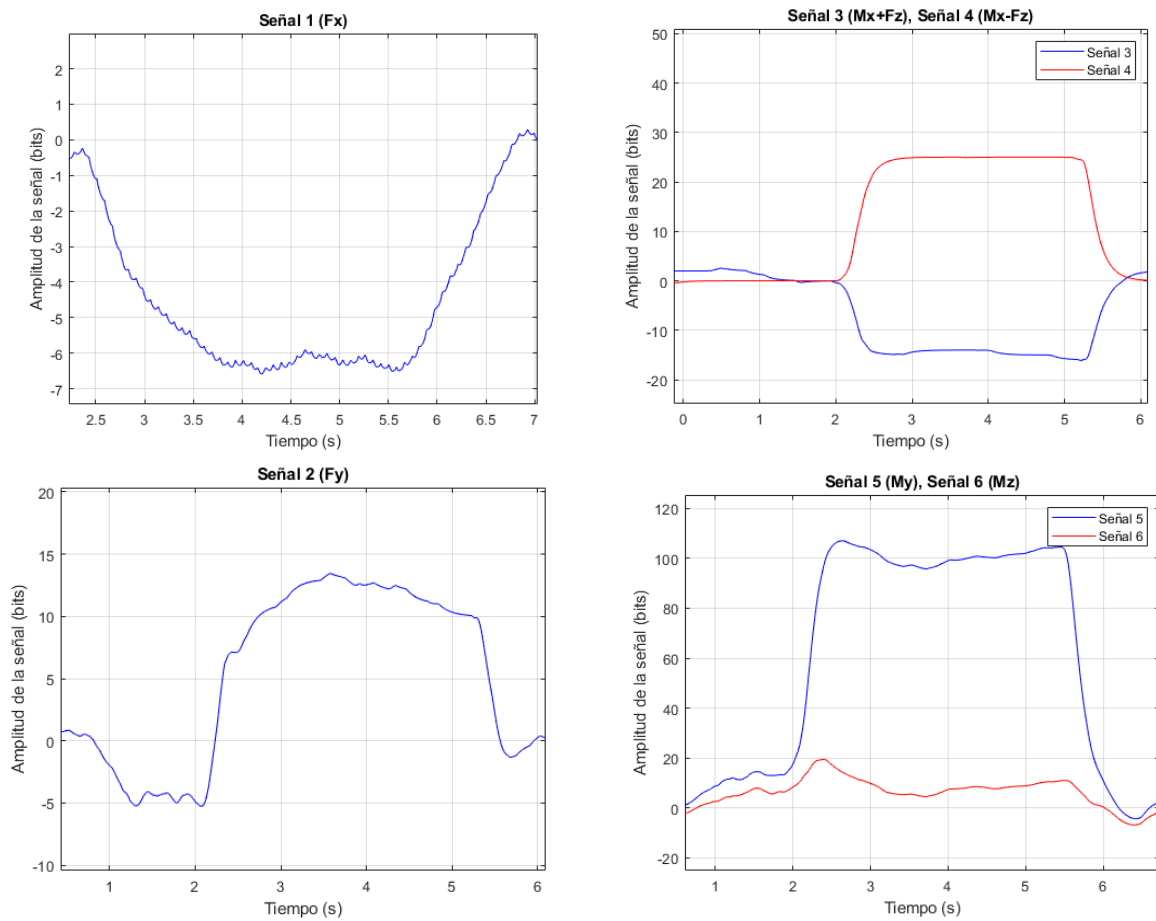


Figura 5-10. Resultados de la prueba 2, secuencia 1.

Secuencia 2: Se repite el mismo procedimiento que en la secuencia 1, pero con la barra posicionada de manera que las fuerzas son aplicadas en la dirección del eje Y local (sentido negativo) para aplicar esfuerzos.

SECUENCIA 2				
Carga aplicada F_z (N)	Momento M_z aplicado (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
-49	-3.68	-8	-179	-1

Tabla 31. Resultados de la prueba 2, secuencia 2.

SECUENCIA 2				
Carga aplicada F_z (N)	Momento M_z aplicado (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
-49	-3.68	-1	5	-103

Tabla 32. Resultados de la prueba 2, secuencia 2 (continuación).

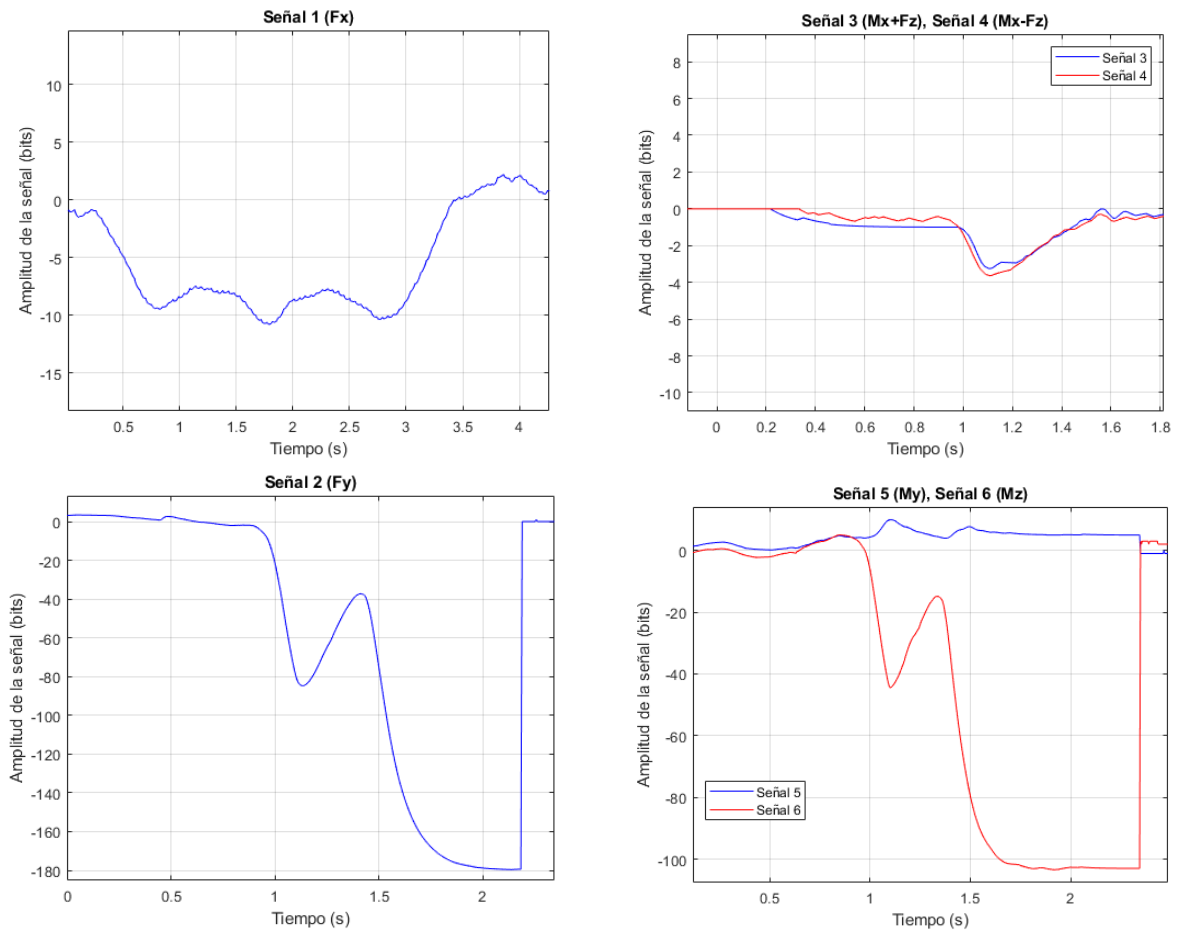


Figura 5-11. Resultados de la prueba 2, secuencia 2.

