

# Trabajo Fin de Grado

## Ingeniería de las Tecnologías Industriales

### Diseño Iterativo de un Digestor mediante Hormigón Pretensado

Autor: Ángel Muñoz Blatnik

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022





Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# **Diseño Iterativo de un Digestor mediante Hormigón Pretensado**

Autor:

Ángel Muñoz Blatnik

Tutor:

Antonio Martínez de la Concha

Profesor contratado doctor

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Trabajo Fin de Grado: Diseño Iterativo de un Digestor mediante Hormigón Pretensado

Autor: Ángel Muñoz Blatnik

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2022

El Secretario del Tribunal

*A mi padre, mi madre y mi hermano por su apoyo, ayuda y amparo.*

*A mis compañeros y amigos, Álvaro, María y Lucía, por tan buenos momentos juntos.*

*A mi tutor Antonio por su trato, entrega y disposición.*



# Resumen

---

La construcción mediante hormigón pretensado es una técnica muy usada para estructuras en las que se busca características, prestaciones y comportamientos especiales, ya que nos permite modificar de manera considerable las tensiones de los elementos estructurales. La característica principal de esta tipología es comprimir el hormigón mediante las armaduras pretensadas, para que no aparezcan tracciones en el mismo, pudiendo así ser capaz de soportar mayores cargas o evitar fisuras que en función de las características requeridas, comprometan el acero de la armadura por la corrosión inducida por las condiciones ambientales.

Este último comportamiento precisamente será el motivo por el cual los digestores de las Estaciones de Depuración de Aguas Residuales (EDAR) se construyen de hormigón pretensado. Y es que dado los fenómenos que ocurren en este órgano de las EDAR, el agua que hay en su interior tiene una acidez por encima de lo habitual, provocando que, si esta entra en contacto con las armaduras del digestor, a través de las fisuras que se crean en el hormigón por las tensiones de tracción, las oxide de forma más rápida, pudiendo provocar roturas que inhabiliten por completo el digestor.

Por todo lo explicado, en este trabajo se va a estudiar el comportamiento tensional de los muros de un digestor. Los muros están postesados en toda su altura para evitar fisuras en su interior que puedan provocar que las aguas que trata en su interior, que tienen un ataque químico considerablemente alto, se infiltren hasta llegar a las armaduras, provocando su corrosión. Dado que el comportamiento tensional de los muros no es intuitivo debido a la propia tipología de las diferentes partes estructurales del digestor, se ve necesario realizar un diseño iterativo que consiga mejorar el aprovechamiento de los anillos pretensados, para así minimizar lo máximo posible el gasto en armadura pretensada.

Para ello será necesario encontrar la mejor relación entre número de cordones de pretensado en el interior de las vainas y encontrar la mejor distancia entre las mismas con el fin de, ya sea a través de la modificación de uno, la otra o la combinación de los dos se llegue al estado tensional requerido con el gasto mínimo en material de pretensado.

Para realizar esto se usará un modelo completo del digestor diseñado en el programa de cálculo estructural por elementos finitos SAP2000. Se realizarán sucesivos modelos cambiando los ajustes citados anteriormente, y se extraerán las tensiones para ver cómo evolucionan. En función del progreso se irán tomando o descartando decisiones hasta encauzar el diseño por el camino deseado.





# Abstract

---

Prestressed concrete construction is a technique frequently used for structures that require special characteristics, performance and behaviour, as it allows us to considerably modify the stresses of the structural elements. The main characteristic of this typology is to compress the concrete by means of the prestressed reinforcement, so that no tractions appear in it, thus being able to support greater loads or avoid fissures that, depending on the required characteristics, compromise the steel of the reinforcement due to corrosion induced by the environmental conditions.

This last behaviour is precisely the reason why the digesters of the Wastewater Treatment Plants (WWTP) are made of pre-stressed concrete. Given the processes that happen in this part of the WWTP, the water inside is more acidic than usual, which means that if it comes into contact with the digester's reinforcements through the fissures created in the concrete by the tensile stresses, it will rust them more quickly and could cause ruptures that could completely disable the digester.

This project will study the stress behaviour of the walls of a digester. The walls are post-tensioned throughout their height to prevent cracks inside them that could cause the water treated inside, which is subject to considerable chemical attack, to infiltrate until it reaches the reinforcements, causing them to be corroded. Given that the tensional behaviour of the walls is not intuitive due to the typology of the different structural parts of the digester, it is necessary to carry out an iterative design that manages to improve the use of the pre-stressed rings, in order to minimise the expenditure on pre-stressed reinforcement as much as possible.

To do this it will be necessary to find the best ratio between the number of prestressing strands inside the sheaths and to find the best distance between them in order to, either through the modification of one, the other or the combination of the two, reach the required tensile state with the minimum expenditure in prestressing material.

For this purpose, a complete model of the digester designed in the SAP2000 finite element structural calculation program will be used. Successive models will be made by changing the settings mentioned above, and the stresses will be extracted to see how they evolve. Depending on the progress, decisions will be taken or discarded until the design is on the desired path.



# Índice

---

Resumen .....	vii
Abstract .....	ix
Índice .....	xi
Índice de Tablas.....	xiii
Índice de Gráficas .....	xiv
Índice de Figuras .....	xvi
<b>1 Introducción.....</b>	<b>11</b>
1.1 Antecedentes .....	13
1.2 Justificación y motivación .....	13
1.3 Organización del documento .....	14
<b>2 El hormigón pretensado .....</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción .....	17
2.2. Historia del hormigón pretensado .....	17
2.3. Descripción del hormigón pretensado.....	19
2.4. Ejemplo aplicación del hormigón pretensado. ....	21
2.5. Formas de pretensado. Pretensado con armaduras pretesas y postesas.....	23
2.5.1 Armaduras pretesas .....	23
2.5.2 Armaduras postesas .....	24
2.5.3 Ventajas e inconvenientes de cada método .....	24
2.6. Pérdidas pretensado .....	26
2.6.1 Pérdidas de fuerza de tesado en armadura pretesa.....	27
2.6.1.1 Método general .....	27
2.6.1.2 Método simplificado .....	28
2.6.1.3 Método para tanteos .....	29
2.6.2 Pérdidas de fuerza de tesado en armadura postesa .....	29
2.6.2.1 Pérdidas instantáneas .....	29
2.6.2.2 Pérdidas diferidas.....	32
2.7. Características alambres y cordones .....	32
2.6.3 Designación.....	33
<b>3 Modelo .....</b>	<b>35</b>
3.1. Estación depuradora de aguas residuales .....	37
3.1.1 Tratamiento previo.....	37
3.1.2 Tratamiento primario .....	38
3.1.3 Tratamiento secundario .....	39
3.1.3.1 Tratamiento de fangos.....	39
3.1.4 Tratamiento terciario .....	39

3.2. El Digestor .....	40
3.3. Condiciones ambientales .....	41
3.4. Dimensiones .....	41
3.5. Modelo de elementos finitos .....	42
3.6.1 Elemento shell .....	45
<b>4 Análisis .....</b>	<b>51</b>
4.1. Introducción y Análisis previo analítico .....	53
4.2. Resultados previos del modelo .....	55
<b>5 Diseño iterativo .....</b>	<b>57</b>
5.1. Introducción .....	59
5.2. Parámetros de diseño de los anillos postesados .....	59
5.3. Inicio del proceso de iteración. Recopilación de datos .....	64
5.3.1 Iteración I .....	64
5.3.2 Iteración II .....	70
5.3.3 Iteración III .....	87
5.3.4 Iteración IV .....	92
<b>6 Resumen del proceso iterativo .....</b>	<b>97</b>
<b>7 Conclusiones .....</b>	<b>105</b>
6.1. Desarrollos futuros .....	107
<b>Referencias .....</b>	<b>109</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1 Ventajas y desventajas armaduras pretesas y postesas. Fuente [6].	25
Tabla 2 Dimensiones y propiedades de cordones [9]. Señalado el acero usado en el proyecto del presente documento.	33
Tabla 3 Exposición ambiental del digestor en nomenclatura de la EHE-08 y el Código Estructural [15]	41
Tabla 4 Comparación membrana, placa, elemento shell (homogéneo o con capas) [16]	49
Tabla 5 Tensiones para 15 cordones por anillo postesado	56
Tabla 6 Parámetros tesado 1	61
Tabla 7 Tensiones para 15, 10, 7 y 4 cordones por anillo postesado	62
Tabla 8 Datos iteración 1,2,3	65
Tabla 9 Datos iteración 4, 5, 6, 7, 8	66
Tabla 10 Tensiones iteración 8	69
Tabla 11 Iteración 8 + Factor de reducción	71
Tabla 12 Iteración 8 y 9 con factor de corrección	73
Tabla 13 Iteración 9 y 10	75
Tabla 14 Iteración 10 y 11	77
Tabla 15 Iteración 11 y 12	79
Tabla 16 Iteración 12 y 13	82
Tabla 17 Iteración 13 y 14	85
Tabla 18 Tensiones por cotas iteración 13 y 14	86
Tabla 19 Iteración 14 y 15	88
Tabla 20 Iteración 15 y 16	90
Tabla 21 Iteración 16 y 17	93

# ÍNDICE DE GRÁFICAS

---

Gráfica 1 Tensiones para 15 cordones por anillo postesado	56
Gráfica 2 Tensiones para 15, 10, 7 y 4 cordones por anillo postesado	62
Gráfica 3 Curva $D_h$ en función de $h_{inf}$	63
Gráfica 4 Datos iteración 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	67
Gráfica 5 Datos iteración 4, 5, 6, 7, 8	68
Gráfica 6 Número de cordones por iteración	68
Gráfica 7 Tensiones para iteración 8 comparada con tensiones 4 cordones por anillo	69
Gráfica 8 Datos iteración 8 con factor de reducción comparado a sin factor de reducción	71
Gráfica 9 Tensiones para iteración 8 agregado el factor de corrección comparado a sin factor de reducción	72
Gráfica 10 Iteración 8 y 9 con factor de corrección	74
Gráfica 11 Tensiones iteración 8 y 9 con factor de corrección	74
Gráfica 12 Iteración 9 y 10	76
Gráfica 13 Tensiones iteración 9 y 10	76
Gráfica 14 Iteración 10 y 11	78
Gráfica 15 Tensiones iteración 10 y 11	78
Gráfica 16 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 11 y 12	80
Gráfica 17 Tensiones iteración 11 y 12	80
Gráfica 18 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión I	81
Gráfica 19 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 12 y 13	83
Gráfica 20 Tensiones Iteración 12 y 13	83
Gráfica 21 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión II	84
Gráfica 22 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 13 y 14	86
Gráfica 23 Tensiones Iteración 13 y 14	86
Gráfica 24 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 14 y 15	89
Gráfica 25 Tensiones Iteración 14 y 15	89
Gráfica 26 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 15 y 16	91
Gráfica 27 Tensiones Iteración 15 y 16	91
Gráfica 28 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión III	92
Gráfica 29 $D_h$ frente a la cota de la Iteración 16 y 17	94
Gráfica 30 Tensiones Iteración 16 y 17	94
Gráfica 31 Evolución tensiones inicial a final de iteración I	99

Gráfica 32 Evolución tensiones inicial iteración I final iteración II	100
Gráfica 33 Evolución tensiones inicial a final iteración II	100
Gráfica 34 Evolución número de cordones por anillo iteración III	101
Gráfica 35 Evolución tensiones inicial a final iteración III	101
Gráfica 36 Distribución final de tensiones	102
Gráfica 37 Evolución total tensiones	102
Gráfica 38 Evolución número de cordones	103
Gráfica 39 Evolución toneladas de cordones	104

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Ilustración 1 Esquema y medidas viga ejemplo con esfuerzos axiales	21
Ilustración 2 Esquema y medidas viga ejemplo con esfuerzos axiales ampliados	22
Ilustración 3 Esquema tensional viga con tendón pretensado	22
Ilustración 4 Estado final de tensiones de una viga pretensada	22
Ilustración 5 Acortamiento y contraflecha de pieza de hormigón después de aplicar transferencia de tensión. Fuente [6].	23
Ilustración 6 Representación de $l_c$	31
Ilustración 7 Instalaciones de las que consta una EDAR y flujo del agua a través de la misma [7]	37
Ilustración 8 Clarificador primario [11]	38
Ilustración 9 Digestor (derecha) y depósito de biogás (izquierda) EDAR Cabezo Beaza (Cartagena, Murcia) [14]	40
Ilustración 10 Digestor EDAR La Hoya (Lorca, Murcia) [14]	40
Ilustración 11 Esquema medidas digestor. Izquierda planta de la sección cilíndrica. Derecha corte vertical.	42
Ilustración 12 Modelo elemento finitos en SAP2000 del digestor completo	43
Ilustración 13 Posición 1 y posición 2 de la situación de los anclajes de los anillos pretensados	43
Ilustración 14 Modelo de elementos finitos con sección ocultada para ilustrar anillos pretensados	44
Ilustración 15 Sección del digestor en situación deformada con los empotramientos señalados	45
Ilustración 16 Elementos shell de cuatro y tres nodos [16]	46
Ilustración 17 Cúpula y elementos triangulares	47
Ilustración 18 Ángulo entre elementos del muro aproximadamente $1,5^\circ$	48
Ilustración 19 Esquema presión hidrostática del agua sobre el muro del digestor	53
Ilustración 20 Tensiones normales depósito cilíndrico. Fuente [18].	54
Ilustración 21 Campo de tensiones para 15 cordones por anillo postesado	55
Ilustración 22 Representación parámetros geométricos	63
Ilustración 23 Tensiones finales en el muro	95
Ilustración 24 Detalle contrafuerte	103



# 1 INTRODUCCIÓN

---



## 1.1 Antecedentes

El presente documento “Diseño Iterativo de un Digestor mediante Hormigón Pretensado” se enmarca en los requisitos para obtener el Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla.

El departamento que ha adjudicado el presente Trabajo de Fin de Grado ha sido el Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la ETSI, siendo mi tutor D. Antonio Martínez de la Concha, profesor contratado doctor del departamento nombrado.

## 1.2 Justificación y motivación

La forma de construir cada vez más habitual, por motivos económicos, logísticos o medioambientales es reducir al máximo posible la utilización de los materiales empleados. Por ello a lo largo de la historia se han ido mejorando las técnicas de construcción, programas de cálculo y se han afinado las normativas.

Con el paso de los años, el ser humano se ha concienciado cada vez más en los temas medioambientales, siendo cada vez las infraestructuras e instalaciones encargadas del tratamiento de los residuos generados por la actividad económica humana de mayor magnitud. No se entienda por magnitud a tamaño, si no importancia, puede ser el caso de los sistemas de AdBlue® en los vehículos diésel para reducir sus emisiones nocivas casi al completo, o los filtros en las chimeneas de centrales eléctricas térmicas, o como en el caso de estudio, las estaciones depuradoras de aguas residuales, cada vez más grandes dada la concentración ascendente de personas en núcleos urbanos. Estos núcleos urbanos generan una cantidad ingente de aguas residuales tanto de uso doméstico como industrial. Estos grandes afluentes de aguas sucias, no pueden ser vertidos directamente a cauces fluviales o marinos, dado que las propiedades químicas, compuestos tanto orgánicos como inorgánicos, su actividad biológica debido a microorganismos, incluso virus y otros patógenos que pueda contener, además de residuos sólidos de todos los tamaños, han de ser eliminados de manera adecuada para no afectar al medio ambiente de la zona de vertido o incluso para ser esta agua tratada reutilizada con otros fines. Es por ello que el tamaño de centros depuradores ha ido creciendo cada vez más, siendo, por ende, sus instalaciones de mayor magnitud. Puede ponerse como ejemplo, el digestor de una de estas estaciones, con 25 metros de diámetro y otros 20 metros de altura. Con estas magnitudes tan grandes, cobra gran relevancia que se aproveche de manera eficiente todos los materiales usados para su construcción. Es por ello que el uso de la técnica de hormigón pretensado sea de gran importancia, dado que nos permite ahorrar mucho volumen de hormigón. En el presente documento, se pretende mejorar la construcción de un depósito de grandes dimensiones de hormigón pretensado, para ello se irán modificando diferentes parámetros y elementos de la estructura hasta localizar el óptimo.

La motivación principal de este trabajo es aprender el marco teórico en estructuras de hormigón pretensado con el fin principal de completar y aumentar conocimientos. Para ello se describirán las cuestiones enmarcadas en el diseño de este tipo de estructuras, así como el comportamiento de las mismas y los parámetros a tener en cuenta en el proyecto y cálculo. Esto se debe a que en el grado de ingeniería en las tecnologías industriales no está estipulado que se deba impartir esta técnica constructiva y estructural, dado que está delegado su estudio al ámbito de la ingeniería civil. Es por ello que previamente a tratar la temática del trabajo, se describen los antecedentes y teoría

relacionada con el hormigón pretensado.

Posterior a esto, con la ayuda de un modelo en elementos finitos de la estructura que se va a analizar, un digestor de una estación depuradora de aguas residuales, se procederá a hacer el diseño. El proceso de diseño será iterativo, es decir, se comienza por un caso favorable, en la que están muy sobredimensionados los parámetros estructurales y se comenzará a modificar los parámetros necesarios con el fin de reducir hasta el punto deseado el material usado en el mismo, en este caso, las armaduras pretensadas que circunscriben al depósito.

### **1.3 Organización del documento**

El presente documento se organiza fundamentalmente en dos partes principales. La primera de ellas trata del hormigón pretensado como forma constructiva estructural. Aquí se cuenta la historia y surgimiento del hormigón pretensado, primeramente. Posteriormente se introduce el marco teórico del comportamiento de esta técnica, los tipos existentes más utilizados y características fundamentales a tener en cuenta para el diseño.

La segunda parte principal del documento es la relacionada con el diseño iterativo que se realiza a un digestor de una estación depuradora de aguas residuales. En él se comienza a iterar bajo ciertos parámetros y se van analizando los resultados para así mejorar el diseño intentando en la medida de lo posible reducir al máximo el gasto en armadura pretensada.

De forma intermedia a estas dos partes principales se hace alusión al funcionamiento de una estación depuradora de aguas residuales para comprender el contexto de la tipología de estructura analizada.

Finalmente se exponen las conclusiones de todo lo realizado.

## **2 EL HORMIGÓN PRETENSADO**

---



## 2.1. Introducción

El material empleado para la construcción de grandes depósitos es el acero y el hormigón. La estructura que se definirá en este documento, como ya se puede intuir por el título del mismo, es una tipología de construcción característica del hormigón, y es el llamado hormigón pretensado. En los sucesivos apartados se procederá a la descripción de todas las características de esta tipología de construcción, una breve historia, los factores a tener en cuenta, usos frecuentes y construcciones relevantes.

## 2.2. Historia del hormigón pretensado

El desarrollo del hormigón pretensado se remonta a la década de 1930, en un contexto histórico en el cual Alemania se está rearmando fuertemente para la siguiente gran guerra, la 2ª Guerra Mundial, por lo cual los inicios del desarrollo del pretensado en hormigón fueron investigaciones de alto secreto. Los germanos tenían alto interés en la utilización de esta técnica de construcción por el consecuente ahorro en acero que permite, ahorro que les interesaba dado que la construcción de la maquinaria de guerra consume mucho de este material [1].

Los primeros usos del hormigón pretensado fue la construcción de bunkers (en Francia, Reino Unido y Alemania especialmente) y para vigas de puentes temporales que se construían por daños bélicos [1].

Se puede decir, que la relaciones entre países y el desarrollo del hormigón pretensado se resumen en que Eugène Freyssinet (principal precursor y artífice de poner en práctica de forma útil la técnica), aportó datos técnicos y experimentos concluyentes, y las empresas receptoras alemanas y británicas, aportaron los correspondientes derechos de licencia y uso [1].

Eugène Freyssinet, joven funcionario e ingeniero, encargado de la construcción de puentes en Francia, estaba realmente convencido que, con el empleo de cables de acero de alta resistencia, y la técnica de tesarlos, para así comprimir el hormigón, se podía optimizar de forma considerable la construcción de puentes y por ende reducir el coste de los mismos [1] [2].

Durante la construcción de los primeros puentes, E. Freyssinet descubrió una característica, hasta el momento desconocida del hormigón. Este hallazgo fue visible tiempo después a la construcción del puente "Pont du Veurdre", puente que cruza el río Allier, entre Le Veurdre y Livry. E. Freyssinet lo describió de la siguiente manera [2]:

*"Je ne sais pas s'il existe une joie plus grisante que celle du constructeur qui, étudiant sans complaisance son œuvre terminée, ne lui découvre aucun défaut. Quelle récompense à ses efforts! Il est Dieu au septième jour. Mais quelle affreuse angoisse succède à cette euphorie quand, après plusieurs mois, il voit lentement apparaître des symptômes troublants, des déformations, d'abord à grand-peine visibles par un observateur très attentif, mais qui croissent progressivement au point qu'on ne peut leur imaginer une limite autre que l'effondrement. Ces déformations consistaient en un flambement vertical très lent, explicable seulement par un abaissement progressif et considérable, allant d'un au quart et peut-être au cinquième du module d'Young, bien que le béton des voûtes, extraordinairement dur, manifestât aux essais à la presse sur cubes, dont j'avais une ample réserve, un très net accroissement de ce même module. Encore fallait-il admettre en plus une autre variation, fonction celle-là de l'intensité des contraintes dont les maximas croissaient très vite par l'augmentation des distances de la fibre moyenne au funiculaire des charges. Or, selon Mesnager et le laboratoire de l'avenue d'Iena4, le module des bétons était une constante à peu près absolue pour un échantillon arrivé à un durcissement normal. Vingt expériences du laboratoire, affirmées par Mesnager, paraissaient confirmer ce que niait ma propre expérience". [3]*

Que traducido es:

*“No creo que exista alegría más embriagadora que la del constructor que, tras estudiar, sin complacencia, su obra acabada, no aprecia en ella defecto alguno. ¡Qué gran recompensa para sus esfuerzos! Se siente Dios en el séptimo día. Pero qué terrible angustia sucede a esta euforia cuando, tras varios meses, ve que lentamente aparecen síntomas perturbadores, deformaciones, al principio apenas visibles para un observador atento, pero que crecen progresivamente hasta el punto de no poder imaginar un fin distinto al desmoronamiento. Estas deformaciones consistían en un asiento vertical muy lento, que sólo podía deberse a un descenso progresivo y considerable –de uno, a una cuarta o incluso hasta una quinta parte del módulo de Young– aunque el hormigón de las bóvedas, extraordinariamente resistente, manifestara en las pruebas de prensa con probetas, frente a las cuales guardaba yo tantas reservas, un clarísimo incremento de este mismo módulo. Además, faltaba admitir otra variación, debida a la intensidad de las tensiones cuyos máximos crecían muy rápidamente a causa del aumento de las distancias de la fibra media al funicular de cargas. Sin embargo, según Mesnager y el laboratorio de la Avenida de Iena, el módulo de los hormigones era una constante casi absoluta para una muestra después de alcanzar un endurecimiento normal. Veinte ensayos de laboratorio, mantenidos por Mesnager, parecían confirmar lo que mi propia experiencia negaba.” [3]*

Como se puede intuir, E. Freyssinet estaba ante él hasta entonces desconocido fenómeno de fluencia. Este es uno de los inicios más relevantes en cuanto al hormigón pretensado y los descubrimientos aparejados a él.

La siguiente gran innovación realizada alrededor de las estructuras de hormigón pretensado, es la variante de hormigón postensado, es decir, los cables se tensan una vez el hormigón ha sido vertido y ha fraguado. Y es que fue en las décadas de 1941-42, cuando E. Freyssinet se aventuró a esta nueva idea, en la construcción de un puente losa sobre el río Elbeuf, con el que aplicó por primera vez esta técnica de forma práctica, siendo este el primer puente de tipología pretensada [1].

El primer puente ferroviario fue construido en las décadas de 1943-44 por Gustave Magnel, en colaboración con la empresa constructora Blaton-Aubert, dicho puente transcurre aún hoy día sobre la calle Miroir en Bruselas [1].

El hormigón pretensado parcial, es otra tipología a nombrar. En los debates públicos de la Sociedad Británica de Ingenieros Civiles, Paul Abeles discrepaba con E. Freyssinet y K. Mautner acerca de las grietas en las construcciones de hormigón pretensado. Y es que Abeles defendía que la existencia de grietas, de tamaño controlado, podían ser factible sin comprometer la armadura a agentes medioambientales, por ello se puede decir que P. Abeles, gracias a sus extensas investigaciones, es el inventor de la técnica de pretensado parcial [1]. Como breve resumen de en qué consiste esta técnica, simplemente se basa en descomponer el sistema de armado en tres, una armadura activa y de acero de alta resistencia, que es la que va tensada, y una armadura de carácter pasivo de acero ordinario y otra adicional de acero de altas prestaciones. Se pretende con esta técnica reducir la compresión total del hormigón, para que así no se comprima toda la sección completamente. Esto facilita mucho la logística de piezas de hormigón, como los problemas que presenta el hormigón en vacío (cuando aún la pieza no está montada) de contraflecha excesiva [4].

Relatados los aspectos más notables del origen del hormigón pretensado, se procede a la descripción de esta técnica.



## 2.3. Descripción del hormigón pretensado

La técnica de pretensado en hormigón consiste en someter al hormigón a un estado de compresión mediante tendones (los cables de acero, que estarán sometidos a tracción).

Esta técnica constructiva, como ya se ha adelantado con anterioridad realmente se puede dividir en dos formas de llevarla a cabo, como hormigón pretensado o como hormigón postensado, pero el nombre de pretensado se generaliza para las dos técnicas. En la técnica de hormigón pretensado, las armaduras están tesadas previamente a verter y fraguar el hormigón. Por otro lado, para el hormigón postensado, donde se tensan las armaduras posteriormente al vertido y fraguado, las armaduras podrán quedar fuera, es decir independientes del hormigón o bien adheridas mediante hormigón o algún tipo de mortero [5].

Las construcciones de hormigón pretensado, mayoritariamente se construyen prefabricadas en taller, y es que cada una de las piezas ha de ser construida más minuciosamente y requiriendo de maquinaria y soportes especializados, además de un control de calidad sustancialmente mayor al hormigón armado. La amortización de esta maquinaria, moldes de alta resistencia, bancos de trabajo gigantes y costosos, solo es posible en procesos de fabricación con economías de escala, donde toda esta inversión se pueda reutilizar muchas veces [5].

El inconveniente principal a vigilar en las piezas de hormigón pretensado es que puede llegarse, por efecto de la retracción y la deformación lenta del hormigón por compresión, a la pérdida de esta misma pretensión que tanto se busca. Por ello la variable tiempo es de gran relevancia en los cálculos de estos tipos de estructuras, y no solo teniendo en cuenta esta retracción del propio hormigón, sino que también es importante la relajación del acero, dado que este está conformado en alambres, el propio efecto del trefilado en su fabricación produce unas deformaciones en los microcristales del metal mucho mayores que en un proceso de fabricación por laminación. Esto puede inducir al fenómeno de relajación del acero antes citado, que se producirá cuando sometemos estos cables de pretensado, a cargas fijas durante tiempos prolongados de tiempo, la casuística a la que estarán sometidas en este tipo de estructuras. Por lo cual es sumamente importante el control de la calidad del acero recibido y el tratamiento que ha tenido durante su fabricación [5].

Este comportamiento, donde el hormigón estará comprimido y el acero traccionado, de forma vital, es decir, es la finalidad y diseño independientemente de las cargas sometidas, hace ver que es de vital importancia que ambos materiales estén adheridos de forma correcta, por ello, una armadura de pretensado delgada será óptimo, debido a que se incrementa la superficie específica adherente. Si por las razones constructivas o requerimientos estructurales se requieren armaduras de mayor grosor, es muy frecuente, para mejorar esta adherencia, que dichas armaduras estén sujetas de forma adicional por anclajes específicos [5].

Lo que se busca con esta técnica constructiva, como ya se puede ir intuyendo, es que al estar el hormigón sometido a un permanente estado de compresión, este aguante mayores tracciones, dado que la suma de la compresión provocada por el pretensado, y la tracción que originan las cargas a las que va a estar sometida la estructura, al final crearan un estado donde el hormigón incluso puede llegar a no estar a tracción, evitando así el surgimiento de fisuraciones o consiguiendo salvar mayores luces, con menos canto (y por ende, menos material). Además, incluso si de forma puntual se sobrepasan cargas, que creen tracciones que a su vez fisuren el hormigón de forma algo indeseada, esto, mientras el acero no supere su límite elástico, no es problema, debido a que, al cesar dichas cargas, las fisuras volverán a cerrarse, viéndose la problemática auto

solucionada [5].

La técnica del hormigón pretensado también tiene sus inconvenientes, o para ser más exactos, sus limitaciones. Estos son la curvatura de la armadura tensada y las tensiones producidas por el propio tensado. En referencia a la curvatura de las armaduras tensadas, en este caso no es como sucede con el hormigón armado, donde se puede curvar con total libertad la armadura, dado que, debido a la gran tensión a la que las armaduras están sometidas, estas producen un gran rozamiento sobre las envolturas donde van introducidas en las zonas curvadas. Este rozamiento modifica los efectos del tesado de forma muy poco predecible e irregular, alterando las tensiones en la pieza. Por otro lado, las armaduras tensas, se disponen de tal manera que la tensión que producen sea inversa a la carga que se le va a aplicar a la pieza. Por ejemplo, en vigas sometidas a momento flector, la armadura tensa se dispone excéntricamente de tal forma, que dicha armadura cree un momento flector contrario al momento flector que va a producir la carga para la que se diseña la viga. Esto es una problemática en el momento previo a la puesta en servicio de la pieza, es decir durante su almacenamiento y transporte. Por ello se suele variar la forma de la pieza, para que sea capaz de resistir además estas tensiones [5].

Por lo descrito hasta ahora, se puede entre ver, que el hormigón pretensado es una evolución muy sustancial respecto al hormigón armado, consiguiendo piezas mucho más esbeltas, de mayor resistencia, ductilidad y flexibilidad, además de ser impermeable en mucha mayor medida. Luego, el problema de pandeo de las armaduras queda resuelto, dado que estas están traccionadas. Además, está comprobado que, si el país donde se realizan las piezas es un país con condiciones económicas y tecnológicas normales, el coeficiente económico resistente es superior. Finalmente, es importante matizar, que cada pieza construida en hormigón pretensado, de forma natural ha superado un control de calidad previo, y es que, las mayores tensiones se dan tras la finalización de la pieza, y posteriormente, debido a la retracción del hormigón y relajación del acero, estas se van aminorando. Por otra parte, si se desea alejar aún más la rotura frágil de las piezas, se puede conseguir disponiendo las armaduras tensadas en 3 direcciones perpendiculares, favoreciendo así la rotura por deslizamiento y así aumentando de forma considerable la ductilidad del hormigón [5].

Como ya se ha dicho y se puede ir intuyendo, el hormigón pretensado va fuertemente ligado al prefabricado y, por ende, a sus mismas problemáticas. Una de ellas es cómo solucionar las uniones entre piezas, que si bien, se pueden hacer con hormigón in situ, este no tendrá exactamente las mismas propiedades en cuanto a retracción y otras deformaciones. Por ello, se suelen dejar barras salientes debidamente orientadas y posicionadas para soportar eficientemente los esfuerzos a los que esté sometida la unión. Además, y he aquí el interés, se dejan en ambas piezas taladros por lo que se puedan pasar barras, que a posteriori se aprietan, se puede ver que esto es una forma de postensado. Esta forma unir piezas mediante postensado, ha evolucionado de forma considerable, llegando a construir grandes puentes, sin más que unir secciones (rebanadas) del puente con armaduras postensada, que unen y comprimen las juntas que, ayudado de un mortero, hace prácticamente una estructura continua, incluso a esfuerzos cortantes, sin serlo en su fabricación, y muchas veces, transfiriendo esfuerzos a través de estas juntas de forma más eficiente que en una pieza homóloga monolítica [5] (por ejemplo, imagine el típico ejemplo, que coge una pila de libros, la aprieta con sus dos manos de forma horizontal y transversal al plano de los libros, estos no se caerán) .

A día de hoy la forma más habitual de hacer piezas de hormigón pretensado es con la técnica de postensado, es decir, en el molde se dejan huecos tubulares, por donde a posteriori, una vez fraguado el hormigón, se introducen los cables, normalmente de hasta 7 mm, para tesarlo. Como se

puede entrever, será necesario un utillaje especial para el tesado, además de un diseño óptimo de los anclajes, gran problemática en el perfeccionamiento del postensado. Por último, se completa la pieza inyectando lechada de cemento o mortero en los huecos tubulares nombrados, esto evitará la oxidación y mejora considerablemente la adherencia [5].

## 2.4. Ejemplo aplicación del hormigón pretensado.

En este apartado se expondrá un ejemplo de aplicación de la técnica de hormigón pretensado, que viene expuesta en el capítulo 25.3. del libro de “Proyecto y Cálculo de estructuras de hormigón”, en su Tomo I por José Calavera Ruiz.

En él se nos expone un primer ejemplo de aplicación de esta técnica. Este ejemplo fue de las primeras piezas construidas y ensayadas, se trata de una viga simplemente apoyada en sus extremos y sobre la cual descansa una carga uniformemente distribuida [6].

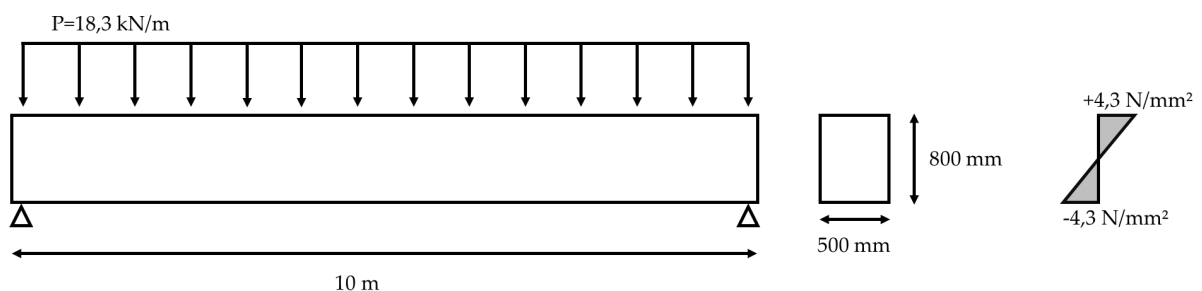


Ilustración 1 Esquema y medidas viga ejemplo con esfuerzos axiales

Dada esta viga y sabiendo que el hormigón usado es un H-40, la fórmula de su resistencia a tracción es:

$$f_{ck,flex} = 0,37^3 \sqrt{40^2} = 4,3 \text{ N/mm}^2$$

Se puede obtener el momento:

$$\sigma = \frac{M \cdot h/2}{b \cdot h^3/12} \rightarrow 4,3 = \frac{M \cdot 800/2}{500 \cdot 800^3/12} \rightarrow M = 229,3 \text{ mkN}$$

Luego este es el momento que se produce en la mitad del vano para la carga dada, supóngase ahora que se necesitará incrementar la carga distribuida de 18,3 a 100 kN/m. Ahora el momento que soporta la viga pasa de 229,3 a 1250 mkN.

