

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Interacción neutrino-nucleón: relevancia en el estudio de la estructura interna del nucleón y en el estudio de las oscilaciones de neutrinos



Alejandro Nicolás Gaciño Olmedo

Tutorizado por Guillermo Daniel Megías Vázquez

Grado en Física - Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

Curso 2021-2022

Abstract

Desde la hipótesis de Pauli, los neutrinos han sido objeto de investigación en distintas partes del mundo para caracterizar sus propiedades, así como por sus implicaciones en distintas cuestiones de la Física como la asimetría materia-antimateria del universo, la producción de energía en el Sol o el estudio de las explosiones de supernovas. Son capaces de cambiar entre estados de sabor a través del fenómeno de oscilación de neutrinos y únicamente interaccionan mediante la fuerza nuclear débil, siendo capaces de atravesar grandes distancias sin ser perturbados.

En este sentido, este documento presenta una introducción a la Física de neutrinos a partir de un estudio detallado de la interacción neutrino-nucleón. Con ello, se pretende estudiar el fenómeno de la interacción débil en el contexto de la mecánica cuántica relativista. Para ello, se obtendrá de forma analítica la sección eficaz tanto para el caso del neutrino como para el de su antipartícula.

El tema elegido posee actualmente gran relevancia experimental en grandes instalaciones como el CERN, FermiLab (EE.UU.) y Japón (T2K, SuperKamiokande). Como punto de partida en el análisis de medidas experimentales, se compararán las expresiones teóricas obtenidas con algunos datos procedentes de interacciones mediadas por corrientes cargadas entre neutrinos/antineutrinos muónicos y blancos ligeros, los cuales servirán, asimismo, para ampliar conocimientos sobre la estructura interna de los hadrones, y en concreto de la estructura axial de los mismos.

Índice

1. Motivación, objetivos y metodología	1
2. Introducción	2
2.1. Proceso de decaimiento beta	2
2.2. Primera detección experimental de neutrinos	4
2.3. Fenómeno de oscilación de neutrinos	5
2.3.1. Problema de neutrinos solares. Hipótesis de oscilación de neutrinos	5
2.3.2. Detección experimental. Neutrinos tipo 1, 2 y 3	7
3. Formalismo de la interacción EM. Estudio de la dispersión elástica electrón-nucleón	11
3.1. Cinemática del proceso	11
3.2. Descripción matemática de la dispersión	13
3.2.1. Matriz de colisión S	13
3.2.2. Sección eficaz diferencial $d\sigma$	15
4. Formalismo de la interacción electrodébil. Estudio de la dispersión elástica neutrino-nucleón	18
4.1. Consideraciones previas al estudio	18

4.2. Cinemática del proceso de dispersión	19
4.3. Cálculo de la matriz colisión S en interacción débil	20
4.4. Cálculo de la sección eficaz diferencial	23
5. Análisis de resultados	28
5.1. Factores de forma hadrónicos	28
5.2. Análisis teórico de la sección eficaz	30
5.3. Comparación con datos experimentales	37
6. Conclusiones	42
A. Fundamentos de la mecánica cuántica relativista	44
A.1. Ecuación de Dirac. Soluciones libres	44
A.2. Álgebra de Clifford	46
A.2.1. Matrices del espacio de Dirac	46
A.2.2. Teorema de trazas	48
B. Cálculo de la amplitud invariante $M_{fi} ^2$	49
B.1. Tratamiento	49
B.2. Dispersión electrón-nucleón sin estructura interna	50

B.3. Dispersión neutrino-nucleón con estructura interna	51
B.3.1. Tensor leptónico $L_{\alpha\beta}$	51
B.3.2. Tensor hadrónico $H^{\alpha\beta}$	52
B.3.3. Contracción de tensores	56
C. Experimentos de interacción neutrino-núcleo	58
Referencias	64

1. Motivación, objetivos y metodología

Para poder entender la física detrás de los neutrinos, debemos comprender primero qué son y por qué tienen relevancia en el estudio de la teoría electrodébil. Es por ello que en el segundo capítulo desarrollaremos su contexto histórico desde la hipótesis inicial de Pauli (con el fin de entender el decaimiento beta) hasta los experimentos de oscilación de neutrinos (Kamiokande en Japón).

Entendiendo las propiedades de los neutrinos a través de la mecánica cuántica relativista, seremos capaces de estudiar cómo interactúan con los nucleones mediante la fuerza nuclear débil, describiendo previamente en el capítulo tres la interacción electrón-nucleón con el fin de partir de un problema conocido y más sencillo. Para todo ello, realizaremos un cálculo teórico del proceso elástico en el formalismo matemático de la teoría electrodébil con el fin de obtener la sección eficaz del proceso neutrino-nucleón y antineutrino-nucleón en el capítulo cuatro.

El capítulo cinco incluye el resultado gráfico de estas expresiones teóricas, pues se pretende analizar la dependencia de la sección eficaz con la energía de incidencia de neutrino, el ángulo de dispersión y el cuadrimomento transferido. Esto supone considerar la estructura interna hadrónica haciendo uso de los factores de forma débiles y la parametrización dipolar de Galster.

Finalmente, se compara el comportamiento de la sección eficaz con datos experimentales de interacciones cuasielásticas entre neutrinos/antineutrinos y núcleos ligeros con el fin de ver las diferencias relativas a la ausencia de efectos nucleares en la descripción teórica neutrino-nucleón empleada, las cuales adquieren más importancia conforme más pesado sea el núcleo.

2. Introducción

2.1. Proceso de decaimiento beta

A principios del siglo XX, se sabía que los núcleos atómicos eran capaces de decaer en otros más ligeros emitiendo partículas. Por lo tanto, fue de interés estudiar estas reacciones para comprender mejor su estructura interna y su transformación en otros núcleos. Estos procesos se resumen principalmente en tres decaimientos: alfa, beta y gamma; siendo el segundo el interés principal de este proyecto. En 1930 [1], el decaimiento beta se entendía por la transformación de un núcleo A en un núcleo B más ligero, desprendiendo un electrón:



teniendo el núcleo B una unidad de carga positiva más que A. En ese sentido, este proceso era equivalente a la desintegración de un neutrón en un protón y un electrón:

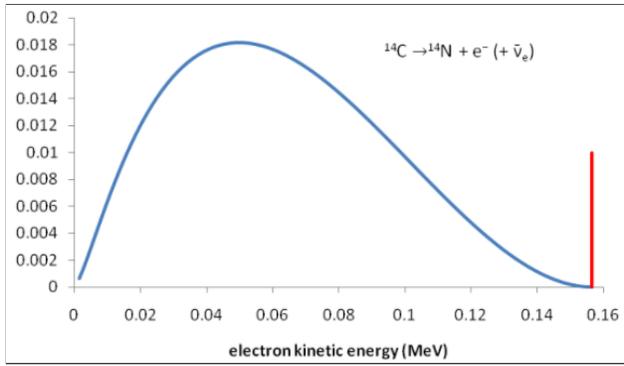


Por conservación de la energía y momento¹, se obtiene la siguiente expresión para la energía cinética del electrón:

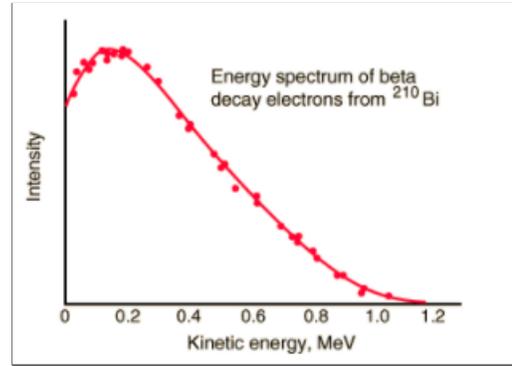
$$E = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right) c^2. \quad (2.3)$$

Sin embargo, los resultados experimentales mostraban un continuo de energía cinética de electrones, siendo el resultado teórico (2.3) la cota máxima (figura 1). Esto implicaba una violación de la conservación de la energía, evidenciando que debía de estar perdiéndose energía por algún proceso desconocido. En 1930, Pauli propuso como solución a este problema que la energía restante estaba asociada a partículas muy ligeras y eléctricamente neutras emitidas en el proceso, las cuales Fermi acabó denominando posteriormente "neutrinos" de sabor electrónico ν_e (la cualidad de sabor indica

¹Se ha empleado dinámica relativista y se ha usado un modelo simplificado donde A está en reposo y B y e^{-} se mueven en la misma dirección pero sentidos contrarios.



a) Datos teóricos [2].



b) Datos experimentales ajustados [3].

Figura 1: Comportamiento continuo de la energía cinética de los electrones salientes en un proceso de decaimiento beta.

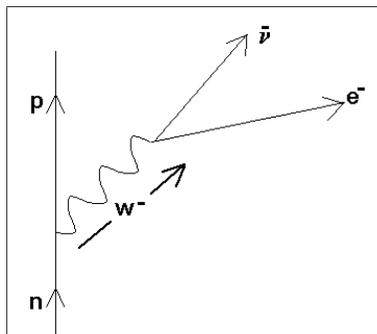
a qué leptón está asociado). Por lo tanto, (2.1) se transforma en:

$$\text{Emisión de electrones o } \beta^-: (Z, N) \longrightarrow (Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (2.4)$$

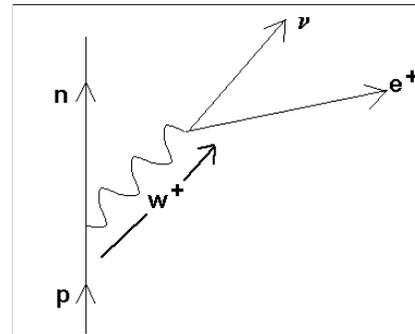
$$\text{Emisión de positrones o } \beta^+: (Z, N) \longrightarrow (Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu_e, \quad (2.5)$$

donde e^+ y $\bar{\nu}_e$ son el positrón y el antineutrino electrónico (correspondientes antipartículas del electrón y del neutrino electrónico).

En resumen, el decaimiento beta quedó resumido en el proceso de interacción que representa la figura 2.



a) β^- caracterizado por bosón W^- .



b) β^+ caracterizado por bosón W^+ .

Figura 2: Diagramas Feynman de decaimiento beta, estando la evolución temporal representada verticalmente [4].

2.2. Primera detección experimental de neutrinos

Aunque Pauli postulase la idea teórica de los neutrinos en torno a 1930, no fue hasta 1956 cuando se detectaron por primera vez por los físicos Reines y Cowan [5, 6]. Este estudio experimental consistió en hacer pasar antineutrinos producidos por la fisión del uranio (2.6) y el posterior decaimiento β^- (2.4) a través de largos tanques de agua con cadmio para que reaccionasen con protones y se diese así la reacción (2.7):



donde F denota los fragmentos de fisión y X es un número entero que oscila entre 0 y 8 neutrones por reacción.

Sin embargo, estos antineutrinos salían con un recorrido libre medio de 10^6 km, por lo que fue necesario conseguir un flujo muy intenso² para poder darse un número suficientemente alto de interacciones de estas partículas. Lo interesante en esto es que los positrones interactuaban con los electrones dando lugar a dos fotones y los neutrones iban siendo capturados por los núcleos de cadmio, emitiendo también fotones. En consecuencia, como se aprecia en la figura 3, solo fue necesario detectar esos fotones para así obtener la evidencia experimental de los antineutrinos involucrados en el proceso [7].

La relevancia de estos resultados condujo, en 1995, a la concesión del Premio Nobel a Cowan y Reines. La complicación de la detección de estas partículas se reflejó en su gran recorrido libre medio, pues solo interactúan mediante fuerza nuclear débil cuya intensidad es tan pequeña que la probabilidad de interacción es extremadamente reducida³.

Posteriormente, se obtuvo evidencia experimental del neutrino muónico ν_μ mediante un estudio

²Del orden de 10^{17} partículas $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$.

³En el capítulo cinco se aprecia muy bien esta probabilidad, pues para 1 GeV de energía incidente, sale una sección eficaz del orden de 10^{-13} fm^2 .

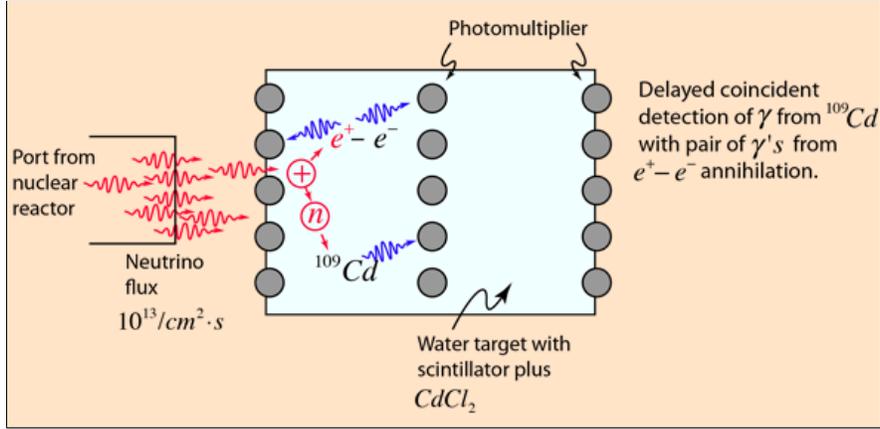


Figura 3: Esquema del experimento de Reines y Cowan en 1956. Los antineutrinos interactúan con los protones y se detectaba la energía procedente de la reacción de los productos de (2.7) [8].

similar pero siendo ahora el proceso considerado el definido en (2.8) [9]. Esto también sucedió para el neutrino tauónico ν_τ analizándose la interacción (2.9) en el LHC [10].

$$\nu_\mu + n \longrightarrow \mu^- + p, \quad (2.8)$$

$$\nu_\tau + n \longrightarrow \tau^- + p. \quad (2.9)$$

De esta forma, se asociaron a los neutrinos tres sabores correspondientes a los tres leptones cargados ya conocidos (electrón, muón, tauón) y se incorporó una conservación del número leptónico y su sabor en los procesos de interacción.

2.3. Fenómeno de oscilación de neutrinos

2.3.1. Problema de neutrinos solares. Hipótesis de oscilación de neutrinos

Desde el siglo XIX, se puso mucho interés en desvelar el mecanismo que rige las reacciones solares para ampliar conocimientos sobre esta estrella: edad, composición, emisiones, etc. En 1938, Hans Bethe teorizó que en se daban reacciones en cadena protón-protón o pp [11], resumiéndose

en:



Sin embargo, hacía falta una prueba experimental para corroborar esta teoría. El método más directo fue captar cualquiera de los productos de (2.10) en el flujo solar recibido, por lo que la única partícula que mejor se adaptaba a este requisito era el neutrino al ser la que menos interacciona en el trayecto Sol-Tierra.

Con este objetivo, en la década de los 60 se construyó un detector de neutrinos electrónicos en la mina Homestake (Dakota del Sur) [12] y durante tres años estuvo en funcionamiento. Los resultados teóricos afirmaban que se detectarían estos neutrinos a una tasa de 7.6 ± 1.2 SNU (1 Solar Neutrino Unit = 10^{-36} capturas por segundo por átomo objetivo), mientras que el resultado experimental fue de 2.56 ± 0.16 SNU. O la hipótesis era errónea o estaba incompleta, lo que llevó a denominar a esta discrepancia en los resultados como el problema de los neutrinos solares.

La explicación a este fenómeno estaba asociada al hecho de que los neutrinos podían cambiar su sabor durante el trayecto, de manera que sí llegaban pero transformándose en muónicos o tauónicos, siendo esto un fenómeno cuántico denominado "oscilación de neutrinos". En consecuencia, el detector Homestake solo percibía neutrinos electrónicos sin ser tan sensible como para detectar el resto de sabores simultáneamente, aspecto que se desconocía en ese momento y que se llegó a descubrir tras experimentos posteriores.

Para ilustrar mejor este fenómeno, exponemos un ejemplo hipotético. Vamos a suponer que los estados estacionarios de dos neutrinos tienen que ser una combinación ortogonal lineal (2.11) dependientes de un factor de mezcla θ . Asumimos además que estos dos neutrinos oscilan entre dos sabores y que partimos de un neutrino electrónico (2.12). Si ahora aplicamos la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, resulta:

$$|\nu_1\rangle = \cos\theta|\nu_\mu\rangle - \sin\theta|\nu_e\rangle; \quad |\nu_2\rangle = \sin\theta|\nu_\mu\rangle + \cos\theta|\nu_e\rangle, \quad (2.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\nu_e(0)\rangle = |\nu_e\rangle, \\ |\nu_\mu(0)\rangle = |0\rangle, \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |\nu_1(0)\rangle = -\sin\theta|\nu_e\rangle, \\ |\nu_2(0)\rangle = \cos\theta|\nu_\mu\rangle, \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

$$|\nu_1(t)\rangle = -\sin\theta e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} |\nu_e\rangle; \quad |\nu_2(t)\rangle = \cos\theta e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}} |\nu_\mu\rangle. \quad (2.13)$$

Si queremos saber la probabilidad de que cambie su sabor después de un tiempo t , es cuestión de despejar $\nu_\mu(t)$ de (2.11) y operar para sacar la probabilidad:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = |\nu_\mu(t)|^2 = \left[\sin(2\theta) \sin\left(\frac{E_2 - E_1}{2\hbar} t\right) \right]^2. \quad (2.14)$$

La lógica es similar si ahora comenzamos con un neutrino muónico y queremos saber la probabilidad de que se transforme su sabor. Sin embargo, el razonamiento matemático expuesto es una idea muy simplificada de la realidad, pues para el caso de tres sabores habría que resolver un problema más complejo. La finalidad de esto es meramente reflejar la idea de que se trata de un fenómeno de transformaciones sucesivas según recorran una distancia L en un tiempo t , oscilando así entre sabores (nombre que recibe este fenómeno). De hecho, es posible condensar toda la información de este proceso a nivel matemático mediante la matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (matriz PMNS)⁴.

Este concepto aplicado a la realidad implica que los neutrinos están superpuestos en sus tres sabores mediante una combinación lineal de los mismos. Este fenómeno de las oscilaciones se pone de manifiesto cuando el neutrino interactúa a través de un proceso mediado por corrientes cargadas⁵, ya que el leptón cargado que surge en el estado final nos da información sobre el sabor del neutrino en el momento de la reacción.

2.3.2. Detección experimental. Neutrinos tipo 1, 2 y 3

La evidencia experimental de estas oscilaciones surge finalmente en Japón en 1998 con el experimento Super-Kamiokande, en el cual se estudiaban los neutrinos atmosféricos producidos en

⁴Un estudio más detallado e ilustrativo sobre la construcción de esta matriz se puede ver en la referencia [13].

⁵En el capítulo 4 se describe de manera más detallada este tipo de procesos.

la interacción de las partículas de la atmósfera con rayos cósmicos. En promedio es un proceso isótropo, es decir, se deberían obtener los mismos resultados al estudiar neutrinos procedentes de cualquier parte de la atmósfera que llegasen al detector en cualquier dirección ya que su interacción con el medio era mínima. No obstante, al compararse el número de neutrinos muónicos que procedían de una determinada dirección (atravesando la Tierra entera) con los que llegaban en sentido opuesto (desde la atmósfera sobre el detector) se observaron que estos últimos eran el doble los primeros (figura 4). Esto sugería que durante el camino (el diámetro de la Tierra, ~ 12700 km) cambiaban su sabor y por eso no se detectaban neutrinos muónicos.

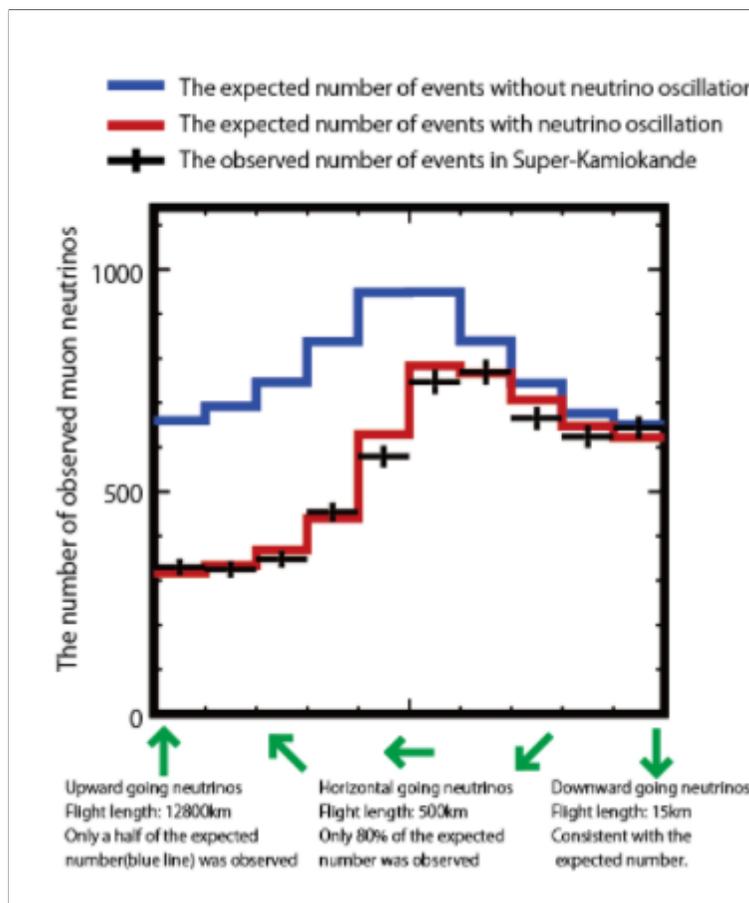


Figura 4: Resumen de los resultados experimentales obtenidos en Super Kamiokande de 1998, donde se ve que la cantidad de neutrinos muónicos detectados que atravesaban la Tierra ("upward going neutrinos": 12800 km recorridos) era menor que la de los que se percibían directamente de la atmósfera ("downward going neutrinos": 15 km) [14].

