FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Teoría de Juegos y su aplicación a la Guerra Fría.

Trabajo fin de grado presentado por Jesús Recio Martín, siendo la tutora del mismo la profesora María Magdala Pérez Nimo

Doña María Magdala Pérez Nimo

Don Jesús Recio Martín.

Sevilla, junio de 2022

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

Trabajo Fin De Grado

(Curso académico 2021-2022)

TITULO:

TEORÍA DE JUEGOS Y SU APLICACIÓN A LA GUERRA FRÍA.

AUTOR:

JESÚS RECIO MARTÍN.

TUTORA:

DÑA. MARÍA MAGDALA PÉREZ NIMO.

DEPARTAMENTO:

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA I.

AREA DE CONOCIMIENTO:

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA.

RESUMEN:

El objetivo del presente Trabajo de Fin de Grado es acercar la Teoría de Juegos a todo el mundo de una manera muy básica y sencilla para facilitar la comprensión.

Se introducirá al lector en el trabajo a través de un análisis histórico sobre la Teoría de Juegos y el papel que tuvo en ella John Nash. Se hará un estudio sobre todos los aspectos teóricos de la misma desde los fundamentos más básicos hasta conceptos más avanzados y, se propondrán diversos ejemplos y modelos para facilitar su comprensión, además, se mostrarán las diferentes aplicaciones en diversas ramas del conocimiento. En último lugar, se desarrollará una aplicación práctica de la teoría a un conflicto histórico como es la Guerra Fría y se analizará el papel que desempeño en la toma de decisiones por parte de cada bando en dicha guerra.

PALABRAS CLAVE:

Teoría; John Nash; Juego; Equilibrio; Guerra Fría.

CAPITULO 1.

INTRODUCCIÓN.

El mundo en el que vivimos actualmente es un mundo convulso, diverso y cambiante, marcado en gran medida por conflictos que no solo se dan en el ámbito internacional, sino también, en el día a día de las personas. La Teoría de Juegos es una de las ramas de la ciencia, más concretamente de las matemáticas y la estadística, con un ámbito de aplicación más amplio, trata de darle explicación a todas estas situaciones en donde las estrategias y las decisiones juegan un papel fundamental estudiándolo a través de las relaciones entre las personas, países e incluso animales.

La Teoría de Juegos trata de entender los comportamientos que llevan a cabo los sujetos cuando se enfrentan a diversas situaciones y como estas decisiones pueden variar dependiendo de cómo sea la situación a la que se enfrentan y el planteamiento inicial que tenga: ¿Puedo decidir después del contrario? ¿Antes? ¿Debo cambiar mi decisión o debo mantenerla? ¿Cómo actuará el otro si yo actúo de una determinada manera? A todas estas preguntas, y a muchas más, trata de darle respuesta esta teoría y para ello analizaremos los diferentes comportamientos hasta llegar a la conclusión de cuál sería el final deseado por los diferentes sujetos involucrados.

Todo esto se explicará y se analizará a través de juegos, dilemas y modelos que no son más que representaciones teóricas y genéricas de situaciones prácticas y cotidianas, es decir, no se hablará de sujetos o personas, si no de jugadores, no se hablara de premios o castigos, si no de utilidades, de esta manera se facilita la comprensión de una teoría que debería de ser estudiada y comprendida por todo aquel cuya labor este marcada por las relaciones como pueden ser empresarios, políticos, abogados e incluso biólogos ya que todo esto, como se estudiará más adelante, también es aplicable al reino animal.

Este trabajo será un viaje teórico-práctico a través de la Teoría de Juegos comenzando por su historia, la cual va desde sus primeras aplicaciones involuntarias en el siglo XVIII pasando por la aportación clave que tuvieron John Von Neumann (1903-1957) y Oskar Morgenstern (1902-1977) considerados precursores de la teoría hasta llegar a la figura clave del estudio, John Forbes Nash (1928-2015), del quien se analizará no solo su obra, sino también su vida. Después se comenzará con la explicación de la teoría en si misma, a través del análisis de los fundamentos más básicos hasta acabar con la explicación de conceptos más avanzados que nos ayudarán a sentar una base para comprender todos los juegos y situaciones que se irán explicando, partiendo del Dilema del prisionero, juego básico en la explicación de la teoría, hasta el Modelo Halcón-Paloma, aplicable a multitud de situaciones. También se estudiará el importante impacto que ha tenido esta teoría en otras ramas del conocimiento, una más lógica como puede ser la gestión empresarial y otra más sorprendente como es la Teoría de la Evolución.

Por último, se realizará un análisis o, mejor dicho, un estudio, de un conflicto histórico con repercusión a nivel internacional como fue la Guerra Fría desde el punto de vista de la Teoría de Juegos, para que así, de esta manera, se comprenda mejor como se aplica esta teoría al mundo real y como un buen desarrollo, estudio y comprensión de esta puede llevar incluso a evitar conflictos a nivel internacional y la pérdida de vidas humanas.

El objetivo que se busca con la realización de este trabajo es que aquel que lo lea comprenda de una manera sencilla y rápida cómo funcionan la estadística y las matemáticas aplicadas a situaciones del día a día para que pueda usarlas a su favor, ya sea en el ámbito laboral o en el personal.

CAPITULO 2.

HISTORÍA DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

La Teoría de Juegos se ha convertido en un estudio clave dentro de cualquier ámbito del conocimiento y para poder llegar a entenderla, en primer lugar, se debe comprender su historia desde sus primeros antecedentes que comenzaron en el siglo XVII hasta hoy en día donde su aplicación se extiende hasta a las ramas más inverosímiles.

2.1. ANTECEDENTES DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

La Teoría de Juegos tal y como se conoce hoy en día nace con la publicación de la obra *Theory of games and economic behavior* escrita por el matemático Austrohúngaro John Von Neumann (1903-1957), una de las figuras claves dentro de esta gran historia, y el economista alemán Oskar Morgenstern (1902-1977) en 1944. Pero antes de esta obra existieron otras que, aun no siendo consideradas parte de la Teoría de Juegos, sí que pueden ser vistas como los antepasados de esta y se encargaron de sentar las bases de esta teoría tan vital y útil para prácticamente todas las ramas del conocimiento actuales.

La primera referencia a los juegos se puede encontrar en la obra escrita en 1704 pero publicada en 1765 llamada *Nouveaux Essais sur l'entendement humain* y escrita por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) un matemático y filósofo alemán, el cual, en su obra hablaba de una nueva clase de lógica más cercana a la probabilidad y cuyo interés era la investigación de los juegos de azar ya que para Leibniz la mente humana "se despliega más minuciosamente en los juegos que en actividades más serias".

El siguiente paso importante dentro de lo que se conoce como "La Prehistoria de la Teoría de Juegos" se da en 1713 con la aparición del concepto de estrategia mixta y la regla Minimax, la cual se consigue al minimizar la perdida en el peor escenario, y es desarrollada por el matemático francés Pierre-Rémond de Montmort (1678-1719) en su obra *Essay d'analyse sur les jeux de hasard.* La regla Minimax coincide con el equilibrio de Nash, que veremos más adelante.

Otro trabajo que se puede considerar de vital importancia es el desarrollado por el economista francés Antoine Agustin Cournot (1801-1877) en el siglo XIX. Cournot fue el primero en proponer la utilización de funciones matemáticas para describir magnitudes económicas tales como la demanda, la oferta o el precio, además, desarrollo el conocido como duopolio de Cournot por el que dos empresas compiten con productos homogéneos y con la misma función de coste en un mercado estático, este estudio comenzó el análisis de los oligopolios (situaciones intermedias entre competencia perfecta y monopolio) y desarrolló un estudio sobre el comportamiento que tendrían los empresarios participes de este duopolio, es decir, como tomarían sus decisiones de manera simultánea tratando de optimizar el precio de su producto en función de las cantidades producidas. Esto es un caso particular de lo que más adelante sería conocido como equilibrio de Nash. Esta teoría fue rebatida por el matemático y economista francés Joseph-Louis-François Bertrand (1822-1900) en 1883 el cual sostenía que no tenía sentido que la competencia se realizara según la cantidad de producto si no a través de los precios de los mismos, es decir, Bertrand defendía que si ambas empresas tienen el mismo precio para sus productos pero el coste marginal es menor que el precio, dichas empresas irían bajando este precio hasta coincidir con su coste marginal (equilibrio de Nash) y así conseguir más mercado. Sin embargo, este modelo plantea una paradoja (Paradoja de Bernard) por la que se dice que da igual lo que ocurra siempre se llegara a un monopolio, es decir, si ambas empresas tienen el mismo coste marginal se unirán para la creación del monopolio y, si una de las empresas tiene un coste marginal inferior a la otra esta bajará el precio hasta ese coste marginal y se hará con toda la cuota del mercado, en definitiva, da igual que la estrategia sea aliarse o enfrentarse, siempre se llegará a un monopolio. Por último, para terminar con esta paradoja, hay que destacar el papel del economista y estadístico irlandés Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) quien dio solución a esta paradoja añadiendo una pequeña modificación que consistía en incluir restricciones a la capacidad de producción de las empresas con el fin de que estas tuviesen la opción potencial tanto de aliarse como de no hacerlo.

Poco a poco se va acercando ese año clave que fue 1944 pero antes hay que analizar un par de obras que tuvieron una influencia muy importante en John Von Neumann. Una de ellas desarrollada por Ferdinand Zermelo (1871-1953) un matemático y lógico alemán ayudante del famoso científico, también de nacionalidad alemana, Max Planck (1858-1947). Zermelo público en 1913 un artículo, que es considerado la primera obra que puede englobarse dentro de la Teoría de Juegos y que sentaba las bases del llamado Teorema de Zermelo que él aplico al ajedrez, pero podría aplicarse al cualquier juego que cumpliera las siguientes características:

- Dos jugadores.
- Con intereses enfrentados.
- Sin movimientos de oportunidad.
- Posibilidad de realizar un número de movimientos infinitos.
- Una cantidad finita de etapas o posiciones.
- Información completa.
- Movimientos alternos (Primero uno después el otro).

Figura 2.1: Ferdinand Zermelo.

Fuente: World Press.

Una vez fijadas las características del juego se procede a entrar en el análisis de que es lo que quería solucionar Zermelo con este teorema:

- Entender por qué uno de esos dos jugadores se encuentra en una posición favorable para ganar y describir eso de una forma matemática y objetiva. Para conseguir esta posición ganadora establece una condición necesaria y suficiente además demuestra que una persona que no pueda perder no tiene porque necesariamente ganar.

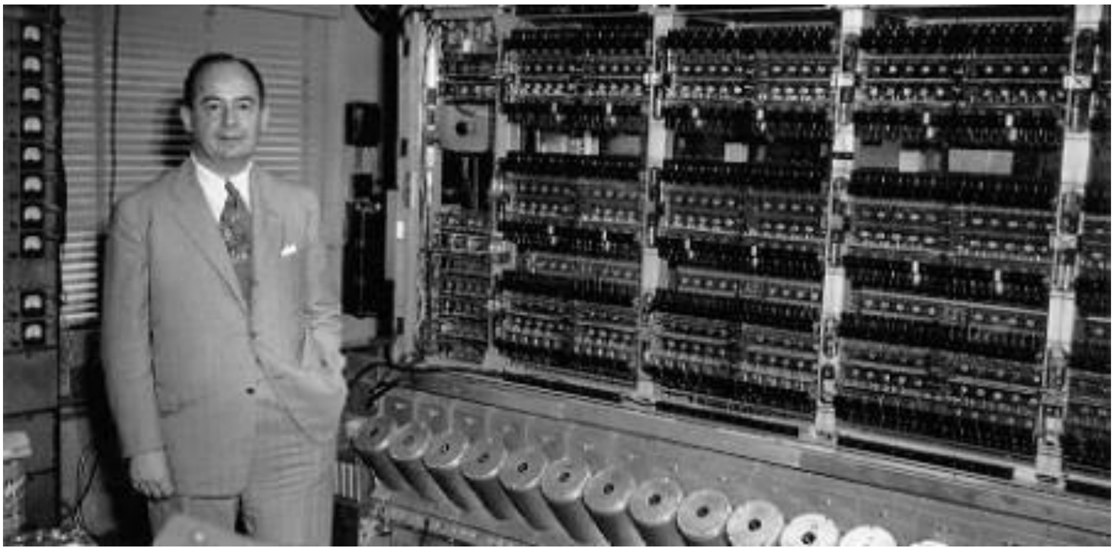
- Si se puede determinar el número de movimientos requeridos para forzar una victoria desde esa posición. Para darle solución a este problema Zermelo utilizo una de las técnicas más usadas a lo largo de la historia y en prácticamente todas las ramas del conocimiento, la reducción a lo absurdo, con esto consiguió establecer que el número de movimientos necesarios para conseguir esta victoria jamás iba a superar el número de posiciones del juego.

La última obra que se va a destacar sería la llevada a cabo por Félix Édouard Justin Émile Borel (1871-1956) un político y matemático francés que entre 1921 y 1927 llevo a cabo 5 artículos en los que se establecen los principios de la Teoría de Juegos psicológicos.En ellos Félix realiza un estudio de diferentes juegos de estrategia y consiguiendo la soluciónMinimax para juegos simétricos de dos jugadores enfrentados con 3 y 5 estrategias, además,introduce el concepto de estrategia pura pero amparado bajo el nombre de método de juego. En un primer momento Felix declara la imposibilidad de la existencia de una solución Minimaxpara juegos con más de 5 estrategias, aunque posteriormente deja abierta la solución. Poco después en 1928 ya empieza a aparecer John Von Neumann el cual dio una explicación del teorema Minimax independientemente del número de estrategias si estas son finitas.

2.2. DESARROLLO DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

En este apartado, se relata cómo se desarrolló la Teoría de Juegos y las personas que jugaron un papel fundamental en su desarrollo. Empieza este desarrollo con la publicación en 1944 de la obra que ya se nombró anteriormente, llamada *Theory of Games and Economic Behavior*, esta obra publicada por Von Neumann y Morgenstern es la primera que realiza un análisis riguroso y exhaustivo de lo que es el juego, así como las diferentes estrategias y resoluciones. La obra estudia dos tipos de juegos, el primero es aquel en el que los diferentes jugadores tienen intereses enfrentados, estos juegos son denominados no cooperativos de suma cero, y el segundo tipo serían aquellos en los que cuando uno de los jugadores gana, el otro jugador no tiene por qué perder, estos juegos se denominan cooperativos de suma nula.

Figura 2.2: John Von Neumann con la IAS machine del Instituto de Estudios Avanzados.



Fuente: Universidad de Princeton.

Esta obra marcó un antes y después tanto en el mundo de las matemáticas como en el de la economía, gran cantidad de científicos contemporáneos comenzaron a interesarse por esta nueva rama del conocimiento con prácticamente infinitas aplicaciones, se empieza a considerar a la Teoría de Juegos como una disciplina científica en sí misma, y se desarrollaron multitud de estudios y trabajos cuyo objetivo era profundizar en sus posibilidades e intentar perfeccionarla. Algunos de los estudios a destacar serían los que aparecen en cinco de los volúmenes de la obra *Annals of Mathematics Studies* publicada a lo largo de la década de los 50 y en cuyo desarrollo participaron gran cantidad de matemáticos y estadísticos de la época, estos cinco volúmenes son:

- Volumen N.º 24: *Contributions to the Theory of Games Vol. I* (Harold William Kuhn, Albert William Tucker)
- Volumen N.º 28*: Contributions to the Theory of Games Vol. II* (Harold William Kuhn, Albert William Tucker)
- Volumen N.º 37*: Lectures on The Theory of Games* (Harold William Kuhn)
- Volumen N.º 39: *Contributions to the Theory of Games Vol. III* (Melvin Dresher, Albert William Tucker, Philip Wolfe)
- Volumen N.º 40: *Contributions to the Theory of Games Vol. IV* (Albert William Tucker, Robert Duncan Luce)

Por último, y antes de empezar a contar la historia del verdadero protagonista de la Teoría de Juegos (John Forbes Nash) destacamos dos artículos publicados en 1950 y 1953 por el matemático estadounidense Harold William Kuhn (1925-2014), quien, como se ha visto antes, también participio en el desarrollo de tres de los volúmenes que se han mencionado *de Annals of Mathematics Studies*. En estos dos artículos Kuhn establece la formulación de los juegos en forma extensiva que se sigue usando actualmente y, además, también fue el encargado de establecer los resultados básicos de estos tipos de juegos.

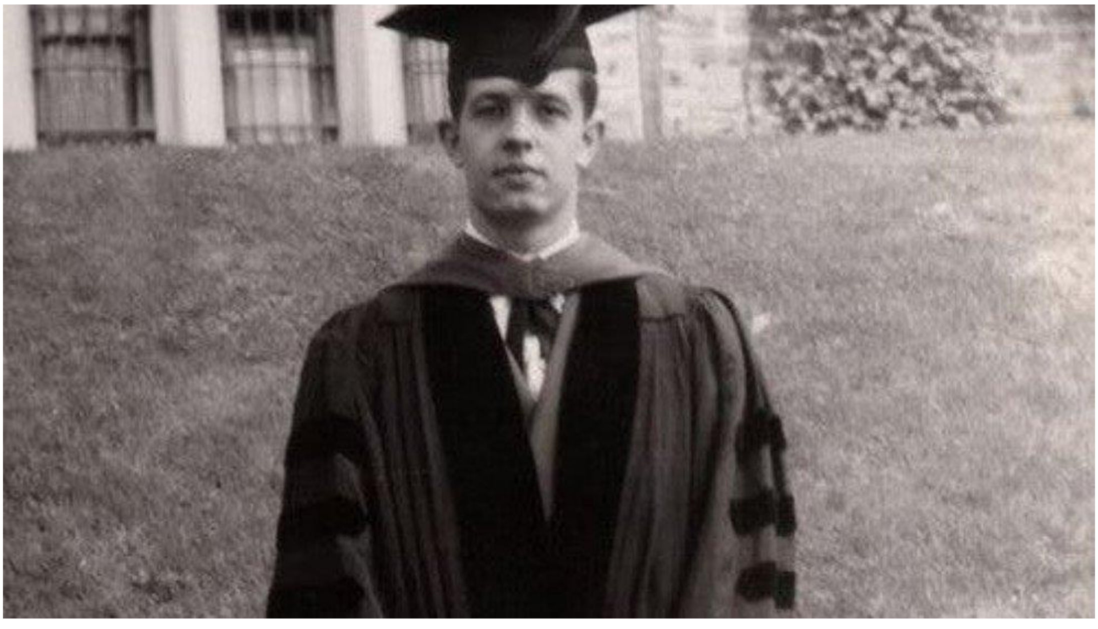
2.3. EL PAPEL DE JOHN NASH.