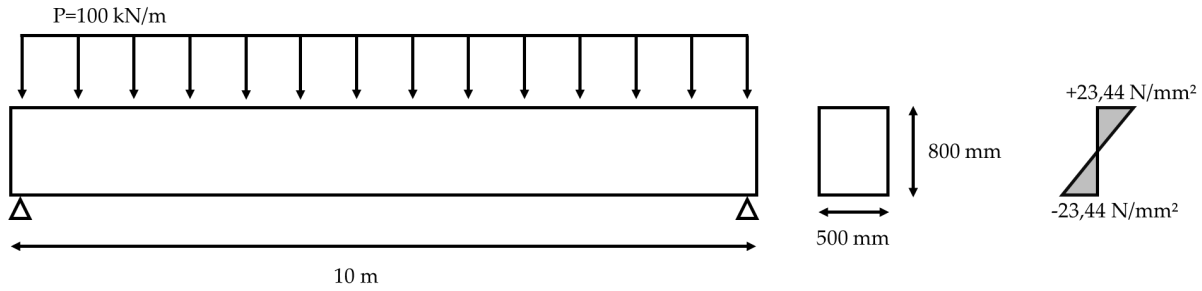


Ilustración 2 Esquema y medidas viga ejemplo con esfuerzos axiales ampliados

Es evidente que la viga no puede soportar tales esfuerzos sin la ayuda de armadura, por lo cual se va a suponer que se inserta un tendón pretensado a 1/3 del canto tomando como referencia la fibra inferior. El tendón creará un diagrama de triangular de compresiones:

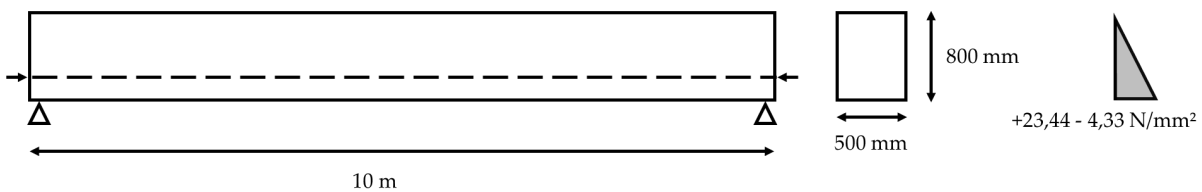


Ilustración 3 Esquema tensional viga con tendón pretensado

El paso lógico por seguir es calcular la tensión del tendón para que este, finalmente cree en la zona traccionada de la vida (fibra inferior), la tensión justa de tracción que el hormigón sea capaz de soportar. Para ello dado que este valor es 4,3 y la tracción obtenida con la nueva carga de 100 kN/m es de 23,44 N/mm<sup>2</sup>, la fuerza N a la que tiene que estar tensado el cable es:

$$N = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot \sigma = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 800 \cdot (23,44 - 4,3) \cdot 10^{-3} = 3828 \text{ kN}$$

Por lo cual, si a la viga le sumamos la contribución del tendón, el estado final de tensiones queda:

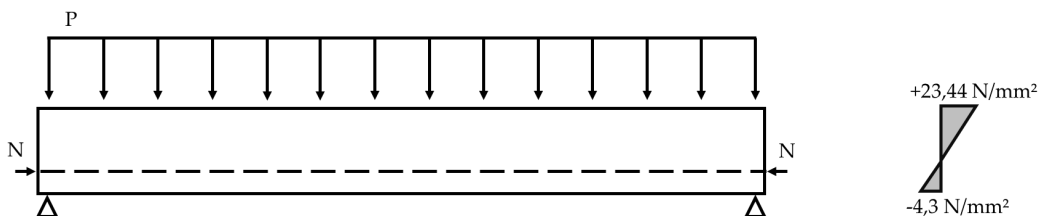


Ilustración 4 Estado final de tensiones de una viga pretensada

Como se puede observar, este sería el estado final, habiendo incrementado de forma considerable la carga, el hormigón de la viga, para una sección igual, resiste mucha más carga. Este fenómeno es llamado compensación de tensiones [6], y es la principal ventaja del uso de la técnica de pretensado,

aprovechar más el acero por su gran capacidad de resistencia a tracción, y aprovechar más el hormigón por su excelente capacidad a ser comprimido.

## 2.5. Formas de pretensado. Pretensado con armaduras pretesas y postesas.

En este apartado se explicará en qué consiste y cómo se fabrican piezas según la forma de aplicar el pretensado. Se expondrán las ventajas e inconvenientes de cada método.

### 2.5.1 Armaduras pretesas

Para la construcción por este método, lo primero que se hace es tensar los tendones. Estos en los extremos están sujetos a unos anclajes fuertemente empotrados. Esta disposición de anclajes se llama la “mesa de pretensado”. Una vez se encuentren los tendones a la tensión correspondientemente calculada, se colocan las armaduras pasivas y los moldes de la pieza, se vierte, compacta y se deja curar el hormigón. Se deja endurecer el hormigón el tiempo suficiente para que se garantice la adherencia necesaria para transferir la fuerza de tesado de los tendones al hormigón, que hasta ahora estaba siendo soportada por los anclajes de la mesa de pretensado. De forma habitual se usa un curado térmico u hormigón de muy alta resistencia para reducir este periodo, que suele oscilar entre las 14 horas y los 3 días como límite máximo [6].

Como se muestra en la siguiente imagen, el proceso de transferencia de tensión nombrado tiene aparejado un acortamiento de la pieza. Esto a su vez conlleva la aparición de una contraflecha, que será menor a medida que el pretensado esté aplicado más cerca del centro de gravedad de la pieza. Por ello previamente al proceso de transferencia es necesario quitar los moldes [6].

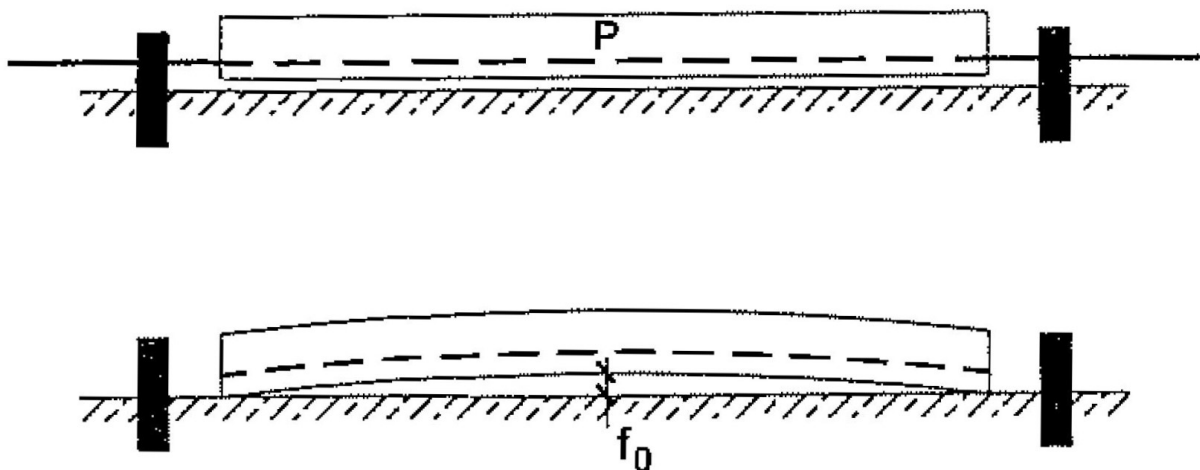


Ilustración 5 Acortamiento y contraflecha de pieza de hormigón después de aplicar transferencia de tensión. Fuente [6].

### 2.5.2 Armaduras postesas

Para la construcción de este método se procede a colocar y armar el molde de la pieza. Se colocan armaduras pasivas de estribos y a veces armaduras longitudinales. Se colocan las vainas por donde se hilarán los tendones postesos. Una vez colocado todo lo indicado es cuando se procede a verter el hormigón. Cuando endurece lo suficiente para garantizar cierta resistencia del hormigón (que este no se desmorone a quitar el molde), se introducen los tendones por las vainas y se abre el molde. Una vez el hormigón alcance una resistencia adecuada, se procede al tensado de los tendones, que se efectúa anclando de forma fija por un extremo y tirando por el otro hasta tensar la armadura lo requerido. Aquí también se produce en la pieza la contraflecha correspondiente. Matizar, que dado que se envainan las armaduras a través de los conductos que se han nombrado como vainas, los tendones no tienen como tal adherencia al hormigón ni están protegido de la corrosión, por ello se suele inyectar una lechada de cemento, así se solventan. Es evidente que la adherencia y el recubrimiento que provoca la lechada es de menor calidad en general que el proceso de hormigonar directamente sobre los tendones del método de armaduras pretesas [6].

### 2.5.3 Ventajas e inconvenientes de cada método

Armaduras pretesas		Armaduras postesas	
Ventajas	Desventajas	Ventajas	Desventajas
Alta producción, escalabilidad económica.	-	-	Ejecución cercana a la obra. Método menos productivo e industrializable.
Alta calidad del producto debido a que la industrialización del proceso especializa al personal.	-	-	-
-	-	Inclinación de los tendones provoca efecto reductor de esfuerzos cortantes.	-
Curado térmico en ambiente húmedo reduce pérdidas de tensión por acortamiento (fluencia del hormigón).	Curado térmico da lugar a pérdida adicional por reducción de tensión en armadura por la dilatación de las armaduras antes de la adherencia al	-	-

	hormigón.		
-	Compresión del hormigón cuando aún es joven. Pérdidas de tensión por acortamiento elástico instantáneo y por deformación diferida del hormigón son elevadas.	Tesado se realiza con el hormigón a mayor edad y, por lo tanto, con mayor resistencia. Menores pérdidas de tensión.	-
-	-	Adaptable a piezas hiperestáticas y curvas.	-
-	Armadura constante de extremos a extremo sin posibilidad de variar el recorrido de forma curva a lo largo de la sección	Trazado curvo de los tendones a lo largo de la sección. Permite adaptabilidad a las condiciones tensionales en servicio de la pieza.	Trazado curvo dificulta el cálculo de las pérdidas de tensión de la armadura (debido al rozamiento).

*Tabla 1 Ventajas y desventajas armaduras pretensas y postesas. Fuente [6].*

## 2.6. Pérdidas pretensado

El estudio y cálculo de estructuras construidas en hormigón pretensado o postesado tiene aparejado siempre tener en consideración que las armaduras tesas van a sufrir una pérdida en su fuerza de pretensado, siendo la fuerza de tesado final de una magnitud considerablemente menor a la inicial. Esta pérdida de tensión se produce independientemente del método utilizado, es decir, tanto en hormigón pretensado como en hormigón postesado. Como dato de interés previo a toda la explicación, es curioso matizar que estas pérdidas es muy habitual que sean mayores en piezas de hormigón pretensado que postesado, esto es debido a que la interacción (transferencia) entre la armadura y el hormigón, se hace en la tipología de armadura pretesa cuando el hormigón aún es muy joven, siendo las pérdidas por acortamiento elástico, fluencia, retracción y relajación mayores [7].

Como punto de partida, es necesario saber cuál debe ser la fuerza de pretensado que se le aplique a los cordones en el momento de su montaje y tesado. Esta fuerza inicial viene descrita en el Código Estructural, en el capítulo 50.3.3 "Tensión máxima inicial admisible en las armaduras". En este capítulo se explica que el valor máximo de la tensión inicial producida en las armaduras antes de anclarlas, han de cumplir tensiones que cumplan las siguientes condiciones [8]:

- 85% de la carga unitaria máxima característica garantizada siempre que, al anclar las armaduras en el hormigón se produzca una reducción de la tensión tal que el valor máximo de la tensión en las armaduras después de dicha reducción no supere el 75% de la carga máxima unitaria característica garantizada, en el caso de que tanto el acero para armaduras activas, como el aplicador del pretensado estén en posesión de un distintivo de calidad oficialmente reconocido [8].
- (en el resto de los casos) 80% de la carga unitaria máxima característica garantizada siempre que, al anclar las armaduras en el hormigón se produzca una reducción de la tensión tal que el valor máximo de la tensión en las armaduras después de dicha reducción no supere el 70% de la carga máxima característica garantizada [8].

Además, el Código Estructural especifica acerca de la rotura de algún cordón durante el proceso de tesado. Ya que, si se rompe uno o más elementos constituyentes de la armadura, se podrá alcanzar la tensión de tesado requerida en el proyecto tan solo aumentando la tensión del resto de cordones. La condición para efectuar este procedimiento es que es imprescindible que no se supere en un 5% la tensión en cada uno de los elementos, según el valor inicialmente previsto. Si se sobrepasa esta condición será necesario un nuevo estudio del proyecto original, teniendo en cuenta las propiedades mecánicas de los materiales que se usen. Aun así y en todos los casos, es preciso realizar una comprobación de la pieza o elemento estructural que se tesa con las nuevas condiciones que se den en el proyecto [8].

La disminución total de fuerza en el pretensado, que origina la rotura o desperfecto, para elementos irremplazables de la armadura, no podrá exceder nunca el 2% de la fuerza total de pretensado indicada en el proyecto [8].

A continuación, en los próximos dos capítulos se tratarán las pérdidas para armaduras pretesas como armaduras postesas.



## 2.6.1 Pérdidas de fuerza de tesado en armadura pretesa

Las estructuras que recurren a hormigón pretensado (tipología armadura pretesa), sufren, como ya es sabido, pérdidas incluso mayores que su tipología análoga, el postesado. Estas pérdidas son debidas a números factores que se describirán detalladamente a continuación, algunas de ellas son debidas a la propia armadura, a las propiedades del hormigón y también al propio utillaje y maquinaria empleado para la disposición de las armaduras pretesas [7].

La suma de todas estas pérdidas oscila entre un 20 – 35% del tesado inicial aplicado, por lo cual es crucial tenerlo en cuenta en el cálculo del proyecto. Aunque pueda parecer una pérdida excesiva de fuerza, a la vista de los experimentos y los datos recogidos en multitud de obras a lo largo del tiempo, si se tienen en cuenta todos los factores (y se omiten ocultación o falseo de datos), siempre oscila entre el valor indicado al principio de este párrafo. Esta pérdida de tesado afecta en poca medida al Estado Límite Último de la pieza, es decir, a su rotura, pero sí afecta mucho a la fisuración y deformación. Una infravaloración de estas pérdidas puede ocasionar problemas como la corrosión de las armaduras, cuya reparación es muy costosa y puede incluso desembocar en la demolición de la estructura. Como ya es sabido, la razón de ser de pretensar la estructura en estudio de este documento es esto mismo, evitar la corrosión debida a un ataque ambiental más fuerte de lo habitual por el líquido que alberga la estructura en su interior [7].

Para el cálculo o estimación de estas pérdidas se recurre a tres métodos [7]:

### 2.6.1.1 Método general

Este método es interesante para entender conceptualmente las pérdidas de tesado. Además, es de uso recomendado para la fabricación en serie de grandes lotes de piezas, ya que en esos casos es muy importante el afinamiento en los cálculos, por seguridad y ahorro de costes. A continuación, se enumeran las pérdidas tenidas en cuenta [7]:

#### 1. Pérdidas de fuerza de pretensado hasta la transferencia:

- a. Pérdida por rozamiento parásito en las placas separadoras y defectos de alineación de moldes a lo largo de la viga. Esta pérdida cabe la posibilidad de que no se dé si no hay placas o moldes [7].
- b. Pérdida por rozamiento en las placas extremas de desvío. Al igual que en la anterior, de no usarse estas placas, esta pérdida no existirá [7].
- c. Pérdida por deslizamiento de las cuñas de anclaje. Una vez tesada las armaduras, para que se dé el anclaje de las armaduras en las cuñas, es preciso que el gato que las tensa reduzca su fuerza. Esto crea un deslizamiento de las cuñas hasta el anclaje. Se puede medir este decremento de fuerza (en N) con la fórmula escrita a continuación, siendo  $\delta$  el deslizamiento hablado (en mm),  $E_p$  el módulo de elasticidad de la armadura (en N/mm<sup>2</sup>) y  $A_p$  la sección de la armadura (en mm<sup>2</sup>) [7].

$$\Delta P = \frac{\delta}{1000L} E_p A_p$$

- d. Pérdida por relajación isoterma a temperatura ambiente durante el tiempo de espera [7].
- e. Pérdida por relajación anisoterma durante el periodo de calentamiento. Uno de los

fenómenos aquí producidos es que debido al calentamiento respecto al momento inicial de tesado y anclaje, estas se alargan y pierden tensión, siendo la magnitud de esta pérdida función de la adherencia que exista en el momento en el que se produce el incremento de la temperatura. Otro fenómeno que se da es la relajación del acero de las armaduras tesas a una temperatura variable [7].

- f. Pérdida por relajación isoterma durante el periodo de tratamiento a temperatura uniforme [7].
- g. Pérdida por retracción inicial del hormigón. Desde que se vierte el hormigón hasta que se realiza la transferencia, se produce también una cierta pérdida de tensión debida a la retracción inicial del hormigón. Esta pérdida se da desde que empieza a existir adherencia con la armadura hasta que se realiza la transferencia. Dado que este tiempo son unas pocas horas y que normalmente se suele mantener unas condiciones de humedad alta, la pérdida es de relativo bajo valor, pudiéndose omitir, aunque en piezas delgadas y si el procedimiento está poco cuidado, sí que pueden ser apreciables [7].
- h. Pérdida de la fuerza de pretensado debida a la dilatación térmica hasta el momento de la transferencia. Para este instante de tiempo, el hormigón ya ha alcanzado una resistencia importante, del orden de 20 a 30 MPa al menos, además, la adherencia hormigón-acero se ha completado prácticamente [7].
- i. Pérdida por relajación anisoterma en el periodo de enfriamiento [7].
- j. Pérdida por acortamiento elástico al transferir. Tras producirse la transferencia de tensiones del acero al hormigón, la compresión a la que es sometido el hormigón hace que como todo material, este se deforme, acortándose, por lo tanto haciéndole perder tensión al acero [7].

## 2. Pérdidas de fuerza de pretensado después de la transferencia:

- a. Retracción diferida
- b. Fluencia
- c. Relajación diferida

(todo recopilado de [7])

### 2.6.1.2 Método simplificado

Se usa para de una forma más breve, obtener las pérdidas con una precisión suficiente para la mayoría de los cálculos. Se omiten algunas de las fuerzas del método general, siendo tenidas en cuenta [7]:

- a. Pérdida por rozamiento parásito en las placas separadoras y defectos de alineación de moldes a lo largo de la viga.
- b. Pérdida por rozamiento en las placas extremas de desvío. Al igual que en la anterior, de no usarse estas placas, esta pérdida no existirá.
- c. Pérdida por deslizamiento de las cuñas de anclaje.

- d. Pérdida por relajación isoterma a la temperatura ambiente.
- e. Pérdida por relajación anisoterma durante el periodo de calentamiento.
- f. Pérdida por relajación isoterma durante el periodo de tratamiento a temperatura uniforme.
- g. Pérdida por relajación anisoterma durante el periodo de enfriamiento.
- h. Pérdida por retracción inicial.
- i. Pérdida debida a la dilatación térmica.
- j. Pérdida por acortamiento elástico al transferir.
- k. Pérdida por retracción.
- l. Pérdida por fluencia del hormigón.
- m. Pérdida por relajación diferida del acero.

(todo recopilado de [7])

### 2.6.1.3 Método para tanteos

Este método hace uso de gráficas para estimar las pérdidas. Este método es menos preciso, pero según que aplicación es válido, como por ejemplo para cálculos simples o comprobaciones. Estas curvas surgen de interpolación de curvas obtenidas a partir de los resultados obtenidos en la realización de cálculos de numerosas piezas pretensadas con armaduras pretesas [7].

Para concluir con el apartado “2.6.1 Pérdidas de fuerza de tesado en armadura pretesa”, la fuerza final de pretensado será simplemente la carga inicial aplicada menos el sumatorio de todas estas pérdidas, según el método [7].

## 2.6.2 Pérdidas de fuerza de tesado en armadura postesa

Las estructuras postesas en su cálculo deben dimensionarse sabiendo que entre un 15 – 25% de la fuerza de tesado va a perderse. Como se adelantó antes, es menor que para las estructuras pretesas. El conjunto de pérdidas se agrupa en pérdidas instantáneas y diferidas. A continuación, se detallan cada una de ellas [7]:

### 2.6.2.1 Pérdidas instantáneas

- a. Pérdida debido al rozamiento con el conducto. El rozamiento en los conductos se da tanto en las partes curvas como en las rectas. Además, es aplicable para conducto adherente (vainas metálicas corrugadas o lisas) y no adherente (conductos de material plástico). Para el caso del rozamiento en sillas en la técnica de pretensado exterior, requiere un estudio adaptado a la silla empleada [7].

Este rozamiento no se da solamente por el hecho del contacto, también se puede intensificar por irregularidades (curvas) en el trazado de la vaina, muchas veces debido a que la distancia de los separadores de las vainas es excesiva, provocando que el vaina flote en el

hormigón, pero, por ejemplo, en el vertido del hormigón fresco o la vibración posterior que se realiza, puede provocar estas irregularidades. A la hora de calcular estas pérdidas habrá que tener en cuenta el tipo de tendón empleado, diferenciándose en armaduras postesas inyectadas (alambres trefilados, torzales y cordones, barras redondas lisas y barras redondas corrugadas), armaduras postesas no adherentes (cordones unifilares, tendones engrasados, tendones no engrasados) y tendones de pretensado exterior (cordones sin engrasar en silla de acero tanto como si están o no situados dentro de vainas de plástico, cordones engrasados sobre silla de acero y haz de cordones plastificados sobre silla de acero) [7].

La expresión para el cálculo de las pérdidas instantáneas por rozamiento con el conducto en armadura postesa, en base al Código Estructural:

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max}(1 - e^{-\mu(\theta+kx)})$$

Siendo:

$\theta$ : la suma de las desviaciones angulares sobre una distancia  $x$  (independientemente de la dirección) [8].

$\mu$ : coeficiente de rozamiento entre la armadura activa y la vaina. El valor de este coeficiente depende de las características superficiales de la armadura activa y la vaina, de la presencia o no de óxido, del alargamiento de la armadura y de su trazado. [8].

$k$ : deformación angular involuntaria para la armadura activa interior (por unidad de longitud). El valor de este coeficiente depende de la calidad de la ejecución, de la distancia entre los puntos de apoyo de la armadura, del tipo de conducto o vaina empleada y del grado de vibración utilizado para la puesta en obra del hormigón [8].

Los valores de  $\mu$  y  $k$  se indican en la correspondiente Evaluación Técnica Europea [8].

$x$ : distancia, a lo largo de la armadura activa, desde el punto en el que la fuerza de pretensado es igual a  $P_{max}$  (la fuerza en el extremo activo durante el tesado) [8].

- b. Pérdida por penetración de cuña. Como se explicó anteriormente para que la cuña comience a funcionar, es necesario cierto deslizamiento de esta producido por el cese de presión del gato hidráulico que tesa los cordones. La penetración de cuña (los mm que desliza) es un parámetro dado por el fabricante, que suele oscilar entre 3 y 12 mm. El deslizamiento explicado solo se da en el extremo de tesado (anclaje activo), dado que, en el otro extremo del cordón, aunque también tiene cuña, está ya ha entrado en acción debido a que el gato está tirando [7].

En los casos más usuales de rozamiento entre tendón y conducto, al tesar el tendón se producen unas fuerzas de rozamiento que se oponen al alargamiento del cable y reducen la fuerza de pretensado a medida que el punto considerado del tendón se aleja del anclaje. Cuando se suelta el tendón y hasta que se enclavan las cuñas el corrimiento del tendón moviliza fuerzas de rozamiento de sentido contrario, hasta una distancia " $l_c$ " en la que las fuerzas de rozamiento producen ya una fuerza total en el tendón igual a la diferencia entre la fuerza de tesado  $P_0$  y la correspondiente al punto distante  $l_c$  del anclaje [7].

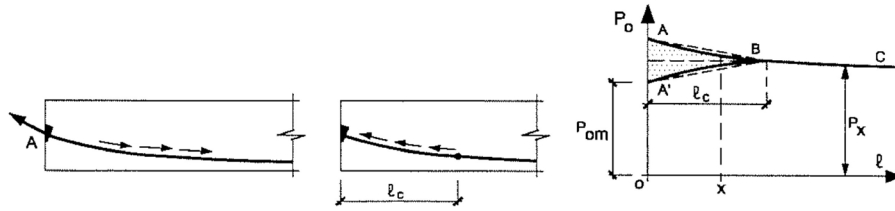


Ilustración 6 Representación de  $l_c$

A una distancia  $l_c$  a partir del anclaje las fuerzas de tesado, que inicialmente eran ABC (véase Ilustración 6, tercera imagen), se reducen en dicha longitud a la ley A'B'C [7].

$$l_c = \sqrt{\frac{1000\delta_c A_p E_p}{P_0 \mu \left(\frac{\alpha}{l} + k\right)}}$$

La penetración del anclaje corresponde a la diferencia de alargamientos del tendón según la curva de fuerza teórica AB y la real A'B', cuya expresión es [7]:

$$\delta_c = \frac{\mu P_0 l_c^2}{A_p E_p} \left(\frac{\alpha}{l} + k\right)$$

Siendo la expresión de las pérdidas instantáneas por penetración de cuña [7]:

$$\Delta P = P_0 \left[1 - e^{-2\mu l_c \left(\frac{\alpha}{l} + k\right)}\right]$$

- c. Pérdida por acortamiento elástico instantáneo del hormigón. Se pueden dar varios casos, tendones rectos y anclados todos simultáneamente, tendones rectos tesados consecutivamente, tendones rectos que producen asimetría de fuerzas de pretensado respecto al plano medio de la pieza y tendones curvos tesados consecutivamente [7].

Las expresiones son:

- Tendones rectos y anclados todos simultáneamente [7]:

$$\Delta P = A_p \sigma_{pt} m_p \left[1 + \left(\frac{e_o}{r_o}\right)^2\right]$$

Donde  $\sigma_{pt}$  es la tensión de la armadura después de transmitida la fuerza de pretensado al hormigón, es decir, después del acortamiento elástico de este.

- Tendones rectos tesados consecutivamente: los acortamientos elásticos producidos

al anclar un tendón, destesan en parte los anteriormente anclados [7].

$$\Delta P = A_p m \sigma_{cp} \frac{n-1}{2n}$$

Siendo  $n$  el número de tendones y  $\sigma_{cp}$  la tensión del hormigón a nivel del c.d.g. de la armadura activa.

### 2.6.2.2 Pérdidas diferidas

Después del anclaje, se producen acortamientos debidos a la fluencia y la retracción del hormigón, produciéndose, como ya se explicó en el apartado anterior, pérdidas en el alargamiento del tendón, que conlleva una reducción de la fuerza de pretensado. Además, habrá que tener en cuenta la relajación del acero de las armaduras. Es importante hacer la distinción entre tendones adheridos y no adheridos. En los primeros, las pérdidas debidas a la retracción y fluencia deben calcularse a partir de las deformaciones de la fibra de la sección de hormigón a nivel del tendón. En el segundo caso, la pérdida debe calcularse a partir de la deformación general del a pieza [7].

## 2.7. Características alambres y cordones

Esta sección trata acerca de las características y propiedades que deben tener los alambres y cordones de acero de pretensar. Para la descripción de los mismos se va a usar la norma UNE 36094:1997 "Alambres y cordones de acero para armaduras de hormigón pretensado".

El tipo de acero a usar es el de aceros especiales no aleados para los cordones pretensados, bajo la norma UNE-EN 10016-4.

El proceso de fabricación del acero podrá ser elección del fabricante siempre y cuando no se use el proceso de soplado por el fondo. Se exige que los cordones estén libres de defectos superficiales causados por el proceso de fabricación, además de que no pueden estar oxidados, a excepción de una ligera capa de óxido superficial no adherente.

La norma estipula que los cordones deben entregarse al cliente sin engrasar [9].

### 2.6.3 Designación

Se establece una designación para los alambres:

Referencia a la norma	Designación acero				Diámetro (mm)	Grafila del alambre
	Función	Resistencia nominal (MPa)	Tipo	Nº Alambres		

Por lo cual, un ejemplo de acero para pretensar siguiente la designación descrita sería:

UNE 36094:1997	Y	1860	S	7	15,2	I
----------------	---	------	---	---	------	---

Es decir, UNE36094:1997 Y 1860 S7 15,2 I.

Este será el tipo de cordón usado para la estructura analizada en este documento. En orden, la letra Y hace referencia a que este acero es usado para pretensar, la letra S hace referencia a que son cordones trefilados, y el 7 es el número de alambres que componen el cordón (que pueden ser 2, 3 o 7). El último indicativo hace referencia a si los cordones están grafilados o no, de no estarlos se omite poner la letra I.

A continuación, se muestra una tabla donde aparecen todos los cordones normalizados, indicando su diámetro, resistencia en MPa, su densidad y otros parámetros:

Clase	Designación del acero	Valores nominales			Valores especificados					
		Diámetro (mm)	Resistencia a la tracción (MPa)	Masa (g/m)	Sección transversal recta (mm <sup>2</sup> )	Tolerancia del área de la sección transversal recta (mm <sup>2</sup> )	Valor característico mínimo de la carga de rotura (kN)	Carga máxima de rotura (kN)	Valor característico del límite elástico al 0,1% (kN)	Valor característico del límite elástico al 0,2% (kN)
A	Y 1770 S2	5,6	1770	96,7	12,3	± 0,25	21,8	25,5	18,5	19,2
	Y 1770 S2	6,0	1770	111	14,1	± 0,28	25,0	29,3	21,3	22,0
	Y 1960 S3	5,2	1960	107	13,6	± 0,27	26,7	31,2	22,7	23,5
	Y 1860 S7	6,5	1860	166	21,1	± 0,43	39,2	45,9	33,3	34,3
	Y 1860 S7	6,8	1860	184	23,4	± 0,47	43,5	50,9	37,0	38,3
	Y 1860 S7	7,5	1860	227	29,0	± 0,58	54,0	63,2	45,9	47,5
	Y 1860 S7	9,3	1860	408	52	± 1,04	96,7	113	82,2	85,1
	Y 1860 S7	13,0	1860	785	100	± 2,00	186	218	158	164
B	Y 1770 S7	16,0	1770	1176	150	± 3,00	265	310	225	233
	Y 2060 S3	5,2	2060	107	13,6	± 0,27	28,0	32,8	23,8	24,6
	Y 1860 S7	15,2	1860	1101	140	± 2,80	260	304	221	229
	Y 1860 S7	16,0	1860	1176	150	± 3,00	279	326	237	246

Tabla 2 Dimensiones y propiedades de cordones [9]. Señalado el acero usado en el proyecto del presente documento.





# 3 MODELO

---



### 3.1. Estación depuradora de aguas residuales

El modelo a analizar será un órgano perteneciente a las estaciones depuradoras de aguas residuales (EDAR). Una EDAR es una instalación encargada de transformar aguas residuales en aguas que cumplen ciertas características. Para ello, dentro de la misma, se disponen de diferentes órganos que a través de procesos físicos, químicos y biológicos consiguen convertir las aguas residuales o también llamadas aguas sucias o negras, en aguas aptas para ser vertidas de forma segura a cauces fluviales o al mar, sin que conlleve alteraciones medioambientales muy significativas.

Debido a la creciente demanda social encaminada en el cuidado del medio ambiente, se ha creado una legislación que regula la calidad del agua que ha de salir de los núcleos urbanos e industriales, de aquí el surgimiento y función de una EDAR [10].

Una EDAR consta de tres etapas. A continuación, se muestra un esquema del flujo que sigue el agua a través de estas etapas:

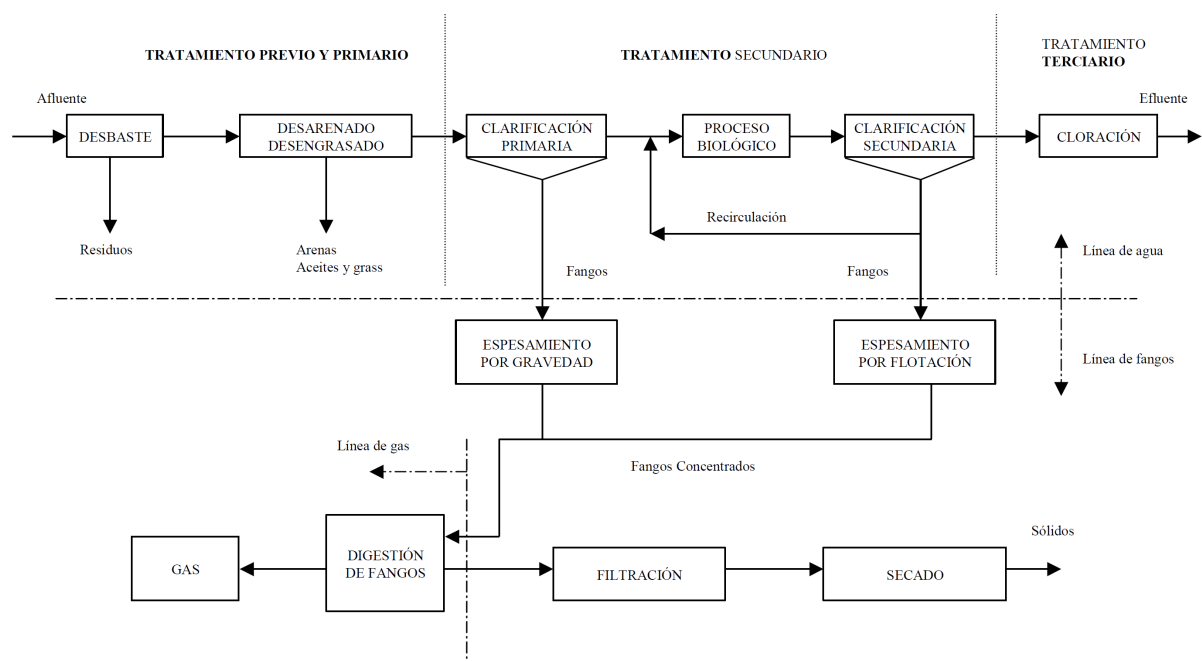


Ilustración 7 Instalaciones de las que consta una EDAR y flujo del agua a través de la misma [7]

A continuación, se explicará de forma resumida cada una de las etapas:

#### 3.1.1 Tratamiento previo

- **Sólidos gruesos:** es posible que el agua residual transporte sólidos de gran tamaño (tamaño superior a 10 cm). Estos residuos suelen recogerse con la ayuda de algún dispositivo tipo grúa con una cuchara que los extrae [10].
- **Sólidos medios:** estos sólidos son aquellos comprendidos entre 1 y 10 cm. Se recogen efectuando una operación de desbaste mediante rejas. Podrán existir varias rejas de desbaste según el tamaño de sólido a separar [10].
- **Desarenado:** se separan los sólidos inorgánicos en suspensión de alto peso específico, para

así evitar atascos en instalaciones aguas abajo. Estas partículas en suspensión suelen rondar los 0,2 mm. Los desarenadores pueden ser de tipo canal, aireado o circular. Siendo los canales desarenadores los más frecuentes. El principio de funcionamiento es hacer circular el agua por ellos a una velocidad lo suficientemente lenta como para permitir la sedimentación de las partículas en suspensión en el fondo de los mismos, para posteriormente ser recogidas [10].

→ **Desengrasado:** se separan grasas, aceites, maría flotante líquida y sólida. Se procede a este paso cuando las cantidades de las sustancias enumeradas es suficiente.

Estos últimos dos pasos se pueden hacer simultáneamente en el mismo equipo sedimentador [10].

### 3.1.2 Tratamiento primario

Esta etapa de la EDAR consiste en la separación de las aguas de materia orgánica en suspensión. Estos sólidos son principalmente de tipo orgánico biodegradable [10].

El órgano de esta etapa son los clarificadores primarios (también llamados decantadores primarios), grandes depósitos cilíndricos, en el cual esta materia orgánica sedimenta, con la ayuda de coagulantes y floculantes [10].

Los clarificadoras son depósitos de gran sección circular horizontal, en los cuales el agua se mueve con suma lentitud, para así conseguir separar los sólidos por sedimentación. Esta instalación también puede ser circular o rectangular, el tipo más frecuente son los circulares [10].



*Ilustración 8 Clarificador primario [11]*

### **3.1.3 Tratamiento secundario**

La tercera fase en el tratamiento de aguas residuales es el llamado tratamiento secundario. La finalidad principal de las instalaciones de esta etapa es la disminución de la cantidad de material orgánico y coloidal, esta vez no por un proceso físico de sedimentación, como en la etapa anterior, si no esta vez mediante oxidación biológica. Esta oxidación biológica será llevada a cabo por microorganismos especialmente seleccionados para esta función, el tipo de organismo usado principalmente son las bacterias. Estas bacterias tendrán la función de metabolizar esta materia orgánica y transformarla en sólidos sedimentables flocculentos, es decir, sólidos biológicos. El objetivo principal es la reducción de la DBO (demanda biológica de oxígeno). El órgano principal de esta función es el reactor biológico (en el diagrama de la ilustración 6 aparece indicado como “proceso biológico”). Posterior a esta etapa, hay que recoger estos sólidos sedimentables flocculentos (llamados lodos) que se producen, y se llevan a cabo en el clarificador secundario donde se dejan sedimentar. El proceso que más usualmente se da en los llamados reactores biológicos es el proceso de lodos activos, por su alto rendimiento [12].

Tras estos tratamientos surge la problemática de tratar estos lodos, donde se concentra la mayor parte de la DBO. Por el alto contenido en DBO, no se puede verter estos lodos sin tratamiento previo, por ello surge el tratamiento de fangos o lodos [12].

#### **3.1.3.1 Tratamiento de fangos**

Este tratamiento tiene como función principal el procesado de los lodos producidos en los clarificadores primarios y secundarios. El tratamiento de estos lodos o fangos es de los procesos más complejos de las estaciones depuradoras de aguas residuales por su altísimo contenido en DBO. El procedimiento más habitual es el de la digestión, en la cual se reduce esta cantidad de DBO hasta niveles estipulados más admisibles. Esta digestión puede ser tanto aerobia como anaerobia (en presencia o no de oxígeno respectivamente), el producto que se obtiene tras este procedimiento es el de lodo estabilizado [12].

El órgano principal de esta etapa y objeto de estudio de este documento es el digestor. En el siguiente apartado, “el digestor” se explicará con más detalle su tipología estructural y las causas de la misma.

### **3.1.4 Tratamiento terciario**

Esta fase de la EDAR tiene como objetivo principal terminar de tratar el agua resultante para un uso específico, es una fase complementaria a las anteriores y de menor importancia desde el punto de vista medioambiental, dado que los contaminantes ya están eliminados. El tratamiento suele consistir en tratar nutrientes (eliminación de fósforo y nitrógeno principalmente), calcio, magnesio, cloruros y sulfatos, además de microorganismos patógenos [13].

