

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Ampliación de un código unidimensional de diseño y análisis de turbinas centrípetas para incorporación de geometría variable en el estátor

Autor: Luis García de Viguera Enrile

Tutor: Prof. David T. Sánchez Martínez

Co-tutor: D. Rafael González Almenara

Grupo de Máquinas y Motores Térmicos
Dpto. Ingeniería Energética
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022



GMTS | GRUPO DE MAQUINAS Y MOTORES
TÉRMICOS DE SEVILLA

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Ampliación de un código unidimensional de diseño y análisis de turbinas centrípetas para incorporación de geometría variable en el estátor

Autor:

Luis García de Viguera Enrile

Tutor:

Prof. David T. Sánchez Martínez
Co-tutor: D. Rafael González Almenara

Catedrático de la Universidad

Grupo de Máquinas y Motores Térmicos
Dpto. Ingeniería Energética
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Trabajo Fin de Grado: Ampliación de un código unidimensional de diseño y análisis de turbinas
centrípetas para incorporación de geometría variable en el estátor

Autor: Luis García de Viguera Enrile

Tutor: Prof. David T. Sánchez Martínez

Co-tutor: D. Rafael González Almenara

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

Quiero agradecer al tutor, Profesor David Tomás Sánchez Martínez, por su generosa guía durante este trabajo. También debo un especial agradecimiento a Rafael González Almenara, por su ayuda desde el comienzo de este trabajo. Gracias a ambos por formarme para realizar un buen trabajo y a desarrollar mi curiosidad.

Especialmente gracias a mi familia, por su ayuda indispensable, a mis amigos de siempre por su apoyo, y a Miguel Amengual Roig por acompañarme durante todo el proyecto.

*L. G. d V. E.
Sevilla, 2022*

Resumen

Este Trabajo Fin de Grado afronta la optimización de un código existente de prediseño y evaluación de comportamiento tanto en condiciones nominales como a carga parcial de una turbina de gas centrípeta de geometría variable, basado en el método de Aungier. [1]. Además de reducir considerablemente el tiempo de cálculo, también se han implementado y evaluado las toberas de geometría variable con el fin de conseguir una operación más eficiente en condiciones fuera de diseño.

Una vez expuestos los conceptos previos necesarios para el correcto entendimiento del trabajo y detallado el método de Aungier [1], comienza la optimización del código, analizando su respuesta ante diferentes métodos de actualización de variables de convergencia y consiguiendo así una reducción drástica del tiempo de cálculo.

Por último, se presentan y se discuten las curvas características de la turbina centrípeta obtenidas a través de la herramienta de cálculo desarrollada en este trabajo, tanto para diseños convencionales como para diseños con toberas de geometría variable.

Abstract

This Final Degree Project faces the realization of a program for the pre-design and evaluation of the behavior in nominal conditions and outside of design conditions of a centripetal gas turbine with variable geometry. Taking as reference the Aungier method for the pre-design and analysis [1], a previous code is optimized and adapted, adding variable geometry nozzles and reducing calculation time.

The project starts by optimizing the code, analyzing its response to different update methods for the convergence variables, achieving a reduction in the computational time of 98.6%. In addition, variable geometry blades are added, which improve the efficiency of the turbine in non-design conditions, and increase its operating range. The design of a turbine is not a solved problem, empirical correlations and computer programs must be used to get closer to the optimal solution.

Índice

<i>Resumen</i>	V
<i>Abstract</i>	VII
<i>Notación</i>	XI
1 Introducción	1
1.1 Objetivos y metodología	2
2 Fundamentos de la turbina centrípeta	5
2.1 Termodinámica de las turbomáquinas	6
2.2 Ecuación fundamental de las turbomáquinas	8
2.3 Triángulos de velocidades	9
2.4 Coeficientes adimensionales	10
2.5 Influencia del ángulo de entrada al rodete	11
2.6 Pérdidas en un escalonamiento de turbina centrípeta	12
2.6.1 Pérdidas por fricción	13
2.6.2 Pérdidas de la voluta	16
2.6.3 Pérdidas del estátor	16
2.6.4 Pérdidas del espacio sin álabes	17
2.6.5 Pérdidas del rodete	17
2.6.6 Pérdidas del difusor	20
2.7 Análisis del comportamiento de una turbina centrípeta	21
2.7.1 Análisis de la voluta	22
2.7.2 Análisis del estátor	24
2.7.3 Análisis del espacio sin álabes	25
2.7.4 Análisis del rodete	25
2.7.5 Análisis del difusor	26
2.8 Balance de masa	26
3 Método de diseño de turbina centrípeta	29
3.1 Estrategia de diseño	29
3.2 Diseño del rodete	30
3.3 Toberas	32
3.4 Voluta	35
3.5 Difusor	36
3.6 Análisis y optimización del código	37
4 Comportamiento fuera de diseño	43
4.1 Curvas características	43
4.2 Turbina centrípeta de geometría variable	48
5 Conclusiones y líneas futuras de trabajo	53

Bibliografía

55

Notación

a	Velocidad del sonido
A	Área
b	Altura de paso
\vec{b}	Momento angular
c	Velocidad absoluta
g	Amortiguamiento
h	Entalpía
k	Error
L	Longitud
\dot{m}	Gasto másico
M	Par
N	Número
o	Ancho de garganta
P	Presión
\dot{Q}	Calor
r	Radio
R	Grado de reacción
Re	Número de Reynolds
RE	Relación de expansión
s	Entropía
t	Propiedad termodinámica total, también espesor
T	Temperatura
u	Velocidad periférica
U	Energía interna
w	Velocidad relativa
W	Trabajo específico
\dot{W}	Potencia
Y	Coefficiente de pérdidas
z	Coordenada axial
Δ	Incremento, también defecto de masa
η	Rendimiento
γ	Coefficiente de dilatación adiabática, también ángulo de ajuste
κ	Curvatura
λ	Coordenada meridional
μ	Viscosidad
Ψ	Coefficiente de carga
Φ	Coefficiente de flujo
ρ	Densidad
ζ	Paso de álabe
θ	Espesor de capa límite, también divergencia
ω	Velocidad angular

Subíndices

*	Supersónico
0	Propiedad de remanso
e	Condiciones a la entrada
E	Condiciones en el estátor
i	Condiciones a la salida
m	Componente meridional
PD	Punto de diseño
R	Condiciones en el rotor
SB	Referido a álabes splitter
t	Propiedad termodinámica total
th	Referido a la garganta
TE	Total a estático
TT	Total a total
θ	Componente tangencial
u	Componente tangencial

Superíndices

*	Propiedad ideal
'	Propiedad relativa

1 Introducción

El diseño de una turbomáquina es un problema abierto; es decir, no se existe una forma directa unívoca de obtener la solución óptima a partir de unas condiciones de diseño. Para realizar un diseño, se deben utilizar métodos de análisis computacional y experimental que aproximen el diseño a la solución óptima. Existen tres métodos principales complementarios para realizar estos análisis [2]:

- Métodos de análisis unidimensional y bidimensional: Este método supone que las condiciones del flujo en una determinada sección de la máquina son homogéneas, no existiendo diferencias entre puntos pertenecientes a un mismo plano. Logra obtener un prediseño limitado de la turbomáquina, dando a conocer únicamente información de la entrada y salida de componentes, y generalmente proporciona datos sobre la tendencia de funcionamiento ante unas condiciones. Sin embargo, no tiene el alcance de predecir la causa de las ineficiencias internas y es incapaz de realizar un diseño de detalle. Se utiliza para el prediseño por su bajo tiempo computacional.
- Método de análisis mediante herramientas CFD (Dinámica de Fluidos Computacional): Este método realiza un análisis combinando cálculo numérico y dinámica de fluidos, proporcionando mucho más detalle y con mayor fiabilidad que el caso anterior. Permite calcular condiciones del fluido no sólo a la entrada y salida de los componentes, sino también en su interior, permitiendo realizar el diseño de la geometría interna en detalle, obteniendo la causa de las ineficiencias. Dada su mayor resolución, tiene un elevado coste computacional.
- Métodos experimentales: Si bien se tienen ya métodos computacionales capaces de simular la fluidodinámica interior con alto detalle, es necesario realizar ensayos experimentales para confirmar los resultados y generar mapas de funcionamiento reales. Estos ensayos, realizados en túneles de viento, tienen un elevado coste; por ello se intentan reducir utilizando las herramientas informáticas.

Todos los métodos anteriores deben utilizarse en el proceso de diseño de una turbomáquina. David Japkise [3] propone un orden de uso de estos para el diseño de turbinas de gas, compresores, etc., que se observa en la Figura 1.1. En esta figura se observa cómo se debe comenzar con un prediseño obtenido con métodos unidimensionales y cuasi-bidimensionales, antes de entrar en el análisis mediante CFD o FEM (Método de Elementos Finitos). El diseño preliminar no solo se realiza para aligerar el tiempo de cálculo de los análisis más exhaustivos sino también para aportar información aproximada a la empresa fabricante sobre el coste de fabricación, rango de funcionamiento y mapas de comportamiento. Si bien no es muy precisa, se obtienen de forma rápida y barata, y otorga al fabricante una visión previa del diseño final.

Siguiendo la línea de la Figura 1.1, se comienza realizando el prediseño, que no es capaz de realizar el detalle del interior de la turbina (turbomáquina en la que se centrará este trabajo), sino que únicamente trabaja con las condiciones iniciales y finales del fluido en estátor y rotor. Por lo tanto sólo resuelve inicios y finales de componentes, como áreas de entrada y geometrías más simples. Para entrar en el rodete se emplea un análisis tridimensional con CCAD-PLUS, junto con análisis CFD y FEM, utilizando programas como COSMOS™, ANSYS™, o NASTRAM™. Estos programas ofrecen al usuario la posibilidad de analizar geometrías al detalle, dando información de la evolución del fluido en cada punto, permitiendo detectar los motivos de la pérdida de rendimiento, y modificando la geometría acorde. Este proceso es tedioso, lento y de un coste más alto al del diseño preliminar. Una vez obtenido un diseño adecuado, mediante el diseño CAD se comienza a diseñar el proceso de producción, así como el tiempo de vida, el mantenimiento, las necesidades de funcionamiento (refrigerante, motores, generadores...), etc. y se comienzan a diseñar moldes

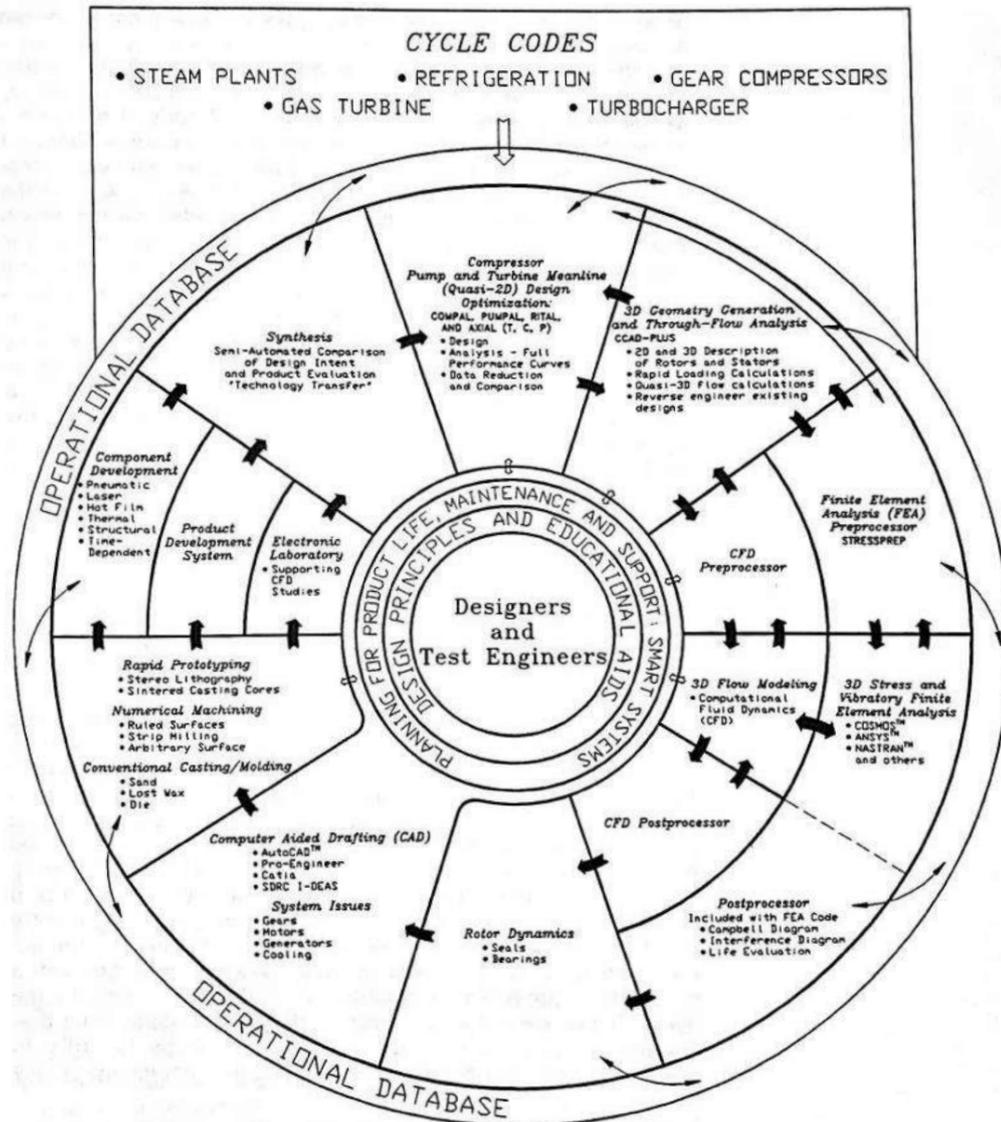


Figura 1.1 Proceso de diseño de turbomáquinas propuesto por Japkise [3].

para el análisis experimental.