En este apartado se va a analizar el papel de la persona más importante dentro de la Teoría de Juegos, John Forbes Nash, pero antes de comenzar con su aportación hay que entender el contexto de su vida y de su enfermedad, la esquizofrenia, y para ello, se va a realizar un breve repaso de su biografía.

2.3.1. Biografía John Nash.

John Forbes Nash Jr. nació el 13 de junio de 1928 en la localidad de Bluefield en Virginia Occidental (Estados Unidos), su padre (John Nash) era un ingeniero mecánico de la Appalachian Electric Power Company y su madre (Margaret) era profesora, por lo que eso le permitió al pequeño John Nash disponer de enciclopedias y tener un nivel de matemáticas bastante avanzado en comparación con el resto de los jóvenes de su localidad. Nash Acepto una beca para estudiar en el instituto de tecnología de Carnegie y se licenció en matemáticas en 1948 en tan solo solo 3 años, además uno de sus profesores (R.J. Duffin) le escribo una carta de recomendación en la que solo venía escrita una frase: “This Man is a Genius”. Fue aceptado para los estudios de posgrado en la universidad de Harvard, pero el responsable del departamento de matemáticas de la universidad de Princeton (Solomon Lefschetz) le ofreció la beca John S. Kennedy lo que sirvió para convencerlo, aquí es donde desarrolla su teoría de los juegos no cooperativos en su doctorado de 27 páginas que incluye avances tan importantes como el famoso equilibrio de Nash.

Figura 2.3: John Nash en su graduación.



Fuente: Sutori.

Nash tuvo dos hijos, uno llamado John David Stier con una enfermera llamada Eleanor Stier en 1953, y otro llamado John Charles Martin Nash en 1963, el cual lo tuvo con Alicia López-Harrison de Lardé, una salvadoreña exalumna suya del Instituto Tecnológico de Massachusetts, y con la que se casó en 1957. Es considerada como el amor de su vida y tuvo un papel clave en la recuperación de Nash de la esquizofrenia.

Figura 2.4: John y Alicia Nash el día de su boda (Washington D.C.)

Fuente: Una mente maravillosa (Sylvia Nasar) Cortesía de Alicia Nash

Esta esquizofrenia aguda empezó a hacer presencia en Nash alrededor de 1958 según su mujer, quien dice, que su comportamiento era errático y, además, empezaba a hablar con personajes que no existían como Charles Herman y William Parcher, quienes, según él, intentaban asesinarle, también creía que todas las personas que llevaban una corbata roja formaban parte de un plan comunista del gobierno de la URSS. En 1959 fue admitido en el hospital mental de McLean, lo que le hizo perderse el primer año de vida de su hijo debido a que estuvo encerrado hasta 1964 que es cuando le trasladaron al hospital estatal de Nueva Jersey donde le administraron antipsicóticos y terapia de choque, y donde estuvo hospitalizado hasta 1970, año en el que decidió dejar de medicarse y en el que decidió que nunca más iba a volver a un hospital.

Nash siempre pensó que su pensamiento pesimista venía de su infelicidad y su necesidad de ser importante y reconocido, así como de su característico modo de pensar. Nash dijo: «No habría tenido buenas ideas científicas si hubiera pensado más normalmente».

A partir de 1970 comenzó a vivir nuevamente con Alicia (de la cual se había divorciado) y su hijo Johnny, ya que esta se consideraba en el deber moral de ayudarle debido a que Nash no tenía a otra persona, además, ella pensaba firmemente que para que Nash mejorara no debía estar en un hospital: «Ahora me parece que muchos de sus internamientos anteriores constituyeron equivocaciones y no tuvieron efectos beneficiosos permanentes, sino más bien lo contrario. Si tiene que mejorar de forma duradera, creo que habrá que conseguirlo en condiciones normales».

A raíz de 1990 comenzó la milagrosa remisión de la enfermedad de Nash, pero al contrario que su aparición, la cual se produjo en tan solo unos meses, este desvanecimiento fue progresivo a lo largo de sus 70 y 80 años, según confirman compañeros suyos de la universidad como Hale Trotter (1931-2022), quien durante todos esos años veía a Nash en el centro de informática, o Daniel Feenberg, otro compañero de la universidad. Según Sylvia

Nasar escritora del libro una mente maravillosa (1998): “Nash explica que el proceso de recuperación comportó tanto una conciencia creciente de la esterilidad del estado de delirio como una capacidad cada vez mayor de rechazar el pensamiento delirante”.

Conociendo ya todo este contexto llegamos al año 1994, año en el que por fin John Forbes Nash es galardonado con el premio Nobel de Economía, por su trabajo en relación a la Teoría de Juegos que realizó como doctorando en Princeton, un galardón que ni sus más acérrimos defensores esperaban que le otorgasen, pero que gracias a sus insistencias acabaron por dárselo, ya que fueron ellos los que a través de mails informaron al comité de los Nobel de la mejoría en la salud mental que había experimentado Nash en los últimos años, y tras un estudio hecho por ellos y viendo que efectivamente los síntomas de esa esquizofrenia paranoide que padecía habían remitido, decidieron concedérselo, no sin polémica, ya que de los 5 integrantes del comité de elección del nobel (Lindbeck, Mäler, Stahl, Persson y Lars Svenson) dos preferían dárselo a la teoría no cooperativa (Lindbeck y Mäler) ya que pensaban que: “la teoría cooperativa tiene pocas aplicaciones interesantes en economía, aunque quizá tenga más en las ciencias políticas” y otro (Stahl) estaba completamente en contra de concederle el premio a Nash ya que había recibido informes contrarios a los que tenía la academia diciendo que su salud no se había recuperado del todo y que era según sus propias palabras “Absurdo y arriesgado” concederle el premio a Nash. Finalmente, los votos de los dos últimos miembros del comité (Persson y Lars Svenson) terminaron por decantar la balanza en favor de John Nash el cual recibió el premio junto con John Charles Harsanyi (1920-2000) y Reinhard Selten (1930-2016) otros dos matemáticos y economistas que desarrollaron y ampliaron la Teoría de Juegos.

Figura 2.5: (De izquierda a derecha) Harsanyi, Nash y Selten después de recibir el Nobel.

Fuente: agencia efe

En los últimos años de su vida, Nash, ha sugerido hipótesis sobre la enfermedad mental, además, ha comparado el no pensar de manera aceptable, o estar "loco" y no encajar en una función social habitual, con estar "en huelga" desde el punto de vista económico. Tiene puntos de vista avanzados de psicología evolutiva sobre el valor de la diversidad humana y los beneficios potenciales de comportamientos o roles no estandarizados. Ha desarrollado trabajos sobre el papel del dinero en la sociedad siguiendo la teoría de que las personas pueden estar tan controladas y motivadas por el dinero que es posible que no puedan razonar de una manera racional al respecto, además, ha criticado a los diferentes grupos que promueven doctrinas basadas en la economía keynesiana, las cuales, permiten manipular la inflación a corto plazo a la vez que promueven las tácticas relacionas con el endeudamiento, que en última instancia socavan las monedas. Nash también ha sugerido un sistema global de "índice de precios de consumo industrial" que apoyaría el desarrollo de una idea de dinero más idealizada en la que la gente pueda confiar, en vez de estar en la situación en la que nos encontramos donde las personas utilizan lo que él denominaba “dinero malo”, es decir, un dinero más inestable relacionado con el endeudamiento. Este punto de vista sobre el dinero que tenía Nash está muy basado en las teorías de pensamiento que defendía el economista, filósofo y político Friedrich Hayek el cual tenía un punto de vista más atípico de la función que desempeñaban las autoridades.

Por último, hay que destacar algunos otros reconocimientos que recibió Nash como:

- John von Neumann Theory Prize en 1974 por su descubrimiento del equilibrio en los juegos no cooperativos ahora denominado equilibrio de Nash.
- Doctor de ciencias y tecnología por la universidad de Carnegie Mellon en 1999.
- Grado honorífico en economía por la Universidad Federico II de Nápoles en 2003.
- Doctorado Honorífico en economía por la universidad de Amberes en 2007.
- Premio Abel (Conocido como el Nobel de las matemáticas) en 2015 por su estudio en el área de la teoría de ecuaciones diferenciales no lineales parciales.

Finalmente, el 23 de mayo de 2015, justo a la vuelta de recibir el premio Abel en Oslo, a la edad de 86 Años John Forbes Nash fallece junto con su esposa Alicia Lardé López-Harrison (Alicia Nash), quien tenía 82 años, en un accidente automovilístico en Turnpike Nueva Jersey. Para finalizar me gustaría citar una frase que dijo el propio Nash en su discurso como ganador del premio Nobel y que, a mi parecer, resume perfectamente su vida: “*He buscado a través de lo físico, lo metafísico, lo delirante…, y vuelta empezar. Y he hecho el descubrimiento más importante de mi carrera, solo en las misteriosas ecuaciones del amor puede encontrarse alguna lógica”.*

2.3.2. Aportación de Nash a la Teoría de Juegos.

Como se ha visto a lo largo de su biografía la obra que encumbró a Nash y que le hizo ser digno de un premio Nobel de economía fue su aportación a la Teoría de Juegos. Esta aportación comienza en 1950 con la publicación de un artículo denominado *Equilibrium points in n-persons game*, este artículo que contaba con tan solo dos páginas sentó las bases de lo que posteriormente sería su tesis doctoral. Esta tesis, de tan solo 27 páginas, fue el avance más importante en el estudio de la Teoría de Juegos, en él, Nash, llevó a cabo el estudio de los denominados juegos no cooperativos poniendo de ejemplos un bate, una pelota, un juguete y un cuchillo, algo que ciertamente enfado a su tutor de la tesis, el cual, le recriminó un mayor nivel de seriedad en el trabajo, pero al fin y al cabo Nash ahí no era más que un adolescente. En este trabajo, Nash introdujo el conocido como equilibrio de Nash que se explicará más adelante, y que fue el aspecto clave de su aportación a la Teoría de Juegos.

Antes de la realización de sus tesis, Nash, fue a ver a Von Neumann, quien ya era un personaje público y toda una eminencia en su rama como hemos visto anteriormente, y le pidió opinión acerca de la teoría en la que estaba trabajando, Von Neumann menosprecio el trabajo realizado por Nash pasando por alto el inmenso potencial que tenía esa teoría, desde ese momento, Nash no volvió nunca a dirigirse a Von Neumann y se sabe que, tanto el propio Von Neumann como su compañero Morgenstern, criticaron públicamente y en repetidas ocasiones toda la teoría general de juegos no cooperativos propuesta por Nash.

Volviendo a lo que nos ocupa, en 1950 Nash también publicó otro artículo de gran peso llamado *The Barganing Problem* en “Econométrica” una revista científica especializada en el campo de la economía, en la que se incluyen, fundamentalmente, artículos de teoría económica y econometría, en él, Nash, aplica una solución cooperativa a problemas de negociación, aquí vamos viendo ya como todas estas teorías propuestas por Nash tienen aplicaciones en diferentes ramas.

En 1953 publica otro artículo, en este caso relacionado con lo que actualmente se conoce como el programa Nash, por el que se consigue dar solución al modelo cooperativo, pero aplicando los mecanismos de los juegos no cooperativos, es decir, da origen a toda una teoría en si misma conocida como teoría de la implementación que consiste en la relación entre los modelos no cooperativos y cooperativos.

Por lo tanto, se puede resumir la aportación que John Nash realiza a la Teoría de Juegos en estos cuatro trabajos, de una manera muy breve, en tres contribuciones principalmente:

1) Introduce la diferencia entre Juegos cooperativos y no cooperativos. Siendo los primeros aquellos en los que ambos participantes del juego pueden establecer acuerdos, es decir, pueden comprometerse plenamente en la realización de una estrategia. Y los segundos aquellos en los que este comportamiento no es posible.
2) Como solución natural al problema de los juegos no cooperativos introduce lo que ahora se conoce como equilibrio de Nash que se establece también para todos los juegos con carácter finito.
3) Para la solución del problema de los juegos cooperativos propone *The bargaining solution*, nombrada anteriormente (*The Bargaining Problem)*, en primer lugar, para juegos con amenazas fijas y más adelante para amenazas variables. Esto lo hace, como se ha explicado antes, aplicando el método no cooperativo, además, demuestra que en este último caso de amenazas variables la estrategia óptima para dosjugadores va a tener propiedades relacionas con los conceptos de maximin y minimax.

Sabiendo todo esto se puede llegar a la conclusión de que John Nash con esta aportación lo que hizo fue sentar las bases para que en el futuro llegaran matemáticos, economistas, científicos y en general expertos y estudiosos de diferentes ramas los cuales cambiaron, añadieron, desmintieron y en definitiva completaron todo el trabajo ya realizado.

2.4. LA TEORÍA DE JUEGOS EN LA ACTUALIDAD.

Después de haber analizado brevemente la vida y obra de John Nash, se van a nombrar algunas obras, artículos y autores de gran relevancia que también han desempeñado un papel muy importante gracias a diferentes aportaciones, y que han conseguido que la Teoría de Juegos sea lo que es hoy en día.

En primer lugar, antes de explicar los autores “posNash”, se va a hablar acerca de la corporación RAND (Research And Development) fundada en 1948, es decir, fue contemporánea a John Nash, y desempeño un papel clave en el desarrollo del trabajo debido a que fue uno de los principales centros de investigación que existían en torno a este ámbito. La corporación RAND era una organización con un objetivo puramente militar ya que se encontraba financiada por las fuerzas aéreas de los Estados Unidos, de esta organización cabe destacar que fue aquí donde los matemáticos estadounidenses Merril Meeks Flood (1908-1991) y Melvin Dresher (1911-1992) desarrollaron el modelo teórico más básico y sencillo para explicar lo que sería un juego de cooperación, este modelo es conocido como el dilema del prisionero, el cual se explicará y desarrollará con tabla más adelante. También contemporáneo a Nash, es Lloyd Shapley (1923-2016), creador del conocido como valor de Shapley para juegos cooperativos que permitía medir el peso en términos de importancia que tenía cada jugador para que la cooperación global del juego funcionase y, además, determinaba las ganancias que teníen cada uno. Shapley, junto con Shubik, fueron de los primeros en aplicar la Teoría de Juegos a otros ámbitos, ya que, en 1954, determinaron gracias al valor de Shapley, cual era el peso, en términos de importancia a la hora de la toma de decisiones, que tenía cada uno de los integrantes del consejo de seguridad de la Organización de la Naciones Unidas (ONU), y este trabajo es considerado como la primera aplicación de la teoría de juegosa las ciencias políticas.

Continuando con la aplicación militar cabe destacar el papel que desempeño la Teoría de Juegos en la Guerra Fría, ya que entre 1965 y 1968 los matemáticos Richard Edwin Stearns y Michael Bahir Maschler (1927- 2008) trabajaron para la Agencia de Desarme y Control de Armas de los Estados Unidos y algunos de los artículos que escribieron durante estos años se han convertido en lo que hoy se conoce como juegos iterados o repetidos, los cuales, consisten en la repetición deun juego “base” un determinado número de veces

Robert John Aumann, un matemático israelí-estadounidense logro establecer que el conjunto de equilibrios establecidos por Nash para un determinado juego que se repite puede ser expresados en base a según sus propias palabras: “los resultados factibles del juego de una tirada asociado”. Esto lo consiguió a través del Teorema de Tradición Oral y más adelanté en 1976 dio una versión de este teorema para juegos repetidos, pero para equilibrios perfectos.

A continuación, se van a analizar las aportaciones realizadas por los otros dos economistas que compartieron el premio Nobel junto con John Nash en 1994, John Charles Harsanyi y Reinhard Selten. La aportación de Harsanyi se realizó sobre todo en los años 60 y 70, un aspecto clave de su estudio fue la transformaciónde un juego cuya información está incompleta en uno cuya información está completa pero es imperfecta, este pequeño, pero importante avance, permitió poder analizar todos estos juegos a través del prisma de la Teoría de Juegos, también consiguió demostrar que los equilibrios de Nash de estrategia mixta se pueden reformular y transformarlos en equilibrios de estrategiaspuras, esta reformulación la logro a través de las funciones de ganancias fluctuantes. En relación con Selten su aportación la podemos enfocar más en el análisis de los llamados juegos de mesa como el póquer y el ajedrez, "usando estrategias basadas en lo que hace el oponente". Su fórmula es “una teoría matemática del conflicto y la cooperación” que busca analizar el comportamiento de los diferentes protagonistas racionales involucrados en la partida, sus estrategias en la toma de decisiones y su comportamiento en situacionescompetitivas. Realizó un innovador análisis del equilibrio en la teoría de juegos no cooperativos, además, podemos decir, que perfeccionó el equilibrio de Nash a la hora de analizar la dinámica de las interacciones estratégicas. Según palabras del propio Selten sobre la Teoría de Juegos: *"es que se trata de un análisis matemático que modeliza los conflictos en competencia"* además de que *"Algunas ramas de la Teoría de Juegos tienen en cuenta aportaciones procedentes de la psicología, pero el cuerpo principal no, porque sólo estudia los intereses de la gente y trata de explicar lo que cada uno hace en función de ese interés yde las circunstancias. Si sabes que alguien quiere viajar a una determinada ciudad y que no tiene coche ni le gusta volar, no necesitas ningún elemento psicológico para predecir con cierto grado de seguridad que irá en tren."*

Por último, nombrar alguno de los avances en Teoría de Juegos más recientes, y aquí hay que destacar en primer lugar a Aumann y Schelling, a quienes les otorgaron el Premio Nobel de Economía en 2005; en cuanto al primero, ya se ha explicado anteriormente su aportación y, con respecto a Schelling, destacar su obra *Times Literary Suplement* nombrada en 2008 como uno de los libros más influyentes de occidente y que trataba sobre el comportamiento estratégico que tenía un determinado individuo ante el conflicto, además de recalcar el papel de vital importancia desempeñado por las dinámicas de las diferentes estrategias y la información, siendo clave el análisis de los juegos cooperativos con múltiples equilibrios. También nombrar el premio Nobel de economía del 2007 entregado a Leonid Hurwicz (1917-2008) y Roger Bruce Myerson, por sus avances, ya que establecieron los fundamentos de la teoría de mecanismos, una rama de la Teoría de Juegos, que trabaja con información privada, y él del 2012, entregado al ya mencionado Lloyd Shapley (1923-2016) y a Alvin Elliot Roth por sus aportaciones, tanto en la rama de la Teoría de Juegos, como por la teoría de las localizaciones estables y su aplicación al diseño de mercados según los juegos cooperativos y no cooperativos.