### 3.2. El Digestor

El digestor es la instalación de análisis de este documento. Tal y como se adelantó en el apartado anterior es el dispositivo encargado del proceso de digestión de los fangos procedentes de los clarificadores primarios y secundarios.



*Ilustración 9 Digestor (derecha) y depósito de biogás (izquierda) EDAR Cabezo Beza (Cartagena, Murcia) [14]*



*Ilustración 10 Digestor EDAR La Hoya (Lorca, Murcia) [14]*

El digestor, resultado del proceso realizado en su interior, es capaz de producir biogás (metano), que en muchos casos se vende para suplir gastos de la EDAR o mismamente para producir la

energía consumida por el complejo. Esta energía anual producida por el biogás generado es del orden de 1 MW [14].

La estructura del digestor en estudio es de disposición cilíndrica, construido en hormigón postesado. La necesidad de que la estructura requiera de elementos de pretensión es debida al líquido que se procesa en su interior, y es que el agua cargada de fangos que llegan al digestor tiene una capacidad muy oxidante, característica que para el hormigón puede ser desdeñable, pero que para las armaduras no lo es.

Como es conocido, cuando el hormigón entra en un estado de tracción, este se fisura. Normalmente estas fisuras son admisibles para muchas construcciones de hormigón, aunque varía en función de las condiciones ambientales exteriores. En este caso, al ser tan agresivas, se hace indispensable que la cara del depósito interior, en contacto con el agua con fangos esté siempre comprimida, para que no se formen fisuras que puedan hacer que se filtre el agua y oxide las armaduras, es por ello por lo que se recurre a pretensar las paredes del depósito.

### 3.3. Condiciones ambientales

Las condiciones ambientales a las que está expuesto el hormigón se describen según la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08), que es con la que se calculó el proyecto. Aun así, se mostrará la designación equivalente en el actual Código Estructural vigente, que ha sustituido a la norma EHE-08.

EHE-08			Código Estructural	
Exposición interior				
General	IV	Cloruros no marinos	XD2	Cloruros no marinos. Húmedo raramente seco
Específica	Qb	Química agresividad media	XA2	Química agresividad media
Exposición exterior				
General	I Ib	Normal con humedad media	XC3	Normal con humedad media
Específica	Qb	Química agresividad media	XA2	Química agresividad media

Tabla 3 Exposición ambiental del digestor en nomenclatura de la EHE-08 y el Código Estructural [15]

### 3.4. Dimensiones

El digestor en estudio tiene capacidad para albergar como máximo algo más de 8600 m<sup>3</sup>. Para ello está conformado por una base cónica de 2 metros de profundidad, un muro cilíndrico de 17,5 metros de altura y finalmente una cúpula superior de 4,5 metros de altura. El digestor podrá



llenarse como máximo a una altura desde la base del cono base de 19 metros, quedando la cota máxima permitida de agua a 17 metros respecto a la base del muro. Esto le confiere exactamente un volumen bruto (sin contar las instalaciones, maquinaria y estructuras auxiliares que pudieran montarse dentro) de 8672 m<sup>3</sup>.

A continuación, se muestra un esquema con las medidas del mismo:

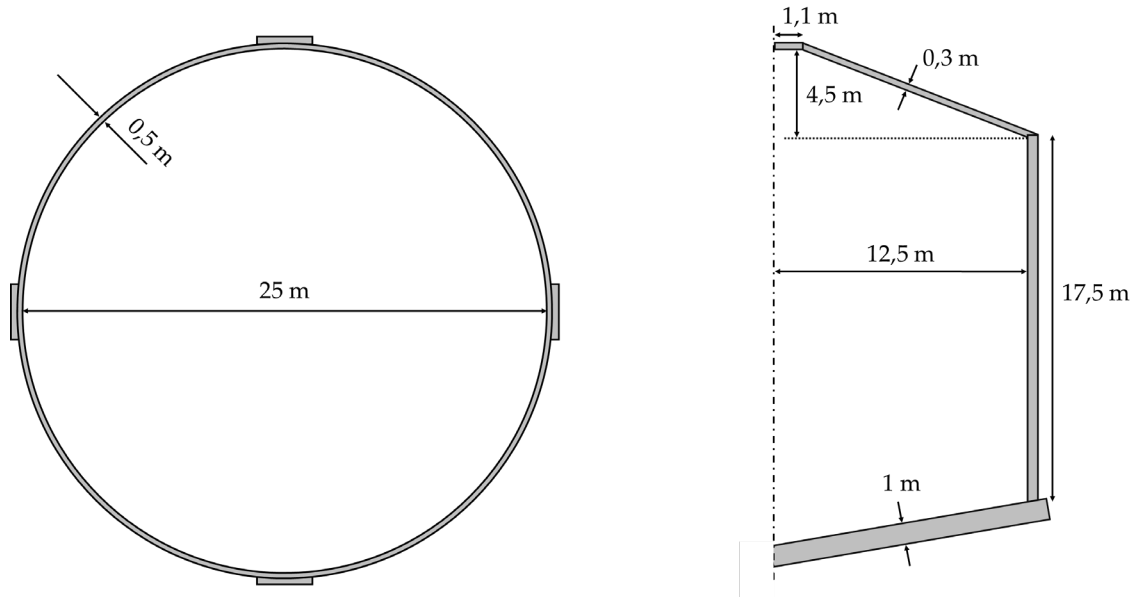


Ilustración 11 Esquema medidas digestor. Izquierda planta de la sección cilíndrica. Derecha corte vertical.

### 3.5. Modelo de elementos finitos

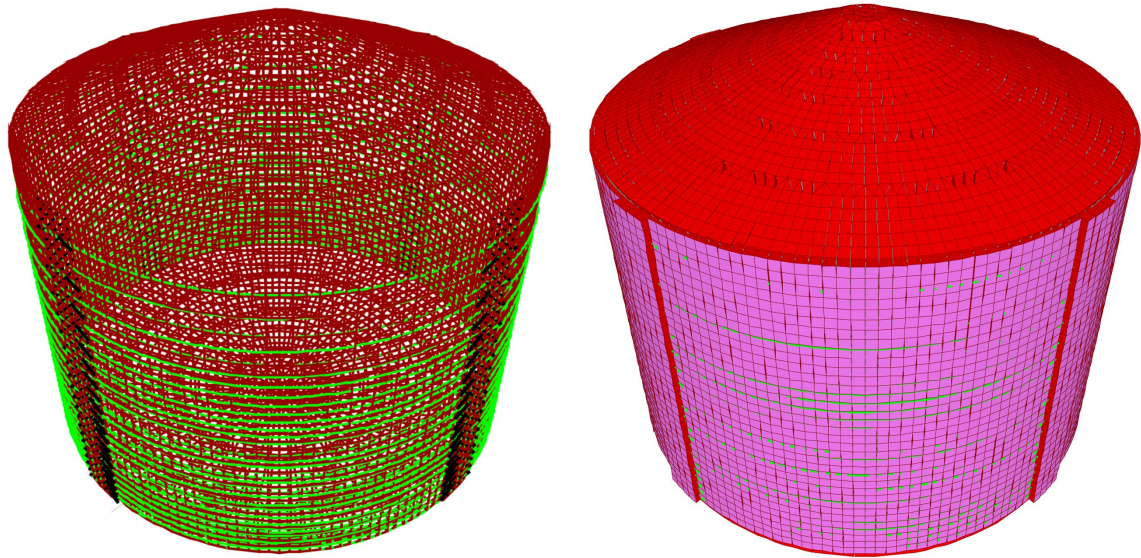
El análisis tensional que se va a llevar a cabo en este estudio estará modelizado con el método de elementos finitos. Para ello se utilizará el programa de cálculo estructural *SAP2000 Structural Analysis and Design* en su versión 23, programa del CSI (Computers and Structures, Inc.).

El modelo consta del digestor completo, es decir, se modeliza todas las partes estructurales:

- Losa de cimentación
- Muro
- Contrafuertes
- Cúpula superior

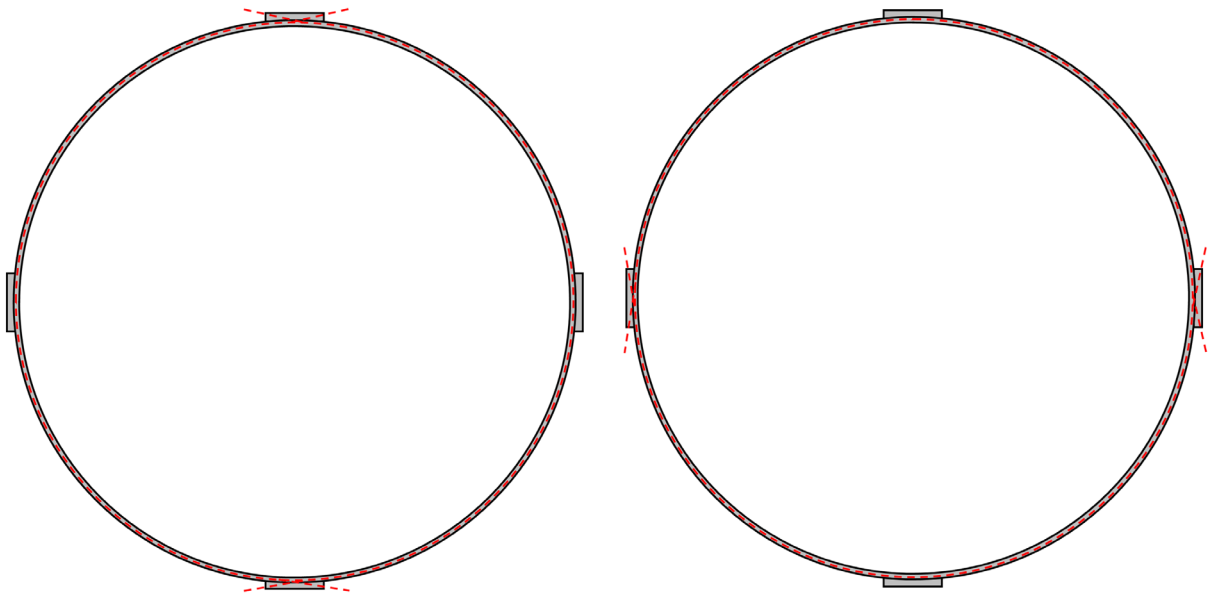
En este documento se estudiarán los muros del mismo, zona del digestor sometida a pretensado. El programa *SAP2000* permite realizar estudios con hormigón pretensado, pudiéndose modelar los diferentes anillos pretensados, y todas aquellas características intrínsecas a la construcción con este método, como pudieran ser todas las pérdidas asociadas al pretensado explicada en apartados anteriores.



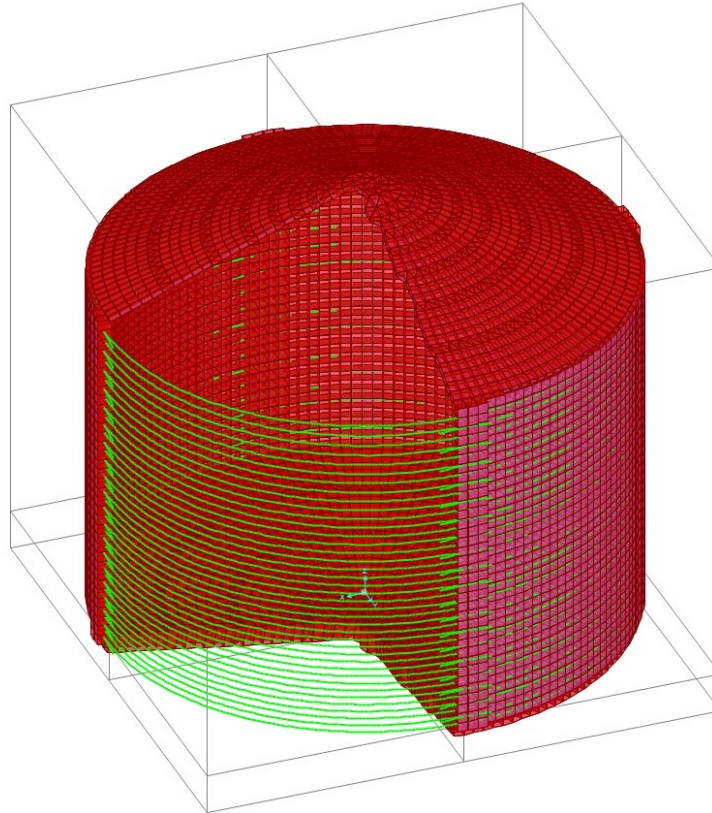


*Ilustración 12 Modelo elemento finitos en SAP2000 del digestor completo*

En la ilustración mostrada, se puede observar a la izquierda los anillos pretensados en color verde. A su vez a la derecha, donde se representan los elementos placas que conforman el modelo, se pueden observar los contrafuertes donde van anclados los anillos pretensados. El modelo dispone de un total de 39 anillos postesados. Los anillos se anclan de forma alterna en dos posiciones:



*Ilustración 13 Posición 1 y posición 2 de la situación de los anclajes de los anillos pretensados*



*Ilustración 14 Modelo de elementos finitos con sección ocultada para ilustrar anillos pretensados*

El muro está discretizado en un total de 35 elementos en altura (es decir, el muro cilíndrico está cortado 30 veces en planos horizontales) y 160 elementos en el plano de revolución. Se ha elegido esta discretización dado que se obtiene una buena resolución de los resultados sin que el tiempo de generación del modelo y posterior cálculo sea excesivo. El modelo geométrico se genera en un tiempo aproximado de 4 minutos, de los cuales, aproximadamente la mitad se invierten solo en ejecutar el programa, la otra mitad es generación geométrica. Pero dado que cada vez que se genera un nuevo modelo, hay que esperar a la ejecución del programa también se ha tenido en cuenta esta demora. El tiempo de procesamiento y cálculo se demora en aproximadamente 9 minutos en total. Todo ello realizado con un portátil MSI Ge70 0ND del año 2013 (con 9 años y 6 meses a fecha de realización de los cálculos), que dispone de un Intel Core i7 (4 núcleos desmultiplicados en 8 subprocesos) y 16 Gb de RAM.

La unión entre los elementos estructurales es de empotramiento, es decir el muro está empotrado tanto por su base con la losa de cimentación como por su parte superior con la cúpula que hace de techo. Este tipo de unión producirá un comportamiento en el muro que podría ser inesperado o no muy intuitivo desde un primer vistazo. Y es que, aunque el muro esté pretensado (piense en un barril de madera, con los anillos metálicos apretando los tabloncillos de madera para hacer estanco el mismo), y ello provoque un estado de compresión en él, este estado de compresión es posible gracias a que el muro se puede deformar libremente radialmente (es decir, su diámetro se reduce). Pero esta deformación radial no se puede dar ni en la base ni en lo alto del muro porque ese desplazamiento radial está impedido por la losa y la cúpula respectivamente.

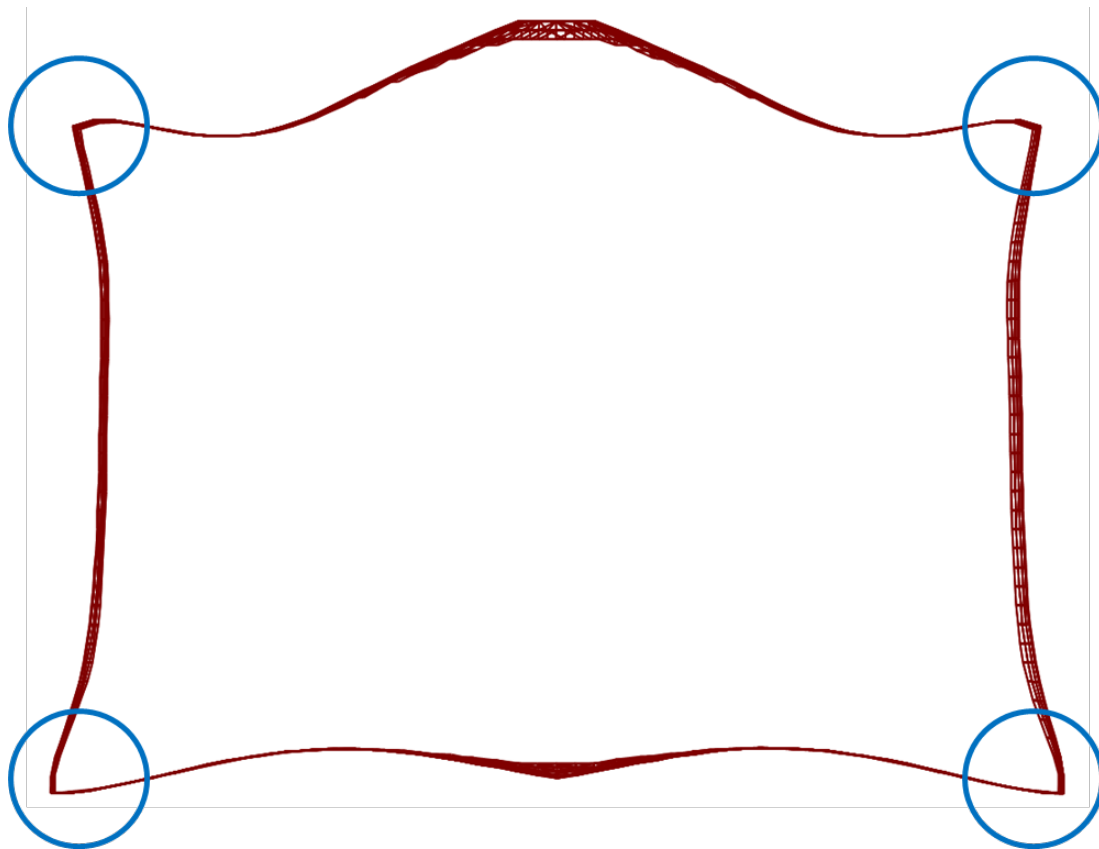


Ilustración 15 Sección del digestor en situación deformada con los empotramientos señalados

En la Ilustración 14, se puede ver una sección del digestor cortada por su centro. La situación del mismo es la deformada producida por su estado límite de servicio, con la acción del agua. La deformada está incrementada con una escala de 400 veces la deformación real. Como es de esperar, los anillos pretensados del muro crean una compresión que hace que se deforme hacia el interior y como se explicó antes, debido a los empotramientos (señalados con círculos azules), el muro en estas zonas no puede reducir su diámetro libremente, flexionándose y por lo tanto creándose unas tracciones producidas por el propio pretensado.

### 3.6.1 Elemento shell

El tipo de elemento usado en el modelo son los llamados elementos tipo “shell”. En este subcapítulo se describirá de forma general y específicamente para SAP2000 que es un elemento tipo *shell*.

El elemento shell es una formulación de 3 o 4 nodos que combina el comportamiento de la membrana y la flexión de la placa. Siendo el elemento de 4 nodos no necesariamente planar. Cada uno de los elementos shell tiene su propio sistema de coordenadas local, en el cual se pueden definir las propiedades del material y las cargas. Es posible aplicarles propiedades materiales tridimensionales y hacerlos dependiente de la temperatura [16].

SAP2000 utiliza una formulación de integración numérica de cuatro puntos para el cálculo de la rigidez de estos elementos. Tensiones, fuerzas y momentos internos dados en el sistema local de coordenadas del elemento se evalúan por el método de cuadratura de Gauss y se extrapolan a los nudos de los elementos [16].

Se puede modelizar con este tipo de elementos suelos, muros, losas de puentes, carcasas curvas tridimensionales (depósitos o cúpulas) y modelos detallados de vigas, pilares, tubos y otros elementos [16].

Existen dos tipos de formulaciones para el elemento shell:

- Homogénea: combina el comportamiento independiente de la membrana y de la placa. El comportamiento de membrana utiliza una formulación isoparamétrica que incluye componentes de rigidez traslacional en el plano y una componente de rigidez rotacional en la dirección normal al plano del elemento. El comportamiento de flexión de la placa incluye componentes de rigidez rotacional de la placa en dos sentidos, fuera del plano, y una componente de rigidez traslacional en la dirección normal del elemento. Se permite elegir entre una formulación de placa delgada (Kirchhoff), donde no se recoge la deformación transversal por cizallamiento, o una formulación de placa gruesa (Mindlin/Reissner) que incluye los efectos de la deformación transversal por cizallamiento. Por otro lado, los desplazamientos fuera del plano se fórmula como cúbicos [16].
- Capas: el elemento shell por capas permite definir el número deseado de capas en la dirección del espesor del elemento, pudiendo tener cada una de ellas ubicación, espesor, comportamiento y material independientes, permitiéndose un comportamiento del material no lineal. La deformación de cada una de las membranas dentro de la capa utiliza un método de proyección de deformaciones (Hughes, 2000). Los desplazamientos en el plano son en formulación cuadrática. A diferencia de las homogéneas la componente de rigidez rotacional en la dirección normal del plano no se utiliza y no se debe cargar. Para la flexión se utiliza la formulación de Mindlin/Reissner que incluye siempre las deformaciones transversales de cizalladura. Los desplazamientos fuera del plano son cuadráticos y son coherentes con los desplazamientos dentro del plano. Este tipo de elemento shell en capa suele presentarse el comportamiento de todas las capas al completo, aunque se puede controlar capa a capa. A menos que la estratificación sea totalmente simétrica en la dirección del espesor, el comportamiento de membrana y placa estará acoplado [16].

La formulación usada para la construcción del modelo de análisis del documento es de tipo homogéneo.

El elemento shell puede definirse por cuatro nodos ( $j_1, j_2, j_3, j_4$ ) o por tres ( $j_1, j_2, j_3$ ) [16].

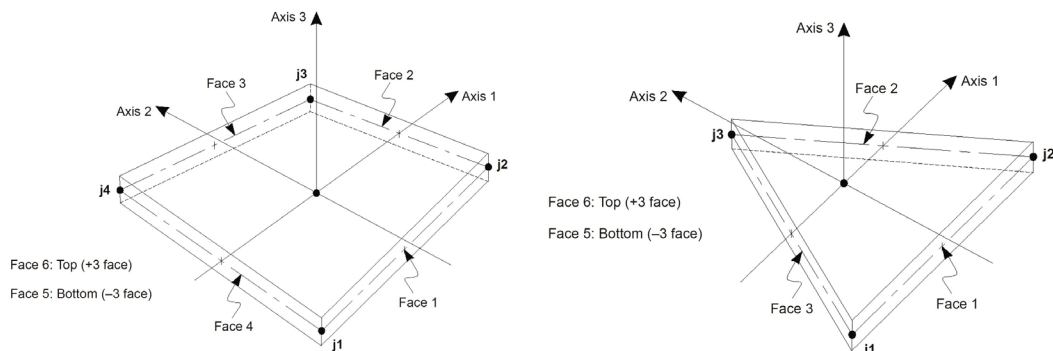


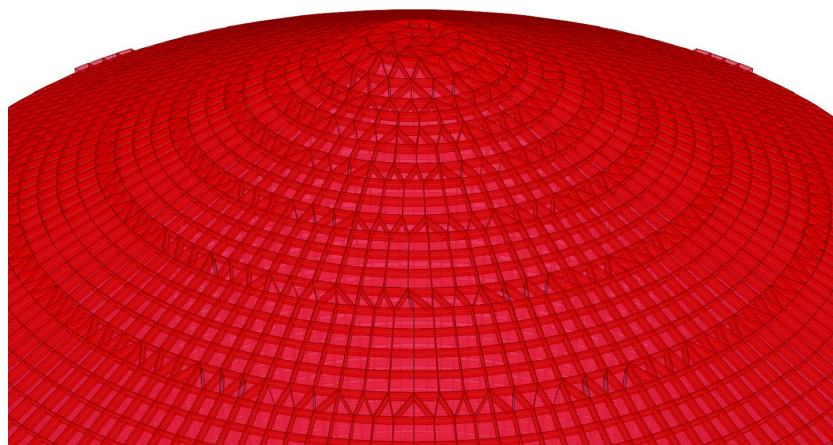
Ilustración 16 Elementos shell de cuatro y tres nodos [16]



De las dos formas, la cuadrilateral es la más precisa. El elemento triangular solo se recomienda para lugares donde las tensiones no cambian de magnitud de forma rápida. Además, tampoco se recomienda elemento triangular grandes si la flexión en el plano (membrana) es significativa. Los nodos definidos por  $j_i$  serán la referencia geométrica del elemento, siendo para los elementos homogéneos la media del espesor del elemento y para los elementos en capas se elige la ubicación de esta superficie en relación con las capas del material [16].

Luego, la forma en los nudos debe elegirse de forma que cumplan estas condiciones geométricas:

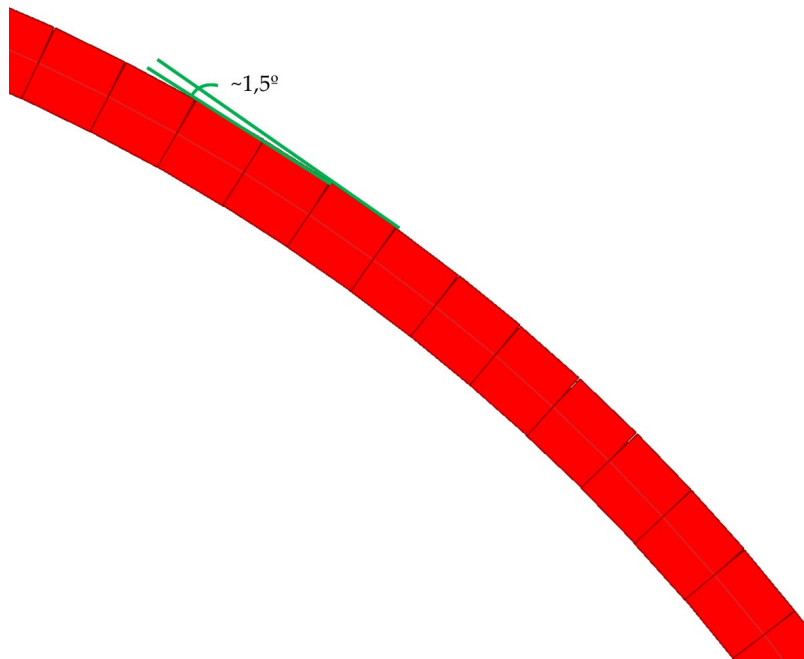
- El ángulo interior de cada esquina debe ser inferior a  $180^\circ$ . Los mejores resultados para el cuadrilátero se obtendrán cuando estos ángulos estén cerca de  $90^\circ$ , o al menos en el rango de  $45^\circ$  a  $135^\circ$  [16]. Para el caso del modelo en estudio, en la zona del muro, dada la regularidad de su forma y que son elementos shell cuadrados, todos los elementos shell que lo componen cumplen que todos sus ángulos interiores son de  $90^\circ$ . Además, el resto de las partes del depósito, en su mayoría están formados también por elementos tipo shell cuadrados, excepto algunas zonas, que por su geometría requieren elementos triangulares para una correcta unión.
- La relación de aspecto de un elemento no debe ser demasiado grande. Para el triángulo, es la relación entre el lado más largo y el más corto. En el caso del cuadrilátero, es la relación entre la distancia más larga entre los puntos medios de los lados opuestos y la distancia más corta. Los resultados se obtienen con relaciones de aspecto cercanas a la unidad, o al menos inferiores a cuatro. La relación de aspecto nunca debería ser superior a 10 [16]. Esta condición se cumple dado que la gran mayoría de los elementos están muy cercanos a ser un cuadrado, es decir, su relación de aspecto es casi 1. En la zona de la cúpula es donde se pueden apreciar más triángulos necesarios para el correcto mallado de la misma, pero aun siendo estos algo irregulares siguen conservando una forma que les permite tener una relación de aspecto cercana a 1.



*Ilustración 17 Cúpula y elementos triangulares*

- En el caso del elemento con forma cuadrilátera, no es necesario que los cuatro nodos sean coplanarios. El programa tiene en cuenta una pequeña cantidad de torsión en el elemento. El ángulo entre las normales de las esquinas da una medida del grado de

torsión. La normal en una esquina es perpendicular a los dos lados que se unen en la esquina. Los resultados óptimos se obtienen si el mayor ángulo entre cualquier par de esquinas es inferior a  $30^\circ$ . El ángulo no debería superar los  $45^\circ$  [16]. Dado que la discretización es lo suficientemente elevada circunferencialmente (160 cortes radiales), el ángulo entre los elementos del muro es reducido, considerablemente menor a los  $30^\circ$  que se tiene de límite. Los lugares donde esta condición queda más comprometida son entre los cambios de zonas del depósito, por ejemplo, entre muro-cúpula, muro-contrafuertes y muro-losa. Pero estas uniones están definidas por las condiciones de contorno de manera explícita.



*Ilustración 18 Ángulo entre elementos del muro aproximadamente  $1,5^\circ$*

Todas estas condiciones suelen darse de forma automática con un refinamiento adecuado de la malla [16].

Cada elemento shell tiene su propio sistema local de coordenadas utilizado para definir las propiedades del material, las cargas y resultados. Los ejes de este sistema local se denominan 1, 2 y 3, estando los dos primeros en el plano del elemento con una orientación que se especifica, el tercer eje es normal al plano del elemento. Este sistema local está pensado para simplificar la introducción de datos y la interpretación de resultados, por lo cual es importante tenerlos en cuenta y no confundirlos con el sistema de coordenadas global XYZ [16].

A continuación, un resumen con las diferencias entre tipos de elementos, siendo el elemento tipo shell el usado en el modelo de análisis de este documento, dado que es capaz de resolver todas las fuerzas y momentos, ya que es una combinación de los elementos tipo membrana y placa. Dado que los elementos representan un solo material, el hormigón no es necesario aplicar varias capas en la modelización (las armaduras pretensadas se modelan como otro elemento):

Tipo de sección			
Membrana	Placa	Shell	Shell en capas
Soporta solo fuerza en el plano y el momento normal	Soporta solo momentos flectores y fuerza transversal	Soporta todas las fuerzas y momentos	Soporta todas las fuerzas y momentos, excepto momento normal
Material lineal y homogéneo	Material lineal y homogéneo	Material lineal y homogéneo	Formulación de placa gruesa puede ser no lineal
	Formulación de placa gruesa o fina	Formulación de placa gruesa o fina	Múltiples capas, cada una con material, grosor, comportamiento y localización.
		Combinación de comportamiento de membrana y placa	Proporciona un comportamiento shell completo a menos que todas las placas tengan solo comportamiento de placa o membrana

Tabla 4 Comparación membrana, placa, elemento shell (homogéneo o con capas) [16]





# 4 ANÁLISIS

---



## 4.1. Introducción y Análisis previo analítico

El apartado 4 del presente documento va a estar enfocado al análisis tensional del muro del digestor. Para ello, previamente a obtener datos del programa de elementos finitos SAP2000, es importante hacer cierto estudio analítico, para ver cómo debería comportarse la estructura y cómo actúa la principal acción de estudio, el líquido en su interior.

La acción dominante que va a provocar las indeseadas tracciones en la pared interior del muro será la presión que ejerce el agua sobre este. Esta fuerza como bien es sabido es una presión hidrostática que aumenta con la profundidad. Tomando una sección del depósito cilíndrico, la presión ejercida por el agua en el muro es:

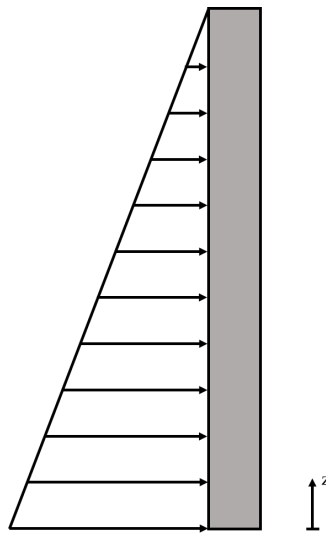


Ilustración 19 Esquema presión hidrostática del agua sobre el muro del digestor

Siendo la fórmula que rige esta presión [17]:

$$p(z) = p_a + \rho g(H - z)$$

Como es evidente, a medida que aumenta la profundidad, la presión sobre el muro va aumentando de forma lineal y continua. Dado que el digestor es una superficie de revolución, esta presión  $p$  será simétrica respecto al eje de revolución.

Si el espesor del muro es pequeño en relación a su radio de curvatura y no existen discontinuidades bruscas, se pueden calcular las tensiones en la pared del depósito despreciando la flexión. Ninguna tensión tangencial actuará sobre las paredes del muro debido a la simetría tanto geométrica de la pared y de la acción del agua, por lo cual las tensiones normales serán tensiones principales [18].

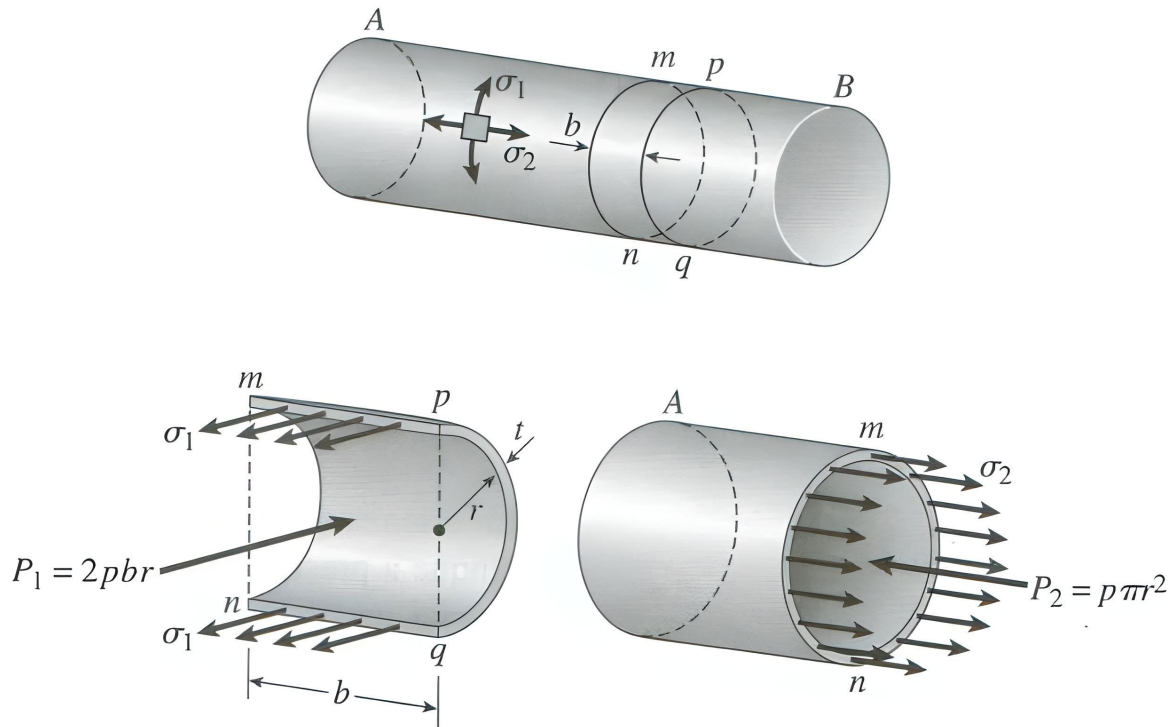


Ilustración 20 Tensiones normales depósito cilíndrico. Fuente [18].

Estas tensiones normales son la tensión circunferencial o de aro ( $\sigma_1$ ) y la tensión longitudinal ( $\sigma_2$ ) [18]. De estas dos tensiones solo analizaremos la tensión circunferencial, que es la que va a provocar las tracciones en el caso que nos ocupa, y que serán los anillos de pretensado los encargados de contrarrestarlas.

Para la obtención de la tensión circunferencial se procede a hacer el corte a una rebanada del depósito, que se puede observar en la ilustración superior abajo a la izquierda. El corte se realiza por el plano  $mpnq$ , perpendicular al eje longitudinal [18].

La tensión circunferencial que actúa sobre la pared del depósito tiene la siguiente resultante:

$$\sigma_1(2bt)$$

Siendo  $t$  el espesor de la pared del depósito.

Luego, la expresión de la resultante de la presión es:

$$2pbr$$

Siendo  $r$  el radio interior del cilindro.

Aplicando equilibrio resulta:

$$\sigma_1(2bt) = 2pbr \rightarrow \sigma_1 = \frac{pr}{t}$$

Se sustituye por la expresión de la presión para obtener la tensión en función de todos los parámetros:

$$\sigma_1(z) = \frac{[p_a + \rho g(H - z)] r}{t}$$

Expresión sólo función de  $z$ , dado que el resto de las variables vienen dadas o impuestas por los requerimientos estructurales o de almacenamiento del agua en el interior.

## 4.2. Resultados previos del modelo

En este apartado se comenzará con el análisis del modelo en elementos finitos, que como ya se ha dicho en apartados anteriores se realizará en SAP2000.

El modelo a analizar será el muro del digestor descrito previamente, se recuerda que el muro tiene una altura de 17,5 metros, y es un muro cilíndrico de 25 metros de diámetros interior y un espesor de 0,5 metros. En su interior alberga un total de 39 anillos de armadura pretensada (postesada), ancladas de forma alterna en dos posiciones como se mostró en la Ilustración 12, cada anillo consta de 15 cordones (entiéndase por cordones al número de armaduras postesada en el interior de cada vaina).