1.1 Objetivos y metodología

Este trabajo se centra únicamente en el prediseño de una turbina centrífuga, utilizando el programa MATLAB®, y el método de diseño propuesto por Ronald H. Aungier [1]. Este método utiliza correlaciones empíricas y teóricas para la obtención de un prediseño robusto, más avanzado que el obtenido con un análisis unidimensional. Este método define la geometría del rodete, de los álabes y de las paredes interiores de la turbina centrífuga otorgando una imagen más completa que otros prediseños. El objetivo de este trabajo es la optimización de un código de prediseño ya aportado, y su adaptación a turbinas de geometría variable.

Se comenzarán explicando los principios de funcionamiento de una turbomáquina en el Capítulo 2, desarrollando la ecuación fundamental de las turbomáquinas y las diferentes componentes de una turbina centrífuga, así como el procedimiento de análisis de un diseño específico. Una vez se tienen los conceptos básicos de funcionamiento de una turbina se comenzará a desarrollar el diseño (Capítulo 3) de la turbina centrífuga, se seguirá explicando el método de optimización, exponiendo la mejora de tiempo obtenida y el rango de funcionamiento del programa. Con el programa optimizado se adaptará el código para incluir

la posibilidad de una turbina centrípeta de geometría variable en el Capítulo 4, realizando los mapas de funcionamiento. Por último se exponen las conclusiones obtenidas en el trabajo en el Capítulo 5.

2 Fundamentos de la turbina centrípeta

Una turbina es una turbomáquina motora, es decir, extrae energía del fluido de trabajo que pasa a su través. Este fluido atraviesa la turbina y cede su energía induciendo el desplazamiento tangencial de los álabes del rotor, lo que resulta en el giro del eje. Existen dos tipos principales de turbinas: las axiales y las radiales. Son axiales aquellas en las que el fluido recorre a la turbomáquina en el mismo sentido del eje, de manera dominante, y radiales cuando el fluido se orienta en sentido perpendicular al mismo en alguna sección de la máquina. Dentro de las radiales, encontramos a las turbinas centrípetas, en las que el fluido entra en dirección radial, en el sentido de radios decrecientes, y se expulsa con dirección axial. Ésta se compone de dos partes principales, el estátor, que puede tener o no toberas, y el rotor o rodete. Se muestra un esquema de la turbina centrípeta en las Figura 2.7.

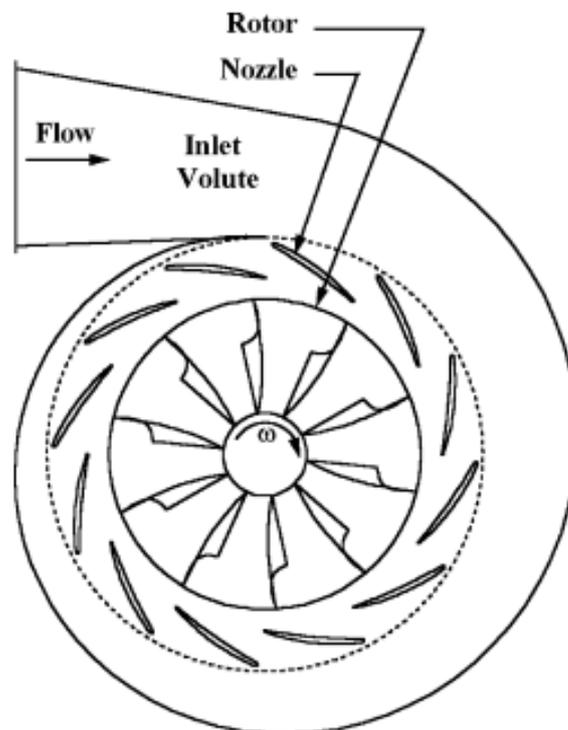


Figura 2.1 Vista frontal de una turbina centrípeta [1].

Siguiendo la dirección del flujo, el fluido primero entrará en la voluta, cuya única función es asegurar la entrada uniforme del fluido a las toberas del estátor, a continuación se introduce en el rodete, responsable de convertir la energía del fluido a energía mecánica, y por último pasa por un difusor, para convertir parte de la energía cinética del fluido en presión estática, minimizando la pérdida de energía en forma de energía cinética a la salida. Para el desarrollo de los fundamentos de la turbina centrípeta, se utilizará el subíndice 1

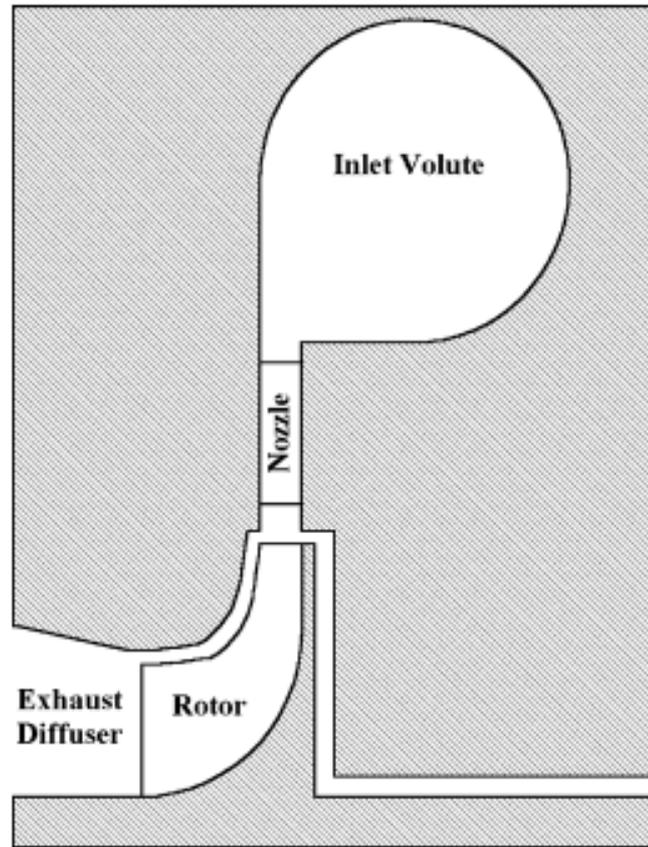


Figura 2.2 Vista lateral de una turbina centrípeta [1].

para denominar la entrada al estátor, el subíndice 2 para la salida del estátor o entrada al rodete, y el subíndice 3 para la salida del rotor.

2.1 Termodinámica de las turbomáquinas

Previamente a estudiar la fluidodinámica de una turbomáquina, es necesario conocer los principios termodinámicos en los que se basa la transferencia de energía del fluido al eje de la misma. Una turbina opera con un caudal continuo de fluido que entra con alta entalpía, entrega a su paso parte de su energía a la turbina, y sale con un nivel menor de esta. Se tiene por tanto un sistema abierto estacionario, quedando la ecuación del Primer Principio de la Termodinámica para un sistema abierto estacionario de la siguiente forma:

$$0 = \dot{Q} + \dot{W} + \dot{m}(h_{0e} - h_{0s}) \quad (2.1)$$

Siendo \dot{W} la potencia mecánica desarrollada por la turbina, \dot{Q} la potencia térmica cedida al ambiente por ella, y \dot{m} el flujo másico. h_{0e} y h_{0s} son la entalpía de remanso a la entrada y a la salida de la turbina respectivamente. Durante este trabajo, se referirá a la entalpía de remanso como h_0 , y a la estática como h . Siendo:

$$h_0 = h + \frac{1}{2}c^2 \quad (2.2)$$

Si se supone un flujo adiabático, es decir, que $\dot{Q} = 0$, la ecuación del Primer Principio para un sistema estacionario aplicada a una turbina adiabática quedaría:

$$\dot{W} = \dot{m}\Delta h_0 \quad (2.3)$$

Siendo $\Delta h_0 = h_{0e} - h_{0s}$. Con esta derivación del Primer Principio, se observa que, si el calor $\dot{Q} > 0$, la potencia obtenida sería menor que la obtenida si éste fuera nulo, por lo que el calor desprendido por las

paredes exteriores de la turbina representa siempre una ineficiencia. Ahora bien, si no existe una máquina completamente adiabática, se puede asumir que, frente a la potencia, el calor desprendido es despreciable, es decir $\frac{Q}{W} \ll 1$, justificando la utilización de la Ecuación 2.3.

En la turbina, el rodete es el único elemento que intercambia trabajo con el fluido, al ser el único componente que se mueve. Por lo tanto, la entalpía de remanso sólo variará en el rodete. Se puede observar la evolución de la entalpía del fluido a su paso por la turbina en la Figura 2.3, donde el eje de ordenadas representa la entalpía y el eje de abscisas la entropía, que siempre aumenta al paso por la turbomáquina y representa una irreversibilidad (naturalmente, si la máquina fuera adiabática y el flujo reversible, la entropía sería constante - flujo isentrópico). En la imagen, el punto 1 representa la entrada al estátor de la turbina, a través del cual el fluido mantiene su entalpía de remanso: $h_{01} = h_{02}$. Los conductos del estátor tienen geometría convergente por lo que el fluido se acelera y, según la Ecuación 2.2, disminuyendo tanto la presión como la entalpía: $h_2 < h_1$. El punto 2 representa la salida del estátor y entrada al rodete. En este componente el fluido desarrolla trabajo para girar el rodete a una cierta velocidad, siendo este trabajo igual a la disminución de la entalpía de remanso del fluido: $W = h_{02} - h_{03}$. W representa el trabajo específico, esto es, la potencia generada por unidad de gasto másico. Los puntos h_{02R} y h_{03R} representan la entalpía de remanso relativa del fluido, $h + \frac{w^2}{2}$, siendo w la velocidad relativa. Se aprecia cómo el aumento de entropía representa una ineficiencia al comparar la línea de expansión isentrópica h_1 a h_{3ss} frente a h_1 a h_3 , produciendo la primera un mayor trabajo específico.

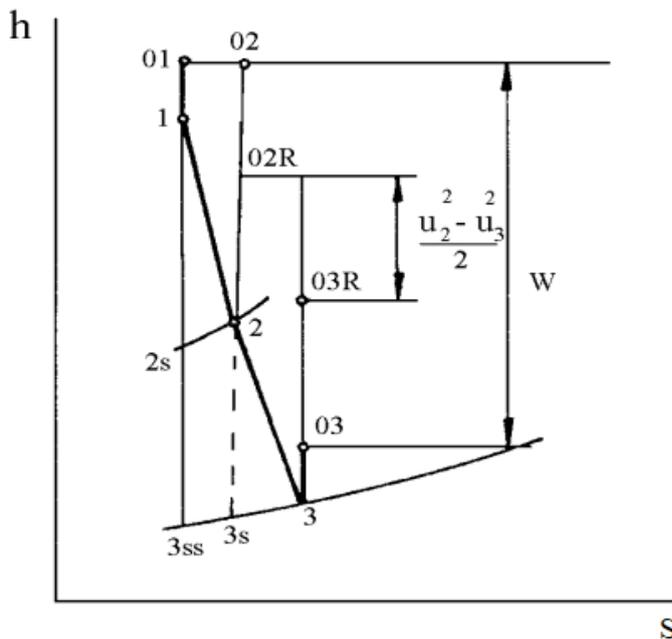


Figura 2.3 Diagrama h-s de la evolución del fluido a través de una turbina centrípeta [4].

El rendimiento de una turbina se define como el trabajo que ésta genera frente al máximo que podría generar para las mismas condiciones de entrada (presión y temperatura de remanso) y salida (presión estática). Existen dos tipos de rendimientos, el total a total y el total a estático. En el primero se considera que la energía cinética a la salida (no convertida en trabajo) no representa una pérdida y podrá destinarse a un servicio útil aguas abajo de la turbina.

$$\eta_{TT} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}} \quad (2.4)$$

En el rendimiento total a estático, por contra, se considera negativo que dicha energía cinética no haya podido convertirse en trabajo en el interior de la máquina. Por ello, el caso ideal de referencia para la definición del rendimiento es aquel en el que la energía cinética a la salida del escalonamiento es cero:

$$\eta_{TE} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3ss}} \quad (2.5)$$

2.2 Ecuación fundamental de las turbomáquinas

En la sección anterior derivamos el trabajo específico a partir del principio de conservación de energía. Euler desarrolló la Ecuación Fundamental de las Turbomáquinas, también llamada Ecuación de Euler, que permite expresar el trabajo específico a partir de la variación de los diagramas de velocidades del fluido al paso por el rodete. Para la derivación de la ecuación se seguirá la misma línea de razonamiento que en Gambini y Vellini [5]. El fluido realiza el trabajo en el rotor, el cual gira en torno al eje. Se representa esta situación en la Figura 2.4.