- **Prueba 3: Calibración del momento torsor**

Para completar la calibración de las seis componentes de las fuerzas y momentos, el último paso es calibrar el momento torsor. Se realizan dos secuencias nuevamente para tomar los datos necesarios. En este caso, pueden aparecer esfuerzos cortantes en el eje Y o Z, un momento flector en el otro eje de los citados (Z o Y), y un momento torsor en X. Los puentes que miden dichas componentes son los puentes 5 y 6, cuyas ecuaciones se incluyen en la tabla 11. Para obtener el valor de la componente del momento torsor, no hay más que sumar ambas señales, descartando así la detección de los cortantes que pudiera haber acoplados en la señal recibida.

(41)

$$\text{Señal (P5 + P6)} = 5.74 \cdot 10^{-5} \cdot M_x$$

Los valores de las resistencias en paralelo ya fueron fijados para ambos puentes en la prueba 2. Estos valores son 349.44Ω para el puente 5, con un valor de offset de 730 bits y, para el puente 6, una resistencia de $200 \text{ k}\Omega$, ofreciendo un offset de aproximadamente 570 bits.

Las secuencias realizadas para calibrar el momento torsor se describen a continuación:

Secuencia 1: Se aplican cargas en el sentido positivo del eje Z con una excentricidad de 5, 10 y 15 cm respecto al centro de la sección en el eje Y para aplicar distintos valores de momento torsor. El momento flector (en el eje Y) generado es de $2.7 \text{ N}\cdot\text{m}$, pues las galgas se encuentran a 5.5 cm del utillaje. Parte de dicha secuencia se muestra en las imágenes recogidas en la figura 5-13.

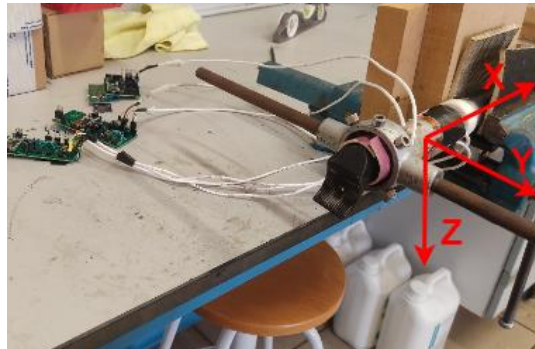


Figura 5-12. Configuración seleccionada para la prueba 3, secuencia 1.

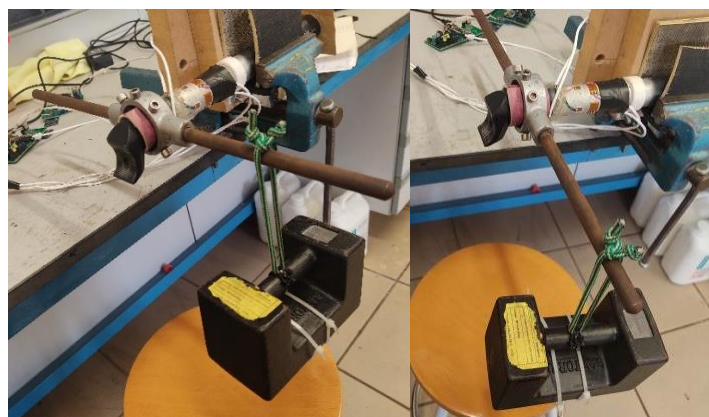


Figura 5-13. Imágenes tomadas durante la prueba 3, secuencia 1. 10 cm excentricidad (izquierda) y 15 cm. (derecha).

Carga aplicada F_z (N)	Momento M_y aplicado (N·m)	Momento M_x aplicado (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
49	2.67	2.45	-6	6	23
49	2.67	4.9	-5	2	70
49	2.67	7.35	-6	-3	113

Tabla 33. Resultados de la prueba 3, secuencia 1.

Carga aplicada F_z (N)	Momento M_y aplicado (N·m)	Momento M_x aplicado (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
49	2.67	2.45	65	63	1
49	2.67	4.9	111	64	-1
49	2.67	7.35	153	67	0

Tabla 34. Resultados de la prueba 3, secuencia 1 (continuación).

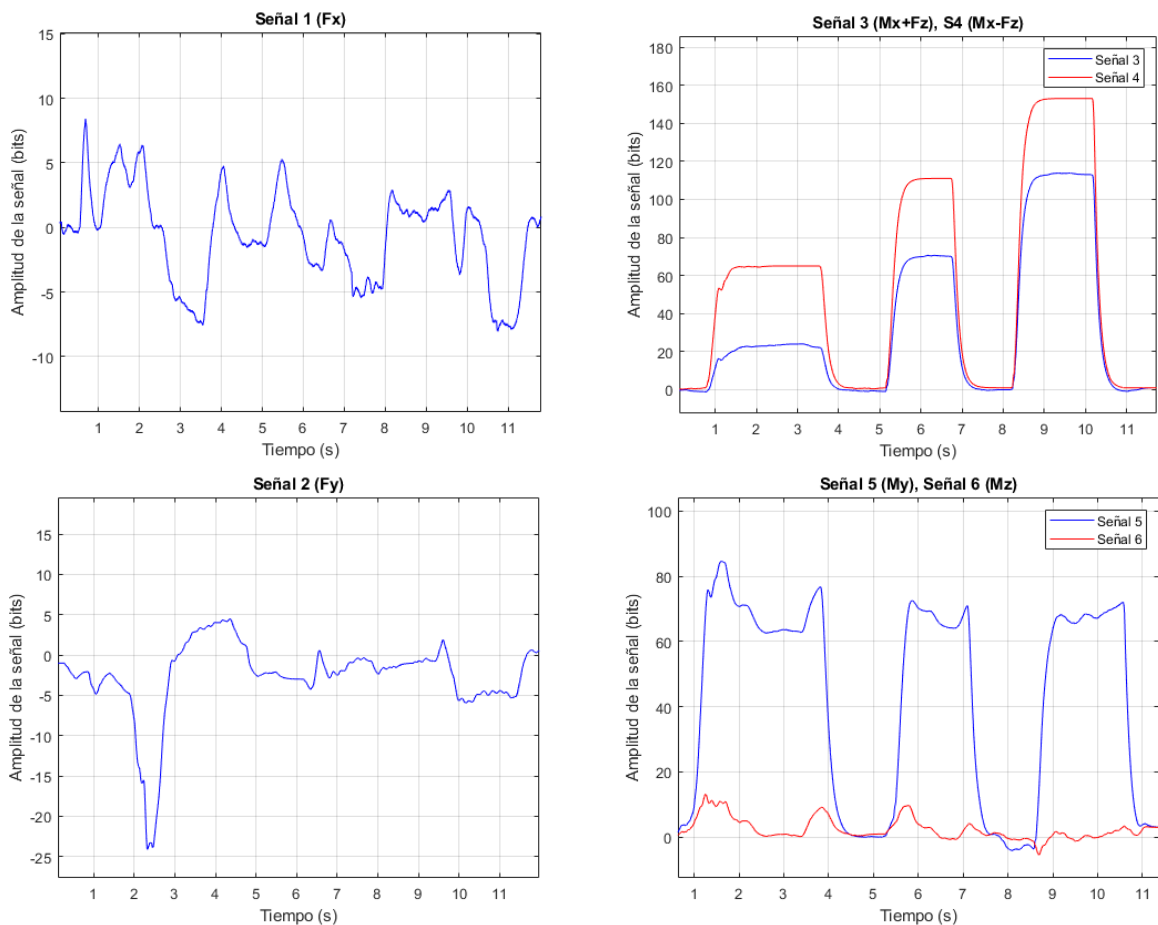


Figura 2.5-14. Resultados de la prueba 3, secuencia 1.