Previamente y válido para el resto del documento, las compresiones en las tablas (que no en las ilustraciones extraídas de SAP2000) se mostrarán con valores positivos (como suele ser habitual para los cálculos en hormigón) y las tracciones tomando valores negativos.

El resultado para este primer cálculo, con las condiciones descritas es el siguiente:

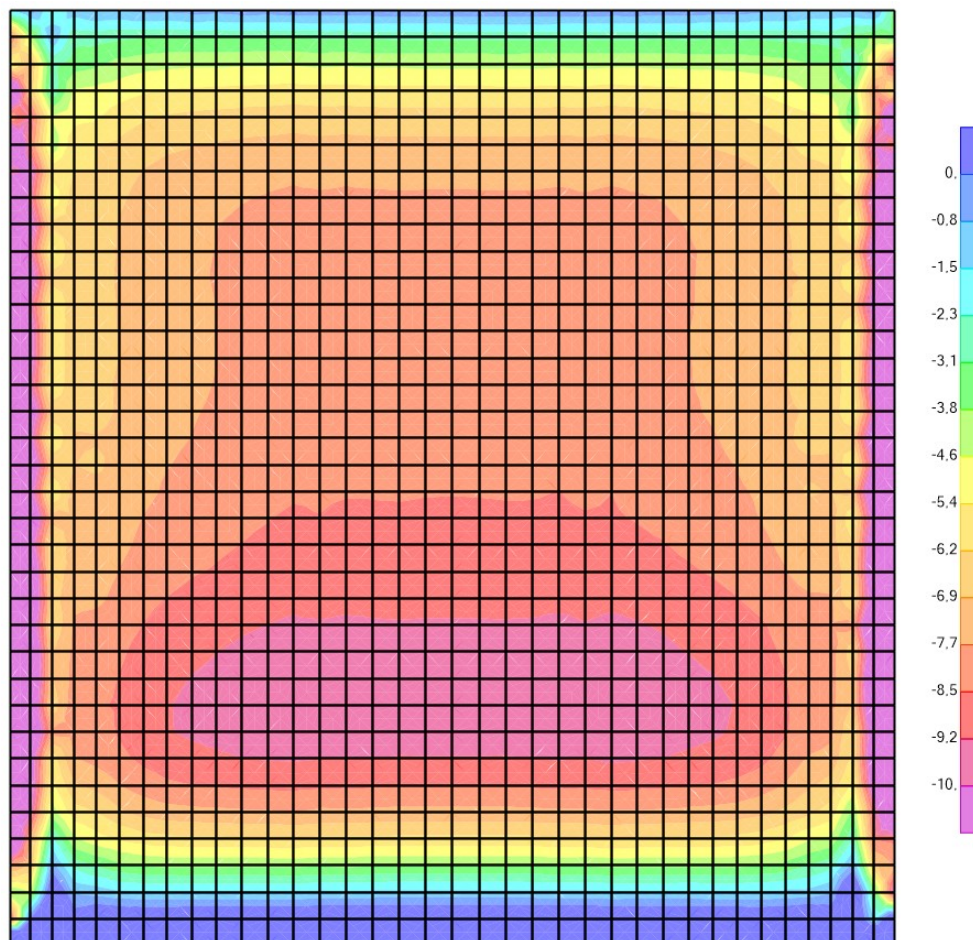
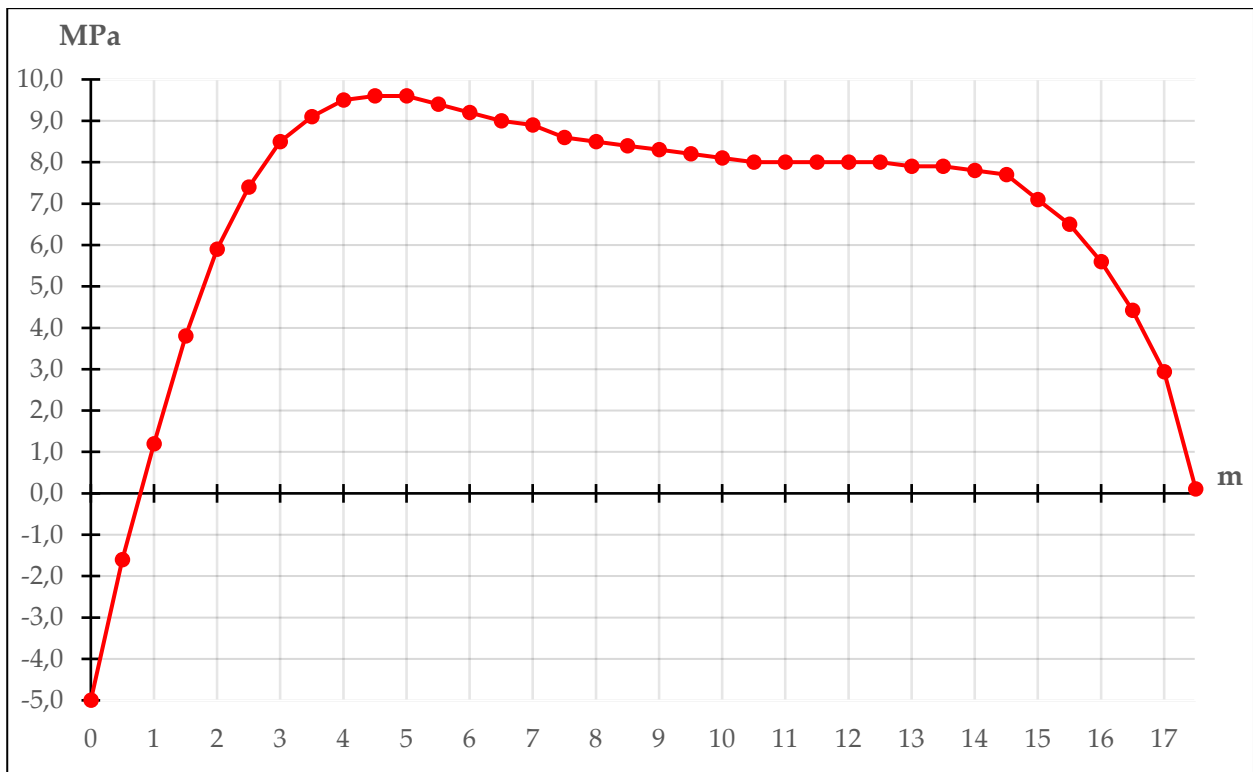


Ilustración 21 Campo de tensiones para 15 cordones por anillo postesado

Como se puede observar en la Ilustración 16, toda el área en color azul oscuro (ver escala de colores-tensión a la derecha), son tracciones. Estas tracciones son debidas al empotramiento del muro con la losa de cimentación y con la cúpula superior. Por otro lado, la zona de importantes compresiones en los laterales del muro corresponde a la zona de anclajes de las armaduras tensadas.

(m)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5
MPa	-5,0	-1,6	1,2	3,8	5,9	7,4	8,5	9,1	9,5	9,6	9,6	9,4	9,2	9,0	8,9	8,6	8,5	8,4	8,3	8,2	8,1	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	7,9	7,9	7,8	7,7	7,1	6,5	5,6	4,4	2,9	0,1

Tabla 5 Tensiones para 15 cordones por anillo postesado



Gráfica 1 Tensiones para 15 cordones por anillo postesado

Del resultado obtenido se pueden sacar tres conclusiones, la primera de ellas, es que efectivamente la mayor parte del muro se encuentra sometido a compresión, que es el objetivo principal de usar una tipología de depósito pretensado, pero, que como se puede observar, no es en toda la altura del muro, estando prácticamente el primer metro de muro traccionado, llegando incluso este valor a 5 MPa. La segunda conclusión apreciable es que distribución de tensiones no es constante, teniendo variaciones de pendiente, esto a priori no es un problema, pero se mejorará la distribución del material para evitar zonas más comprimidas con respecto a otras.

Por ello, se procederá a redefinir y afinar el armado postesado del digestor, siguiendo una serie de parámetros que se verán a continuación en el Apartado 5 Diseño iterativo.

# 5 DISEÑO ITERATIVO

---





## 5.1. Introducción

El presente apartado trata de afinar el pretensado del muro. Para ello, se analizarán los parámetros de diseño del digestor y se modificarán para así lograr una mejor curva de tensiones.

En un primer lugar se extraerán las reglas que rigen los parámetros de diseño de los anillos pretensados, es decir, como se calcula la distancia entre las vainas pretensadas y cuanta sección de muro es capaz de comprimir.

Posteriormente el fin a lograr en el muro es el siguiente, y estos objetivos se basarán los procesos iterativos:

- Tensiones de compresión a lo largo del muro.
- Tensiones uniformes.
- Minimizar el consumo de recursos materiales.

## 5.2. Parámetros de diseño de los anillos postesados

A continuación, se procede a mostrar todos los parámetros de los que se disponen para la configuración de los anillos postesados.

- Cota: altura donde se posicionan los anillos postesados con respecto a la base del muro.

$$Cota = h_a - Posición$$

- Números de cordones: números de armaduras pretensadas en el interior de cada vaina. Este parámetro es susceptible de variar para la mejora del diseño, ya que controlará el nivel de tensión del anillo postesado. Se recuerda que la tensión de la armadura tesada no es variable y es función del tipo de acero elegido, que no se variará en las iteraciones.
- Diámetros del cordón
- Posición: centro de gravedad de la banda de tesado.

$$Posición = h_{sup} + \frac{D_h (2F_{inf} + F_{sup})}{3 (F_{inf} + F_{sup})}$$

- DP: parámetros de diseño para el predimensionamiento, es una altura hidrostática adicional que se añade con respecto a la real. La función de este parámetro es incrementar la altura de agua que hay en el depósito de forma artificial en vista a los cálculos de posicionamiento geométrico de los anillos pretensados, ya que a mayor sea este valor, menor será el ancho de la banda de compresiones auto equilibrada de pretensado.
- Pérdidas: pérdidas estimadas de pretensado. Se estiman en aproximadamente un 20%.
- $D_h$  : ancho de banda que la fuerza de tesado es capaz de equilibrar, es decir, la sección horizontal de influencia asignable a cada anillo tesado. Este parámetro es que ayuda a decidir la distancia entre cordones.

$$D_h = 2h_i^* - \frac{\sqrt{4h_i^{*2} - \frac{16F_p}{\rho_f D_i}}}{2}$$

→  $h_{sup}$  : profundidad de la parte superior de la banda.

$$h_{sup} = h_{inf} - D_h$$

→  $h_{inf}$  : profundidad máxima de la banda que asignamos a cada anillo postesado. Se comienza para el primer anillo por la base del muro, que es hasta dónde debe llegar dicha banda. Como resulta evidente, para los siguientes anillos, la cota inferior de la banda será hasta dónde llega la superior del anillo que le precede.

→  $F_p$  : fuerza de tesado en el tendón. Depende del número de cordones y de las pérdidas estimas de pretensado.

$$F_p = 140 \cdot \frac{\text{tensión de tesado} \cdot n^{\circ} \text{ de cordones} \cdot (1 - \text{perdidas})}{10^6}$$

→  $F_{sup}$  : tracción por unidad de longitud que genera el empuje hidrostático en el muro a la cota superior de la banda de tesado.

$$F_{sup} = (h_{sup} + DP) \rho_f \frac{D_i}{2}$$

→  $F_{inf}$  : tracción por unidad de longitud que genera el empuje hidrostático en el muro a la cota inferior de la banda de tesado.

$$F_{inf} = h_i^* \rho_f \frac{D_i}{2} = (h_{inf} + DP) \rho_f \frac{D_i}{2}$$

→  $h_i^*$  : altura de cálculo de la columna de agua en la cota inferior de la banda.

$$h_i^* = h_{inf} + DP$$

→  $F$  : resultante de fuerza de los anillos tesados.

$$F = \frac{F_{sup} + F_{inf}}{2} (h_{inf} - h_{sup})$$

Una vez descritos todos los parámetros que rigen la disposición y fuerza de los anillos postesados, se muestra como quedarían todos estos datos, para el ejemplo presentado en el apartado "4.2 Resultados previos del modelo":

Cota	Cordones	Ø cordón	Posición	Relativa	DP	34,5	(m)		pérdidas	0,2		P <sub>esp</sub>	10	kN/m <sup>3</sup>
					(m)	(kN/m)	kN	(m)	(m)	(kN/m)	(kN)	Posición (m)	(m)	(m)
					h <sub>inf</sub>	F <sub>inf</sub>	F <sub>p</sub>	D <sub>h</sub>	h <sub>sup</sub>	F <sub>sup</sub>	F		h <sub>i</sub> *	Dist
0,18	15	0,6	1	0,18	17,00	6437,50	2343,6	0,37	16,63	6391,83	2343,6	16,82	51,50	0,18
0,55	15	0,6	2	0,55	16,63	6391,83	2343,6	0,37	16,27	6345,83	2343,6	16,45	51,13	0,37
0,92	15	0,6	1	0,92	16,27	6345,83	2343,6	0,37	15,90	6299,50	2343,6	16,08	50,77	0,37
1,29	15	0,6	2	1,29	15,90	6299,50	2343,6	0,37	15,52	6252,82	2343,6	15,71	50,40	0,37
1,67	15	0,6	1	1,67	15,52	6252,82	2343,6	0,38	15,15	6205,80	2343,6	15,33	50,02	0,37
2,04	15	0,6	2	2,04	15,15	6205,80	2343,6	0,38	14,77	6158,41	2343,6	14,96	49,65	0,38
2,42	15	0,6	1	2,42	14,77	6158,41	2343,6	0,38	14,39	6110,66	2343,6	14,58	49,27	0,38
2,81	15	0,6	2	2,81	14,39	6110,66	2343,6	0,39	14,00	6062,52	2343,6	14,19	48,89	0,38
3,19	15	0,6	1	3,19	14,00	6062,52	2343,6	0,39	13,61	6014,01	2343,6	13,81	48,50	0,39
3,58	15	0,6	2	3,58	13,61	6014,01	2343,6	0,39	13,22	5965,10	2343,6	13,42	48,11	0,39
3,98	15	0,6	1	3,98	13,22	5965,10	2343,6	0,39	12,83	5915,78	2343,6	13,02	47,72	0,39
4,37	15	0,6	2	4,37	12,83	5915,78	2343,6	0,40	12,43	5866,06	2343,6	12,63	47,33	0,40
4,77	15	0,6	1	4,77	12,43	5866,06	2343,6	0,40	12,03	5815,90	2343,6	12,23	46,93	0,40
5,17	15	0,6	2	5,17	12,03	5815,90	2343,6	0,40	11,62	5765,31	2343,6	11,83	46,53	0,40
5,58	15	0,6	1	5,58	11,62	5765,31	2343,6	0,41	11,21	5714,27	2343,6	11,42	46,12	0,41
5,99	15	0,6	2	5,99	11,21	5714,27	2343,6	0,41	10,80	5662,77	2343,6	11,01	45,71	0,41
6,41	15	0,6	1	6,41	10,80	5662,77	2343,6	0,42	10,39	5610,80	2343,6	10,59	45,30	0,41
6,82	15	0,6	2	6,82	10,39	5610,80	2343,6	0,42	9,97	5558,35	2343,6	10,18	44,89	0,42
7,24	15	0,6	1	7,24	9,97	5558,35	2343,6	0,42	9,54	5505,39	2343,6	9,76	44,47	0,42
7,67	15	0,6	2	7,67	9,54	5505,39	2343,6	0,43	9,12	5451,92	2343,6	9,33	44,04	0,43
8,10	15	0,6	1	8,10	9,12	5451,92	2343,6	0,43	8,68	5397,92	2343,6	8,90	43,62	0,43
8,53	15	0,6	2	8,53	8,68	5397,92	2343,6	0,44	8,25	5343,37	2343,6	8,47	43,18	0,43
8,97	15	0,6	1	8,97	8,25	5343,37	2343,6	0,44	7,81	5288,26	2343,6	8,03	42,75	0,44
9,42	15	0,6	2	9,42	7,81	5288,26	2343,6	0,45	7,36	5232,57	2343,6	7,58	42,31	0,44
9,86	15	0,6	1	9,86	7,36	5232,57	2343,6	0,45	6,91	5176,28	2343,6	7,14	41,86	0,45
10,32	15	0,6	2	10,32	6,91	5176,28	2343,6	0,46	6,46	5119,38	2343,6	6,68	41,41	0,45
10,77	15	0,6	1	10,77	6,46	5119,38	2343,6	0,46	5,99	5061,83	2343,6	6,23	40,96	0,46
11,24	15	0,6	2	11,24	5,99	5061,83	2343,6	0,47	5,53	5003,62	2343,6	5,76	40,49	0,46
11,71	15	0,6	1	11,71	5,53	5003,62	2343,6	0,47	5,06	4944,73	2343,6	5,29	40,03	0,47
12,18	15	0,6	2	12,18	5,06	4944,73	2343,6	0,48	4,58	4885,12	2343,6	4,82	39,56	0,47
12,66	15	0,6	1	12,66	4,58	4885,12	2343,6	0,48	4,10	4824,78	2343,6	4,34	39,08	0,48
13,15	15	0,6	2	13,15	4,10	4824,78	2343,6	0,49	3,61	4763,68	2343,6	3,85	38,60	0,49
13,64	15	0,6	1	13,64	3,61	4763,68	2343,6	0,50	3,11	4701,78	2343,6	3,36	38,11	0,49
14,14	15	0,6	2	14,14	3,11	4701,78	2343,6	0,50	2,61	4639,05	2343,6	2,86	37,61	0,50
14,64	15	0,6	1	14,64	2,61	4639,05	2343,6	0,51	2,10	4575,47	2343,6	2,36	37,11	0,51
15,15	15	0,6	2	15,15	2,10	4575,47	2343,6	0,52	1,59	4510,99	2343,6	1,85	36,60	0,51
15,67	15	0,6	1	15,67	1,59	4510,99	2343,6	0,52	1,06	4445,57	2343,6	1,33	36,09	0,52
16,20	15	0,6	2	16,20	1,06	4445,57	2343,6	0,53	0,53	4379,18	2343,6	0,80	35,56	0,53
16,74	15	0,6	1	16,74	0,53	4379,18	2343,6	0,54	-0,01	4311,76	2343,6	0,26	35,03	0,54
	15	0,6	2	0,00	-0,01	4311,76	2343,6	0,55	-0,55	4243,28	2343,6	-0,28	34,49	0,54

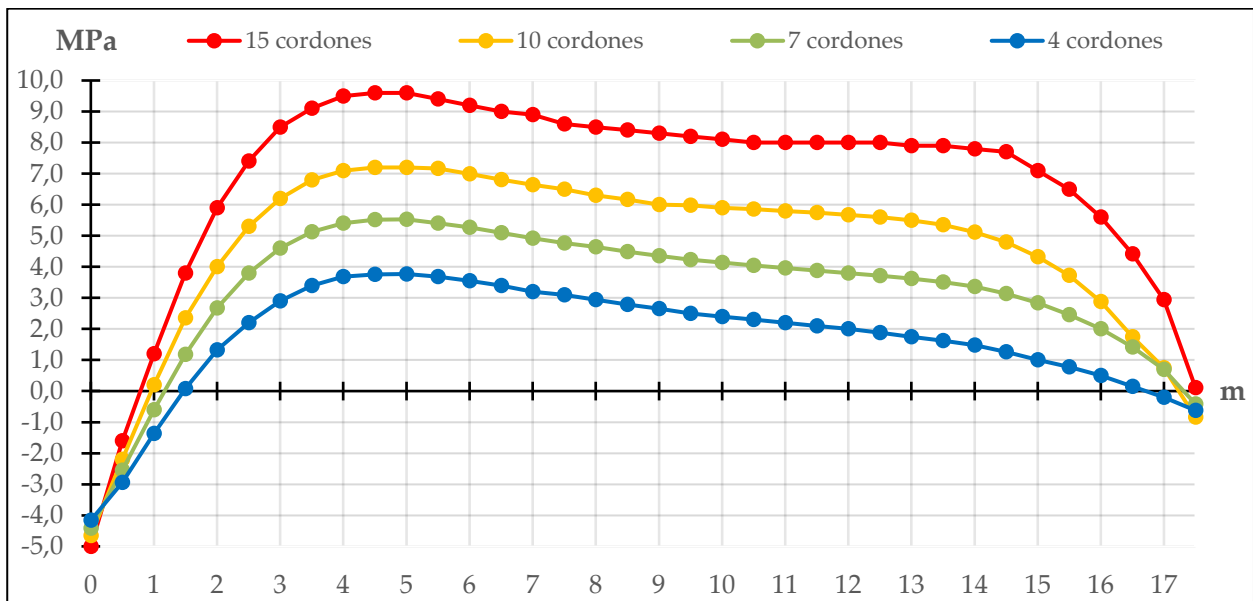
Tabla 6 Parámetros tesado 1

El paso siguiente de análisis es ir reduciendo el número de cordones por vaina, y ver, cómo se comportan las tensiones a lo largo del muro, y así compararlas con el punto de partida (15 cordones por vaina). A continuación, se muestra una tabla (similar a la Tabla 3) y un gráfico donde se

comparan los resultados. Por mejor representación de la tabla, se dispondrán los valores en intervalos cada 1 metros, aunque en el gráfico se representan con todos los valores extraídos, es decir, intervalos de 0,5 metros.

Cordones	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	17,5	(m)
15	-5,0	1,2	5,9	8,5	9,5	9,6	9,2	8,9	8,5	8,3	8,1	8,0	8,0	7,9	7,8	7,1	5,6	2,9	0,1	(MPa)
10	-4,7	0,2	4,0	6,2	7,1	7,2	7,0	6,6	6,3	6,0	5,9	5,8	5,7	5,5	5,1	4,3	2,9	0,8	-0,8	(MPa)
7	-4,4	-0,6	2,7	4,6	5,4	5,5	5,3	4,9	4,6	4,4	4,1	4,0	3,8	3,6	3,4	2,8	2,0	0,7	-0,4	(MPa)
4	-4,2	-1,4	1,3	2,9	3,7	3,8	3,6	3,2	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0	1,8	1,5	1,0	0,5	-0,2	-0,6	(MPa)

Tabla 7 Tensiones para 15, 10, 7 y 4 cordones por anillo postesado



Gráfica 2 Tensiones para 15, 10, 7 y 4 cordones por anillo postesado

Las primeras conclusiones que se pueden extraer de este análisis son:

- Uniformidad en la variación: cómo se puede observar, como es lógico a medida que reducimos el número de cordones, se reducen las tensiones, pero de manera proporcional y conservando la forma de la curva.
- Tracciones en el inicio: las tracciones se siguen conservando en las partes bajas del muro, no aumentando excesivamente la parte traccionada, aunque se reduzcan los cordones.

Por ello, a continuación, se procede a comprender las expresiones anteriormente descritas, en especial, y es la que más importancia tiene, el ancho de banda ( $D_h$ ), dado que todo el complejo de fórmulas se rige por  $D_h$ , siendo este fundamental para el posicionamiento de los anillos pretensados.

Para comenzar a desgranar las fórmulas y su comportamiento, primeramente, se mostrará un esquema aclaratorio para comprender qué son exactamente cada una de las variables:

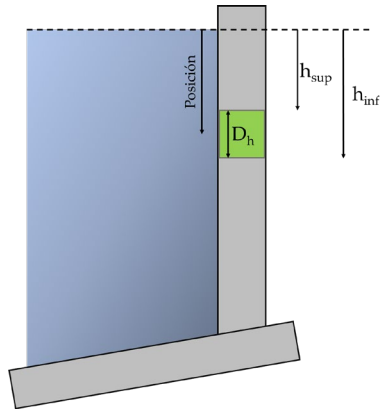
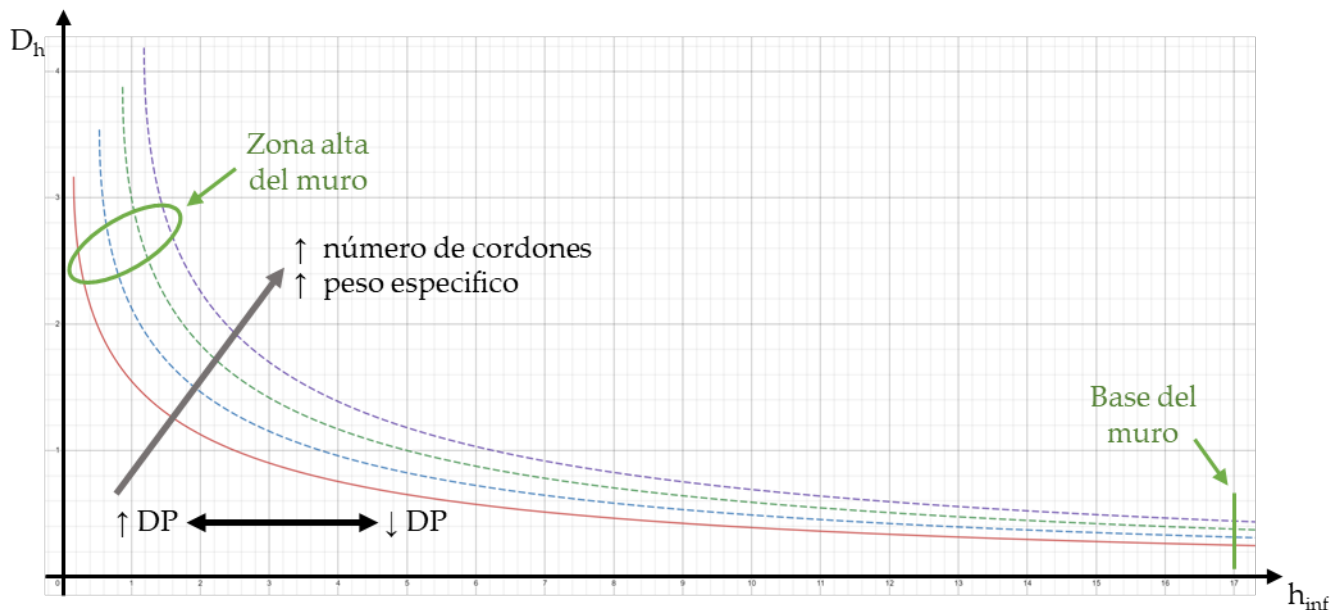


Ilustración 22 Representación parámetros geométricos

Se procede a representar la función  $D_h$  en función de  $h_{inf}$ , que sustituyendo la expresión de  $h_i^*$  en la expresión de  $D_h$  queda:

$$D_h(h_{inf}) = 2(h_{inf} + DP) - \frac{\sqrt{4(h_{inf} + DP)^2 - \frac{16F_p}{\rho_f D_i}}}{2}$$



Gráfica 3 Curva  $D_h$  en función de  $h_{inf}$

Como se puede apreciar en la gráfica, al principio de esta, los valores de  $D_h$  son más altos, esto es evidente debido a que es la zona alta del muro, donde la presión del agua es mucho menor. Al contrario, ocurre en la zona derecha, donde la banda de fuerza que crean los anillos pretensados ya equilibra mucha menos sección del muro. Otra apreciación es que debido a la morfología de la expresión matemática usada para  $D_h$ , esta, por su rango inicial está acotada (puede verse en la Gráfica 3 como las curvas en su inicio están cortadas). El parámetro  $DP$ , que como se ha explicado antes, expresa una altura adicional de agua que se usa para ajustar  $D_h$  y otros parámetros. Sobre la

curva de  $D_h$ , tan cómo se puede observar, tiene la función de desplazarla a la izquierda o a la derecha, incrementado o disminuyendo el valor de DP respectivamente.

Desde un punto de vista de aprovechamiento de tensiones y armadura pretensada, conviene conseguir ajustar la curva para que la parte de grandes  $D_h$  está aprovechada al máximo, y así conseguir que la sección que soporta el pretensado sea lo mayor posible.

### **5.3. Inicio del proceso de iteración. Recopilación de datos.**

El comienzo del proceso iterativo pasa por recopilar una cantidad de datos suficiente que asegure un espectro de resultado adecuado para encaminar el ajuste de los parámetros de diseño. En este caso, como se explicó con anterioridad, se busca reducir al mínimo posible el número de cordones en cada una de las 39 vainas que albergan los anillos postesados.

El proceso iterativo de recolección de datos comienza por suponer, como ya se han expuesto en apartados anteriores, que en todos los anillos habrá el mismo número de cordones, ello da como resultado la Tabla 6 y su Gráfica 2. Pero es muestra de su ineficiencia y más adelante se corroborará, que hay un número excesivo de cordones, además de una compresión también sobredimensionada, ya que como es sabido, la compresión en el interior del muro, según los parámetros generales de diseño de depósitos pretensados, debe rondar 1 MPa.

El número de cordones es de 585 (para 15 cordones por anillo postesado), 390 (para 10), 273 (para 7) y 156 (para 4).

#### **5.3.1 Iteración I**

Por ello el primer paso en la búsqueda del óptimo será, tener en cuenta la fuerza del agua (la principal y más importante acción sobre la pared del depósito) explicada al principio del apartado 4.1 (pg. 53) y representado en la Ilustración 14, es lógico pensar que para la distribución de los cordones, habría que poner un mayor número en la base del muro, e ir disminuyendo su cantidad a medida que ascendemos a la cota más alta.

A continuación, se muestran 8 cálculos, representados en tablas de 3 columnas. Recordar, que en todas las iteraciones, la primera columna hace referencia al número de cordones por anillo postesado, la cota es la del muro, comenzando en la base del mismo y  $D_h$ , como ya es sabido es el ancho de banda es metros del anillo pretensado correspondiente. La tabla tiene 39 filas de datos, una por cada anillo pretensado. Finalmente, abajo se pone el recuento de cordones que hay en total.

Iteración 1			Iteración 2			Iteración 3		
N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh
20	0,26	0,51	20	0,31	0,62	20	0,39	0,78
20	0,77	0,52	20	0,93	0,63	20	1,18	0,80
18	1,27	0,47	18	1,53	0,57	18	1,94	0,74
18	1,74	0,48	18	2,11	0,58	18	2,69	0,75
18	2,22	0,48	18	2,70	0,59	16	3,41	0,69
18	2,70	0,49	18	3,29	0,60	16	4,11	0,70
18	3,19	0,49	18	3,90	0,61	14	4,77	0,63
18	3,68	0,50	18	4,51	0,62	14	5,41	0,65
16	4,16	0,45	16	5,11	0,56	14	6,07	0,66
16	4,60	0,45	16	5,67	0,57	10	6,64	0,48
16	5,06	0,46	16	6,25	0,58	10	7,13	0,49
16	5,51	0,46	16	6,83	0,59	10	7,63	0,50
16	5,98	0,46	16	7,42	0,60	10	8,13	0,51
16	6,44	0,47	16	8,03	0,61	10	8,65	0,52
16	6,92	0,48	16	8,65	0,62	8	9,13	0,43
14	7,36	0,42	10	9,16	0,40	8	9,56	0,44
14	7,79	0,42	10	9,56	0,40	8	10,00	0,44
14	8,21	0,43	10	9,96	0,41	8	10,45	0,45
14	8,64	0,43	10	10,37	0,41	8	10,91	0,46
14	9,08	0,44	10	10,78	0,42	8	11,37	0,47
14	9,52	0,44	10	11,20	0,42	8	11,85	0,48
14	9,97	0,45	10	11,63	0,43	5	12,25	0,31
14	10,42	0,45	10	12,06	0,44	5	12,56	0,31
12	10,84	0,39	8	12,45	0,35	5	12,88	0,32
12	11,24	0,40	8	12,81	0,36	5	13,20	0,32
12	11,64	0,40	8	13,17	0,36	5	13,53	0,33
12	12,04	0,41	8	13,54	0,37	5	13,86	0,34
12	12,45	0,41	8	13,91	0,37	5	14,20	0,34
12	12,86	0,42	8	14,28	0,38	5	14,54	0,35
12	13,28	0,42	8	14,66	0,38	5	14,89	0,35
12	13,70	0,42	8	15,05	0,39	3	15,18	0,22
12	14,13	0,43	8	15,44	0,40	3	15,40	0,22
10	14,52	0,36	4	15,74	0,20	3	15,62	0,22
10	14,89	0,37	4	15,94	0,20	3	15,84	0,23
10	15,26	0,37	4	16,14	0,20	3	16,07	0,23
10	15,63	0,37	4	16,34	0,20	3	16,30	0,23
10	16,01	0,38	4	16,55	0,21	3	16,53	0,23
10	16,39	0,38	4	16,76	0,21	3	16,77	0,24
10	16,77	0,39	4	16,97	0,21	3	17,01	0,24
550			440			328		

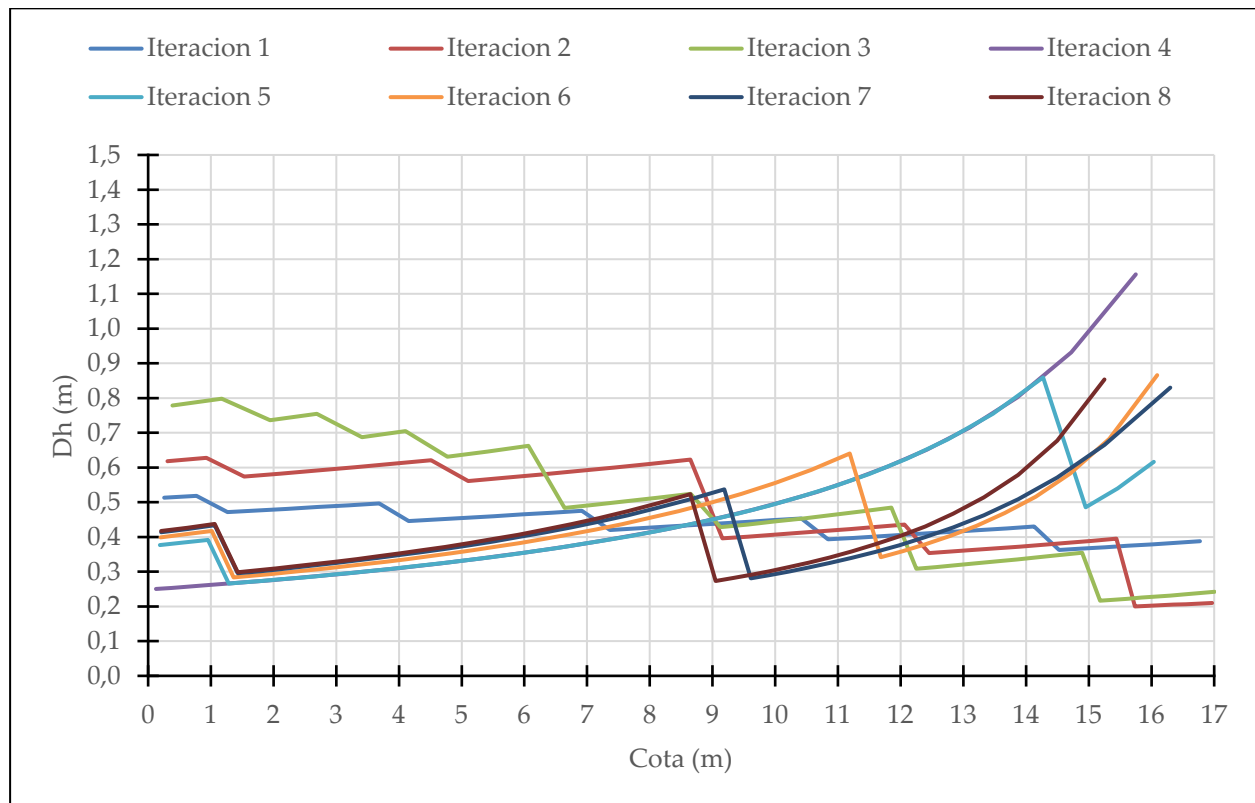
Tabla 8 Datos iteración 1,2,3

Iteración 4			Iteración 5			Iteración 6			Iteración 7			Iteración 8		
N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh	N°C	cota	Dh
4	0,12	0,25	6	0,19	0,38	6	0,20	0,40	6	0,21	0,41	6	0,21	0,42
4	0,38	0,25	6	0,57	0,38	6	0,60	0,41	6	0,63	0,42	6	0,63	0,43
4	0,63	0,26	6	0,96	0,39	6	1,01	0,42	6	1,06	0,43	6	1,06	0,44
4	0,89	0,26	4	1,28	0,27	4	1,36	0,28	4	1,43	0,30	4	1,43	0,30
4	1,15	0,26	4	1,55	0,27	4	1,65	0,29	4	1,73	0,30	4	1,73	0,30
4	1,42	0,27	4	1,82	0,27	4	1,94	0,29	4	2,04	0,31	4	2,04	0,31
4	1,69	0,27	4	2,10	0,28	4	2,24	0,30	4	2,35	0,31	4	2,35	0,32
4	1,96	0,28	4	2,38	0,28	4	2,54	0,30	4	2,67	0,32	4	2,67	0,32
4	2,24	0,28	4	2,66	0,29	4	2,84	0,31	4	2,99	0,32	4	2,99	0,33
4	2,52	0,28	4	2,95	0,29	4	3,16	0,32	4	3,33	0,33	4	3,33	0,34
4	2,81	0,29	4	3,25	0,30	4	3,48	0,32	4	3,67	0,34	4	3,67	0,34
4	3,10	0,29	4	3,55	0,30	4	3,80	0,33	4	4,01	0,35	4	4,01	0,35
4	3,40	0,30	4	3,85	0,31	4	4,13	0,34	4	4,37	0,36	4	4,37	0,36
4	3,70	0,30	4	4,16	0,31	4	4,47	0,34	4	4,74	0,37	4	4,74	0,37
4	4,01	0,31	4	4,48	0,32	4	4,82	0,35	4	5,11	0,38	4	5,11	0,38
4	4,32	0,32	4	4,80	0,33	4	5,18	0,36	4	5,50	0,39	4	5,50	0,39
4	4,64	0,32	4	5,13	0,33	4	5,55	0,37	4	5,90	0,40	4	5,90	0,41
4	4,97	0,33	4	5,47	0,34	4	5,92	0,38	4	6,32	0,41	4	6,32	0,42
4	5,30	0,34	4	5,82	0,35	4	6,31	0,39	4	6,74	0,43	4	6,74	0,44
4	5,64	0,35	4	6,17	0,36	4	6,71	0,41	4	7,19	0,44	4	7,19	0,45
4	5,99	0,35	4	6,53	0,37	4	7,13	0,42	4	7,65	0,46	4	7,65	0,47
4	6,35	0,36	4	6,91	0,38	4	7,55	0,44	4	8,14	0,48	4	8,14	0,50
4	6,72	0,37	4	7,29	0,39	4	8,00	0,45	4	8,65	0,51	4	8,65	0,52
4	7,10	0,38	4	7,69	0,40	4	8,46	0,47	4	9,19	0,54	2	9,05	0,27
4	7,49	0,40	4	8,10	0,42	4	8,95	0,50	2	9,61	0,28	2	9,33	0,28
4	7,89	0,41	4	8,52	0,43	4	9,46	0,52	2	9,91	0,29	2	9,61	0,29
4	8,31	0,42	4	8,96	0,45	4	10,00	0,56	2	10,22	0,30	2	9,91	0,30
4	8,74	0,44	4	9,42	0,47	4	10,57	0,59	2	10,54	0,31	2	10,22	0,31
4	9,19	0,46	4	9,90	0,49	4	11,19	0,64	2	10,87	0,32	2	10,54	0,33
4	9,66	0,48	4	10,40	0,52	2	11,68	0,34	2	11,22	0,34	2	10,87	0,34
4	10,15	0,50	4	10,93	0,55	2	12,04	0,36	2	11,59	0,36	2	11,22	0,36
4	10,67	0,53	4	11,50	0,58	2	12,40	0,38	2	11,98	0,38	2	11,59	0,38
4	11,21	0,56	4	12,10	0,63	2	12,79	0,40	2	12,39	0,40	2	11,98	0,40
4	11,79	0,60	4	12,75	0,68	2	13,21	0,43	2	12,84	0,43	2	12,39	0,43
4	12,42	0,65	4	13,47	0,75	2	13,66	0,47	2	13,33	0,46	2	12,84	0,47
4	13,10	0,71	4	14,27	0,86	2	14,15	0,52	2	13,87	0,51	2	13,33	0,51
4	13,86	0,80	2	14,95	0,49	2	14,70	0,58	2	14,50	0,57	2	13,87	0,58
4	14,72	0,93	2	15,46	0,54	2	15,33	0,68	2	15,25	0,66	2	14,50	0,68
4	15,75	1,16	2	16,04	0,62	2	16,09	0,87	2	16,30	0,83	2	15,25	0,85
156			156			142			132			130		