Como se ha observado en este primer capítulo, la Teoría de Juegos es, por decirlo de otra manera, “una ciencia en sí misma” que ha motivado a cientos de intelectuales a lo largo de la historia, los cuales han conseguido moldearla de acuerdo con sus necesidades y a sus diferentes campos; es una teoría viva que no para de cambiar, que se adapta y fluye entre las distintas ramas del conocimiento y permite comprender mejor todo lo que nos rodea.

CAPITULO 3.

LA TEORÍA DE JUEGOS.

En este capítulo, se va a realizar un análisis en profundidad para ver en que consiste esta Teoría de Juegos de la que se ha hablado en los capítulos anteriores. Se analizarán sus fundamentos, definiciones, se expondrán ejemplos y, por último, se verá cómo se ha ido aplicando esta teoría a diferentes ramas del conocimiento.

3.1. FUNDAMENTOS BÁSICOS.

Para entender en que consiste la Teoría de Juegos primero hay que entender el concepto de Juego en sí mismo, se podría definir como una actividad en la que diferentes participantes intentan hacerse con la victoria siguiendo unas determinadas reglas, también se tiene en cuenta la posibilidad de que no se gane y por lo tanto lo que se obtenga sea una derrota. El objetivo principal de los jugadores es obtener aquel resultado que maximice su utilidad y, para ello, no solo deben tener en cuenta sus propias estrategias y acciones, sino también la de los diferentes rivales.

3.1.1. Definiciones.

A continuación, se van a presentar los diferentes tipos de Juegos que nos podemos encontrar y se dará une breve explicación de cada uno de ellos:

- Juegos Simétricos: Son aquellos en los que tanto los diferentes castigos como recompensas son las mismas para todos los participantes involucrados en el juego.
- Juegos Asimétricos: Son aquellos en los que los diferentes castigos y recompensas son distintos para los diferentes participantes del juego.
- Juegos Cooperativos: Son aquellos en los que ambos participantes del juego trabajan juntos a través de una estrategia previamente acordada para obtener un resultado que maximice la utilidad de ambos.
- Juegos No Cooperativos: Contrario al explicado anteriormente, en estos los participantes no tienen una relación de cooperación entre ellos.
- Juegos de Suma Cero: Son aquellos en los que la ganancia obtenida por uno de los participantes es directamente proporcional a la perdida sufrida por los otros, es decir, obligatoriamente lo que uno gana el otro lo pierde.
- Juegos de Suma No Nula: Contrario al comentado anteriormente, en estos juegos no se suprimen las ganancias de los jugadores entre sí.
- Juegos Simultáneos: Todos los jugadores participan a la vez en el juego.
- Juegos Secuenciales: Son aquellos en los que los diferentes jugadores van participando uno detrás del otro.
- Juegos de Información Perfecta: Son aquellos en los que se conoce toda la información sobre lo que han hecho otros participantes anteriormente.
- Juegos de Información Imperfecta: Son aquellos en los que los diferentes participantes desconocen lo que han hecho los otros jugadores anteriormente.

- Juegos en Forma Extensiva: Se organiza la descripción del juego en forma de árbol.
- Juegos en Forma Estratégica (normal): Se organiza la descripción en forma rectangular.

Conociendo ya los diferentes tipos de juego se va a definir y analizar diferentes términos que intervienen en el juego y, los cuales, hay que tener claros para poder estudiar de manera correcta la Teoría de Juegos.

- Jugadores: Son los participantes del juego, los encargados de seguir las diferentes estrategias con la intención de maximizar su utilidad.

- Resultados: Son las diferentes maneras en las que puede terminar un juego según como se haya desarrollado. Cada uno de los resultados que se pueden llegar a dar tienen un efecto diferente sobre cada jugador.

- Reglas: Son los diferentes principios que rigen el desarrollo de un juego, por ejemplo, cuando o como realizar los movimientos.

- Estrategias: Es el plan que lleva a cabo cada jugador que participa en el juego para maximizar su utilidad y que determina sus acciones a la hora de jugar. Al conjunto de estrategias que lleva a cabo un jugador durante un juego se le llama perfil estratégico.

- Utilidad: Los pagos que reciben los participantes del juego una vez finalizado el mismo ya sea habiendo ganado o perdido.

3.1.2. Forma Normal y Extensiva de un Juego.

La forma normal es la primera forma de Juego que se va a estudiar, presenta las siguientes características:

- Un conjunto de n jugadores que se denominaran J.
- Una serie de estrategias denominadas S, una para cada jugador (s_1, s_2).
- Una serie de funciones de retorno (Utilidades) denominada U_i, una para cada jugador que participe en el juego (Según las estrategias que tomen los jugadores).
- Cada jugador solo puede elegir una vez. Ambas partes toman decisiones al mismo tiempo y no son conscientes de las elecciones del otro. En este sentido, decimos que los juegos en su forma normal son estáticos.

Conociendo esto podemos determinar la formula correspondiente a estos juegos la cual vendría representada por:

$$G = \{J, (S_i)_{i \in J}, (u_i)_{i \in J}\}$$

Ahora si partimos de un juego ejemplo en el que $G = \{J = \{1,2\}; S_1,S_2; u_1,u_2\}$ donde S_1 es el conjunto de estrategias realizadas por el jugador número 1 las cuales nos llevarían a una función de utilidad tal que $u_1(s_1,s_2)$ y S_2 el conjunto de estrategias realizadas por el jugador número 2 las cuales nos llevarían a una función de utilidad igual $u_2(s_1,s_2)$, es decir, estas funciones serían lo que se recibe del jugador número 1 en caso de que el realizara la estrategia S_1 y el jugador número 2 realizara la estrategia S_2, y lo que se recibe del jugador número 2 en caso de que el realizara la estrategia S_2 y el jugador número 1 realizara la estrategia S_1. Esto se puede observar mejor en el ejemplo extendido (más utilidades) de la tabla siguiente.

Tabla 3.1: Ejemplo de la utilidad obtenida según la estrategia seguida.

Estrategias	Jugador 2 con estrategia S_1	Jugador 2 con estrategia S_2
Jugador 1 con estrategia S_1	$u_1 (S_1, S_1)$	$u_2 (S_1, S_2)$
Jugador 1 con estrategia S_2	$u_3 (S_2, S_1)$	$u_4 (S_2, S_2)$

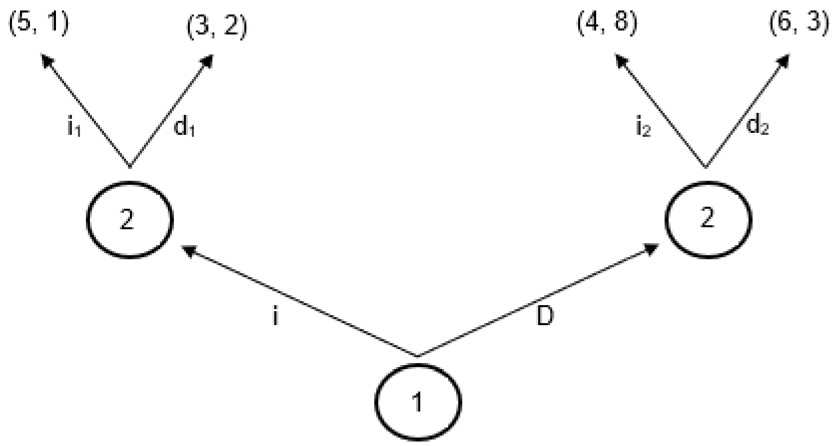
Fuente: Elaboración propia.

Analizando esta tabla podemos decir que dependiendo del valor de las diferentes utilidades obtenidas se tienen dos clases de estrategias. Por un lado, la estrategia de carácter dominante, que maximiza la utilidad para ambos jugadores, es decir, es mejor que las otras estrategias a las que se les denomina dominadas, que no tienen por qué ofrecer una mala utilidad, sino que simplemente aportan una utilidad inferior a la estrategia nombrada anteriormente.

Cuando el juego se presenta en forma normal, se supone que todos los jugadores están actuando al mismo tiempo o, al menos, sin saber qué elecciones han hecho los demás.

Ahora se va a pasar explicar en qué consiste la forma extensiva de un juego, la cual se caracteriza porque en ella los jugadores, casi siempre, conocen las diferentes decisiones y estrategias que está llevando a cabo su rival, además, esta se representa en forma de árbol como se indica a continuación.

Figura 3.1: Juego en forma extensiva o de árbol.



Fuente: Elaboración propia a partir de Zona económica.

Analizando la imagen, se puede observar que cada nodo del "árbol" representa un punto en el que los jugadores toman una decisión de acuerdo a las normas anteriormente preestablecidas, es decir, el jugador número 1 (aparece en el nodo de abajo) toma una decisión (*i, d)*, que provoca que el jugador número 2 tenga cuatro opciones de decisión, dos(i_1, d_1) si el primer jugador escoge la decisión *i*, y otras dos (i_2, d_2) si el primer jugador escoge la decisión *d*, obviamente dependiendo de estas decisiones se llegara a cuatro utilidades diferentes. Como se puede apreciar son el mismo número de utilidades que en la forma normal, pero en este caso, las decisiones no se toman de manera independiente, si no conociendo lo que ha elegido el contrario.

Estas dos formas de juego tienen una clara relación entre ellas la cual es enunciada perfectamente por Elvio Accinelli y Daniel Vaz en su artículo sobre la Teoría de Juegos: "*A todo juego en forma extensiva le corresponde un juego en forma normal, en el que imaginamos a los jugadores eligiendo simultáneamente estrategias a implementar, sin embargo, a todo juego en forma normal, le corresponde, por norma general, varios juegos en forma extensiva diferentes."*

3.2. CONCEPTOS AVANZADOS:

Una vez aclarados los fundamentos más básicos de la Teoría de Juegos en este apartado se va a explicar más en profundidad diferentes términos y conceptos que ya consiguen asentar la teoría y darle forma a través de ejemplos numéricos.

3.2.1. Minimax y Maximin.

El principio Minimax y el principio Maximin son los métodos básicos por excelencia que permiten poder hallar la mejor solución, es decir, aquella que optimice las utilidades, en los juegos de carácter estratégico (Forma Normal) con información perfecta y no interviene el azar en el resultado, aunque también puede ser empleado en juegos en forma extensiva.

Cada jugador debe jugar de forma que minimice las pérdidas, siempre que el oponente no pueda utilizar los resultados de su selección para mejorar su posición. Esto se denomina criterio minimax y es el criterio estándar propuesto por la Teoría de Juegos para la selección de estrategias. En efecto, este criterio establece que debe elegirse la mejor estrategia, incluso si la elección ha sido comunicada al oponente antes de que elija una estrategia. En términos de la matriz de pagos, el primer jugador elegirá aquellas estrategias cuya utilidad mínima sea la mayor posible, es decir, busca que el rival tenga el peor resultado.

En el lado contrario tenemos la estrategia Maximin, esta trata de maximizar nuestras propias ganancias sin tener mucho en cuenta las posibles ganancias del rival. Analizando la aplicación de ambas estrategias a un juego de forma extensiva se puede apreciar que para que ambos jugadores maximicen sus utilidades aquel que desarrolla primera su estrategia aplicara el principio Maximin ya que todavía no conoce la estrategia a emplear por el rival por lo que busca maximizar su utilidad, sin embargo, aquel que desarrolla en segunda posición su estrategia se regirá por el principio Minimax, ya que conoce las utilidades del rival y buscara minimizarlas. Ahora se van a analizar ambas estrategias a través de un juego en forma normal:

Tabla 3.2: Ejemplo matriz de utilidades de juego de suma cero.

Estrategias	B1	B2	B3	B4	MÍNIMOS	
A1	4	-4	-5	6	-5	MAXIMIN
A2	-3	-4	-9	-2	-9	
A3	6	7	-8	-9	-9	
A4	7	3	-9	-5	-9	
MÁXIMOS	7	7	-5	6		
			MINIMAX			

Fuente: Elaboración propia con Excel.

Suponiendo que tenemos dos jugadores (Jugador A y Jugador B) con sus respectivas estrategias, para el caso de A (A_1, A_2, A_3, A_4), y para el caso de B (B_1, B_2, B_3, B_4) nos daría una matriz de retribuciones o de utilidades (para el jugador A) que se presenta dentro del cuadro de la tabla 2, es decir, si el jugador A realiza la estrategia A_1 y el jugador B la estrategia B_1 el jugador A ganaría cuatro unidades, sin embargo si el jugador B optara por la estrategia B_2 el jugador A perdería cuatro unidades. Entendiendo ya el funcionamiento de la tabla ahora se va a explicar cómo conseguir los valores tanto Minimax como Maximin que vienen indicados.

Para el valor Maximin se van a analizar las diferentes utilidades que puede obtener el jugador A dependiendo de la estrategia que emplee, y se va a elegir la situación más desfavorable de cada estrategia o lo que es lo mismo el valor mínimo de cada fila, es decir, de

A_1 sería -5, de A_2 sería -9, de A_3 sería -9 y de A_4 sería -9 también, una vez conocidos estos valores se elige aquel cuyo valor sea más alto, en este caso sería el -5 que viene dado por la estrategia A_1, este sería nuestro Maximin ya que es aquel que representa el mejor valor dentro de los peores escenarios.

Para el valor Minimax vamos a analizar las diferentes utilidades que puede obtener el jugador A dependiendo de la estrategia que emplee el jugador B, y se va a elegir aquel valor que nos otorgue la utilidad más alta o lo que es lo mismo el valor más alto de cada columna, es decir para B_1 sería 7, para B_2 sería 7 también, para B_3 sería -5 y para B_4 sería 6, una vez conocidos estos valores se elige aquel cuyo valor sea más bajo (ya que B también busca maximizar su utilidad) que en este caso es -5 igualmente, conseguido a través de la estrategia B_3, este sería nuestro valor Minimax. Como se ha observado la solución a este problema sería que A empleara la estrategia A_1, y B empleara la estrategia B_3 (A_1, B_3) para así maximizar las utilidades de ambos dentro de las opciones que tienen disponibles. Este punto en el que coinciden tanto el valor Maximin como Minimax se conoce como punto de sillay es la base de las estrategias puras que nombraremos en el siguiente punto.

3.2.2. Estrategias Puras y Mixtas.

Las estrategias Puras son las más básicas, aparecen en los juegos de forma normal y consisten en la elección de acciones que tienen un 100% de probabilidad, como por ejemplo en el caso anterior en el que tanto el valor Maximin como el valor Minimax coincidían en el denominado punto de silla, sin embargo ¿Qué pasaría si estos valores no coincidieran?La respuesta es: las estrategias mixtas. Estas estrategias son más complejas, y se podrían definir como una extensión de las estrategias puras en las que se da la opción a los distintos jugadores de llevar a cabo acciones que no requieren de un 100% de probabilidad, es decir, acciones más aleatorias. Para entender mejor estas estrategias mixtas se va a realizar el siguiente ejemplo:

Tabla 3.3: Ejemplo Matriz de utilidades.

ESTRATEGIAS	B1	B2	B3
A1 = X	4	3	1
A2 = X'=1-X	0	1	2
Pago Esperado = PE	4x-0(1-x) = 4x	3x+1(1-x) = 2x+1	1x+2(1-x) = 2-x

Fuente: Elaboración propia con Excel.

En primer lugar y antes de pasar a explicar el ejemplo hay que dejar claro que como indica en la tabla se han sustituido los valores A_1 y A_2 (Estrategias realizadas A)por x y x' para facilitar la comprensión a la hora de realizar el ejercicio, sabiendo esto ya podemos explicar que la suma de las probabilidades de $x + x' = 1$ por lo tanto esto nos daría que $x' = 1 - x$, de esta manera eliminamos una incógnita (x'), también hay que tener claro que$0 \leq x \leq 1$. Ahora se definen los pagos esperados, los cuales formalmente vendrían dados por:

$$E_i\,(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n) = \sigma_1\,(S_1)\ \ldots\ \sigma_n\,(S_n)\ u_1\,(s_1, s_2, \ldots, s_n).$$

Conociendo esto se procede a calcularlos, para ello se multiplica el valor de las estrategias del jugador A (x, $1 - x$) por los valores que se obtienen en la intersección con cada una de las estrategias del jugador B y los sumamos entre sí, es decir, para la estrategia B_1 sería 4 (utilidad) * x (estrategia) sumado a 0 (utilidad) * (1 - x) (estrategia) en definitiva el pago esperado sería $4x + 0 * (1 - x)$ una operación que si despejamos nos daría como resultado $4x$, para la estrategia B_2 el pago esperado ya despejado sería igual a $2x + 1$, y por último para la estrategia B_3 el pago esperado ya despejado sería de $2 - x$.