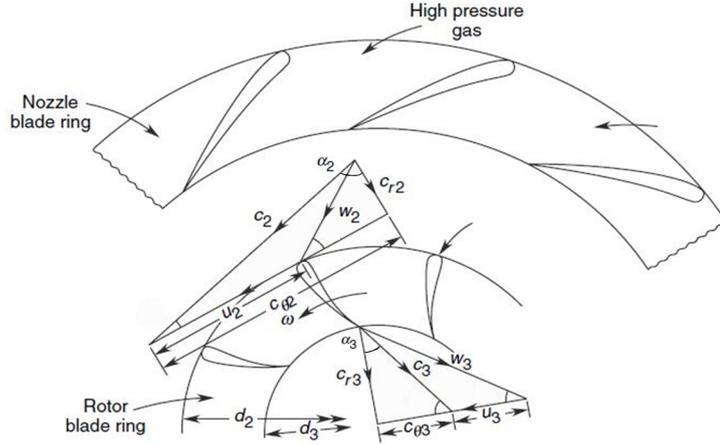


Figura 2.4 Canal rotativo para la representación del balance de momento cinético [6].

Siendo las variables con subíndice 2 las consideradas a la entrada del rotor, y aquellas con subíndice 3 a la salida de este. La velocidad absoluta c se puede dividir en la velocidad periférica u , y la relativa w , que es la velocidad que un observador vería si estuviera colocado sobre el álabe y girando solidariamente con él. Siendo r el radio, ω la velocidad angular del rodete y α el ángulo que forma la velocidad absoluta c con la radial. Si se considera que gira sobre el centro O , el principio de conservación del momento cinético sostiene que:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{b}}{dt} \quad (2.6)$$

Siendo \vec{M} el momento sobre el eje. Si se realiza un análisis unidimensional, la variación del momento cinético \vec{b} con respecto al tiempo sería:

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{r}_3 \cdot \vec{c}_3 \frac{dm}{dt} - \vec{r}_2 \cdot \vec{c}_2 \frac{dm}{dt} = \dot{m}(\vec{r}_3 \cdot \vec{c}_3 - \vec{r}_2 \cdot \vec{c}_2) \quad (2.7)$$

El par M ejercido por los álabes del rodete sobre la corriente de fluido puede expresarse de este modo según indica la Ecuación 2.8 [5]:

$$M = \dot{m}(r_3 c_{3u} - r_2 c_{2u}) \quad (2.8)$$

Siendo c_{2u} y c_{3u} la componente tangencial de la velocidad absoluta a la entrada y salida respectivamente, que es la única componente de la velocidad que genera momento sobre el eje de rotación. Y siendo r_2 y r_3 el radio medio a la entrada y salida del rodete. Si el momento generado se multiplica por la velocidad angular ω , se obtiene la potencia ejercida por el eje de la máquina sobre el fluido [4].

$$\dot{W} = \dot{m}\omega(r_3 c_{3u} - r_2 c_{2u}) \quad (2.9)$$

Sabiendo la relación entre velocidad periférica y velocidad angular, se desarrolla la ecuación anterior:

$$u = \omega r \quad (2.10)$$

$$\dot{W} = \dot{m}(u_2 c_{2u} - u_3 c_{3u}) \quad (2.11)$$

Utilizando la definición del trabajo específico, y utilizando el principio de acción y reacción para calcular la potencia desarrollada por el par ejercido por el fluido sobre el rodete de la máquina, la Ecuación Fundamental de las turbomáquinas desarrollada por Euler resulta:

$$\dot{W} = \dot{m}W \quad (2.12)$$

$$W = u_2 c_{2u} - u_3 c_{3u} \quad (2.13)$$

Se observa, por lo tanto, que se tiene una forma de evaluar el trabajo específico de la turbina mediante las velocidades periféricas y tangenciales previas y posteriores al rodete, sin necesidad de evaluar sus propiedades termodinámicas o entalpías.

2.3 Triángulos de velocidades

La Ecuación de Euler 2.13 obtiene el trabajo específico W a partir de las velocidades anterior y posterior al rotor. Una herramienta útil en el análisis de las turbomáquinas es la representación de estas velocidades en los llamados triángulos de velocidades. Estos dividen la velocidad absoluta c , en periférica u y relativa w . La velocidad relativa será aquella que un observador vería si se situara sobre el rodete, a la entrada w_1 , y a la salida w_2 . De acuerdo con lo anterior la relación entre las tres velocidades es:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \quad (2.14)$$

Utilizando el teorema del coseno con el triángulo resultante de los tres vectores anteriores se obtiene [4]:

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2uc_u \quad (2.15)$$

$$uc_u = \frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2} \quad (2.16)$$

Esta resolución sirve tanto a la entrada como a la salida del rodete y, por tanto, se puede calcular el trabajo específico como:

$$W = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} + \frac{w_3^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{u_3^2}{2} \quad (2.17)$$

Para entender bien el significado de cada término, se vuelve a presentar la ecuación de conservación de la energía combinando las Ecuaciones 2.13 y 2.16.

$$W = h_2 - h_3 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} \quad (2.18)$$

Si se comparan las dos ecuaciones anteriores, se tiene que:

$$h_2 - h_3 = \frac{w_3^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{u_3^2}{2} \quad (2.19)$$

Donde se puede observar que la disminución de entalpía del fluido se debe al incremento de energía cinética relativa (incremento de velocidad en el canal) y al trabajo desarrollado por las fuerzas centrífugas (término vinculado a la variación de velocidad periférica). Siendo $\frac{w_3^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}$ responsable por la expansión del fluido, y $\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_3^2}{2}$ el trabajo realizado por las fuerzas centrífugas [4]. Este último término explica porqué la turbina es centrípeta y no centrífuga, de tal forma que este trabajo sea positivo, y se aproveche mejor la geometría de la turbomáquina. El trabajo específico debido a las fuerzas centrífugas puede apreciar en la Figura 2.3.

Los triángulos de velocidades representativos del flujo a la entrada y salida del rodete están representados en la Figura 2.5.

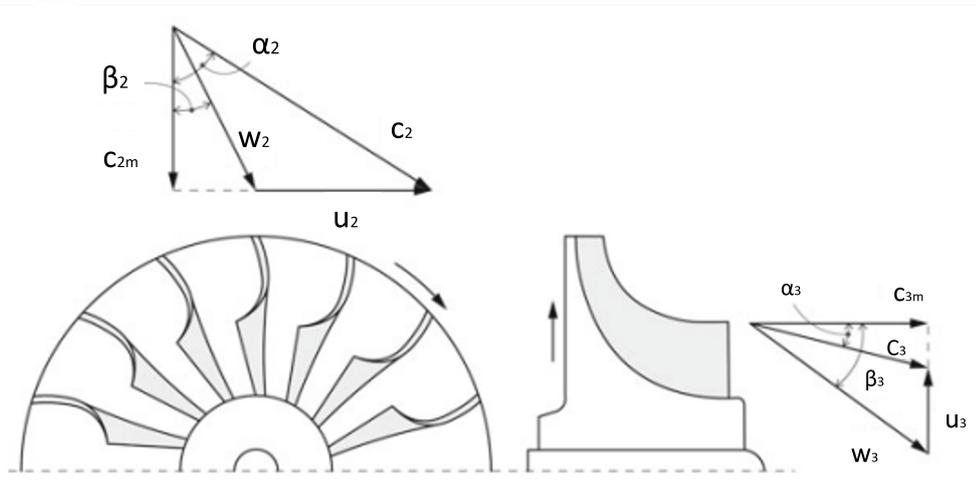


Figura 2.5 Triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete de una turbina centrípeta (Adaptado de Aungier [1]).

Los ángulos α y β representan el ángulo del flujo entre la velocidad absoluta y relativa con la dirección radial a la entrada, y axial a la salida. A la dirección que sigue el fluido se le suele llamar dirección meridional. Se puede ver como u_3 es menor que u_2 , proporcionando un valor positivo del trabajo de las fuerzas centrífugas. De estos triángulos se sacan distintas conclusiones para lograr que el trabajo específico (W) sea máximo. Para ello se necesita maximizar el término debido a las fuerzas centrífugas $\frac{u_2^2 - u_3^2}{2}$, realizando turbinas de mayor tamaño (mayor radio para la misma velocidad angular ω), o mayor velocidad angular. Además se procurará que la salida del flujo sea axial ($\alpha_3 = 0$). El término de expansión del fluido $\frac{w_3^2 - w_2^2}{2}$ depende de la forma del rodete, realizando diseños que ayuden a reducir la velocidad relativa a la salida y una expansión más isentrópica mejorará el rendimiento. También se cumple que, si no se va a utilizar la velocidad a la salida para otra aplicación, reduciendo el término de velocidad a la salida $\frac{c_3^2}{2}$, se obtiene un mayor rendimiento total a estático por lo que, en este caso, es conveniente un buen diseño del difusor a la salida de la turbina centrípeta.

Si bien tenemos ya información sobre el diseño de componentes de la turbina, sólo se tiene información a la entrada y salida de los mismos, y no se ha hablado aún de las pérdidas producidas en el interior de los elementos de la turbina (el denominado camino de gases o *flow path*). Es decir, si bien la Ecuación de Euler resuelve el trabajo específico con los triángulos de velocidades de entrada y salida, se necesita un análisis en mayor detalle para poder realizar un diseño preliminar de la turbina en el interior del canal.

2.4 Coeficientes adimensionales

Para definir la relación geométrica de los triángulos de velocidades (exceptuando el tamaño de los mismos) son necesarios únicamente tres parámetros. Los tres parámetros más representativos para ello son [4]:

- Coeficiente de carga: Hace referencia a la capacidad del escalonamiento para desarrollar trabajo para una cierta velocidad periférica a la entrada del rodete y se define como:

$$\Psi = \frac{W}{u_2^2} \quad (2.20)$$

A mayor coeficiente de carga, mayor trabajo específico para una turbomáquina dada. Refleja la carga aerodinámica sobre los álabes del rotor.

- Coeficiente de flujo: Hace referencia al tamaño de la máquina para un gasto dado y se define como:

$$\Phi = \frac{c_m}{u_2} \quad (2.21)$$

Siendo c_m la velocidad meridional a la entrada del rodete. A mayor coeficiente de flujo menor tamaño para un mismo gasto.

- Grado de reacción: Es el cociente entre el salto entálpico en el rodete y el total en la máquina:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_{01} - h_{03}} \quad (2.22)$$

El grado de reacción mide por tanto el reparto del proceso de expansión entre estátor y rotor. Si, como es común, la velocidad absoluta del fluido tiene dirección axial a la salida de la turbina para minimizar la pérdida por energía cinética, y la velocidad meridiana se mantiene constante, la Ecuación 2.22 queda:

$$R = \frac{1}{2} - \frac{c_{r2} \tan \beta_2}{2u_2} \quad (2.23)$$

Siendo β_2 el ángulo relativo de entrada al rodete.

2.5 Influencia del ángulo de entrada al rodete

El ángulo del flujo a la entrada del rotor influye de manera muy relevante sobre las prestaciones de la turbina. Para valorar esta influencia, se evaluará a continuación cómo varían los parámetros más importantes con dicho ángulo bajo las siguientes hipótesis simplificativas: relación cinemática constante $\frac{u_2}{c_{r2}} = cte$, salida del rotor en dirección axial $\alpha_3 = 0$, y velocidad meridiana constante $c_{r1} = c_{r2} = c_{r3} = c_m$. Se pueden definir el trabajo específico, el salto entálpico en el estátor, en el rotor, y el rendimiento total a estático en función del ángulo del flujo relativo a la entrada al rodete β_2 [4]:

$$W = u_2^2 \left(1 + \frac{c_{r2}}{u_2} \tan \beta_2 \right) \quad (2.24)$$

$$\Delta h_E = \frac{1}{2} u_2^2 \left(1 + \frac{c_{r2}}{u_2} \tan \beta_2 \right)^2 \quad (2.25)$$

$$\Delta h_R = \frac{1}{2} u_2^2 \left(1 - \frac{c_{r2}^2}{u_2^2} \tan^2 \beta_2 \right) \quad (2.26)$$

$$\eta_{TE} = \frac{2}{2 + \frac{(c_{r2})^2}{u_2^2} \tan \beta_2} \quad (2.27)$$

Siguiendo los subíndices el mismo orden que en la Figura 2.3, β_2 no puede tomar cualquier valor. Se advierte que para $\tan \beta_2 = -\frac{u_2}{c_{r2}}$, el trabajo específico es nulo, y para valores menores de $\tan \beta_2$, se tendría un trabajo específico negativo, pasando la turbina a trabajar como un compresor. También se debe evitar un grado de reacción negativo, dado que el rotor comprimiría el flujo. El grado de reacción se anula para $\tan \beta_2 = \frac{u_2}{c_{r2}}$ [4]. Por lo tanto, los valores de β_2 deben cumplir que:

$$-\frac{u_2}{c_{r2}} \leq \tan \beta_2 \leq \frac{u_2}{c_{r2}} \quad (2.28)$$

La dependencia de las anteriores variables con β_2 se muestra en la Figura 2.6.