Secuencia 2: Las cargas se aplican de la misma manera descrita en la figura de la secuencia 1, pero en este caso el eje en el que se ejercen las fuerzas es el eje Y, sentido negativo. Se busca que el momento torsor resultante coincida con el de la secuencia 1, pero con signo opuesto.



Figura 5-15. Configuración de la prueba 3, secuencia 2.

Los resultados obtenidos en las distintas secuencias se muestran a continuación en las siguientes tablas y figuras. Debido a que se está trabajando con una suma de señales (cada una con un valor entre 0 y 1023), el valor en bits resultante se encontrará en el intervalo [0,2046].

Carga aplicada F_y (N)	Momento M_z aplicado (N·m)	Momento M_x aplicado (N·m)	Incremento Señal 1 (F_x)	Incremento Señal 2 (F_y)	Incremento Señal 3 (P5)
-49	2.67	-2.45	1	-175	-43
-49	2.67	-4.9	3	-168	-89
-49	2.67	-7.35	7	-165	-135

Tabla 35. Resultados de la prueba 3, secuencia 2.

Carga aplicada F_y (N)	Momento M_z aplicado (N·m)	Momento M_x aplicado (N·m)	Incremento Señal 4 (P6)	Incremento Señal 5 (M_y)	Incremento Señal 6 (M_z)
-49	2.67	-2.45	-43	8	-77
-49	2.67	-4.9	-90	10	-72
-49	2.67	-7.35	-137	9	-68

Tabla 36. Resultados de la prueba 3, secuencia 2 (continuación).

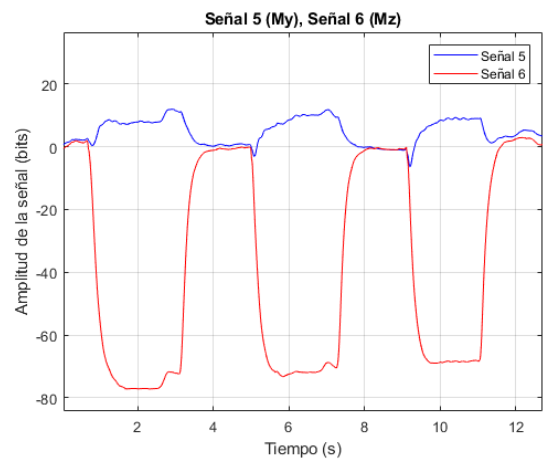
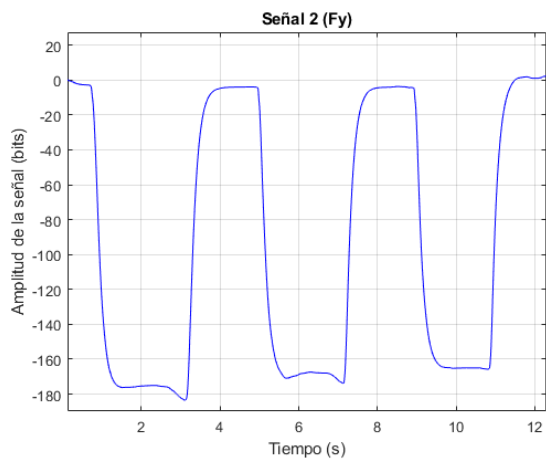
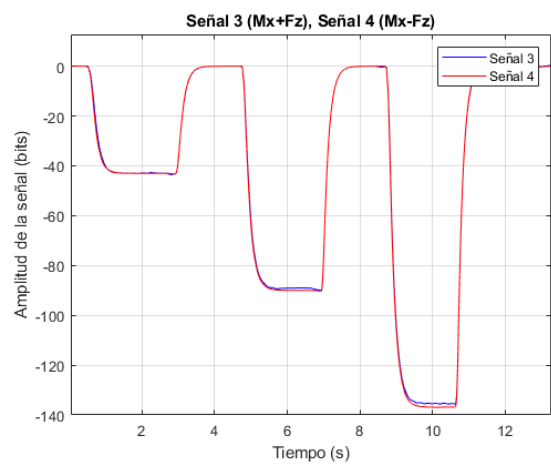
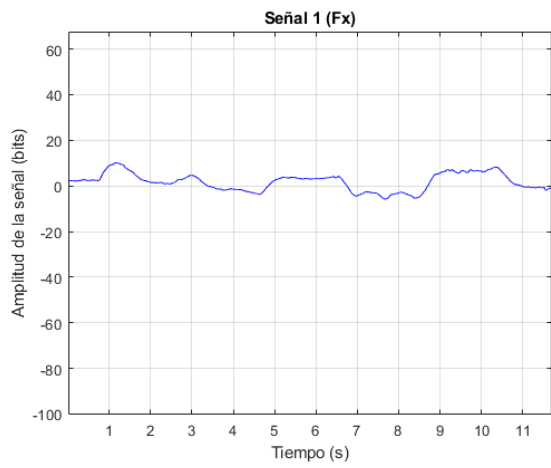


Figura 5-16. Resultados de la prueba 3, secuencia 2.

5.1 Obtención de la matriz experimental

Una vez analizados los datos de las pruebas realizadas para las seis componentes de la matriz de esfuerzos, se puede establecer una relación lineal entre la señal obtenida de los puentes de Wheatstone y el valor de la magnitud a medir.

Se analizan por separado las diferentes relaciones de proporcionalidad para cada una de las señales a calibrar. Para ello, se comparan las distintas mediciones obtenidas y qué cambios producen en la señal. Se asigna un factor K_{ij} , que representa la relación entre la fuerza/momento en el eje i y la señal obtenida j , a partir de los datos anteriores para así formar la matriz de proporcionalidad K buscada. Dicha matriz K debe cumplir la siguiente igualdad:

$$s = K \cdot F \quad (42)$$

Donde F es el vector de fuerzas y momentos y s el vector columna cuyas seis componentes están formadas por el incremento de cada una de las señales obtenidas.

Tras obtener dicha matriz K , es inmediato obtener el valor de las fuerzas y momentos a partir de los datos de las señales mediante la inversa de la matriz K :

$$F = K^{-1} \cdot s \quad (43)$$

1. Calibración de K_{i1} (F_x)

Los resultados de las mediciones de la prueba 1 -secuencia 1- permiten calcular la primera columna de la matriz K , pues la configuración de fuerzas y momentos seleccionada únicamente tiene F_x distinta de cero (49 N).

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Por tanto, es posible calcular las componentes K_{i1} para valores de i ($i=1,2,\dots,6$), donde la expresión de cada uno de los elementos de la matriz viene dada por:

$$K_{i1} = \frac{s_i}{49}$$

i	s_i	K_{i1}
1	-41	-0.857
2	-5	-0.102
3	0	0
4	-3	-0.0612
5	14	0.306
6	7	0.184

Tabla 37. Valores obtenidos para la calibración de K_{i1} .

$$K_{i1} = \begin{bmatrix} -0.8367 \\ -0.102 \\ 0 \\ -0.0612 \\ 0.2857 \\ 0.1429 \end{bmatrix}$$

2. Calibración de K_{i5} (M_y)

A continuación, se utilizan los resultados de la secuencia 3 de la prueba 1 de la calibración para la obtención de la quinta columna de la matriz K. Para la configuración de fuerzas y momentos utilizada, únicamente la fuerza axial y el flector en Y presentan valores distintos de cero. La expresión 45 describe la primera de las dos excitaciones correspondientes a la secuencia utilizada, y la 46 se corresponde con la segunda de ellas.

