

Modelos lineales mixtos para la programación de la producción con una sola etapa: estado del arte

María Luisa Muñoz Díaz, Alejandro Escudero Santana, Antonio Lorenzo Espejo,
Alicia Robles Velasco

Recibido: 23 de Noviembre de 2021

Aceptado: 1 de Marzo de 2022

<https://doi.org/10.37610/dyo.v77i0.625>

Resumen

En este documento se presenta una revisión bibliográfica y una posterior taxonomía para modelos de programación lineal entera mixta (PLEM) en planificación de la producción. En concreto, se analizan modelos de una sola etapa por su interés en diversos tipos de procesos productivos. Se han estudiado un total de 30 modelos que se clasifican en cuanto a los objetivos perseguidos, a su formulación, a su representación y, además, según qué características y restricciones han sido tenidas en cuenta. Como resultado, estos modelos se presentan de forma clara y concisa dando un marco de trabajo para futuros desarrollos.

Palabras clave

PLEM, planificación, producción, estación única

1. Introducción

En las últimas décadas se ha experimentado un rápido avance en la capacidad computacional y un aumento de la presión por mejorar la eficiencia en todos los puntos de cualquier proceso productivo y reducir los costes asociados a estos. Esto, de forma natural, ha provocado un incremento en la atención recibida por los procesos de planificación de la producción, tanto por parte de la industria como del sector académico.

En general, la programación de la producción es un proceso de toma de decisiones para determinar cuándo, dónde, cómo y qué producir de un conjunto de ciertos productos con ciertas características y requisitos, haciendo uso de un conjunto limitado de recursos y, en la mayoría de los casos, con un horizonte temporal también limitado desde el principio (Floudas & Lin 2004).

Este documento se centra en la representación matemática, más concretamente, en la programación lineal entera mixta (PLEM o MILP), que aborda problemas que han sido propuestos y estudiados en la literatura durante más de 60 años. Estos modelos, por su rigurosidad, flexibilidad y extensa capacidad de modelizado, se ha convertido en uno de los métodos más ampliamente explorados para procesos de programación de la producción y deben incorporarse al conjunto de herramientas dedicadas a la resolución de problemas de secuenciación en entornos productivos realistas (Bautista & Alfaro 2019).

En este tipo de problemas, las variables presentes son binarias o continuas y se intenta maximizar o minimizar una función objetivo que está sujeta a una serie de restricciones expresadas mediante igualdades o desigualdades matemáticas. Estas restricciones pueden incluir balances de materia, restricciones de asignación de ciertos trabajos a ciertos equipos, limitaciones de almacenamiento o restricciones de utilización de recursos (Reklaitis 2000). Por supuesto, para que estos modelos entren dentro de la categoría MILP, tanto la función objetivo como las restricciones deben ser lineales. Esto puede complicar el proceso de modelización pero, en la mayoría de aplicaciones de programación que surgen en las industrias de procesos, es posible (Shah 1998).

Un hecho que ocurre con frecuencia en la industria es que plantas de procesamiento con múltiples etapas presentan un cuello de botella en una de ellas. Esta situación provoca que otras estaciones de la planta funcionen sujetas al ritmo que marca el cuello de botella y que, en consecuencia, la tasa de producción de toda la planta dependa significativamente de la calidad de la programación de la producción que se lleva a cabo para las tareas cuello de botella. Asimismo, Hum y Sarin (1991) afirman que la planificación y programación de las operaciones cuello de botella es un problema fundamental

✉ María Luisa Muñoz Díaz *
mmunozd@us.es

 ORCID: 0000-0003-4676-8667

 Alejandro Escudero Santana *
ORCID: 0000-0002-9490-1402

 Antonio Lorenzo Espejo *
ORCID: 0000-0002-0404-5594

 Alicia Robles Velasco *
ORCID: 0000-0002-3613-417X

* Universidad de Sevilla. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Departamento de Organización y Gestión de Empresas II. Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092 Sevilla

en gestión de la producción porque estas operaciones condicionan la producción y rentabilidad de todo el sistema. Es por esto que, en muchos casos reales, se puede llevar a cabo una importante simplificación del proceso de programación de la producción, ya que se puede modelizar únicamente la estación cuello de botella del proceso productivo para, posteriormente, extender esta planificación al resto de estaciones, consiguiendo así optimizar la producción del punto crítico de la planta (Marchetti & Cerdá 2009a; Díaz-Ramírez & Huertas 2018; Elekidis, Corominas & Georgiadis 2019).

Por otro lado, los modelos que resuelven la planificación para una sola estación son frecuentemente aplicados a problemas más complejos de múltiples etapas, descomponiendo estos en problemas más sencillos de una sola etapa independientes o débilmente enlazados entre ellos (Pinto & Grossmann 1995). Por supuesto, además de estas aplicaciones, los problemas de una sola estación tienen interés por sí mismos y existen numerosas plantas cuya estructura real se compone de una única estación (Méndez & Cerdá 2002; Liu, Pinto & Papageorgiou 2008; Aguirre & Papageorgiou 2018).

Conociendo la relevancia de estos modelos en la literatura y su aplicación real, en este trabajo se exponen las diferentes

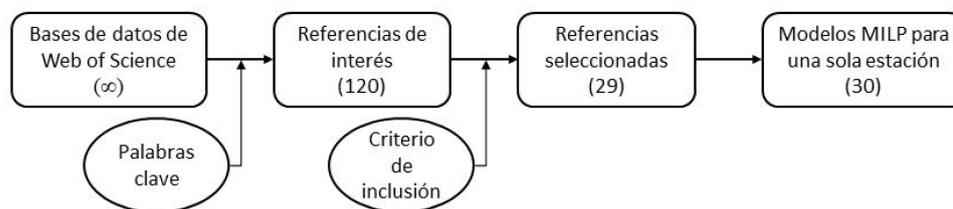
formas de modelizar estos problemas y los distintos objetivos y restricciones que pueden presentar. Todo esto se lleva a cabo aportando 29 referencias que incluyen un total de 30 modelos MILP. Estas referencias no solo se exponen a lo largo del texto, sino que, además, se incluyen en distintas tablas donde son clasificadas y caracterizadas.