Siendo los más frecuentes los álabes radiales, por su simplicidad de fabricación; los álabes curvados hacia delante no se suelen utilizar y los curvados hacia atrás se emplean cuando se solicite un trabajo específico mayor.

Si se vuelve la mirada hacia la Figura 2.6, se tiene cómo el ángulo de entrada al rodete tiene un efecto importante en la turbomáquina. En concreto, si los álabes están curvados hacia delante, se ve cómo el rendimiento desciende rápidamente. Como se comentó anteriormente, si se necesita un trabajo específico mayor se tiende a álabes curvados hacia atrás aunque, por cuestiones económicas, la mayoría de los diseños son de tipo radial.

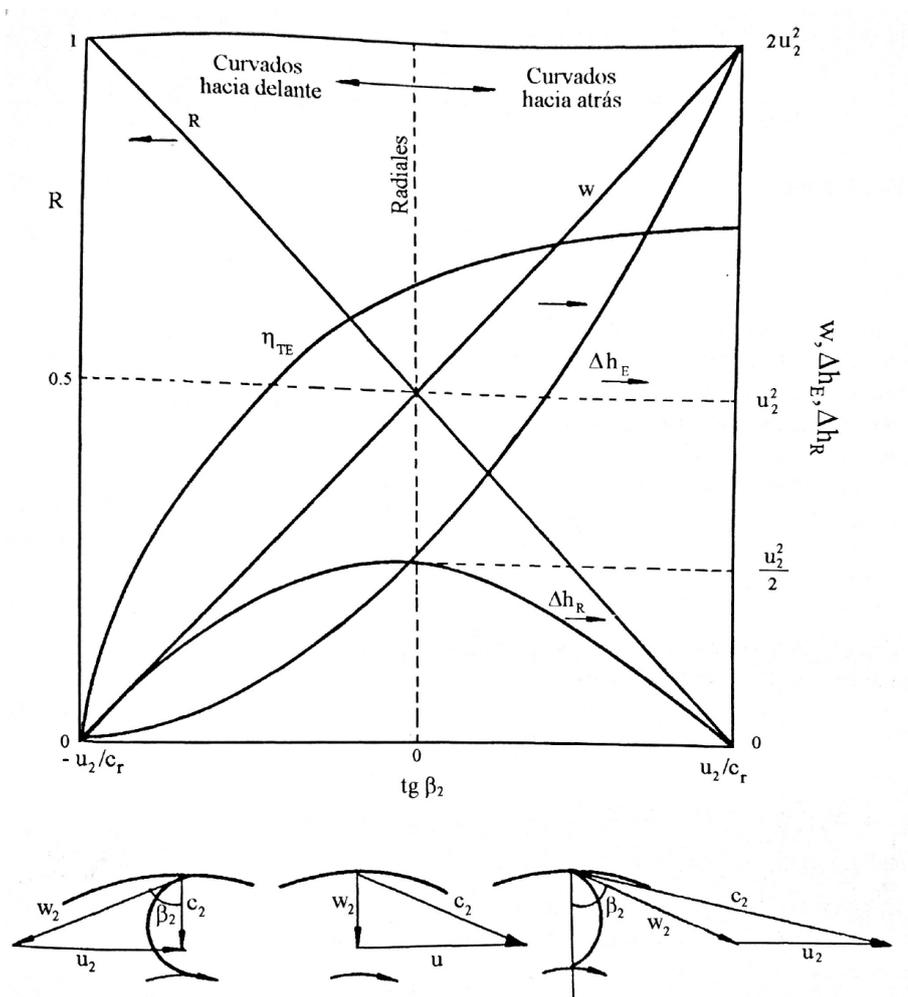


Figura 2.6 Variación del trabajo específico, saltos entálpicos en estátor y rotor, grado de reacción y rendimiento total a estático con el ángulo de entrada al rodete [4].

2.6 Pérdidas en un escalonamiento de turbina centrípeta

Para poder analizar el funcionamiento de una turbina centrípeta, se deben explicar primero las causas de las pérdidas que sufre el fluido a su paso por la turbina centrípeta. Estas pérdidas suponen una disminución del trabajo aportado a la turbina.

Para cuantificar estas pérdidas, se define el coeficiente de pérdidas Y , calculado como:

$$Y = \frac{\Delta P_0}{P_{0s} - P_s} \quad (2.29)$$

Siendo ΔP_0 la disminución de presión de remanso, y $P_{0s} - P_s$ la diferencia entre la presión de remanso a la entrada y la presión estática a la salida. Se tiene entonces que la presión a la salida se calcula en función del coeficiente de pérdidas como:

$$P_{0s} = \frac{P_{0e} + YP_s}{1 + Y} \quad (2.30)$$

Siendo P_{0e} la presión de remanso a la entrada. Se divide la turbina en componentes, y a cada componente se le asignan unas pérdidas propias. Para poder describir todos los componentes de la turbina centrípeta a partir de ahora, se pasará a utilizar la nomenclatura de la Figura 2.7, realizando la división mostrada a continuación:

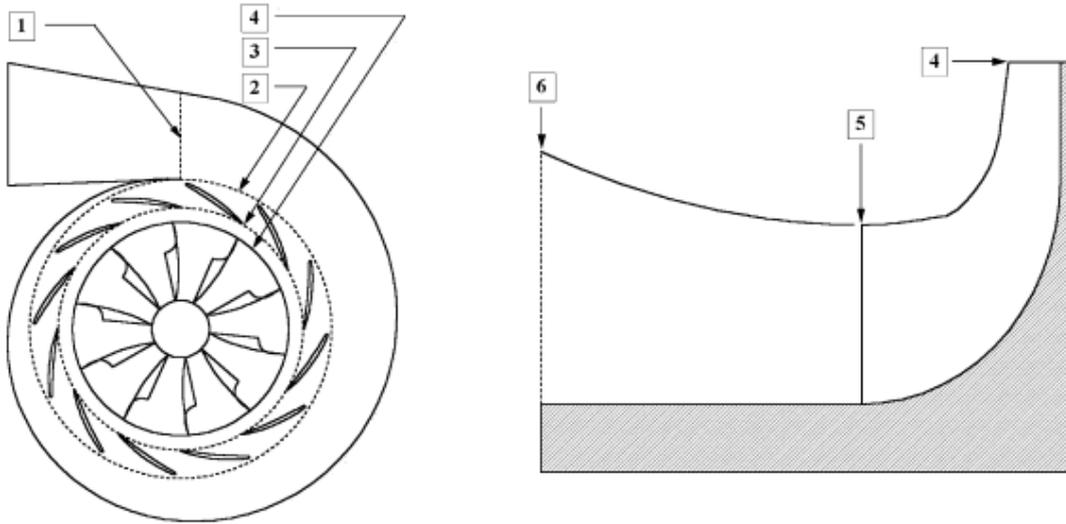


Figura 2.7 Componentes de una turbina centrípeta [1].

1. Entrada a la voluta
2. Salida de la voluta - Entrada al estátor
3. Salida del estátor - Entrada al espacio sin álabes
4. Salida del espacio sin álabes - Entrada al rodete
5. Salida del rodete - Entrada al difusor
6. Salida del difusor

El fluido sufre pérdidas de distinta naturaleza al pasar por cada componente al tener cada uno una función diferente en el flujo. Existe una pérdida común a todos ellos, la pérdida de presión por fricción, denominada Y_p .

2.6.1 Pérdidas por fricción

Dado que en la turbina el flujo sigue un camino de gradiente de presión favorable, la capa límite se mantiene relativamente delgada. Se ha observado que el análisis de capa límite es muy efectivo para calcular las pérdidas de perfil, especialmente en las turbinas radiales, a excepción del difusor.

Pai [7, 8] estudia modelos simplificados de cálculo del espesor de la capa límite por cantidad de movimiento θ :

$$\theta = \frac{c_f}{2u_e^n} \int_0^L u_e^n dx \quad (2.31)$$

Siendo u_e la velocidad de la capa límite, L la longitud de la trayectoria de flujo a través del componente, y c_f es el coeficiente de fricción. Pai utiliza a las soluciones de Thwaites [9] y Buri [10], y recomienda el uso de $n=5$. Aungier [1] define los parámetros de flujo en 3 estaciones de cada componente de la turbina (Entrada, punto medio y salida), designa estas estaciones del 1 al 3 y calcula el espesor de la capa límite de momento, como:

$$\theta = c_f \rho_{ave} \left[\left(\frac{u_1}{u_3} \right)^5 + 2 \left(\frac{u_2}{u_3} \right)^5 + 1 \right] \frac{L}{8\rho_3} \quad (2.32)$$

$$\rho_{ave} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2 + \rho_3}{4} \quad (2.33)$$

Donde u es la velocidad característica de la capa límite en cada estación, ρ la densidad, y ρ_{ave} la densidad media calculada en la Ecuación 2.33 para tener en cuenta que no se trata de un flujo incompresible. Para el coeficiente Y_p es necesario también tener el espesor por desplazamiento a la salida del flujo. Para ello utilizamos la definición de factor de forma, que da: $\delta^* = H\theta$. Si se asume un flujo turbulento a la salida, que suele ser el caso, se puede utilizar la ley potencial de 1/7, igualando $H = 1.2857$. Para un perfil que obedece la ley potencial, el espesor de la capa límite es:

$$\delta = \theta H \frac{H+1}{H-1} \quad (2.34)$$

Aungier [1] muestra dos formas de calcular el coeficiente de fricción de película necesario para los cálculos anteriores: mediante correlaciones basadas en datos empíricos, no recomendado por el autor dado que la capa límite se extiende por varios componentes de la turbomáquina y no se ajusta bien, y mediante correlaciones generalizadas de coeficientes de fricción en tubos. En este caso, el diámetro característico del número de Reynolds será la anchura de la sección de paso útil, b , en lugar del diámetro, d .

$$Re_d = \frac{\rho_3 u_3 b_3}{\mu_3} \quad (2.35)$$

Esta aproximación asume una capa límite completamente desarrollada, sobrestimando el número de Reynolds y subestimando el coeficiente de fricción. Aungier [1] asume el error como aceptable, al ser el coeficiente de fricción poco dependiente del número de Reynolds. Éste se calcula siguiendo los pasos de Aungier [11] y Nikuradse [12], dependiendo del tamaño de Re .

Si $Re_d < 2000$, el factor de fricción es independiente de la superficie, y se utiliza directamente con el factor de fricción de superficie lisa c_{fl} :

$$c_f = c_{fl} - \frac{16}{Re_d} \quad (2.36)$$

Si $Re_d > 2000$, Nikuradse [12] aporta un parámetro para estimar la importancia de la rugosidad de la superficie:

$$Re_e = (Re_e - 2000) \frac{e}{d} \quad (2.37)$$

Siendo e la rugosidad pico a valle. Para evaluar el coeficiente de fricción será necesario el resultado del parámetro anterior junto con los coeficientes de fricción de superficie lisa, c_{fs} , y rugosa, c_{fr} :

$$\frac{1}{\sqrt{4c_{fs}}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2.51}{Re_d \sqrt{4c_{fs}}} \right] \quad (2.38)$$

$$\frac{1}{\sqrt{4c_{fr}}} = -2 \log_{10} \left[\frac{e}{3.71d} \right] \quad (2.39)$$

Los resultados experimentales de [12] muestran que para $Re_e < 60$, podemos utilizar la aproximación del coeficiente de fricción de superficie lisa, y si es mayor debemos compensar los dos de la forma:

$$c_{ft} = c_{fs}; Re_e \leq 60 \quad (2.40)$$

$$c_{ft} = c_{fs} + (c_{fr} - c_{fs}) \left(1 - \frac{60}{Re_e} \right); Re_e > 60 \quad (2.41)$$

Estas ecuaciones funcionan correctamente en flujos turbulentos, cuando el $Re_d > 4000$. Sin embargo en flujos transitorios ($2000 < Re_d < 4000$), se realiza una media ponderada entre los coeficientes laminar y turbulento:

$$c_f = c_{fl} + (c_{ft} - c_{fl}) \left(\frac{Re_d}{2000} - 1 \right) \quad (2.42)$$

La Figura 2.8 representa el coeficiente de fricción de película en función del Reynolds en escala logarítmica.