(45)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.9 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{i5} = \frac{s_i - 49 * K_{i1}}{4.9}$$

(46)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7.35 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{i5} = \frac{s_i - 49 * K_{i1}}{7.35}$$

i	s_i (45)	K_{i5}	s_i (46)	K_{i5}
1	-37	0.8163	-37	0.5442
2	13	3.6735	15	2.721
3	2	0.4082	3	0.4082
4	2	1.0204	1	0.5442
5	150	27.7551	227	28.9796
6	6	-0.2041	17	1.3605

Tabla 38. Valores obtenidos para la calibración de K_{i5} .

Por tanto, calculando el valor medio de los dos K_{i5} obtenidos, la quinta columna de la matriz K se corresponde con el siguiente vector:

$$K_{i5} = \begin{bmatrix} 0.6803 \\ 3.1973 \\ 0.4082 \\ 0.7823 \\ 28.3673 \\ 0.5782 \end{bmatrix}$$

3. Calibración de K_{i6} (M_z)

De manera análoga a la calibración de la señal 5, se utilizan -además de los datos obtenidos en la prueba 1, secuencia 2- las siguientes expresiones para el cálculo de K_{i6} ($i=1,2,\dots,6$).

(47)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4.9 \end{bmatrix}$$

$$K_{i6} = \frac{s_i - 49 * K_{i1}}{-4.9}$$

(48)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -7.35 \end{bmatrix}$$

$$K_{i6} = \frac{s_i - 49 * K_{i1}}{-7.35}$$

i	s_i (47)	K_{i6}	s_i (48)	K_{i6}
1	-30	-2.2449	-29	-1.6327
2	-10	1.0204	-11	0.8163
3	5	-1.0204	5	-0.6803
4	1	-0.8163	1	-0.5442
5	-6	4.0816	-6	2.7211
6	-152	33.449	-236	33.0612

Tabla 39. Valores obtenidos para la calibración de K_{i6} .

El valor medio elegido para K_{i6} es el siguiente:

$$K_{i6} = \begin{bmatrix} -1.9388 \\ 0.9184 \\ -0.8503 \\ -0.6803 \\ 3.4014 \\ 32.7551 \end{bmatrix}$$

4. Calibración de K_{i2} (F_y)

Una vez conseguidas las columnas 1, 5 y 6 de la matriz K, es posible calibrar las fuerzas cortantes. Para ello, se toman los datos obtenidos en la prueba 2 -secuencia 2-, donde esta vez los esfuerzos distintos de cero son el flector en Z y cortante en Y (M_z, F_y). Se presentan a continuación las ecuaciones que permiten el cálculo de K_{i2} :

(49)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.68 \end{bmatrix}$$

$$K_{i2} = \frac{s_i + 3.68 * K_{i6}}{-49}$$

i	s_i	K_{i2}
1	-8	0.3089
2	-179	3.5841
3	-1	0.0843
4	-1	0.0715
5	5	-0.3575
6	-103	-0.3579

Tabla 40. Valores obtenidos para la calibración de K_{i2} .

$$K_{i2} = \begin{bmatrix} 0.3089 \\ 3.5841 \\ 0.0843 \\ 0.0715 \\ -0.3575 \\ -0.3579 \end{bmatrix}$$

5. Calibración de K_{i3} (Fz)

De manera similar a la calibración de K_{i2} , los datos de la prueba 2 -secuencia 1- permiten despejar los valores de la tercera columna de la matriz K. En este caso, los esfuerzos distintos de cero son fuerza en el eje Z y momento flector en el eje Y. Las expresiones utilizadas son las siguientes:

(50)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49 \\ 0 \\ 3.68 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{i3} = \frac{s_i - 3.68 * K_{i5}}{49}$$

i	s_i	K_{i3}
1	-6	-0.1735
2	12	0.0048
3	-14	-0.3164
4	25	0.4515
5	100	-0.0896
6	8	0.1198

Tabla 41. Valores obtenidos para la calibración de K_{i3} .

$$K_{i3} = \begin{bmatrix} -0.1735 \\ 0.0048 \\ -0.3164 \\ 0.4515 \\ -0.0896 \\ 0.1198 \end{bmatrix}$$

6. Calibración de K_{i4} (Mx)

La última columna por calibrar es la asociada a las deformaciones causadas por un momento torsor. Puesto que se puede obtener el mismo valor de Mx con diferentes configuraciones, se realiza la calibración con dos mediciones. La primera se corresponde con la prueba 3, secuencia 1, y la segunda con la misma prueba, secuencia 2. Cada una de estas secuencias están formadas por tres excitaciones con diferente valor de momento torsor (2.45, 4.5, 7.35 N·m). El conjunto de ecuaciones 51 se corresponde con cada una de las excitaciones de la secuencia 1, y el 2.15 con la secuencia 2.

(51)

(I)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49 \\ 2.45 \\ 2.7 \\ 0 \end{bmatrix} ; K_{i4} = \frac{s_i - 49 * K_{i3} - 2.7 * K_{i5}}{2.45}$$

(I)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49 \\ 4.9 \\ 2.7 \\ 0 \end{bmatrix} ; K_{i4} = \frac{s_i - 49 * K_{i3} - 2.7 * K_{i5}}{4.9}$$

(III)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49 \\ 7.35 \\ 2.7 \\ 0 \end{bmatrix}; K_{i4} = \frac{s_i - 49 * K_{i3} - 2.7 * K_{i5}}{7.35}$$

i	s_i (I)	K_{i4}	s_i (II)	K_{i4}	s_i (III)	K_{i4}
1	-6	0.2721	-5	0.3401	-6	0.0907
2	6	-1.1701	2	-1.4014	-3	-1.6145
3	23	15.2653	70	17.2245	113	17.333
4	65	16.6395	111	17.075	153	17.5193
5	63	-3.7551	64	-1.6735	67	-0.7075
6	1	-2.6259	-1	-1.7211	0	-1.0113

Tabla 42. Valores obtenidos para la calibración de K_{i4} .

$$K_{i4}^A = \begin{bmatrix} 0.2343 \\ -1.3953 \\ 16.6077 \\ 17.2887 \\ -2.0454 \\ -1.7861 \end{bmatrix}$$

(52)

(I)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -49 \\ 0 \\ -2.45 \\ 0 \\ -2.7 \end{bmatrix}; K_{i4} = \frac{s_i + 49 * K_{i2} + 2.7 * K_{i6}}{-2.45}$$

(II)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -49 \\ 0 \\ -4.9 \\ 0 \\ -2.7 \end{bmatrix}; K_{i4} = \frac{s_i + 49 * K_{i2} + 2.7 * K_{i6}}{-4.9}$$

(III)

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -49 \\ 0 \\ -7.35 \\ 0 \\ -2.7 \end{bmatrix} ; K_{i4} = \frac{s_i + 49 * K_{i2} + 2.7 * K_{i6}}{-7.35}$$

i	s_i (I)	K_{i4}	s_i (II)	K_{i4}	s_i (III)	K_{i4}
1	1	-4.449	3	-2.637	7	-2.2993
2	-175	-1.2653	-168	-2.0612	-165	-1.7823
3	-43	16.8027	-89	17.7891	-135	18.1179
4	-43	16.8707	-90	18.0272	-137	18.4127
5	8	0.1361	10	-0.3401	9	-0.0907
6	-77	2.4898	-72	0.2245	-68	-0.3946

Tabla 43. Valores obtenidos para la calibración de K_{i4} (segunda opción).

$$K_{i4}^B = \begin{bmatrix} -3.127 \\ -1.7029 \\ 17.5699 \\ 17.7702 \\ -0.0983 \\ 0.7732 \end{bmatrix}$$

El vector K_{i4} seleccionado es el resultado de la media de las dos mediciones (K_{i4}^A y K_{i4}^B) de dicho vector obtenidas:

$$K_{i4} = \begin{bmatrix} -1.4463 \\ -1.5491 \\ 17.0888 \\ 17.529 \\ -1.0718 \\ -0.5064 \end{bmatrix}$$

Una vez se han determinado todas las componentes de la matriz de proporcionalidad, es posible obtener el valor de las fuerzas y momentos mediante la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = K^{-1} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix}$$

Donde s_i es el valor obtenido de la señal del puente i en bits.