El resto del documento se estructura como sigue: en la sección 2 se explica la metodología seguida para esta revisión del estado del arte. En la sección 3 se expone la información relativa a la caracterización de los 30 modelos y se expone la taxonomía resultante de este análisis. En el apartado 4 se exponen las conclusiones finales.

2. Metodología

En este capítulo se va a explicar la metodología seguida para la identificación de los artículos aquí analizados. En primer lugar, se explica cómo se seleccionaron los artículos de interés, búsqueda que arrojó un total de 120 referencias y, después de esto, se expone el criterio de exclusión para llegar al conjunto final de 29 referencias analizadas en este documento con sus correspondientes 30 modelos (Figura 1).

Figura 1 Fases en el proceso de revisión de la literatura



Para la localización del conjunto de artículos de interés se llevó a cabo una búsqueda sistemática de las publicaciones en las bases de datos de Web of Science, haciendo uso de distintos grupos de palabras clave. Estos grupos de palabras incluían principalmente: scheduling, single stage, model, linear y MILP. Además, este rastreo de artículos se completó buscando de forma manual entre las referencias listadas en otros artículos previamente seleccionados. Para la selección del conjunto de artículos de interés se atendió, principalmente, a la información disponible en sus títulos y abstracts. Cabe mencionar que no se restringieron las fechas de publicación de los documentos y que todos los artículos revisados habían sido publicados en inglés. Con esto, el conjunto de referencias de interés se completó con un total de 120 referencias.

Una vez conseguidos esos 120 artículos de interés, se analizaron los documentos completos para poder filtrarlos y conservar únicamente los que cumplían un criterio de inclusión estricto: resolver problemas de planificación de

la producción para una sola estación y mediante modelos lineales mixtos. No se han excluido documentos atendiendo a qué características consideran o qué inputs o outputs incluyen en el modelo. Tras este filtrado, se seleccionaron 29 referencias con un total de 30 modelos MILP para una sola estación. Todos ellos han sido analizados en profundidad y serán caracterizados y categorizados a lo largo de este trabajo.

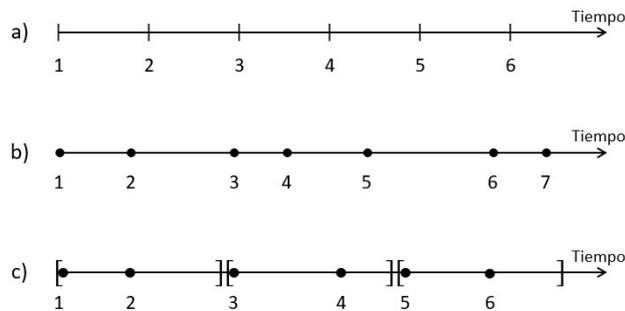
3. Resultados

En esta sección se explican todos los elementos distintivos que se han encontrado en los modelos analizados y se divide en tres apartados diferentes: el primero de ellos está dedicado a exponer las distintas posibilidades de modelizado para estos problemas; el segundo está destinado a los objetivos perseguidos por los modelos y, por último, en el tercero se exponen las características principales que se detallan en las tablas.

3.1. Modelizado de los sistemas

Una de las primeras elecciones a llevar a cabo cuando se decide desarrollar un modelo lineal mixto de programación es la representación del dominio de tiempo (Floudas & Lin

Figura 2 Opciones de representación del horizonte temporal de planificación en los modelos MILP. (a) Formulación en tiempo discreto. (b) Formulación en tiempo continuo. (c) Formulación híbrida



Los modelos en la primera clase están basados en una discretización del tiempo, lo que implica restricciones en los tiempos en los que cada trabajo podría empezar (Burkard & Hatzl 2005). Es decir, el horizonte se divide a priori, usualmente en periodos iguales, estableciendo ciertos puntos en los que se puede planificar el comienzo de cada actividad y no pudiéndose empezar en puntos intermedios (Figura 2.a). Un aspecto importante de este enfoque es que la división del horizonte en un gran número de intervalos da lugar a problemas combinatorios muy grandes, lo que limita su aplicación y puede conducir al uso de heurísticas que ayuden a conseguir soluciones cercanas al óptimo en menos tiempo.

La segunda clase es la formulación continua, que evita esa discretización externa. Con ella el horizonte se divide como parte del proceso de optimización (Figura 2.b). Dentro de esta representación existen los enfoques que generalmente se clasifican en: evento global, evento de la unidad específica, slots o por precedencia. Con evento global, el horizonte de tiempo es dividido en un grupo de eventos globales que son comunes en todas las máquinas o unidades productivas, y cada tarea, generalmente mediante el uso de variables binarias, es asignada para empezar, terminar, o ambas, en uno de esos eventos (Shaik, Janak & Floudas 2006). Con la representación de evento de la unidad específica, el horizonte de cada máquina o unidad productiva vuelve a dividirse en los mismos grupos de eventos, pero en esta ocasión, la asignación de esos eventos a los puntos del eje del tiempo es diferente en cada unidad. Esto permite a las diferentes tareas empezar en diferentes momentos en diferentes unidades para un mismo evento (Floudas & Lin 2004). Con modelos basados en slots, el horizonte de tiempo se divide en numerosos intervalos de tiempo con distinta duración y las tareas empezarán y acabarán en ellos (Pan, Li & Qian 2009). Por último, están también los modelos por precedencia, en los que el tiempo no se divide, sino que se usan variables específicas para representar el comienzo o fin de las tareas y variables binarias para representar la precedencia inmediata entre distintas tareas (Marchetti & Cerdá 2009b).

2005; Maravelias & Sung 2009). A este respecto, se distinguen tres clases principales de MILP: los que se formulan con un horizonte total de planificación en tiempo discreto, los que se formulan en tiempo continuo y los híbridos.