Una vez demostrada experimentalmente la oscilación de neutrinos, nos queda remarcar que la

diferencia de energías de (2.14) exige que las masas de ambos sean distintas, implicando que estos deberían tener masa no nula. Esto se aprecia si se transforma la ecuación teniendo en cuenta que la masa de los neutrinos es despreciable frente a su momento:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \longrightarrow E = cp \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}} \approx cp \left(1 + \frac{m^2 c^2}{2p^2}\right), \quad (2.15)$$

$$E_2 - E_1 = \frac{(m_2^2 - m_1^2)c^3}{2p} \equiv \frac{\Delta m^2 c^4}{2E}, \quad (2.16)$$

$$L = ct; \quad \Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad (2.17)$$

resultando entonces:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(L) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 c^4 L}{4E\hbar c}\right). \quad (2.18)$$

Se observa que esta probabilidad depende de la distancia recorrida L , la diferencia de masas Δm^2 y la energía E . En el laboratorio, se puede estimar un promedio⁶ de E y L para determinar valores de θ y Δm^2 . En consecuencia, al evidenciar experimentalmente Super-Kamiokande la oscilación de neutrinos, se tiene que $\Delta m^2 \neq 0$, verificando que los neutrinos son partículas de masa no nula.

Existe otra clasificación de neutrinos que sugiere distinguirlos por masas: ν_1 , ν_2 y ν_3 ; donde cada uno está en una superposición lineal de sabores. En base a esto, el interés experimental pasó a ser la obtención de los parámetros de oscilación⁷, entre los que se encuentran Δm_{ij}^2 y θ_{ij} (los índices ij hacen referencia a los estados en esta nueva clasificación).

En la actualidad, los estudios experimentales sobre oscilación de neutrinos permiten condiciones mucho más controladas para obtener resultados más precisos. Por citar algunos ejemplos destacables, se mencionan:

- Hyper-Kamiokande [16]: con una mayor optimización en el diseño que su predecesor Super-

⁶La distancia recorrida L se puede controlar mediante el uso de aceleradores de partículas para producir neutrinos, mientras que la energía E viene dada por una distribución al no estar completamente definida.

⁷Si estos valores estuviesen definidos, se podría realizar una jerarquía de masas entre neutrinos o incluso tener más conocimiento sobre si conservan o no el número leptónico al interactuar débilmente (neutrinos de Dirac o Majorana respectivamente [15]). Esto permitiría además precisar con mayor exactitud la desviación por violación CP entre procesos neutrinos/antineutrinos.

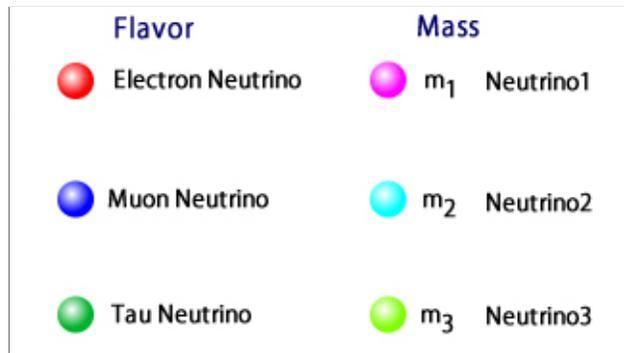


Figura 5: Clasificación de neutrinos según su masa y sabor. Esta imagen nos ilustra cómo el "color" usado nos representa la idea de superposición de los tres sabores. [14]

Kamiokande, empleándose fotosensores de muy alta sensibilidad. Abarca objetivos tales como el estudio de la violación CP en leptones o la determinación de parámetros de oscilación de neutrinos con mayor precisión.

- T2K [17]: se centra especialmente en describir en profundidad el fenómeno de la oscilación de neutrinos mediante la detección de estas partículas tras producirse en el acelerador y a una distancia lo suficientemente grande como para observar el fenómeno de oscilación respecto al sabor original del haz. Se mide primero en el lugar donde se genera el haz al este de Japón (J-PARC) y en las montañas al oeste del país para observar cómo ha cambiado la composición del haz de neutrinos final respecto al punto de partida. Además, busca proporcionar datos relevantes sobre las propiedades de los neutrinos.
- Deep Undergroud Neutrino Experiment (DUNE) [18]: formado por dos detectores de neutrinos en Batavia y en Dakota del Sur, ambos localizados en Estados Unidos. Se centra en el estudio de procesos de dispersión con neutrinos y el decaimiento del protón, con el objetivo, de manera análoga a T2K e HyperKamiokande, de dar respuesta a cuestiones de la Física tales como la asimetría entre materia y antimateria o la unificación de fuerzas en el camino a una teoría del todo.

3. Formalismo de la interacción EM. Estudio de la dispersión elástica electrón-nucleón

En este capítulo se detallará tanto la cinemática del proceso como el cálculo matemático de la sección eficaz de una dispersión electromagnética. El interés de estudiar la interacción electrón-protón reside en entender los conceptos empleados propios de un proceso de dispersión y de esta manera poder aplicarlo en el capítulo siguiente en la interacción neutrino-nucleón, pues existen similitudes entre ambos casos que permiten simplificar el cálculo teórico.

3.1. Cinemática del proceso

Es bien conocido que un electrón puede interactuar con un protón mediante fuerza electromagnética, de manera que el mediador es el fotón. Se adjunta en la figura 6 el diagrama de Feynman correspondiente a esta situación.

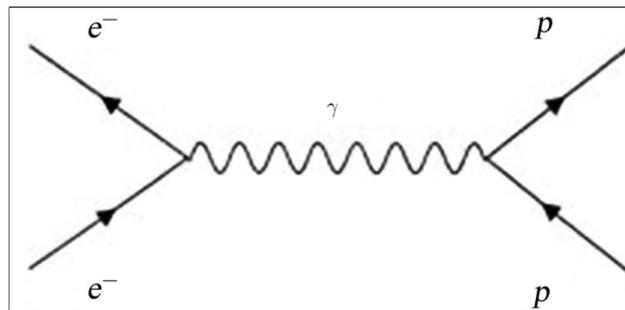


Figura 6: Diagrama Feynman de la interacción electromagnética entre un electrón y un protón.

Para simplificar el estudio de la dispersión electromagnética, vamos a considerar que estamos en un sistema donde un protón libre de masa M se encuentra originalmente en reposo, de manera que un electrón de masa m interacciona con un cierto momento y energía iniciales. Parte de estos se transfieren modificando la trayectoria y la cinemática de ambos en general. Asimismo, al tratarlo en el marco de la mecánica cuántica relativista, será necesario implementar los cuadvectores momento, resultando en consecuencia:

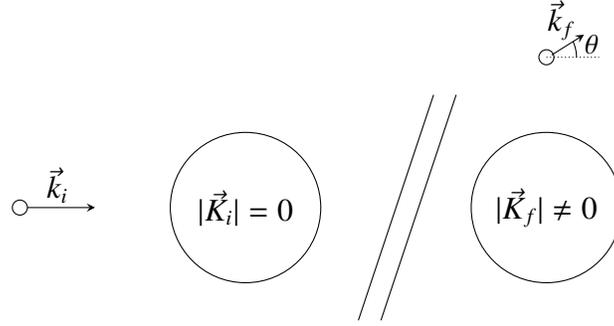


Figura 7: Representación gráfica de nuestro sistema de referencia, siendo θ el ángulo de desviación del electrón al sufrir la interacción.

- Electrón inicial: $p_i = (\varepsilon_i, \vec{k}_i)$.
- Protón inicial: $P_i = (E_i, 0)$, con energía E_i equivalente al reposo: $E_i = M$.
- Electrón final: $p_f = (\varepsilon_f, \vec{k}_f)$.
- Protón final: $P_f = (E_f, \vec{K})$.
- Fotón: $q = (\omega, \vec{q})$, con $\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f$ y $\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$.

Para el estudio de la sección eficaz se va a emplear el sistema natural de unidades, el cual considera que $\hbar = c = \mu_0 = \epsilon_0 = 1$, simplificando los cálculos en secciones posteriores. Aparte, se va a considerar en el electrón procesos de muy altas energías en comparación a su energía en reposo (del orden del GeV cuando la masa del leptón es de 511 keV), siendo así posible aplicar la aproximación ultrarrelativista:

$$|\vec{k}_i| \approx \varepsilon_i; |\vec{k}_f| \approx \varepsilon_f \quad (3.1)$$

Por último, con el fin de entender a nivel básico el proceso de dispersión electromagnética entre electrón y protón, no consideramos estructura interna del hadrón⁸ por simplicidad. En consecuencia, se modela el protón como un fermión puntual de espín 1/2.

⁸El protón al estar conformado por quarks, sería más preciso considerar el comportamiento en conjunto de estas subpartículas en lo que se entiende como estructura interna hadrónica. Aquí se tendrá en cuenta el caso más básico al interesarnos solo las ideas claves del procedimiento, pero en el proceso neutrino-nucleón se estudiará esta estructura en mayor profundidad.

3.2. Descripción matemática de la dispersión

En esta subsección se detallará el cálculo teórico de la sección eficaz empleando teoría de propagadores y el formalismo de la teoría cuántica de campos⁹. En particular, se considerará el orden más bajo en teoría de perturbaciones en el cálculo de la matriz de colisión S, con el que se obtendrá una expresión para la sección eficaz.

3.2.1. Matriz de colisión S

Sea la expresión genérica de la matriz de colisión S que relaciona el estado inicial i del sistema con su estado final f:

$$S_{fi} = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n \{H_I(t_1)H_I(t_2)\dots H_I(t_n)\}, \quad (3.2)$$

donde n representa el orden de la perturbación y H_I referencia el hamiltoniano de interacción actuando en un tiempo t_i . Por simplificación de cálculo, se estudiará el caso del orden más bajo (n=1) y se resumirán los aspectos más importantes del desarrollo realizado en la referencia [21]. En consecuencia, con el hamiltoniano de interacción electromagnético asociado a esta dispersión¹⁰ se obtiene la siguiente expresión para la matriz de colisión:

$$S_{fi} = -ie \int d^4x \bar{\Psi}_f(x) A \Psi_i(x), \quad (3.3)$$

donde se ha necesitado emplear de manera implícita en la deducción de esta expresión el gauge de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu(x) = 0$. De esta manera y tras varias manipulaciones algebraicas manejando

⁹Se emplearán expresiones directas sin discutir previamente el origen de las mismas. Para una descripción más completa de teoría de propagadores se recomienda el capítulo 1 del libro [19] y para una introducción a teoría cuántica de campos, los apuntes del curso de Mecánica Cuántica Relativista [20].

¹⁰Sea el hamiltoniano de interacción $H_I = -e : \bar{\Psi}(x)\gamma^\nu \Psi(x)A_\nu(x) :$, indicando la expresión entre $:$ el producto normal generalizado, entonces es posible demostrar que la expresión completa de la matriz de colisión es: $S_{fi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ie)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_2 \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_n T \{ : \bar{\Psi} A \Psi_{x_1} : : \bar{\Psi} A \Psi_{x_2} : \dots : \bar{\Psi} A \Psi_{x_n} : \}$; denotando T el producto cronológico de Wick.

transformadas de Fourier, llegamos a una expresión para el propagador:

$$A(x) = \gamma_\mu A^\mu(x) = \gamma_\mu \int d^4y D_F^{\mu\nu}(x-y) J_\nu^p(y), \quad (3.4)$$

con:

$$D_F^{\mu\nu}(x-y) = g^{\mu\nu} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} e^{-iq(x-y)} \left(\frac{-4\pi}{q^2 + i\epsilon} \right), \quad (3.5)$$

donde $g^{\mu\nu}$ es el tensor métrico y se ha añadido en el denominador un infinitesimal positivo $i\epsilon$ debido al polo que se presenta en $q^2 = 0$. Se puede reordenar la ecuación (3.3) para obtener:

$$S = -i \int d^4x d^4y [e\bar{\Psi}_f(x)\gamma_\mu\Psi_i(x)] D_F^{\mu\nu}(x-y) J_\nu^p(y) \quad (3.6)$$

Destacamos lo siguiente:

- $\Psi(x)$ hace referencia a la función de onda de una partícula con un determinado momento, energía y espín. Esta se obtiene como solución de la ecuación de Dirac, siendo tratada en detalle en el anexo A al final del documento.
- La expresión entre corchetes se entiende como la cuadracorriente electrónica: $J_\mu^e = e\bar{\Psi}_f^e(x)\gamma_\mu\Psi_i^e(x)$. Asimismo, al no considerar estructura interna, se relaciona el último término con la corriente hadrónica, tal que: $J_\mu^p(y) = e_p\bar{\Psi}_f^p(y)\gamma_\mu\Psi_i^p(y)$, con $e_p = -e$.

El siguiente paso es resolver la ecuación (3.6). Para ello, se tiene en cuenta la siguiente propiedad:

$$\delta^4(x-y) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} e^{-iq(x-y)}. \quad (3.7)$$

En el espacio de Dirac¹¹, las funciones de onda para cada partícula se definen:

$$\Psi_\delta^p(y) = \sqrt{\frac{M}{E_\delta V}} U(P_\delta, S_\delta) e^{-iP_\delta y}; \Psi_\delta^e(x) = \sqrt{\frac{M}{\epsilon_\delta V}} u(p_\delta, s_\delta) e^{-ip_\delta x}, \quad (3.8)$$

¹¹El formalismo matemático de este espacio viene detallado en el apéndice A.

con el subíndice δ referenciando al estado antes y después de la dispersión y el superíndice p o e , a la partícula considerada. Finalmente, resulta:

$$S_{fi} = -\frac{i}{V^2}(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i + p_f - p_i) \sqrt{\frac{m^2}{\varepsilon_f \varepsilon_i}} \sqrt{\frac{M^2}{E_f E_i}} M_{fi}, \quad (3.9)$$

donde M_{fi} representa la denominada amplitud invariante¹²:

$$M_{fi} = [\bar{u}(p_f, s_f) \gamma_\mu u(p_i, s_i)] \frac{4\pi e^2}{(p_f - p_i)^2 + i\varepsilon} [\bar{U}(P_f, S_f) \gamma^\mu U(P_i, S_i)]. \quad (3.10)$$

3.2.2. Sección eficaz diferencial $d\sigma$

Con la matriz de colisión, podemos calcular la matriz de transición W por unidad de volumen y tiempo:

$$W_{fi} = \frac{|S_{fi}|^2}{VT}, \quad (3.11)$$

con:

$$|S|^2 = [(2\pi)^4 \delta^4(P_f + p_f - P_i - p_i)]^2 \frac{1}{V^4} \frac{m^2}{\varepsilon_f \varepsilon_i} \frac{M^2}{E_f E_i} |M_{fi}|^2. \quad (3.12)$$

Aquí aplicamos varias consideraciones:

- Hacemos uso de la relación $(2\pi\delta(E_f - E_i))^2 = 2\pi T \delta(E_f - E_i)$ y análogamente $(2\pi\delta(\vec{p}_f - \vec{p}_i))^2 = 2\pi V \delta(\vec{p}_f - \vec{p}_i)$ [21], tenemos que:

$$[2\pi\delta^4(p_f - p_i)]^2 = TV(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i). \quad (3.13)$$

- El cálculo de $|M_{fi}|^2$ se encuentra detallado en el anexo B, cuyo resultado final se muestra a continuación:

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(4\pi)^2}{2(q^2)^2 m^2 M^2} (2M^2 \varepsilon_f \varepsilon_i - (p_f \cdot p_i)(M^2 + M(\varepsilon_f - \varepsilon_i)) + m^2 M^2). \quad (3.14)$$

¹²Los elementos de matriz de esta expresión consisten en el producto escalar de cuadvectores, dando lugar a un invariante Lorentz. De ahí el nombre que recibe.

En consecuencia, para la sección eficaz hacemos uso de la densidad de estados finales de momento:

$$d\sigma = V^2 \frac{d^3 \vec{p}_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{P}_f}{(2\pi)^3} \frac{V}{|\vec{J}_{inc}|} W_{fi}, \quad (3.15)$$

donde $|\vec{J}_{inc}|$ es el flujo de partículas incidentes. Vamos a suponer que estamos en un caso de colisión colineal, es decir, la dirección de las velocidades de las partículas iniciales es la misma.

$$|\vec{J}_{inc}| = \frac{|\vec{v}_i - \vec{V}_i|}{V} \rightarrow \frac{mM}{\varepsilon_i E_i V |\vec{J}_{inc}|} = \frac{mM}{\sqrt{(p_i P_i)^2 - m^2 M^2}} = \frac{m}{\sqrt{\varepsilon_i^2 - m^2}} = \frac{m_0}{|\vec{p}_i|}. \quad (3.16)$$

En resumen, nuestra expresión de la sección eficaz diferencial resulta:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i + p_f - p_i) \frac{m}{|\vec{p}_i|} \frac{m d^3 \vec{p}_f}{\varepsilon_f (2\pi)^3} \frac{M d^3 \vec{P}_f}{E_f (2\pi)^3} |M_{fi}|^2. \quad (3.17)$$

Para cerrar este capítulo, debido a que el objetivo del trabajo se centra en la descripción del proceso neutrino-nucleón, se termina aquí el análisis del caso electromagnético al tener una relevancia más secundaria en el trabajo. Sin embargo, por completitud, se muestra la expresión de la sección eficaz diferencial una vez desarrollado el cálculo de la amplitud invariante para el caso electrón-protón sin estructura interna [22]. Introducimos primero la sección eficaz de Mott:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_i^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i} \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (3.18)$$

con α la constante de estructura final tal que $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$. No se ha tenido en cuenta la polarización del espín de las partículas, por lo que una expresión más completa se obtiene con la relación siguiente:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_i^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{Q^2}{2M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (3.19)$$

donde Q^2 es el módulo cuadrado del cuadrimomento transferido ($Q^2 = -q^2$). Finalmente, si queremos considerar estructura interna hadrónica, el resultado final es lo que se denomina como fórmula

de Rosenbluth:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Rosenbluth}} = \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_i^2} \frac{\varepsilon_f}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{\varepsilon_i} \left[\left((F_1^V)^2 - \frac{Q^2}{4M^2} (F_2^V)^2 \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} - (F_1 + F_2)^2 \frac{Q^2}{2M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right], \quad (3.20)$$

siendo F_1 y F_2 los denominados factores de forma isovectores de Pauli y Dirac, que serán detallados en secciones posteriores.

4. Formalismo de la interacción electrodébil. Estudio de la dispersión elástica neutrino-nucleón

En este capítulo se detalla el desarrollo matemático para obtener la sección eficaz en un proceso de dispersión elástica neutrino-nucleón mediada por corrientes cargadas. Para ello, se hará uso del procedimiento empleado en la interacción electrón-protón como base para entender esta situación, siendo más compleja por un doble motivo: se considerará la estructura interna hadrónica y la interacción débil presenta una componente axial. Finalmente, se estudiarán las diferencias con respecto al caso del antineutrino.

4.1. Consideraciones previas al estudio

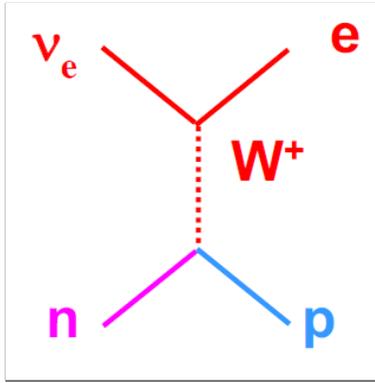
Los procesos que involucran a neutrinos solo se ven afectados por la fuerza nuclear débil debido a que estos eléctricamente neutros y al ser leptones, no sufren interacción nuclear fuerte. En consecuencia, se estudiará dispersión débil mediada por corrientes cargadas, implicando el intercambio de un bosón cargado W tal y como se observa en la figura 8:

$$\nu_l + n \longrightarrow l + p, \quad (4.1)$$

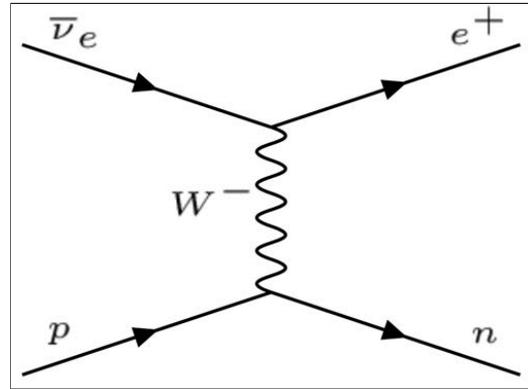
$$\bar{\nu}_l + p \longrightarrow \bar{l} + n, \quad (4.2)$$

donde l implica el leptón asociado y la notación \bar{a} implica la antipartícula de a .