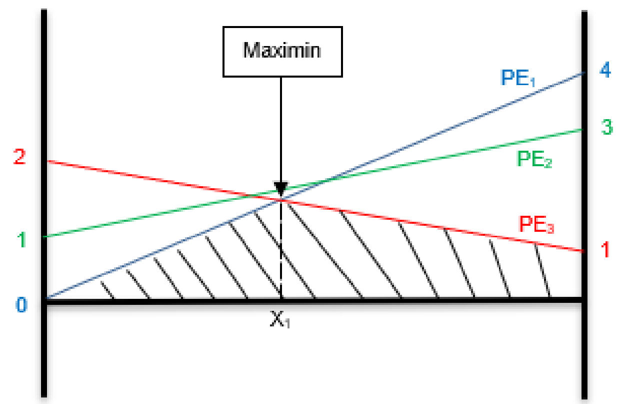
Ahora se procede a resolver estos pagos esperados, calculo que se va a realizar de la siguiente manera:

$$PE_1 = 4x \begin{cases} Si\ x=0 \Rightarrow PE_1=0 \Rightarrow (0,0) \\ Si\ x=1 \Rightarrow PE_1=4 \Rightarrow (1,4) \end{cases}$$

$$PE_2 = 2x+1 \begin{cases} Si\ x=0 \Rightarrow PE_2=1 \Rightarrow (0,1) \\ Si\ x=1 \Rightarrow PE_2=3 \Rightarrow (1,3) \end{cases}$$

$$PE_3 = 2-x \begin{cases} Si\ x=0 \Rightarrow PE_3=2 \Rightarrow (0,2) \\ Si\ x=1 \Rightarrow PE_3=1 \Rightarrow (1,1) \end{cases}$$

Grafica 3.1: Representación de PE



Fuente: Elaboración propia

Una vez representada la gráfica con los puntos obtenidos se puedo observar que nos queda una zona delimitada por las áreas de PE_1 y PE_3 sin interferir en ningún caso PE_2. El punto donde se cruzan estas líneas indica el valor Maximin que, si los trasponemos a la recta, da el valor de x, para ello se igualan las fórmulas de PE_1 y PE_3 lo que nos daría la siguiente formula $4x = 2 – x$ que, si despejamos, nos indica que el valor de $x = 2/5$ y, por lo tanto, $x' = 3/5$, pero ¿Qué indican estos valores? pues que la probabilidad de que el Jugador A realice la estrategia A_1 es igual a 2/5 o, lo que es lo mismo, la realizará en el 40% de las ocasiones, en cambio la estrategia A_2 la realizará en el 60% de las ocasiones.

Con estos datos se va a proceder al cálculo del valor esperado del jugador A el cual se calcula sustituyendo el valor de x en una de las dos fórmulas del pago esperado indistintamente ya que ambas nos van a dar el mismo resultado:

$$V_1 = 4x;\ V_1 = 4 * 2/5;\ V_1 = 8/5$$

$$V_1 = 2 – 2/5;\ V_1 = 8/5$$

A continuación, se van a analizar las estrategias realizadas por el jugador B, en este caso hay que tener en cuenta que la suma de $B_1 + B_2 + B_3 = 1$, además, se sabe, que $B_2 = 0$ debido a que como se ha visto antes, su recta (PE_2) no afecta al punto Maximin, por lo tanto, quedaría que $B_1 + B_3 = 1$, ahora se calculan los valores de la estrategia, para ello se necesita la formula del valor esperado del jugador B, que viene representada por:

$$V_2 = 4x * B_1 + (2 – x) * B_3$$

Partiendo de esta fórmula y sabiendo que el valor esperado del jugador B tiene que ser igual al valor esperado del jugador A ($8/5$), se le asigna un valor a x y despejamos la formula:

$$Si\ x=0 \Rightarrow 8/5 = 2 * B_3 \Rightarrow B_3 = 4/5 \Rightarrow 1 = B_1 + B_3 \Rightarrow 1 = B_1 + 4/5 \Rightarrow B_1 = 1/5$$

Para comprobar que la operación está realizada correctamente se sustituyen todos los valores de los que disponemos ($x = 2/5,\ B_1 = 1/5,\ B_3 = 4/5$) En la formula del valor esperado indicada anteriormente y veremos como saldrá el valor calculado $V = 8/5$.

3.2.3. El Equilibrio de Nash.

El Equilibrio de Nash es, probablemente, el concepto más importante de la Teoría de Juegos como se ha estado contado anteriormente, su desarrollo fue lo que le otorgó el premio Nobel a John Forbes Nash Jr. Sus aplicaciones son prácticamente infinitas y su explicación práctica es un tanto sencilla, aunque la teoría puede llegar a ser más complicada. Como base para entender este equilibrio decimos que es un conjunto de estrategias, una para cada jugador, que representa la mejor respuesta que se le puede ocurrir a las acciones de los demás. En el equilibrio de Nash, el jugador maximiza su utilidad esperada dando por sentadas las acciones de los demás, es decir, ningún jugador está tentado a cambiar su estrategia. Hablando de una manera más técnica se puede citar la explicación ofrecida por Emilio Cerdá en su libro Teoría de Juegos, en el que nos dice en su definición 2.7 que:

"En el juego $G = \{S_1, ..., S_n; u_1, ..., u_n\}$, decimos que el perfil de estrategias puras $(s^*_1, s^*_2, ..., s^*_i, ..., s^*_n)$ es un Equilibrio de Nash si para cada jugador i, $u_i (s^*_1, ..., s^*_{i-1}, s^*_i, s^*_{i+1}, ..., s^*_n) \geq u_i (s^*_1, ..., s^*_{i-1}, s_i, s^*_{i+1}, ..., s^*_n)$ para todo s_i de S_i. Es decir, para cada jugador i, s^*_i es una solución del problema Max $u_i (s^*_1, ..., s^*_{i-1}, s_i, s_{i+1}, ..., s^*_n)$ donde s_i es la variable de decisión y pertenece a S_i o, dicho de otro modo, para cada jugador i, s^*_i es una respuesta óptima a s^*_{-i}."

De esta definición podemos sacar, como se ha dicho anteriormente, que es un perfil de estrategias que ningún jugador quiere variar unilateralmente, es decir, nadie se arrepiente de la decisión tomada, teniendo en cuenta las estrategias que han elegido otros jugadores. El equilibrio de Nash consiste en estrategias óptimas para cada jugador, teniendo en cuenta las estrategias de todos los demás jugadores. Esto no nos quiere decir que todos los jugadores estén consiguiendo el mejor resultado, es decir, aquel que les otorgue más utilidad, si no el mejor resultado, pero condicionado por todas las diferentes acciones que han ido realizando los otros jugadores siguiendo sus estrategias. Dentro de un mismo juego cabe la posibilidad de que existan varios equilibrios de Nash.

Si se eliminan las llamadas estrategias dominadas (aquellas que otorgan una menor utilidad) se obtendría como respuesta en el juego un equilibrio de Nash muy "robusto", con esto se quiere decir que las oscilaciones que puedan llegar a sufrir las utilidades no varían el equilibrio debido a que solo quedarían las estrategias dominantes del juego.

El siguiente paso en la explicación de este concepto se da probando la existencia del equilibrio, al cual llamaremos equilibrio de Nash-Cournot, debido a que como se explicó en el primer capítulo, este economista francés desarrollo en el siglo XIX un caso particular de lo que hoy se conoce como equilibrio de Nash y que es el que se tratará a continuación. Partimosde una base en la que las distintas funciones de utilidad son cuasi cóncavas, es decir, las que tienen una función de u: $A \subset R^n \rightarrow R$, si $\{x: u(x) \geq \alpha\}$ son convexas para todo $\alpha \in R$, sin embargo, para s fija, el mapa $s'_i \rightarrow u_i (s_i, s'_i)$ es cóncavo.

Ahora, sea S_i el conjunto de las estrategias del jugador $i = (1, 2, ..., n)$, y sabiendo que cada jugador i tiene una función de retorno o utilidad que viene representada por u_i: $X^n_{i=1} S_i \rightarrow R$. Entonces tenemos el siguiente concepto de equilibrio de Nash-Cournot:

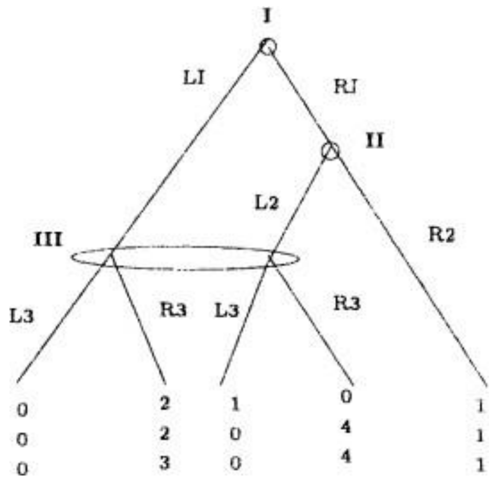
$s=(s_1, s_2, ..., s_n) \in X^n_{i=1} S_i$ es un equilibrio de Nash-Cournot si y sólo si $\forall_i$, $u_i (s) = Max_{si \in Si}\, u_i(s_{-i}, s_i)$

Habiendo estudiado ya en que consiste el equilibrio de Nash y habiendo ejemplificado en qué casos se demuestra en su existencia, se va a pasar a estudiar la relación que existe entre el equilibrio Nash y el óptimo de Pareto. Este concepto de Pareto optimalidad tiene un peso importante dentro de la economía y, tiene relación con la distribución de bienes ya que este óptimo se alcanza cuando cualquier otra distribución posible perjudica a uno de los jugadores, claramente, este no es un criterio de equidad, ya que existen asignaciones que se podrían considerar como "injustas" (por ejemplo, una en la que todos los fondos se asignan a uno de los jugadores que actúan y nada al otro) y que pueden funcionar como óptimo de Pareto. Sin embargo, si la distribución no tiene la característica de Pareto, entonces al menos una de esas distribuciones puede mejorarse sin empeorar a nadie y, en muchos casos, la capacidad de mejorar, al menos parcialmente, implica la capacidad de llevar a todos los jugadores a un nivel superior de satisfacción. Por lo tanto, la ausencia de un óptimo de Pareto en la distribución nos está señalando que hay algo que se podría estar haciendo mejor. Con esta información se aprecia como se vuelve a introducir el concepto de dominación (Estrategia dominante y dominada), siendo en este caso la estrategia dominante aquella que logra el óptimo de Pareto y, las dominadas, el resto de las estrategias. Esta dominación de Pareto, como comúnmente se le conoce, hace referencia a la eficiencia social, la cual es importante para el grupo de jugadores, pero no para el jugador de manera individual, que se ve influido por la eficiencia individual que lleva al concepto de dominación de estrategias explicado anteriormente.

Hablando de una manera más teórica podríamos decir que dada una distribución de bienes $s = \{s_1, \ldots, s_n\}$ esta será un óptimo de Pareto siempre y cuando no exista una distribución $s' = \{s'_1, \ldots, s'_n\}$ en la que $u'_i > u_i$ para todo $i = (1, 2, ..., n)$, es decir, siempre que no exista otra distribución en la que se mejoren los datos de la primera para uno de los jugadores. Estas distribuciones se consideran "posibles" ya que pueden llegar a alcanzarse con los diferentes bienes de los que disponemos, por lo tanto, si tenemos un conjunto de n jugadores y un total de bienes al que denominaremos B, $s = \{s_1, \ldots, s_n\}$ puede llegar a ocurrir si $\sum^n_{i=1} s_i = B$. Un ejemplo se da en todos los juegos de Suma Cero debido a que la solución obtenida será siempre un óptimo de Pareto ya que todo lo que no gane un jugador, lo ganará el otro. También podría darse el caso en el que exista un equilibrio de Nash, pero no un óptimo de Pareto como por ejemplo en el dilema del prisionero que veremos más adelante.

Por último, cabe destacar, que hay multitud de expertos en la materia que consideran que este equilibrio de Nash precisa de un cambio, o más bien, de un refinamiento, pero ¿A qué se debe este pensamiento? Principalmente a que en los juegos en forma extensiva puede dar lugar a comportamientos que no maximicen la utilidad, es decir, comportamientos un tanto irracionales en aquellos nodos que son alcanzables solamente con probabilidad nula, ya que en los juegos en forma normal, pueden darse situaciones donde se llegue a un equilibrio "no robusto" que, como se ha explicado anteriormente, se refiere a la característica por la que una pequeña perturbación en el juego, puede provocar una modificación en el equilibrio.

Figura 3.2: Equilibrio Imperfecto en un Juego en forma extensiva



Fuente: Zona Económica

En este ejemplo de un juego en forma extensiva se puede apreciar un equilibrio de Nash en la estrategia (L_1, R_2, R_3) pero, aun así, siempre y cuando no se alcancen los nodos marcados, nos es indiferente que estrategia elijamos, sin embargo, si se alcanzan esos nodos,elegir la estrategia indicada anteriormente sería irracional. Esto quiere decir que estrategias que a priori pueden llevar a un equilibrio en determinados nodos pueden prescribir eleccionesirracionales, aunque tiene cierto truco ya que estos nodos, a no ser que se hayan cometido errores, son inalcanzables. Cuanto mayor sean los conjuntos de estrategias posibles mayor será la probabilidad de que haya errores, por lo que deberíamos de buscar evitar estos erroresa través de la búsqueda de equilibrios perfectos que no dan lugar a irracionalidades.

Tabla 3.4: Equilibrio Inestable en un Juego en Forma Normal

Estrategias	L_2	R_2
L_1	(1, 1)	(0, 0)
R_1	(0, 0)	(0, 0)

Fuente: Elaboración propia.

En este ejemplo de un juego en forma normal nos encontramos con dos equilibrios de Nash-Cournot *(L_1, L_2)* y *(R_1, R_2),* sin embargo, mientras que el primero presenta un carácter "robusto" el segundo no, esto es debido a que, si el jugador 2 elige la estrategia R_2, el Jugador 1 no gana nada independientemente de la estrategia que elija. Sin embargo, si el jugador 2 cambia la estrategia y si el jugador 1 se equivoca entonces la situación será mejor. Se puede realizar el mismo razonamiento, pero a la inversa. No obstante, esto no sucede en el caso de que se elija *(L_1, L_2)* ya que cualquier cambio supondría una pérdida de utilidad.

En definitiva, esta idea de que el equilibrio de Nash precisa de un "refinamiento" viene incentivada porque un jugador incluso siguiendo una estrategia que le lleve al equilibrio puede equivocarse al elegir su siguiente movimiento y acabar, sin querer, en una situación en la que a partir de ahí ya solo exista un comportamiento irracional, y recalcar que, como se ha dicho antes, se le otorga una probabilidad 0 a llegar a estos nodos, a no ser que se produzca un error.

3.3. EJEMPLO Y SOLUCIÓN DE DIFERENTES JUEGOS.

En este apartado se van a explicar diversos juegos que ayuden a comprender toda esta teoría desarrollada en los apartados anteriores para así darle un soporte práctico y facilitar su comprensión, estos ejemplos son "juegos" o situaciones muy conocidas que se han usado a lo largo de la historia para explicar de una manera más sencilla en que consiste la Teoría de Juegos.

3.3.1. Dilema del Prisionero.

Es el juego por excelencia para explicar la Teoría de Juegos ya que reúne todos los requisitos necesarios y puede ser modificado de múltiples maneras para adaptarse a todos los tipos de casuísticas que se pueden llegar a dar a la hora de explicar esta teoría, por lo que explicaremos el dilema básico. Este dilema fue desarrollado por los matemáticos Merril Meeks Flood (1908- 1991) y Melvin Dresher (1911-1992) en la década de los 50.

El juego presenta el siguiente enunciado: "Dos sospechosos de haber cometido un delito son interrogados por la policía, cada uno por separado. Se les pregunta sobre si el otro sospechoso es culpable. Dependiendo de su respuesta y de la respuesta del otro sospechoso a esta misma pregunta, se definen las penas de cárcel para cada uno de ellos. Si un sospechoso se confiesa autor del delito y su cómplice no, el cómplice será condenado a una pena de “x” años y él será puesto en libertad. Si ninguno de los dos confiesa, ambos son condenados a una pena de “y” años tal que y < x. Si los dos sospechosos confiesan, la condena que deberán cumplir asciende a “t” años tal que y < t < x”. Ahora se procede a representarlo en forma de matriz de un juego normal, dándole los siguientes valores a las incógnitas para facilitar la comprensión: $x = 8$, $t = 5$, y $y = 2$.

Tabla 3.5: Matriz del Juego Dilema del Prisionero.

Estrategias		Jugador 2	
		Confesar	Callar
Jugador 1	Confesar	(5, 5)	(0, 8)
	Callar	(8, 0)	(2, 2)

Fuente: Elaboración propia a partir de Cerdá et al (2004) con Excel.

El análisis se basa en intentar averiguar que estrategia seguirá cada uno de los prisioneros ¿Confesarán o callarán? La respuesta más lógica y a la que todo el mundo acabaría llegando con un análisis rápido es, que ambos jugadores callarán, ya que la pena que obtendrían sería menor que en cualquiera de las otras opciones, sin embargo, al estar analizando un juego no cooperativo esta decisión solo sería optima si nos basamos en un punto de vista social, si nos fijamos en un punto de vista individual esta solución ya no sería óptima, pero ¿Por qué sucede esto? Muy sencillo, si se da esta solución ambos jugadores tendrían incentivos para intentar romper el acuerdo puesto que si lo hacen ellos obtendrían una pena de 0 años, es decir, dos años inferior a lo que obtendrían si mantuvieran la decisión de callar, por lo que, en definitiva, la única solución realista y plausible a este juego sería la opciónde que ambos jugadores confesaran y tuvieran penas de cárcel de 5 años cada uno. Esta situación es muy común en la vida diaria, la competencia egoísta lleva a los jugadores a elegirestrategias que, a la larga, pueden ser peores tanto en términos personales como sociales, que otras cooperativas, sin embargo, estas últimas no pueden ser posibles a no ser que existauna obligación externa que les haga elegir la opción de cooperar (Callar) a la fuerza. Por lo tanto, para cualquiera de los jugadores, y haciendo un repaso de lo explicado anteriormente,la estrategia Callar siempre será dominada por la estrategia Confesar, la cual, será la dominante.