Para obtener de manera directa los resultados, hay que calcular la inversa de la matriz K . A continuación, se muestran ambas matrices, tanto K como K^{-1} .

$$K = \begin{bmatrix} -0.8367 & 0.3089 & -0.1735 & -1.4463 & 0.6803 & -1.9388 \\ -0.1020 & 3.5841 & 0.0049 & -1.5491 & 3.1973 & 0.9184 \\ 0 & 0.0843 & -0.3164 & 17.0888 & 0.4082 & -0.8503 \\ -0.0612 & 0.0715 & 0.4515 & 17.5285 & 0.7823 & -0.6803 \\ 0.2857 & -0.3575 & -0.0896 & -1.0718 & 28.3673 & 3.4014 \\ 0.1429 & -0.3579 & 0.1198 & -0.5064 & 0.5780 & 32.7551 \end{bmatrix}$$

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} -1.1907 & 0.0984 & 0.2049 & -0.2901 & 0.0241 & -0.0764 \\ -0.0451 & 0.2787 & 0.0259 & -0.0064 & -0.0304 & -0.0068 \\ -0.1009 & 0.0115 & -1.3040 & 1.2627 & -0.0147 & -0.0124 \\ -0.0017 & -0.0011 & 0.0346 & 0.0231 & -0.0010 & 0.0014 \\ 0.0105 & 0.0022 & -0.0051 & 0.0081 & 0.0347 & -0.0030 \\ 0.0049 & 0.0025 & 0.0048 & -0.0032 & -0.0010 & 0.0309 \end{bmatrix}$$

Por tanto, se utilizará la siguiente igualdad para el cálculo de las fuerzas y momentos aplicadas sobre la barra del sillín:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1907 & 0.0984 & 0.2049 & -0.290 & 0.0241 & -0.0764 \\ -0.0451 & 0.2787 & 0.0259 & -0.006 & -0.0304 & -0.0068 \\ -0.1009 & 0.0115 & -1.3040 & 1.2627 & -0.0147 & -0.0124 \\ -0.0017 & -0.0011 & 0.0346 & 0.0231 & -0.0010 & 0.0014 \\ 0.0105 & 0.0022 & -0.0051 & 0.0081 & 0.0347 & -0.0030 \\ 0.0049 & 0.0027 & 0.0048 & -0.003 & -0.0010 & 0.0309 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{s1} \\ \varepsilon_{s2} \\ \varepsilon_{s3} \\ \varepsilon_{s4} \\ \varepsilon_{s5} \\ \varepsilon_{s6} \end{bmatrix}$$

6 COMPROBACIÓN DE LA MATRIZ DE CALIBRACIÓN

Esta sección se centra en corroborar que, cuando se ejercen fuerzas y momentos superpuestos en la tija del sillín, las mediciones no se ven afectadas. Se busca comprobar la precisión de la matriz de calibración. Para ello, se llevan a cabo dos nuevas pruebas con configuraciones diferentes, donde el dispositivo proporciona una señal de salida que, multiplicada por la matriz K de calibración, permite obtener el valor de las fuerzas y momentos aplicados.

- **Prueba 1:** La primera prueba para la comprobación de la matriz K es muy similar a las pruebas 2 y 3 de la calibración, pero con diferentes direcciones en las fuerzas y momentos aplicados. Esta dirección se encuentra a 45° entre los ejes Y y Z, tal como se muestra en la figura 6-1.

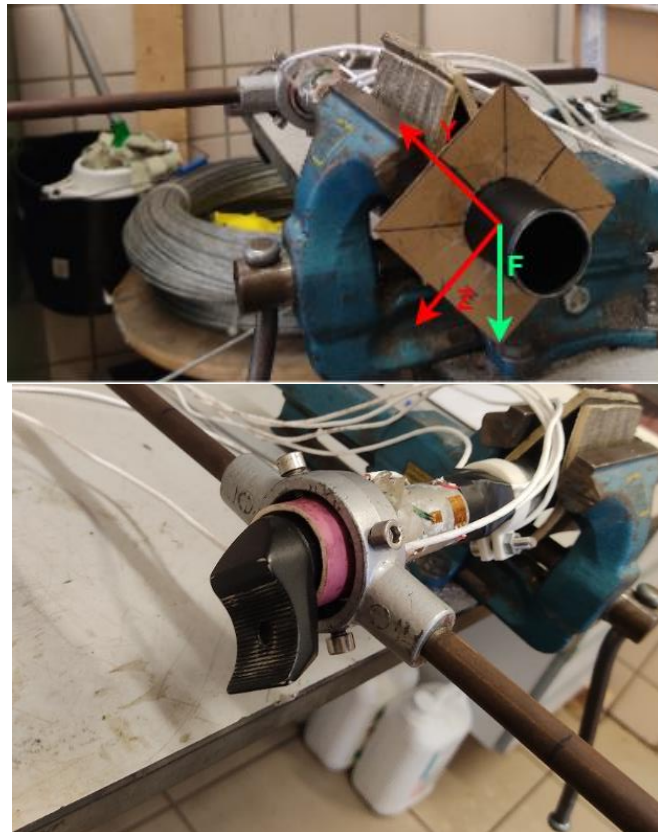


Figura 6-1. Configuración seleccionada para la prueba 1 de la calibración.

Una vez la barra del sillín se encuentra en la posición descrita, se toman datos de una secuencia de tres cargas diferentes. En primer lugar, se aplican 49 N de fuerza en la dirección y sentido descritos en la figura 6-1 (F), colocando el peso sin excentricidad. Como consecuencia, se aplica también un momento flector de valor 2.7 N·m en la dirección perpendicular a la de aplicación de la fuerza, y contenida en el plano YZ. A continuación, dicho peso se cuelga de nuevo a distancias de 10 y 15 cm respecto al centro de la sección, provocando la existencia de momentos torsores -en el eje X- de 4.9 y 7.35 N·m.

Se muestra en la siguiente tabla los valores de las fuerzas y momentos aplicados en cada una de las excitaciones en la dirección situada a 45° entre los ejes Y y Z, y también se muestran las proyecciones de dichos valores sobre los ejes Y y Z -ejes locales-.

Excitación	Esfuerzos aplicados (Valor absoluto)	Esfuerzos aplicados (proyectados en XYZ)
1	F_{yz}= 49 N M_{yz}= 2.7 N·m ; M_x= 0 N·m	F_x= 0 N F_y= -34.6 N ; F_z= 34.6 N M_y=1.9 N·m ; M_z= -1.9 N·m M_x= 0 N·m
2	F_{yz}= 49 N M_{yz}= 2.7 N·m ; M_x= 4.9 N·m	F_x= 0 N F_y=-34.6 N ; F_z= 34.6 N M_y=-1.9 N·m ; M_z= -1.9 N·m M_x= 4.9 N·m
3	F_{yz}= 49 N M_{yz}= 2.7 N·m ; M_x= 7.35 N·m	F_x= 0 N F_y=34.6 N ; F_z= 34.6 N M_y=-1.9 N·m ; M_z= -1.9 N·m M_x= 7.35 N·m

Tabla 44. Resumen de la secuencia correspondiente a la prueba 1.

Los resultados se exponen a continuación en la siguiente figura, donde también se muestran siguiente tabla los valores obtenidos para cada una de las cargas que fueron excitadas.