Por otra parte, el cálculo de la interacción de antineutrinos es totalmente análogo al caso de su antipartícula, a excepción de un cambio de signo en la parte axial de la corriente leptónica al ser su helicidad contraria al neutrino, como se verá en la ecuación (4.9). Esto implica que se abordarán ambos procesos (4.1) y (4.2), aunque de manera general se considerará el caso neutrino. Para una descripción más ajustada a la realidad, se considerará la contribución de la estructura interna del hadrón.



a) Interacción neutrinos [23].



b) Interacción antineutrinos [24].

Figura 8: Diagramas de Feynman de las dispersiones débiles mediadas por corrientes cargadas consideradas en este capítulo.

En realidad, el bosón W modifica la naturaleza de los quarks de los que se compone el neutrón o protón, de manera que un quark down (neutrón) que emita un bosón W+ se transformará en un quark up (protón), lo cual es equivalente a que un quark down absorba un bosón W-. Una consideración de la interacción mediada por el bosón Z supondría no solo una mayor complejidad en el cálculo, sino una dificultad muy importante en el análisis experimental al no poder detectarse los leptones cargados¹³, por lo que nos centraremos en los procesos de la figura 8.

Por último, se considerará en el desarrollo un leptón genérico, pues de esta manera se podrán particularizar las expresiones resultantes a las características del leptón deseado (electrón, muón o tauón). Esto implica que el sabor del neutrino no quedará especificado.

4.2. Cinemática del proceso de dispersión

Al igual que en el caso electrón-protón, se comienza asumiendo por simplicidad un sistema de referencia en donde el nucleón está originalmente en reposo. Como el neutrón se transforma en un

¹³Si la dispersión débil está mediada por corrientes neutras, entonces las partículas incidentes no se transforman, tal que para el caso $\nu_l - N$ resultaría: $\nu_l + N \rightarrow \nu_l + N$. En consecuencia, no sería tan sencillo de detectar experimentalmente este proceso a diferencia de los experimentos detallados en el apéndice C.

protón y la masa de ambos son similares, se asume:

$$M_p \approx M_n \equiv M. \quad (4.3)$$

Respecto al neutrino, el Modelo Estándar consideró originalmente su masa nula $m_\nu = 0$. Sin embargo, aquí se prefiere optar por el razonamiento de que su masa es despreciable en comparación a la cinemática que manejamos.

De cara a ser coherentes con los resultados experimentales, se considerarán energías de incidencia del orden del GeV, lo cual implica que al igual que en el caso electrón-nucleón, se aplicará la aproximación ultrarrelativista¹⁴, cuya implicación queda resumida en la relación (3.1).

Por tanto, se procede a la notación correspondiente a la descripción de los cuádrimomentos de cada partícula:

- Neutrino leptónico: $p_\nu = (\varepsilon_\nu, \vec{k}_\nu)$.
- Neutrón: $P_n = (E_n, 0)$, recordando que inicialmente se encuentra en reposo.
- Leptón saliente: $p_l = (\varepsilon_l, \vec{k}_l)$.
- Protón: $P_p = (E_p, \vec{K})$.
- Bosón W cargado: $q = (\omega, \vec{q})$, con $\omega = \varepsilon_\nu - \varepsilon_l$ y $\vec{q} = \vec{k}_\nu - \vec{k}_l$. Se define su módulo $Q^2 = |q|^2 = -q^2$.

4.3. Cálculo de la matriz colisión S en interacción débil

Siguiendo los pasos de la dispersión electrón-protón, primero calcularemos la matriz de colisión S considerando ahora que el hamiltoniano de interacción asociado al proceso débil mediado por

¹⁴Para estos procesos, la aproximación ultrarrelativista tiene sentido aplicarlo para neutrinos y electrones, pero no es una aproximación demasiado adecuada para muones y tauones al tener de energía en reposo 0.106 GeV y 1.777 GeV respectivamente, pues son cantidades no despreciables para trabajar con energías del orden del GeV.

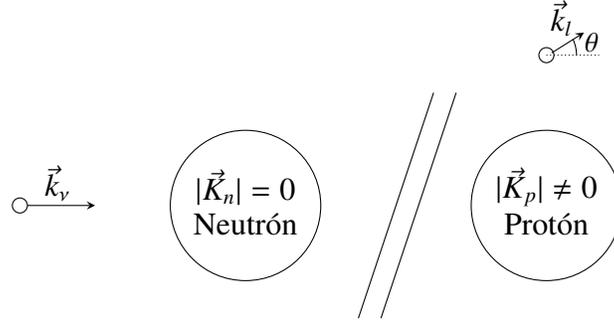


Figura 9: Representación gráfica de nuestro sistema de referencia, siendo θ el ángulo de desviación saliente al sufrir el neutrino la interacción nuclear débil cargada.

corrientes cargadas es distinto:

$$S_{fi} = -i \int d^4x H_I(x), \quad (4.4)$$

$$H_I(x) = \left(\frac{g}{2\sqrt{2}} \right)^2 (J_\alpha^l)^\dagger(x) D^{\alpha\beta}(q) J_\beta^h(x), \quad (4.5)$$

donde g es la constante adimensional de acoplamiento débil y los superíndices l y h referencian leptón y hadrón, de manera que $J_\alpha^l(x)$ y $J_\beta^h(x)$ son las corrientes asociadas a los vértices leptónico y hadrónico respectivamente. La expresión del propagador $D^{\alpha\beta}(q)$ [25] es:

$$D^{\alpha\beta}(q) = \frac{-g^{\alpha\beta} + q^\alpha q^\beta / M_W^2}{q^2 - M_W^2 + i\epsilon}. \quad (4.6)$$

Teniendo en cuenta que $M_W = 80,4$ GeV, en esta última expresión aplicamos las siguientes aproximaciones:

- En condiciones de dispersión elástica, se tiene que para esta interacción $|q^2|$ es despreciable frente a M_W^2 .
- El factor $i\epsilon$ es infinitesimal y se puede despreciar.

En definitiva, la expresión aproximada de nuestro propagador resulta:

$$D^{\alpha\beta}(q) \approx \frac{g^{\alpha\beta}}{M_W^2} \quad (4.7)$$

Por tanto, la matriz de colisión se expresa en términos de las corrientes leptónica y hadrónica y del propagador de la interacción:

$$S_{fi} = -\frac{i}{(2\pi)^4} \left(\frac{g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \int d^4x d^4q d^4y (J_\alpha^l)^\dagger(x) D^{\alpha\beta}(q) J_\beta^h(y) e^{iq(x-y)}, \quad (4.8)$$

En cuanto a las corrientes, en interacción débil se añade un término axial $\gamma^\mu \gamma^5$ respecto al caso electromagnético que hay que tener en cuenta en las operaciones, de manera que las expresiones de las corrientes leptónicas y hadrónicas¹⁵ se modifican según [26]:

$$J_\alpha^l(x) = \bar{\Psi}_l(x) \gamma_\alpha (1 \mp \gamma_5) \Psi_\nu(x), \quad (4.9)$$

$$J_\beta^h(y) = \bar{\Psi}_p(y) \Gamma_\beta \Psi_n(y), \quad (4.10)$$

donde Ψ_δ es la función de onda de la partícula δ en el espacio de Dirac que sigue el esquema de la expresión (3.8), particularizándose a los cuadvectores momento y espín de las partículas en el caso de interacción débil. Además, se ha introducido el factor Γ_β que referencia la contribución de la estructura interna hadrónica, definiéndose:

$$\Gamma_\beta = F_1^V \gamma_\beta + i \frac{F_2^V}{2M} \sigma_{\beta\lambda} q^\lambda + G_A \gamma_\beta \gamma_5 + \frac{G_P}{2M} q_\beta \gamma_5, \quad (4.11)$$

donde se expresa en función de los factores de forma isovectores de Pauli y Dirac F_1^V y F_2^V , mientras que la parte axial viene dada por G_A y G_P . Se tratarán en detalle en la subsección 5.1.

Asimismo, en la parte axial de (4.9), el signo - (+) es referido al caso del neutrino (antineutrino) por su helicidad, desarrollándose los cálculos siguientes para el caso del neutrino.

De esta manera, resolviendo la integral (4.8) en el espacio de coordenadas x,y usando la relación (3.7) y luego aplicándolo para el espacio de cuadrimentos q. Resulta entonces el siguiente

¹⁵A diferencia del caso electrón-protón, las partículas incidentes son distintas de las salientes, pues ahora se considera la contribución de la estructura interna hadrónica, el cual viene definido en la expresión (4.11) por el factor Γ^μ . Este último término viene detallado en el apéndice B.3.

desarrollo algebraico:

$$\begin{aligned}
S_{fi} &= -\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4x d^4y d^4q \frac{g^2}{8V^2} M \sqrt{\frac{m_\nu m_l}{\varepsilon_l \varepsilon_\nu E_p E_n}} (\bar{u}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu)^\dagger \frac{g^{\alpha\beta}}{M_W^2} (\bar{U}_p \Gamma_\beta U_n) e^{i(p_l - p_\nu + q)x} e^{i(P_p - P_n - q)y} = \\
&= -i(2\pi)^4 \int d^4q \frac{g^2 M}{8V^2 M_W^2} \sqrt{\frac{m_\nu m_l}{\varepsilon_\nu \varepsilon_l E_p E_n}} (\bar{u}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu)^\dagger (\bar{U}_p \Gamma^\alpha U_n) \delta^4(p_l + q - p_\nu) \delta^4(P_p - P_n - q) = \\
&= -i(2\pi)^4 \frac{G_F M}{\sqrt{2} V^2} \sqrt{\frac{m_\nu m_l}{\varepsilon_\nu \varepsilon_l E_p E_n}} (\bar{u}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu)^\dagger (\bar{U}_p \Gamma^\alpha U_n) \delta^4(p_l + P_p - p_\nu - P_n), \quad (4.12)
\end{aligned}$$

donde se ha empleado la siguiente expresión para introducir la constante de Fermi G_F ¹⁶:

$$\frac{g}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \quad (4.13)$$

4.4. Cálculo de la sección eficaz diferencial

En este apartado se obtendrán diferentes expresiones concernientes a la sección eficaz que serán de utilidad para comparar con datos experimentales en el capítulo siguiente. En consecuencia, se observará también la dependencia con el parámetro Q^2 y el ángulo de dispersión θ .

Para la expresión de $d\sigma$ se empleará el mismo procedimiento que en el caso electromagnético, por lo que se resume en las expresiones que comprenden desde (3.11) hasta (3.17). Por lo tanto, aquí se mostrará el resultado directo al solo diferir en constantes globales, amplitud invariante y notación concerniente a cada partícula. De hecho, la dificultad aumenta en el cálculo de $|M_{fi}|^2$ debido a que consideramos ahora un término axial en la interacción y la contribución de estructura hadrónica interna (queda desarrollado detalladamente en el anexo B al final del documento al ser muy extenso):

$$W_{fi} = \frac{G_F^2 M^2 m_\nu m_l}{2V^4 \varepsilon_l \varepsilon_\nu E_p E_n} (2\pi)^4 \delta^4(p_l - p_\nu + P_p - P_n) |M_{fi}|^2. \quad (4.14)$$

¹⁶El valor de esta constante es $G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.

Para la amplitud invariante, se extrae como resultado final la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
|M_{fi}|^2 &= \left[(\bar{u}_l \gamma_\beta (1 - \gamma^5) u_\nu)^\dagger (\bar{U}_p \Gamma^\beta U_n) \right]^2 = \frac{1}{M^2 m_\nu m_l} L_{\alpha\beta} H^{\alpha\beta} = \\
&= \frac{2\varepsilon_l \varepsilon_\nu}{M^2 m_l m_\nu} \left(\left(2W_1 \mp W_3 \frac{\varepsilon_l + \varepsilon_\nu}{M} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right), \tag{4.15}
\end{aligned}$$

donde W_3 se toma negativo¹⁷ y el signo - (+) es referido al caso neutrinos (antineutrinos). Las funciones W_i quedan expresadas según Q^2 y los factores de forma F_1^V , F_2^V y G_A ¹⁸:

$$W_1 = \frac{Q^2}{4M^2} [(F_1^V + F_1^V)^2 + G_A^2] + G_A^2, \tag{4.16}$$

$$W_2 = (F_1^V)^2 + \frac{Q^2}{4M^2} (F_2^V)^2 + (G_A)^2, \tag{4.17}$$

$$W_3 = 2G_A(F_1^V + F_2^V). \tag{4.18}$$

Respecto a la sección eficaz diferencial, se cumple que $E_n = M$ debido a que el neutrón se encuentra en reposo en el sistema de referencia elegido. Asimismo, esto implica que podemos emplear la hipótesis de colisión colineal para el flujo $|\vec{J}_{inc}|$ (3.16):

$$d\sigma = \left(\frac{G_F^2}{8\pi^2} \right) \frac{M m_\nu m_l}{\varepsilon_\nu} \frac{d^3 \vec{k}_l}{\varepsilon_l} \frac{d^3 \vec{K}}{E_p} \delta^4(p_l - p_\nu + P_p - P_n) |M_{fi}|^2. \tag{4.19}$$

Se puede aplicar una serie de manipulaciones algebraicas que permitirán estudiar mejor la dependencia de la sección eficaz con el ángulo sólido Ω . Para ello, se expresa el momento \vec{k}_l en coordenadas esféricas y lo relacionamos con la energía de incidencia ε_l :

$$d^3 \vec{k}_l = |\vec{k}_l|^2 d|\vec{k}_l| d\Omega = |\vec{k}_l| \varepsilon_l d\varepsilon_l d\Omega, \tag{4.20}$$

¹⁷La razón se debe a que en la expresión (4.15), el factor axial G_A es negativo porque se emplea la contante vectorial $g_0 = -1,267$ en la expresión (5.7), como se verá en el capítulo cinco (véase figura 10). Esto es coherente con el hecho de que el caso de dispersión con neutrinos tenga una mayor sección eficaz que la situación con antineutrinos.

¹⁸ F_1^V y F_2^V son los factores de forma isovectores de Pauli y Dirac respectivamente, de manera que representan los coeficientes de la parte vector de la estructura hadrónica. Análogamente, G_A y G_P conforman la parte axial, aunque solo hagamos uso finalmente del primer término. Sus expresiones serán vistas en más detalle en el capítulo siguiente.

donde se ha hecho uso de la relación:

$$E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2 \longrightarrow EdE = |\vec{p}|d|\vec{p}| \longrightarrow d|\vec{p}| = \frac{E}{|\vec{p}|}dE. \quad (4.21)$$

Por otra parte, se puede reformular el diferencial del momento del protón $d^3|\vec{K}_p|$ para transformarlo en un cuadvivector y así integrar respecto a la delta de dirac ($P_p \equiv P$, $E_p \equiv E$):

$$\int_0^\infty dP_0 \delta(P^2 - M^2) d^3|\vec{K}| = \int_0^\infty dP_0 \delta[(P_0 - E)(P_0 + E)] d^3|\vec{K}| = \frac{d^3|\vec{K}|}{2E}, \quad (4.22)$$

Empleándose:

$$P^2 - M^2 = P_0^2 - |\vec{K}|^2 - M^2 = P_0^2 - E^2 = (P_0 + E)(P_0 - E), \quad (4.23)$$

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|\frac{df}{dx}|_{x_i}} \longrightarrow \int dx \delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{|\frac{df}{dx}|_{x_i}} \longrightarrow \int_0^\infty dp_0 \delta(f(p_0)) = \frac{1}{|\frac{df(P_0)}{P_0}|_{P_0=E}} = \frac{1}{2E}, \quad (4.24)$$

donde x_i referencia los polos de la función $f(x)$.

Asimismo, mediante una distribución de heaviside $\Theta(p_0)$ se unifican los dominios de integración del cuadvivector. Por lo tanto, si resolvemos la integración respecto a P_p , entonces resulta en una diferencial doble:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_l d\Omega} &= \int_{-\infty}^\infty d^4 P_p \frac{2m_l m_\nu M |\vec{k}_l|}{(2\pi)^2 |\vec{k}_\nu|} \delta(P_p^2 - M^2) \delta^4(P_p - P_n + p_l - p_\nu) |M_{fi}|^2 = \\ &= \frac{m_l m_\nu M}{2\pi^2 |\vec{k}_\nu|} |\vec{k}_l| \delta((p_l - P_n - p_\nu)^2 - M^2) \Theta(\varepsilon_\nu + M - \varepsilon_l). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Aquí se ha introducido la definición de cuadvivector transferido q en la delta, entonces se tiene lo siguiente:

$$(q - P_n)^2 - M^2 = q^2 + P_n^2 - 2qP_n - M^2 = -Q^2 + 2M\omega, \quad (4.26)$$

viéndose la relación entre ε_l , ε_ν y Q . En consecuencia, se obtiene:

$$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_l d\Omega} = \frac{G_F^2}{8\pi^2} \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_\nu} \delta(\omega - \frac{Q^2}{2M}) |M_{fi}|^2, \quad (4.27)$$

donde la delta de Dirac resultante es consecuencia de aplicar la conservación de energía y momento

en el desarrollo. Por consideraciones cinemáticas se tiene que:

$$q^2 = (p_\nu - p_l)^2 = p_\nu^2 + p_l^2 - 2p_l p_\nu = m_l^2 + m_\nu^2 - 2(\varepsilon_l \varepsilon_\nu - |\vec{k}_l| |\vec{k}_\nu| \cos\theta) = -Q^2, \quad (4.28)$$

permitiendo expresar la delta en función de $\cos\theta$:

$$\begin{aligned} \delta\left(\omega - \frac{Q^2}{2M}\right) &= 2M\delta(2M\omega - Q^2) = 2M(2M\omega - (-m_l^2 - m_\nu^2 + 2\varepsilon_\nu \varepsilon_l - 2|\vec{k}_l| |\vec{k}_\nu| \cos\theta)) = \\ &= \frac{2M}{2|\vec{k}_l| |\vec{k}_\nu|} \delta\left(\cos\theta - \frac{-2M\omega - m_l^2 - m_\nu^2 + 2\varepsilon_\nu \varepsilon_l}{2|\vec{k}_l| |\vec{k}_\nu|}\right) \approx \frac{M}{E_l E_\nu} \delta(\cos\theta - \cos\theta_0). \end{aligned} \quad (4.29)$$

Se han despreciado las masas del leptón¹⁹ y del neutrino y se ha empleado la aproximación ultrarrelativista. Se ha introducido un nuevo parámetro $\cos\theta_0$ dependiente de ε_l y ε_ν

$$\cos\theta_0 \equiv 1 - M \frac{\omega}{\varepsilon_l \varepsilon_\nu}. \quad (4.30)$$

Por lo tanto, se expresa (4.27) tal que:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\varepsilon_l} = \frac{G_F^2 M}{8\pi^2 E_l^2} \delta(\cos\theta - \cos\theta_0) |M_{fi}|^2. \quad (4.31)$$

Es posible integrar respecto al ángulo sólido para obtener una diferencial simple respecto a la energía del leptón:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_l} = \int d\Omega \frac{d^2\sigma}{d\Omega d\varepsilon_l} = \frac{G_F^2 M}{4\pi \varepsilon_l^2} |M_{fi}|^2 \Big|_{\cos\theta=\cos\theta_0}, \quad (4.32)$$

donde se ha empleado el desarrollo del diferencial de ángulo sólido: $d\Omega = 2\pi d(\cos\theta)$, pues la expresión global solo es dependiente del ángulo θ . Asimismo, se puede calcular el diferencial simple respecto a $\cos\theta$ aplicando la siguiente transformación entre diferenciales:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_l} \frac{d\varepsilon_l}{d\cos\theta} \approx \frac{G_F^2 M}{4\pi \varepsilon_l} \frac{1}{1 + \frac{M}{\varepsilon_\nu} - \cos\theta} |M_{fi}|^2 \Big|_{\cos\theta=\cos\theta_0}, \quad (4.33)$$

¹⁹Aunque no sea del todo correcto aplicarlo de manera genérica como se menciona en el pie de página 14, se emplea como primera aproximación al problema con el fin de simplificar el cálculo.

habiéndose usado la dependencia de la energía del leptón con el $\cos\theta$ tal que:

$$\frac{d\varepsilon_l}{d\cos\theta} = \frac{|\vec{k}_l|}{1 + \frac{M}{\varepsilon_\nu} - \frac{\varepsilon_l}{|\vec{k}_l|}\cos\theta}. \quad (4.34)$$

En consecuencia, el diferencial simple respecto del ángulo sólido Ω resulta dividiendo por el factor 2π :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{G_F^2 M}{8\pi^2 \varepsilon_l} \frac{1}{1 + \frac{M}{\varepsilon_\nu} - \cos\theta} |M_{fi}|^2 \Big|_{\cos\theta=\cos\theta_0}. \quad (4.35)$$

De hecho, con (4.33) es posible integrar esta expresión para obtener la sección eficaz completa σ para la interacción:

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \frac{d\sigma}{d\cos\theta}. \quad (4.36)$$

5. Análisis de resultados

Este capítulo tiene por objetivo la construcción de distintas representaciones gráficas con un doble fin: analizar la dependencia de la sección eficaz respecto de la cinemática del leptón final y compararlo con datos experimentales procedentes de experimentos en cámaras de burbujas para la dispersión de neutrinos y antineutrinos con núcleos ligeros, permitiendo analizar las diferencias respecto a la casos reales. Sin embargo, para ello previamente es necesaria una descripción formal de la estructura interna hadrónica, la cual vendrá dada por la parametrización de Galster y los factores de forma de Sachs.