Finalmente, existen las formulaciones mixtas (Figura 2.c), donde el horizonte se divide previamente en periodos discretos (por ej. semanas), y dentro de cada uno de esos periodos se utiliza una representación temporal continua (Chen, P., Papageorgiou & Pinto 2008).

Otro factor importante dentro de un modelo es si las unidades productivas se considerarán idénticas o no. La inmensa mayoría de sistemas productivos no tienen todas sus máquinas idénticas entre sí debido a muy variadas razones. Entre otras cosas, los equipos pueden estar capacitados para producir distintos productos, los mismos productos con distintas características, pueden tener capacidad para producir más o menos cantidad de producto a la vez, tardar más o menos tiempo en producirlo o tener necesidades de mantenimiento diferentes. En la mayoría de los casos es tan poco realista, y por tanto tan poco útil, suponer que las máquinas son idénticas entre sí que, en esta revisión, no se ha incluido ningún modelo que considere sus unidades productivas idénticas entre sí.

A efectos prácticos, las máquinas no idénticas implican que no todos los productos de un mismo sistema productivo puedan llevarse a cabo en cualquier equipo de una misma etapa. Es decir, se introducen en el modelo vínculos entre cada tarea y los equipos aptos para llevarlas a cabo. Esto, en la mayoría de los casos, condicionará el tipo de variables y parámetros elegidos para modelizar las máquinas y tareas.

3.2. Objetivos de los modelos MILP

Los objetivos comunes en los problemas de gestión de la producción con múltiples máquinas y órdenes a producir son la asignación y la secuenciación. Con la asignación se elige qué tareas se producirán en cada máquina y, con la secuenciación, se determina en qué orden serán procesadas esas tareas en las respectivas máquinas. Ambas tareas son resueltas en todos los modelos MILP de este documento

excepto en uno, el presentado por Sun & Xue (2009). En este caso, aunque los autores resuelven ambos problemas, no lo hacen mediante un único modelo, sino que resuelven la secuenciación mediante una heurística previa a la resolución del modelo matemático y, con esa secuenciación como entrada al MILP, resuelven la asignación.

El criterio para elegir entre todas las secuencias y asignaciones factibles para cada problema se introduce en el modelo mediante la función objetivo. Es decir, la función objetivo es el modo de ingresar al modelo la regla que debe seguir para elegir la solución óptima entre todas las que cumplen el resto de las restricciones. Hay dos categorías principales de funciones objetivo para problemas de planificación de la producción: funciones económicas y funciones basadas en tiempo (Merchan & Maravelias 2014).

La primera de ellas incluye las opciones de maximizar beneficio o minimizar costes, ambas muy parecidas entre sí. Para el cálculo de la función objetivo estos modelos suelen incluir los ingresos generados por las ventas y los costes fijos y variables asociados a la producción, al inventario, a los cambios de un producto a otro, a las penalizaciones por incumplimiento de fechas límite y a acciones de reprocesamiento por posibles fallos detectados (Chen, P., Papageorgiou & Pinto 2008; Liu, Pinto & Papageorgiou 2010a; Aguirre & Papageorgiou 2018).

La segunda categoría, las funciones basadas en tiempo, contempla principalmente la minimización del makespan, tardiness, earliness o lateness. El makespan es el tiempo total de finalización, es decir, el tiempo que transcurre desde que empieza a producirse el primer trabajo hasta que se termina el último (Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008; Liang & Hui 2016). El tardiness [1] mide cuánto retraso se produce en las entregas de cada producto u orden (Hui & Gupta 2001; Marchetti, Méndez & Cerdá 2010). El earliness [2] mide con cuánto adelanto se termina de producir un producto u orden con respecto a la fecha de entrega (Zhu & Gu 2006; Mouret, Grossmann & Pectiaux 2011). Y, por último, el lateness [3] mide la diferencia entre la fecha de finalización de cada producto u orden con la fecha de entrega; es decir, es una combinación entre tardiness y earliness para evitar ambas discrepancias de tiempo (Méndez, Henning & Cerdá 2000; Chen, C. L., Liu, Feng & Shao 2002). Para evitar la confusión que a menudo suponen estas últimas tres medidas, se exponen su formulación general:

$$\text{Tardiness} = \max(0, \text{Completion time} - \text{Deadline}) [1]$$

$$\text{Earliness} = \max(0, \text{Deadline} - \text{Completion time}) [2]$$

$$\text{Lateness} = |\text{Deadline} - \text{Completion time}| [3]$$

Además de estas opciones, en la literatura revisada han aparecido otras opciones basadas en tiempo no tan populares y que también aparecerán especificadas en las tablas. La primera de ellas es la minimización del número de órdenes o trabajos con retraso (Méndez, Henning & Cerdá 2000; Chen, C. L. et al. 2002). La segunda es la minimización del tiempo total de setups que tienen que llevarse a cabo con la secuenciación y asignación elegidas (Elekidis, Corominas & Georgiadis 2019). Por último, también se contempla la minimización del tiempo total de procesamiento (Berber, Yuceer & Ozdemir 2007), no refiriéndose al instante de tiempo en que se termina de realizar la última tarea (makespan), sino a la suma de los tiempos de procesamiento de todas las tareas llevadas a cabo.

Con esta información sobre el tipo de función objetivo utilizada en los modelos se construyen las dos primeras tablas. En la primera (Tabla 1) se incluyen los modelos con función objetivo económica y, en la segunda (Tabla 2), aquellos con función objetivo basada en tiempo. Además, también se desagregan por la magnitud que desean maximizar o minimizar. Cabe mencionar que en la categoría de funciones objetivo basadas en tiempos existen varios documentos que brindan distintas opciones a minimizar, dependiendo de las preferencias de quien vaya a utilizarlo; es por esto por lo que algunas de las referencias se repiten en varias columnas dentro de la categoría. Por último, se han utilizado siglas en tres de las columnas de esta categoría por claridad visual en la presentación de la tabla. Las siglas NOR hacen referencia a la minimización del número de órdenes con retraso, TTS a la minimización del tiempo total invertido en setups y TTP a la minimización del tiempo total de procesamiento, funciones objetivo explicadas anteriormente.