Tabla 9 Datos iteración 4, 5, 6, 7, 8

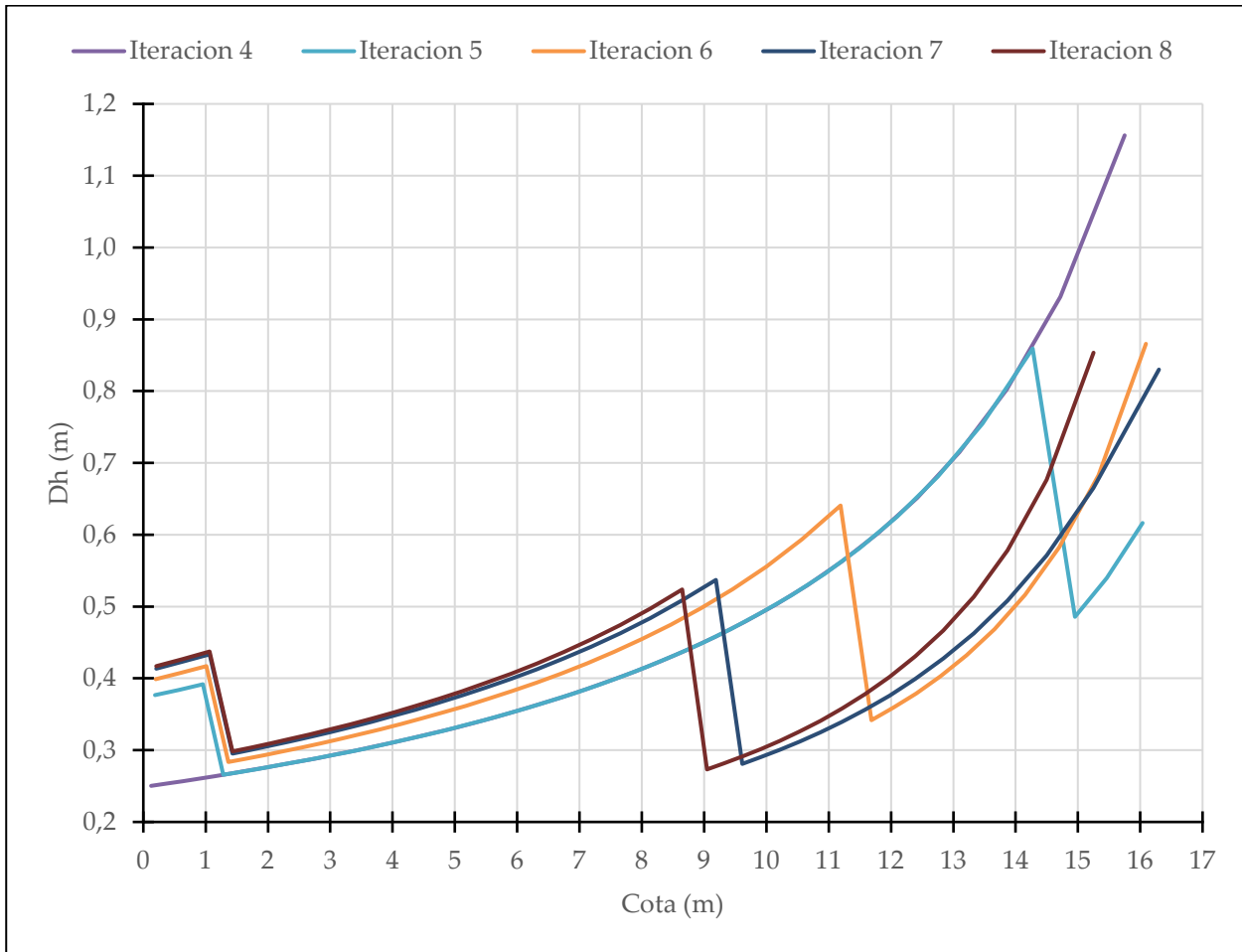


Se procede a mostrar cómo evoluciona el ancho de banda auto equilibrado de pretensado ( $D_h$ ) según la iteración escogida:



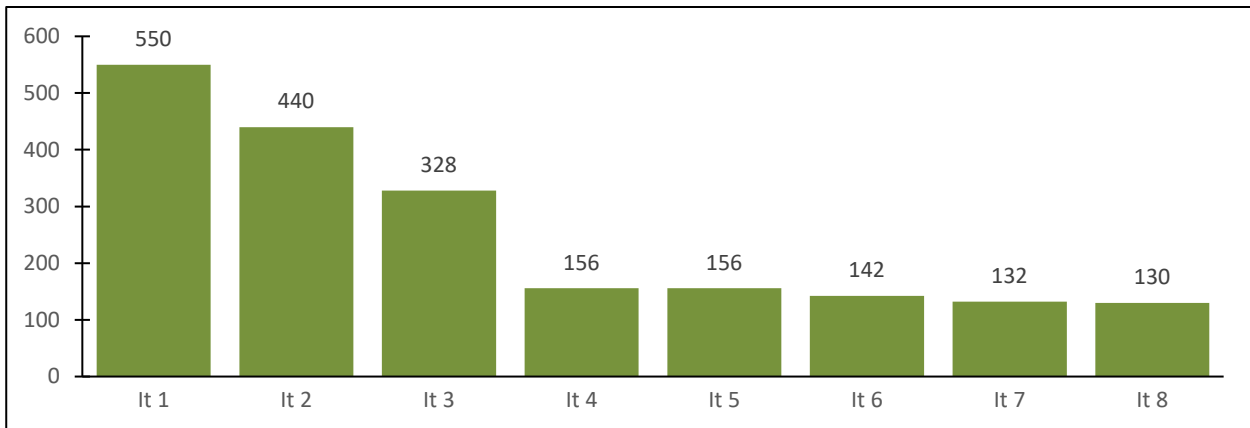
Gráfica 4 Datos iteración 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

A diferencia que en la “Gráfica 3 Curva  $D_h$  en función de  $h_{inf}$ ”, esta vez se ha representado en el eje de abscisa la cota del muro, siendo, 0 la base y 17, para una visualización más natural de lo que ocurre. Como se puede observar, como es lógico el ancho de banda es menor en las zonas más bajas del muro, dado que la acción del agua es considerablemente mayor. A medida que se asciende, el ancho de banda va haciéndose mayor, para el caso de las 4 últimas iteraciones, y cada vez menor para el caso de las 3 primeras iteraciones. Para el caso de las 3 primeras iteraciones esto tiene más un enfoque matemático debido a la morfología de la expresión que rige a  $D_h$ , y es que, para las 3 primeras iteraciones donde se tienen gran cantidad de cordones, se hace necesario incrementar de forma considerable el valor de DP (que es una altura hidrostática de agua adicional que se agrega al cálculo), esta DP hace que la curva se desplace (volver a ver Gráfica 3), hacia la derecha (hacia la izquierda en la Gráfica 3), perdiendo la ventaja del incremento exponencial que existe en el  $D_h$  al final del recorrido de la curva (al principio en la Gráfica 3). Por otro lado, para las 4 últimas iteraciones, se ve que se consigue aprovechar el crecimiento exponencial de la curva, pudiendo reducir el número de cordones de manera considerable e incrementando los anchos de banda por anillo. Se muestra la gráfica de solo las 4 últimas iteraciones dado que es donde se ha conseguido menos número de cordones:



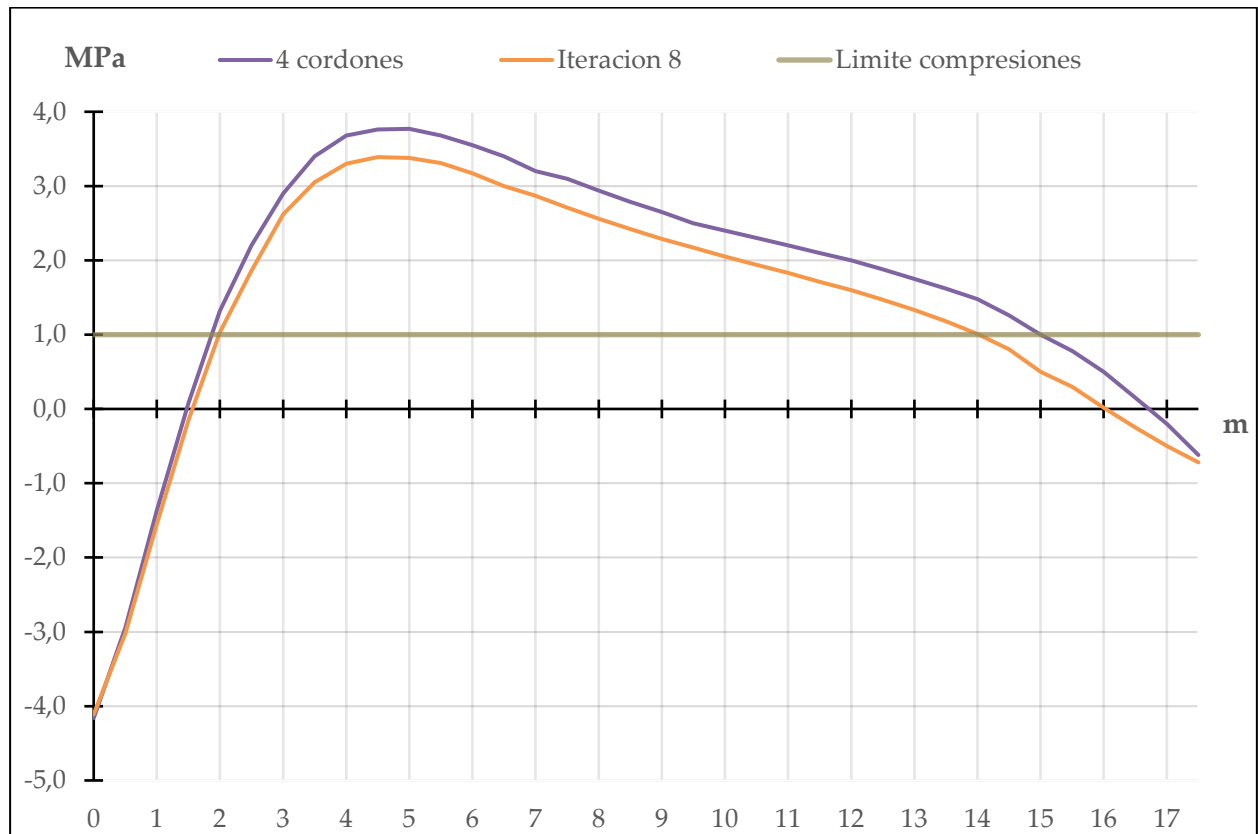
Gráfica 5 Datos iteración 4, 5, 6, 7, 8

Siendo la reducción del número de cordones:



Gráfica 6 Número de cordones por iteración

De media se ha conseguido reducir el número de cordones en un 67% aproximadamente. Para la elección de la iteración mejor, que dé pie a la siguiente, es crucial comprobar si las tensiones cumplen, se comprobará para el caso más favorable (la iteración 8, es decir, la iteración con menor número de cordones). Por ello a continuación se muestra las tensiones para la iteración 8:



Gráfica 7 Tensiones para iteración 8 comparada con tensiones 4 cordones por anillo

Altura	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5	(m)
Iteración 8	-4,1	-3,0	-1,6	-0,2	1,0	1,9	2,6	3,1	3,3	3,4	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,4	2,3	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,0	0,8	0,5	0,3	0,0	-0,3	-0,5	-0,7	MPa

Tabla 10 Tensiones iteración 8

Como se puede observar, se cumple la condición de que las compresiones tienen que ser mayores a 1 MPa en la mayor parte del muro (en el 83% del muro).

Habiendo recopilado todos estos datos, se procede a extraer unas conclusiones que serán el punto de partida de las siguientes iteraciones:

- En el intervalo entre la cota 3 a 8 metros, se tiene un pico de compresiones susceptible a ser reducido. Lo que lleva a la necesidad de hacer constantes las compresiones en la mayor parte del muro.
- Seguir iterando el número y/o posición de los cordones, dado que las compresiones de forma general siguen muy por encima de 1 MPa de compresión.

### 5.3.2 Iteración II

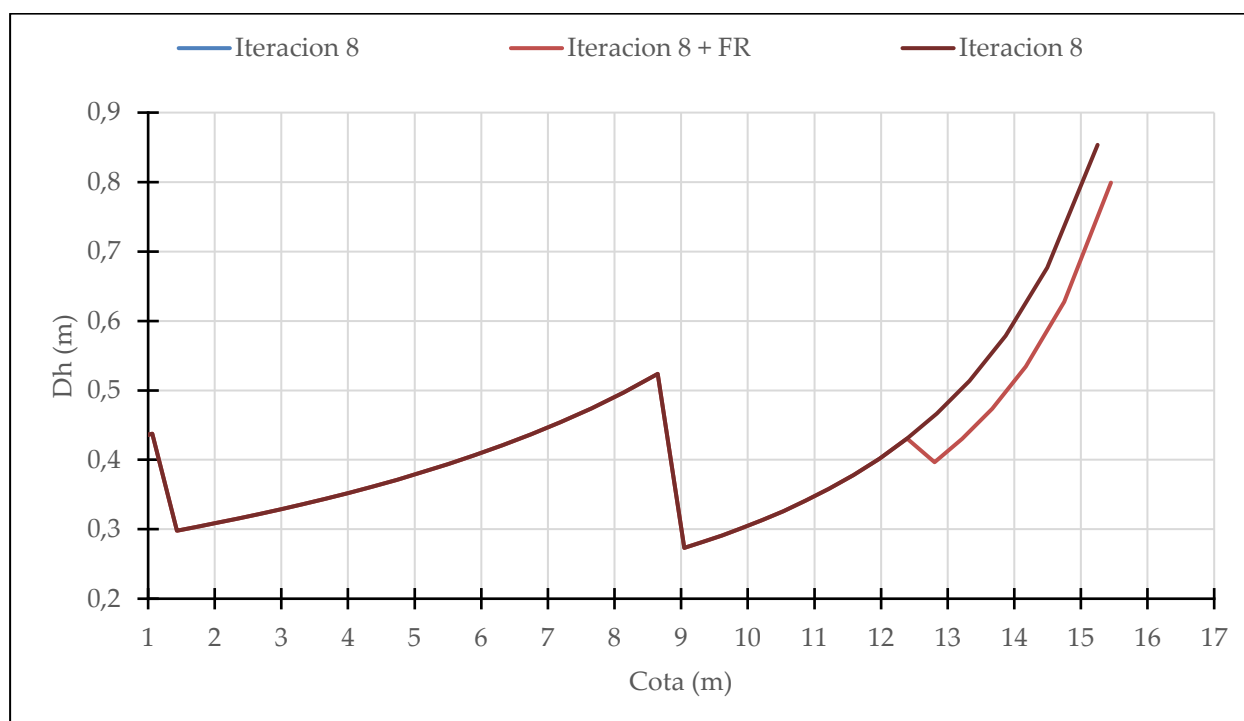
La iteración II va a consistir en intentar equilibrar las tensiones, para hacerlas constantes. Para ello se va a añadir un nuevo parámetro, un factor de reducción (FR). Este factor se va a encargar de reducir el ancho de banda de pretensado de forma artificial, de tal forma, se conseguirá concentrar las bandas de tensión de pretensado más y así comprimir más las zonas que lo requieran. Por otro lado, gracias a este factor de corrección, el factor DP es menos útil, por ello se tomará con un valor fijo de 1,5 metros (se recuerda que esto equivale a hacer los cálculos con una presión hidrostática 1,5 metros por encima de la real en el digestor, es decir, 18,5 metros) y dejará de variarse de aquí en adelante. Se toma este valor, porque así se permite trabajar en la zona exponencial de la curva (como se explicó en el apartado anterior), que da anchos de banda mayores.

A continuación, se muestra la curva comparativa extraída de iterar con el factor de corrección la iteración 8 del apartado anterior:

Iteración 8			Iteración 8 + FR			
Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
6,00	0,21	0,42	1,00	6,00	0,21	0,42
6,00	0,63	0,43	1,00	6,00	0,63	0,43
6,00	1,06	0,44	1,00	6,00	1,06	0,44
4,00	1,43	0,30	1,00	4,00	1,43	0,30
4,00	1,73	0,30	1,00	4,00	1,73	0,30
4,00	2,04	0,31	1,00	4,00	2,04	0,31
4,00	2,35	0,32	1,00	4,00	2,35	0,32
4,00	2,67	0,32	1,00	4,00	2,67	0,32
4,00	2,99	0,33	1,00	4,00	2,99	0,33
4,00	3,33	0,34	1,00	4,00	3,33	0,34
4,00	3,67	0,34	1,00	4,00	3,67	0,34
4,00	4,01	0,35	1,00	4,00	4,01	0,35
4,00	4,37	0,36	1,00	4,00	4,37	0,36
4,00	4,74	0,37	1,00	4,00	4,74	0,37
4,00	5,11	0,38	1,00	4,00	5,11	0,38
4,00	5,50	0,39	1,00	4,00	5,50	0,39
4,00	5,90	0,41	1,00	4,00	5,90	0,41
4,00	6,32	0,42	1,00	4,00	6,32	0,42
4,00	6,74	0,44	1,00	4,00	6,74	0,44
4,00	7,19	0,45	1,00	4,00	7,19	0,45
4,00	7,65	0,47	1,00	4,00	7,65	0,47
4,00	8,14	0,50	1,00	4,00	8,14	0,50
4,00	8,65	0,52	1,00	4,00	8,65	0,52
4,00	9,05	0,27	1,00	4,00	9,05	0,27
2,00	9,33	0,28	1,00	2,00	9,61	0,29
2,00	9,61	0,29	1,00	2,00	9,91	0,30
2,00	9,91	0,30	1,00	2,00	10,22	0,31
2,00	10,22	0,31	1,00	2,00	10,54	0,33
2,00	10,54	0,33	1,00	2,00	10,87	0,34

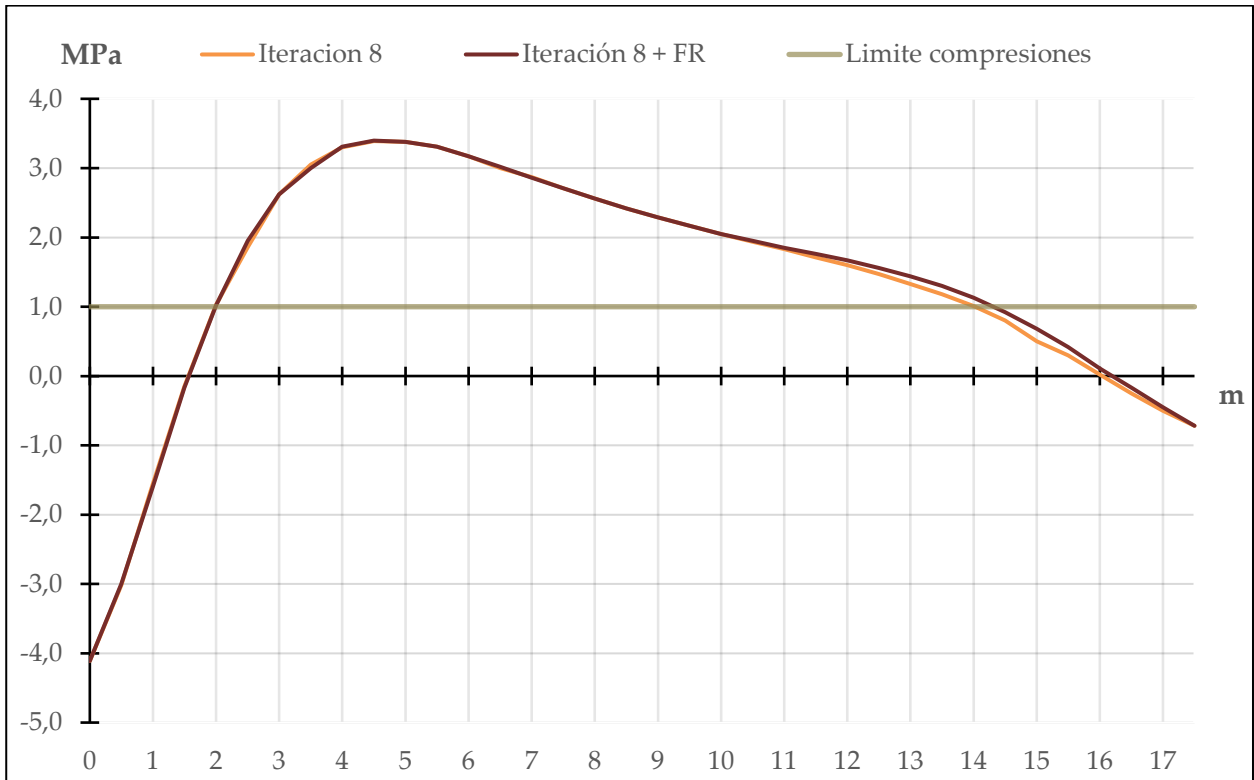
2,00	10,87	0,34	1,00	2,00	11,22	0,36
2,00	11,22	0,36	1,00	2,00	11,59	0,38
2,00	11,59	0,38	1,00	2,00	11,98	0,40
2,00	11,98	0,40	1,00	2,00	12,39	0,43
2,00	12,39	0,43	0,85	2,00	12,80	0,40
2,00	12,84	0,47	0,85	2,00	13,22	0,43
2,00	13,33	0,51	0,85	2,00	13,67	0,47
2,00	13,87	0,58	0,85	2,00	14,17	0,53
2,00	14,50	0,68	0,85	2,00	14,75	0,63
2,00	15,25	0,85	0,85	2,00	15,45	0,80
132				132		

Tabla 11 Iteración 8 + Factor de reducción



Gráfica 8 Datos iteración 8 con factor de reducción comparado a sin factor de reducción

Como se puede apreciar, se ha reducido artificialmente el ancho de banda, consiguiendo así concentrar más los anillos en la zona final, aunque dado que no se han modificado el número de cordones, es fácil predecir que las tensiones habrán variado muy poco, a continuación, se muestra el efecto de las tensiones debido a este ligero cambio y primera iteración con el factor de reducción:



Gráfica 9 Tensiones para iteración 8 agregado el factor de corrección comparado a sin factor de reducción

Como puede apreciarse, la tendencia que crea la aplicación del factor de reducción es la esperada, y es que, aunque levemente como se predijo, pero las tensiones de compresión han aumentado en la zona de aplicación del factor (desde aproximadamente los 12 metros de cota hasta el final).

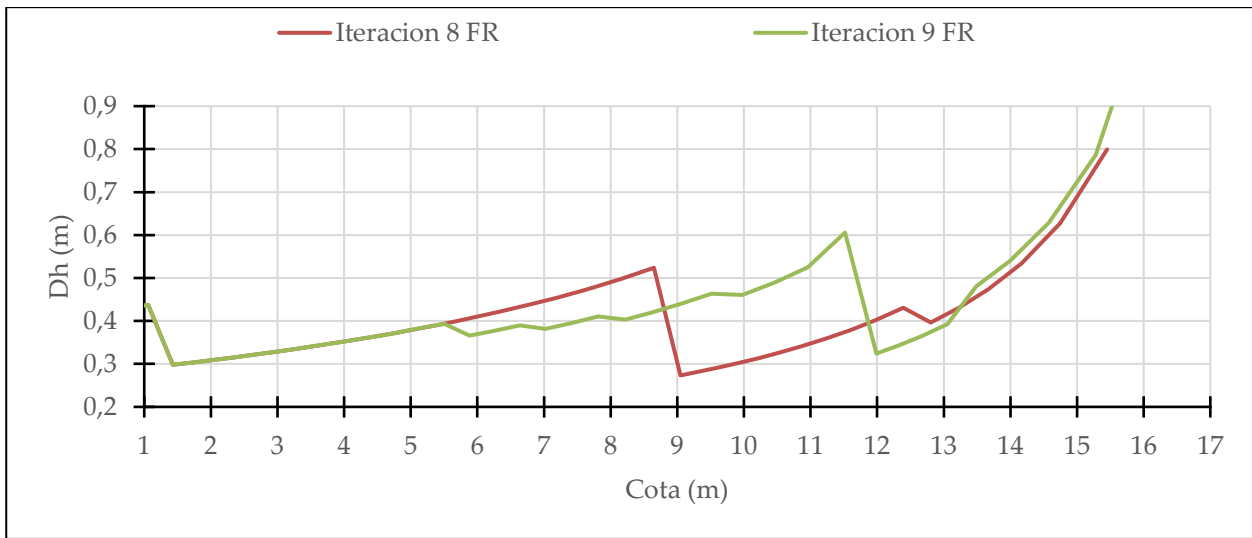
El siguiente paso, será incrementar el área de influencia del factor de corrección y modificar el número de cordones para estabilizar el valor de las tensiones.

Se pone a continuación la iteración 9, comparada con la última para identificar las variaciones:

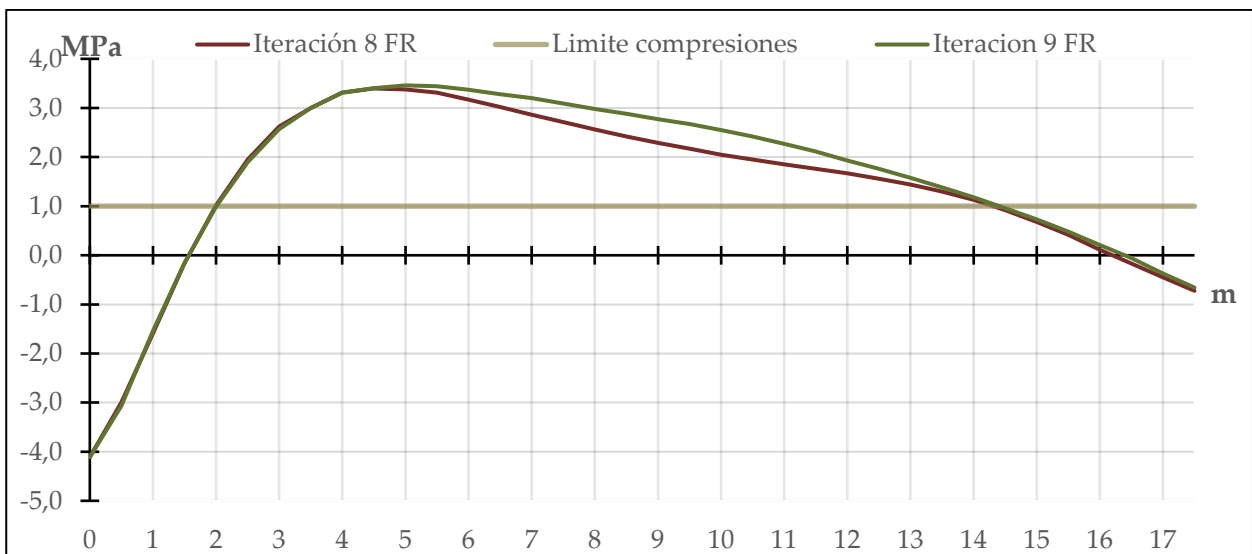
Iteración 8 + FR				Iteración 9 FR			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
1,00	6	0,21	0,42	1,00	6	0,21	0,42
1,00	6	0,63	0,43	1,00	6	0,63	0,43
1,00	6	1,06	0,44	1,00	6	1,06	0,44
1,00	4	1,43	0,30	1,00	4	1,43	0,30
1,00	4	1,73	0,30	1,00	4	1,73	0,30
1,00	4	2,04	0,31	1,00	4	2,04	0,31
1,00	4	2,35	0,32	1,00	4	2,35	0,32
1,00	4	2,67	0,32	1,00	4	2,67	0,32
1,00	4	2,99	0,33	1,00	4	2,99	0,33
1,00	4	3,33	0,34	1,00	4	3,33	0,34
1,00	4	3,67	0,34	1,00	4	3,67	0,34
1,00	4	4,01	0,35	1,00	4	4,01	0,35
1,00	4	4,37	0,36	1,00	4	4,37	0,36
1,00	4	4,74	0,37	1,00	4	4,74	0,37
1,00	4	5,11	0,38	1,00	4	5,11	0,38
1,00	4	5,50	0,39	1,00	4	5,50	0,39
1,00	4	5,90	0,41	0,90	4	5,88	0,37
1,00	4	6,32	0,42	0,90	4	6,25	0,38
1,00	4	6,74	0,44	0,90	4	6,64	0,39
1,00	4	7,19	0,45	0,85	4	7,02	0,38
1,00	4	7,65	0,47	0,85	4	7,41	0,40
1,00	4	8,14	0,50	0,85	4	7,81	0,41
1,00	4	8,65	0,52	0,80	4	8,22	0,40
1,00	4	9,05	0,27	0,80	4	8,63	0,42
1,00	2	9,61	0,29	0,80	4	9,06	0,44
1,00	2	9,91	0,30	0,80	4	9,51	0,46
1,00	2	10,22	0,31	0,75	4	9,98	0,46
1,00	2	10,54	0,33	0,75	4	10,45	0,49
1,00	2	10,87	0,34	0,75	4	10,96	0,52
1,00	2	11,22	0,36	0,80	4	11,52	0,61
1,00	2	11,59	0,38	0,80	2	11,99	0,32
1,00	2	11,98	0,40	0,80	2	12,32	0,34
1,00	2	12,39	0,43	0,80	2	12,68	0,37
0,85	2	12,80	0,40	0,80	2	13,05	0,39
0,85	2	13,22	0,43	0,90	2	13,49	0,48
0,85	2	13,67	0,47	0,90	2	14,00	0,54
0,85	2	14,17	0,53	0,90	2	14,58	0,63
0,85	2	14,75	0,63	0,90	2	15,28	0,79
0,85	2	15,45	0,80	0,90	2	16,24	1,23
132				144			

Tabla 12 Iteración 8 y 9 con factor de corrección

Donde se muestra en amarillo los parámetros reducidos y en verde los parámetros incrementados.



Gráfica 10 Iteración 8 y 9 con factor de corrección



Gráfica 11 Tensiones iteración 8 y 9 con factor de corrección

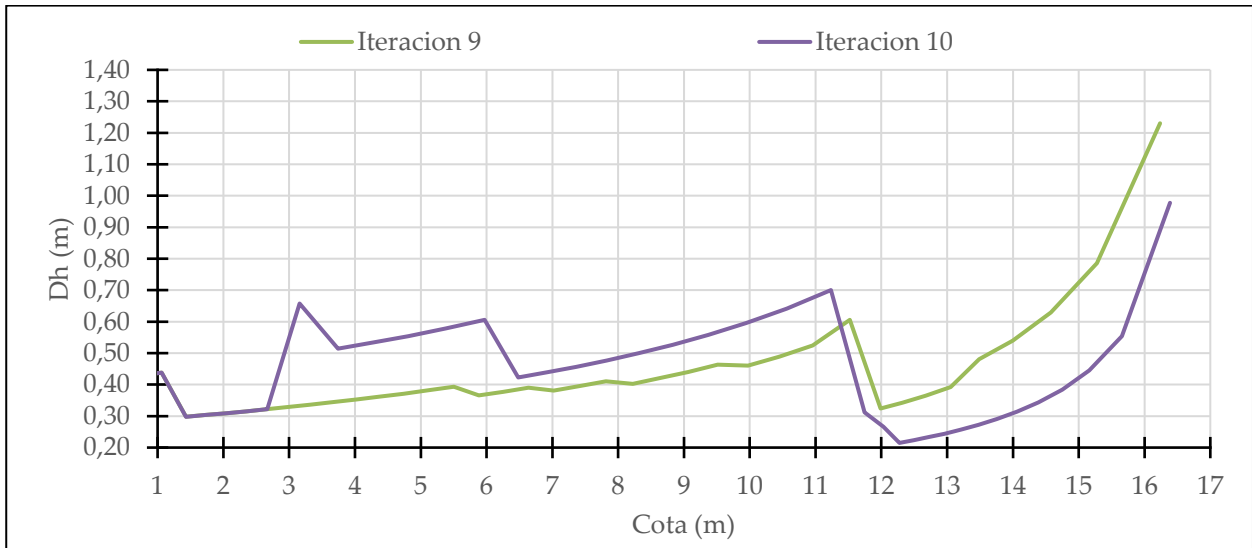
Dado que los resultados obtenidos muestran la tendencia de los cambios, pero no dan resultados apreciables ni prácticos, se van a cambiar los parámetros de manera más intensiva, a fin de acelerar la iteración. Para ello se procede con la iteración 10. En esta iteración se ha usado el factor reductos, para ampliar el ancho de banda, es decir se le ha dado un valor mayor a unidad. Al incrementar (se recuerda, es un incremento artificial) el ancho de banda se consigue que los cordones se separen, creando menos compresión en la pared interior del muro. Este efecto se quiere lograr entre las cotas 3 a 8 metros, donde se ven las compresiones más elevadas con respecto al resto de cotas. A su vez, a partir de la cota 9, se ha reducido el ancho de banda de manera considerable para así incrementar más el valor de las compresiones. El resultado esperado deberá ser una reducción en la pendiente decreciente que se ve en la Gráfica 11 a partir de la cota 5.