5.1. Factores de forma hadrónicos

La contribución de la estructura interna hadrónica se describe empleando los factores de forma vectores y axiales según la ecuación (4.11) del apéndice B. Para construir las expresiones pertinentes a los factores de forma débil de tipo vector F_1^V y F_2^V se propone la parametrización dipolar de Galster [27], permitiendo expresarlos en función de los factores de forma electromagnético a partir de la hipótesis de conservación de la corriente vector (CVC). Por otra parte, resulta más conveniente trabajar con los factores de forma eléctrico y magnético débiles de Sachs [28]:

$$G_E^V(Q^2) = F_1^V(Q^2) - \tau F_2^V(Q^2), \quad G_M^V(Q^2) = F_1^V(Q^2) + F_2^V(Q^2), \quad (5.1)$$

donde se introduce el término:

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2}. \quad (5.2)$$

Recurriendo a la CVC, es posible reescribir estos factores de Sachs débiles en función de los electromagnéticos [29]:

$$G_E^V \equiv \frac{1}{2}(G_E^p - G_E^n), \quad G_M^V = \frac{1}{2}(G_M^p - G_M^n). \quad (5.3)$$

Reordenando (5.1) en función de los parámetros de (5.3), resulta:

$$F_1^V = \frac{(G_E^p - G_E^n) + \tau(G_M^p - G_M^n)}{2(1 + \tau)}, \quad F_2^V = \frac{(G_M^p - G_M^n) - (G_E^p - G_E^n)}{2(1 + \tau)}. \quad (5.4)$$

La parametrización de Galster expresa los factores de forma electromagnéticos de Sachs dependientes de un factor dipolar G_D^V tal que:

$$G_E^p = G_D^V, \quad G_E^n = -\mu_n \tau G_D^V \varepsilon_n, \quad G_M^p = \mu_p G_D^V, \quad G_M^n = \mu_n G_D^V, \quad (5.5)$$

definiéndose G_D^V como:

$$G_D^V = \frac{1}{(1 + \frac{Q^2}{M_v^2})^2}, \quad \varepsilon_n = (1 + \lambda_n \tau)^{-1}, \quad (5.6)$$

donde los momentos magnéticos del protón y del neutrón valen respectivamente $\mu_p = 2,793$ y $\mu_n = -1,913$, la masa vector $M_v = 0,843$ GeV y $\lambda_n = 5,6$.

Respecto a la parte axial, se propone una parametrización del tipo dipolar análoga al caso vector, de manera que:

$$G_A = \frac{g_0}{(1 + \frac{Q^2}{M_a^2})^2}, \quad (5.7)$$

introduciéndose la masa axial $M_a = 1,03$ GeV²⁰ y la constante vector-axial $g_0 = -1,267$.

El factor pseudoaxial, G_P ²¹, se puede definir a partir de la relación Goldberger-Treiman:

$$G_P = \frac{4M^2}{Q^2 + m_\pi^2} G_A, \quad (5.8)$$

empleándose la masa del pion m_π .

Al ser parámetros dependientes de Q^2 , se muestra una gráfica representando la evolución de

²⁰Hasta hace pocos años, existió cierto debate sobre la veracidad de este valor, pues algunos experimentos apuntaban a que los datos experimentales se ajustan mejor a un valor ligeramente mayor de la constante vector-axial. Finalmente se concluyó que realmente dicho incremento se debía a canales de reacción multinucleónicos no incluidos en el análisis experimental. Para un estudio más detallado de esto, véase capítulo 3.5 de [25].

²¹En las relaciones referentes a los términos W_i dependientes de los factores de forma (4.16), (4.17) y (4.18) no se hace uso del factor G_P porque se ha despreciado la masa del leptón frente al resto de términos. Sin embargo, por completitud se detalla igualmente en esta subsección la expresión del factor pseudoaxial.

estos coeficientes frente a este parámetro en la figura 10.

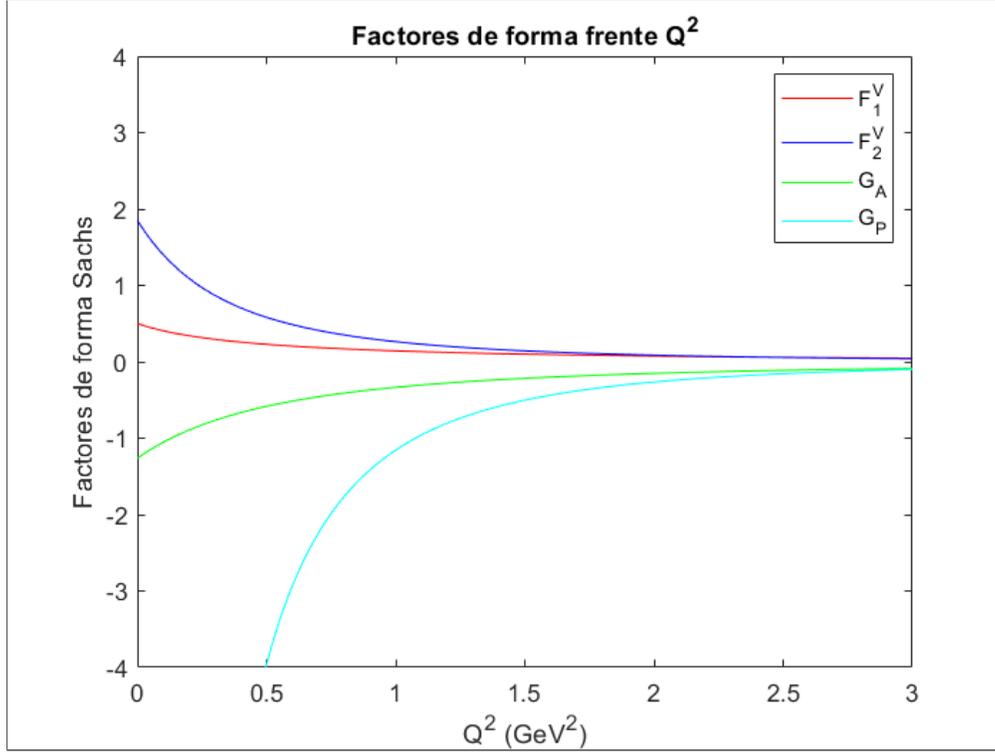


Figura 10: Evolución de los factores de forma en la parametrización considerada frente a Q^2 .

5.2. Análisis teórico de la sección eficaz

Una vez entendidas las parametrizaciones empleadas, es cuestión de representar gráficamente las expresiones teóricas para obtener así la dependencia de la sección eficaz frente a los distintos parámetros característicos de un proceso de dispersión. Para ello, tomaremos distintas energías de incidencia E_ν y tendremos en cuenta que Q^2 y θ están relacionados entre sí, tal y como se ha visto en la parte teórica.

Por coherencia con los datos experimentales que estudiaremos posteriormente, se particularizará para el caso en el que el leptón considerado sea un muón. En consecuencia, se toman los siguientes valores estándar para las constantes de nuestra situación (además de los mostrados en secciones anteriores):

- $G_F = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.
- $M = 0,938 \text{ GeV}$.
- $m_\mu = 0,106 \text{ GeV}$.

En primer lugar, se analizará la dependencia de la sección eficaz frente al ángulo de dispersión θ . Para ello, el proceso ν -N se muestra en la figura 11, donde se aprecian varias cosas:

1. El orden de magnitud de la diferencial simple es menor que 10^{-10} fm^2 , lo cual es coherente una magnitud tan baja teniendo en cuenta que la intensidad de la interacción débil es muy pequeña respecto a la electromagnética²² o la nuclear fuerte.
2. En la figura 11 se observa que la forma que presenta la sección eficaz diferencial simple frente al parámetro θ varía con la energía de incidencia E_ν : a valores bajos se aprecia una forma más plana tal que no es despreciable la sección eficaz a ángulos muy grandes (retrodispersión), mientras que para valores altos de energía, se centra en ángulos más pequeños adquiriendo así una forma más picuda (véase figura 12 para observar mejor la diferencia entre casos extremos).

Por otra parte, se compara en la figura 13 el diferencial simple respecto al caso del antineutrino-nucleón para observar una asimetría debido a la diferencia en la helicidad. además, se aprecia que el proceso con la antipartícula es el que tiene una probabilidad menor de interacción. Sin embargo, esta disparidad entre procesos se reduce conforme aumenta la energía incidente.

Si analizamos la expresión (4.18) en profundidad, se puede ver que las observaciones del párrafo anterior son consistentes. Para demostrarlo, hay que analizar la dependencia de Q^2 con ε_ν , por lo que si empleamos (4.28) y la conservación de energía de la expresión (4.27), entonces se obtiene:

$$Q^2 = \frac{4\varepsilon_\nu^2 \sin^2 \theta / 2}{1 + 2 \frac{\varepsilon_\nu}{M} \sin^2 \theta / 2}, \quad (5.9)$$

²²Por tener una referencia, en el caso de la dispersión electromagnética la sección eficaz sería mayor en 7-8 órdenes de magnitud. En la figura 3.14 del estudio [30] se aprecia en detalle esta comparación para procesos con electrones.

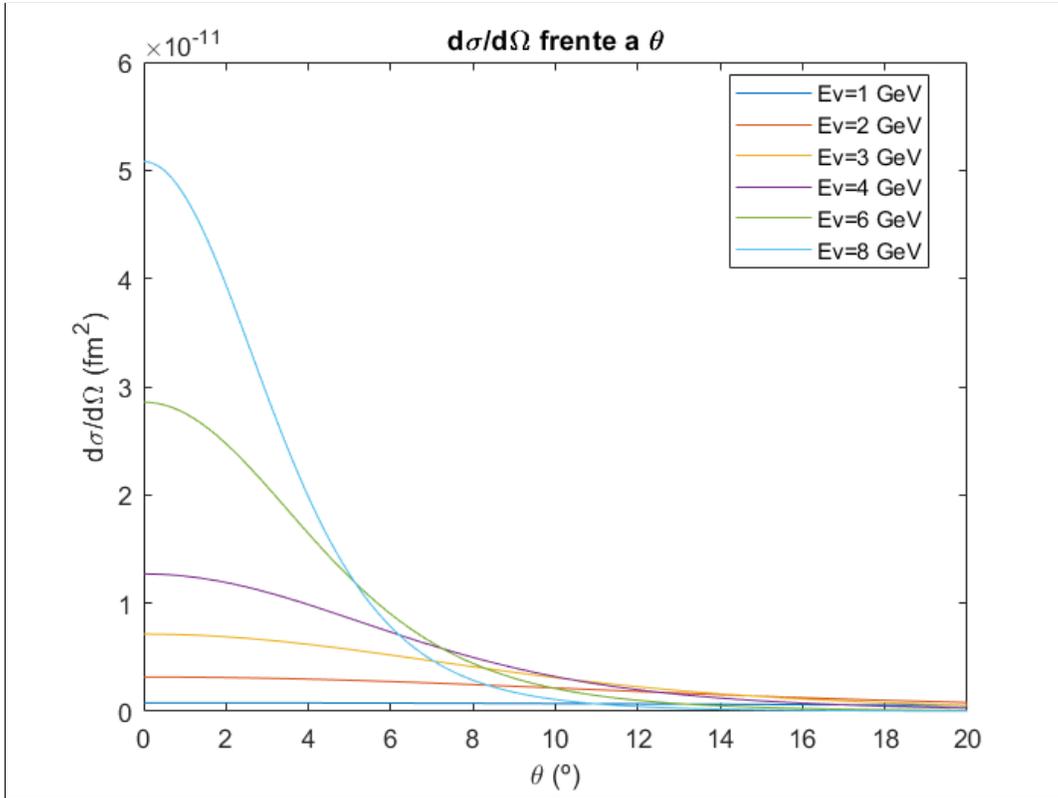


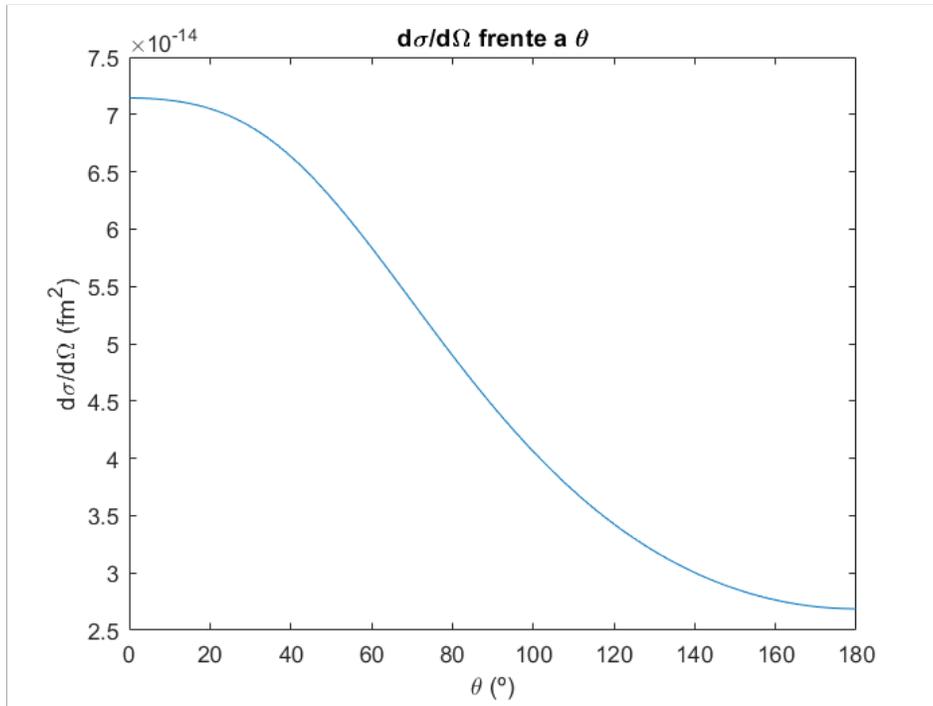
Figura 11: Evolución de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ frente al valor del ángulo de dispersión θ a distintos valores de energía ε_ν .

y como el factor dipolar G_A disminuye conforme aumenta Q^2 , entonces tiene sentido que para el límite ε_ν tendiendo a infinito, el factor de forma axial se anule porque Q^2 tiende a infinito también, implicando que W_3 se hace nulo y así la dispersión con neutrinos sería equivalente al caso de su antipartícula.

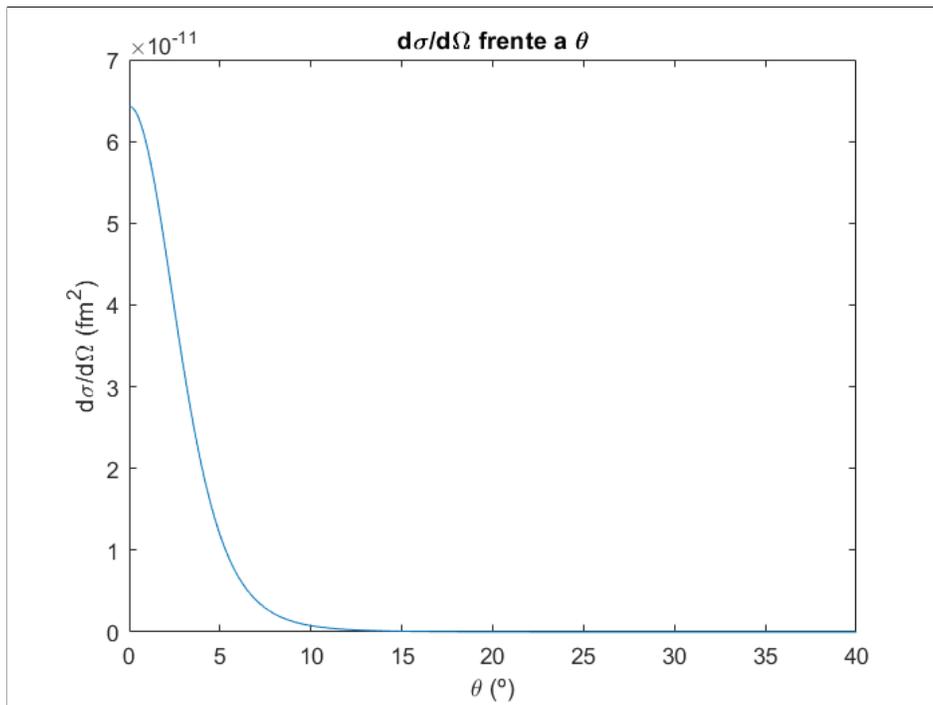
Asimismo, se puede observar en la figura 14 la evolución del diferencial simple respecto a Q^2 . Se aprecia cómo la sección eficaz aumenta conforme el cuadrimomento transferido decrece, pues esto implica valores muy próximos entre sí²³ de $|\vec{q}|^2$ y ω^2 , lo cual está asociado a ángulos de dispersión cercanos a cero. En consecuencia, el resultado es consistente con las gráficas previas en función de θ .

Comparando con el caso del antineutrino en la figura 15, se observa que la asimetría entre procesos crece conforme aumenta el cuadrimomento transferido, de manera que se tiende a la

²³Se recuerda que $Q^2 = -q^2 = -(\omega^2 - |\vec{q}|^2) = |\vec{q}|^2 - \omega^2$.



a) $\varepsilon_\nu = 0.3 \text{ GeV}$.



b) $\varepsilon_\nu = 9 \text{ GeV}$.

Figura 12: Dependencia del diferencial simple de σ en casos extremos de energía de incidencia.

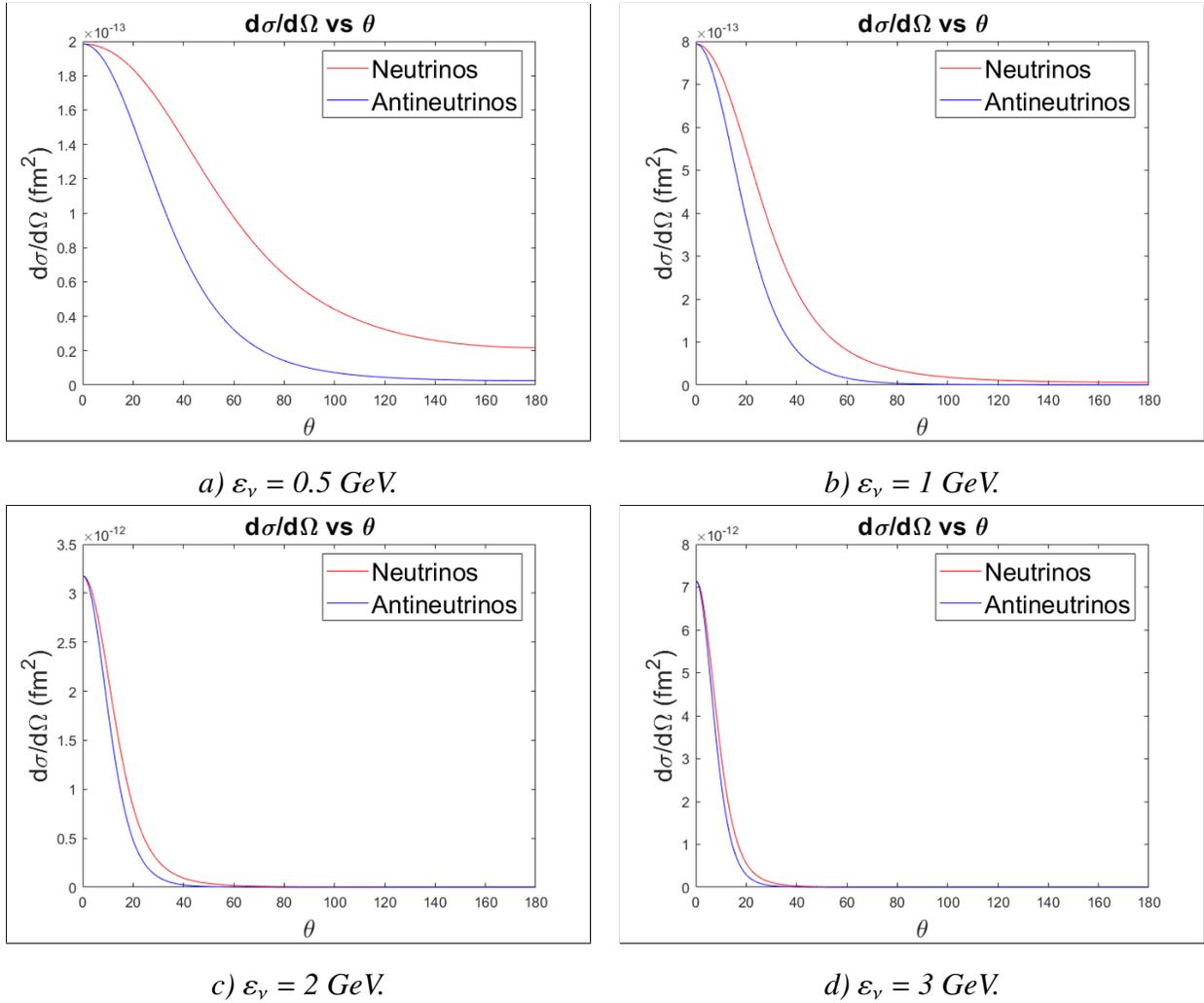


Figura 13: Comparación entre el proceso con neutrinos (curva roja) y con antineutrinos (curva azul) a diferentes energías de incidencia.

simetría completa cuanto menor cuadrimomento que se transfiera del neutrino al leptón. Para un cierto valor de energía incidente, Q^2 cercano a cero implica ángulos de dispersión prácticamente nulos, por lo que el término de asimetría entre ambos procesos es despreciable según la expresión (4.15). En consecuencia, se llegan a las mismas conclusiones analizando tanto para θ como para Q^2 .