En último lugar en este apartado, se consideran las opciones de que el modelo trabaje con lotes o con unidades simples. Esta característica se incluye en esta sección debido a que algunos de los modelos aquí considerados incorporan el proceso de formación de lote como uno de los objetivos del MILP. Esta característica dota al modelo de autonomía para la formación de lotes, habiéndose encontrado dos enfoques distintos: aquellos que forman lotes en base a unos tamaños de lote previamente establecidos (Berber, Yuceer & Ozdemir 2007; Aguirre & Papageorgiou 2018) y aquellos que pueden establecerlos con cualquier tamaño (Méndez & Cerdá 2003; Díaz-Ramírez & Huertas 2018).

Tabla 1 Referencias cuyos modelos utilizan funciones objetivo económicas: maximizando beneficios o minimizando costes

Económicas	
Beneficio	Coste
(Díaz-Ramírez & Huertas 2018)	(Lee, Heo, Lee & Lee 2002)
(Chen, P., Papageorgiou & Pinto 2008)	(Roslöf, Janne, Harjunkoski, Westerlund & Isaksson 2002)
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2008)	(Roslöf, J., Harjunkoski, Björkqvist, Karlsson & Westerlund 2001)
(Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008)	(Harjunkoski & Grossmann 2002)
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2010a)	
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2010b)	
(Dogan & Grossmann 2005)	
(Aguirre & Papageorgiou 2018)	

El primero de ellos funciona dándole como entrada al modelo una serie de tamaños de lotes previamente establecidos para cada pareja trabajo-máquina, es decir, se le da al modelo un tamaño de lote óptimo para cada tipo de producto llevado a cabo en la planta con cada una de las unidades productivas en los que pueden ser procesados. Con esto, el modelo determinará la mejor asignación teniendo en cuenta la influencia del tamaño de lote que cada asignación producto-máquina lleva implícita. El segundo de los enfoques da autonomía al modelo para personalizar el tamaño de lote de cada producto teniendo en cuenta únicamente las restricciones de cada unidad productiva y el criterio impuesto en la función objetivo. Ambas opciones

para la formación de lotes presentan ejemplos tanto para funciones objetivo económicas como para las basadas en tiempos en esta revisión.

Por otro lado, cabe puntualizar que Méndez, C. A., Henning & Cerdá (2000) establecen el tamaño de lote en un MILP independiente al que utilizan para el resto de decisiones, consiguiendo dos modelos más sencillos. Con esto, evitan la complejidad que conllevan los problemas combinatorios muy grandes que, en la mayoría de las ocasiones, generan tiempos de ejecución altos y, por tanto, limitan la aplicación real de estos modelos.

Tabla 2 Referencias cuyos modelos utilizan funciones objetivo basadas en tiempos: maximizando makespan, tardiness, earliness, lateness, número de órdenes con retraso (NOR), tiempo total invertido en setups (TTS) o tiempo total de procesamiento (TTP)

Basadas en tiempos						
Makespan	Tardiness	Earliness	Lateness	NOR	TTS	TTP
(Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008)	(Marchetti & Cerdá 2009a)	(Pinto & Grossmann 1995)	(Chen, C. L. et al. 2002)	(Chen, C. L. et al. 2002)	(Elekidis, Corominas & Georgiadis 2019)	(Berber, Yuceer & Ozdemir 2007)
(Chen, C. L. et al. 2002)	(Chen, C. L. et al. 2002)	(Sun & Xue 2009)	(Méndez, Henning & Cerdá 2000)	(Méndez, Henning & Cerdá 2000)		
(Elekidis, Corominas & Georgiadis 2019)	(Méndez & Cerdá 2003)	(Chen, C. L. et al. 2002)				
(He, Liang, Liu & Hui 2017)		(Méndez & Cerdá 2003)				
(Hui & Gupta 2001)	(Méndez, Henning & Cerdá 2000)					
(Joo & Kim 2017)	(Marchetti, Méndez & Cerdá 2010)	(Méndez, Henning & Cerdá 2000)				
(Liang & Hui 2016)		(Méndez & Cerdá 2002)				
(Marchetti & Cerdá 2009a)	(Hui & Gupta 2001)					
(Méndez & Cerdá 2003)		(Mouret, Grossmann & Pestiaux 2011)				
(Méndez, Henning & Cerdá 2000)	(Lim & Karimi 2003)					
(Sun & Xue 2009)		(Zhu & Gu 2006)				
(Marchetti, Méndez & Cerdá 2010)	(Méndez & Cerdá 2002)					

3.3. Caracterización de los modelos MILP

En esta sección se van a enumerar las características y restricciones de mayor interés en plantas reales y que han sido tenidas en cuenta en los modelos analizados para este Estado del Arte.

La primera de ellas sería en cuanto a los tiempos de preparación de cada máquina entre un producto y otro, es decir, los setups. No solo puede o no tenerse en cuenta la existencia de estos tiempos en un modelo, sino que existen varios tipos de setups que pueden contemplarse: dependientes de la secuencia, de la máquina en la que se realiza la tarea, de la tarea en sí que va a llevarse a cabo o del recurso.

Los setups dependientes de la secuencia, como su propio nombre indica, serán mayores o menores dependiendo del orden de los productos o lotes que son llevados a cabo en cada máquina. Un ejemplo muy intuitivo para este tipo de setups son las operaciones de pintura, donde, debido a la limpieza necesaria entre el procesamiento de productos con colores muy distintos, el tiempo necesario para procesar un mismo conjunto de piezas cambiará notablemente dependiendo de la secuencia elegida. Dentro de los setups dependientes de la secuencia existen diversos ejemplos como, por ejemplo, los setups que solo se desempeñan al cambiar de un producto a otro (Liu, Pinto & Papageorgiou 2008), los setups entre familias o categorías de productos (Liu, Pinto & Papageorgiou 2010a) o los setups que aumentan según el grado de compatibilidad entre los dos productos que van a llevarse a cabo de forma consecutiva, es decir, los setups que dependen de cada pareja de productos (Chen, P., Papageorgiou & Pinto 2008; Díaz-Ramírez & Huertas 2018).