Si el jugador 1 prevé que jugador 2 jugará Callar, ¿le interesará al jugador 1 seguir pensando en jugar Callar? La respuesta es no. Dada o fijada la estrategia Callar del Jugador 2, el jugador 1 preferirá desviarse de la estrategia indicada para él en el perfil propuesto como solución puesto que con la estrategia Confesar obtiene un pago superior u_1 *(Confesar, Callar)* $= 8 > 5 = u_1$ *(Callar, Callar).* Este argumento también es aplicable al jugador2 por la simetría del juego. Supongamos que se propone como solución un Equilibrio de Nashque sea (Confesar, Callar). En este caso, si el jugador 2 supusiera que el jugador 1 iba a jugarConfesar, a él le convendría jugar la estrategia Confesar pues con ello maximiza su utilidad en este caso particular dado que u_2 *(Confesar, Confesar)* $= 5 > 0 = u_2$ *(Confesar, Callar).* Por tanto, el perfil (Confesar, Callar) tampoco es un Equilibrio de Nash, al igual que el perfil (Callar,Confesar) que es análogo. (Emilio Cerdá, 2004, p. 90)

En definitiva, se ha podido observar en este juego lo explicado anteriormente. No siempre que existe un Equilibrio de Nash existe un óptimo de Pareto, ya que en este caso el óptimo sería lo opción de que ambos callarán obteniendo una utilidad $u = 2$ y el Equilibrio de Nash se encuentra en la posición justamente contraria, ambos confesaran, obteniendo así una utilidad $u = 5$ para ambos jugadores.

3.3.2. La Guerra de los Sexos.

Este es otro juego básico dentro de la Teoría de Juegos y que representa una situación muy común en la vida diaria de las personas. En este juego se nos presentan dos jugadores, que históricamente siempre han sido representados por un jugador masculino y uno femenino, pero eso es indiferente. Estos jugadores tienen que decidir qué plan realizan el fin de semana, ambos quieren ir juntos al plan, aunque, la preferencia de él es FUTBOL y la preferencia de ella es CINE. Conociendo toda esta información se desarrolla la siguiente matriz:

Tabla 3.6: Matriz del juego de la Guerra de Sexos.

Estrategias		Ella	
		FUTBOL	CINE
EL	FUTBOL	(2, 1)	(0, 0)
	CINE	(0, 0)	(1, 2)

Fuente: Elaboración propia con Excel.

En primer lugar, debemos de entender que esto es un juego no cooperativo, es decir, los jugadores no trabajan juntos para elegir la estrategia ni han realizado ningún acuerdo o pacto previo a la realización del juego, también destacar que el juego solo se realiza una vez,esto significa que los jugadores no pueden elegir una opción y esperar a que el otro jugador elija para cambiarla en el siguiente movimiento, solo existe un movimiento, que es el que se analiza. Sabiendo esto vemos como el principal problema de este juego es la ausencia de esa comunicación previa, porque si el elige FUTBOL y ella elige CINE, guiándose por su egoísmo individual (como en el Dilema del Prisionero) obtendrán un resultado representado por una utilidad de (0, 0) que no marca ni el Equilibrio de Nash ni el óptimo de Pareto ya que ambos jugadores pueden mejorar sus correspondientes resultados, esto se debe a que, por ejemplo, si ella llega al CINE y ve que él no está, hubiera preferido la opción de FUTBOL para estar con él y viceversa. Sin embargo, si ambos eligen el mismo plan, ya sea FUTBOL o CINE recibirán algún tipo de utilidad, aunque si es FUTBOL él recibirá una utilidad mayor debido a que era su plan preferido (2, 1), y si es al contrario y eligen el CINE ella será la que obtenga una mayor utilidad (1, 2). Por lo tanto, se llega a una conclusión sencilla, la estrategia dominante para él es FUTBOL y para ella es CINE, pero ¿Qué supone esto? La existencia de dos equilibrios de Nash. La única forma de solucionar este problema es usando estrategias mixtas:

En primer lugar, se modifica la tabla matriz para entender cuál serán los valores *p* y *q*:

Tabla 3.7: Matriz del Juego Guerra de Sexos con valores p y q.

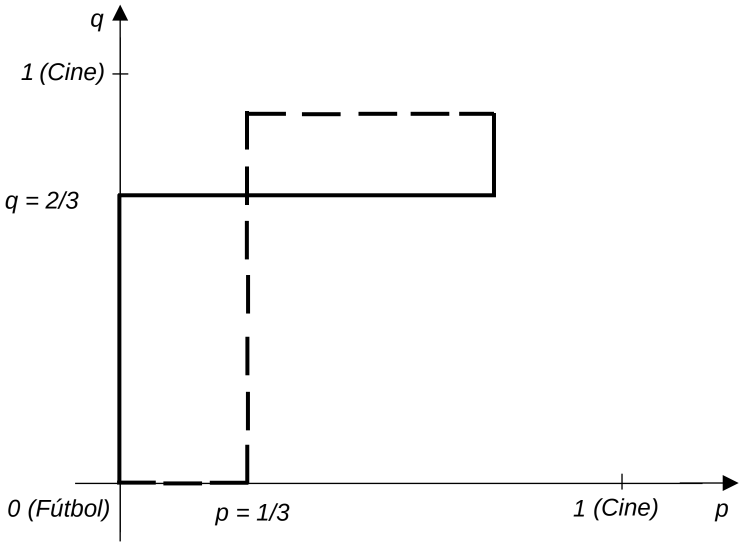
Estrategias		Ella	
		FUTBOL (q)	CINE (1 - q)
EL	FUTBOL (p)	(2, 1)	(0, 0)
	CINE (1 - p)	(0, 0)	(1, 2)

Fuente: Elaboración propia con Excel.

- (FUTBOL, FUTBOL): q * p
- (FUTBOL, CINE): p * (1 – q)
- (CINE, FUTBOL): (1 – p) * q
- (CINE, CINE): (1 – p) * (1 – q)

Analizando esto se observa como las posibilidades de que él vaya al futbol serían igual al resultado de *2p* (su utilidad multiplicado por su probabilidad), y la posibilidad de que vaya al cine sería *1 * (1 – p)* que sería igual a *(1 – p)* Ahora si las igualamos las posibilidades nos quedaría que *(1 – p) = 2p; 1 = 3p;* por lo tanto, *p = 1/3*. Análogamente para ella la probabilidad de ir al futbol, es decir, *q,* es igual a 2/3 dado que *p = (1 – q)*. Como se puede observar por los cálculos realizados la probabilidad de que ambos vayan a su opción preferida es menor que la probabilidad de que ambos vayan a su opción menos preferida ya que piensan que la otra persona actuara de manera egoísta (recordar que es un juego no cooperativo) y por lo tanto anteponen el hecho de realizar la actividad juntos al hecho de realizar su actividad favorita. Gráficamente vendría representado de la siguiente manera:

Gráfica 3.2: Solución Batalla de Sexos.



Fuente: Elaboración Propia.

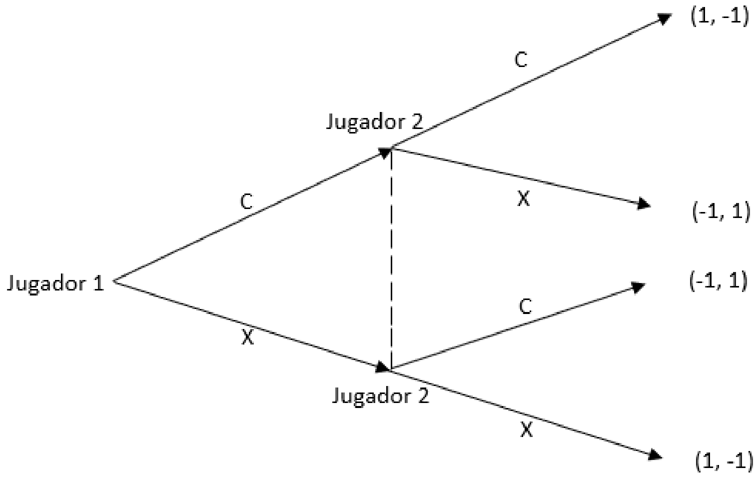
De esta manera todo el conjunto de perfiles de las diferentes estrategias empleadas durante el juego que forman un Equilibrio de Nash son:

S^{EN} = *{(Cine, Cine), (Futbol, Futbol)}* y, por lo tanto, también es *{(1/3, 2/3), (2/3, 1/3)}*

3.3.3. El Juego de la Moneda.

En este apartado se va a analizar un juego clásico y muy reconocible que nos va a servir para ver un juego en forma extensiva, el juego de la moneda: Suponemos una situación de dos jugadores (J1 y J2) en la que cada uno de ellos es portador de infinitas monedas que cuentan con una cara y una cruz. Los jugadores esconden la moneda, eligen una parte de esta y sela muestran mutuamente al mismo tiempo, si ambas se muestran por la parte de la cara o porla parte de la cruz, J1 recibe una utilidad *u = 1* y J2 recibe una utilidad *u = -1*, es decir, el jugador que pierda le da la moneda jugada en esa ronda al otro. Sin embargo, si una monedase muestra por la parte de la cara y la otra por la parte de la cruz, será J2 el que reciba la utilidad *u = 1* recibiendo J1 una utilidad *u = -1*, o lo que es lo mismo, J1 le dará la moneda deesa ronda a J2. Esta situación representada en forma extensiva quedaría de la esta manera:

Figura 3.3: Matriz Juego de la Moneda Forma Extensiva



Fuente: Elaboración Propia.

Analizando la matriz propuesta la cual representa a J1 en la raíz del juego, lo primeroque se debe de tener cuenta es la línea discontinua que uno los nodos de decisión de J2 formando lo que se conoce como un conjunto de información para J2. Cuando hay un jugadorque tiene que comenzar el juego desde un conjunto de información, este no sabe en cuál de los dos nodos se encuentra, es decir, J2 no sabe si J1 ha sacado Cara o ha sacado cruz debido a que esta decisión es simultánea. En este juego no existe ninguna estrategia o, mejor dicho, ningún par de estrategias, que conformen un Equilibrio de Nash, esto se debe a que si en el primer turno ambos jugadores sacan cara o ambos jugadores sacan cruz J2 va a preferir cambiar su estrategia en la siguiente jugada ya que en esta ha perdido. Mismo caso para J1,si en este turno sale un par de estrategias (Cara, Cruz) o (Cruz, Cara) el estará tentado de cambiar su estrategia. La clave del juego es sencilla, adivinar la estrategia del otro y que el otro no adivine la tuya, este es un rasgo básico de una gran cantidad de juegos como por ejemplo el póker, el cual, lo lleva a cabo, a través de lo que se conoce comúnmente como “faroles”, si J2 sabe que J1 nunca suele emplear la estrategia del farol, J2 asumirá que J1 nose está tirando un farol por lo tanto será el momento de J1 de hacerlo, de vez en cuando, paraque sus rivales no tengan tan clara su estrategia, mismo caso en la situación contraria.

Como conclusión, en cualquier juego, da igual su naturaleza, en el que la estrategia pura principal de cada jugador se base en adivinar la estrategia del otro y que el otro no adivine la tuya, es imposible que exista un Equilibrio de Nash, esto representado de manera teórica quedaría de la siguiente manera:

Para J1 => $R_1(S_2) = s_2, \forall\ s_2 \in \{Cara, Cruz\}$ => $R_1(Cara) = Cara$ y $R_1(Cruz) = Cruz$

Para J2 => $R_2(S_1) = t_1 \neq s_1, \forall\ s_1 \in \{Cara, Cruz\}$ => $R_2(Cara) = Cruz$ y $R_2(Cruz) = Cara$

No existen conjuntos de estrategias puras donde una de estas estrategias sea la respuesta más optima de la otra, y, por lo tanto, no existe Equilibrio de Nash: $S^{EN} = \emptyset$ (Hay que dejar claro que este juego se podría resolver por el método de estrategias mixtas donde sí encontraríamos un Equilibrio de Nash, pero se ha realizado a través de estrategias puras para así poder estudiar y analizar todos los conceptos con ejemplos).

3.3.4. Modelo Halcón-Paloma.

Este es el último juego que se va a analizar y, se ha dejado para el final, debido a que es el que tiene más relación con el siguiente punto de este capítulo y con el capítulo 4 de este trabajo. Fue propuesto por John Maynard Smith (1920-2004) y supone la siguiente situación:

Un animal salvaje (A) necesita un recurso que tiene un determinado valor (*V*) para él, puede ser alimento, agua o cobijo. Ahora bien, para obtener este recurso debe competir contra otro animal (B). ¿Qué actitud tomara cada animal ante esta situación? Se pueden dar dos comportamientos:

- Comportamiento pacífico y dócil (Como el de una paloma).
- Comportamiento agresivo y hostil (Como el de un halcón).

Si ambos animales se comportan de manera pacífica, es decir, como una “Paloma”, no pelearán por ese recurso, si no que, simplemente, se lo llevará el primer animal que llegue, que será el 50% de las veces uno y el otro 50% el otro. Si uno de los animales opta por la estrategia agresiva, es decir, “Halcón” y el otro por la estrategia pacífica “Paloma” siempre ganará el que haya seguido la estrategia hostil ya que echará al otro participante de la disputa y se quedará todo el recurso para él. Como última opción, sí ambos animales siguen la estrategia “halcón” se disputarán el recurso habiendo un único ganador que se llevará todoel recurso, mientras que el perdedor, aparte de no ganar el recurso, sufrirá una serie de heridas que le supondrán un coste (C), ganará el 50% de las veces uno y el 50% el otro, al igual en que en la estrategia en la que ambos actuaban pacíficamente. Representado en unamatriz sería:

Tabla 3.8: Matriz Modelo Halcón-Paloma.

Estrategias		B	
		HALCÓN	PALOMA
A	HALCÓN	((V-C)/2, (V-C)/2)	(V, 0)
	PALOMA	(0, V)	(V/2, V/2)

Fuente: Elaboración Propia con Excel.

Para analizar esta matriz hay que tener en cuenta que hay dos opciones. La primera, esque *V* > *C*, es decir, que el recurso por el que se están peleando es muy valioso o el coste delas heridas sufridas en la pelea es muy escaso, de esta manera el juego se transformaría en un Dilema del prisionero y se analizaría de la misma manera que lo hicimos anteriormente, siendo la estrategia dominante comportarse como un halcón y la dominada comportarse comouna paloma. La segunda es que *V* < *C*, es decir, que el recurso por el que estáis peleando noes tan valioso o el coste de las heridas sufridas es demasiado elevado, se va a poner un ejemplo numérico sencillo imaginando que *V* = *4* y *C* = *8*, la matriz quedaría así:

Tabla 3.9: Matriz Modelo Halcón-Paloma numérica.

Estrategias		B	
		HALCÓN	PALOMA
A	HALCÓN	(-2, -2)	(4, 0)
	PALOMA	(0, 4)	(2, 2)

Fuente: Elaboración propia con Excel.

En este punto, el Equilibrio de Nash se lograría teniendo actitudes contrarias, de tal manera que uno actuara como halcón y otro como paloma. Esto es debido a que si ambos llevan a cabo la misma estrategia se van a acabar arrepintiendo de no haber hecho lo contrarioque el rival, si uno actúa como halcón el otro preferirá actuar como una paloma y no luchar y,aunque no se lleve el recurso, al menos, no sufre el coste provocado por las heridas, y lo mismo pasaría en la situación contraria, si uno actúa como paloma el otro querrá actuar comohalcón para así poder llevarse el todo el recurso y sin sufrir ningún daño.

3.4. APLICACIÓNES DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

En este último punto del tercer capítulo se explicará como la Teoría de Juegos se aplica a diferentes ramas del conocimiento, y esto se podrá entender más fácilmente gracias a todo el bagaje de explicaciones que se han ido desarrollando a lo largo del trabajo y a los ejemplos expuestos que, como se verá a continuación, guardan una gran relación y pueden ser extrapolados a diferentes ramas.

3.4.1. Gestión empresarial.

Posiblemente sea la aplicación principal que tiene la Teoría de Juegos y esto es debido a que no se podría entender la gestión de las empresas hoy en día sin la influencia de esta aclamada teoría. Pero para entender por qué es tan relevante su influencia primero se debe comprender el concepto de “Gestión Empresarial”:

La gestión empresarial se podría definir como aquellas actividades llevadas a cabo por una o varias personas especializadas en la materia que deben saber cómo organizar, dirigir y controlar a un grupo de personas con el objetivo de alcanzar aquello que la empresa se ha propuesto a principios de año. Esto quiere decir que esa persona, quien puede tener el cargo de gerente, director o consultor, debe ser una persona con una serie de estudios que les permitan gestionar adecuadamente la empresa, así mismo, deben ser personas atentas y activas que estén pendientes a todos los cambios e innovaciones que vayan ocurriendo en el entorno de la empresa. Es decir, a modo de resumen podríamos decir que la gestión empresarial es aquella actividad que busca aumentar la productividad y competitividad del negocio a través de una o varias personas encargadas de tomar las decisiones. ¿Qué funciones debe desempeñar de manera correcta este director? Luther Gulik (1892-1992) nos enseña en su Teoría clásica de las administraciones públicas las 7 principales, expandiendo de esta manera las cinco iniciales que propuso Henry Fayol (1841-1925), estas son:

- Planificación: "Tener una visión global de la empresa y su entorno, tomando decisiones concretas sobre objetivos concretos".
- Organización: “Establecer la estructura formal de autoridad a través de la cual se disponen, definen y coordinan las subdivisiones para implementar le plan”.
- Reclutamiento: “Seleccionar, entrenar y desarrollar al personal y mantener las condiciones favorables de trabajo”.
- Dirección: "Un elevado nivel de comunicación con su personal y habilidad para crear un ambiente propicio para alcanzar los objetivos de eficacia y rentabilidad de la empresa".
- Control: "Cuantificar el progreso realizado por el personal en cuanto a los objetivos marcados".
- Presupuesto: “Todas las actividades que acompañan el presupuesto, la planificación fiscal, contabilidad y control”.
- Representatividad: "El Gerente es la persona que representa a la organización ante otras organizaciones similares, gubernamentales, proveedores, instituciones financieras, etc."