Por otra parte, a través de la integral (4.36) se puede estimar la sección eficaz total en función de la energía de incidencia. Por tanto, se puede observar la dependencia que tiene esta magnitud respecto a ε_ν en los dos procesos y así ver su evolución. Para ello, se ha hecho uso de integración

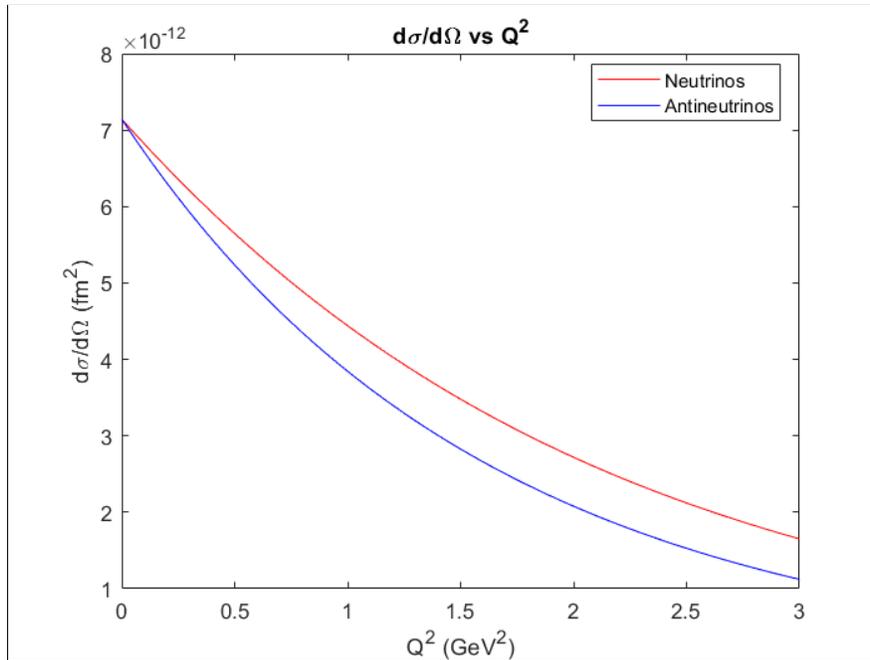


Figura 14: Evolución de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ frente a Q^2 para $\varepsilon_\nu = 1 \text{ GeV}$

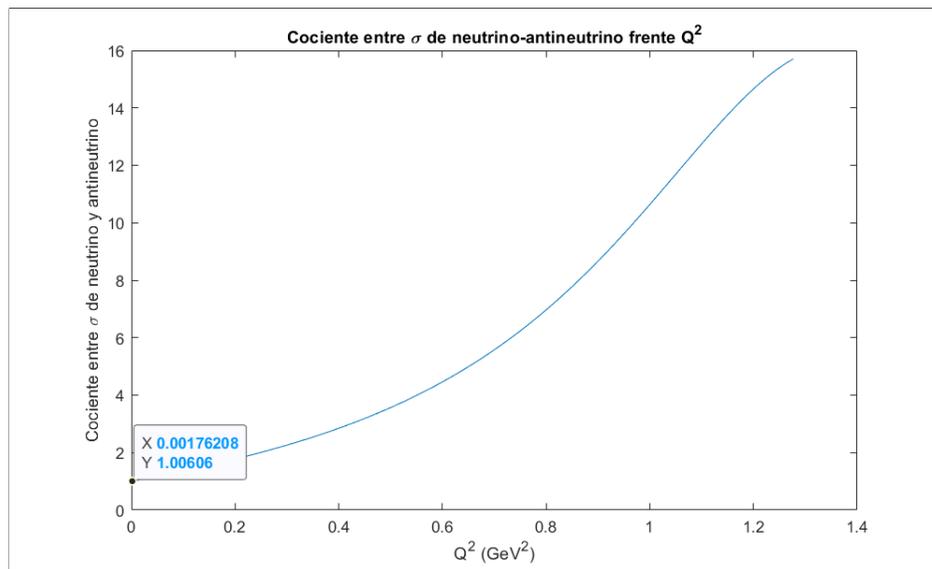


Figura 15: Cociente de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ del caso ν - N frente al caso $\bar{\nu}$ - N respecto al valor de Q^2 para $\varepsilon_\nu = 1 \text{ GeV}$.

numérica respecto a θ ²⁴ empleándose el método del trapezoide mediante la función *trapz* de Matlab.

²⁴En sentido estricto, la expresión (4.36) implica una integración en la variable $\cos\theta$. Sin embargo, por comodidad en el cálculo de la amplitud invariante (4.15), nuestra variable de integración será el ángulo de dispersión al ser equivalente el método:

$$\int_1^{-1} d(\cos\theta)f(\cos\theta) = \int_0^{2\pi} d\theta \sin\theta f(\theta).$$

Es especialmente importante tener una subdivisión de valores de θ muy pequeña entre sí para garantizar precisión en estos cálculos, lo cual se ha observado en la figura 11 que a mayor ε_ν , la curva presentará una pendiente más acusada a ángulos muy pequeños.

El resultado de la sección eficaz total se muestra en la figura 16, viendo que esta magnitud se anula en procesos donde la energía saliente ε_l es menor que la energía en reposo de la partícula saliente m_l^{25} , pues no están permitidos al tener la energía del leptón saliente esta cota mínima (no tiene sentido considerar un muón que tenga una energía menor que en reposo). Además, se observa un máximo en el caso ν -N cuando $\varepsilon_\nu = 1,23$ GeV, mientras que para $\bar{\nu}$ -N crece con la energía de incidencia hasta alcanzar asintóticamente a la curva del neutrino para energías cada vez mayores, donde W_3 va tendiendo a cero.

Asimismo, se aprecia en la figura 17 que el máximo de asimetría en un proceso elástico se da cuando $\varepsilon_\nu = 0,485$ GeV, tendiendo a la simetría para energías muy altas tal y como se comparó en la figura 13.

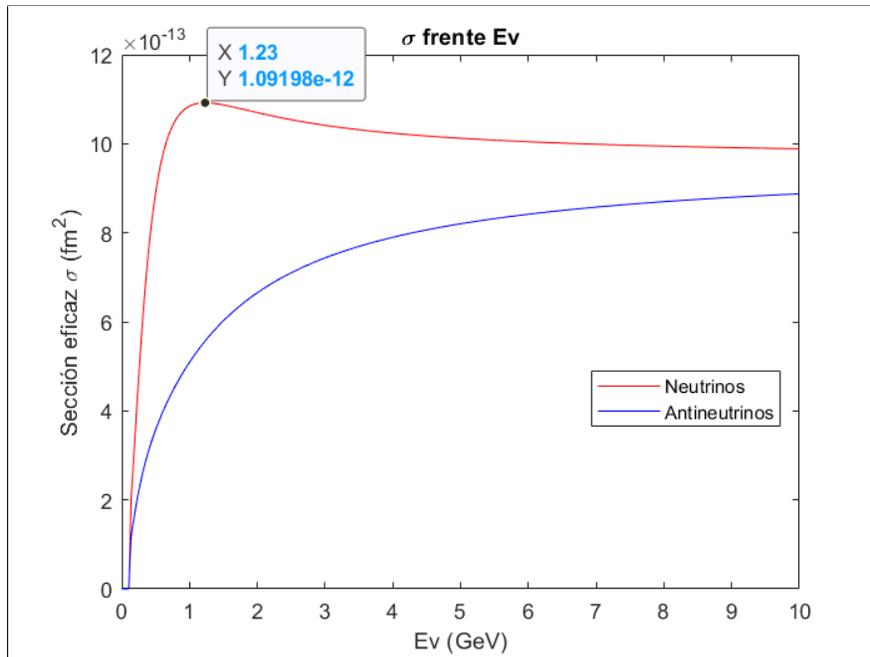


Figura 16: Sección eficaz σ frente energía incidente ε_ν en procesos de dispersión elástica de neutrinos y antineutrinos.

²⁵Se recuerda que en la subsección siguiente se manejan datos experimentales de procesos con neutrinos muónicos, por lo que se particulariza la figura 16 para el caso del muón.

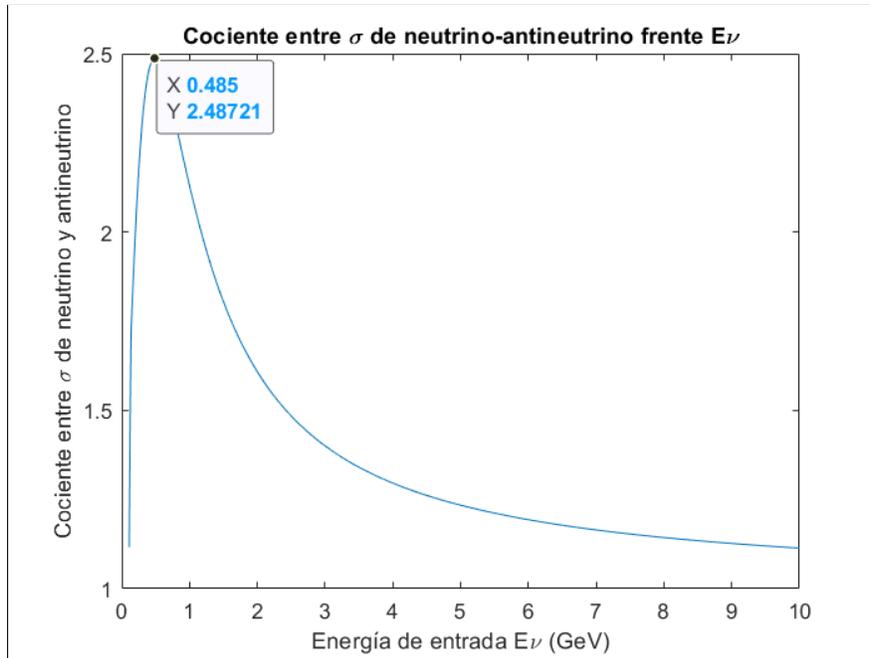


Figura 17: Cociente de la sección eficaz σ entre procesos ν - N y $\bar{\nu}$ - N frente a ε_ν

5.3. Comparación con datos experimentales

En este apartado se van a analizar resultados de estudios experimentales procedentes de dispersión de neutrinos y antineutrinos muónicos con blancos ligeros mediadas por corrientes cargadas cuyas medidas se tomaron en torno a los años 80. Una descripción de estos experimentos se puede ver en el apéndice C, pero principalmente se recopilan las siguientes ideas principales:

- Se han escogido los siguientes estudios: Argonne National Laboratory (ANL) 1973 y 1977, Gargamelle Freon Experiment (GGM) 1977 y 1979 y Brookhaven National Laboratory (BNL) 1981.
- Las medidas experimentales están fundamentalmente relacionadas con el proceso de interacción cuasielástica neutrino-núcleo, donde se arranca uno de los nucleones ligados al núcleo.
- ANL y BNL emplea como blancos nucleares el deuterio, mientras que GGM 1977 usa CF_3H_8 y 1979, C_3H_8 .
- En el modelo teórico estudiado en el capítulo cuatro, no se tienen en cuenta efectos nucleares

diversos que alteran la sección eficaz del proceso, pues solo se ha considerado la estructura interna hadrónica obviando la contribución del núcleo si se emplea para analizar datos de dispersión neutrino-núcleo. Algunos de estos efectos nucleares²⁶ están asociados a la energía de ligadura de los nucleones en el núcleo o a efectos del potencial nuclear sobre partículas en los estados final e inicial (los nucleones no son partículas libres).

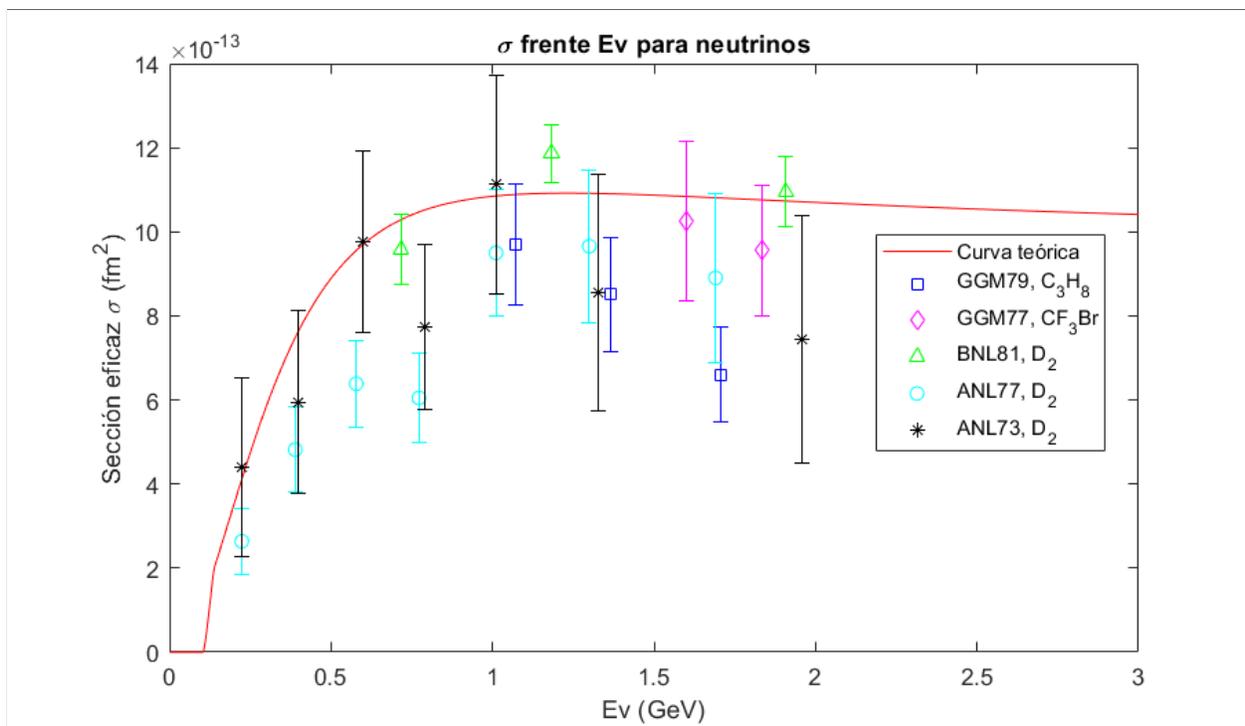


Figura 18: Comparación de datos experimentales de estudios en los años 80 al modelo de dispersión elástica del caso ν_μ -N, donde dichos resultados se han extraído de los artículos [32, 33, 34, 35, 36].

En la figura 18 se comparan datos experimentales con el modelo elástico estudiado de la dispersión ν -N, donde se observan discrepancias relativas a efectos nucleares implícitos en los datos experimentales que los alejan respecto al comportamiento teórico estudiado. Esto se puede ver reflejado en dos detalles:

- Los estudios asociados a la dispersión con deuterio son más coherentes con la curva teórica, mientras que el empleo de núcleos de elementos más pesados (como el carbono) implica una

²⁶Un estudio más detallado tanto de estos efectos como de modelos para un ajuste más preciso a resultados experimentales se puede ver en [31].

disminución de la sección eficaz.

- Los datos experimentales se alejan de la curva teórica conforme ε_ν aumenta, favoreciendo la energía de incidencia los efectos nucleares que nuestro modelo teórico no tiene en cuenta.

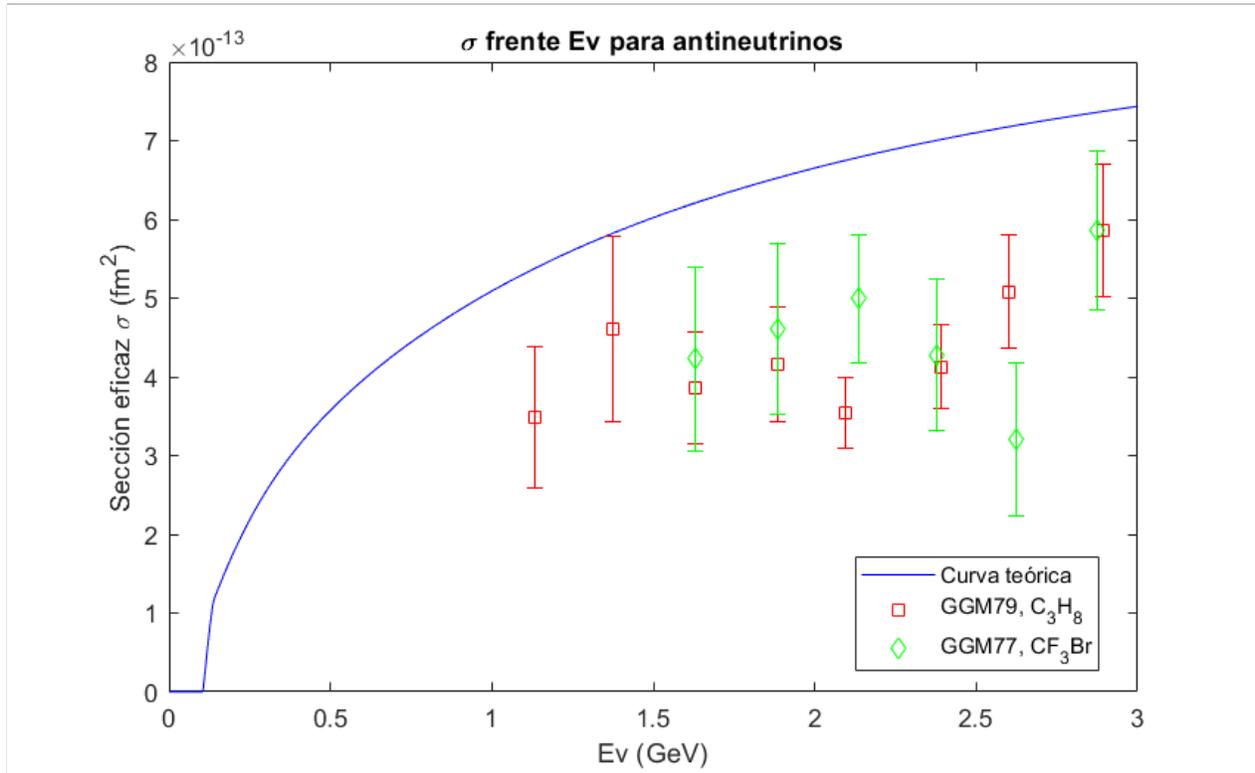


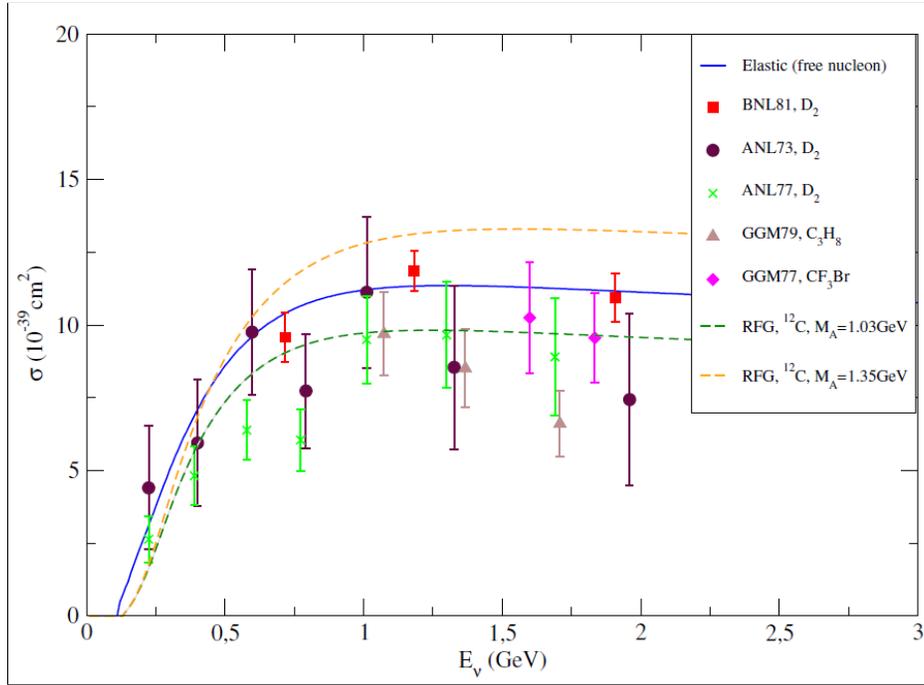
Figura 19: Ajuste de datos experimentales de Gargamelle a un modelo de dispersión elástica del caso $\bar{\nu}_\mu$ -N [35, 36].

Estas mismas observaciones se puede apreciar en la figura 19, representando el caso del anti-neutrino. De hecho, al tratar núcleos más pesados que el deuterio, esos efectos nucleares provocan que no se lleguen a reproducir los datos experimentales con la curva teórica.