Se procede a insertar la tabla correspondiente a la iteración 10:



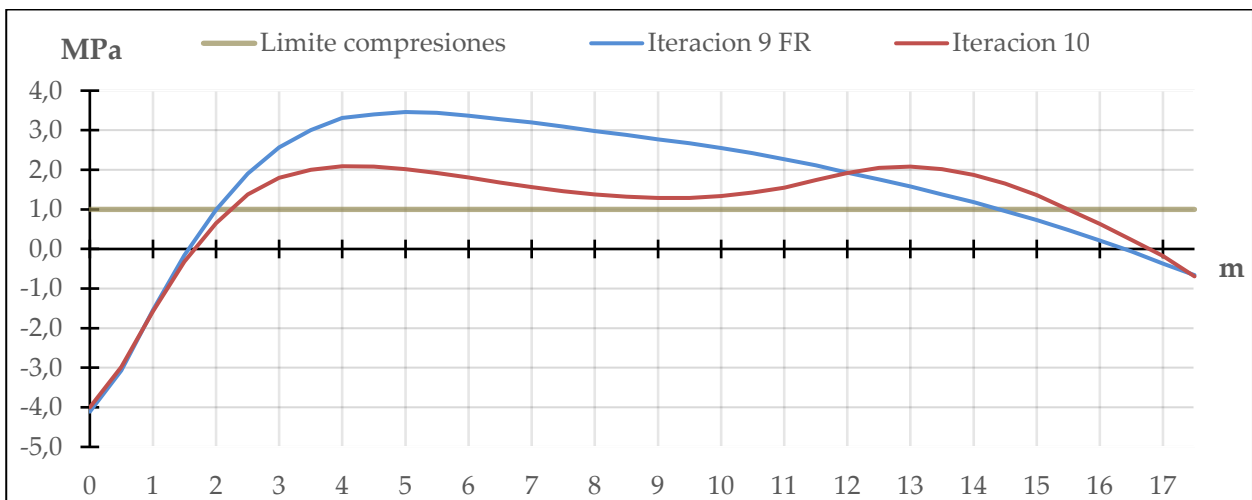
Iteración 9				Iteración 10			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
1,00	6	0,21	0,42	1,00	6	0	0,42
1,00	6	0,63	0,43	1,00	6	1	0,43
1,00	6	1,06	0,44	1,00	6	1	0,44
1,00	4	1,43	0,30	1,00	4	1	0,30
1,00	4	1,73	0,30	1,00	4	2	0,30
1,00	4	2,04	0,31	1,00	4	2	0,31
1,00	4	2,35	0,32	1,00	4	2	0,32
1,00	4	2,67	0,32	1,00	4	3	0,32
1,00	4	2,99	0,33	2,00	4	3	0,66
1,00	4	3,33	0,34	2,00	3	4	0,51
1,00	4	3,67	0,34	2,00	3	4	0,53
1,00	4	4,01	0,35	2,00	3	5	0,55
1,00	4	4,37	0,36	2,00	3	5	0,58
1,00	4	4,74	0,37	2,00	3	6	0,61
1,00	4	5,11	0,38	2,00	2	6	0,42
1,00	4	5,50	0,39	2,00	2	7	0,44
0,90	4	5,88	0,37	2,00	2	7	0,46
0,90	4	6,25	0,38	2,00	2	8	0,48
0,90	4	6,64	0,39	2,00	2	8	0,50
0,85	4	7,02	0,38	2,00	2	9	0,53
0,85	4	7,41	0,40	2,00	2	9	0,56
0,85	4	7,81	0,41	2,00	2	10	0,60
0,80	4	8,22	0,40	2,00	2	11	0,64
0,80	4	8,63	0,42	2,00	2	11	0,70
0,80	4	9,06	0,44	0,80	2	12	0,31
0,80	4	9,51	0,46	0,65	2	12	0,27
0,75	4	9,98	0,46	0,50	2	12	0,21
0,75	4	10,45	0,49	0,50	2	12	0,22
0,75	4	10,96	0,52	0,50	2	13	0,23
0,80	4	11,52	0,61	0,50	2	13	0,24
0,80	2	11,99	0,32	0,50	2	13	0,26
0,80	2	12,32	0,34	0,50	2	13	0,27
0,80	2	12,68	0,37	0,50	2	14	0,29
0,80	2	13,05	0,39	0,50	2	14	0,31
0,90	2	13,49	0,48	0,50	2	14	0,34
0,90	2	14,00	0,54	0,50	2	15	0,38
0,90	2	14,58	0,63	0,50	2	15	0,44
0,90	2	15,28	0,79	0,50	2	16	0,55
0,90	2	16,24	1,23	0,50	2	16	0,98
144				107			

Tabla 13 Iteración 9 y 10



Gráfica 12 Iteración 9 y 10

Como se puede apreciar se ha conseguido aumentar el ancho de banda en el principio de la gráfica y reducirlo en el final, tal como se pretende, esto en las tensiones tiene la siguiente influencia:



Gráfica 13 Tensiones iteración 9 y 10

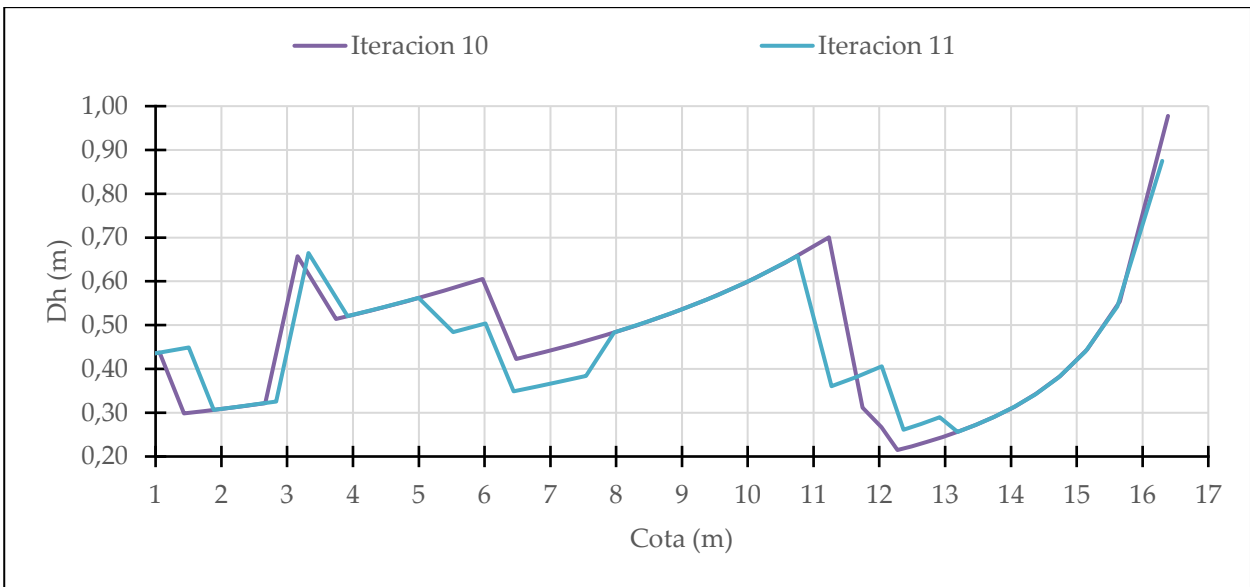
La iteración 10 comienza a acercarse al estado tensional que se busca alcanzar, por una parte, se ha reducido en un 23,5% respecto a su iteración precedente el número de cordones. Por otro lado, se ha cambiado la tendencia de la curva, consiguiendo reducir el máximo de compresiones que solía ocurrir en torno a la cota 5 metros, de 3,5 a 2,1 MPa. Finalmente, la franja de muro con una compresión menor a 1 MPa se ha conseguido reducir también, sobre todo en la parte alta del muro.

El siguiente paso iterativo, con lo ya aprendido consiste en reducir el factor de corrección para el intervalo entre 5 a 11 metros, para así hacer el ancho de banda más pequeño y que la pequeña depresión que se muestra se equilibre con el resto de los valores a sus extremos. Además, al reducir el factor, la suma de las bandas no llegaba a la corona del muro, por lo que ha sido necesario incrementar de valor alguna de las bandas, en vez de modificar otro factor de corrección se ha

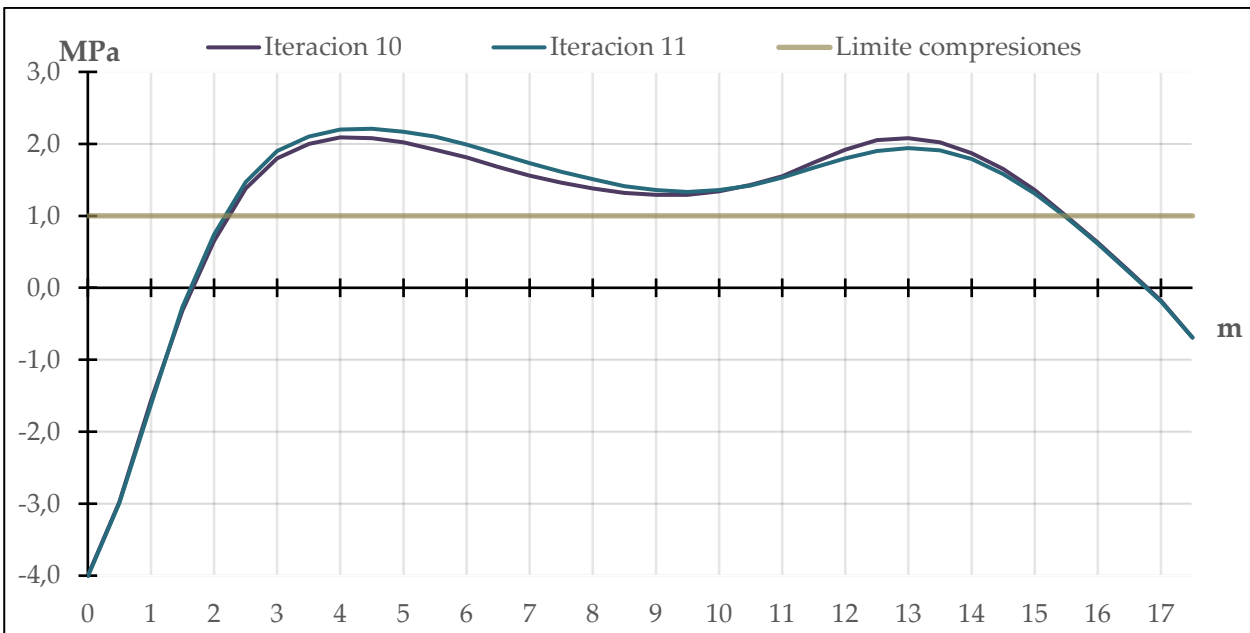
optado por incrementar en dos el número de cordones en el anillo 4. Los datos son:

Iteración 10				Iteración 11			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
1,00	6	0,21	0,42	1,00	6	0,21	0,42
1,00	6	0,63	0,43	1,00	6	0,63	0,43
1,00	6	1,06	0,44	1,00	6	1,06	0,44
1,00	4	1,43	0,30	1,00	6	1,50	0,45
1,00	4	1,73	0,30	1,00	4	1,88	0,31
1,00	4	2,04	0,31	1,00	4	2,19	0,31
1,00	4	2,35	0,32	1,00	4	2,51	0,32
1,00	4	2,67	0,32	1,00	4	2,83	0,33
2,00	4	3,16	0,66	2,00	4	3,32	0,66
2,00	3	3,74	0,51	2,00	3	3,92	0,52
2,00	3	4,27	0,53	2,00	3	4,45	0,54
2,00	3	4,81	0,55	2,00	3	5,00	0,56
2,00	3	5,38	0,58	1,65	3	5,52	0,48
2,00	3	5,97	0,61	1,65	3	6,02	0,50
2,00	2	6,48	0,42	1,65	2	6,44	0,35
2,00	2	6,91	0,44	1,65	2	6,80	0,36
2,00	2	7,36	0,46	1,65	2	7,16	0,37
2,00	2	7,83	0,48	1,65	2	7,54	0,38
2,00	2	8,32	0,50	2,00	2	7,97	0,48
2,00	2	8,83	0,53	2,00	2	8,47	0,51
2,00	2	9,37	0,56	2,00	2	8,99	0,54
2,00	2	9,95	0,60	2,00	2	9,54	0,57
2,00	2	10,56	0,64	2,00	2	10,13	0,61
2,00	2	11,23	0,70	2,00	2	10,76	0,66
0,80	2	11,74	0,31	1,00	2	11,27	0,36
0,65	2	12,03	0,27	1,00	2	11,64	0,38
0,50	2	12,27	0,21	1,00	2	12,03	0,41
0,50	2	12,49	0,22	0,60	2	12,37	0,26
0,50	2	12,72	0,23	0,60	2	12,64	0,27
0,50	2	12,96	0,24	0,60	2	12,92	0,29
0,50	2	13,21	0,26	0,50	2	13,19	0,26
0,50	2	13,48	0,27	0,50	2	13,46	0,27
0,50	2	13,76	0,29	0,50	2	13,74	0,29
0,50	2	14,06	0,31	0,50	2	14,04	0,31
0,50	2	14,39	0,34	0,50	2	14,36	0,34
0,50	2	14,75	0,38	0,50	2	14,72	0,38
0,50	2	15,16	0,44	0,50	2	15,13	0,44
0,50	2	15,66	0,55	0,50	2	15,62	0,54
0,50	2	16,39	0,98	0,50	2	16,30	0,88
107				109			

Tabla 14 Iteración 10 y 11



Gráfica 14 Iteración 10 y 11

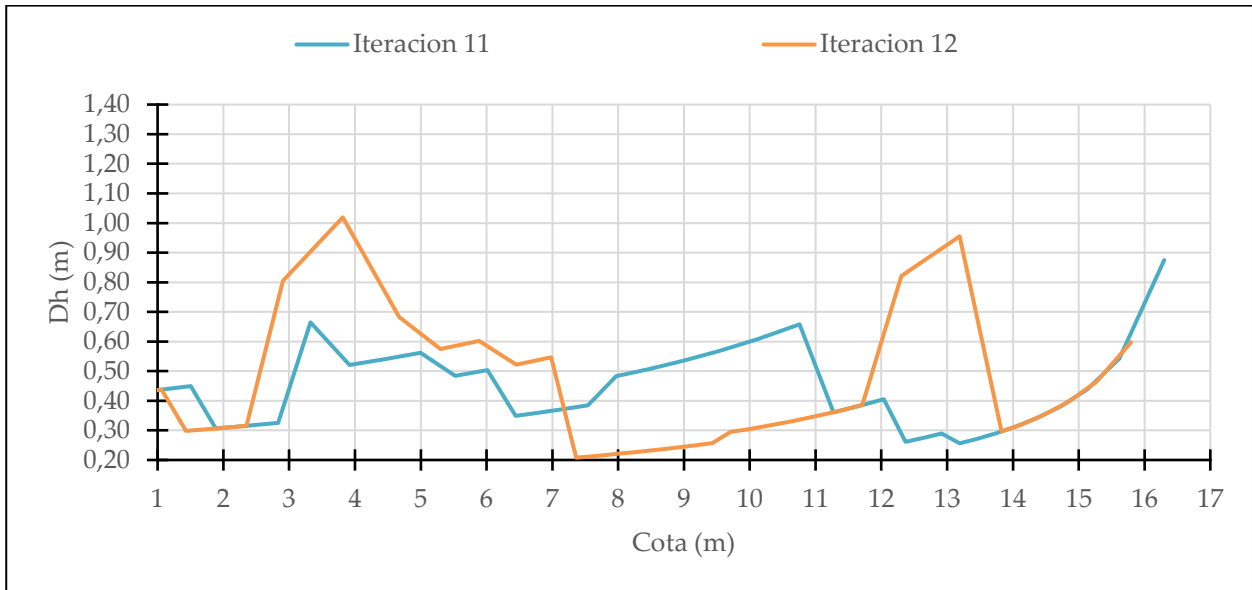


Gráfica 15 Tensiones iteración 10 y 11

Como se puede apreciar, aunque los cambios en los valores del factor de reducción han sido significativos, no ha tenido gran influencia sobre las tensiones, lo que conduce a que hay que modificar los parámetros de forma más contundente. La siguiente iteración será similar a esta, pero intensificando la reducción.

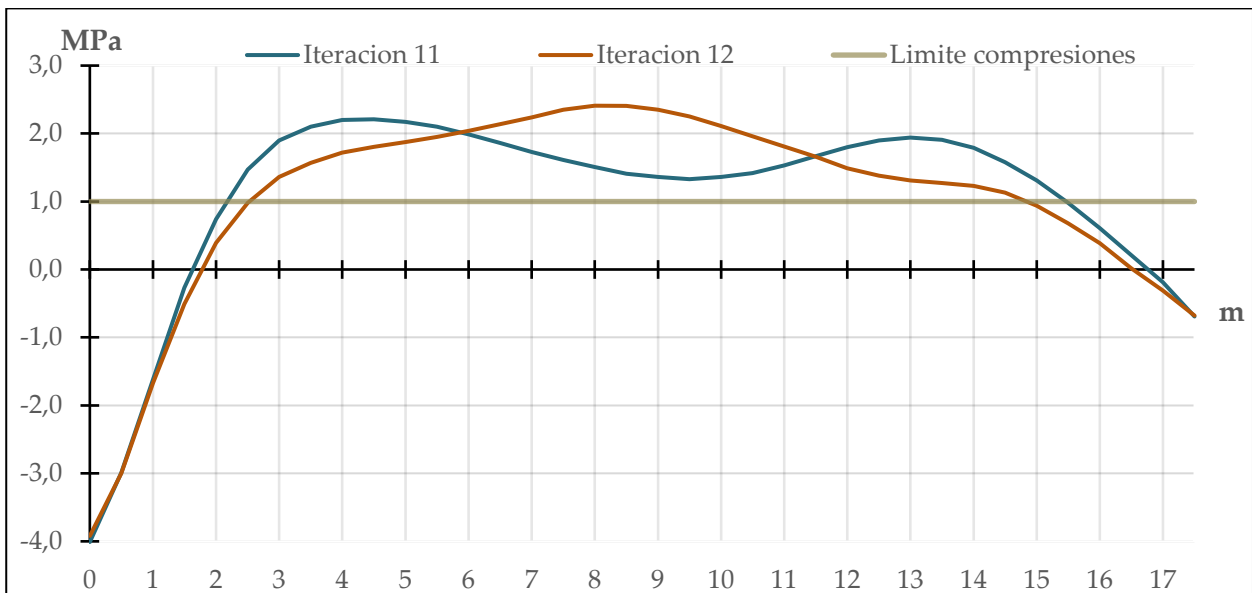
Iteración 11				Iteración 12					
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh	$\Delta$ FR	$\Delta$ T
1.00	6	0.21	0.42	1.00	6	0.21	0.42	-	-
1.00	6	0.63	0.43	1.00	6	0.63	0.43	-	-
1.00	6	1.06	0.44	1.00	6	1.06	0.44	-	-
1.00	6	1.50	0.45	1.00	4	1.43	0.30	-	-
1.00	4	1.88	0.31	1.00	4	1.73	0.30	-	-
1.00	4	2.19	0.31	1.00	4	2.04	0.31	-	-
1.00	4	2.51	0.32	1.00	4	2.35	0.32	-	-
1.00	4	2.83	0.33	2.50	4	2.91	0.80	1.50	-0.53
2.00	4	3.32	0.66	3.00	4	3.82	1.02	1.00	-0.50
2.00	3	3.92	0.52	2.50	3	4.67	0.68	0.50	-0.37
2.00	3	4.45	0.54	2.00	3	5.30	0.58	-	-
2.00	3	5.00	0.56	2.00	3	5.89	0.60	-	-
1.65	3	5.52	0.48	1.65	3	6.45	0.52	-	-
1.65	3	6.02	0.50	1.65	3	6.98	0.55	-	-
1.65	2	6.44	0.35	0.90	2	7.36	0.21	-0.75	0.68
1.65	2	6.80	0.36	0.90	2	7.57	0.21	-0.75	0.74
1.65	2	7.16	0.37	0.90	2	7.79	0.22	-0.75	0.83
1.65	2	7.54	0.38	0.90	2	8.01	0.22	-0.75	0.90
2.00	2	7.97	0.48	0.90	2	8.23	0.23	-1.10	0.94
2.00	2	8.47	0.51	0.90	2	8.46	0.23	-1.10	1.00
2.00	2	8.99	0.54	0.90	2	8.69	0.24	-1.10	0.99
2.00	2	9.54	0.57	0.90	2	8.93	0.24	-1.10	0.99
2.00	2	10.13	0.61	0.90	2	9.18	0.25	-1.10	0.96
2.00	2	10.76	0.66	0.90	2	9.43	0.26	-1.10	0.93
1.00	2	11.27	0.36	1.00	2	9.71	0.29	-	-
1.00	2	11.64	0.38	1.00	2	10.01	0.31	-	-
1.00	2	12.03	0.41	1.00	2	10.32	0.32	-	-
0.60	2	12.37	0.26	1.00	2	10.64	0.33	0.40	0.47
0.60	2	12.64	0.27	1.00	2	10.98	0.35	0.40	0.29
0.60	2	12.92	0.29	1.00	2	11.34	0.36	0.40	0.09
0.50	2	13.19	0.26	1.00	2	11.71	0.39	0.50	-0.14
0.50	2	13.46	0.27	2.00	2	12.31	0.82	1.50	-0.44
0.50	2	13.74	0.29	2.00	2	13.19	0.95	1.50	-0.63
0.50	2	14.04	0.31	0.50	2	13.83	0.30	-	-
0.50	2	14.36	0.34	0.50	2	14.13	0.32	-	-
0.50	2	14.72	0.38	0.50	2	14.47	0.35	-	-
0.50	2	15.13	0.44	0.50	2	14.84	0.40	-	-
0.50	2	15.62	0.54	0.50	2	15.27	0.46	-	-
0.50	2	16.30	0.88	0.50	2	15.80	0.60	-	-

Tabla 15 Iteración 11 y 12



Gráfica 16  $D_h$  frente a la cota de la Iteración 11 y 12

Esta gráfica pone de manifiesto lo que se quiere conseguir, y es que al aumentar el ancho de banda  $D_h$  lo que se consigue sobre las tensiones es reducir las compresiones, por lo cual en los dos picos de compresiones que se pueden ver en la Gráfica 15 que queremos reducir coinciden con los dos máximos en la Gráfica 16, y de forma análoga, la parte más central que de la Gráfica 15, donde se aprecian que las tensiones caen, se quiere incrementar para intentar igualarlo todo, por ello se reduce el ancho de banda  $D_h$ .



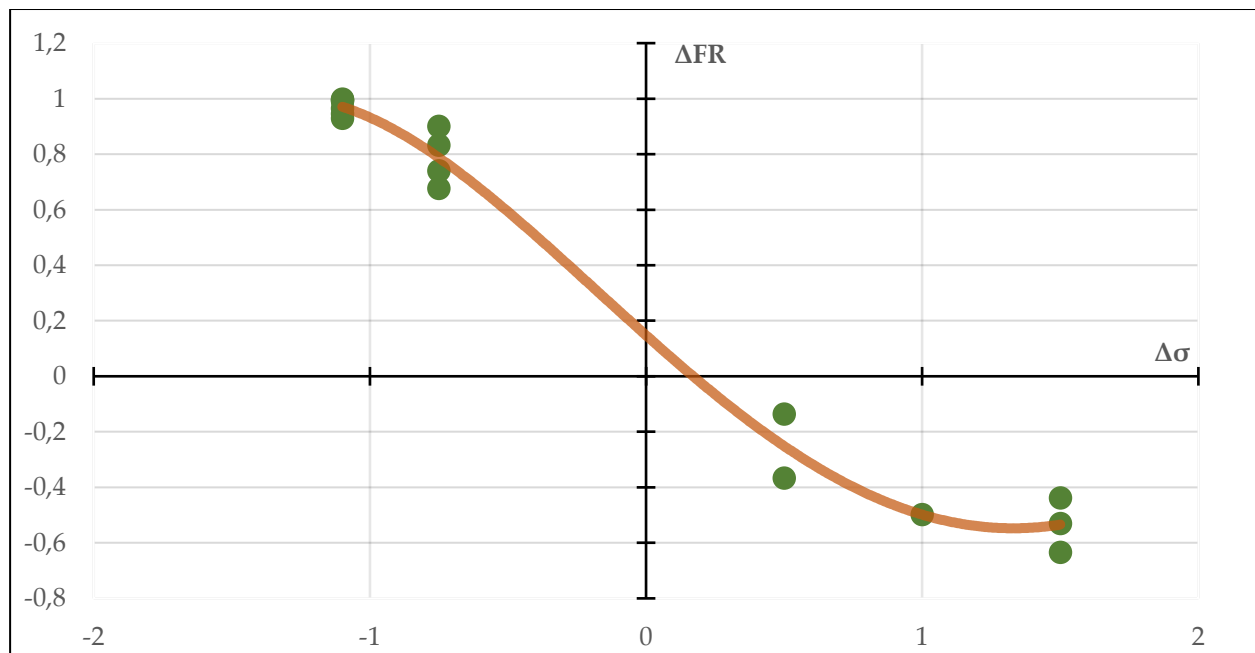
Gráfica 17 Tensiones iteración 11 y 12

En las tensiones obtenidas se aprecia que el efecto ha sido superior al deseado, eliminando por completo los máximos de compresiones en los extremos de la gráfica (zona baja y alta del muro), a su vez, de manera análoga, en la parte central del muro, donde había un mínimo, ahora hay un

máximo.

Con las iteraciones realizadas hasta ahora, se puede ir viendo la relación que hay entre los cambios del factor de corrección y las tensiones. Es por ello que en la Tabla 14, además de las columnas hasta ahora puestas, se han agregado dos columnas correspondientes a los incrementos en el factor de corrección de una iteración a otra, y cuánta variación de tensión ha provocado. Dado que las tensiones extraídas del programa de cálculo se obtienen en una tabla cada 0,5 metros, a veces los valores de las tensiones no coinciden exactamente con la cota donde se ha variado el factor de corrección, por ello, para estos casos se han realizado interpolaciones de las tensiones.

Para acelerar la iteración, podría ser interesante encontrar cómo influyen estas variaciones en el factor de corrección. Se procede a graficar estas variables y crear su curva de aproximación:



Gráfica 18 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión I

Como se puede apreciar, existe una correlación entre los incrementos en el factor de corrección y los incrementos de tensiones. La curva de aproximación se va a modelar como un polinomio de orden 4, que dado los puntos se ajusta como:

$$\Delta\sigma = -0,0312\Delta FR^4 + 0,172FR^3 + 0,1FR^2 - 0,888FR + 0,148$$

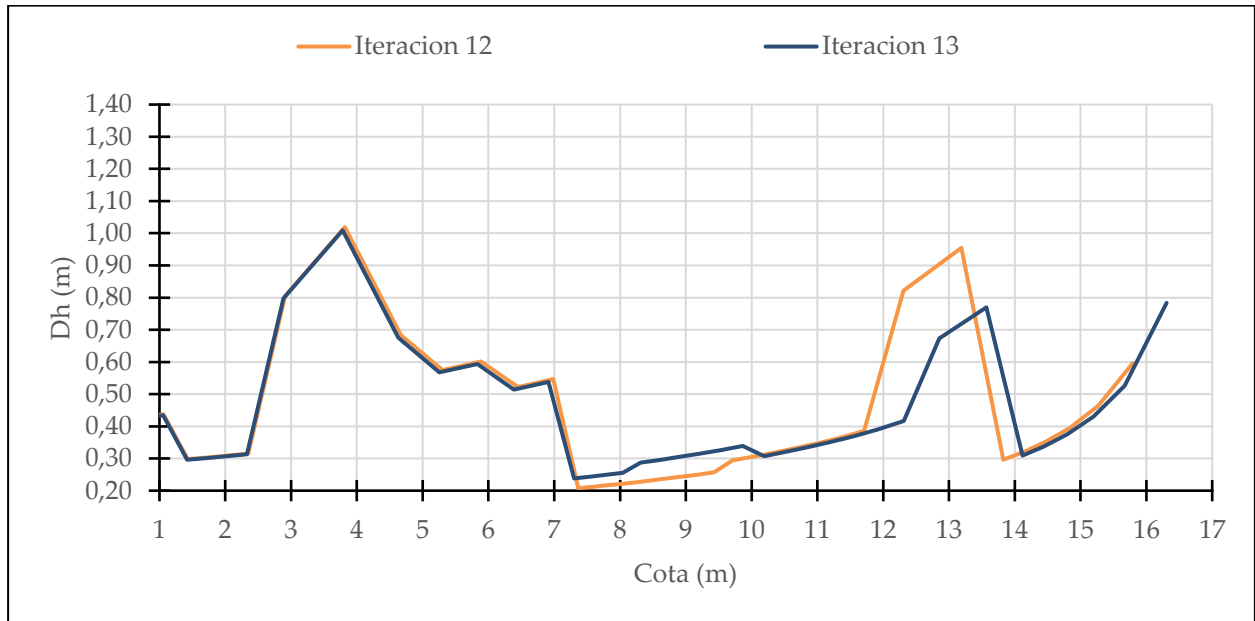
Conociendo esta expresión, se puede predecir con algo de mejor precisión el factor de corrección que se desea.

A continuación, se procede a iterar una vez más, para completar la nube de puntos de la Gráfica 18 para intentar mejorar la ecuación, tras esta iteración se procederá a usar la expresión obtenida para hacer la siguiente iteración.

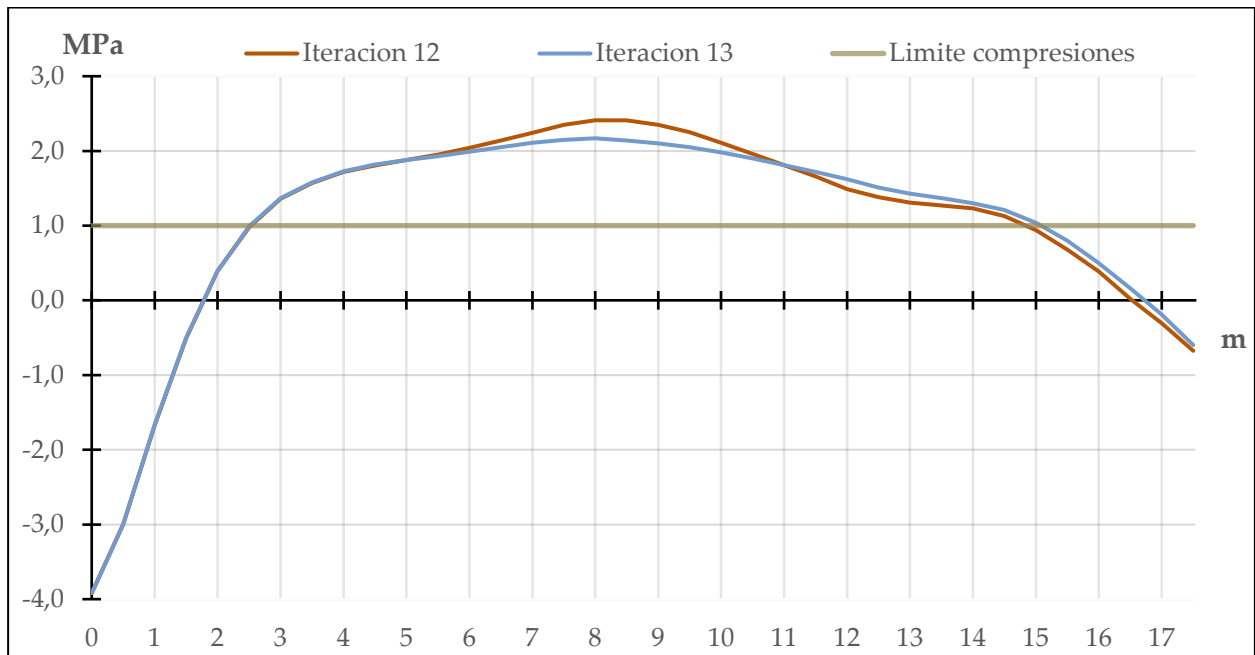
Iteración 12				Iteración 13					
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh	$\Delta$ FR	$\Delta$ T
1.00	6	0.21	0.42	1.00	6	0.21	0.41	-	-
1.00	6	0.63	0.43	1.00	6	0.63	0.42	-	-
1.00	6	1.06	0.44	1.00	6	1.05	0.43	-	-
1.00	4	1.43	0.30	1.00	4	1.42	0.30	-	-
1.00	4	1.73	0.30	1.00	4	1.72	0.30	-	-
1.00	4	2.04	0.31	1.00	4	2.02	0.31	-	-
1.00	4	2.35	0.32	1.00	4	2.33	0.31	-	-
2.50	4	2.91	0.80	2.50	4	2.88	0.80	-	-
3.00	4	3.82	1.02	3.00	4	3.78	1.01	-	-
2.50	3	4.67	0.68	2.50	3	4.63	0.67	-	-
2.00	3	5.30	0.58	2.00	3	5.25	0.57	-	-
2.00	3	5.89	0.60	2.00	3	5.83	0.59	-	-
1.65	3	6.45	0.52	1.65	3	6.39	0.51	-	-
1.65	3	6.98	0.55	1.65	3	6.91	0.54	-	-
0.90	2	7.36	0.21	1.05	2	7.30	0.24	0.15	-0.17
0.90	2	7.57	0.21	1.05	2	7.54	0.24	0.15	-0.20
0.90	2	7.79	0.22	1.05	2	7.79	0.25	0.15	-0.22
0.90	2	8.01	0.22	1.05	2	8.04	0.26	0.15	-0.24
0.90	2	8.23	0.23	1.15	2	8.31	0.29	0.25	-0.26
0.90	2	8.46	0.23	1.15	2	8.60	0.30	0.25	-0.26
0.90	2	8.69	0.24	1.15	2	8.90	0.30	0.25	-0.25
0.90	2	8.93	0.24	1.15	2	9.21	0.31	0.25	-0.25
0.90	2	9.18	0.25	1.15	2	9.53	0.33	0.25	-0.20
0.90	2	9.43	0.26	1.15	2	9.87	0.34	0.25	-0.13
1.00	2	9.71	0.29	1.00	2	10.19	0.31	-	-
1.00	2	10.01	0.31	1.00	2	10.50	0.32	-	-
1.00	2	10.32	0.32	1.00	2	10.83	0.33	-	-
1.00	2	10.64	0.33	1.00	2	11.17	0.35	-	-
1.00	2	10.98	0.35	1.00	2	11.53	0.37	-	-
1.00	2	11.34	0.36	1.00	2	11.91	0.39	-	-
1.00	2	11.71	0.39	1.00	2	12.31	0.42	-	-
2.00	2	12.31	0.82	1.50	2	12.85	0.67	-0.50	0.12
2.00	2	13.19	0.95	1.50	2	13.57	0.77	-0.50	0.10
0.50	2	13.83	0.30	0.50	2	14.12	0.31	-	-
0.50	2	14.13	0.32	0.50	2	14.44	0.34	-	-
0.50	2	14.47	0.35	0.50	2	14.79	0.37	-	-
0.50	2	14.84	0.40	0.50	2	15.20	0.43	-	-
0.50	2	15.27	0.46	0.50	2	15.67	0.53	-	-
0.50	2	15.80	0.60	0.50	2	16.31	0.78	-	-

Tabla 16 Iteración 12 y 13





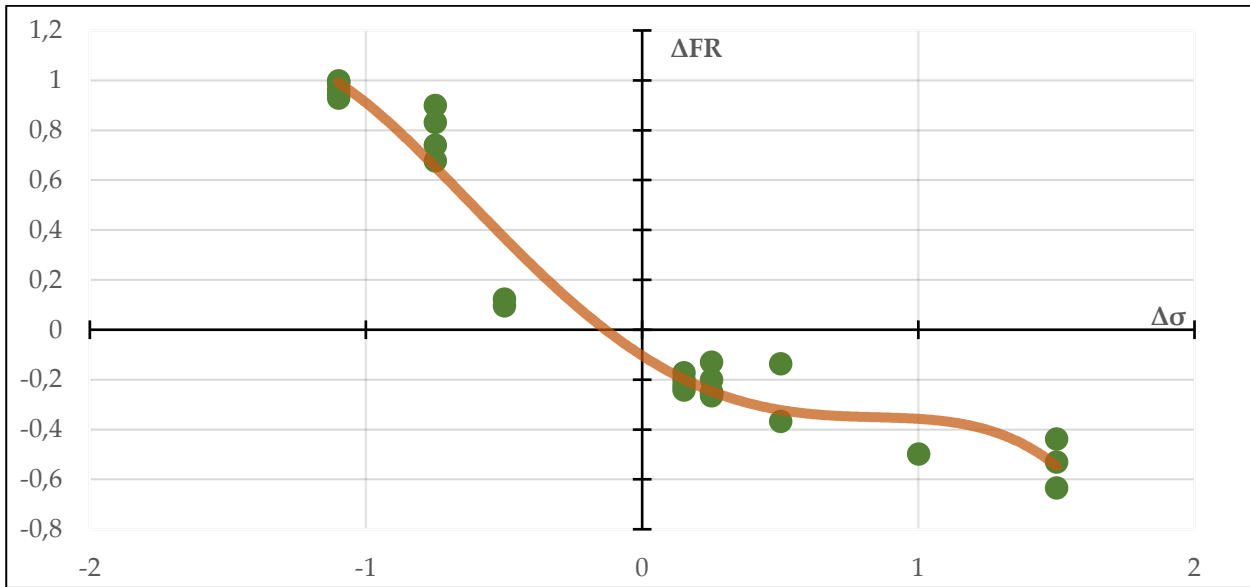
Gráfica 19 Dh frente a la cota de la Iteración 12 y 13



Gráfica 20 Tensiones Iteración 12 y 13

Se ha mejorado la curva de tensiones, pero con muy poca magnitud. Como se ha descubierto con anterioridad, los incrementos de  $D_h$  crean reducción de compresiones, y al revés, pero puede apreciarse a simple vista, que las variaciones de  $D_h$  son más influyentes en la zona central del muro, debido a que inevitablemente, tanto en la base como en la corona tenderá a traccionarse debido a que, tanto por la losa de cimentación en su parte baja, como por la cúpula en lo alto del muro, se crearán tracciones tal y como se explicó en el apartado “3.5 Modelo de elementos finitos”.