Excitación	Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)	Mx (N·m)	My (N·m)	Mz (N·m)
1	-11.1	38.94	-28.22	0.08	3.09	-2.09
2	-20.9	26.17	-38.98	4.77	2.15	-2
3	-22.93	21.09	-39.71	7.47	2.265	-2.08

Tabla 45. Resumen de los resultados obtenidos en la prueba 1.

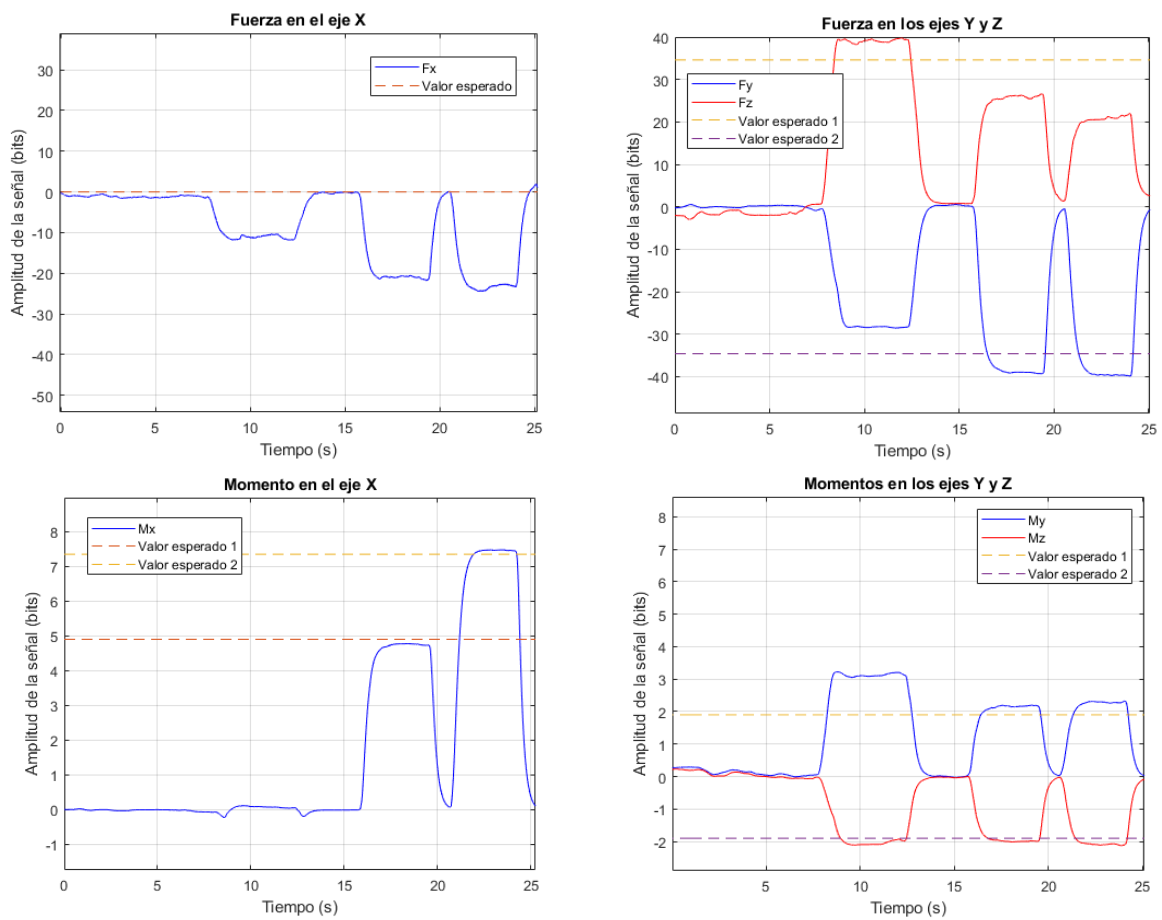


Figura 6-2. Resultados obtenidos en la prueba 2 de la comprobación.

- **Prueba 2:** La siguiente prueba para la comprobación de la matriz es similar una de las pruebas del proceso de calibración, pero con diferente orientación en la dirección de excentricidad de las cargas, situada a 45° entre los ejes Y y Z. La configuración utilizada se muestra y se explica a continuación.

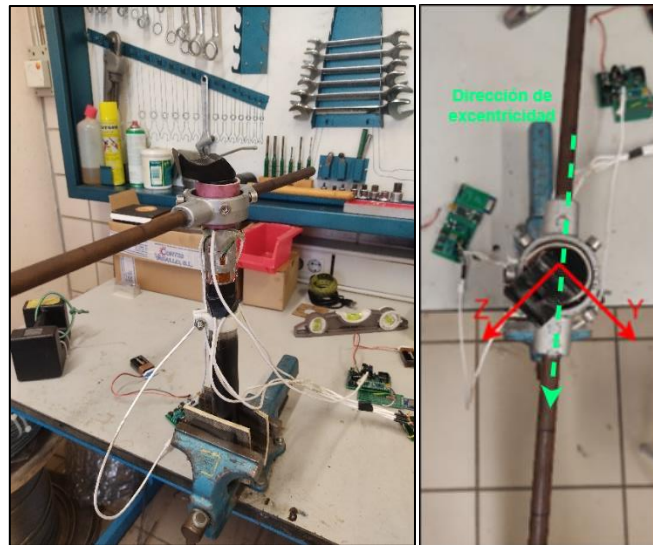


Figura 6-3. Configuración utilizada en la prueba 2.

Se procede a aplicar diferentes cargas para obtener datos de una secuencia de excitaciones, con el fin de comparar los valores marcados por el dispositivo con los valores que se busca obtener. En primer lugar, se coloca un peso de 5 kg sobre la tija, sin excentricidad. Por tanto, la primera excitación se corresponde con la aplicación de una carga de 49 N sobre el eje X de la barra del sillín. A continuación, se aplica un peso de 10 kg a una distancia (positiva) de 4.5 cm del centro de la sección, resultando en un momento de valor 4.41 N·m. Por último, se coloca el peso de 49 N a una distancia de 10 cm en el sentido opuesto a la excitación descrita con anterioridad (sentido negativo). Dicha distancia en la aplicación de las fuerzas produce momentos de valor -4.9 N·m en la dirección perpendicular a la de la excentricidad, contenida en el plano YZ. La tabla 46 muestra dichas configuraciones, mostrando los valores que se espera obtener del dispositivo. El valor de los esfuerzos que no aparecen (F_y , F_z y M_x) es cero.

Se recogen los valores obtenidos en dos tablas: en la tabla 47 se resumen los valores obtenidos ante las cargas aplicadas para los esfuerzos que son excitados, y en la 48 se observa el valor absoluto máximo detectado para cada esfuerzo que no debía haber sido excitado. Además, se muestran los resultados obtenidos en la Figura 6-4.

Excitación	Esfuerzos aplicados (Valor absoluto)	Esfuerzos aplicados (proyectados en XYZ)
1	$F_x = 49 \text{ N}$	$F_x = 49 \text{ N}$
2	$F_x = 98 \text{ N}$ $M_{yz} = 4.41 \text{ N}\cdot\text{m}$	$F_x = 98 \text{ N}$ $M_y = M_z = 3.12 \text{ N}\cdot\text{m}$
3	$F_x = 49 \text{ N}$ $M_{yz} = -4.9 \text{ N}\cdot\text{m}$	$F_x = 49 \text{ N}$ $M_y = M_z = -3.46 \text{ N}\cdot\text{m}$

Tabla 46. Resumen de la secuencia correspondiente a la prueba 2.