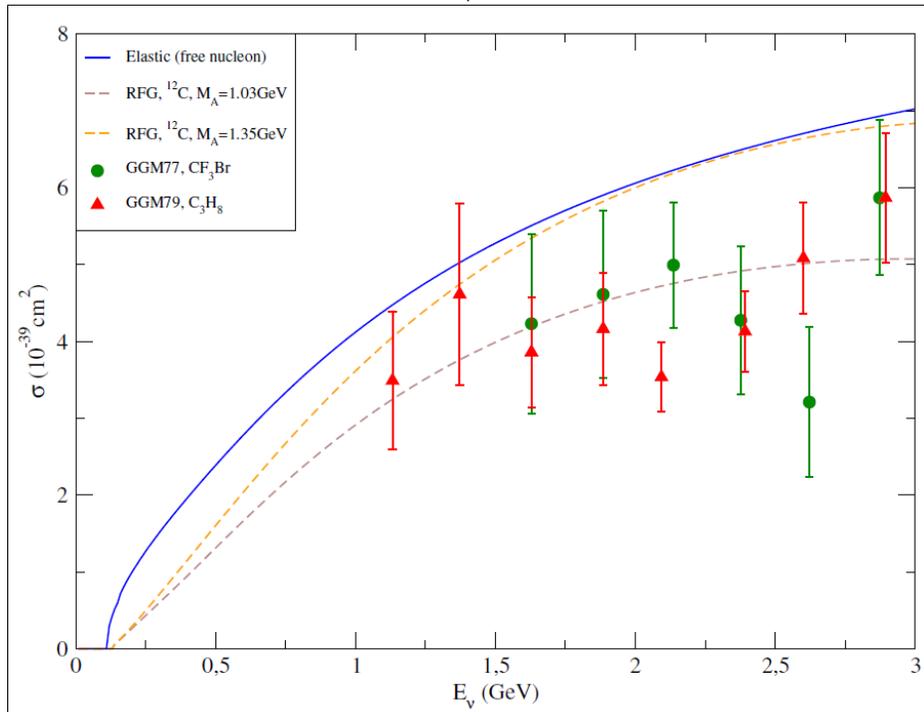
Por lo tanto, se aprecia que el valor de la sección eficaz neutrino-nucleón mediada por corrientes cargadas es coherente con el orden de magnitud de las medidas experimentales, si bien su acuerdo con los datos experimentales empeora conforme se consideran núcleos más pesados que el deuterio, como es de esperar. En consecuencia, supone una buena primera aproximación sirviendo como base para poder desarrollar modelos más precisos que sí tengan en cuenta estos efectos nucleares que disminuyen y modifican la sección eficaz. A continuación, se señalan algunas descripciones

más complejas que podrían mejorar la descripción teórica realizada en este trabajo a distintas cinemáticas:

1. Modelar la estructura nuclear de los átomos objetivos partiendo de un caso simple, como es el Gas de Fermi Relativista. El estudio [25] comprueba cómo este modelo mejora el acuerdo con los datos respecto al caso estudiado de dispersión elástica al añadir la contribución de la ligadura de los nucleones (véase figura 20). Recientemente, se han considerado descripciones más complejas partiendo de esta base añadiendo efectos del potencial nuclear y la estructura de capas en un contexto completamente relativista, obteniéndose resultados mucho más coherentes con los estudios tal y como se detalla muy en profundidad en el Physical Review [37].
2. En procesos de energías de incidencia más altas ($>2-3$ GeV), habría que considerar también otros regímenes nucleares como la emisión de dos o más nucleones, la dispersión profundamente inelástica (que requiere una descripción a nivel de quarks) o el régimen resonante asociado a la producción de piones en el núcleo [38, 37, 25]. En particular, resulta de interés considerar estos casos en estudios centrados en oscilación de neutrinos, tales como T2K, DUNE o HyperK, donde se manejan datos en el rango de centenas de MeV hasta decenas de GeV [39, 40, 41].



a) ν_μ -N.



b) $\bar{\nu}_\mu$ -N.

Figura 20: Gráficas extraídas de [25] donde se aprecia que el modelo Gas de Fermi Relativista en régimen cuasielástico se adapta mejor a los datos experimentales respecto al estudio teórico realizado en este trabajo.

6. Conclusiones

Este trabajo se ha centrado en describir detalladamente el estudio teórico de procesos de dispersión elástica entre neutrinos y nucleones.

Para empezar, se ha desarrollado esta interacción en el formalismo de la mecánica cuántica relativista y la teoría electrodébil para obtener expresiones relativas a la sección eficaz de la interacción débil mediada por corrientes cargadas. Para ello, se ha partido del cálculo de la matriz de colisión S asociado al hamiltoniano de la interacción definiendo las corrientes leptónicas y hadrónicas pertinentes. Con esto hemos podido obtener la matriz de transición W necesaria para el cálculo de la sección eficaz, haciéndose uso de varias aproximaciones relevantes, como la ultrarrelativista. Para introducir el formalismo, se ha analizado previamente un proceso más sencillo como es la dispersión electrón-protón sin estructura interna, para luego pasar al caso neutrino-nucleón que añade mayor complejidad al incluir la parte axial de la corriente débil y donde se ha añadido la descripción de la estructura interna hadrónica relativa a procesos de interacción débiles mediados por corrientes cargadas.

Posteriormente, se han representado gráficamente las expresiones finales de la sección eficaz (4.35) y (4.36), analizando la dependencia de estas magnitudes con la energía de incidencia ε_ν , el módulo cuadrado del cuadrimomento transferido Q^2 y el ángulo del leptón saliente θ .

Asimismo, se han comparado los resultados teóricos con datos experimentales de estudios de dispersión de neutrinos y antineutrinos con blancos ligeros medidos en los años 80 donde se ha concluido que considerar un modelo de interacción elástica neutrino-nucleón es una aproximación que solo resulta válida a bajas energías ε_ν y en núcleos ligeros, concretamente deuterio.

Para una descripción más realista de los datos experimentales tanto en las cinemáticas estudiadas como a energías más altas, sería necesario el uso de otros modelos más sofisticados que describiesen los efectos nucleares así como los distintos canales de reacción (cuasielástica, emisión de varios nucleones, inelástica, etc.) siendo el Gas de Fermi Relativista una primera aproximación

a dicho análisis.

En resumen, este trabajo de fin de grado constituye un estudio detallado de la interacción neutrino-nucleón, así como una introducción al análisis de la dispersión neutrino-núcleo. Estos procesos son de gran importancia desde hace varias décadas para la descripción de la estructura interna de los hadrones y la dinámica nuclear, así como para el estudio de las propiedades de los neutrinos cuya relevancia se ha puesto de manifiesto más recientemente con el descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos, siendo de enorme interés para resolver algunas de las grandes cuestiones de la Cosmología, la Física de Partículas y la Astrofísica.

A. Fundamentos de la mecánica cuántica relativista

A.1. Ecuación de Dirac. Soluciones libres

Todos los desarrollos matemáticos pertinentes a las dispersiones tratadas se realizan bajo el marco de la mecánica cuántica relativista. Dirac, a principios de los años 30 [42], impuso varios requisitos fundamentales para formular su ecuación:

- Se tiene que tratar de una ecuación relativista de primer orden en t , considerando simetría entre las variables espaciales y temporales.
- La norma conservada debe ser definida positiva o, en otras palabras, el operador Hamiltoniano debe ser hermítico para la relación: $i\partial_t\Psi = \hat{H}\Psi$.
- La ecuación en cuestión debe ser manifiestamente covariante, es decir, debe describir el mismo fenómeno físico para cualquier sistema de referencia. Por lo tanto, debe ser invariante ante transformaciones Lorentz.
- Debe ser coherente con la expresión de la energía relativista: $E^2 = M^2 + p^2$.

En consecuencia, se propuso la siguiente expresión:

$$i\partial_t\Psi = (\hat{\alpha}\hat{p} + \beta M)\psi \equiv \hat{H}\Psi, \quad (\text{A.1})$$

donde los coeficientes α y β son matrices 4x4 que deben satisfacer las relaciones de hermiticidad del operador \hat{H} y de energía-momento. De esta manera, se tienen las siguientes relaciones:

$$\{\alpha_i, \alpha_j\} = 2\delta_{ij}\mathbb{1}, \quad (\text{A.2})$$

$$\{\alpha_i, \beta\} = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\alpha_j^2 = \beta^2 = \mathbb{1}. \quad (\text{A.4})$$

Sin embargo, todo esto se puede escribir de una forma más compacta introduciendo las matrices gamma de Dirac y la notación slash en los cuadvectores ($\not{A} = \gamma_\mu A^\mu$):

$$(\not{P} - M)\Psi = 0, \quad (\text{A.5})$$

en la cual las matrices gamma serán explicadas en la subsección siguiente, donde se introduce el álgebra de Clifford.

Una consecuencia importante de (A.5) es que se puede deducir la cuatricorrente asociada a las partículas de Dirac, la cual se emplea en el desarrollo de la expresión de la matriz de colisión S:

$$J^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi, \quad (\text{A.6})$$

tal que $\bar{\Psi}$ es la función de onda adjunta de Dirac, definida como:

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0. \quad (\text{A.7})$$

Respecto a las soluciones de la ecuación, se diferencian entre las asociadas a energía positiva + y energía negativa -:

$$\Psi^+(X^\mu) = \sqrt{\frac{M}{EV}}u(p, s)e^{-iP_\mu X^\mu}, \quad (\text{A.8})$$

$$\Psi^-(X^\mu) = \sqrt{\frac{M}{EV}}v(p, s)e^{iP_\mu X^\mu}, \quad (\text{A.9})$$

siendo $u(p, s)$ y $v(p, s)$ los espinores de Dirac que corresponden a energías positivas y negativas respectivamente con cuadrimento $P^\mu = (E, p)$ y cuadriespín $S^\mu = (s_0, s)$, empleándose la notación $\vec{a} \equiv a$. Las soluciones de energía negativa se relacionan directamente con las antipartículas. Los espinores cumplen:

$$(\not{P} - M)u(p, s) = 0, \quad (\text{A.10})$$

$$(\not{P} + M)v(p, s) = 0. \quad (\text{A.11})$$

Obteniéndose:

$$u(p, s) = \sqrt{\frac{E+M}{2M}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\sigma p}{E+M} \chi_s \end{pmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

$$v(p, s) = \sqrt{\frac{E+M}{2M}} \begin{pmatrix} \frac{\sigma p}{E+M} \chi_s \\ \chi_s \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

donde $\chi_s = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en caso de proyección de espín positiva o $\xi_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ si la proyección es negativa. Se aprecia que los espinores dependen del estado del espín, por lo tanto se introduce otra expresión útil:

$$\sum_{\pm s} u_\alpha(p, s) \bar{u}_\beta(p, s) = \left(\frac{\not{P} + M}{2M} \right) \Big|_{\alpha\beta}. \quad (\text{A.14})$$

Esto último se demuestra a partir de la relación de normalización:

$$\bar{u}_\alpha(p_\alpha, s_\alpha) u_\beta(p_\beta, s_\beta) = \delta_{\alpha\beta}. \quad (\text{A.15})$$

A.2. Álgebra de Clifford

A.2.1. Matrices del espacio de Dirac

En el apartado anterior se introdujeron las matrices gamma γ^μ en el contexto de ecuación de Dirac. Estas se definen como:

$$\gamma^0 \equiv \beta; \quad \gamma^i \equiv \beta\alpha_i, \quad i=1,2,3. \quad (\text{A.16})$$

Las matrices gamma son matrices 4x4 en el espacio de Dirac. Sin embargo, existen más matrices que en su conjunto conforman el espacio entero, el cual viene dado por el álgebra de Clifford:

$$\begin{aligned}\Gamma^S &= \mathbb{1}; && \text{Escalar (1),} \\ \Gamma_\mu^V &= \gamma_\mu; && \text{Vector (4),} \\ \Gamma_T^{\mu\nu} &= \sigma^{\nu\mu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]; && \text{Tensor (6),} \\ \Gamma^P &= \gamma_5 = \gamma^5; && \text{Pseudoescalar (1),} \\ \Gamma_\mu^A &= \gamma_5 \gamma_\mu; && \text{Pseudovector o Axial (4),}\end{aligned}$$

donde el número después del término indica el número de matrices de ese tipo que conforma el espacio de Dirac. Estos elementos son especialmente útiles en la definición de covariantes bilineales, es decir, cuando se opera con $\bar{\Psi}\Gamma\Psi$. Al aplicar una transformación Lorentz impropia al elemento anterior, solo los términos pseudoescalar y pseudovector cambian de signo por el determinante ($\det(\Lambda) = -1$). Además, son útiles para la descripción de las corrientes leptónicas y hadrónicas en la interacción neutrino-nucleón.

Análogamente, se define el pseudoescalar γ^5 :

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3. \quad (\text{A.17})$$

Por último, las relaciones que se establecen entre las matrices gamma son las siguientes:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\nu\mu}\mathbb{1}, \quad (\text{A.18})$$

$$(\gamma^i)^{-1} = (\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i, \quad (\gamma^0)^{-1} = (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\text{A.19})$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0, \quad [\gamma_5, \sigma_{\nu\mu}] = 0. \quad (\text{A.20})$$

A.2.2. Teorema de trazas

Las matrices del espacio de Dirac en general cumplen una serie de relaciones en el cálculo de sus trazas. Esto es lo que se conoce como Teorema de Trazas, una herramienta muy práctica que en la sección siguiente ahorrará bastantes pasos en el proceso [43]:

$$Tr F = 0, \quad (A.21)$$

$$Tr \mathbb{1} = 4, \quad (A.22)$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \quad (A.23)$$

$$Tr(\not{a}\not{b}) = 4ab, \quad (A.24)$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\beta) = 4(g^{\nu\mu} g^{\alpha\beta} - g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha}), \quad (A.25)$$

$$Tr(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4[(ab)(cd) - (ac)(bd) + (ad)(bc)], \quad (A.26)$$

$$Tr(\gamma^5) = 0, \quad (A.27)$$

$$Tr(\gamma^5 \not{a}\not{b}) = 0, \quad (A.28)$$

$$Tr(\gamma^5 \not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} a_\mu b_\nu c_\alpha d_\beta, \quad (A.29)$$

donde F define un producto impar de matrices gamma en A.21 y además se cumple que:

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} = -2(\delta_\lambda^\alpha \delta_\sigma^\beta - \delta_\sigma^\alpha \delta_\lambda^\beta). \quad (A.30)$$

B. Cálculo de la amplitud invariante $|M_{fi}|^2$

B.1. Tratamiento

En este apartado se expondrán las ideas básicas para expresar $|M_{fi}|^2$ en función de trazas para aplicar todo lo comentado en el apéndice A.2.2. La idea clave consiste en que ante una expresión como (3.10) y (4.15), hay que sumar sobre todos los estados finales del espín y promediarlos sobre los iniciales, siempre que no consideremos polarización en el proceso [21]. Para ello, partimos de una expresión genérica de la forma:

$$|M_{fi}|^2 = \sum_{s_i, s_f, S_i, S_f} |(\bar{u}_f \Gamma^\alpha u_i)(\bar{U}_f \Gamma_\beta U_i)|^2, \quad (\text{B.1})$$

siendo Γ^α y Γ_β expresiones genéricas distintas dependiente de matrices de Dirac que están asociadas a la corriente leptónica y hadrónica respectivamente. Se sabe que el módulo al cuadrado es multiplicar esa expresión por su complejo conjugado. El resto es cuestión de aplicar (A.14), tal que:

$$\begin{aligned} |M_{fi}|^2 &= \sum_{s_i, s_f, S_i, S_f} [(\bar{u}_f \Gamma^\alpha u_i)(\bar{U}_f \Gamma_\beta U_i)(u_f \bar{\Gamma}^\alpha \bar{u}_i)(U_f \bar{\Gamma}_\beta \bar{U}_i)] = \\ &= \left(\sum_{s_f} \bar{u}_f \Gamma^\alpha u_f \bar{\Gamma}^\alpha \left(\sum_{s_i} u_i \bar{u}_i \right) \right) \left(\sum_{S_f} \bar{U}_f \Gamma_\beta U_f \bar{\Gamma}_\beta \left(\sum_{S_i} U_i \bar{U}_i \right) \right) = \\ &= \left(\sum_{s_f} (\bar{u}_f u_f)_{\lambda_1 \lambda_2} \left(\Gamma^\alpha \frac{\not{p}_i + m_i}{2m_i} \bar{\Gamma}^\alpha \right)_{\lambda_1 \lambda_2} \right) \left(\sum_{S_f} (\bar{U}_f U_f)_{\lambda_3 \lambda_4} \left(\Gamma_\beta \frac{\not{P}_i + M_i}{2M_i} \bar{\Gamma}_\beta \right)_{\lambda_3 \lambda_4} \right) = \\ &= \text{Tr} \left[\frac{\not{p}_f + m_f}{2m_f} \Gamma^\alpha \frac{\not{p}_i + m_i}{2m_i} \bar{\Gamma}^\alpha \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{P}_f + M_f}{2M_f} \Gamma_\beta \frac{\not{P}_i + M_i}{2M_i} \bar{\Gamma}_\beta \right], \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

donde los subíndices λ_i hacen referencia al estado de espín de una partícula, de manera que al tener que coincidir los estados para dar lugar a un resultado no nulo, es equivalente tomar la traza de las expresiones resultantes al solo ser no nulos los elementos diagonales. En consecuencia, se particularizará para cada dispersión y se desarrollará cada proceso estudiado en detalle.

B.2. Dispersión electrón-nucleón sin estructura interna

Partiendo de la expresión (3.10) y usando (B.2), se obtiene tras varias manipulaciones algebraicas:

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(4\pi)^2}{(q^2)^2} \frac{e^2 e_p^2}{64m^2 M^2} \text{Tr}[(\not{p}_f + m)\gamma_\mu(\not{p}_i + m)\gamma_\nu] \text{Tr}[(\not{P}_f + M)\gamma^\mu(\not{P}_i + M)\gamma^\nu] \equiv \frac{(4\pi e e_p)^2}{(q^2)^2 m^2 M^2} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}, \quad (\text{B.3})$$

con $L_{\mu\nu}$ definiéndose como el tensor leptónico y $H^{\mu\nu}$, el tensor hadrónico:

$$L_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{8} \text{Tr}[(\not{p}_f + m)\gamma_\mu(\not{p}_i + m)\gamma_\nu], \quad (\text{B.4})$$

$$H^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{8} \text{Tr}[(\not{P}_f + M)\gamma^\mu(\not{P}_i + M)\gamma^\nu]. \quad (\text{B.5})$$

Con calcular uno de ellos usando los teoremas de trazas, el otro es cuestión de cambiar la notación:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{8} \text{Tr}[\not{p}_f \gamma_\mu \not{p}_i \gamma_\nu + m^2 \gamma_\mu \gamma_\nu] = \frac{1}{8} (\text{Tr}[\not{p}_f \gamma_\mu \not{p}_i \gamma_\nu] + m^2 \text{Tr}[\gamma_\mu \gamma_\nu]) = \\ &= \frac{1}{2} [p_\mu^f p_\nu^i - p_f p_i g_{\mu\nu} + p_\nu^f p_\mu^i + m^2 g_{\alpha\beta}]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Análogamente:

$$H^{\mu\nu} = \frac{1}{2} [P_f^\mu P_i^\nu - P_f P_i g^{\mu\nu} + P_f^\nu P_i^\mu + M^2 g^{\alpha\beta}]. \quad (\text{B.7})$$

En consecuencia, realizamos la contracción correspondiente:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} &= \frac{1}{4} [p_\mu^f p_\nu^i + p_\nu^f p_\mu^i + g_{\mu\nu} (m^2 - p_i \cdot p_f)] [P_f^\mu P_i^\nu + P_f^\nu P_i^\mu + g^{\mu\nu} (M^2 - P_f \cdot P_i)] = \\ &= \frac{1}{2} [(p_f \cdot P_f)(p_i \cdot P_i) + (p_f \cdot P_i)(p_i \cdot P_f) - (P_f \cdot P_i)(p_i \cdot p_f) + 2m^2 M^2 - m^2 (P_f \cdot P_i) - M^2 (p_f \cdot p_i)] = \\ &= \frac{M}{2} ((p_f \cdot P_f)(p_i \cdot P_i) + (p_f \cdot P_i)(p_i \cdot P_f) - M^2 (p_f \cdot p_i) - m^2 (P_f \cdot P_i) + 2m^2 M^2) = \\ &= \frac{1}{2} (2M^2 \varepsilon_f \varepsilon_i - (p_f \cdot p_i)(M^2 + M(\varepsilon_f - \varepsilon_i)) + m^2 M^2), \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

donde se ha tenido en cuenta que el neutrón está inicialmente en reposo y se han desarrollado los productos escalares de los cuadvectores que aparecen en esta última expresión.

B.3. Dispersión neutrino-nucleón con estructura interna

Sea la expresión que define para este caso $|M_{fi}|^2$ (4.15), se tiene que:

$$\Gamma^\beta = F_1^V \gamma^\beta + i \frac{F_2^V}{2M} \sigma^{\beta\lambda} q_\lambda + G_A \gamma^\beta \gamma^5 + \frac{G_P}{2M} q^\beta \gamma^5, \quad (\text{B.9})$$

donde en este caso, la corriente hadrónica débil se compone de una parte vector y otra axial. La parte vector de la estructura interna está asociado a los factores de forma F_1^V y F_2^{V27} , mientras que la parte axial se corresponden con los factores de forma G_A y G_P . Siguiendo un desarrollo análogo al caso anterior respecto a la amplitud invariante, resulta:

$$|M_{fi}|^2 = \frac{1}{64m_l m_\nu M^2} \text{Tr}[(\not{p}_l + m_l) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) (\not{p}_\nu + m_\nu) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5)] \text{Tr}[(\not{P}_p + M) \Gamma^\beta (\not{P}_n + M) \bar{\Gamma}^\beta] \equiv \frac{1}{M^2 m_\nu m_l} L_{\alpha\beta} H^{\alpha\beta}, \quad (\text{B.10})$$

siendo ahora las expresiones del tensor leptónico y hadrónico respectivamente:

$$L_{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{8} \text{Tr}[(\not{p}_l + m_l) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) (\not{p}_\nu + m_\nu) \gamma_\beta (1 - \gamma_5)], \quad (\text{B.11})$$

$$H^{\alpha\beta} = \frac{1}{8} \text{Tr}[(\not{P}_p + M) \Gamma^\beta (\not{P}_n + M) \bar{\Gamma}^\beta]. \quad (\text{B.12})$$

A continuación, se procede a calcular el tensor leptónico y hadrónico de manera separada.