Se proceder a implementar en la Gráfica 18 más puntos para afinar la fórmula:



Gráfica 21 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión II

La expresión que ajusta la curva es ahora:

$$\Delta\sigma = -0,174\Delta FR^4 + 0,077FR^3 + 0,554FR^2 - 0,710FR + 0,104$$

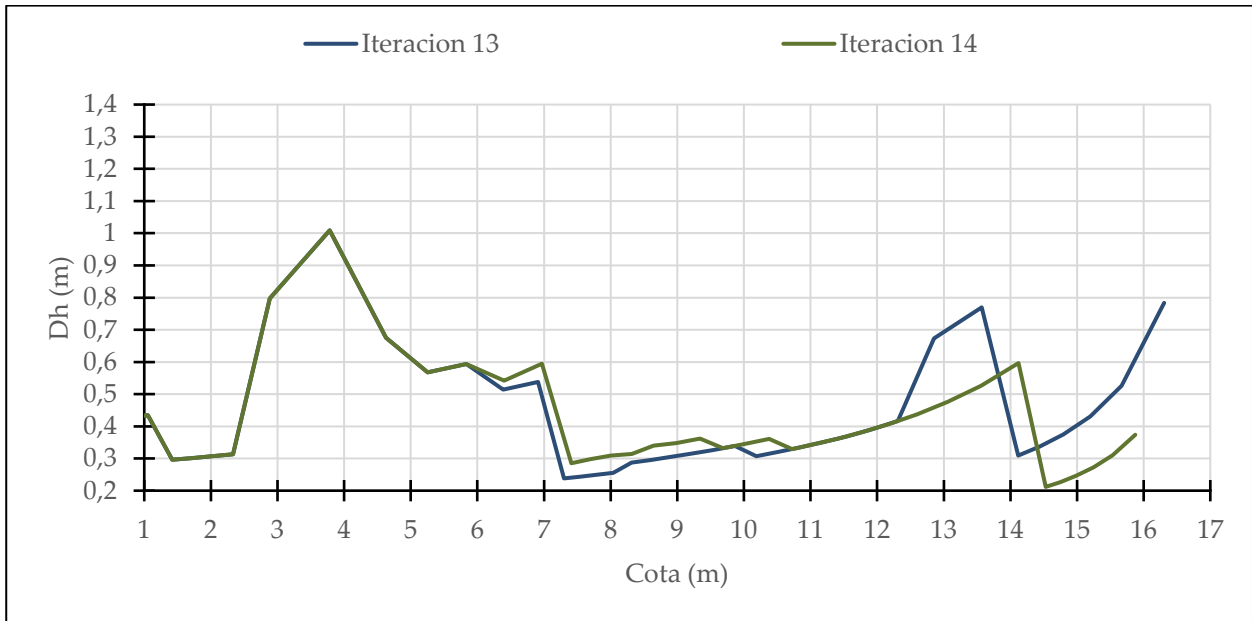
Una vez afinada la curva, se procede tal como se adelantó, a realizar otra iteración, pero esta vez eligiendo el factor de reducción con la ayuda de esta expresión. El procedimiento realizado es ver cuánto incremento o decremento de tensión se desea, y obtener el valor del incremento o decremento del factor de corrección que nos proporciona la fórmula, finalmente se compararán las tensiones que se han deseado obtener, con las obtenidas por el modelo de SAP2000.

Para esta nueva iteración, se va a elegir que las tensiones oscilen un valor de 1,8 MPa de compresión. Se elige este valor dado que, si se observa la última iteración, la iteración 13, las tensiones dejan de crecer para una cota de 4 metros, y el valor de las tensiones en ese punto es efectivamente 1,8 MPa. Por lo cual, lo que se pretende es que se estabilice para ese valor. No se hace un cambio más agresivo, por ejemplo, iterar directamente para 1 MPa (a priori el resultado final deseado), pero es apresurado, dado que para ello ya habría que comenzar a cambiar el número de cordones, que de momento está estabilizado.

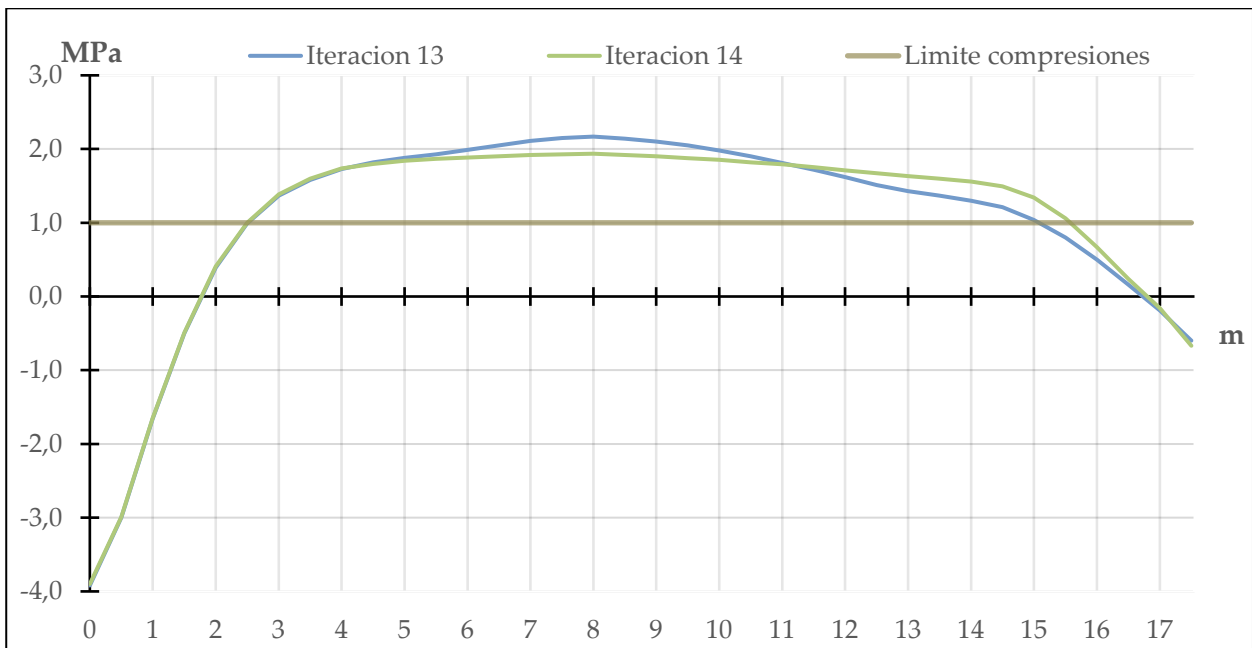
Matizar que, en la base y alto del muro, tiende a traccionar siempre el muro debido a los empotramientos, en la expresión de arriba se estima los incrementos de cambio de tensión con incrementos en el factor de corrección y se ve que pierde eficacia en estas zonas. Es por ello que, en la siguiente iteración, los cambios en el factor de corrección en estas posiciones son tan sólo debidos a ajuste en los cordones para posicionarlos correctamente, y que no sobresalgan o queden partes del muro sin cordón, es simple ajuste geométrico. A continuación, se inserta la tabla correspondiente a la iteración 13 y 14.

Iteración 13						Iteración 14								
FR	Nº Cordones	cota	Dh	ΔFR	ΔT	FR	Nº Cordones	cota	Dh	ΔT deseado	ΔFR	ΔT	DifT	Err rel
1.00	6	0.21	0.41	-	-	1.00	6	0.21	0.41	-	-	-	-	-
1.00	6	0.63	0.42	-	-	1.00	6	0.63	0.42	-	-	-	-	-
1.00	6	1.05	0.43	-	-	1.00	6	1.05	0.43	-	-	-	-	-
1.00	4	1.42	0.30	-	-	1.00	4	1.42	0.30	-	-	-	-	-
1.00	4	1.72	0.30	-	-	1.00	4	1.72	0.30	-	-	-	-	-
1.00	4	2.02	0.31	-	-	1.00	4	2.02	0.31	-	-	-	-	-
1.00	4	2.33	0.31	-	-	1.00	4	2.33	0.31	-	-	-	-	-
2.50	4	2.88	0.80	-	-	2.50	4	2.88	0.80	-	-	-	-	-
3.00	4	3.78	1.01	-	-	3.00	4	3.78	1.01	-	-	-	-	-
2.50	3	4.63	0.67	-	-	2.50	3	4.63	0.67	-	-	-	-	-
2.00	3	5.25	0.57	-	-	2.00	3	5.25	0.57	-	-	-	-	-
2.00	3	5.83	0.59	-	-	2.00	3	5.83	0.59	-	-	-	-	-
1.65	3	6.39	0.51	-	-	1.74	3	6.40	0.54	-0.23	0.09	-0.14	0.0892	39%
1.65	3	6.91	0.54	-	-	1.82	3	6.97	0.59	-0.31	0.17	-0.19	0.1224	39%
1.05	2	7.30	0.24	0.15	-0.17	1.25	2	7.41	0.28	-0.34	0.20	-0.21	0.1204	36%
1.05	2	7.54	0.24	0.15	-0.20	1.27	2	7.70	0.30	-0.36	0.22	-0.22	0.1352	38%
1.05	2	7.79	0.25	0.15	-0.22	1.28	2	8.00	0.31	-0.37	0.23	-0.23	0.1380	37%
1.05	2	8.04	0.26	0.15	-0.24	1.26	2	8.32	0.31	-0.35	0.21	-0.22	0.1256	36%
1.15	2	8.31	0.29	0.25	-0.26	1.32	2	8.64	0.34	-0.31	0.17	-0.21	0.0957	31%
1.15	2	8.60	0.30	0.25	-0.26	1.31	2	8.99	0.35	-0.30	0.16	-0.20	0.0995	33%
1.15	2	8.90	0.30	0.25	-0.25	1.31	2	9.34	0.36	-0.30	0.16	-0.18	0.1178	39%
1.15	2	9.21	0.31	0.25	-0.25	1.15	2	9.69	0.33	-	-	-	-	-
1.15	2	9.53	0.33	0.25	-0.20	1.15	2	10.03	0.35	-	-	-	-	-
1.15	2	9.87	0.34	0.25	-0.13	1.15	2	10.38	0.36	-	-	-	-	-
1.00	2	10.19	0.31	-	-	1.00	2	10.73	0.33	-	-	-	-	-
1.00	2	10.50	0.32	-	-	1.00	2	11.06	0.34	-	-	-	-	-
1.00	2	10.83	0.33	-	-	1.00	2	11.42	0.36	-	-	-	-	-
1.00	2	11.17	0.35	-	-	1.00	2	11.79	0.38	-	-	-	-	-
1.00	2	11.53	0.37	-	-	1.00	2	12.18	0.41	-	-	-	-	-
1.00	2	11.91	0.39	-	-	1.00	2	12.61	0.44	-	-	-	-	-
1.00	2	12.31	0.42	-	-	1.00	2	13.06	0.48	-	-	-	-	-
1.50	2	12.85	0.67	-0.50	0.12	1.00	2	13.56	0.53	-	0.45	-	-	-
1.50	2	13.57	0.77	-0.50	0.10	1.00	2	14.12	0.60	-	0.37	-	-	-
0.50	2	14.12	0.31	-	-	0.30	2	14.53	0.21	-	0.07	-	-	-
0.50	2	14.44	0.34	-	-	0.30	2	14.75	0.23	-	0.05	-	-	-
0.50	2	14.79	0.37	-	-	0.30	2	14.99	0.25	-	0.03	-	-	-
0.50	2	15.20	0.43	-	-	0.30	2	15.24	0.27	-	-0.01	-	-	-
0.50	2	15.67	0.53	-	-	0.30	2	15.53	0.31	-	-0.08	-	-	-
0.50	2	16.31	0.78	-	-	0.30	2	15.87	0.37	-	-0.33	-	-	-

Tabla 17 Iteración 13 y 14



Gráfica 22 Dh frente a la cota de la Iteración 13 y 14



Gráfica 23 Tensiones Iteración 13 y 14

h	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	11	11	12	12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18
It13	-3.9	-3.0	-1.7	-0.5	0.4	1.0	1.4	1.6	1.7	1.8	1.9	1.9	2.0	2.1	2.1	2.2	2.2	2.1	2.1	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.4	1.3	1.2	1.0	0.8	0.5	0.2	-0.2	-0.6
It14	-3.9	-3.0	-1.7	-0.5	0.4	1.0	1.4	1.6	1.7	1.8	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.7	1.7	1.7	1.6	1.6	1.5	1.5	1.4	1.3	1.1	0.8	0.4	0.0	-0.6

Tabla 18 Tensiones por cotas iteración 13 y 14

La iteración 14 ha logrado conseguir uniformizar las tensiones tal y como era el propósito del proceso iterativo II. Se puede hacer un análisis además de la eficacia de la expresión que estima  $\Delta FR - \Delta \sigma$ , se puede apreciar que no es del todo precisa, aunque está logrando los objetivos marcados en esta iteración. El error es alto, oscilando entre un 30-40%.

Una vez conseguido equilibrar las tensiones, objetivo de esta iteración II, se procede a comenzar la siguiente. Si en este paso el objetivo era convertir el estado tensional del muro en uno más constante, el siguiente paso, manteniendo esto, será afinar el número de cordones.

Dado que para esta iteración se ha usado la expresión de la curva  $\Delta FR - \Delta \sigma$ , no tiene sentido aumentar la nube de puntos, dado que todos ellos aparecerán encima de la curva.

### 5.3.3 Iteración III

En esta iteración, una vez uniformadas las tensiones, se va a disminuir todo lo posible el número de cordones, esta vez en base a la realidad, y es que no es factible poner el número de cordones que se desee sólo bajo criterios matemáticos. Ajustarse a la realidad significa ni más ni menos que ajustarse a la oferta que el mercado da, en el caso que nos incumbe, sobre la fabricación de vainas y anclajes. Y es que hay estipulados números concretos de cordones que pueden ir por vainas, no siendo 100% a elección del diseñador.

Por ello se va a recurrir al catálogo de alguna empresa, en este caso, la empresa especializada en ingeniería civil Freyssinet, dado que su catálogo de anclajes es de los más extensos. En él se puede ver que los anclajes comerciales permiten albergar 3, 4, 7, 9, 12, 13, 19 cordones por vaina. Por lo cual se ve que hay que modificar las propuestas anteriores, dado que en muchas zonas del muro se dispone de 2 y 6 cordones.

La gran problemática que surge es que hay que cambiar 25 anillos de 2 a 3 cordones, es decir, un 50% más de cordones en estos 25 anillos. Esto aumentará la fuerza de pretensado en los mismos y a su vez incrementará sus anchos de banda. Por lo cual los factores de corrección habrá que volver a modificarlos, para reducir los anchos de banda de todos los cordones donde se ha incrementado el número de cordones. A su vez, dado que ahora habrá mayor fuerza de pretensado, podría ser una estrategia válida, reducir en la cota inferior, donde hay más presión, aún más el ancho de banda, pero a su vez también reducir el número de cordones, que es algo más superior arriba, así se compensa el incremento en el número de cordones.

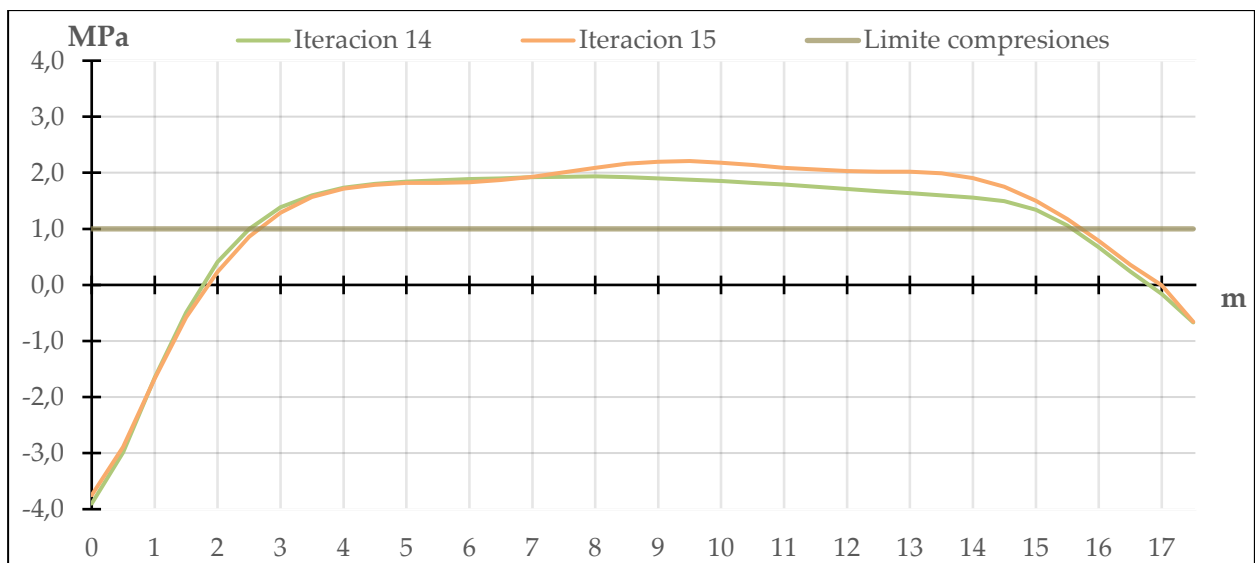
Tomando de partida los datos recolectados en la iteración II, se procede a exponer la primera propuesta de distribución de cordones de la siguiente forma:

Iteración 14				Iteración 15			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
1.00	6	0.21	0.41	0.20	4	0.03	0.05
1.00	6	0.63	0.42	0.30	4	0.09	0.08
1.00	6	1.05	0.43	1.00	4	0.27	0.27
1.00	4	1.42	0.30	1.00	3	0.50	0.20
1.00	4	1.72	0.30	1.00	3	0.71	0.21
1.00	4	2.02	0.31	1.00	3	0.91	0.21
1.00	4	2.33	0.31	1.00	3	1.12	0.21
2.50	4	2.88	0.80	1.00	3	1.33	0.21
3.00	4	3.78	1.01	1.00	3	1.55	0.22
2.50	3	4.63	0.67	2.00	3	1.87	0.44
2.00	3	5.25	0.57	2.00	3	2.32	0.45
2.00	3	5.83	0.59	2.00	3	2.77	0.46
1.74	3	6.40	0.54	2.00	3	3.24	0.47
1.82	3	6.97	0.59	2.20	3	3.74	0.54
1.25	2	7.41	0.28	2.50	3	4.33	0.63
1.27	2	7.70	0.30	2.50	3	4.97	0.66
1.28	2	8.00	0.31	2.50	3	5.65	0.69
1.26	2	8.32	0.31	2.00	3	6.29	0.59
1.32	2	8.64	0.34	2.00	3	6.89	0.61
1.31	2	8.99	0.35	1.50	3	7.44	0.49
1.31	2	9.34	0.36	1.50	3	7.94	0.51
1.15	2	9.69	0.33	1.00	3	8.37	0.35
1.15	2	10.03	0.35	1.00	3	8.73	0.37
1.15	2	10.38	0.36	1.00	3	9.10	0.38
1.00	2	10.73	0.33	1.00	3	9.49	0.40
1.00	2	11.06	0.34	1.00	3	9.90	0.41
1.00	2	11.42	0.36	1.00	3	10.32	0.43
1.00	2	11.79	0.38	1.00	3	10.77	0.46
1.00	2	12.18	0.41	1.00	3	11.24	0.49
1.00	2	12.61	0.44	1.00	3	11.74	0.52
1.00	2	13.06	0.48	1.00	3	12.28	0.56
1.00	2	13.56	0.53	1.00	3	12.87	0.62
1.00	2	14.12	0.60	0.50	3	13.36	0.35
0.30	2	14.53	0.21	0.50	3	13.71	0.37
0.30	2	14.75	0.23	0.50	3	14.10	0.40
0.30	2	14.99	0.25	0.50	3	14.53	0.45
0.30	2	15.24	0.27	0.50	3	15.00	0.51
0.30	2	15.53	0.31	0.50	3	15.56	0.61
0.30	2	15.87	0.37	0.50	3	16.27	0.84

Tabla 19 Iteración 14 y 15



Gráfica 24  $D_h$  frente a la cota de la Iteración 14 y 15



Gráfica 25 Tensiones Iteración 14 y 15

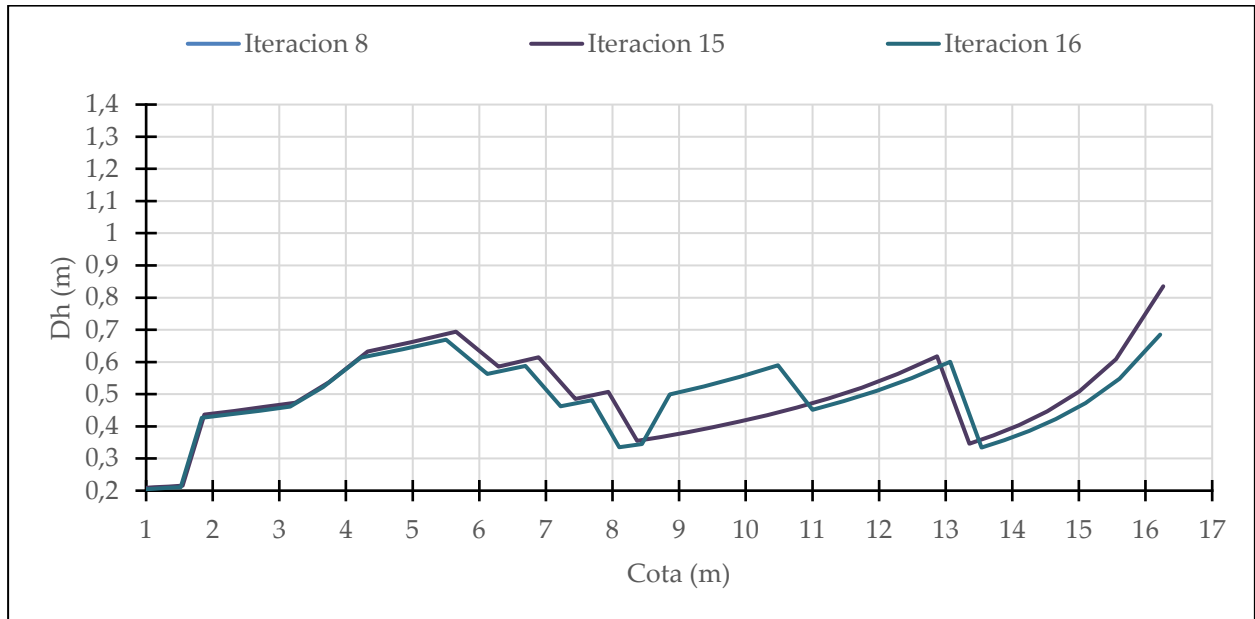
Tras poner un número de cordones acorde con los catálogos comerciales, y reajustando el factor de reducción, las tensiones quedan más o menos uniformes, con una variación de un 5,6% aproximadamente en la zona en la que se busca estabilidad (entre las cotas 4 y 14 metros).

Se prosigue afinando más las tensiones.

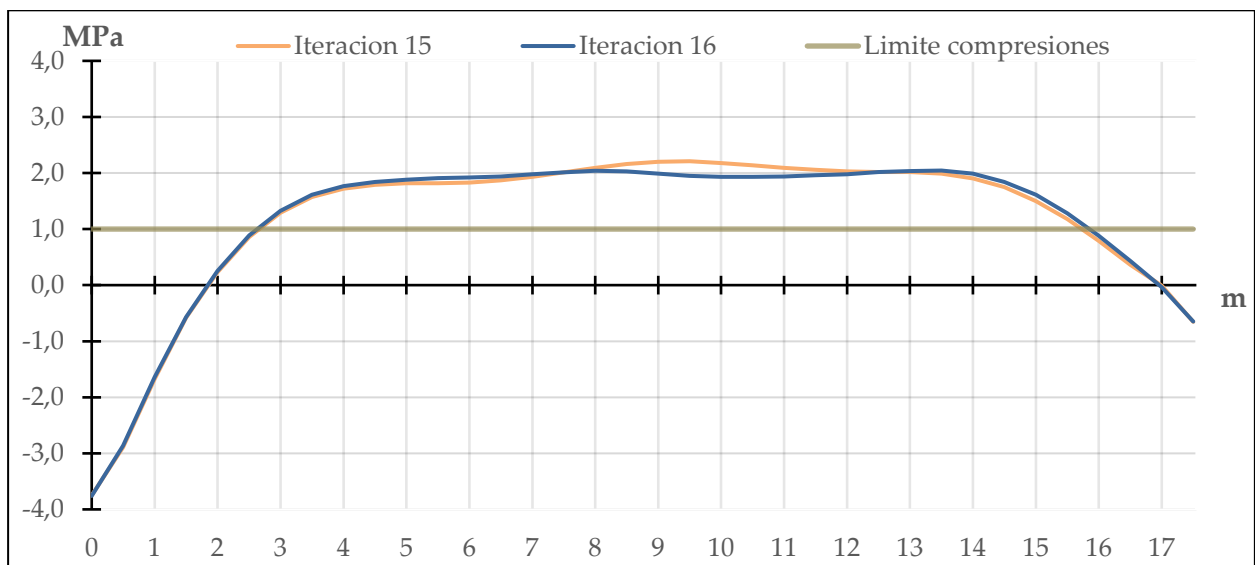
Iteración 15				Iteración 16			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
0.20	4	0.03	0.05	0.20	4	0.03	0.05
0.30	4	0.09	0.08	0.30	4	0.09	0.08
1.00	4	0.27	0.27	1.00	4	0.26	0.26
1.00	3	0.50	0.20	1.00	3	0.49	0.20
1.00	3	0.71	0.21	1.00	3	0.69	0.20
1.00	3	0.91	0.21	1.00	3	0.90	0.20
1.00	3	1.12	0.21	1.00	3	1.10	0.21
1.00	3	1.33	0.21	1.00	3	1.31	0.21
1.00	3	1.55	0.22	1.00	3	1.52	0.21
2.00	3	1.87	0.44	2.00	3	1.83	0.43
2.00	3	2.32	0.45	2.00	3	2.27	0.44
2.00	3	2.77	0.46	2.00	3	2.71	0.45
2.00	3	3.24	0.47	2.00	3	3.16	0.46
2.20	3	3.74	0.54	2.20	3	3.66	0.52
2.50	3	4.33	0.63	2.50	3	4.22	0.61
2.50	3	4.97	0.66	2.50	3	4.85	0.64
2.50	3	5.65	0.69	2.50	3	5.50	0.67
2.00	3	6.29	0.59	2.00	3	6.12	0.56
2.00	3	6.89	0.61	2.00	3	6.69	0.59
1.50	3	7.44	0.49	1.50	3	7.22	0.46
1.50	3	7.94	0.51	1.50	3	7.69	0.48
1.00	3	8.37	0.35	1.00	3	8.10	0.33
1.00	3	8.73	0.37	1.00	3	8.44	0.34
1.00	3	9.10	0.38	1.40	3	8.86	0.50
1.00	3	9.49	0.40	1.40	3	9.37	0.52
1.00	3	9.90	0.41	1.40	3	9.91	0.55
1.00	3	10.32	0.43	1.40	3	10.48	0.59
1.00	3	10.77	0.46	1.00	3	11.00	0.45
1.00	3	11.24	0.49	1.00	3	11.47	0.48
1.00	3	11.74	0.52	1.00	3	11.96	0.51
1.00	3	12.28	0.56	1.00	3	12.49	0.55
1.00	3	12.87	0.62	1.00	3	13.07	0.60
0.50	3	13.36	0.35	0.50	3	13.54	0.33
0.50	3	13.71	0.37	0.50	3	13.88	0.36
0.50	3	14.10	0.40	0.50	3	14.25	0.39
0.50	3	14.53	0.45	0.50	3	14.66	0.42
0.50	3	15.00	0.51	0.50	3	15.10	0.47
0.50	3	15.56	0.61	0.50	3	15.61	0.55
0.50	3	16.27	0.84	0.50	3	16.22	0.68

Tabla 20 Iteración 15 y 16





Gráfica 26 Dh frente a la cota de la Iteración 15 y 16

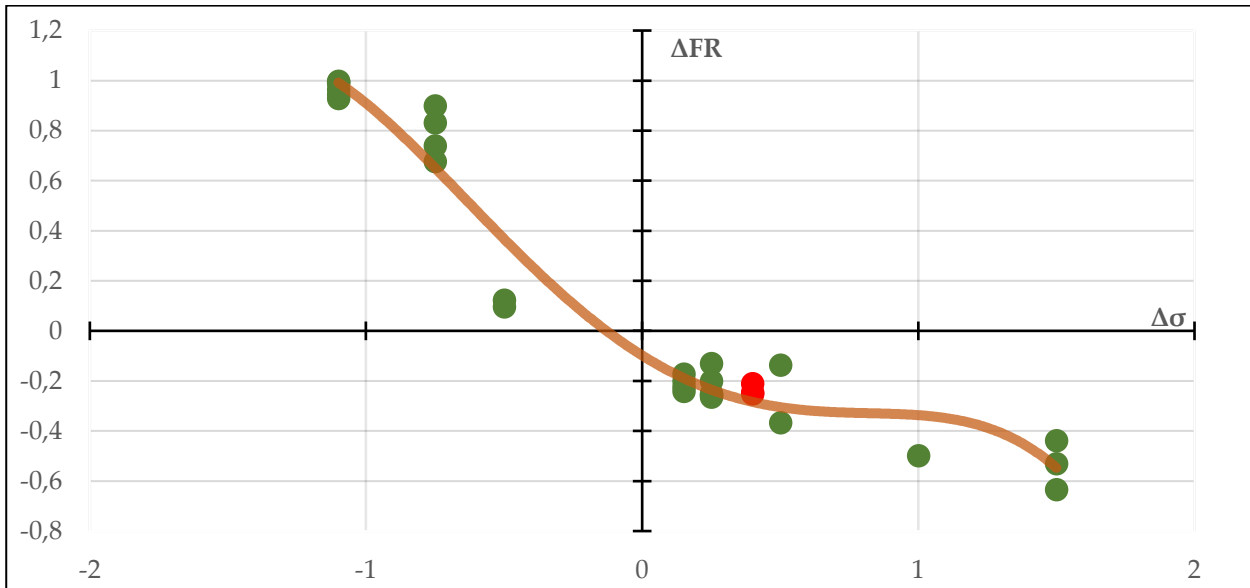


Gráfica 27 Tensiones Iteración 15 y 16

Esta última iteración ya consigue unos buenos resultados, pudiendo apreciar que se estabilizan las tensiones para un valor de 2 MPa sin grandes oscilaciones en las tensiones.

Conseguido uniformizar las tensiones, y posteriormente ajustar los cordones a la realidad del mercado, el siguiente y último paso es reducir las tensiones algo más, para conseguir que se acerquen a 1 MPa, tensión recomendable para este caso.

Se vuelve a poner la curva de aproximación de  $\Delta FR - \Delta \sigma$ , y se cerciora de que los nuevos puntos se sitúan aproximadamente dentro de esta, modificándola ligeramente (nuevos puntos en color rojo).



Gráfica 28 Recopilación incrementos de FR - incrementos de tensión III

Quedando ahora la ecuación que aproxima la nube de puntos:

$$\Delta\sigma = -0,179\Delta FR^4 + 0,066FR^3 + 0,563FR^2 - 0,689FR + 0,098$$

### 5.3.4 Iteración IV

En esta iteración, tal como se ha adelantado, se va a reducir las tensiones para acercarlas más a 1 MPa. El primer paso será reducir todos los cordones al mínimo posible, es decir, en las vainas que dispongan de más de 3 cordones se reducirán, consiguiendo en todas ellas el mínimo número de cordones, es decir, 3. Tras esto, si las tensiones se reducen por debajo del mínimo de 1 MPa se procederá a volver a aumentar el número donde sea necesario. Dado que esta reducción será menor, hay ya pocos anillos con más de 3 cordones, apenas variará nada, pero aún así es un paso iterativo necesario para reducir aún más el número de cordones y terminar de afinar el diseño.