Pero, ¿Qué tiene que ver todo esto con la Teoría de Juegos?, la principal aplicación se encuentra en aquellas situaciones que suponen un duelo ya que serán en estos casos donde las posiciones que defenderán los diferentes gerentes serán diametralmente opuestas. Suponiendo que tenemos un mercado donde la demanda viene fijada principalmente por hábitos de consumo, los consumidores "extras" que una empresa quiera atraer se traducirán en clientes perdidos por la otra empresa. Lo que uno pierde el otro lo gana (Juego de suma cero). Esta es una situación que suele ocurrir con los equipos de futbol como en el siguiente ejemplo.

En una ciudad donde conviven dos equipos de futbol (A y B) viven dos amigos, Ramón y Benito. Ramón ha sido durante toda su vida aficionado al equipo A debido a que tanto su padre como su abuelo eran de ese equipo y ha ido desde pequeño al campo a animarlo, es decir, podríamos decir que Ramón es del equipo A por "costumbre", misma situación para Benito, pero con el equipo contrario, el equipo B, Benito siempre ha ido al campo desde pequeño con sus padres y no le ha quedado otra opción que ser de ese equipo. Ambos tienen un amigo en común, Santiago, quien vivía en otra ciudad, pero se acaba de mudar a la misma ciudad que Ramón y Benito. Santiago nunca se ha interesado mucho por el futbol, pero viendo el buen ambiente que hay alrededor de este deporte quiere empezar a animar a un equipo, pero no sabe a cuál, por lo que le pide tanto a Ramón como a Benito que les convenza sobre a qué equipo tiene que animar, los dos amigos intentan sacar todas sus dotes de convicción para intentar que Santiago apoye a su equipo.

En esta situación es fácilmente identificable cada uno de los componentes indicados anteriormente, nos encontramos con dos empresas (Equipo A y equipo B) que a través de dos consumidores los cuales tienen un hábito muy marcado (Ramón y Benito), intentan convencer a un nuevo consumidor extra (Santiago). Tendrán que pelear para poder "ganarlo"y para ello usarán un conjunto de estrategias. Si Ramón consigue convencer a Santiago el equipo A ganará un aficionado y el equipo B no lo perderá, pero dejará de ganarlo, es decir, incurrirán en un coste.

Se puede encontrar un ejemplo teóricamente más complicado en el libro *The Use of Game Theory in Management Science* en el que se plantea a dos empresas (X e Y) que van a llevar a cabo sendas campañas de publicidad por valor de 2.000.000€ a través de 3 medios: Radio, televisión y prensa. Sabiendo esto, se propone una matriz 4x4 desde el punto de vista de la empresa X en la que se recoge la información de las 16 posibles situaciones dependiendo de las estrategias seguidas, pero falta una estrategia, esta sería la de optar por no realizar una campaña de marketing y ahorrarse el dinero. Cada una de las 16entradas representa las ganancias extras obtenidas sobre el coste estimado:

Tabla 3.10: Matriz Campaña de Publicidad.

Estrategias		Y			
		RADIO	TELEVISIÓN	PRENSA	NADA
X	RADIO	0	-1	0	5
	TELEVISIÓN	4	0	3	10
	PRENSA	2	-1	0	7
	NADA	-4	-8	-6	0

Fuente: Elaboración propia a partir de The Use of Game Theory in Management Science con Excel.

Rápidamente podemos observar una serie de aspectos, el primero es que la estrategiade no emplear ninguna estrategia valga la redundancia, es malísima opción para la empresa Xdado que en todos los casos perdería (y además bastante) excepto en el caso en el que la otra empresa tampoco realice una campaña, situación en la que tampoco ganaría. En segundo lugar, que cualquiera de estas estrategias que pueda ser rechazada comparándola con otra pasara a ser una estrategia dominada y jamás formará parte de la solución, por lo tanto, la solución dominante a este ejemplo sería declinarse por la televisión puesto que da igual la estrategia que plantee la empresa Y, siempre que X elija televisión obtendrá su mejor resultado posible. Por último, hay que destacar que el punto de silla, recordar que es aquel en el que coinciden el valor *Maximin* y *Minimax*, sería en el que ambos eligen apostar por la televisión obteniendo como resultado el mismo que si ninguno publicitara, pero eliminando el riesgo que no publicitar supondría.

Habiendo visto ya varios ejemplos, queda claro el gran y variado uso que tiene la Teoría de Juegos dentro de la gestión de una empresa, ya que esta nos ayuda a pensar siempre de una manera encaminada al lograr el éxito a través de una acertada toma de decisiones, y esto se da en todas las etapas de la gestión, desde que se lanza un nuevo producto al mercado hasta la resolución de diferentes conflictos, ya sean en el seno de la empresa o en su entorno, y pasando por la fijación de precios o las campañas de publicidad como se ha explicado anteriormente.

3.4.2. Teoría de la Evolución.

Esta es una de las aplicaciones más sorprendentes, pero a la vez más lógicas, de la Teoría de Juegos, y para entender el porqué de esta sinergia solo nos tenemos que ir a las definiciones más básicas de ambas teorías:

- Teoría de la Evolución: Supervivencia del más fuerte o del más apto.
- Teoría de Juegos: Elección de la estrategia dominante, “la más fuerte o la más apta”.

Como se observa la base teórica de ambas estrategias es prácticamente la misma y esta similitud ha supuesto la creación de una nueva teoría conocida como Teoría de Juegos Evolutiva, desarrollada por John Maynard Smith (Al cual nombramos en el modelo Halcón-Paloma) en su libro *Evolution and the theory of games* escrito en 1982 y que no es más que la aplicación de la Teoría de Juegos al campo de la biología evolutiva. El objetivo de esta teoría es saber porque determinadas aptitudes que han ido desarrollando los distintos seres vivos han acabado siendo las mejores para ellos y no otras, es decir, lo que se trata es de buscar el equilibrio de Nash en la evolución, para ello identificamos los distintos comportamientos desarrollados por las diferentes especies como estrategias y las aptitudes logradas a través de esos comportamientos como las utilidades obtenidas. Los diferentes encuentros o interacciones que se produzcan entre organismos ya sea con estrategias competidoras o complementarias puede ser visto como un juego con múltiples jugadores, por lo tanto, los biólogos especializados en esta rama utilizan la Teoría de Juegos para intentar “adivinar” que consecuencias de carácter evolutivo tendrán esas interacciones en las diferentes especies.

Un ejemplo muy claro de un juego adaptado a la Teoría de la Evolución es el que se explicó en el anterior punto, el modelo Halcón-Paloma. Este modelo supuso un antes y un después en la Teoría de Juegos Evolutiva a causa de que antiguamente los científicos desconocían porqué algunos seres vivos se comportaban de una manera tan pacífica a la hora de intentarlograr recursos, es cierto que existían determinados animales que tenían una serie de ritualesagresivos a la hora de competir, como puede ser cuando dos machos de una misma especiese pelean por una hembra, pero ese conflicto nunca llega a escalar debido a que uno siemprese acaba retirando, este movimiento realizado por unos de los “jugadores” con el objetivo de perpetuar la especie chocaba frontalmente con la teoría Darwinista propuesta por Charles Darwin (1809-1882) en su famoso libro *El Origen de las Especies”*.

Esto es debido a que Darwin lo observaba desde una visión individual, no colectiva. En este punto es donde entra John Maynard Smith introduciendo el concepto de estrategia evolutivamente estable, pero ¿Qué quiere decir este término? Pues estas estrategias consisten en que no importa que unaestrategia agresiva beneficie a un solo individuo en una situación particular ya que las estrategias que perduran a lo largo del tiempo son aquellas sostenibles para su propia especie, es decir, si cada vez que dos machos se enfrentan, uno muere, y el otro queda gravemente herido, o los dos mueren, no quedará ningún macho para que la especie continue, por lo tanto ese macho que se retira antes de tiempo es que el verdaderamente está salvandoa la especie, es decir el "débil" es el que consigue que la especie perdure siendo esta posicióncompletamente contraria a lo que la Teoría de la Evolución defiende, que es, la supervivenciadel más fuerte. Este ejemplo se puede extrapolar al conocido como juego del gallina que funciona de la siguiente manera.

El juego del gallina plantea la siguiente situación, existen dos jugadores, el jugador *A* y el jugador *B*, estos van a pelear por un recurso que en este caso será hacerse con el amor de una mujer (Ejemplo muy parecido a la pelea de los machos nombrada anteriormente),para ello tienen que competir en el siguiente juego, cada uno se tiene que montar en su cochey colocarse en extremos opuestos de una carretera recta, ambos tienen que acelerar e ir en dirección recta hacía el coche del otro en una trayectoria de colisión, el primero en apartarsepierde, o lo que es lo mismo, aquel que no se aparte o, que se aparte el último, gana. Se pueden dar cuatro situaciones diferentes representadas en la siguiente matriz de utilidades:

Tabla 3.11: Matriz Juego del Gallina.

Estrategias		B	
		No Apartarse	Apartarse
A	No Apartarse	(-10, -10)	(2, -2)
	Apartarse	(-2, 2)	(1, 1)

Fuente: Elaboración propia con Excel.

Como se puede observar, si ambos jugadores se apartan, ninguno pierde, pero tampoco consiguen el objetivo. Si uno de los dos se aparta y el otro no, aquel que se aparta pierde la recompensa por lo que sufre un coste, pero no tiene el mismo peso que el coste de un choque frontal entre ambos y, aquel que no se aparta, está en aquella situación que maximiza su utilidad, porque no solo no soporta ningún coste, si no que encima consigue el objetivo. Por último, la situación más nefasta es aquella en la que ninguno se aparta ya que sufren ambos el mayor coste posible y ninguno consigue el objetivo. En este juego el equilibrio de Nash se alcanzaría en aquellas situaciones donde uno se aparta y el otro no, con indiferencia de cuál sea, debido a que de esta manera, cada uno está haciendo lo mejor para ellos dada la actitud del rival, es decir, el que se ha apartado ha conseguido evitar un choque frontal por lo que ha obtenido una utilidad $u = -2$, que es preferible a la utilidad $u = -10$ que hubiera obtenido si no se hubiera apartado y, aquel que no se ha apartado, ha conseguido la máxima utilidad posible $u = 2$, que es objetivamente mejor que la utilidad $u = 1$ que hubiera obtenido si se hubiera apartado.

El análisis de este juego muestra como no siempre la opción que nos puede llevar a obtener una utilidad mayor es la mejor para el individuo si esa estrategia puede llevar acarreados unos costes demasiado elevados. En la naturaleza pasa lo mismo las especies quieren sobrevivir y para ello no siempre hay que ser el más fuerte si no también hay momentos donde la reacción más lógica es ser precavido para que así, en términos de supervivencia general, la especie pueda continuar.

CAPITULO 4.

APLICACIÓN PRÁCTICA: LA GUERRA FRÍA.

En este capítulo, se va a plasmar todo lo visto hasta ahora a través de un caso práctico basado en una situación histórica que pueda servir como soporte para entender con mayor facilidad lo explicado y, que mejor manera de entender la Teoría de Juegos, que a través de un conflicto, pero no un conflicto cualquiera, sino uno cuyas principales características fueran las negociaciones y las estrategias llevadas a cabo por cada una de las partes, la Guerra Fría, un conflicto a escala internacional que se desarrolló durante gran parte de la segunda mitad del siglo XX y que mantuvo al mundo en vilo debido a las catastróficas consecuencias que podría haber ocasionado.

4.1 EL CONFLICTO.

La Guerra Fría fue un conflicto a escala global caracterizado no solo por darse en el ámbito militar, sino también en el social, en el informativo, en el ideológico e incluso en el espacial. Supuso la división del mundo en dos bandos y una tensión elevada a tal extremo que opacó el panorama internacional durante décadas.

Cualquier explicación del comienzo de la Guerra Fría debe de tener como punto de partida la II Guerra Mundial, posiblemente el conflicto más devastador de la historia de la humanidad, que causó un alto nivel de muertes, destrucción, sufrimiento y una inestabilidad como nunca se había visto, no solo en Europa, sino en todo el mundo. Y es que la guerra provoco más de 50 millones de muertos de los que 3 millones fueron civiles de los países “perdedores”, Italia, Japón y Alemania, pero 35 millones fueron de los países “ganadores”, de ahí el uso de las comillas al referirnos a estos términos. Se estima que la población de la antigua Unión Soviética (URSS) se redujo en un 20% y la de otros países como Austria y Hungría en más de un 5%. Sin embargo, todos estos datos estadísticos siguen variando hoy en día ya que es prácticamente imposible conocer el alcance total de las muertes, ya sea de manera directa, o indirecta, provocadas por este conflicto. Con estos datos se llega al final de la guerra y con ello nacen dos visiones de cómo sería el mundo, dos visiones enfrentadas, contrapuestas y divididas por un cordón inquebrantable, que tuvo su máxima expresión en el llamado Telón de Acero que dividió a Europa y más concretamente en el muro de Berlín.

En primer lugar, tenemos la visión del mundo desde el punto de vista de los Estados Unidos, quien, a diferencia del resto de superpotencias que habían formado parte del conflicto, había sufrido pérdidas no muy grandes, es más, la guerra supuso para los Estados Unidos un periodo de abundancia y prosperidad como nunca había tenido, el PIB se duplico durante los años de la guerra y en palabras del propio presidente Harry S. Truman (1884-1972): “Hemos surgido de esta guerra como la nación más poderosa del mundo, la nación más poderosa, quizá, de toda la historia”. Sin embargo, nada de esto les quitaba a los estadounidenses el miedo, y es que, tras el ataque a Pearl Harbor los americanos habían perdido ese sentimiento de invulnerabilidad que tenían, y esta fue la principal política del gobierno durante la Guerra Fría, devolver al pueblo esa seguridad. Ya no servía con tener dos océanos de diferencia con el resto de los países, porque los ataques podían venir por aire, por lo tanto, tanto Franklin D. Roosevelt (1882-1945) en su momento, como Truman más adelante, trataron de lograr que Estados Unidos tuviera bases aéreas y navales por todo el mundo, ejemplo de ello son las dos que tenemos en España, la de Rota y la de

Morón, y así de esta manera poder defenderse, no solo desde su territorio, si no desde cualquier parte. Otro punto clave de la posguerra americana fue lograr ser la mayor potencia armamentística, y es que los lideres de Estados Unidos decidieron que su poder militar jamás debería reducirse o estropearse, de alguna manera, siempre debían estar a la cabeza, y es por este motivo por el que Estados Unidos tiene las flotas navales y aéreas más grandes e importantes en la actualidad, ellos controlan toda la región del Pacífico y mantienen un control, prácticamente de carácter monopolístico, sobre la bomba atómica. De esta manera lograrían su principal objetivo: Nunca, jamás, bajo ningún concepto, dejar a otro país del mundo o coalición de países (de carácter hostil) hacerse con el control ni de Europa ni de Asia (Eurasia), ya que es en esta zona del mundo donde se encuentran las principales cantidades de recursos, mano de obra cualificada e instalaciones tanto industriales como militares lo que la convierte en la zona más deseada. Y es que fue de esta manera y gracias a estos recursos como las potencias del eje aguantaron y lograron que la guerra se mantuviera. También es importante mencionar las políticas económicas llevadas a cabo, puesto que fueron uno de los principales motivos del origen de La Guerra Fría y estuvieron basadas principalmente en la libertad de comercio entre países, para ello, impulsaron un sistema de tipos de cambio estables y libertad para la conversión de monedas, un comercio liberalizado con prácticamente todos los países e igualdad de oportunidades en la inversión, todo esto se puso en marcha a través del *European Recovery* Program o como se le conoce comúnmente el Plan Marshall, un plan de ayudas a los distintos países europeos con el objetivo de apoyar en la reconstrucción de estos países, fue desarrollado por George Marshall (1880-1959) Secretario General de los Estados Unidos y excoronel del ejército norteamericano. Por último, hay que destacar la Conferencia de Bretton Woods de 1944, dado que fue allí donde se sentaron las bases del nuevo orden económico mundial a través de la creación de lo que hoy son dos de los principales organismos a nivel económico de todo el mundo, el Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Internacional para la Construcción y el Desarrollo, conocido comúnmente como Banco Mundial, encargados ambos de mantener una cierta estabilidad en la economía a nivel global.

Figura 4.1: Imagen de la Conferencia de Bretton Woods.

Fuente: RTVE.es

En segundo lugar, tenemos la visión del mundo desde el punto de vista de la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas, más conocida como la URSS. La visión de la sociedad soviética de la posguerra no era muy diferente a la de Estados Unidos, porque, al igual que ellos, tenían un profundo miedo acerca de su seguridad, pero este miedo, estaba mucho más arraigado, prácticamente todas las familias habían perdido a uno o varios seres queridos en la que fue denominada como “La Guerra patriótica”, según la propaganda soviética, y gran parte del territorio localizado al oeste de los montes Urales, donde se encuentran las principales ciudades del país, había sido conquistado por Alemania. Como último bastión soviético quedo la ciudad de Leningrado, ciudad histórica donde perdieron la vida más de un millón de personas. Esta seguridad nacional se había convertido en una obsesión para los dirigentes de la URSS debido a que era el país con mayor extensión de todo el mundo y podía ser atacado prácticamente desde cualquier franco. Por un lado, la zona europea, atacada y conquistada tanto por Alemania como anteriormente por el ejército de Napoleón y, por otro lado, la zona siberiana, amenazada en múltiples ocasiones por los japoneses y con frontera con China, país que se había caracterizado por su gran inestabilidad. La opción que encontraron a este problema fue la expansión de su territorio colocando un gobierno favorable en Polonia y sometiendo a Alemania frenando su industrialización y obligándoles a pagar toda la reconstrucción de la URSS. Todas estas políticas y estos cambios no se entenderían sin la figura de Joseph Stalin (1879-1953), cruel dictador soviético que gobernó con una brutalidad jamás vista y con mano de hierro a su propio pueblo antes, durante y después de la II Guerra Mundial y que veía a todo país occidental como competidores y enemigos de la nación, aunque esto choca con su estilo de hacer política. Fue muy cauteloso con la política exterior, sabía de la superioridad de los Estados Unidos en todos aquellos aspectos industriales y militares y se conforma con lograr pequeñas victorias en determinados lugares para intentar ir recortando esta supremacía norteamericana, esta forma de hacer política se ve reflejado en las declaraciones de en su día ministro de asuntos exteriores soviético Viacheslav Mólotov (1890-1986) el cual dijo: “Nuestra ideología propugna las operaciones ofensivas cuando es posible. Si no lo es, esperamos”. Como conclusión, decir, que ambas naciones tenían una creencia o incluso una fe inquebrantable en el papel que tenía que asumir su país como líder del nuevo mundo, así como unas ideologías opuestas, en el caso de Estados Unidos, el capitalismo y, en el caso de la URSS, el comunismo, por lo tanto, era inevitable que acabaran enfrentadas.