Excitación	Fx (N)	My (N·m)	Mz (N·m)
1	47.45	0.2	0.2
2	95.46	2.36	3.06
3	51.05	-2.8	-3.53

Tabla 47. Resumen de los resultados obtenidos en la prueba 2.

Fy (N)	Fz (N)	Mx (N·m)
8.33	15.07	0.28

Tabla 48. Valores máximos (absolutos) detectados durante la prueba 2.

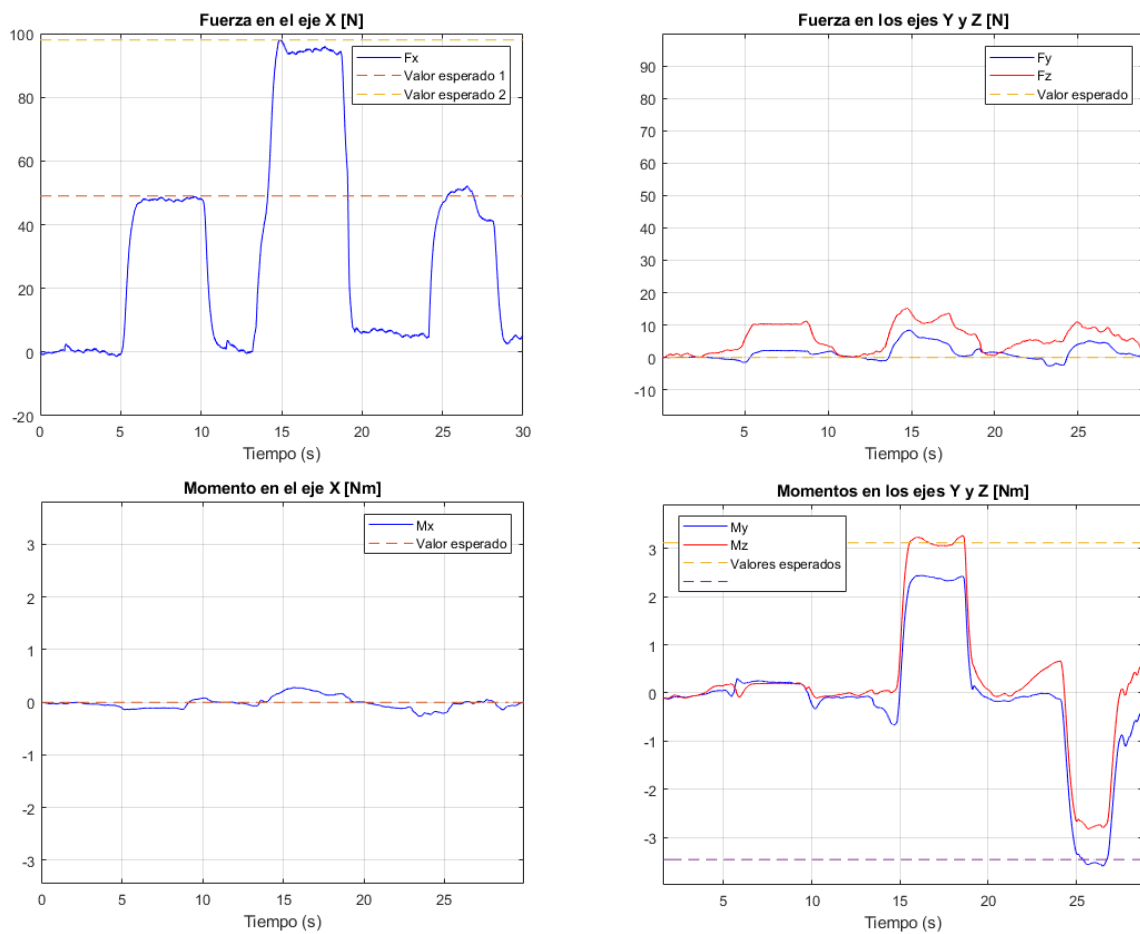


Figura 6-4. Resultados de la comprobación 2.

7 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

7.1 Discusión

Para conocer la ubicación y el número necesario de galgas extensométricas en la barra del sillín, se ha llevado a cabo un estudio teórico -en el apartado 3- del problema para un esfuerzo general en dicha barra. Como resultado, se obtuvo una matriz que relaciona las fuerzas y deformaciones de manera proporcional (K_{teo}). Por otra parte, se ha calculado de manera experimental la matriz de proporcionalidad fuerzas-deformaciones (K_{exp}) mediante las calibraciones llevadas a cabo en el apartado 5. Estas calibraciones están sujetas a error, pues pueden existir múltiples fuentes de ruido o falta de precisión. Se procede a comparar las dos matrices obtenidas, con el fin de analizar los resultados obtenidos y las similitudes y diferencias entre ambas.

$$K_{teo} = 10^4 \cdot \begin{bmatrix} -610 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 58.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 58.5 & -58.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.74 & 1.74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.85 \end{bmatrix}$$

$$K'_{exp} = \begin{bmatrix} -1.1907 & 0.0984 & 0.2049 & -0.290 & 0.0241 & -0.0764 \\ -0.0451 & 0.2787 & 0.0259 & -0.006 & -0.0304 & -0.0068 \\ -0.1009 & 0.0115 & -1.3040 & 1.2627 & -0.0147 & -0.0124 \\ -0.0017 & -0.0011 & 0.0346 & 0.0231 & -0.0010 & 0.0014 \\ 0.0105 & 0.0022 & -0.0051 & 0.0081 & 0.0347 & -0.0030 \\ 0.0049 & 0.0027 & 0.0048 & -0.003 & -0.0010 & 0.0309 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, casi todas las filas de la matriz experimental coinciden en orden de magnitud respecto a la matriz teórica. A excepción de los valores sombreados en color naranja, la diferencia entre los que están sombreados en azul y los que no -deberían ser cero teóricamente- es de entre uno y dos órdenes de magnitud. Por tanto, ambas matrices parecen coherentes en casi todas sus componentes. Es importante conocer que no existe una relación lineal entre K_{teo} y K'_{exp} , debido a que cada una de las señales obtenidas de la excitación de las galgas posee un factor de amplificación diferente. De esta manera, la proporcionalidad señal-deformación se pierde.

Las componentes que muestran una mayor desviación respecto al valor que se obtiene en la matriz teórica son $K_{21}, K_{51}, K_{61}, K_{63}, K_{13}$ y K_{14} . K_{63} relaciona el momento en el eje Z con la señal 3. K_{21}, K_{51} y K_{61} relacionan la fuerza en el eje Y, el momento en el eje Y y el momento en el eje Z -respectivamente- con la señal 1, encargada de la medición del axil. K_{13} y K_{14} relacionan la fuerza en el eje X con las señales 3 y 4, encargadas de medir tanto en momento torsor -eje X- como la fuerza en el eje Z. Se aprecia una relación entre ambas componentes, pues para aplicar momento en el eje Y se deben ejercer fuerzas bien en el eje X, o bien en el eje Z a cierta distancia del centro de la barra.

Estos errores pueden estar causados por diversos factores como falta de precisión en la ubicación de las galgas, exceso de ruido en alguna señal causado por la gran amplificación necesaria, pequeños errores en la posición de la barra a la hora de calibrar o incluso leves movimientos en los cables durante la grabación de la secuencia.

El hecho de que la señal encargada de medir la fuerza en el eje X esté involucrada en la diferencia entre la matriz esperada y obtenida, junto con ser la señal de peor calidad de las seis existentes, sugiere que dicha conexión es el factor principal que contribuye al error. La falta de calidad en la señal puede estar causada por la gran amplificación ($\times 10.000$) a la que es sometida.