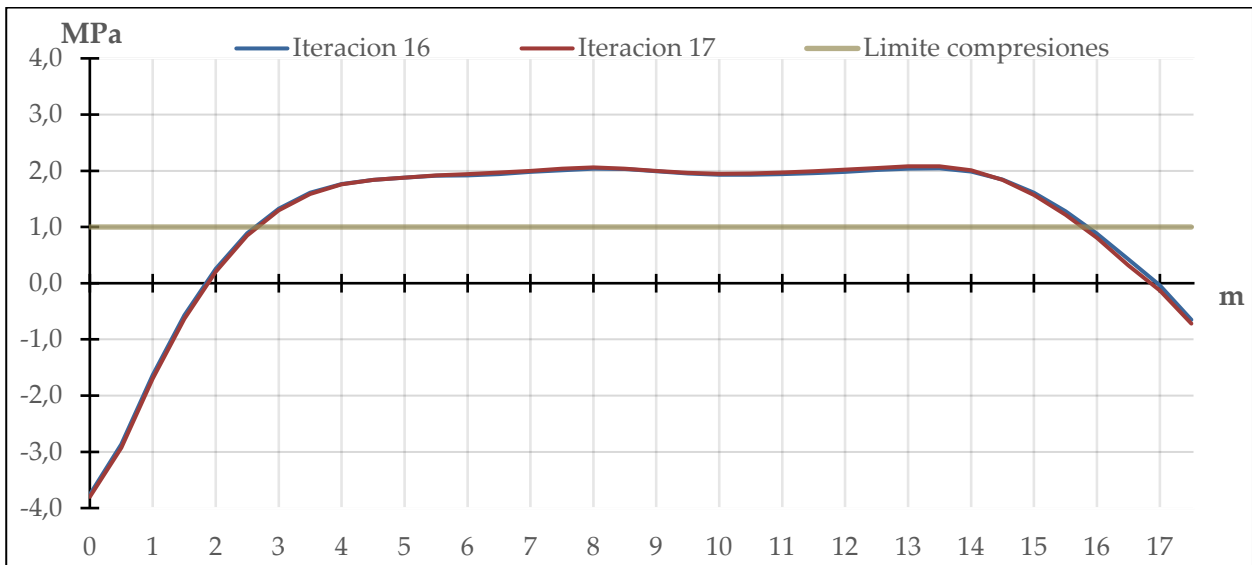
Finalmente, se dispone a poner la disposición de cordones y tensiones de esta iteración:

Iteración 16				Iteración 17			
FR	Nº Cordones	cota	Dh	FR	Nº Cordones	cota	Dh
0.20	4	0.03	0.05	0.35	3	0.03	0.07
0.30	4	0.09	0.08	0.45	3	0.11	0.09
1.00	4	0.26	0.26	1.00	3	0.25	0.20
1.00	3	0.49	0.20	1.00	3	0.45	0.20
1.00	3	0.69	0.20	1.00	3	0.65	0.20
1.00	3	0.90	0.20	1.00	3	0.85	0.20
1.00	3	1.10	0.21	1.00	3	1.06	0.21
1.00	3	1.31	0.21	1.00	3	1.27	0.21
1.00	3	1.52	0.21	1.00	3	1.47	0.21
2.00	3	1.83	0.43	2.00	3	1.79	0.43
2.00	3	2.27	0.44	2.00	3	2.22	0.44
2.00	3	2.71	0.45	2.00	3	2.66	0.45
2.00	3	3.16	0.46	2.00	3	3.12	0.46
2.20	3	3.66	0.52	2.20	3	3.61	0.52
2.50	3	4.22	0.61	2.50	3	4.17	0.61
2.50	3	4.85	0.64	2.50	3	4.80	0.64
2.50	3	5.50	0.67	2.50	3	5.45	0.67
2.00	3	6.12	0.56	2.00	3	6.06	0.56
2.00	3	6.69	0.59	2.00	3	6.64	0.58
1.50	3	7.22	0.46	1.50	3	7.16	0.46
1.50	3	7.69	0.48	1.50	3	7.63	0.48
1.00	3	8.10	0.33	1.00	3	8.03	0.33
1.00	3	8.44	0.34	1.00	3	8.37	0.34
1.40	3	8.86	0.50	1.40	3	8.79	0.50
1.40	3	9.37	0.52	1.40	3	9.30	0.52
1.40	3	9.91	0.55	1.40	3	9.83	0.55
1.40	3	10.48	0.59	1.40	3	10.40	0.58
1.00	3	11.00	0.45	1.00	3	10.91	0.45
1.00	3	11.47	0.48	1.00	3	11.37	0.47
1.00	3	11.96	0.51	1.00	3	11.86	0.50
1.00	3	12.49	0.55	1.00	3	12.38	0.54
1.00	3	13.07	0.60	1.00	3	12.95	0.59
0.50	3	13.54	0.33	0.50	3	13.41	0.33
0.50	3	13.88	0.36	0.50	3	13.75	0.35
0.50	3	14.25	0.39	0.50	3	14.11	0.37
0.50	3	14.66	0.42	0.50	3	14.50	0.41
0.50	3	15.10	0.47	0.50	3	14.92	0.45
0.50	3	15.61	0.55	0.50	3	15.40	0.51
0.50	3	16.22	0.68	0.50	3	15.97	0.62

Tabla 21 Iteración 16 y 17

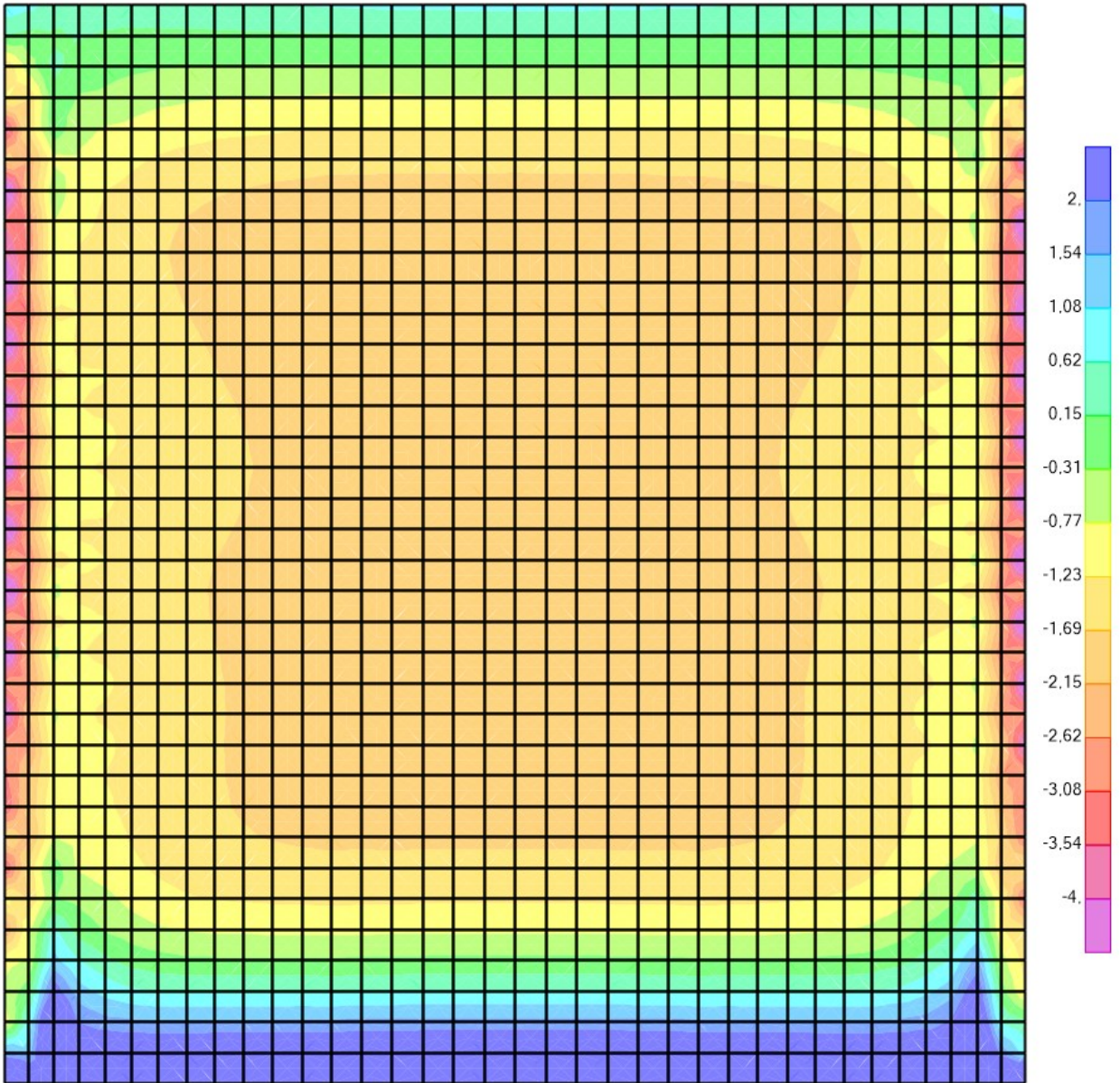


Gráfica 29 Dh frente a la cota de la Iteración 16 y 17



Gráfica 30 Tensiones Iteración 16 y 17

La distribución final de tensiones para esta última iteración queda:



*Ilustración 23 Tensiones finales en el muro*



# **6 RESUMEN DEL PROCESO ITERATIVO**

---

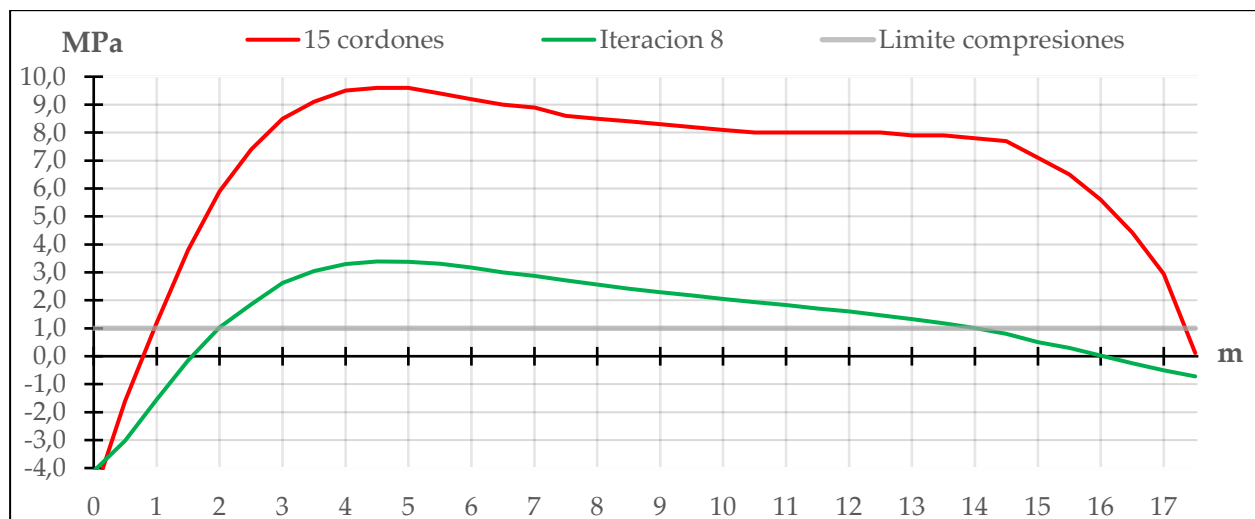




En este apartado se muestra un resumen del análisis realizado. Se pretende hacer un resumen de donde se parte, qué objetivos se tenían, a qué resultados se ha llegado y como.

En primer lugar, en la iteración 1 se parte de un modelo de depósito en el cual, de forma estándar se comenzó por colocar un número elevado de cordones, que a priori daban unas tensiones lo suficientemente buenas como para que la estructura fuese perfectamente funcional, pero surgía la cuestión de si era o no necesario y posible reducir el número de armaduras tesadas para así, reducir las tensiones y por otro lado mejorar el rendimiento de los recursos disponibles. Para este cometido había dos parámetros susceptibles de ser modificados, el número de cordones tesados en el interior de cada una de las 39 vainas presentes a lo largo de toda la altura del depósito, y la distancia entre cada una de ellas. A priori, pudiera parecer lógico, dado que la presión hidrostática que el agua ejerce sobre el muro es una distribución triangular de fuerzas, siendo máxima en su base, y nula en sus extremos más altos, que esta distribución de cordones y distancias deba ser algo parecida, conteniendo más concentración de los mismos en la base y menos a medida que se asciende. Pero como ya se ha ido comprobando, esto no es del todo así, dado que surgen ciertas no linealidades como que los empotramientos en la base y cota superior del muro, que hacen que de manera irremediable se creen tracciones debido al empotramiento con la losa de cimentación y la cúpula del depósito. Es por ello por lo que la solución que se ha tomado es la de a partir de una situación de sobredimensionamiento, y de manera iterativa, a lo largo de 18 diseños consecutivos, conseguir que el gasto en material sea lo más eficiente posible, respetando ciertos criterios tensionales y siempre buscando que las tensiones en el muro sean lo más uniforme posible.

Comenzado por la iteración I, se pretendía hacer un primer cribado acelerado en el número de cordones disponibles, obviando otros parámetros como la uniformidad en las tensiones. El resultado fue rápido, pasando de 550 a 130 cordones. Las tensiones, como es evidente por la reducción de armadura tesa, re redujeron de forma de considerable pero perdiendo uniformidad:

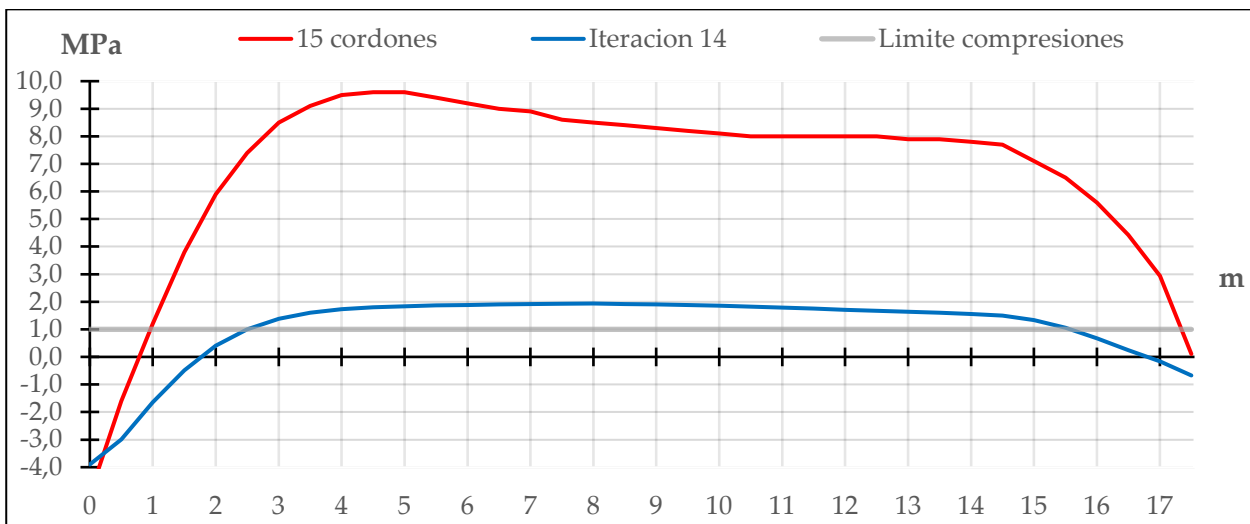


Gráfica 31 Evolución tensiones inicial a final de iteración I

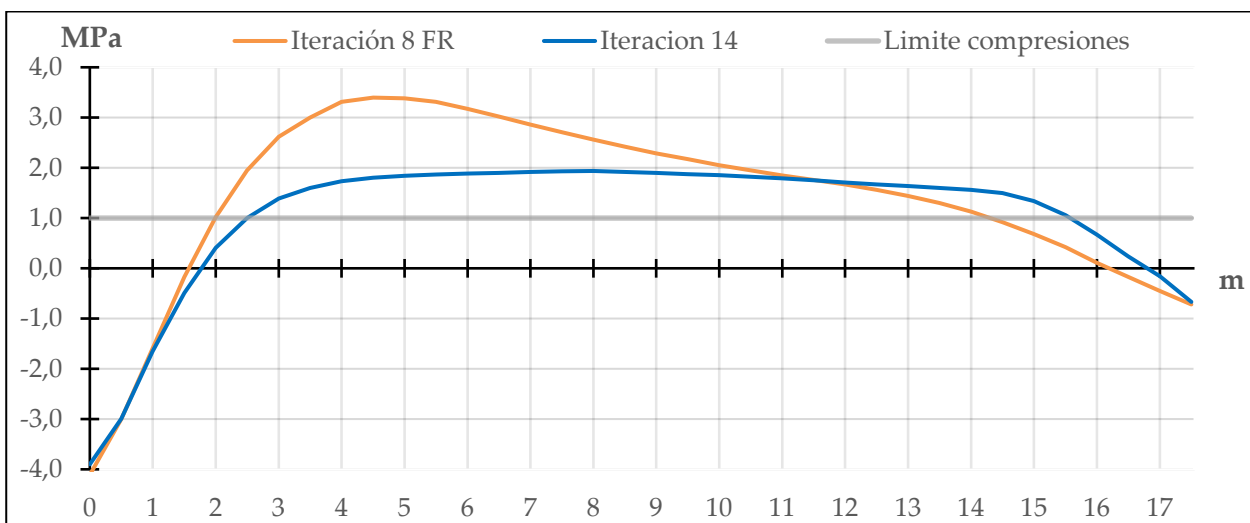
Para este caso, los parámetros geométricos no se modificaron y se ajustaron de manera automática con la formulación matemática que rige la posición de las vainas. Además, en relación al gasto de material, este se analizará de forma conjunta para todas las iteraciones al final de este apartado.

Una vez realizada esta gran reducción, en la iteración II. Dado que se aprecia que la formulación

matemática, conduce a una distribución de tensiones no plana, es decir, las compresiones no son uniformes y tienden a reducirse a medida que se asciende, se decide crear un parámetro, llamado factor de corrección, que va a modificar de manera artificial el ancho de banda de pretensado que envuelve a las vainas (recordar que este ancho de banda es el ancho de la rebanada de depósito que el anillo tesado es capaz de equilibrar con su tensión de compresión al la fuerza del agua, ver Ilustración 20, pg. 63). De esta manera se conseguirá forzar al modelo a concentrar o diluir el número de anillos allí donde sea necesario. Esta ha sido sin duda la iteración más importante y larga, donde se ha conseguido un resultado bastante refinado según los parámetros deseados. Además, se consiguió generar una expresión que relacionada el incremento de tensiones obtenido en el muro según cuánto se variara el factor de corrección, siendo esta expresión más afinada y con menos error en las partes centrales del muro lejos de las no linealidades creadas cerca de los empotramientos. El cambio obtenido desde que se aplica por primera vez el factor de corrección hasta que se obtiene un resultado más refinado ha pasado por 7 iteraciones (dentro de la iteración II). La mejora obtenida es:



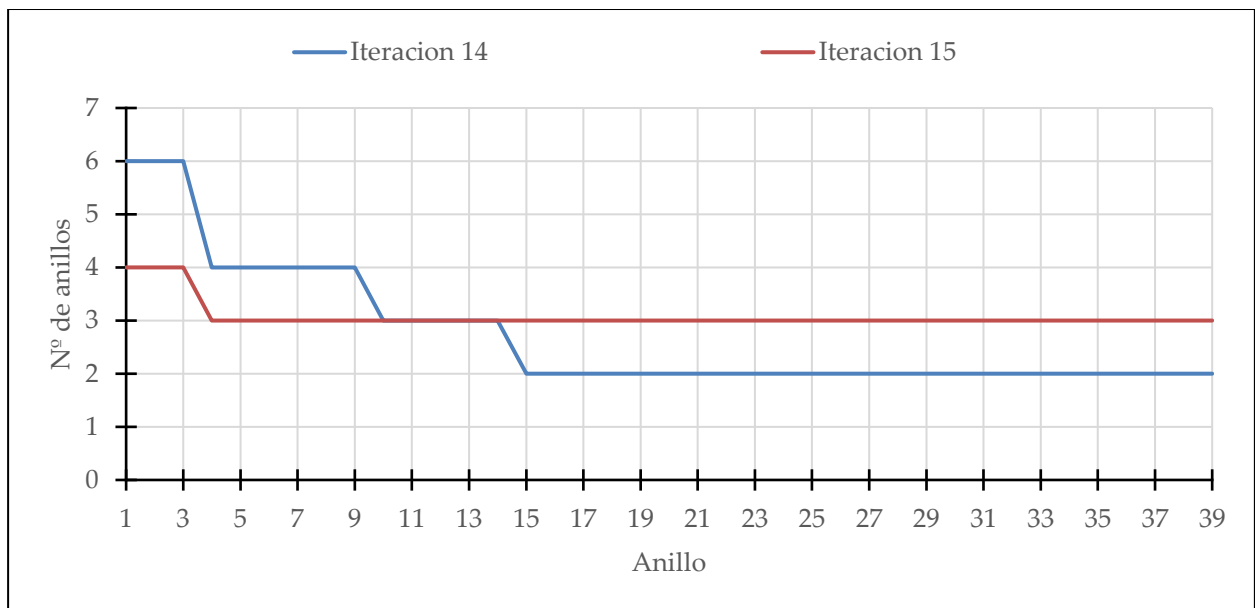
Gráfica 32 Evolución tensiones inicial iteración I final iteración II



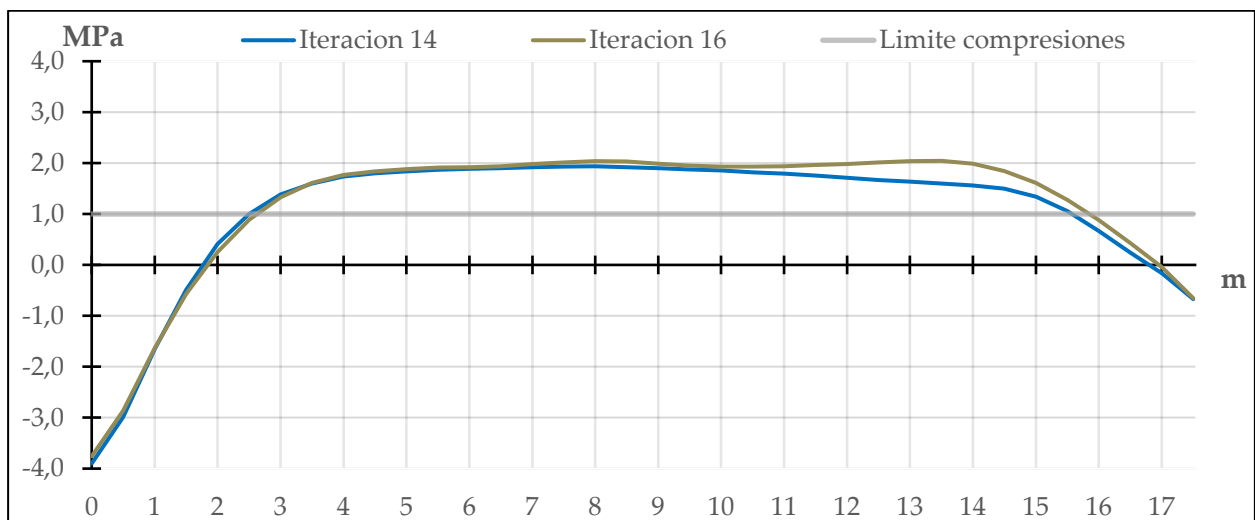
Gráfica 33 Evolución tensiones inicial a final iteración II

Como es de apreciar, la iteración 14 dentro del apartado iteración II llega ya a un resultado lo suficientemente satisfactorio a primera vista.

La cuestión que surge ahora es intentar simplificar si es posible el número de cordones, y ajustarlos a un catálogo comercial. El número de cordones dentro de las vainas a priori no puede ser arbitrario, o no si se quiere mejorar el coste del proyecto. Y es que el número de cordones dentro de cada va en función de cuantos cordones puede arriostrar el anclaje de tesado. Los fabricantes más comunes y famosos tienen patentados unos anclajes con un número predeterminado de cordones por cada uno de ellos, por lo cual esta última iteración pretende hacer lo hecho en la iteración I y II pero ajustándose a un número de cordones comercial. Dentro esta iteración III, se han hecho 3 iteraciones, que han conducido una distribución de cordones:

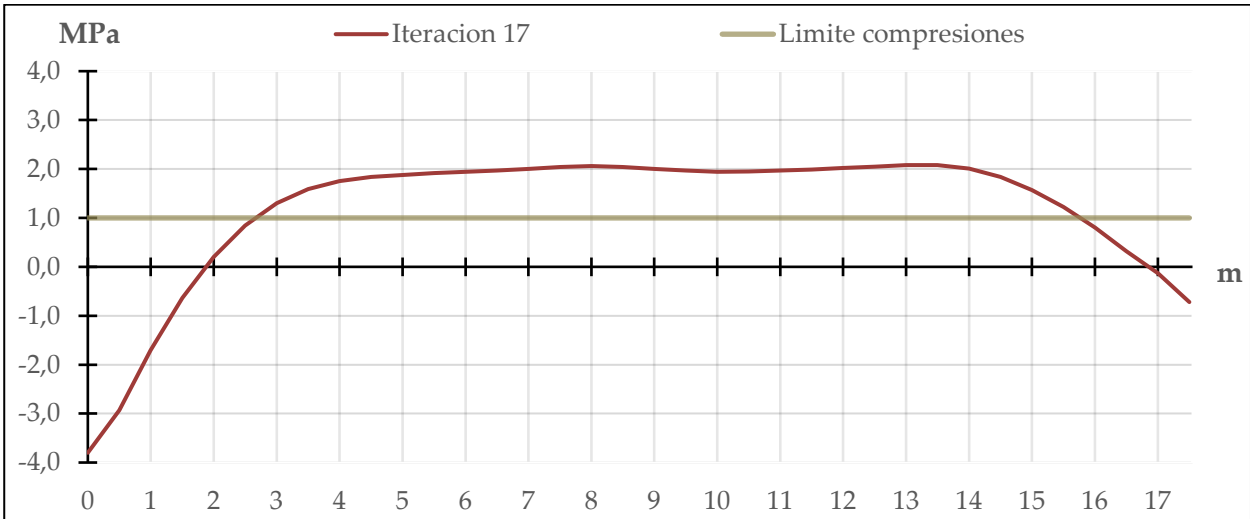


Gráfica 34 Evolución número de cordones por anillo iteración III



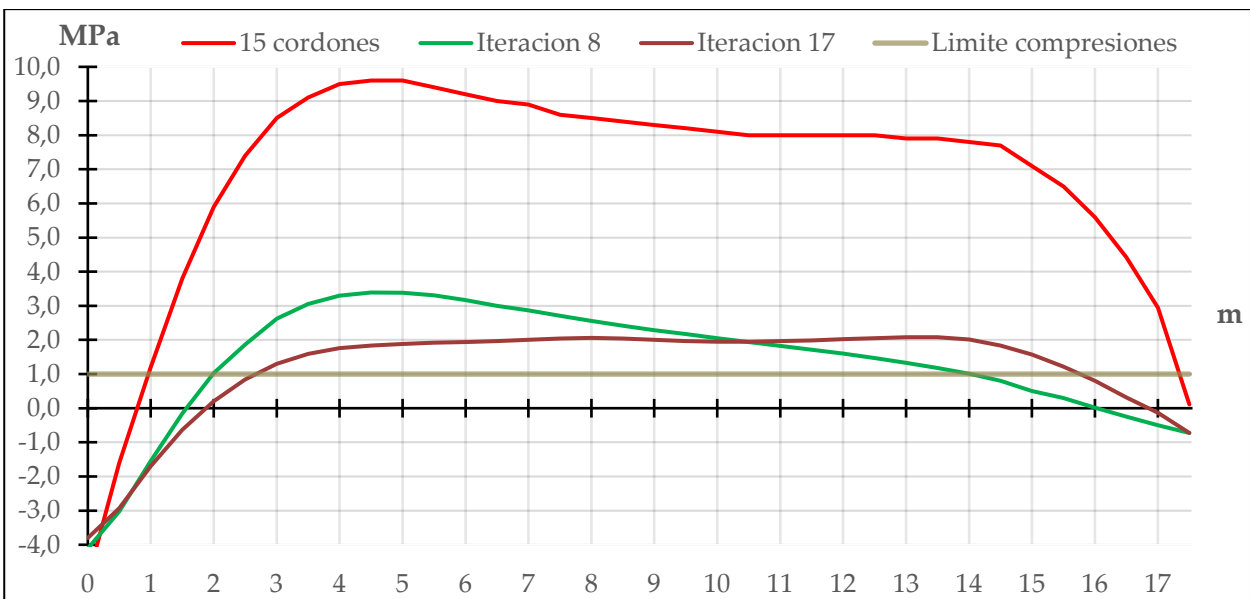
Gráfica 35 Evolución tensiones inicial a final iteración III

Tras esta breve iteración, donde se conservan las mejoras obtenidas en la anterior, da paso a la final, que bien podría haber sido incorporada en la iteración III, pero dado que la finalidad no era estrictamente la misma se decidió crearle otro apartado por formalidad. Esta última simplemente se quiere comprobar si poniendo el mismo número de cordones a todos los anillos se puede conseguir una distribución acorde a los requisitos preestablecidos. La distribución final de tensiones, para un número de 3 cordones en cada uno de los anillos es la siguiente:



Gráfica 36 Distribución final de tensiones

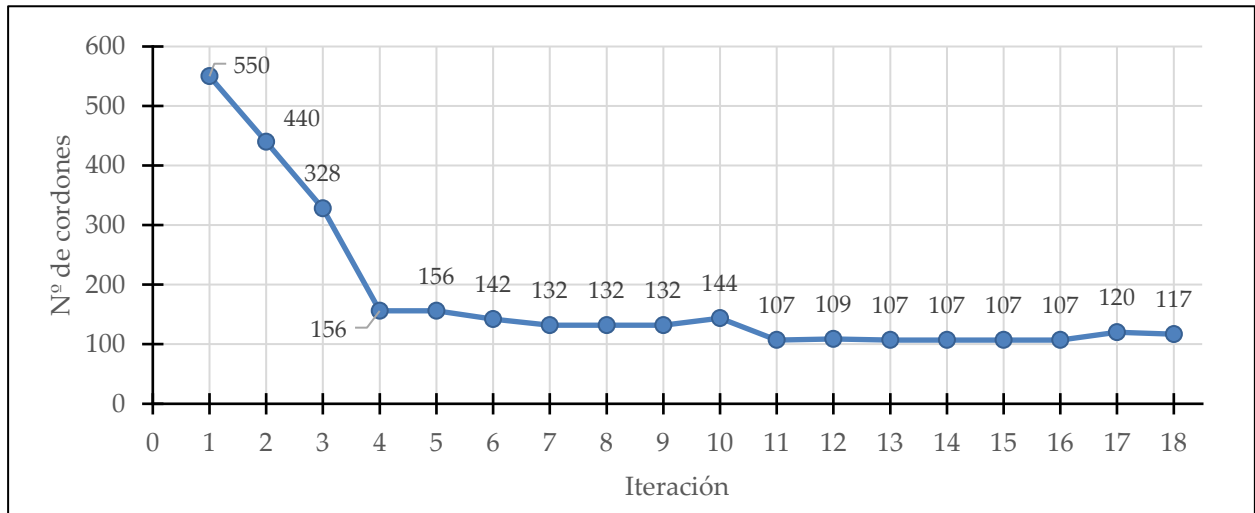
Que si se compara con el punto de partida, es decir, 15 cordones por anillo y además, se compara con la interacción 8 (última iteración de la iteración I):



Gráfica 37 Evolución total tensiones

Es interesante ver la variación de compresiones en las tensiones mostradas en la Gráfica 37, en las tensiones de 15 cordones había una variación en la zona central de compresiones de 1,9 MPa, en la iteración 8 esta variación se incrementa a 2,4 MPa y finalmente en el estado final de tensiones se queda en tan solo 0,13 MPa.

Visto que el objetivo tensional se ha cumplido al final de todas las iteraciones, sería aclaratorio ver otros objetivos, como por ejemplo la reducción en el material obtenido en el transcurso de las iteraciones. Para comenzar, se muestra la evolución de en número de cordones:



Gráfica 38 Evolución número de cordones

Si se quisiera expresar en masa, tal y como se mostró en la Tabla 2 en la pg. 33, el cordón que se ha usado es el Y 1860 S7 y tiene una densidad lineal de 1101 g/m. Por lo cual, dado que los cordones tienen un diámetro de 25,5 metros, cada cordón tendrá una longitud de 80,11 metros correspondiente al perímetro del muro, además de 2,6 metros de cordón adicional correspondiente a la longitud que se comprende desde la salida del muro (ver Ilustración 22), pasando por el contrafuerte hasta el anclaje, es decir, un total de 82,71 metros.

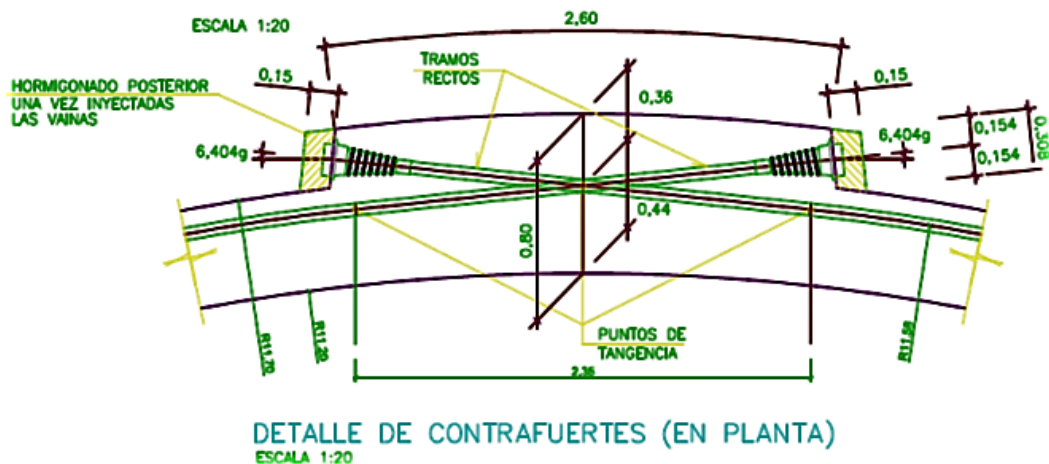
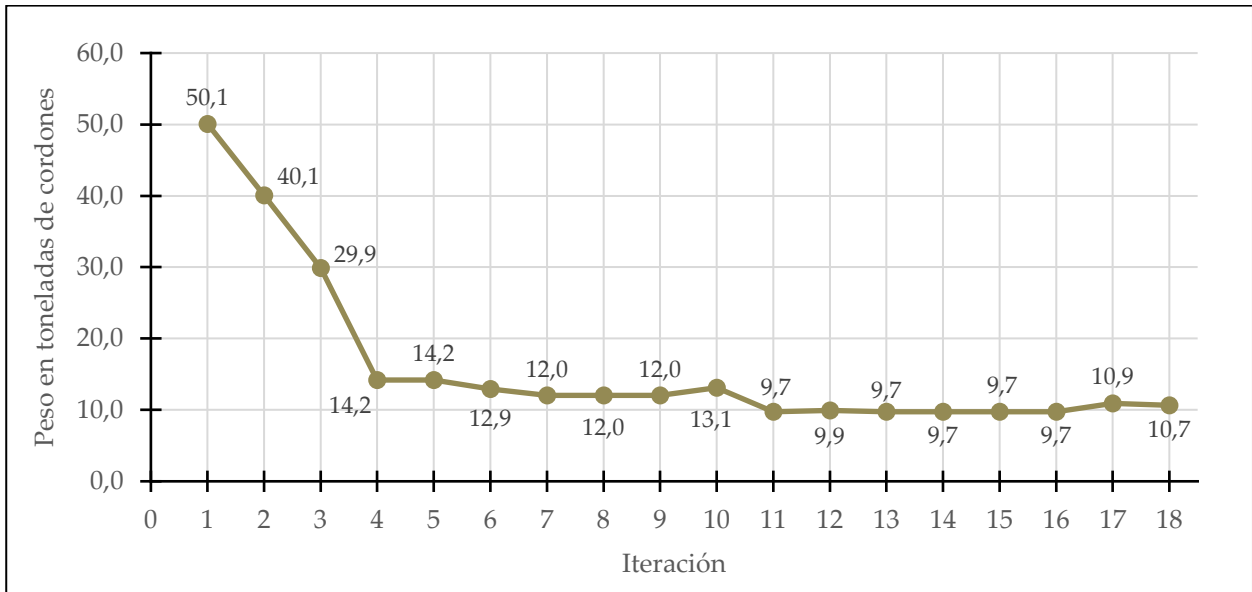


Ilustración 24 Detalle contrafuerte



Gráfica 39 Evolución toneladas de cordones

La reducción en peso obtenida es de un 78,7% con respecto a la primera iteración, y durante el proceso de iteración más precisa de un 7,1%.

# 7 CONCLUSIONES

---





A continuación, se muestran las conclusiones más relevantes de todo el análisis realizado.

- Se ha conseguido que las fluctuaciones de tensiones en la zona de compresiones del muro (zona central) pase de un incremento de 1,9 MPa a 0,13 MPa (ver Gráfica 37).
- El número de cordones tesados se ha reducido en número aproximadamente en un 79%. Pasando de 550 cordones en total en la primera iteración a 117 cordones en el diseño final.
- El tonelaje de armadura tesada se ha reducido de 50,1 a 10,7 toneladas.
- El número de cordones por vaina es uniforme para los 39 anillos pretensados, consiguiendo así que en cada anillo existan 3 cordones.

## 6.1. Desarrollos futuros

Para proseguir con el desarrollo iterativo, podría ser interesante implementar todo el proceso realizado en un algoritmo y comprobar si llega al mismo resultado o parecido. Para ello habría que automatizar informáticamente todo el proceso, haciendo hincapié en la recolección de tensiones en el muro, y los parámetros geométricos explicados que montan el digestor y sus armaduras pretensadas.

Además, otro paso en el proceso iterativo, podría ser la modificación en el número de anillos que componen el muro, quizás para reducir su número por debajo 39 o buscar una combinación de número de anillos y número de cordones que reduzca aún más el material gastado de armadura tesada.



# REFERENCIAS

---

- [1] B. Marrey y J. Grote, «The Story of prestressed concrete from 1930 to 1945: A step towards the European Union,» *First International Congress on Construction History*.
- [2] Galindium, «El descubrimiento del flujo plástico del concreto,» 18 Julio 2017. [En línea]. Available: <https://esenciaestructural.wordpress.com/2017/07/18/flujoplastico/>. [Último acceso: Agosto 2022].
- [3] A. Fernández Alba, E. Freyssinet, F. Gouyon y J. Rui-Wamba, Eugène Freyssinet Un Ingeniero Revolucionario, Fundación Esteyco, 2003.
- [4] G. Blanco Armas, *Estudio sobre la aplicación del pretensado parcial con fisuración controlada a puentes continuos de hormigón*, 2011.
- [5] E. Torroja Miret, *Razón y ser de los tipos estructurales*, Madrid, 1957.
- [6] J. Calavera Ruiz, *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*, Madrid: Intemac Ediciones, S.L., 1984.
- [7] J. Calavera Ruiz, «Capítulo 29. Pérdidas de la fuerza de pretensado. Fuerza final de pretensado.,» de *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*, Madrid, Intemac Ediciones, S.L., 1984.
- [8] Código Estructural (Disposición 13681 del BOE número 190 de 2021, 2021).
- [9] AENOR, UNE 36094:1997 Alambres y cordones de acero para armaduras de hormigón pretensado, Madrid, 1997.
- [10] Tecnologías del Medio Ambiente, Asignatura de GITI en Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla, *Tema 6. Tratamiento Previo Primario*, Sevilla.
- [11] «[www.ingenieriaquimicareviews.com](http://www.ingenieriaquimicareviews.com),» 22 Febrero 2022. [En línea]. Available: <https://www.ingenieriaquimicareviews.com/2022/02/que-es-un-clarofocador-tratamiento-de-aguas.html>. [Último acceso: 21 08 2022].
- [12] Tecnologías del Medio Ambiente, Asignatura de GITI en Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla, *Tema 7. Tratamiento Secundario*, Sevilla.
- [13] Tecnologías del Medio Ambiente, Asignatura de GITI en Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla, *Tema 8. Tratamiento Terciario*, Sevilla.

- [14] P. J. S. Andreu, «Digestión y aprovechamiento de biogás en EDAR de la región de Murcia,» Murcia, 2011.
- [15] Isostatika, «isostatika.com,» 31 Marzo 2022. [En línea]. Available: <https://isostatika.com/blog/exposicion-ambiental-codigo-estructural/>. [Último acceso: 23 Agosto 2022].
- [16] Computers and Structures, Inc., «CSI Analysis Reference Manual for SAP2000®, ETABS®, SAFE®,» Berkeley, California, USA, 2013.
- [17] J. M. Gordillo Arias de Saavedra, G. Riboux Acher y J. M. Fernández García, Introducción a la Mecánica de Fluidos, Paraninfo universidad.
- [18] J. M. Gere, Timoshenko Resistencia de Materiales.