En los primeros años de esta guerra, la distancia entre ambos bandos se fue acentuando cada vez más, ya que, por un lado, Estados Unidos fundó la Organización del Tratado del Atlántico Norte (OTAN) junto con otros países occidentales como Gran Bretaña o Francia y, por el otro lado, la URSS fundó la *Kominform* junto con otros países del bloque comunista. El primer conflicto de la Guerra Fría fue la Guerra de Corea donde se enfrentaron los defensores del comunismo (Corea del Norte) contra los defensores del capitalismo (Corea del Sur), y finalizó con una situación muy parecida a cómo empezó, separando el territorio en disputa por una línea imaginaria, que se colocó en el paralelo 38, y que divide a estos dos países desde entonces. Cada uno de estos bandos fue apoyado por una superpotencia, los surcoreanos por la OTAN y los norcoreanos por la *Kominform*. Lo que la Guerra de Corea enseño al mundo es que los nuevos conflictos entre potencias se iban a librar en conflictos de terceros en los que cada potencia intervendría protegiendo y dando apoyo al bando que concordara más con su ideología.

Tras la muerte de Stalin en 1953 se crea el Pacto de Varsovia, una alianza que trataba de sustituir a la *Kominform* y que fue propuesta por el nuevo presidente de la URSS Nikita Jruschov (1894-1971) con el que también comenzó lo que se puede considerar el ejemplo perfecto de como funcionó esta guerra, la carrera espacial, una carrera propagandística que empezó con él envió del satélite *Sputnik* (El primero en orbitar la tierra) en 1957 por parte de la URSS y que finalizó con la llegada del hombre a la luna en 1969 por parte de los Estados Unidos.

Llegamos en este punto al momento de más tensión de la guerra y posiblemente el punto donde la humanidad ha estado más cerca de una guerra nuclear, la crisis de los misiles en cuba, y es que la URSS coloco ojivas nucleares en la isla de cuba apuntando a Estados Unidos, pero finalmente todo se resolvió a través de acuerdos y la URSS retiró esos misiles. A partir de aquí se sucedieron una serie de conflictos en distintos lugares del mundo donde cada potencia apoyaba a un bando, Afganistán, Chile, Indonesia, Republica Checa o Camboya, son algunos ejemplos de ellos siendo el conflicto más importante la Guerra de Vietnam donde nos encontramos una situación muy parecida a la de Corea, una Vietnam del Norte comunista y una Vietnam del Sur capitalista pero, con una pequeña diferencia, y es que en el territorio de Vietnam del Sur se encontraba una milicia comunista llamada Frente Nacional de Liberación de Vietnam o, cómo era conocida, *Vietcong*, la cual, unida al poderío soviético y chino provocó que Estados Unidos tuviera que entrar directamente en el conflicto poniendo una gran cantidad de armamentos y de muertos y sufriendo una de las pocas derrotas que han sufrido los norteamericanos en su historia.

A partir de la década de los 80 y con la llegada al poder de Ronald Reagan (1911-2004) y Mijaíl Gorbachov (1931) el conflicto se suavizó ya que la URSS estaba muy debilitada fundamentalmente por los siguientes motivos:

- Elevado gasto militar.
- Economía estancada
- Bajada del precio del petróleo

La URSS comenzó un periodo de apertura hacia el exterior, a través de una serie de medidas conocidas como *Perestroika* encaminadas a lograr la paz con los Estados Unidos y mejorar la economía soviética, se procedió a la retirada de tropas de Afganistán, al desarme nuclear y en 1989 cayó el muro de Berlín, último resquicio del comunismo en Europa occidental. Por último, también en 1989, se celebró la Cumbre de Malta en donde George H. W. Bush (1924-2018), sustituto de Reagan, y Gorbachov, pactaron el fin de los enfrentamientos entre ambas naciones y con ello el fin de la Guerra Fría.

4.2. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

Una vez analizado el conflicto se ha podido observar la cantidad de peculiaridades que le rodean, ya sea su duración, cabe recordar que los Estados Unidos tuvieron 9 presidentes durante la guerra, Harry S. Truman (1884-1972), Dwight D. Eisenhower (1890-1969), John F. Kennedy (1917-1963), Lyndon B. Johnson (1908-1973), Richard Nixon (1913-1994), Gerald Ford (1913-2006), Jimmy Carter (1924), Ronald Reagan (1911-2004) y George W. Bush (1924-2018) y la URSS, un país mucho menos democrático, tuvo 6, Iósif Stalin (1878-1953), Nikita Jrushchov (1894-1971), Leonid Brézhnev (1906-1982), Yuri Andropov (1914-1984), Konstantín Chernenko (1911-1985) y Mijaíl Gorbachov (1931). Otra es la manera de desarrollarse, a través de conflictos en terceros países y con un gran peso de las estrategias llevadas a cabo por ambos países, es en ese punto donde entra la Teoría de Juegos.

Cada una de las decisiones que tomaron los países llevaba detrás una cantidad inimaginable de análisis para que estas estrategias a seguir fueran las correctas, y uno de los métodos de análisis más usados por los centros de inteligencia de cada país fue la Teoría de Juegos. En el caso que nos ocupa tenemos muy bien fijados cada uno de los conceptos que integran la teoría de Juegos, tenemos dos Jugadores, la URSS y Estados Unidos, tenemos un conjunto de estrategias a desarrollar por cada país dependiendo tanto del momento del conflicto en el que se encuentran como de las estrategias llevadas a cabo por el enemigo y, tenemos un conjunto de utilidades a obtener dependiendo del punto al que se llegue con las estrategias seguidas. Para asentar todo esto se van a poner ejemplos de diversas situaciones que se dieron en la Guerra Fría y que son perfectamente analizables bajo el prisma de la Teoría de Juegos.

4.2.1. *Carrera Armamentística y Espacial.*

Las dos primeras situaciones para analizar son, tanto la carrera armamentística, como la espacial, ya que ambas se pueden analizar de una manera muy similar. Estas "Carreras" tenían como objetivo desarrollar por un lado las fuerzas armadas más poderosas y por el otro conseguir los mayores avances posibles en el espacio (Satélites, sondas etc.). En este caso nos encontramos con un dilema del prisionero muy claro, con dos opciones o, mejor dicho, dos estrategias, Fortalecerse y No Fortalecerse. La matriz quedaría de la siguiente manera:

Tabla 4.1: Matriz Carrera Armamentística (Dilema del Prisionero).

Estrategias		URSS	
		No Fortalecerse	Fortalecerse
EEUU	No Fortalecerse	(Debil, Debil)	(Debil, Fuerte)
	Fortalecerse	(Fuerte, Debil)	(Fuerte, Fuerte)

Fuente: Elaboración propia con Excel.

Como se puede analizar en la tabla, se ven las diferentes utilidades obtenidas si cada país siguiera una u otra estrategia y, se aprecia, que tenemos una situación muy similar a la del juego del dilema del prisionero explicado anteriormente. Situación número uno, ambos países siguen la estrategia de no fortalecerse (Estrategia dominada), esto sería un símil a la opción de que los dos prisioneros callaran, sin embargo, como bien sabemos después de todo lo que hemos visto, esto es un juego No cooperativo, por lo tanto, ninguno sabe la estrategia que está empleando el otro y, como consecuencia, esta decisión desde el punto de vista individual de cada uno de los países no tendría ningún sentido debido a que si esto llega a ocurrir ambas potencias estarían enormemente tentadas a invertir en fortalecer sus ejércitos, puesto que si lo hacen ganarán la carrera y dominarán a la otra potencia, es decir, llegaríamos a la situación número dos, situación ideal desde el punto de vista individual en la que uno de ellos se fortalece y el otro no pero, situación completamente ilógica desde el punto de vista social y la que menos opciones tendría de desarrollarse, dado que ambos países pensarán de la manera desarrollada en la situación número 1 y, por último, situación número 3, la más lógica y la que establece el Equilibrio de Nash del problema, ambos países invierten y se fortalecen (Estrategia dominante), única solución realista cuya consecuencia es lo que terminó pasando, la carrera armamentística, los países cada vez invierten más y más y, si suponemos que el juego fuera infinito en tiempo y recursos, esta situación se desarrollaría hasta la eternidad pero, en una situación real como la que nos ocupa ¿Cómo acabó esta vorágine de inversión en armamento? Muy sencillo, Estados Unidos solo tuvo que gastar más dinero que la URSS, es decir, ambos países gastaron hasta que llegaron a su límite, y el de la URSS estaba más bajo que el de Estados Unidos, pero, aun así, ambos países sabían que esta carrera no era viable durante mucho tiempo tanto por la escasez monetaria como por la opinión pública, muy en contra de la acumulación de armas nucleares. Misma situación con la carrera espacial, acabó cuando Estados Unidos gastó más en inversión espacial y consiguió colocar al hombre en la luna, algo inigualable por la URSS en términos de propaganda.

En el punto final de la carrera armamentística y, bajo el mandato de Ronald Reagan (1911-2004), es decir, en la década de los 80, a ambos países se les acababan los recursos y la opinión pública presionaba más que nunca, por lo tanto, este dilema del prisionero se transforma en un juego del gallina. Los países ahora, para acercarnos a la realidad del juego original, se encuentran conduciendo los coches, que en este caso sería la inversión en armamento y, ambos países saben, que la única manera de evitar la destrucción es apartando el coche. Representado de manera matricial quedaría así:

Tabla 4.2: Matriz Carrera Armamentística (Juego del Gallina).

Estrategias		URSS	
		Continuar	Parar
EEUU	Continuar	(Derrota, Derrota)	(Victoria, Derrota)
	Parar	(Derrota, Victoria)	("Victoria", "Victoria")

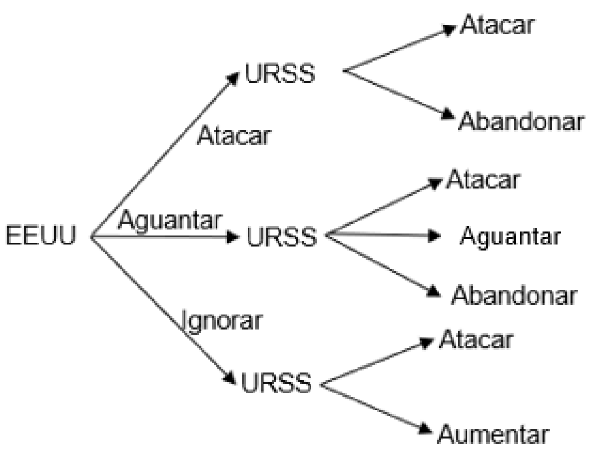
Fuente: Elaboración Propia con Excel.

Como se puede apreciar en la matriz, el hecho de que ambos continúen la carrera sería una situación insostenible, que los llevaría a una guerra total suponiendo el mayor coste para ambos y en donde no habría ningún vencedor. Ahora, situación contraría, ambos paran la carrera, situación un tanto extraña ya que no se llegaría a un conflicto pero tampoco se consigue la victoria (de ahí el entrecomillado) por parte de ningún país, por lo que en mi opinión esta situación, si se hubiera llegado a dar en la vida real, hubiera supuesto una especie de tregua entre ambos países, un tiempo muerto para poder volver a coger fuerzas y recursos y esperar a que se calme la opinión pública pero que, a la larga, hubiera desembocado en una nueva carrera armamentística iniciándose el ciclo otra vez desde el punto de partida que fue el dilema del prisionero. Finalmente, la situación que acabó sucediendo fue la que hemos contado anteriormente, la URSS no pudo mantener el ritmo de Estados Unidos, que acabó proclamándose "ganador" de la carrera armamentística gracias a su poderío económico, aunque finalmente, también acabó abandonando la carrera debido a que no tenía ningún sentido continuar y suponía un desembolso económico demasiado elevado.

4.2.2. *Crisis de los Misiles.*

Posiblemente la situación de más tensión de toda la Guerra Fría. Estados Unidos tenía localizadas cabezas nucleares en Turquía, muy cerca de la frontera con Georgia que, a su vez, hacía frontera con la URSS. Como respuesta la URSS había colocado cabezas nucleares de medio alcance en la isla de Cuba. Estados Unidos descubrió estas ojivas y ambos países se encontraban apuntándose el uno al otro con armas de destrucción masiva. En este punto tenemos un juego, según la decisión que tomara los Estados Unidos con respecto a estas armas, que podemos representar de manera extensiva:

Figura 4.2: Crisis de los Misiles en forma extensiva.



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, Estados Unidos tiene tres estrategias a seguir, vamos a ir eliminando posibilidades hasta quedarnos con una que será aquella más lógica y que nos permitirá ver el juego de una manera más sencilla. La primera estrategia a eliminar es aquella en la que Estados Unidos ignora la presencia de los misiles en Cuba y sigue de manera normal con la carrera armamentística, situación completamente inverosímil debido a la importancia de lo descubierto, en el hipotético caso de que esto sucediera, la URSS tendría dos opciones, por un lado seguir la estrategia de “Aumentar”, esto se refiere a incrementar su armamento y seguir reforzando sus tropas en esa zona suponiendo una amenaza cada vez más grande y, en segundo lugar, proceder al ataque aprovechando que Estados Unidos no ha prestado atención a estos misiles y así de esta manera dar el primer golpe y hacer que el coste asumido por el enemigo sea enorme. Dada la elección irracional de los Estados Unidos, cualquiera elección de la URSS será lógica porque en ambos casos saldría ganando. La siguiente estrategia a eliminar es aquella en la que Estados Unidos al descubrir el arsenal lo ataca de manera impulsiva y sin pensar en la estrategia a seguir algo ilógico habiendo tanto en juego, en este punto el arsenal en Cuba queda destruido y ahora la URSS tiene que decidir si responde al ataque, ya sea atacando la base en Turquía o con un ataque aún más directo, esta decisión desencadenaría la guerra total, algo que a ninguno de los dos países le interesa debido al alto coste que asumirían, la URSS también podría optar por abandonar sus posiciones en Cuba tras el ataque cediéndole esta victoria a su enemigo, algo también un tanto extraño ya que en términos de propaganda cada derrota supone un duro golpe para las aspiraciones de victoria de los países. Tercera y última estrategia que puede llevar a cabo los Estados Unidos, aguantar y analizar la situación, ver como se desarrollan los acontecimientos e intentar pensar en la mejor manera posible para afrontarlos, además podría evitar la llegada de más misiles y armamentos a Cuba bloqueando los diferentes canales. Esta es la estrategia más lógica y, por consiguiente, la que se acabó dando por parte de los Estados Unidos, teniendo en cuenta, tanto las dimensiones del conflicto, como la de las posibles consecuencias que desataría. A partir de aquí la URSS tiene tres posibles modos de actuación, atacar, abandonar y aguantar; si ataca comenzaría el conflicto a gran escala que se está intentando evitar, pero con la diferencia de que en este caso el país enemigo esta más preparado para el ataque y por lo tanto para el contraataque. Otra opción es la de abandonar Cuba, esta no sería una mala estrategia, evitas una escalada de tensión e impides que te destruyan todo el armamento allí guardado llevándotelo a otra parte, pero estaría incurriendo en un “coste”, y es que, esto se podría interpretar como una muestra de miedo e inferioridad de la URSS ante la opinión pública. Por último, nos encontramos con la situación que finalmente se acabó dando durante un tiempo, aguantar, coger perspectiva y analizar las posibles respuestas que pueda llevar a cabo los Estados Unidos.

Por lo tanto, se ha llegado a la conclusión lógica de que ambos países aguantarán, y eso hicieron, hasta que llegó el 27 de octubre de 1962, momento en el que un avión espía estadounidense es derribado por un misil cuando sobrevolaba Cuba, la tensión escala por momentos y gran parte de la opinión pública pensaba que el ataque por parte del ejército americano era inminente. A partir de aquí se entra en un nuevo juego, muy similar al modelo Halcón-Paloma. Representado en forma matricial quedaría de esta manera:

Tabla 4.3: Matriz Crisis de los Misiles (Modelo Halcón-Paloma).

Estrategias		URSS	
		Atacar	No Atacar
EEUU	Atacar	(V - C, V - C)	(Victoria, Derrota (C))
	No Atacar	(Derrota (C), Victoria)	(Victoria, Victoria)

Fuente: elaboración propia con Excel.

Se pueden apreciar varias diferencias con el modelo Halcón-Paloma original, como por ejemplo, la ausencia de la división entre dos en caso de que ambos opten por la misma estrategia, esto es debido a que en este supuesto no “gana” o “pierde” unas veces uno y otras veces el otro, si no que comparten resultado. También se aprecia como en el caso de que se den estrategias contrapuestas aquel que pierde sufre un coste (recibir el ataque) a diferencia en el modelo original en el que simplemente no obtenía nada.