Los setups dependientes de la máquina pueden ser estrictamente dependientes de la máquina; es decir, independientemente de qué producto se esté llevando a cabo antes y después de ese tiempo de transición, siempre se necesitará ese setup y no tendrá la misma duración en todas las unidades productivas (Pinto & Grossmann 1995; Zhu & Gu 2006). Sin embargo, son más frecuentes los modelos donde se incluyen setups que dependen tanto de la máquina como del par de productos entre los cuales se lleva a cabo (Chen, C. L. et al. 2002; Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008; Liu, Pinto & Papageorgiou 2008). En estos casos, suelen existir parámetros de entrada al modelo que especifican la duración de los tiempos de transición entre cada par de trabajos para cada una de las unidades productivas.

Por otro lado, existen setups que no dependen de la secuencia ni de la máquina, sino de la operación que va a llevarse a cabo a continuación (Mouret, Grossmann & Pestiaux 2011) o de ciertos recursos específicos existentes en las plantas (Méndez & Cerdá 2002). Estos últimos tiempos

de setup, aunque mucho menos frecuentes, han sido incluidos en algunos de los modelos revisados durante este análisis y, por tanto, también aparecerán indicados en las tablas.

Otro factor a tener en cuenta y que aporta realismo a un MILP es la inclusión en él de fechas límites. Durante el análisis de los modelos presentes en este Estado del Arte, se han encontrado tres opciones diferentes de fechas límite: fechas de finalización, fecha de disponibilidad de las órdenes y fechas de disponibilidad de los equipos.

Quizás las más evidentes son las fechas de finalización, donde se impone un tiempo límite para tener terminada o entregada una orden o producto, normalmente, impuesta por el propio cliente (Lee et al. 2002; Sun & Xue 2009). Por su parte, las fechas de disponibilidad de las órdenes pueden deberse, por ejemplo, a las fechas de recepción de las materias primas necesarias para comenzar la producción de ciertos trabajos (Roslöf, Janne et al. 2002) o a que los productos que van a elaborarse sean perecederos y no puedan llevarse a cabo con más anticipación de la establecida (Chen, C. L. et al. 2002). Por último, estarían las fechas de disponibilidad de los equipos, ya sea porque aún no han terminado de procesar tareas de la planificación anterior (Méndez, Henning & Cerdá 2000; Chen, C. L. et al. 2002) o porque se les va a llevar a cabo alguna tarea de mantenimiento preventivo o limpieza.

Al margen de estas fechas límites, es importante subrayar que no todos los modelos imponen estas fechas como infranqueables, sino que algunos de ellos aplican un sistema de penalizaciones que permiten exceder estas fechas a cambio de alejarnos del criterio que pretendemos maximizar o minimizar con nuestra función objetivo. Por lo tanto, habrá modelos que impongan el cumplimiento estricto de las fechas límites y otros que no, característica que también aparecerá detallada en las tablas.

Finalmente, algunos de los modelos han incluido periodos de parada en su planificación. Estos periodos pueden ser por descansos en la producción, para la realización de tareas de mantenimiento preventivo, para realización de inspecciones o para la corrección de fallos inesperados entre otras opciones (Lee et al. 2002; Roslöf, Janne et al. 2002; Díaz-Ramírez & Huertas 2018). Estas tareas no pueden colocarse en cualquier punto del eje temporal como el resto de tareas o trabajos a planificar, por lo que provocan ciertos “cortes” en la disponibilidad temporal de cada máquina (Lee et al. 2002).

Por último, antes de presentar las tablas finales con los modelos caracterizados, se expone brevemente la terminología usada en cada una de las columnas de la taxonomía (Tabla 3). Se indica el título de la columna, los términos utilizados en ella y el significado de cada término respectivamente.

Tabla 3 Terminología utilizada para las distintas características expuestas en las Tablas 4 y 5

Tiempo	<i>Continuo</i>	Formulado en tiempo continuo
	<i>Discreto</i>	Formulado en tiempo discreto
	<i>Híbrido</i>	Formulado mezclando tiempo discreto y continuo
Setup	<i>No</i>	No contempla la existencia de setups
	<i>Secuencia</i>	Contempla setups dependientes de la secuencia
	<i>Máquina</i>	Contempla setups dependientes de los equipos
	<i>Recurso</i>	Contempla setups dependientes del recurso
	<i>Operación</i>	Contempla setups dependientes de la operación
Fechas límite	<i>No</i>	No contempla fechas límite
	<i>Finalización</i>	Contempla fechas límite de finalización de pedidos
	<i>Órdenes</i>	Contempla fechas límite de disponibilidad de pedidos
	<i>Máquinas</i>	Contempla fechas límite de disponibilidad de los equipos
Penalización	<i>No</i>	No permite incumplir fechas límite
	<i>Sí</i>	Permite incumplir fechas límite aplicando penalizaciones por ello
Lotes	<i>No</i>	No trabaja con lotes, trabaja con unidades simples
	<i>Sí</i>	Trabaja con lotes
	<i>Preestablecidos</i>	Establece tamaño lotes entre los previamente establecidos
	<i>Con autonomía</i>	Establece lotes eligiendo su tamaño con autonomía
Mantenimiento	<i>No</i>	No contempla operaciones de mantenimiento
	<i>Sí</i>	Contemple operaciones de mantenimiento

Para concluir, a continuación, se presenta la taxonomía final de los 30 modelos estudiados. Esta va a dividirse en dos tablas distintas, siguiendo la clasificación establecida previamente en el apartado de objetivos de los modelos MILP: funciones objetivo económicas (Tabla 4) o basadas en tiempo (Tabla 5). En estas tablas se reflejan todas las características descritas anteriormente especificadas para cada modelo. Es decir, se indica qué representación del dominio del tiempo ha elegido cada modelo (Tiempo); si incluyen o no entre sus consideraciones la existencia de setups (Setup) y fechas límites y, en caso afirmativo, cuáles de las previamente explicadas (Fechas límite); se especifica si trabajan con lotes, si el propio modelo se encarga o no de formarlos y mediante qué método (Lotes) y, en la última columna, si los modelos incluyen en su planificación periodos de parada (Mantenimiento). Además, en la tabla dedicada a los modelos con función objetivo económica, se incluye una columna donde se indica si es posible o no incumplir algunas fechas límite mediante la aplicación de penalizaciones (Penalización).