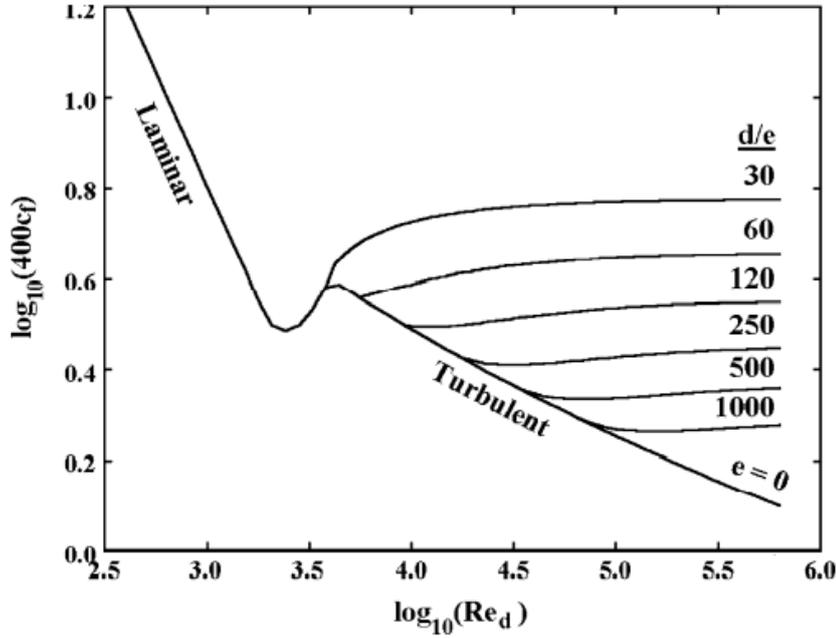


Figura 2.8 Coeficiente de fricción de película [1].

Para el coeficiente de pérdidas de capa límite, Aungier [1] utiliza las correlaciones de Lieblen y Roudebush [13] para estimarlo a partir de una aproximación para el coeficiente de pérdida de presión de remanso por capa límite en cascadas de compresor. Para adaptarlo a la turbina se intercambia la presión ideal a la entrada del componente del compresor por la presión ideal a la salida del componente de la turbina. El coeficiente de pérdidas de capa límite Y_p se calcula:

$$Y_p = \frac{\Delta P_0}{P_{03,id} - P_3} = \frac{2\Theta + \Delta^2}{(1 - \Delta^2)} + \sum \Delta Y \quad (2.43)$$

$$\Theta = \sum \frac{\theta}{b} \quad (2.44)$$

$$\Delta = \sum \frac{\delta^*}{b} \quad (2.45)$$

Siendo b la longitud de paso efectiva. Esta aproximación de la pérdida de presión de remanso supone una mezcla instantánea del flujo principal y la capa límite conservándose cantidad de movimiento y masa. Para el rotor y los álabes, tenemos tanto capa límite sobre las paredes de la turbomáquina (superficies anulares - casing) como sobre los álabes. En este caso las ecuaciones 2.44 y 2.45 se desarrollan:

$$\Theta = 1 - \left[1 - \sum \frac{\theta_w}{b_w} \right] \left[1 - \sum \frac{\theta_b}{b_b} \right] \quad (2.46)$$

$$\Delta = 1 - \left[1 - \sum \frac{\delta_w^*}{b_w} \right] \left[1 - \sum \frac{\delta_b^*}{b_b} \right] \quad (2.47)$$

Siendo los parámetros con el subíndice w los referidos a las paredes de la turbomáquina y aquellos con el subíndice b referidos a la superficie de los álabes. El paso efectivo a la salida de los álabes $b_b = s_3 \sin(\beta_3)$, con s_3 indicando el paso de álabes y β_3 el ángulo de la línea de curva.

Como casos límite, nos podemos encontrar que las capas límite calculadas en 2.34 sean mayores que la longitud disponible, al no contar el desarrollo anterior con los efectos de bloqueo viscoso del flujo principal. Deberá corregirse Δ de la siguiente forma:

$$\Delta \rightarrow \Delta \left(\frac{b}{\sum \delta} \right) \quad (2.48)$$

El segundo caso es que $\Theta > 1$, Aungier [1] lo corrige igualando $\Delta = \Theta - 1$ y luego $\Theta = 1$.

2.6.2 Pérdidas de la voluta

A su paso por la voluta, al fluido se le atribuyen dos pérdidas: las de fricción (Y_p), y un coeficiente de pérdidas por discontinuidad del momento cinético entre la entrada a la voluta (1), y la entrada al estátor (2). Denominado Y_θ se calcula de la siguiente forma:

$$Y_\theta = \left(\frac{\frac{r_1 c_1}{r_2} - c_{\theta 2}}{c_2} \right)^2 \quad (2.49)$$

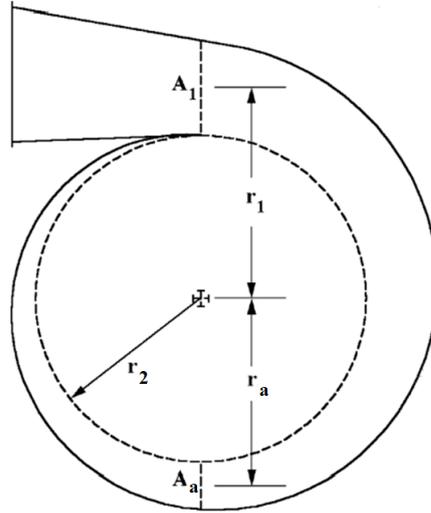


Figura 2.9 Parámetros geométricos de la voluta [1].

Los subíndices de la Ecuación 2.50 hacen referencia a la entrada a la voluta (1), y a la salida (2), concorde a la Figura 2.7. Los parámetros geométricos mostrados en la Figura 2.9, hacen referencia a la definición geométrica necesaria en cada componente, donde se deberán definir tres estaciones, la entrada (1), una estación intermedia (a), y la salida (3). Siendo r el radio, C la velocidad, y c_θ la velocidad tangencial. Finalmente para calcular el coeficiente de pérdidas de la voluta se deben sumar ambos coeficientes, quedando:

$$Y_{voluta} = Y_p + Y_\theta \quad (2.50)$$

2.6.3 Pérdidas del estátor

En el estátor sigue estando presente la pérdida por fricción desarrollada en el Apéndice 2.6.1, además existe un coeficiente de pérdidas por incidencia en la zona del borde de ataque de los álabes. Para distinguirla a la pérdida por fricción Y_p , ésta pérdida solo es relevante en caso de que la corriente de entrada al estátor no esté orientada para el ángulo de incidencia óptimo i^* , diferencia entre el ángulo de entrada al álabe del fluido τ y el geométrico del álabe t . Este desvío en el ángulo de incidencia provoca un desprendimiento de la capa límite a la entrada del estátor, que aumenta las pérdidas de presión, reduciendo el rendimiento de la turbina. Se contabilizan mediante:

$$Y_{inc} = \sin^2(\tau_2 - \tau_2^*) \frac{P_{02} - P_2}{P_{03} - P_3} \quad (2.51)$$

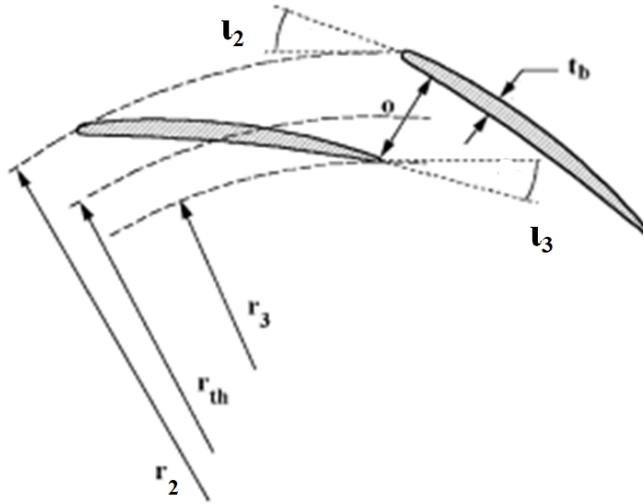


Figura 2.10 Parámetros geométricos de las toberas del estátor [1].

Siendo las propiedades con el subíndice 2 las obtenidas a la entrada del estátor y 3 a la salida. Los ángulos τ_2 y τ_2^* definen el ángulo de entrada al estátor real e ideal respectivamente. Para el cálculo del ángulo ideal de entrada del flujo al estátor es preciso calcular previamente la incidencia ideal, utilizando la correlación de Herrig et al. [14] obtenida para cascadas de compresores axiales y adaptada por Aungier [1]:

$$i^* = \left[3.6 \sqrt{\frac{10t_b}{L_{2-3}} + \frac{|l_3 - l_2|}{3.4}} \right] \sqrt{\frac{L_{2-3}}{\zeta_3} - \frac{|l_3 - l_2|}{2}} \quad (2.52)$$

$$\tau^* = \tau_2 - i^* \text{signo}(l_3 - l_2) \quad (2.53)$$

$$Y_{estator} = Y_p + Y_{inc} \quad (2.54)$$

Siendo t_b el espesor en el punto medio y L_{2-3} la longitud de la trayectoria entre 2 y 3.

2.6.4 Pérdidas del espacio sin álabes

Entre el estátor y el rotor existe un espacio sin álabes; este espacio anular sufre las pérdidas de fricción Y_p y pérdidas asociadas a la variación de sección entre la salida del estátor y la entrada a este componente.

La expansión abrupta del fluido ocasiona un aumento de la entropía, una pérdida que dependerá de cuanto varíe el área entre la salida del estátor y la entrada al espacio sin álabes. Aungier [1] utiliza la correlación de Benedict et al. [15]:

$$Y_{in} = \left[\left(\frac{A_{d3}}{A_{u3}} \right) \text{sen}(\alpha_3) \right] \frac{P_{03} - P_3}{P_{04} - P_4} \quad (2.55)$$

Nombrando a las variables del componente anterior (estátor) con el subíndice u (*upstream*), y a las del espacio sin álabes d (*downstream*). El coeficiente de pérdidas del espacio sin álabes queda:

$$Y_{espaciosinalabes} = Y_p + Y_{in} \quad (2.56)$$

2.6.5 Pérdidas del rodete

El rodete es el componente más complejo de analizar de una turbina centrípeta, dividiéndose sus pérdidas en seis coeficientes frente a los demás componentes que se dividen en dos. Comenzando por el coeficiente de pérdidas de fricción Y_p , se sigue con un coeficiente análogo al del estátor debido a la incidencia de los álabes del rodete Y_{inc} . Se calcula mediante:

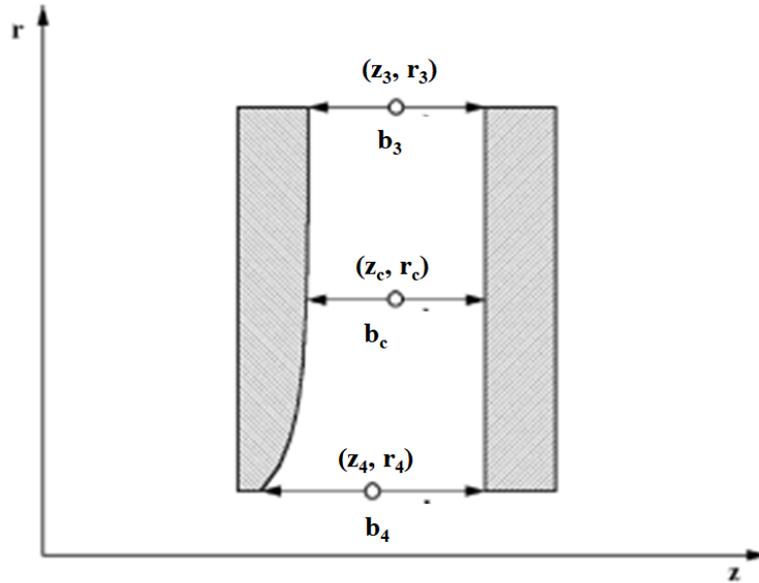


Figura 2.11 Parámetros geométricos del espacio sin álabes [1].