En esta situación $V < C$ esto quiere decir, como se explicó anteriormente, que los costes a asumir por cada país son mucho mayores que la posible utilidad a obtener, y no porque esta utilidad sea baja si no por el carácter desorbitado de los costes (guerra nuclear). Esto hace que se llegue a la conclusión teórica del juego, el Equilibrio de Nash se encuentra en realizar acciones contrarias, es decir, que Estados Unidos ataque y la URSS no o viceversa, pero esto sería en el juego teórico ya que en esta práctica como se ha indicado anteriormente, aquel que no ataca va a asumir un importante coste por lo que sabiendo que el otro va a realizar el ataque preferirá también atacar dado que, de esta manera, se asegura de que el enemigo también sufra las consecuencias. La solución final es que ambos jugadores no atacaran, esto desembocaría en una negociación y el fin de la crisis como acabó ocurriendo, la elección de no atacar viene motivada por la necesidad imperiosa de no sufrir un ataque por encima de conseguir la victoria, es decir, si Estados Unidos sabe que la URSS no va a atacar o viceversa, la teoría nos lleva al Equilibrio de Nash y a asumir que Estados Unidos va a atacar aprovechando esta oportunidad pero, los norteamericanos saben que su ataque llevara un contraataque como respuesta que les hará incurrir en un importante coste. Este ejemplo es uno de los que se ha explicado antes en los que el Equilibrio de Nash y el Óptimo de Pareto no coinciden, debido a que este óptimo se alcanza cuando cualquier otra distribución posible perjudica a uno de los jugadores, esto quiere decir que, si la distribución no tiene la característica de Pareto, entonces al menos una de esas distribuciones puede mejorarse sin empeorar a nadie, este es el caso de decisiones opuestas *(Atacar, No Atacar)* debido a que aquel que no ataca mejora si no ataca el otro.

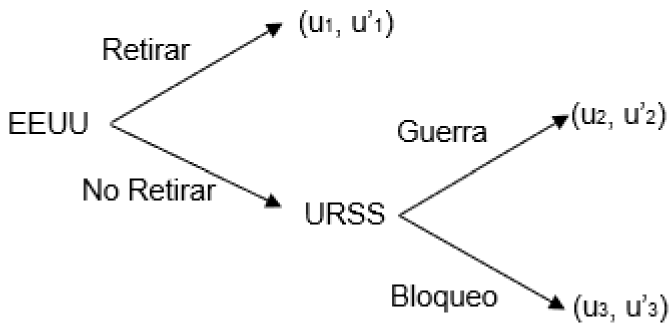
De esta manera se acabó solucionando el conflicto, John F. Kennedy (1917-1963) y Nikita Jrushchov (1894-1971) consiguieron “romper” el juego y lograr la máxima utilidad posible para ambos a través de negociaciones secretas entre ellos. Fue en esta época cuando se instaló el famoso teléfono rojo, una línea telefónica que conectaba directamente la Casa Blanca (Washington) con el Kremlin (Moscú), y a través de la que el presidente ruso propuso la retirada de los misiles de Cuba, siempre y cuando los Estados Unidos retiraran de Turquía sus misiles que apuntaban directamente a la capital Soviética, este acuerdo finalmente se acabó alcanzado y, gracias a las negociaciones y a la sangre fría de sus dirigentes se evitó el conflicto directo, aun así, esta fue la ocasión en la que más cerca de presenciar una catástrofe nuclear ha estado la humanidad.

4.2.3. *Crisis de Berlín de 1961.*

Este conflicto fue el último de la Guerra Fría que se desarrolló en territorio europeo y, fue contemporáneo a la crisis de los misiles del punto anterior. Comenzó a finales de la década de los 50, cuando la URSS trató de que los países occidentales (Estados Unidos, Gran Bretaña y Francia) abandonaran el territorio que ocupaban en la ciudad de Berlín, estos se negaron, y la tensión fue aumentando con el paso de los meses. Tras una reunión entre John F. Kennedy (1917-1963) y Nikita Jrushchov (1894-1971) en Ginebra en 1961 el presidente soviético volvió a exigir la retirada de todas las tropas de la capital alemana y para ello propuso un tratado de paz, esta propuesta fue rechazada debido a que era muy favorable para los intereses soviéticos, de este modo, los ciudadanos de la Berlín oriental comenzaron a cerrar todas las avenidas, calles y carreteras que la unían con la Berlín occidental y construyeron un muro, el famoso Muro de Berlín, que dividió la ciudad físicamente y el continente metafóricamente en dos zonas diferenciadas, esta división fue conocida como el Telón de Acero, nombre puesto por el presidente Británico Winston Churchill (1874-1965) el cual dijo: “Desde Stettin en el mar Báltico hasta Trieste en el mar Adriático, ha caído sobre el continente un telón de acero”. Esto evidenciaba la distanciación de las potencias después de la segunda guerra mundial.

Todo este proceso de negociaciones, tensión y de distanciamiento estuvo marcado por el análisis por parte de las distintas potencias sobre las diferentes estrategias a seguir y es este punto el que nos aplica, ya que, es aquí, donde cobra más relevancia el análisis del conflicto de Berlín visto desde el prisma de la Teoría de Juegos. En este caso nos encontramos ante un juego de carácter secuencial, es decir, los diferentes jugadores van participando uno detrás del otro, siendo el primero en tomar una decisión Estados Unidos, después la URSS y así sucesivamente ¿Por qué decide primero Estados Unidos? Porque el planteamiento del juego comienza con la URSS exigiendo la retirada de tropas y la primera decisión la realizan los americanos, ellos pueden elegir *Retirar* o *No Retirar*, una retirada supondría el final del juego (los soviéticos solicitan la retirada, los estadounidenses se retiran, fin del juego), pero, esto supondría, que los Estados Unidos incurrieran en dos costes, el primero, un coste en términos de propaganda, aceptar las condiciones impuestas por los soviéticos haría que se vieran débil e inferiores ante la opinión pública, además de reforzar la imagen del enemigo y, el segundo coste, sería desistir en su intento de la unificación de Alemania, idea que tenían desde el fin de la II Guerra Mundial y que era una de las bases políticas del gobiernos americano durante toda la Guerra Fría, el único beneficio que podrían obtener sería evitar una posible guerra abierta en Alemania mientras que la URSS lograría su principal objetivo, evitar que su población se marche a la parte occidental. No retirarse hace que el turno de decisión pase a la URSS (Recordar nuevamente que es un juego secuencial), en este turno deben decidir entre *Guerra* o *Bloqueo*, en el caso de decantarse por la guerra, sufrirían lógicamente todo el coste que supone un conflicto directo así como el coste relacionado con la opinión pública, por lo que esta decisión no le convendría ya que no obtiene ningún beneficio importante, en cambio, Estados Unidos asumiría también los costes de la guerra pero, obtendría un beneficio en temas de propaganda al no someterse a la URSS y no entregarle el territorio de Berlín occidental. Como última opción está el bloqueo por parte de las tropas soviéticas, en este caso Estados Unidos obtendría el mismo beneficio que en el caso anterior, no ceder a las exigencias, aunque perdería dominio y control sobre el territorio con la implantación del bloqueo, pero sin asumir el coste de una guerra, por otro lado, la URSS, conseguiría evitar que sus ciudadanos se marcharán hacia el lado occidental aunque tendría en contra a la opinión pública y no lograría que Estados Unidos cumpliera con sus exigencias. Esto que se ha explicado solo se podría representar de forma extensiva debido a ser un juego secuencial con multitud de decisiones:

Figura 4.3: Crisis de Berlín en forma extensiva.



Fuente: Elaboración Propia

Como se puede observar en el juego representado en forma extensiva cada decisión tomada lleva a tres situaciones que son las explicadas anteriormente y, cada una de estas situaciones aporta unas utilidades que vienen representadas por (u_1, u'_1), (u_2, u'_2) y (u_3, u'_3), de estas utilidades se identifican a u_1, u_2 y u_3 como aquellas que obtiene los Estados Unidos incluyendo en estas los costes y beneficios explicados como son, por ejemplo, el coste de la mala prensa (opinión pública) y el de la guerra o, el beneficio de no ceder a las exigencias. Por otro lado, el conjunto de utilidades identificadas por u'_1, u'_2 y u'_3 corresponden a aquellas utilidades obtenidas por la URSS, mismo caso que con Estados Unidos, aquí incluimos tanto los costes de la guerra y la opinión pública como los beneficios, en este caso, de impedir que sus ciudadanos se marchen al lado occidental de la ciudad.

Esta situación es uno de los casos en los que nos encontramos varios equilibrios dependiendo de a qué le dé prioridad cada uno de los países, si a la opinión pública y a la propaganda o la distribución del territorio y los objetivos militares. Estos equilibrios son:

- Importancia de los objetivos territoriales y militares para ambos países.

En este caso el equilibrio se encontraría en (u_3, u'_3) debido a qué, aunque la URSS prefiere que Estados Unidos elija *Retirar*, este se decantará por *No Retirar* dado que es más favorable a sus intereses y ya, dentro de esta situación, la URSS optará por *Bloqueo* ya que le asegura la estabilidad del territorio, al contrario que la guerra, en la que puede llegar a perderlo.

- Importancia de la opinión pública para ambos países.

En este caso el equilibrio podría encontrarse tanto en (u_2, u'_2) como en (u_3, u'_3), esto dependerá de que imagen en términos de propaganda sea peor para la URSS, si la de iniciar un conflicto, algo que en su país se podría llegar a ver bien porque podría significar que no se acobarda ante los Estados Unidos, o la de retener a la población bajo su voluntad detrás de un muro, sí “Coste Guerra” > “Coste Bloqueo” en términos de imagen internacional el equilibrio se alcanzará (u_3, u'_3), en cambio, si nos encontramos en la situación opuesta en la que “Coste Bloqueo” > “Coste Guerra” la URSS no dudará en iniciar el conflicto y el equilibrio se alcanzará en (u_2, u'_2) aun suponiendo esto el inicio de una guerra. Por parte de los Estados Unidos cualquiera de las dos decisiones le beneficiaría en términos propagandísticos, pero preferirá el bloqueo para evitar los costes de la guerra.

- Importancia de la opinión pública (Estados Unidos) e importancia territorial (URSS)

La URSS siempre preferirá que Estados Unidos siga la estrategia de *Retirar* porque de esta manera consigue los objetivos territoriales sin oposición, sin embargo, Estados Unidos elegirá *No Retirar* y por lo tanto los soviéticos se verán obligados a llevar a cabo la estrategia denominada *Bloqueo* para así asegurarse el territorio que es su objetivo más importante en esta situación ya que con la guerra se arriesgan a perderlo. Estados Unidos también preferirá que la URSS se decante por elegir *Bloqueo* puesto que le favorecerá en términos de imagen. Por lo tanto, analizando la situación, se aprecia como el equilibrio se alcanzará con la distribución de utilidades dada por (u_3, u'_3).

- Importancia territorial (Estados Unidos) e Importancia de la opinión pública (URSS)

Última situación que se puede dar atendiendo a las preferencias de los países, en este caso el equilibrio se encontraría en (u_2, u'_2) esto se debe a que los Estados Unidos realizarán la estrategia de *No Retirar* sus tropas para así intentar recuperar el territorio mientras que la URSS optará por la estrategia *Guerra* ya que en términos de propaganda se podría ver más adecuado que la reclusión de toda la población de una ciudad.

Habiendo analizado todos los posibles escenarios que se podrían haber dado se observa que la estrategia de *No Retirar* siempre será una estrategia dominante para los Estados Unidos debido a que en ninguna situación obtienen un mejor resultado eligiendo *Retirar*, esto quiere decir que, aunque esta opción sea posible en términos estadísticos, en la realidad la podríamos eliminar dado que los Estados Unidos jamás la elegirían. Esto desemboca en que siempre será la URSS la que determine el resultado del juego, al ser consecutivo y tener él la última decisión, por lo tanto, la única manera de que esta situación acabe en guerra es que los soviéticos piensen que la opinión pública de comenzar una guerra es relativamente mejor que la opinión pública respecto a recluir a una ciudad tras unos muros.

Figura 4.4: Mapa de Alemania tras la Crisis de Berlín de 1961.

Fuente: Infobae.com

La situación que se acabó dando fue la que viene representada en la figura anterior, el bloqueo de la ciudad, dado que la URSS, no tenía demasiado en cuenta la imagen internacional o, más bien, le daba mucha más importancia a mantener ese territorio. De esta manera, y como se puede observar en la figura, Alemania quedo dividida en dos, por un lado, la parte representada en azul era la Alemania Occidental donde tenía influencia Estados Unidos y, por otro lado, la parte representada en rojo es la República Democrática Alemana de clara influencia comunista y soviética, además, también se aprecia como en la zona soviética se encontraba la ciudad de Berlín, la cual, también fue dividida en dos por un muro durante más de 30 años como consecuencia de toda esta crisis que se ha desarrollado en este punto.

CAPITULO 5.
CONCLUSIÓN.

La Teoría de Juegos, como se ha podido observar a lo largo de este trabajo, se basa en el estudio de las relaciones entre diferentes sujetos y las estrategias que estos llevarían a cabo en determinadas circunstancias, para lograr una serie de resultados que maximicen su objetivo. Gracias al estudio realizado se ha explicado toda la evolución, y por ende, los cambios que ha ido experimentando la Teoría de Juegos desde sus orígenes, además, de todas las increíbles mentes de genios, matemáticos, estadísticos, biólogos y expertos de todas las materias que han puesto su grano de arena, ya sea en mayor o menor medida, para que esta teoría sea lo que es hoy en día. Es una teoría viva que se aplica en prácticamente todas las situaciones cotidianas, porque, el ser humano a lo largo de su vida toma decisiones constantemente, algunas de mayor y otras de menor importancia, pero, al fin y al cabo, tienen que decidir y por tanto tienen que analizar sus opciones para decantarse por aquella que logre cumplir con sus intereses.

Se han analizado las diferentes variaciones que pueden sufrir los juegos y todas las diferentes definiciones, conceptos, y fundamentos que nos han permitido conocer el funcionamiento del juego en su aspecto más teórico. Se han explicado conceptos muy importantes como el Equilibrio de Nash que nos permite conocer el resultado del juego, así como conceptos complementarios al mismo como el Óptimo de Pareto y los criterios Minimax y Maximin. También se ha enseñado a resolver los juegos a través de estrategias mixtas con ejemplos numéricos para facilitar su comprensión y se ha dado respuesta a los modelos básicos como el Dilema del Prisionero, el Juego de la Moneda, el Modelo Hálcón-Paloma o la Guerra de Sexos y en cada uno de ellos se ha extraído una conclusión, como por ejemplo en el Dilema del prisionero, del que se ha aprendido que no siempre el beneficio social coincide con el individual, o del Modelo Halcón-Paloma del que se ha extraído que las decisiones pueden variar dependiendo de la importancia del coste que esta dispuestos a asumir el jugador para lograr el objetivo.

La conclusión principal de este trabajo se obtiene a partir de la aplicación práctica de la teoría, ya que es en este análisis, donde se observa como todo lo plasmado teóricamente es fácilmente trasladable a la práctica y, para ello, se ha aplicado a un conflicto a nivel global donde se han visto involucradas multitud de personas cada uno con sus propios comportamientos, así como naciones que peleaban por sus propios intereses siguiendo sus propias estrategias e impulsados por sus propias ideologías y corrientes de pensamiento. El mundo entero observaba con cierto temor todo lo que estaba ocurriendo y, como se ha visto, cada decisión tomada siempre contaba con un análisis relacionado con la Teoría de Juegos, a parte de otros muchos, los cuales no eran de consideración en este estudio.

En definitiva, el objetivo de este trabajo era, como se indicó en la introducción, que aquel que lo leyera comprendiera de una manera sencilla y rápida cómo funcionan la estadística y las matemáticas aplicadas a situaciones del día a día para que pueda usarlas a su favor, ya sea en el ámbito laboral o en el personal. En este trabajo se le han otorgado todas las herramientas, fundamentos y ejemplos para que cualquier persona sepa cómo aplicar esta teoría en su vida, pero, al fin y al cabo, como dijo John Nash:

“Siempre he creído en los números. En las ecuaciones y la lógica que llevan a la razón. Pero, después de una vida de búsqueda me digo, ¿Qué es la lógica? ¿Quién decide la razón?”

CAPITULO 6.
BIBLIOGRAFÍA.

Accinelli, E., & Vaz, D. (1996). Introducción a la Teoría de Juegos. *Notas Docentes; 3;*.

Binmore, K. (1994). *Teoría de Juegos* (Vol. 5). Madrid: McGraw-Hill.

Cerdá, E., Jimeno, J. L., & Pérez, J. (2004). *Teoría de Juegos* (Vol. 53). Madrid, Spain: Pearson Educación.

Gibbons, R. (2022). Un primer curso de Teoría de Juegos. Antoni Bosch Editor.

Guerra Picamill, I. (2021). Aplicación de la Teoría de Juegos a conflictos internacionales.

McMahon, R. J. (2021). *The Cold War: a very short introduction*. Oxford University Press.

Monsalve, S. (2003). John Nash y la Teoría de Juegos. *Lecturas matemáticas*, *24*(2), 137-149.

Nasar, S. (2012). *Una mente prodigiosa*. Debolsillo.

Nash, J.F. (1950). *The bargaining problem.* Econometrica 18(2), 155-162.

Novo, Y. F., & Nieto, X. N. (2018). Modelado de situaciones de conflicto bélico mediante la aplicación matemática de la Teoría de Juegos. *Revista general de marina*, *274*(2), 335-345.

Weintraub, E. R. (2017). Game theory and cold war rationality: A review essay. *Journal of Economic Literature*, *55*(1), 148-61.

Riker, W. (1992). Teoría de juegos y de las coaliciones políticas. VV. AA., Diez textos básicos deficiencia *política, Barcelona: Ariel Ciencia Política*, 151-169.

Rubio Domínguez, P. (2006). *Introducción a la gestión empresarial*. Instituto europeo de gestión empresarial.

Shubik, M. (1955). The uses of game theory in management science. *Management Science*, *2*(1), 40-54.

Smith, J. M. (1982). *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge university press.

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1947). Theory of games and economic behavior, 2nd Rev.

Williams, J. D. (1986). *The Compleat Strategyst: Being a primer on the theory of games of strategy*. Courier Corporation.