4. Análisis y conclusiones

En este trabajo se ha presentado una revisión sistemática de la literatura y una posterior taxonomía de 30 modelos de programación lineal entera mixta para la gestión de la producción en plantas con una sola etapa. Se han mostrado las semejanzas y diferencias de los modelos en cuanto a cómo son formulados y representados, qué objetivos persiguen y qué características y restricciones se han tenido en cuenta al ser desarrollados.

En cuanto al tipo de función objetivo escogida, aunque se han encontrado más modelos basados en tiempo que basados en criterios económicos, ambos conjuntos son similares en

tamaño, no destacando ninguna diferencia importante. Sin embargo, al prestar atención al dominio de tiempo escogido para el modelizado, destaca el gran número de modelos que escogen la representación de tiempo continuo frente al enfoque discreto. Una posible razón que justificaría esta diferencia es la variedad que existe de representaciones continuas de tiempo: basadas en el evento global, en el evento de la unidad específica, en slots o en precedencia (Pan, Li & Qian 2009; Carvajal, González Cortés, Pedraza Gárciga & González Suárez 2011), lo que da más posibilidades a la hora de escoger cuál se ajusta mejor al sistema representado por los modelos. Otra posible razón sería que los modelos con enfoque en tiempo discreto suelen necesitar dividir el horizonte en un gran número de intervalos, lo que da lugar a problemas combinatorios muy grandes y limita más su aplicación. Teniendo esto en cuenta, y que ninguna de las dos representaciones establece ninguna limitación en el modelo, esta descompensación no supondría ningún problema.

No obstante, si se han encontrado dos líneas de interés sobre las que existe poca literatura y cuyo desarrollo supondría un avance en el alcance de los modelos. La primera de ellas sería la inclusión de posibles tareas de mantenimiento en la planificación, las cuales no suelen poderse colocar en cualquier lugar del horizonte temporal, sino que deben ser realizadas cada cierto tiempo o cada cierto número de operaciones.

La segunda, sería la incorporación de la capacidad de formación de lotes en el propio modelo, más concretamente, la formación de lotes de cualquier tamaño comprendido entre unos límites establecidos previamente. Esto daría al modelo la autonomía de determinarlos con el fin de optimizar la función objetivo, la asignación y la secuenciación, teniendo en cuenta el resto de las restricciones del modelo, consiguiendo así resultados mejores que si esos tamaños de lote son fijados inicialmente.

Tabla 4 Caracterización para modelos con función objetivo económica

Referencia	Tiempo	Setup	Fechas límite	Penalización	Lotes	Mantenimiento
(Díaz-Ramírez & Huertas 2018)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización	Sí	Sí, con autonomía	No
(Chen, P., Papageorgiou & Pinto 2008)	Híbrido	Secuencia	Finalización	Sí	No	No
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2008)	Híbrido	Secuencia, máquina	Finalización	Sí	No	No
(Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008)	Continuo	Secuencia, máquina	No	No	Sí	No
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2010a)	Discreto	Secuencia	Finalización, órdenes	No	Sí, con autonomía	No
(Liu, Pinto & Papageorgiou 2010b)	Híbrido	Secuencia, máquina	Finalización	Sí	No	No
(Erdirik-Dogan & Grossmann 2007)	Continuo	Secuencia	Finalización	No	No	No
(Aguirre & Papageorgiou 2018)	Híbrido	Secuencia	Finalización	Sí	Sí, preestablecidos	No
(Lee et al. 2002)	Discreto	No	Finalización	No	No	Sí
(Roslóf, Janne et al. 2002)	Continuo	Secuencia	Finalización, órdenes	Sí	No	Sí
(Roslóf, J. et al. 2001)	Continuo	Secuencia	Finalización, órdenes	Sí	Sí	No
(Harjunkoski & Grossmann 2002)	Continuo	No	Finalización, órdenes	No	No	No

Tabla 5 Caracterización para modelos con función objetivo basada en tiempos

Referencia	Tiempo	Setup	Fechas límite	Lotes	Mantenimiento
(Marchetti & Cerdá 2009a)	Continuo	Máquina	No	Sí	No
(Elekidis, Corominas & Georgiadis 2019)	Continuo	Secuencia	Finalización	No	Sí
(Pinto & Grossmann 1995)	Continuo	Máquina	Finalización	Sí	No
(Sun & Xue 2009)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes, máquinas	Sí	No
(Castro, Erdirik-Dogan & Grossmann 2008)	Continuo	Secuencia, máquina	No	Sí	No
(He et al. 2017)	Continuo	Secuencia, máquina	No	Sí	No
(Liang & Hui 2016)	Continuo	Secuencia	No	Sí	No
(Chen, C. L. et al. 2002)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes, máquinas	Sí	No
(Joo & Kim 2017)	Continuo	Secuencia	Órdenes, máquinas	No	No
(Méndez & Cerdá 2003)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, máquinas	Sí, con autonomía	Sí
(Méndez, Henning & Cerdá 2000)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes, máquinas	Sí, con autonomía	No
(Marchetti, Méndez & Cerdá 2010)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes	Sí, con autonomía	No
(Hui & Gupta 2001)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes, máquinas	Sí	No
(Lim & Karimi 2003)	Continuo	Secuencia, máquina	Finalización, órdenes, máquinas	Sí	Sí
(Méndez & Cerdá 2002)	Continuo	Secuencia, recurso	Finalización, órdenes	Sí	No
(Mouret, Grossmann & Pestiaux 2011)	Discreto	Secuencia, operación	Finalización	Sí	No
(Zhu & Gu 2006)	Continuo	Máquina	Finalización	Sí	No
(Berber, Yuceer & Ozdemir 2007)	Continuo	Secuencia, máquina	Máquinas	Sí, preestablecidos	No

Agradecimientos

Esta investigación ha sido cofinanciada por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional FEDER a través del Programa Interreg V-A España-Portugal (POCTEP) 2014-2020, proyecto CIU3A, y por la Agencia de Innovación y Desarrollo de Andalucía, a través del “Programa de liderazgo en innovación abierta, singular y estratégica”, proyecto de Unidad de Innovación Conjunta OFFSHOREWIND. Agradecemos a los revisores la detallada lectura del trabajo, al ayudar a mejorar significativamente la calidad del mismo.