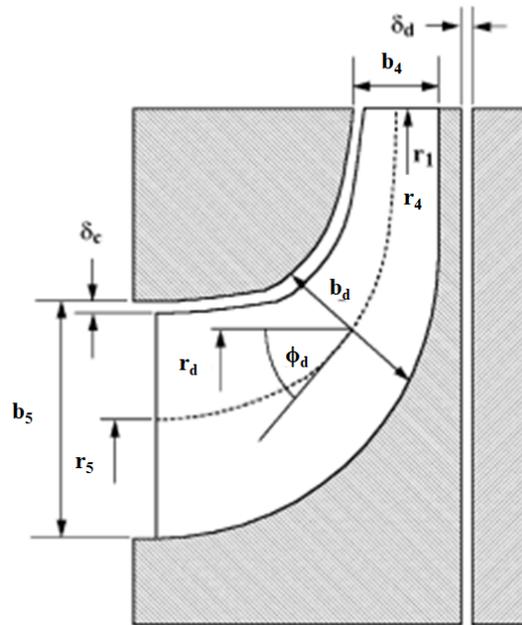


Figura 2.12 Parámetros geométricos del rodete, vista de perfil [1].

$$Y_{inc} = \sin^2(\tau_4 - \tau_4^*) \frac{P'_{04} - P_4}{P'_{05} - P_5} \quad (2.57)$$

Siendo las variables con el superíndice ' las referidas al observador móvil, las del subíndice 4 las referidas a la entrada y 5 a la salida del rodete. Para calcular el ángulo óptimo de entrada α_4^* se utiliza el factor de deslizamiento (*slip*) introducido por Aungier [11], siendo este una modificación del desarrollado por Wiesner [16]. Este factor requiere correcciones en caso de que la solidez del rodete sea muy baja, utilizando un coeficiente $\varepsilon = r_3/r_1$ (radios referidos a la Figura 2.12) para cuantificar este efecto (por comparación con un valor de referencia de dicho parámetro ε_{lim}):

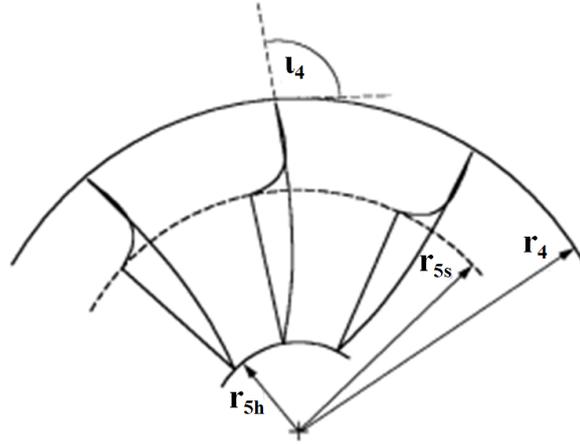


Figura 2.13 Parámetros geométricos del rodete, vista frontal [1].

$$\sigma = |\sin(\phi_4)| \frac{\sqrt{\sin(l_4)}}{(N + N_{SB})^{0.7}} \quad (2.58)$$

$$\varepsilon_{lim} = \frac{\sigma - \sigma_0}{1 - \sigma_0} \quad (2.59)$$

$$\sigma_0 = \sin\left(19 + \frac{l_4}{5}\right) \quad (2.60)$$

En caso de que se supere el valor límite $\varepsilon > \varepsilon_{lim}$, el factor de deslizamiento debe corregirse de la siguiente forma:

$$\sigma_{corr} = \sigma(1 - \varepsilon) \quad (2.61)$$

$$\varepsilon = \left[\frac{\varepsilon - \varepsilon_{lim}}{1 - \varepsilon_{lim}} \right] \sqrt{(l_4/10)} \quad (2.62)$$

En la ecuación en la Ecuación 2.58 deben contabilizarse tanto los álabes completos N como los partidos (*splitter blades*) N_{SB} . Finalmente la pérdida por incidencia se calcula de nuevo con la diferencia entre el ángulo de incidencia óptimo τ_4^* y el real τ_4 :

$$C_{\theta 4}^* = \sigma [U_4 - c_{m4} \cot(l_4)] \quad (2.63)$$

$$\cot(\alpha_4^*) = \frac{c_{m4}}{C_{\theta 4}^*} \quad (2.64)$$

Siendo las variables con subíndice θ las tangenciales y las de subíndice m las meridionales. En el rodete deben tenerse en cuenta las pérdidas asociadas a la carga aerodinámica sobre los álabes (Blade Loading, BL) así como la fricción con la superficie anular (radios de raíz o *hub* y cabeza o *shroud*), Y_{BL} y Y_{HS} . Para ello se adaptan del cálculo de los mismos coeficientes en el análisis de funcionamiento de compresores centrífugos de Aungier [11]. Se definen de la siguiente forma [1]:

$$Y_{BL} = \frac{1}{24} \left[\frac{\Delta w}{w_5} \right]^2 \quad (2.65)$$

$$Y_{HS} = \frac{1}{6} \left[\frac{\kappa_m b_5 w_{mediorotor}}{W_w \sin(\tau_5)} \right]^2 \quad (2.66)$$

Siendo w la velocidad relativa, Δw la diferencia de velocidades relativas entre las caras de presión y succión de los álabes, κ_m la curvatura media de la superficie y $w_{mediorotor}$ la velocidad relativa referida al punto 2 de

la Figura 2.12. Estas se calculan utilizando:

$$\Delta w = 2\Pi \frac{|r_5 c_{\Theta 5} - r_4 c_{\Theta 4}|}{L_{4-5} (N + N_{SB} F_{SB})} \quad (2.67)$$

$$\kappa_m = \frac{|\Phi_5 - \Phi_4|}{\lambda_5} \quad (2.68)$$

Siendo λ_5 la coordenada meridional a la salida del rodete, L_{4-5} la longitud de la trayectoria entre 4 y 5, y F_{SB} la fracción de longitud de los álabes splitter. Existen también pérdidas importantes por fugas en el rodete, debidas a las holguras necesarias para el movimiento del mismo sin que haya contacto con las partes estáticas de la carcasa. Para ello, Aungier [1] calcula primero el caudal de fugas, estimándolo mediante:

$$u_{CL} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{ave}}} \quad (2.69)$$

$$\dot{m}_{CL} = 0.816 \rho_{ave} u_{CL} L_{4-5} (N + N_{SB} F_{SB}) \delta_c \quad (2.70)$$

$$Y_{CL} = \frac{\dot{m}_{CL} \Delta P}{\dot{m} (P'_{05} - P_5)} \quad (2.71)$$

Siendo ρ_{ave} la densidad media del fluido en el rodete, desarrollada en el Apéndice 2.6.1 en la Ecuación 2.33, u_{CL} la velocidad del flujo de fugas a través de las holguras, ΔP la diferencia de presión media a través de las holguras, y P'_{05} la presión de remanso a la salida del rodete referida al flujo relativo. Aungier [1] asume una relación de compresión de la holgura de 0.816 en la Ecuación 2.70 y otorga también un coeficiente de pérdidas a las pérdidas por humedad Y_Q , suponiendo que el agua presente en el flujo no genera trabajo:

$$Y_Q = \frac{\Delta H_Q \rho'_{04}}{P'_{05} - P_5} \quad (2.72)$$

Siendo ΔH_Q la pérdida de entalpía equivalente, suponiendo que el agua no genera trabajo.

Si se suman todos los coeficientes de pérdidas descritos anteriormente, el coeficiente de pérdidas del rotor quedaría:

$$Y = Y_P + Y_{inc} + Y_{BL} + Y_{HS} + Y_{CL} + Y_Q \quad (2.73)$$

2.6.6 Pérdidas del difusor

Aungier [1] utiliza un método distinto a los anteriores para calcular las pérdidas del difusor. En este caso sólo será necesario especificar la geometría a la entrada y salida como se observa en la figura 2.14.

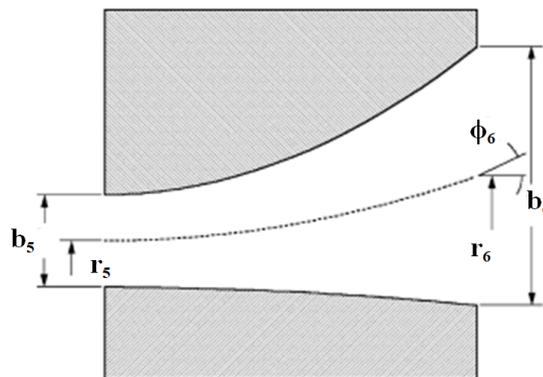


Figura 2.14 Parámetros geométricos del difusor [1].

Se utiliza un modelo de difusión de presión estática de Aungier [11, 17, 18]. Es un modelo empírico de correlaciones de Δ_2 , el bloqueo de descarga, basado en la divergencia efectiva del difusor $2\theta_c$ y de la relación de presión ideal P_{vr} :

$$2\theta_c = 2 \tan \left[\frac{b_5 \left(\frac{A_6}{A_5} - 1 \right)}{2L_{5-6}} \right] \quad (2.74)$$

$$P_{vr} = \frac{P_{01} - P_1}{P_{01} - P_{2,id}} \quad (2.75)$$

Definimos además un factor de difusión D , dependiente de P_{vr} , calculado como:

$$D = \frac{(\sqrt{P_{vr} - 1})^2}{4} \quad (2.76)$$

De Renau [19] establece que cuando $2\theta_c > 11^\circ$, la recuperación de presión estática disminuye de forma precipitada. Se añaden los términos dependientes de K_θ para tener en cuenta este efecto. Este debe ser mayor que los valores mostrados en la Ecuación 2.77. Se define K_θ , y los parámetros K_1 y K_2 como:

$$1 \leq K_\theta \leq 2\theta_c / 11 \quad (2.77)$$

$$K_1 = 0.005 + \frac{K_\theta - 1}{5} \quad (2.78)$$

$$K_2 = 2\theta_c \frac{1 - \frac{2\theta_c}{22K_\theta}}{125K_\theta} \quad (2.79)$$

El bloqueo parcial del difusor, con el que se calculará la presión a la salida queda finalmente:

$$\Delta_2 = [K_1 + K_2(D - 1)] \frac{LA_1}{A_2 b_1} \quad (2.80)$$

2.7 Análisis del comportamiento de una turbina centrípeta

El diseño óptimo de una turbina a partir de unas ciertas especificaciones, es decir minimizando las pérdidas y maximizando la eficiencia, no es directo y frecuentemente recurre a correlaciones empíricas o físicas, ecuaciones de optimización, que acerquen el prediseño a la solución más eficiente. El diseño de la turbina tratado en este trabajo se realizará con el programa MATLAB®, siguiendo el método de diseño que describe Aungier [1].

El método de Aungier se divide en dos partes principales: el prediseño y el análisis. Aungier [1] utiliza correlaciones para realizar un prediseño de la geometría de la turbina centrípeta, con unas condiciones en el punto de diseño. Para la definición de las condiciones de funcionamiento, en este trabajo se eligen el gasto (\dot{m}_{PD}), la velocidad específica ($n_{s,PD}$), la relación de expansión (RE_{PD}), y la temperatura de entrada ($T_{e,PD}$). Este diseño deberá ser analizado para calcular el gasto, relación de expansión y eficiencia real (\dot{m} , RE, η_{TE}), volviendo a realizar el prediseño si estos valores no se ajustan a los especificados. Se muestra un diagrama del proceso en la Figura 2.15.

El método de Aungier [1] de análisis se realiza de forma lineal; es decir, primero se obtienen las condiciones tras la voluta, luego las toberas, etc., siguiendo la dirección del flujo en el orden definido en la Figura 2.7. La forma de analizar cada componente siempre es la misma: se tienen las condiciones de entrada, (bien son dato a la entrada de la voluta, bien vienen del resultado del análisis del anterior componente), se calculan las condiciones ideales a la salida, y se restan las pérdidas mediante correlaciones. Sin embargo, las pérdidas dependen de las condiciones de salida, y éstas a su vez de las pérdidas, por tanto es un proceso iterativo que converge en el valor del coeficiente de pérdidas Y . Se muestra el diagrama de flujo del análisis en la Figura 2.16.

Se comienza con la suposición de que no hay pérdidas, de forma que el coeficiente de pérdidas es nulo ($Y = 0$), por lo que la primera vez que se calculen las propiedades del flujo a la salida, corresponderán a una turbina con comportamiento isentrópico. A partir de este dato se itera introduciendo el valor real de las pérdidas hasta converger en Y , teniendo así las propiedades reales del flujo a la salida. Para abordar el análisis

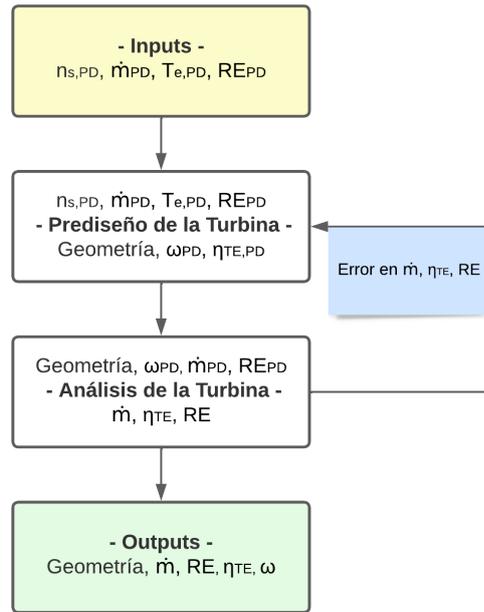


Figura 2.15 Diagrama de flujo de prediseño de una turbina centrípeta según el método de Aungier.

se debe haber realizado previamente al menos un primer prediseño de la turbina (definir su geometría) y comprobar, a través del análisis, si cumple o no con las especificaciones de funcionamiento preestablecidas. Se comenzará detallando el análisis de la voluta, primer componente que se encuentra el fluido al entrar en la turbina.

2.7.1 Análisis de la voluta

Se usa el esquema proporcionado por Aungier [1], Figura 2.9. Dado que es el primer componente, las condiciones de entrada son dadas por el usuario. La geometría queda definida por el radio y la sección transversal de paso del fluido en tres estaciones de la voluta: entrada ($r = r_1$), salida ($r = r_2$) y un punto intermedio en el cual se ha descargado la mitad del flujo másico que entró en la tobera ($r = r_a$). El área de la salida no es necesario tenerla como dato, se calcula mediante:

$$A_2 = 2\pi r_2 b_2 \tag{2.81}$$

donde r_2 es el radio en la estación 2 y b_2 la altura de los álabes a la entrada de las toberas del estátor.