B.3.1. Tensor leptónico $L_{\alpha\beta}$

Desarrollaremos ahora el cálculo del tensor leptónico haciendo uso de (A.21), que indica que la traza del producto de un número impar de matrices gamma da lugar a un resultado nulo. Aplicando linealidad se puede expresar (B.11) como la suma de dos trazas, tal que:

$$L_{\alpha\beta} = \frac{1}{8} \{ \text{Tr}[\not{p}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \not{p}_\nu \gamma_\beta (1 - \gamma_5)] + m_l m_\nu \text{Tr}[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \gamma_\beta (1 - \gamma_5)] \}, \quad (\text{B.13})$$

²⁷En el capítulo cinco se expresan siguiendo la parametrización dipolar de Galster, de manera que empleando los factores de forma electromagnético de Sachs, se podrán expresar estos factores de forma débiles. Análogamente para la parte axial, se puede expresar G_A siguiendo una parametrización dipolar y G_P , mediante la relación Goldberger-Treiman.

con:

$$\begin{aligned}
Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \not{p}_\nu \gamma_\beta (1 - \gamma_5)] &= Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha \not{p}_\nu \gamma_5] - Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha \gamma_5 \not{p}_\nu \gamma_\beta] - Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha \not{p}_\nu \gamma_\beta \gamma_5] + Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha \not{p}_\nu \gamma_\beta] = \\
&= 2(Tr[\not{p}_l \gamma_\alpha \not{p}_\nu \gamma_\beta] - Tr[\gamma_5 \not{p}_l \gamma_\alpha \not{p}_\nu \gamma_\beta]) = \\
&= 8(p_\alpha^l p_\beta^\nu + p_\beta^l p_\alpha^\nu - p_l p_\nu g_{\alpha\beta} + i\epsilon_{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} p_l^{\lambda_1} p_\nu^{\lambda_2}), \tag{B.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Tr[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \gamma_\beta (1 - \gamma_5)] &= Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta] - Tr[\gamma_\alpha \gamma_5 \gamma_\beta] - Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_5] + Tr[\gamma_\alpha \gamma_5 \gamma_\beta \gamma_5] = \\
&= Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta] + Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_5] - [Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_5] - Tr[\gamma_\alpha \gamma_\beta]] = 0. \tag{B.15}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, al anularse este último término, resulta finalmente:

$$L_{\alpha\beta} = p_\alpha^l p_\beta^\nu + p_\beta^l p_\alpha^\nu - p_l p_\nu g_{\alpha\beta} + i\epsilon_{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} p_l^{\lambda_1} p_\nu^{\lambda_2}, \tag{B.16}$$

donde la parte real es simétrica y la parte imaginaria, antisimétrica por el tensor de Levi-Civita²⁸.

B.3.2. Tensor hadrónico $H^{\alpha\beta}$

El cálculo del tensor hadrónico supone una mayor complejidad tanto por la estructura de la corriente hadrónica débil como de la definición de Γ^β en función de los factores de formas (4.11). En consecuencia, se mostrarán resultados directos al emplearse teorema de trazas o propiedades de conmutación entre matrices gamma. Por lo tanto, sea el tensor hadrónico:

$$H^{\alpha\beta} = \frac{1}{8} Tr[(\not{P}_p + M) \Gamma^\beta (\not{P}_n + M) \bar{\Gamma}^\beta], \tag{B.17}$$

por linealidad se puede expresar como la suma de tres contribuciones:

$$H^{\alpha\beta} = \frac{1}{8} (H_V^{\alpha\beta} + H_A^{\alpha\beta} + H_{VA}^{\alpha\beta}), \tag{B.18}$$

²⁸Esto hace referencia a que si se cambia el orden de los subíndices α y β , entonces o bien se quedan invariantes (simétrico) o bien cambia de signo (antisimétrico), que justo esto último lo cumple el tensor de Levi-Civita.

donde el primero engloba términos asociados a la parte vector de la estructura hadrónica, el segundo la parte axial y el último, interrelaciona ambas partes. Calculamos cada componente de manera separada.

Parte vectorial

Este término abarca lo siguiente:

$$\begin{aligned}
H_V^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathbf{P}_p + M)(F_1^V \gamma^\alpha + i \frac{F_2^V}{2M} \sigma^{\alpha\lambda} q_\lambda)(\mathbf{P}_n + M)(F_1^V \gamma^\beta - i \frac{F_2^V}{2M} \sigma^{\beta\lambda} q_\lambda)] = \\
&= \mathcal{C}_{V1}^{\alpha\beta} (F_1^V)^2 + \mathcal{C}_{V2}^{\alpha\beta} \frac{(F_2^V)^2}{4M^2} + \frac{\mathcal{C}_{V12}^{\alpha\beta}}{2M} F_1^V F_2^V.
\end{aligned} \tag{B.19}$$

Desarrollamos cada coeficiente de manera separada:

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{V1}^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathbf{P}_p + M)\gamma^\alpha(\mathbf{P}_n + M)\gamma^\beta] = Tr[\mathbf{P}_p \gamma^\alpha \mathbf{P}_n \gamma^\beta] + M^2 Tr[\gamma^\alpha \gamma^\beta] = \\
&= 4[P_p^\alpha P_n^\beta + P_p^\beta P_n^\alpha + g^{\alpha\beta}(M^2 - P_p \cdot P_n)] = 4[q^\alpha P_n^\beta + q^\beta P_n^\alpha + 2P_n^\alpha P_n^\beta - \frac{Q^2}{2} g^{\alpha\beta}],
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{V2}^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathbf{P}_p + M)\sigma^{\alpha\lambda_1} q_{\lambda_1}(\mathbf{P}_n + M)\sigma^{\beta\lambda_2} q_{\lambda_2}] = Tr[\mathbf{P}_p \sigma^{\alpha\lambda_1} q_{\lambda_1} \mathbf{P}_n \sigma^{\beta\lambda_2} q_{\lambda_2}] + M^2 Tr[\sigma^{\alpha\lambda_1} q_{\lambda_1} \sigma^{\beta\lambda_2} q_{\lambda_2}] = \\
&= -4[P_p^\alpha (P_n^\beta q^2 - q^\beta P_n \cdot q) + P_p \cdot q (P_n \cdot q g^{\alpha\beta} - q^\alpha P_n^\beta) + P_p \cdot P_n (q^\alpha q^\beta - q^2 g^{\alpha\beta}) + \\
&\quad + P_p^\beta (P_n^\alpha q^2 - q^\alpha P_n \cdot q) + P_p \cdot q (P_n \cdot q^2 g^{\alpha\beta} - P_n^\alpha q^\beta) + M^2 (q^\alpha q^\beta - q^2 g^{\alpha\beta})] = \\
&= -4[2M^2 Q^2 g^{\alpha\beta} - 2P_n^\alpha P_n^\beta Q^2 + q^\alpha q^\beta (2M^2 - \frac{Q^2}{2}) - Q^2 (P_n^\alpha q^\beta + q^\alpha P_n^\beta)],
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{V12}^{\alpha\beta} &= -i Tr[(\mathbf{P}_p + M)\gamma^\alpha(\mathbf{P}_n + M)\sigma^{\beta\lambda} q_\lambda] + i Tr[(\mathbf{P}_p + M)\sigma^{\alpha\lambda} q_\lambda(\mathbf{P}_n + M)\gamma^\beta] = \\
&= 4M(P_n q^\alpha - P_n \cdot q g^{\alpha\beta} + P_p \cdot q g^{\alpha\beta} - P_p^\beta q^\alpha - P_p^\alpha q^\beta + P_p \cdot q g^{\alpha\beta} + P_n \cdot q g^{\alpha\beta} - P_n^\alpha q^\beta) = \\
&= -8M(Q^2 g^{\alpha\beta} + q^\alpha q^\beta).
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Con el fin de obtener una expresión más compacta de estos coeficientes, se ha empleado la definición de Q^2 y de las relaciones que se deducen a partir de la conservación de energía y momento

asociados a la delta de Dirac en la ecuación (4.12):

$$q = P_p - P_n \longrightarrow P_p = q + P_n, \quad (\text{B.23})$$

$$P_p \cdot P_n = \frac{Q^2}{2} + M^2, \quad (\text{B.24})$$

$$P_p \cdot q = -\frac{Q^2}{2}. \quad (\text{B.25})$$

Consideraremos estas relaciones de ahora en adelante para el resto del desarrollo matemático.

Parte axial

Sea la parte axial definida como:

$$\begin{aligned} H_A^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathcal{P}_p + M)(G_A \gamma^\alpha \gamma^5 + \frac{G_P}{2M} q^\alpha \gamma^5)(\mathcal{P}_n + M)(G_A \gamma^\beta \gamma^5 + \frac{G_P}{2M} q^\beta \gamma^5)] = \\ &= \mathcal{C}_{A1}^{\alpha\beta} G_A^2 + \mathcal{C}_{A2}^{\alpha\beta} \frac{G_P^2}{4M^2} + \mathcal{C}_{A12}^{\alpha\beta} \frac{G_P G_A}{2M}, \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{A1}^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathcal{P}_p + M) \gamma^\alpha \gamma^5 (\mathcal{P}_n + M) \gamma^\beta \gamma^5] = \\ &= 4(P_p^\alpha P_n^\beta - P_p \cdot P_n g^{\alpha\beta} + P_p^\beta P_n^\alpha - M^2 g^{\alpha\beta}) = 4[2P_n^\alpha P_n^\beta + (q^\alpha P_n^\beta + P_n^\alpha q^\beta) - g^{\alpha\beta}(2M^2 - \frac{Q^2}{2})], \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$\mathcal{C}_{A2}^{\alpha\beta} = Tr[(\mathcal{P}_p + M) q^\alpha \gamma^5 (\mathcal{P}_n + M) q^\beta \gamma^5] = 4q^\alpha q^\beta (M^2 - P_p \cdot P_n) = 2Q^2 q^\alpha q^\beta, \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{A12}^{\alpha\beta} &= Tr[(\mathcal{P}_p + M) G_A \gamma^\alpha \gamma^5 (\mathcal{P}_n + M) \frac{G_P}{2M} q^\beta \gamma^5] + Tr[(\mathcal{P}_p + M) \frac{G_P}{2M} q^\alpha \gamma^5 (\mathcal{P}_n + M) G_A \gamma^\beta \gamma^5] = \\ &= 4M(-P_n^\alpha q^\beta + P_p^\alpha q^\beta + q^\alpha P_p^\beta - q^\alpha P_n^\beta) = 8M q^\alpha q^\beta. \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Parte vector-axial

Por último, este término engloba la mezcla entre la parte vector y la axial, por lo que son más términos a calcular que en los casos anteriores:

$$H_{AV}^{\alpha\beta} = \mathcal{C}_{V1A1}^{\alpha\beta} F_1^V G_A + \mathcal{C}_{V1A2}^{\alpha\beta} \frac{F_1^V G_P}{2M} + \mathcal{C}_{V2A1}^{\alpha\beta} \frac{F_2^V G_A}{2M} + i\mathcal{C}_{V2A2}^{\alpha\beta} \frac{F_2^V G_P}{4M^2}. \quad (\text{B.30})$$

Calculando cada uno por separado, se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{V1A1}^{\alpha\beta} &= Tr[(\not{P}_p + M)\gamma^\alpha(\not{P}_n + M)\gamma^\beta\gamma^5] + Tr[(\not{P}_p + M)\gamma^\alpha\gamma^5(\not{P}_n + M)\gamma^\beta] = \\ &= 4i(\epsilon^{\lambda_1\alpha\lambda_2\beta} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n + \epsilon^{\lambda_1\alpha\lambda_2\beta} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n) = 8i\epsilon^{\lambda_1\alpha\lambda_2\beta} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n, \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

$$\mathcal{C}_{V1A2}^{\alpha\beta} = Tr[(\not{P}_p + M)\gamma^\alpha(\not{P}_n + M)q^\beta\gamma^5] + Tr[(\not{P}_p + M)q^\alpha\gamma^5(\not{P}_n + M)\gamma^\beta] = 0, \quad (\text{B.32})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{V2A1}^{\alpha\beta} &= iTr[(\not{P}_p + M)\sigma^{\beta\lambda}q_\lambda(\not{P}_n + M)\gamma^\beta\gamma^5] - iTr[(\not{P}_p + M)\gamma^\alpha\gamma^5(\not{P}_n + M)\sigma^{\beta\lambda}q_\lambda] = \\ &= -8Mi[\epsilon^{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} P_{\lambda_1}^p q_{\lambda_2} + \epsilon^{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} P_{\lambda_1}^n q_{\lambda_2}] = -16Mi\epsilon^{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n, \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{V2A2}^{\alpha\beta} &= Tr[(\not{P}_p + M)\sigma^{\alpha\lambda}q_\lambda(\not{P}_n + M)q^\beta\gamma^5] - Tr[(\not{P}_p + M)q^\alpha\gamma^5(\not{P}_n + M)\sigma^{\beta\lambda}q_\lambda] = \\ &= \frac{i}{2}q_\lambda q^\beta Tr[\not{P}_p[\gamma^\alpha, \gamma^\lambda]\not{P}_n\gamma^5] - \frac{i}{2}q^\alpha q_\lambda Tr[\not{P}_p[\gamma^\alpha, \gamma^\lambda]\not{P}_n\gamma^5] = \\ &= 4(\epsilon^{\lambda_1\lambda_2\beta\lambda} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n q^\alpha q_\lambda - \epsilon^{\lambda_1\lambda_2\alpha\lambda} P_{\lambda_1}^p P_{\lambda_2}^n q^\beta q_\lambda). \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

La contribución de $\mathcal{C}_{V1A2}^{\alpha\beta}$ es nula debido a que en las trazas o bien no hay un número par de matrices gamma vector (A.21) o bien no se trata del producto de cuatro matrices gamma por un pseudoescalar (γ^5) (A.29).

Expresión final

Si se suman todos los términos calculados, entonces la expresión resultante para el tensor hadrónico es:

$$H^{\alpha\beta} = -W_1 g^{\alpha\beta} + W_2 \frac{P_n^\alpha P_n^\beta}{M^2} + iW_3 \frac{\epsilon^{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2} P_{\lambda_1}^n q_{\lambda_2}}{2M^2} + W_4 \frac{q^\alpha q^\beta}{M^2} + W_5 \frac{P_n^\alpha q^\beta + q^\alpha P_n^\beta}{2M^2}. \quad (\text{B.35})$$

Donde estas funciones W_i se definen como:

$$W_1 = \frac{Q^2}{4M^2} [(F_1^V + F_1^V)^2 + G_A^2] + G_A^2, \quad (\text{B.36})$$

$$W_2 = (F_1^V)^2 + \frac{Q^2}{4M^2} (F_2^V)^2 + (G_A)^2, \quad (\text{B.37})$$

$$W_3 = 2G_A(F_1^V + F_2^V), \quad (\text{B.38})$$

$$W_4 = \frac{(F_2^V)^2}{(4M)^2} (Q^2 - 4M^2) - G_A G_P + \frac{Q^2}{(4M)^2} (G_P)^2, \quad (\text{B.39})$$

$$W_5 = W_2. \quad (\text{B.40})$$

Al igual que en el caso del tensor leptónico, la parte real de (B.35) es simétrica mientras que la parte imaginaria es antisimétrica debido al tensor Levi-Civita.

B.3.3. Contracción de tensores

Para la contracción de los tensores hadrónico y leptónico, hay que tener en cuenta el producto de las partes simétricas y antisimétricas, es decir, el producto cruzado simétrico-antisimétrico dará lugar a contribución nula mientras que los productos simétrico-simétrico y antisimétrico-antisimétrico-

co serán no nulos. Empezando con la contracción la parte simétrica, se tiene lo siguiente:

$$L_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta} = (p_\alpha^l p_\beta^v + p_\beta^l p_\alpha^v - p_l \cdot p_v g_{\alpha\beta})g^{\alpha\beta} = -2p_l \cdot p_v = -2(\varepsilon_l \varepsilon_v - |\vec{k}_l||\vec{k}_v|\cos\theta) \approx -4\varepsilon_l \varepsilon_v \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (\text{B.41})$$

$$L_{\alpha\beta}P_n^\alpha P_n^\beta = (p_\alpha^l p_\beta^v + p_\beta^l p_\alpha^v - p_l \cdot p_v g_{\alpha\beta})P_n^\alpha P_n^\beta = 2(p_l \cdot P_n)(p_v \cdot P_n) - (p_l \cdot p_v)P_n^2 \approx 2M^2 \varepsilon_l \varepsilon_v \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (\text{B.42})$$

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta}q^\alpha q^\beta &= (p_\alpha^l p_\beta^v + p_\beta^l p_\alpha^v - p_l \cdot p_v g_{\alpha\beta})q^\alpha q^\beta = 2(p_l \cdot q)(p_v \cdot q) - (p_l \cdot p_v)q^2 = \\ &= 2(p_l \cdot (p_v - p_l))(p_v \cdot (p_v - p_l)) - (p_l \cdot p_v)(p_l^2 + p_v^2 - 2p_l \cdot p_v) = \\ &= (p_l \cdot p_v)(p_v^2 + p_l^2) - 2p_l^2 p_v^2 \approx 0, \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta}(P_n^\alpha q^\beta + q^\alpha P_n^\beta) &= (p_\alpha^l p_\beta^v + p_\beta^l p_\alpha^v - p_l \cdot p_v g_{\alpha\beta})(P_n^\alpha q^\beta + q^\alpha P_n^\beta) = \\ &= 2[(p_l \cdot P_n)(p_v \cdot q) + (p_v \cdot P_n)(p_l \cdot q) - 2(p_l \cdot p_v)(P_n \cdot q)] = 2M(\varepsilon_l m_v^2 - \varepsilon_v m_l^2) \approx 0. \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

Para el cálculo de la contracción de la parte antisimétrica, se hace uso de (A.30):

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta}\epsilon_{\alpha\beta\lambda_3\lambda_4}P_{\lambda_3}^n q_{\lambda_4} &= (i\epsilon_{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2}p_l^{\lambda_1} p_v^{\lambda_2})\epsilon^{\alpha\beta\lambda_3\lambda_4}P_{\lambda_3}^n q_{\lambda_4} = -2i((p_l \cdot P_n)(p_v \cdot q) - (p_l \cdot q)(p_v \cdot P_n)) = \\ &= -2i(\varepsilon_l M(p_v^2 - p_v \cdot p_l) - M\varepsilon_v(p_l^2 - p_l \cdot p_v)) \approx 4iM(\varepsilon_v + \varepsilon_l)\varepsilon_l \varepsilon_v \sin^2 \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

Finalmente la contracción de los tensores leptónico y hadrónico resulta:

$$L_{\alpha\beta}H^{\alpha\beta} = 2\varepsilon_l \varepsilon_v \left(\left(2W_1 \mp W_3 \frac{\varepsilon_l + \varepsilon_v}{M} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (\text{B.46})$$

donde el signo - es referido para neutrinos y +, antineutrinos debido al cambio de signo en la helicidad, que modifica el signo de la parte axial de la interacción en la expresión de la corriente leptónica:

$$(J_\alpha^l)^\dagger(x) = (\bar{\Psi}_l(x)\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\Psi_{\bar{v}}(x))^\dagger, \quad (\text{B.47})$$

$$L_{\alpha\beta} = p_\alpha^l p_\beta^{\bar{v}} + p_\beta^l p_\alpha^{\bar{v}} - p_l p_{\bar{v}} g_{\alpha\beta} + i\epsilon_{\alpha\beta\lambda_1\lambda_2}p_l^{\lambda_1} p_{\bar{v}}^{\lambda_2}, \quad (\text{B.48})$$

C. Experimentos de interacción neutrino-núcleo

En este anexo se describirán experimentos cuyos resultados se han empleado en la subsección 5.3. Estos consisten en estudiar procesos de interacción de neutrinos/antineutrinos con distintos núcleos basados en un detector de cámara de burbujas con el fin de obtener medidas de la sección eficaz de la dispersión a distintas energías de incidencia ε_ν .

La cámara de burbujas se llena con un líquido formado por átomos objetivos, sometida a una presión y temperatura lo suficientemente alta para que se encuentre muy cerca de su punto de ebullición, apareciendo así burbujas. A través de cámaras, se fotografían la penetración de estas por la interacción de las partículas incidentes con los átomos [44]. Las fotos pasan un filtro para eliminar detecciones espúreas y obtener así los resultados de los estudios que se detallan a continuación.