5. Referencias

- AGUIRRE, A. M. & PAPAGEORGIOU, L. G. (2018). «Medium-term optimization-based approach for the integration of production planning, scheduling and maintenance». *Computers and Chemical Engineering*, 116, pp. 191–211, doi:10.1016/j.compchemeng.2018.04.030.
- BAUTISTA, J. & ALFARO, R. (2019). «Transformación de una línea de montaje de modelos mixtos en un taller de flujo regular: Caso de estudio en la factoría Nissan de Barcelona». *Dirección y Organización*, 69, pp. 82–98, doi:10.37610/dyo.v0i69.562.

- BERBER, R., YUCEER, M. & OZDEMIR, Z. (2007). «Automatic generation of production scheduling models in single stage multi-product batch plants: Some examples». *Mathematical and Computer Modelling*, 46(1–2), pp. 69–79, doi:10.1016/j.mcm.2006.12.031.
- BURKARD, R. E. & HATZL, J. (2005). «Review, extensions and computational comparison of MILP formulations for scheduling of batch processes». *Computers & Chemical Engineering*, 29(8), pp. 1752–1769, doi:10.1016/J.COMPCHEMENG.2005.02.037.
- CARVAJAL, Y. A., GONZÁLEZ CORTÉS, M., PEDRAZA GÁRCIGA, J. & GONZÁLEZ SUÁREZ, E. (2011). *Visión global sobre la planificación de procesos discontinuos. Afinidad LXVIII*.
- CASTRO, P. M., ERDIRIK-DOGAN, M. & GROSSMANN, I. E. (2008). «Simultaneous batching and scheduling of single stage batch plants with parallel units». In: *AIChE Journal*. pp. 183–193.
- CHEN, C. L., LIU, C. L., FENG, X. D. & SHAO, H. H. (2002). «Optimal short-term scheduling of multiproduct single-stage batch plants with parallel lines». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 41(5), pp. 1249–1260, doi:10.1021/ie010465d.
- CHEN, P., PAPAGEORGIOU, L. G. & PINTO, J. M. (2008). «Medium-term planning of single-stage single-unit multiproduct plants using a hybrid discrete/continuous-time MILP model». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47(6), pp. 1925–1934, doi:10.1021/ie070835j.
- DÍAZ-RAMÍREZ, J. & HUERTAS, J. I. (2018). «A continuous time model for a short-term multiproduct batch process scheduling». *Ingeniería e Investigación*, 38(1), pp. 96–104, doi:10.15446/ing.investig.v38n1.66425.
- DOGAN, M. E. & GROSSMANN, I. E. (2005). «A decomposition method for simultaneous planning and scheduling of single stage continuous multiproduct plants». *AIChE Annual Meeting, Conference Proceedings*, pp. 7341–7383.
- ELEKIDIS, A. P., COROMINAS, F. & GEORGIADIS, M. C. (2019). «Production Scheduling of Consumer Goods Industries». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 58(51), pp. 23261–23275, doi:10.1021/acs.iecr.9b04907.
- ERDIRIK-DOGAN, M. & GROSSMANN, I. E. (2007). «A decomposition method for the simultaneous planning and scheduling of single-stage continuous multiproduct plants (Industrial and Engineering Chemistry Research (2007) 46 (299))». *Industrial and Engineering Chemistry Research*.
- FLOUDAS, C. A. & LIN, X. (2004). «Continuous-time versus discrete-time approaches for scheduling of chemical processes: A review». *Computers and Chemical Engineering*.
- FLOUDAS, C. A. & LIN, X. (2005). «Mixed integer linear programming in process scheduling: Modeling, algorithms, and applications». *Annals of Operations Research*, 139(1), pp. 131–162, doi:10.1007/s10479-005-3446-x.
- HARJUNKOSKI, I. & GROSSMANN, I. E. (2002). «Decomposition techniques for multistage scheduling problems using mixed-integer and constraint programming methods». *Computers and Chemical Engineering*, 26(11), pp. 1533–1552, doi:10.1016/S0098-1354(02)00100-X.
- HE, Y., LIANG, Y., LIU, Z. & HUI, C. W. (2017). «Improved exact and meta-heuristic methods for minimizing makespan of large-size SMSP». *Chemical Engineering Science*, 158, pp. 359–369, doi:10.1016/j.ces.2016.10.040.
- HUI, C. W. & GUPTA, A. (2001). «A bi-index continuous-time mixed-integer linear programming model for single-stage batch scheduling with parallel units». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40(25), pp. 5960–5967, doi:10.1021/ie9909111.
- HUM, S. H. & SARIN, R. K. (1991). «Simultaneous Product-Mix Planning, Lot Sizing and Scheduling at Bottleneck Facilities». *Operations Research*, 39(2), pp. 296–307, doi:10.1287/opre.39.2.296.
- JOO, C. M. & KIM, B. S. (2017). «Rule-based meta-heuristics for integrated scheduling of unrelated parallel machines, batches, and heterogeneous delivery trucks». *Applied Soft Computing Journal*, 53, pp. 457–476, doi:10.1016/j.asoc.2016.12.038.
- LEE, K. H., HEO, S. K., LEE, H. K. & LEE, I. B. (2002). «Scheduling of single-stage and continuous processes on parallel lines with intermediate due dates». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 41(1), pp. 58–66, doi:10.1021/ie010097d.