El procedimiento de análisis es el siguiente: con las condiciones termodinámicas iniciales y el gasto másico se obtiene la velocidad a la entrada de la turbina y, dado que no se intercambia trabajo en la voluta, se cumple lo establecido en la Ecuación 2.3: $h_{01} = h_{03}$. Si la presión o entropía se conservase, se tendrían las propiedades termodinámicas completas a la salida. Sin embargo existen pérdidas que influyen en las condiciones de salida del fluido. Estas pérdidas dependen de las condiciones iniciales, de las especificaciones de operación y del diseño de la máquina, por lo que para alcanzar la convergencia es necesario conocer las condiciones del flujo a la salida de la voluta. Para el cálculo de la velocidad a la entrada de las toberas, Aungier [1] emplea la siguiente ecuación:

$$c_{\theta 2} = \frac{r_a c_a}{r_2} \tag{2.82}$$

Esta expresión supone que el momento cinético desde la estación 2 ($c_a r_a$) hasta la estación 2 ($c_{\theta 2} r_2$) es constante, siendo $c_{\theta 2}$ la componente tangencial de la velocidad en 2. Tal hipótesis se acepta considerando que la única fuerza actuante sobre el fluido (fricción en las paredes de la tobera) es muy pequeña¹. Se deben tener en cuenta las pérdidas descritas en el Apartado 2.6.2, se observa la necesidad de la pérdida Y_{Θ} dado

¹ El teorema del momento cinético establece que la variación de momento cinético del fluido es igual al momento resultante, respecto del eje de referencia, de las fuerzas que actúan sobre el mismo.

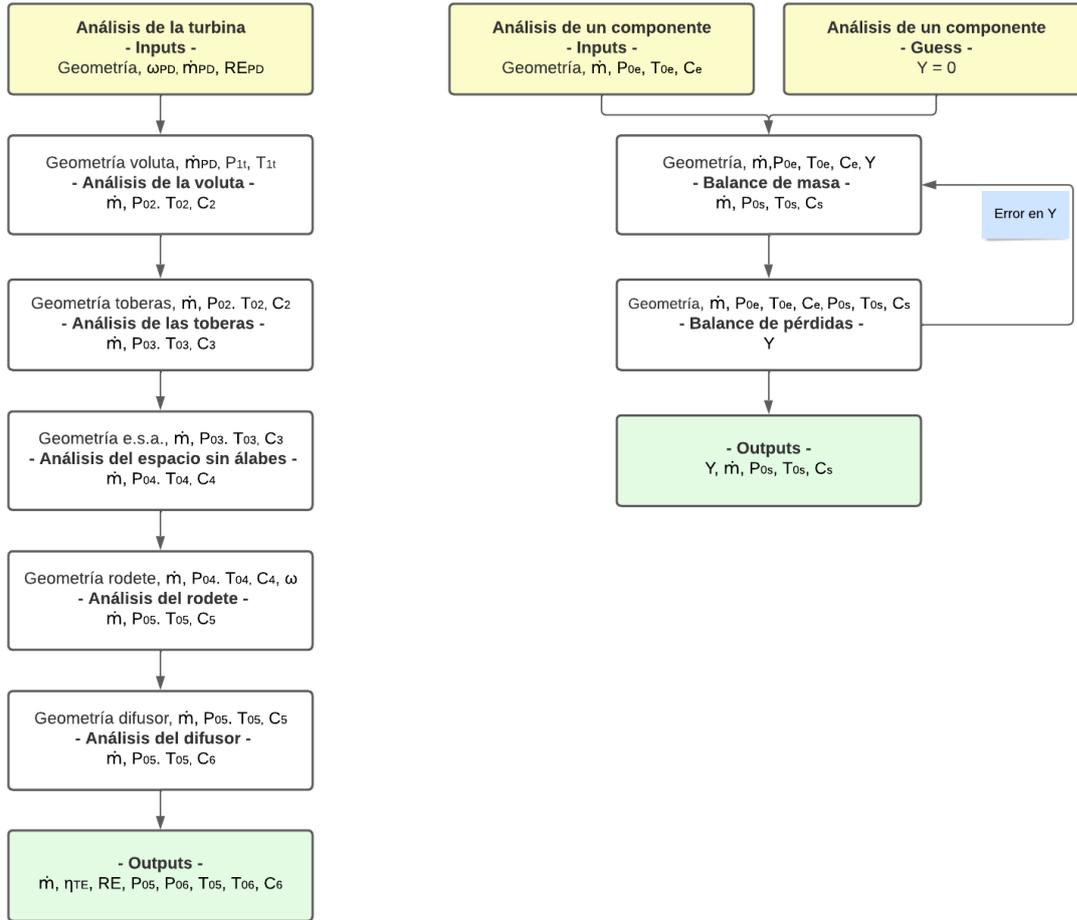


Figura 2.16 Diagrama de flujo de análisis de turbina centrífuga (izquierda) y de un componente (derecha) según el Método de Aungier.

que en la Ecuación 2.82 se asume que no hay fricción (la introducción de pérdidas por fricción hace que la hipótesis de momento cinético constante no sea cierta).

Una vez calculadas todas las pérdidas, en cada componente deben sumarse los coeficientes correspondientes, Y_i , y modificar la presión de salida en consonancia. Se muestra en la Ecuación 2.30 cómo este coeficiente de pérdidas afecta a la presión de salida en función de la presión de salida ideal, calculada en la primera iteración del bucle mostrado en la Figura 2.16.

Teniendo la presión y entalpía de remanso a la salida (P_{02}) y h_{02} , se pueden calcular todas las propiedades termodinámicas de remanso a la salida de la voluta. Para el balance de masa, Aungier [1] utiliza el defecto de masa Δ , que hace referencia a pérdidas internas de la turbomáquina. El cálculo de este parámetro se explica en el Apartado 2.6.1. El balance de masa queda:

$$\dot{m} = (1 - \Delta) A_2 \rho_2 c_{m2} \tag{2.83}$$

siendo ρ_3 la densidad a la salida y c_{m3} la componente meridional de la velocidad a la salida. Y sabiendo que:

$$h_{02} = h_2 + \frac{1}{2} c_2^2 = h_2 + \frac{1}{2} (c_{m2}^2 + c_{\theta 2}^2) \tag{2.84}$$

y que la entropía s_3 es la misma en condiciones de remanso que en condiciones estáticas, es posible calcular todas las propiedades termodinámicas (de remanso y estáticas) a la salida de la voluta. Como se detalló anteriormente, este es un proceso lineal, y es necesario conocer las condiciones del flujo a la salida de cada componente antes de empezar con el siguiente. El siguiente componente por el que pasa el fluido son las toberas.

2.7.2 Análisis del estátor

Para poder analizar el paso del fluido a través de las toberas se deben saber todos los datos geométricos de éstas, así como el número de toberas y su disposición. Esta información debe ser especificada, al igual que en la voluta, a la entrada, a la salida, y en el punto medio. Estas secciones relevantes se muestran en la Figura 2.10 y son la entrada, la salida y la garganta: r_2 , r_3 , y r_{th} . La garganta es la sección transversal con menor área de paso del fluido y es, por tanto, donde este alcanzará la mayor velocidad (en toberas subsónicas). La anchura de garganta es o , t_b es el espesor del álabe y ι el ángulo del álabe a la salida de la tobera respecto de la dirección tangencial.

En las turbinas radiales, en ausencia de álabes en el estátor y debido a la conservación del momento cinético, el ángulo a la salida del flujo es afectado por la diferencia de radios entre entrada y salida. Este fenómeno no ocurre en las turbinas axiales en las que el ángulo del flujo a la salida del estátor viene condicionado fundamentalmente por la geometría de los álabes. Para estimarlo, se emplea la siguiente ecuación:

$$\left[\frac{\partial r}{\partial m} \right]_3 = \frac{m_3(r_3 - r_2)}{m_2(m_3 - m_2)} - \frac{(m_3 - m_2)(r_3 - r_2)}{m_2 m_3} \quad (2.85)$$

Siendo r la coordenada radial y m la meridional. Los subíndices siguen la misma relación que en la Figura 2.10, donde 2 es la garganta. Se calcula el gradiente de la coordenada radial r con respecto a la meridional m en el borde de estela haciendo uso de una serie de Taylor truncada. Se aproxima el radio medio de garganta mediante [1]:

$$r_{th} = r_3 - \left[\frac{\partial r}{\partial m} \right]_3 \frac{o^2}{2\zeta_3} \quad (2.86)$$

$$\zeta_3 = \frac{2\pi r_3}{N} \quad (2.87)$$

Siendo ζ_3 el paso de las toberas. Su cálculo se muestra en la Ecuación 2.87, con el número de toberas N . El fluido que sale del estátor sigue la dirección τ_3 respecto de la dirección tangencial, diferente al ángulo formado por el álabe en el borde de estela respecto de la misma referencia t_3 . El ángulo de flujo se puede calcular a partir del ángulo del flujo calculado con la regla del seno τ_{os} de la siguiente forma[1]:

$$\sin(\tau_{os}) = \frac{b_{th} o}{\zeta_3 b_3} \quad (2.88)$$

$$\tan(\tau_3) = \frac{r_3}{r_{th}} \tan(\tau_{os}) \quad (2.89)$$

Siendo b_{th} y b_3 la altura de la tobera en la garganta y en la sección de salida respectivamente. El área en cada estación se obtiene con:

$$A = b(2\pi r \sin(\iota) - t_b N) \quad (2.90)$$

Siendo t_b el espesor del álabe en cada estación y N el número de toberas. Como se ha indicado, los ángulos τ indican el ángulo que describe del flujo a su paso, mientras que los ángulos ι son los ángulos geométricos determinados por las toberas. Para el balance de masa, en la entrada (estación 1) se tienen los datos de la voluta mientras que en el punto medio suponemos $\tau_b = \iota_b$ y en la última estación se ha obtenido τ_3 con el desarrollo anterior. Por lo tanto, para calcular las pérdidas por fricción sobre los álabes del estátor (pérdidas por perfil) Y_p basta con calcular la longitud de la trayectoria recorrida por la partícula fluida a partir de la integración numérica de los datos de las tres estaciones. Además, es necesario realizar una diferenciación entre la cara de presión (cóncava) y la de succión (convexa) de los álabes, al tener el flujo velocidades diferentes en cada una de ellas [1].

A la pérdida por perfil hay que añadir las pérdidas por incidencia descrita en el Apartado 2.6.3. Una vez obtenidas las pérdidas se vuelve a realizar la convergencia en Y hasta hallar las condiciones de salida del flujo. El balance másico queda:

$$\dot{m} = (1 - \Delta)\pi r_3 b_3 \rho_3 c_3 \sin(\tau_3) \quad (2.91)$$

Y, volviendo a seguir el procedimiento anterior, las propiedades estáticas se calculan como:

$$h_3 = h_{03} - \frac{1}{2} c_3^2 \quad (2.92)$$

2.7.3 Análisis del espacio sin álabes

Entre la salida del estátor y la entrada al rodete existe un espacio sin álabes, necesario para el perfil de velocidades se haga más homogéneo, Figura 2.7. Los datos más importantes que deben especificarse se muestran en la Figura 2.11, coordenada radial r , coordenada axial z , y altura del paso de gases b en tres estaciones: entrada 1, intermedia 2, y salida 3.

Los datos de entrada al espacio sin álabes se obtienen de los resultados a la salida de las toberas. Aungier [1] desarrolla dos tipos de pérdidas en este componente descritas en el Apartado 2.6.4.

2.7.4 Análisis del rodete

El rodete es el elemento más complejo de analizar, dado que rota e intercambia trabajo con el fluido y, por lo tanto, la entalpía de remanso del flujo no se conservará entre la entrada y la salida. Además, en su recorrido la coordenada meridional realiza un giro de 90° hacia el difusor de salida. Se vuelven a definir 3 puntos donde realizar los análisis, Figuras 2.12 y 2.13. Donde r es la coordenada radial, b la altura del canal, Φ es el ángulo de curvatura del canal, y σ_c y σ_d son las holguras del rodete en las caras anterior del canal (cierre en la punta de los álabes) y posterior del disco. r_{5h} y r_{5s} son los radios interiores y exteriores de salida respectivamente, y ι_4 es el ángulo geométrico de entrada al álabe respecto a la coordenada tangencial.

Las condiciones de salida de flujo se calculan de forma análoga a las toberas, teniendo en cuenta que en las turbinas puede eliminarse una cierta sección de los álabes impares en la zona próxima a la salida del rodete para evitar posibles bloqueos; en tal caso, estos no contabilizan en el cálculo de la sección efectiva de salida. El ángulo relativo del flujo a la salida τ'_5 cumplirá:

$$\sin(\tau'_{os}) = \frac{b_{th} o}{\zeta_5 b_5} \quad (2.93)$$

$$r_{th} = r_5 - \frac{o^2 \sin(\phi_5)}{2\zeta_5} \quad (2.94)$$

$$\tan(\tau'_5) = \frac{r_5}{r_{th}} \tan(\tau'_{os}) \quad (2.95)$$

El ángulo τ'_5 se calcula de forma análoga a τ_3 en las toberas, utilizando la regla del seno en la garganta (r_{th}), con el paso de álabe obtenido a partir de la Ecuación 2.87 y utilizando el número de álabes y el radio medio mostrado en la Figura 2.12. Con estos datos se calculan las pérdidas desarrolladas en el Apartado 2.6.5.