Como posible solución al problema, se aportan varias alternativas:

- **Utilizar puente completo para la medición de F_x :** Si se considerase realizar una conexión de puente completo para dicha señal, la amplificación necesaria se reduciría, por lo que el ruido se atenuaría. Para ello, habría que colocar dos galgas uniaxiales en la dirección perpendicular a las galgas -de la señal 1- ya ubicadas.
- **Cambiar el rango de fuerzas durante la calibración:** Las calibraciones se han llevado a cabo con pesas de bajo peso. Aumentar dicho peso ayudaría a que el valor de excitación de la señal crezca considerablemente, mientras que el ruido continuaría en el mismo orden de magnitud. Sin embargo, al ser un sillín de aluminio, no es recomendable excederse en las fuerzas aplicadas, pues se pueden producir deformaciones permanentes, saliendo de la zona elástico-lineal.
- **Utilizar otro método de medición para el axil:** Puesto que la medición del axil resulta ser un problema en los trabajos actuales centrados en el sillín de la bicicleta, cambiar de metodología podría ser beneficioso para la calidad general del dispositivo. Se pueden encontrar ejemplos [11, 12] en los que se utilizan mantas de presión para medir la fuerza en la dirección normal al sillín, además de proporcionar datos de la posición de los apoyos del ciclista en el sillín. Estos datos podrían ser procesados para mejorar la calidad del dispositivo.

Tras haber trabajado con señales basadas tanto en medio puente de Wheatstone como en puente completo, se puede decir que ambas conexiones se comportan de manera similar. El puente completo es más beneficioso cuando se requiere una gran amplificación, pues se obtiene menor ruido. Sin embargo, cuando es necesario reducir el número de galgas, es posible el uso de conexiones en medio puente sin apenas alterar la calidad respecto a un puente completo. Esta alternativa también tiene desventajas, pues se acoplan esfuerzos en la misma señal -como las señales 3 y 4- que puede inducir a un error mayor en la matriz de calibración final. Utilizar puentes completos permite obtener de manera independiente una señal para cada fuerza o momento, lo cual no sería posible para las componentes F_y , F_z y M_x en configuración de medio puente. Este desacoplo podría ser beneficioso para evitar que las calibraciones se vean afectadas por la dependencia entre señales.

7.2 Conclusiones. Líneas futuras

El objetivo del trabajo era diseñar un dispositivo de medición capaz de medir las seis componentes de las fuerzas y momentos en un sistema de referencia de ejes principales en la barra del sillín. Mediante las calibraciones, se ha obtenido la matriz buscada para relacionar las excitaciones de las señales con las componentes del vector de fuerzas y momentos. Dicha matriz se ha comparado con la teórica, obteniéndose resultados coherentes para la gran mayoría de las componentes. Además, se han realizado mediciones independientes a las calibraciones para comprobar los resultados. Pese a que no se ha conseguido una gran precisión, se ha seguido un procedimiento correcto para la obtención de la matriz de calibración que permite medir las componentes buscadas. También se han propuesto diferentes alternativas para intentar mejorar el grado de precisión.

En el futuro, se espera mejorar la calidad de las calibraciones tomando en cuenta las consideraciones anteriores y los problemas encontrados. Este trabajo sirve como primera toma de contacto con la medición de esfuerzos en el sillín, por lo que se intentará aumentar la precisión de los resultados. Además, no se ha resuelto aún el problema de transferir los esfuerzos de la barra del sillín al apoyo del ciclista, pues el dispositivo mide únicamente en la barra del sillín. Conseguir una relación entre las mediciones de la barra y las fuerzas que está experimentando el ciclista es el objetivo final de la idea por la que nace este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Oja, P., Titze, S., Bauman, A., De Geus, B., Krenn, P., Reger-Nash, B., & Kohlberger, T. (2011). Health benefits of cycling: a systematic review. *Scandinavian journal of medicine & science in sports*, 21(4), 496-509.
- [2] Johnston, T. E. (2007). Biomechanical considerations for cycling interventions in rehabilitation. *Physical therapy*, 87(9), 1243-1252.
- [3] Kotler, D. H., Babu, A. N., & Robidoux, G. (2016). Prevention, evaluation, and rehabilitation of cycling-related injury. *Current sports medicine reports*, 15(3), 199-206.
- [4] Srinivasan, J., & Balasubramanian, V. (2007). Low back pain and muscle fatigue due to road cycling—An sEMG study. *Journal of Bodywork and Movement Therapies*, 11(3), 260-266.
- [5] Soden, P. D., & Adeyefa, B. A. (1979). Forces applied to a bicycle during normal cycling. *Journal of Biomechanics*, 12(7), 527-541.
- [6] Martín-Sosa, E., Chaves, V., Alvarado, I., Mayo, J., & Ojeda, J. (2021). Design and validation of a device attached to a conventional bicycle to measure the three-dimensional forces applied to a pedal. *Sensors*, 21(13), 4590.
- [7] Alexander, N., Strutzenberger, G., Jenny, H., Augustin, H., & Schwameder, H. (2015). Static and dynamic evaluation of a pedal system for measuring three-dimensional forces in cycling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology*, 229(4), 222-230.
- [8] Vanwalleghem, J., Mortier, F., De Baere, I., Loccufier, M., & Van Paepegem, W. (2012). Design of an instrumented bicycle for the evaluation of bicycle dynamics and its relation with the cyclist's comfort. *Procedia Engineering*, 34, 485-490.
- [9] Bini, R. R., & Carpes, F. P. (Eds.). (2014). *Biomechanics of cycling* (pp. 12-31). Basel, Switzerland: Springer.
- [10] Vanwalleghem, J., De Baere, I., Loccufier, M., & Van Paepegem, W. (2015). Dynamic calibration of a strain gauge based handlebar force sensor for cycling purposes. *Procedia Engineering*, 112, 219-224.
- [11] Lowe, B. D., Schrader, S. M., & Breitenstein, M. J. (2004). Effect of bicycle saddle designs on the pressure to the perineum of the bicyclist. *Medicine and science in sports and exercise*, 36(6), 1055-1062
- [12] Rodano, R., Squadrone, R., Sacchi, M., & Marzegan, A. (2002). Saddle pressure distribution in cycling: comparison among saddles of different design and materials. In *ISBS-Conference Proceedings Archive*.
- [13] Potter, J. J., Sauer, J. L., Weisshaar, C. L., Thelen, D. G., & Ploeg, H. L. (2008). Gender differences in bicycle saddle pressure distribution during seated cycling. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 40(6), 1126-1134.
- [14] Vanwalleghem, J., Mortier, F., De Baere, I., Loccufier, M., & Van Paepegem, W. (2012). Design of an instrumented bicycle for the evaluation of bicycle dynamics and its relation with the cyclist's comfort. *Procedia Engineering*, 34, 485-490.
- [15] Vanwalleghem, J., De Baere, I., Loccufier, M., & Van Paepegem, W. (2013). Sensor design for outdoor racing bicycle field testing for human vibration comfort evaluation. *Measurement Science and Technology*, 24(9), 095002.
- [16] Sien, D., Jordi, D. H., Juwet, M., Shariatmadar, K., & Versteyhe, M. (2020). Design and calibration of an instrumented seat post to measure sitting loads while cycling. *Sensors*, 20(5), 1384
- [17] Zhang, Y., Liu, F., Trkov, M., & Yi, J. (2012, July). Rider/bicycle pose estimation with IMU/seat force measurements. In *2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)* (pp. 604-609). IEEE.
- [18] Hoffmann, K. (1989). *An introduction to measurements using strain gages* (No. BOOK). Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik.
- [19] Hoffmann, K. (1996). Practical hints for the installation of strain gages. *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH*, 56.

- [20] Graciani, E. (2019). *Cálculo de tensiones en barras*.
- [21] Paris, F. (2000). *Teoría de la elasticidad*.