- LIANG, Y. & HUI, C. W. (2016). «Simultaneous subtour elimination model for single-stage multiproduct parallel batch scheduling with sequence dependent changeovers». *Computers and Chemical Engineering*, 87, pp. 63–67, doi:10.1016/j.compchemeng.2015.12.024.
- LIM, M. F. & KARIMI, I. A. (2003). «A slot-based formulation for single-stage multiproduct batch plants with multiple orders per product». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 42(9), pp. 1914–1924, doi:10.1021/ie020536o.
- LIU, S., PINTO, J. M. & PAPAGEORGIOU, L. G. (2008). «A TSP-based MILP model for medium-term planning of single-stage continuous multiproduct plants». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47(20), pp. 7733–7743, doi:10.1021/ie800646q.
- LIU, S., PINTO, J. M. & PAPAGEORGIOU, L. G. (2010a). «Single-stage scheduling of multiproduct batch plants: An edible-oil deodorizer case study». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49(18), pp. 8657–8669, doi:10.1021/ie1002137.
- LIU, S., PINTO, J. M. & PAPAGEORGIOU, L. G. (2010b). «MILP-based approaches for medium-term planning of single-stage continuous multiproduct plants with parallel units». *Computational Management Science*, 7(4), pp. 407–435, doi:10.1007/s10287-009-0096-5.
- MARAVELIAS, C. T. & SUNG, C. (2009). «Integration of production planning and scheduling: Overview, challenges and opportunities». *Computers and Chemical Engineering*, 33(12), pp. 1919–1930, doi:10.1016/j.compchemeng.2009.06.007.
- MARCHETTI, P. A. & CERDÁ, J. (2009a). «An approximate mathematical framework for resource-constrained multistage batch scheduling». *Chemical Engineering Science*, 64(11), pp. 2733–2748, doi:10.1016/j.ces.2009.03.002.
- MARCHETTI, P. A. & CERDÁ, J. (2009b). «A continuous-time tightened formulation for single-stage batch scheduling with sequence-dependent changeovers». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 48(1), pp. 483–498, doi:10.1021/ie701774w.
- MARCHETTI, P. A., MÉNDEZ, C. A. & CERDÁ, J. (2010). «Mixed-integer linear programming monolithic formulations for lot-sizing and scheduling of single-stage batch facilities». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49(14), pp. 6482–6498, doi:10.1021/ie100054h.
- MÉNDEZ, C. A. & CERDÁ, J. (2002). «An MILP framework for short-term scheduling of single-stage batch plants with limited discrete resources». In: *Computer Aided Chemical Engineering*. Elsevier, pp. 721–726.
- MÉNDEZ, C. A. & CERDÁ, J. (2003). «Dynamic scheduling in multiproduct batch plants». In: *Computers and Chemical Engineering*. Elsevier Ltd, pp. 1247–1259.
- MÉNDEZ, C. A., HENNING, G. P. & CERDÁ, J. (2000). «Optimal scheduling of batch plants satisfying multiple product orders with different due-dates». *Computers and Chemical Engineering*, 24(9–10), pp. 2223–2245, doi:10.1016/S0098-1354(00)00584-6.
- MERCHAN, A. F. & MARAVELIAS, C. T. (2014). «Reformulations of mixed-integer programming continuous-time models for chemical production scheduling». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 53(24), pp. 10155–10165, doi:10.1021/ie404274b.
- MOURET, S., GROSSMANN, I. E. & PESTIAUX, P. (2011). «Time representations and mathematical models for process scheduling problems». *Computers and Chemical Engineering*, 35(6), pp. 1038–1063, doi:10.1016/j.compchemeng.2010.07.007.
- PAN, M., LI, X. & QIAN, Y. (2009). «Continuous-time approaches for short-term scheduling of network batch processes: Small-scale and medium-scale problems». *Chemical Engineering Research and Design*.
- PINTO, J. M. & GROSSMANN, I. E. (1995). «A Continuous Time Mixed Integer Linear Programming Model for Short Term Scheduling of Multistage Batch Plants». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 34(9), pp. 3037–3051, doi:10.1021/ie00048a015.
- REKLAITIS, G. V. (2000). «Overview of planning and scheduling technologies». *Latin American Applied Research*, 30(4), pp. 285–293.
- ROSLÖF, J., HARJUNKOSKI, I., BJÖRKQVIST, J., KARLSSON, S. & WESTERLUND, T. (2001). «An MILP-based reordering algorithm for complex industrial scheduling and rescheduling». In: *Computers and Chemical Engineering*. pp. 821–828.
- ROSLÖF, JANNE, HARJUNKOSKI, I., WESTERLUND, T. & ISAKSSON, J. (2002). «Solving a large-scale industrial scheduling problem using MILP combined with a heuristic procedure». *European Journal of Operational Research*, 138(1), pp. 29–42, doi:10.1016/S0377-2217(01)00140-0.

- SHAH, N. (1998). «Single- and multisite planning and scheduling: Current status and future challenges-Web of Science Core Collection». pp. 75–90.
- SHAIK, M. A., JANAK, S. L. & FLOUDAS, C. A. (2006). «Slot-based vs. global event-based vs. unit-specific event-based models in scheduling of batch plants». *Computer Aided Chemical Engineering*, 21(C), pp. 1923–1928, doi:10.1016/S1570-7946(06)80329-9.
- SUN, H. L. & XUE, Y. F. (2009). «An MILP formulation for optimal scheduling of multi-product batch plant with a heuristic approach». *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 43(7–8), pp. 779–784, doi:10.1007/s00170-008-1742-8.
- ZHU, J. & GU, X. (2006). «A new particle swarm optimization algorithm for short-term scheduling of single-stage batch plants with parallel lines». In: *Proceedings - ISDA 2006: Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*. pp. 673–678.