Argonne National Laboratory 1973 [32]

En estas instalaciones de Estados Unidos, se pretende estudiar el siguiente proceso:

$$\nu_\mu + n \longrightarrow \mu^- + p^\dagger. \quad (\text{C.1})$$

El objetivo consiste en validar experimentalmente la parametrización dipolar para el factor de forma axial, siendo el primero en emplear como blanco el deuterio. Para la creación del haz de neutrinos incidente, se hace colisionar un haz de protones con átomos de berilio para producir piones (figura 21) que acaban decayendo en neutrinos:

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (\text{C.2})$$

Los detalles del procedimiento experimental se pueden observar en el artículo [46], por lo que se comentarán brevemente algunos resultados del experimento a continuación. Para un promedio de energía incidente $\varepsilon_\nu \approx 0.7 \text{ GeV}$, se detectaron 231000 procesos, de los cuales 220 se consideraron

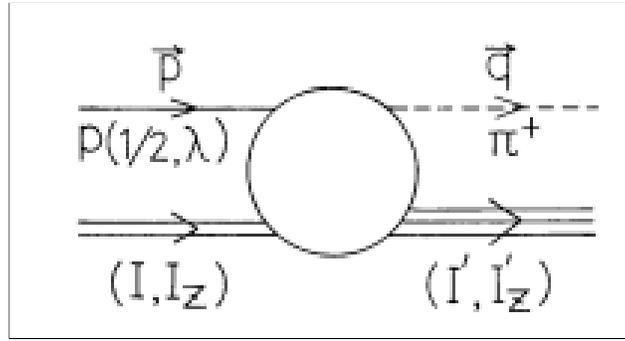


Figura 21: Diagrama del proceso de interacción protón con un núcleo, de manera que el protón es capturado por el núcleo emitiéndose un pión saliente. Los términos p, q hacen referencia al momento del protón y del pión respectivamente, e I, I' al espín inicial y final del núcleo [45].

procesos con neutrinos y finalmente se usaron 166 para obtener resultados como sección eficaz a distintas energías de incidencia o el número de eventos registrados según Q^2 . Finalmente, se determinó que el valor de masa axial que mejor se ajustaba a las medidas experimentales era $M_A = 0,94 \pm 0,18$ GeV.

Argonne National Laboratory 1977 [33]

Este estudio pretende dar un paso más allá que el anterior y analizar en profundidad procesos de interacción de neutrinos muónicos con deuterio e hidrógeno, persiguiendo el mismo objetivo de ampliar conocimientos sobre la parte axial de la estructura interna hadrónica.

Esta vez, se realizó un barrido de energía de los neutrinos en un rango de valores hasta $\varepsilon_\nu = 6$ GeV. Los resultados de la figura 22 muestran que el valor $M_A = 0.95$ GeV es coherente a energías bajas con los datos obtenidos. Además, a partir de los 2 GeV las medidas se alejan respecto de la expresión teórica asumiendo dispersión cuasielástica. El análisis de los datos experimentales permitió determinar un valor de $M_A = 0,95 \pm 0,09$ GeV.

Respecto al procedimiento experimental, se utilizó un haz de protones que colisionaba con átomos de berilio para producir piones que decaían posteriormente en neutrinos, tal y como sucedía con su predecesor. Sin embargo, el filtro de las fotografías fue más estricto para delimitar la cantidad

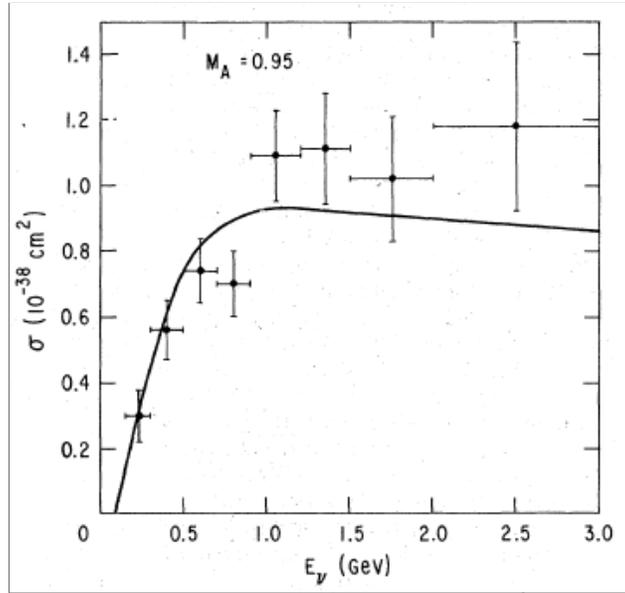


Figura 22: Ajuste de datos ANL77 de la sección eficaz σ frente ε_ν [33]. Nótese que $10^{-38} \text{ cm}^2 = 10^{-12} \text{ fm}^2$.

de detecciones válidas y precisas para el proceso. En ese sentido, analizaron todos los registros al menos dos veces e iban modificando esta depuración conforme iban obteniendo resultados en cada tanda de medidas.

Gargamelle Freon Experiment 1977 [35]

En este estudio, se analizó el proceso de dispersión cuasielástica de neutrinos muónicos con núcleos más pesados respecto a experimentos anteriores, concretamente núcleos de CF_3Br en un rango de cuadrimento transferido $0,3 \text{ GeV} \leq Q^2 \leq 1 \text{ GeV}$. En esta ocasión, se empleó un recubrimiento adicional de la cámara de burbujas para reducir la contaminación de fondo tanto de la interacción de rayos cósmicos como del haz de protones.

Otro aspecto importante a remarcar es que se hacía uso de flujos de antineutrinos debido a que

se empleaban kaones que decaen en piones negativos y estos a su vez generaban antineutrinos:

$$K^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-, \quad (\text{C.3})$$

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \quad (\text{C.4})$$

Por último, se usaron simulaciones previas de las detecciones con métodos MonteCarlo, modelando los núcleos como un Gas de Fermi para para comprobar que efectivamente aproximarían los datos obtenidos al comportamiento esperado.

Gargamelle Experiment 1979 [36]

En 1979 se propuso este estudio con una doble finalidad: medir la sección eficaz diferencial simple en procesos (C.1) frente a Q^2 y estimar un valor más preciso de la masa axial M_A . Al igual que su antecesor, se empleó un líquido compuesto por núcleos más pesados que el deuterio, siendo esta vez un blanco de C_3H_8 .

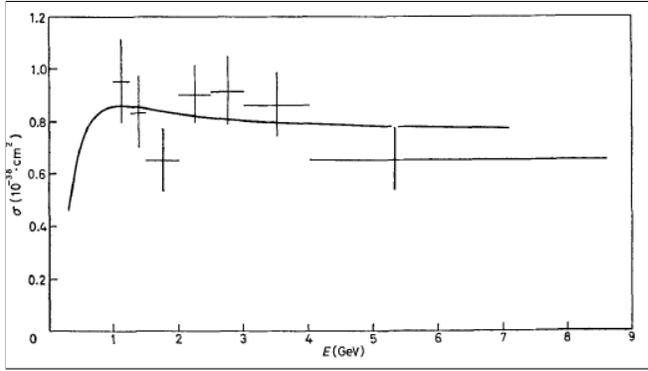
Haciendo un análisis de la sección eficaz y de la diferencial simple respecto a Q^2 , se obtuvieron los siguientes valores de M_A según la magnitud considerada:

$$M_A(\sigma) = 0,87 \pm 0,22 \text{ GeV}, \quad M_A\left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right) = 0,99 \pm 0,12 \text{ GeV}, \quad (\text{C.5})$$

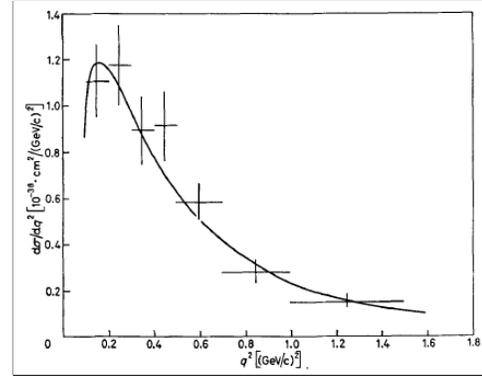
por lo que acabó corroborando las conclusiones de otros experimentos y resultados teóricos anteriores.

Brookhaven National Laboratory 1981 [34]

En este estudio realizado en el Brookhaven National Laboratory (BNL, New York) se analizó experimentalmente la dispersión entre neutrinos muónicos y deuterio en un rango de $0.06 \text{ GeV} \leq Q^2 \leq 3 \text{ GeV}$ con un promedio de energía incidente de $\varepsilon_\nu = 1.6 \text{ GeV}$. Tenía por objetivo el mismo que



a) σ frente ε_ν ($M_A = 0,87$ GeV).



b) $\frac{d\sigma}{dQ^2}$ frente Q^2 (M_A).

Figura 23: Comparación de datos experimentales del Gargamelle Freon Experiment en 1977 [35] con curvas teóricas que se corresponden con distintos valores de la masa axial.

los experimentos anteriores: precisar un valor de la masa axial M_A asumiendo una parametrización dipolar en el factor de forma axial G_A .

Se fotografiaron la interacción de neutrinos muónicos con deuterio hasta conseguir un total de 10^6 detecciones, de las cuales a través de un filtro muy exigente²⁹ 1500 fueron consideradas procedentes de procesos neutrino-deuterio.

De esta manera, se muestra en la figura 24 el ajuste teórico a datos experimentales según el valor de la masa axial y así concluir con el resultado $M_A = 1,07 \pm 0,06$ GeV.

Finalmente, se recoge en la figura 25 una recopilación de valores obtenidos para la masa axial a lo largo de distintos experimentos realizados en el siglo XX para observar la evolución que ha tenido la determinación de esta magnitud. Se incluyen los resultados de algunos de los estudios descritos anteriormente.

²⁹ Algunos de los requisitos fueron que el módulo del vector momento visible debería ser mayor de 150 MeV o que el ángulo entre el haz de neutrinos y el vector momento visible debería ser inferior a 50° . Para más información sobre este filtro de detecciones, se detalla en profundidad en la primera y segunda página del artículo [34].

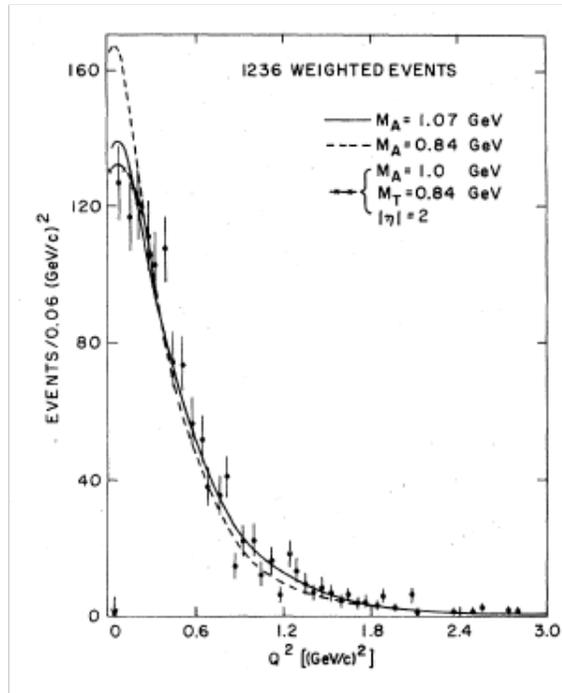


Figura 24: Ajuste de datos BNL81 del número de detecciones frente a Q^2 para distintas distribuciones dependientes de M_A [34]. Se aprecia que el mejor ajuste se tiene con $M_A = 1,07$ GeV

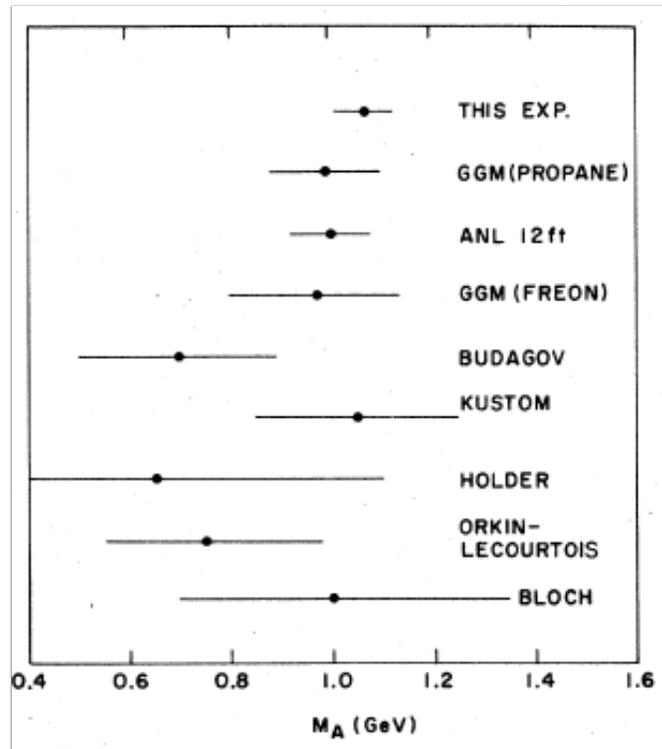


Figura 25: Valores experimentales obtenidos de la masa axial M_A en GeV en distintos estudios [34].

Referencias

- [1] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles. Second Edition*. Chapter 1.5: Neutrin-
nos. WILEY-VCH, 2010.
- [2] Nick Connor. *Radiation Dosimetry - What is Interaction of Beta Radiation with Matter*. URL:
<https://www.radiation-dosimetry.org/what-is-interaction-of-beta-radiation-with-matter-definition/>.
- [3] Ernest Z. *Socratic Q&A - Why is beta decay continuous?* URL: [https://socratic.org/
questions/why-is-beta-decay-continuous](https://socratic.org/questions/why-is-beta-decay-continuous).
- [4] *Cyberphysics.co.uk - Feynman Diagrams*. URL: [https://www.cyberphysics.co.uk/
topics/particle/feynman.htm](https://www.cyberphysics.co.uk/topics/particle/feynman.htm).
- [5] *Nuclear Physics Experience NUPEX*. URL: [http://www.nupec.org/NUPEX/index.
php?g=textcontent/nuclearenergy/fission&lang=es](http://www.nupec.org/NUPEX/index.php?g=textcontent/nuclearenergy/fission&lang=es).
- [6] Michel Cribier, Didier Verkindt y Daniel Vignaud. *History of the Neutrino*. URL: [https://neutrino-history.in2p3.fr/experimental-discovery/#:~:text=The%
20Reines%20and%20Cowan%20experiment,%E2%86%92%20e%E2%81%BA%2B%20n\)..](https://neutrino-history.in2p3.fr/experimental-discovery/#:~:text=The%20Reines%20and%20Cowan%20experiment,%E2%86%92%20e%E2%81%BA%2B%20n)..)
- [7] *Celebrating the neutrino*. Los Alamos National Laboratory, 1997.
- [8] Carl R. Nave. *Hyperphysics - Cowan and Reines Neutrino Experiment*. URL: [http://
hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Particles/cowan.html](http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Particles/cowan.html).
- [9] *Landmarks - Discovery of a 2nd Kind of Neutrino*. APS Physics. July 31 2015. URL: https://physics.aps.org/articles/v8/75?from_TRM_site=Beryllium.
- [10] Klaus Winter. *Detection of the tau-neutrino at the LHC*. CERN. Geneva. Switzerland. 1990.
- [11] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles. Second Edition*. Chapter 11: Neutrino
Oscillations. WILEY-VCH, 2010.
- [12] T.W.Donnelly, J.A.Formaggio, B.R.Holstein, R.G.Milner and B.Surrow. *Foundations of Nu-
clear and Particle Physics*. Chapter 18: Neutrino Physics. Cambridge University Press, 2017.

- [13] On the history of the PMNS Matrix ...with today's perspective. *J. BERNABEU*. Department of Theoretical Physics, University of Valencia, and IFIC, Univ. Valencia-CSIC, E-46100 Burjassot, Valencia. 2013.
- [14] *Super Kamiokande web page*. URL: <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/sk/neutrino-e.html>.
- [15] Neutrinos: Majorana or Dirac? *S. M. Bilenky*. Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, R-141980, Russia. 2020.
- [16] *Hyper-Kamiokande*. A gigantic detector to confront elementary particles unification theories and the mysteries of the Universe's evolution. URL: <https://www.hyperk.org/>.
- [17] *The T2K Experiment*. URL: <https://t2k-experiment.org/>.
- [18] *Deep Underground Neutrino Experiment*. An International Experiment for Neutrino Science. URL: <https://www.dunescience.org/>.
- [19] Greiner Reinhardt. *Quantum Electrodynamics*. Chapter 1: Propagators and Scattering Theory. Third edition. Springer, 2003.
- [20] Isabel Gallardo Fuentes. *Notas de Electrodinámica Cuántica*. Departamento de Física Nuclear, Atómica y Molecular. Universidad de Sevilla.
- [21] Greiner Reinhardt. *Quantum Electrodynamics*. Chapter 3: Quantum-Electrodynamical Processes. 3.2 - Scattering of an Electron off a Free Proton. Third edition. Springer, 2003.
- [22] Joaquín López Herraiz. *Efectos coulombianos e la dispersión de electrones por núcleos*. Dpto. de Física Atómica, Molecular y Nuclear. Facultad de Ciencias Físicas. Universidad Complutense de Madrid. 2005.
- [23] Deborah Harris. *Overview of Neutrino-Nucleus Interactions*. Medellín, Colombia, 2019.
- [24] Pablo Fernández. *Neutrino Physics in Present and Future Kamioka Water-Cherenkov Detectors with Neutron Tagging*. Donostia International Physics Center, Febrero 2017.
- [25] Guillermo D. Megías Vázquez. *Interacción neutrino-núcleo mediada por corrientes cargadas*. Trabajo Fin de Máster. Departamento de Física Nuclear, Atómica y Molecular. Universidad de Sevilla. Curso 2011-2012.

- [26] Francis Halzen and Alan D. Martin. *Quarks and leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. Chapter 13: Electroweak Interactions. John Wiley and Sons, 1984.
- [27] C. Adamuscm, E. Tomasi-Gustafsson, E. Santopinto, R. Bijker and F. Iachello. *Two-component model for the axial form factor of the nucleon*.
- [28] *Hadron matrix elements*. Low-energy QCD phenomenology. URL: <http://cftp.ist.utl.pt/~gernot.eichmann/2020-QCDHP/QCD-hadron-matrix-elements.pdf>.
- [29] Juan Antonio Caballero. *Apuntes de la asignatura "Weak Interaction"*. Departamento de Física Nuclear, Atómica y Molecular. Universidad de Sevilla. Curso 2020-2021.
- [30] Stanislav Dubnicka and Anna Dubnickova. *Analyticity in a Phenomenology of Electro-Weak Structure of Hadrons*. Article in Acta Physica Slovaca. ResearchGate, 2010.
- [31] Joanna E. Sobczyk. *Nuclear effects in neutrino-nucleus interactions: the role of spectral functions*. Doctoral Thesis. Universitat de València. Facultat de Física. Departament de física teórica. 2019.
- [32] W.A. Mann. *Phys. Rev. Lett.* 31 844. 1973.
- [33] S.J.Barish. *Phys. Rev. D.* 16 3103. 1977.
- [34] N.J. Baker. *Phys. Rev. D.* 23 2499. 1981.
- [35] S.Bonetti. *Nuovo Cimento.* 38 260. 2006.
- [36] M. Pohl. *Nuovo Cimento.* 26 332. 1979.
- [37] J. E. Amaro, M. B. Barbaro, J. A. Caballero, T. W. Donnelly, R. González-Jiménez, G. D. Megias and I. Ruiz Simo. *Neutrino-nucleus scattering in the SuSA model*. The European Physical Journal Special Topics volume 230, pages 4321–4338. 2021.
- [38] Fei Huang, Ji Xu and Xing-Hua Yang. *Nuclear effects in neutrino-nucleus DIS and probe for short range correlation*. Laboratory for Particle Physics and Cosmology, China. 2021.
- [39] Francesca Di Lodovico and on behalf of the Hyper-Kamiokande Collaboration. *The Hyper-Kamiokande Experiment*. J. Phys.: Conf. Ser. 888 012020. 2017.
- [40] Seb Jones for the DUNE collaboration. *DUNE experiment physics*. Department of Physics & Astronomy University College London. 2020.

- [41] Marat Khabibullin, on behalf of the T2K Collaboration. *Recent results from the T2K experiment*. Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences. 2018.
- [42] Juan Antonio Caballero. *Apuntes de Mecánica Cuántica Relativista*. Capítulo 5: Partículas de espín 1/2. Ecuación de Dirac; Capítulo 6: Soluciones para partículas libres de la ecuación de Dirac. Dpto. Física atómica, molecular y nuclear. Universidad de Sevilla.
- [43] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles. Second Edition*. Appendix C-2: Dirac matrices. WILEY-VCH, 2010.
- [44] *Archives of Heavy Liquid Bubble Chamber Group, HLBC*. CERN-ARCH-HLBC-001 to 016. URL: https://scientific-info.cern/archives/CERN_archive/guide/experimental_physics/PS/isahlbc#:~:text=A%20Bubble%20Chamber%20works%20on, chamber%20and%20can%20be%20photographed..
- [45] Kenji Kume and Hisao Ohtsubo. *Positive Pion Production in Proton-Nucleus Collision*. Progress of Theoretical Physics, Vol. 58, No. 2. 1977.
- [46] J.Campbell. *Phys. Rev. Lett.* 30 8. 1973.