Para calcular las condiciones a la salida, sabemos que no se conserva la entalpía de y que la expresión de la rotalpía debe ser modificada para tener en cuenta el trabajo asociado al rozamiento del disco.

$$I = h_{04} + \Delta H_{DF} - \omega r_4 c_{\theta 4} \quad (2.96)$$

Siendo ΔH_{DF} , el trabajo consumido por el rozamiento del disco rotando. Aungier desarrolla el cálculo de este parámetro para turbinas axiales. La única corrección que debe hacerse es dividir el resultado por la mitad. Por lo tanto, se tiene que:

$$h'_{05} = I + \frac{1}{2} (\omega r_5)^2 \quad (2.97)$$

Por último, se debe tener en cuenta el defecto de masa y calcular las propiedades termodinámicas estáticas a la salida del rodete. Esta vez se resta la velocidad relativa.

$$\dot{m} = (1 - \Delta) 2\pi r_5 b_5 \rho_5 w_5 \sin(\tau'_5) \quad (2.98)$$

$$h_5 = h_{05} - \frac{1}{2} w_5^2 \quad (2.99)$$

2.7.5 Análisis del difusor

Es el último elemento por el que pasa el fluido a través de la turbina. Tendrá un perfil como el mostrado en la Figura 2.14, donde se muestran los parámetros geométricos más importantes a especificar en ésta última sección, similares a los definidos en la Figura 2.12. En este caso solo hará falta especificar dos estaciones, entrada y salida.

Una vez calculadas las pérdidas del difusor (Apartado 2.6.6) el procedimiento de cálculo es el siguiente, se calcula la velocidad angular $c_{\Theta 6}$ mediante conservación de momento angular de la velocidad a la salida del rodete. Mediante el balance de masa en entrada y salida, con $c_{\Theta 6}$ se tiene la P_6 estática ideal a la salida del difusor. Se calcula el bloqueo parcial con estos resultados y se tiene ahora la presión de salida real con el bloqueo parcial. Es necesario entonces un proceso iterativo que combine $c_{\Theta 6}$ P_6 . Utilizando $h_{05} = h_{06}$, este código utiliza ahora un rendimiento constante de 0.97 que resuelve:

$$h_6 = h_{05} - \eta_{diff}(h_{05} - h_{6,id}) \quad (2.100)$$

2.8 Balance de masa

Como se ha visto en el desarrollo de este capítulo, es necesario un proceso de balance de masa robusto y general, que se pueda utilizar en cada componente. Aungier [1] proporciona el diagrama de la Figura 2.17, sobre el cual se apoyará la explicación del mismo. El balance de masa puede ser unidimensional, o bidimensional, si la velocidad del flujo tiene dos componentes (siendo necesario especificar a la entrada c_{Θ} o τ). En la Figura 2.17 se introduce c_{Θ} , si el flujo es unidimensional se anularía esta variable ($c_{\Theta} = 0$), por lo que $c_m = c$. También es necesario introducir el área de paso, mediante τ se puede ajustar el área de paso a A sin τ , y utilizarla de nuevo para calcular c_m y c_{Θ} a partir de c . Una vez introducidos los datos de partida el modelo de la Figura 2.17 puede utilizarse para calcular las propiedades del flujo a la salida.

El balance funcionará con una tolerancia ε . Comienza calculando una solución subsónica estimando c_m a partir del valor de la anterior estimación de ρ . Se conoce como retraso de la densidad y produce una convergencia robusta siempre que c_m sea subsónica. Si el flujo está bloqueado, el bucle producirá una solución que cumpla:

$$\frac{\delta \rho c_m}{\delta c_m} < 0 \quad (2.101)$$

Si se da el caso el código cambia un balance de flujo bloqueado. Sin embargo la Ecuación 2.101 puede darse por un error numérico. Por lo tanto se sigue utilizando el método de retraso de la densidad poniendo como restricción adicionalmente $c_m < a$. Si $c_m = a$ dentro de la tolerancia y el flujo másico es menor que el especificado, se produce el bloqueo. El código debe ser capaz de avisar al análisis para que proceda de forma correcta.

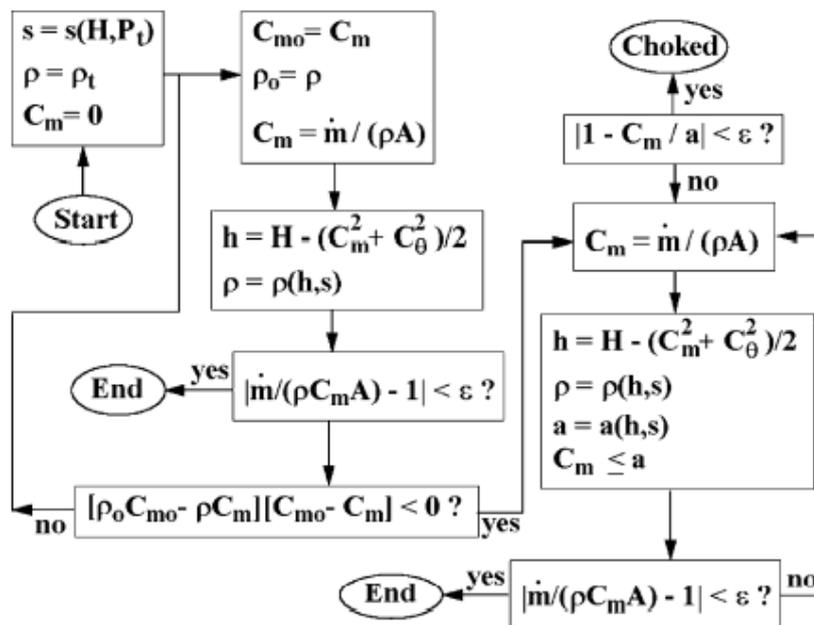


Figura 2.17 Diagrama de flujo para balance de masa [1].

3 Método de diseño de turbina centrípeta

En los capítulos anteriores se ha visto que el diseño de una turbomáquina es un problema que no está resuelto de manera directa y esto significa que no existe un método probado que encuentre el diseño óptimo para unas especificaciones. Gracias al desarrollo de los ordenadores, se han podido crear métodos iterativos (Figura 2.15) que aproximen el prediseño a la solución de mejor rendimiento, para luego ajustar el diseño de detalle con programas de mayor potencia, como son los CFD y FEM. En este capítulo se desarrollara la estrategia de prediseño de Aungier [1], que expone en su trabajo un método de prediseño completo, no sólo basado en sus propias correlaciones, sino apoyándose también en el trabajo previo de numerosos autores.

3.1 Estrategia de diseño

Durante el desarrollo de este capítulo, se utilizarán los subíndices de acuerdo con el esquema de la Figura 2.7, según el orden que marca el recorrido del fluido. Para realizar el prediseño, son necesarias unas especificaciones de funcionamiento de la turbina. El diseño ajustará los parámetros de la turbina centrípeta de forma que se ajusten a la información aportada por el usuario. Las propiedades que se deben especificar para el diseño son:

- Temperatura total a la entrada T_{01}
- Presión total a la entrada P_{01}
- Flujo másico \dot{m}
- Relación de expansión total a estática P_{01}/P_5
- Velocidad específica n_s
- Eficiencia total a estática η_s
- Relación de velocidades total a estática v_s

Sin embargo, Aungier [1] utiliza los valores de nu_s y η_s a partir de correlaciones con n_s , recomendados por la literatura de Wood [20], Linhardt [21], Rohlik [22] y Balje [23]:

$$v_s = 0.737n_s^{0.2} \quad (3.1)$$

$$\eta_s = 0.87 - 1.07(n_s - 0.55)^2 - 0.5(n_s - 0.55)^3 \quad (3.2)$$

Si bien los valores de n_s y v_s pueden ambos ser especificados por el usuario, el valor de η_s es consecuencia de la elección anterior. Mediante el análisis de la turbina del capítulo anterior, se obtendrá al final una estimación mejor del rendimiento que la calculada en la Ecuación 3.2.

Se define n_s siguiendo la bibliografía de Balje [23] como:

$$n_s = \frac{\omega \sqrt{Q_5}}{(\Delta h_{0id})^{0.75}} \quad (3.3)$$

$$Q_5 = \frac{\dot{m}}{\rho_{05}} \quad (3.4)$$

Siendo Δh_{0id} el salto isentrópico desde la entrada hasta la presión P_5 de salida del rodete, Q_5 el caudal volumétrico a la salida del rodete, y ρ_{05} la densidad de remanso en el mismo punto. Aungier [1] recomienda que el valor de la velocidad específica se encuentre entre $0.45 < n_s < 0.75$. Realmente se necesitan numerosos parámetros además de los anteriores, para la definición de la geometría de los componentes. Esta solución sería poco efectiva para un prediseño, y resulta más conveniente utilizar unos valores por defecto que resuelvan una turbina de principio a fin. Al final del prediseño se modificaría esta geometría a gusto del usuario, dado que un prediseño, se debe recordar, no trata de dar una solución detallada de la turbina centrípeta, sino una aproximada. Si los valores por defecto están bien elegidos, el prediseño se acercará más al diseño final, y ahorrará tiempo de cálculo en las fases posteriores.

3.2 Diseño del rodete

Una vez se tienen las especificaciones de diseño, se comienza por completar el prediseño del rotor. La presión a la entrada y la relación de expansión otorgan la presión a la salida del rodete P_5 . Mediante la definición de los especificaciones de entrada, se pueden obtener la velocidad periférica del rodete a la entrada y la entalpía a la salida.

$$u_4 = v_s \sqrt{2\Delta h_{id}} \quad (3.5)$$

$$h_{05} = h_{01} - \Delta h_{id} \eta_s \quad (3.6)$$

Para las condiciones a la salida del rodete, al no tener la velocidad de salida, se aproxima la densidad del flujo ρ_5 mediante los valores de P_5 y h_{05} . Al buscar la mínima velocidad a la salida del rodete, para minimizar las pérdidas expuestas en el Capítulo 2, esta estrategia será una buena aproximación del valor real. Una vez se tenga esta densidad, se resuelve la Ecuación 3.3 para obtener ω . Y mediante la velocidad angular y la periférica u_4 , se tiene el radio del rodete en 4:

$$r_4 = \frac{u_4}{\omega} \quad (3.7)$$

El porcentaje de pérdidas que ocurren antes de que el flujo entre al rodete afecta a su diseño. Aungier [1] aproxima la presión de entrada al rodete mediante:

$$P_{04} = P_{01} - \frac{\rho_{01} \Delta h_{0id} (1 - \eta_s)}{4} \quad (3.8)$$

Y, dado que en el diseño se busca el máximo rendimiento, se supone $c_{\theta 5} = 0$ buscando minimizar las pérdidas de velocidad de salida, teniendo que $h_{04} = h_{01}$, utilizando la definición de v_s y η_s se puede derivar:

$$c_{\theta 4} = \frac{u_4 \eta_s}{2v_s^2} \quad (3.9)$$

Para el ángulo de entrada al rodete, Rohlik [22] recomienda estimarlo en función de la velocidad específica. La siguiente ecuación se ajusta al gráfico proporcionado por el autor [1]:

$$\tau_4 = 10.8 + 14.2n_s^2 \quad (3.10)$$

El espesor de los álabes y el radio interior a la salida del rodete r_{h5} dependen tanto de la aerodinámica como de la resistencia mecánica. Aungier [1] utiliza los siguientes valores por defecto:

$$t_{b4} = 0.04r_4 \quad (3.11)$$

$$t_{b5} = 0.02r_4 \quad (3.12)$$

$$r_{h5} = 0.185r_4 \quad (3.13)$$

Para el radio de salida exterior r_{s5} , se busca mantener una relación razonable entre la altura de paso y la curvatura. El procedimiento siguiente ha demostrado tener un buen funcionamiento:

$$\frac{c_{m5}}{c_{m4}} = 1 + 5 \left(\frac{b_4}{r_4} \right)^2 \quad (3.14)$$

Teniendo ya las condiciones termodinámicas a la entrada, un balance de masa resolverá c_{m4} y b_4 a partir de estas, y teniendo que se asume una salida axial ($c_{\theta5}$) y que se calculó r_{h5} previamente en la Ecuación 3.13., un proceso similar resuelve b_5 y c_{m5} . La longitud axial del rodete se aproxima con los resultados anteriores [1]:

$$\Delta z_R = 1.5(r_{s5} - r_{h5}) \quad (3.15)$$

Para el número de álabes en el rodete, se utiliza la aproximación de Rohlik [22] derivada de Jamieson [24], redondeando al número entero más cercano el resultado:

$$N_R = 12 + 0.03(33 - \tau_4)^2 \quad (3.16)$$

El ángulo geométrico de entrada de los álabes ι_4 , se determina buscando minimizar la pérdida por incidencia, en un proceso similar al practicado en el Capítulo 3. En este caso, Aungier [1] utiliza una versión simplificada del factor de deslizamiento, ignorando el efecto de la relación del radio limitante, quedando:

$$\sigma = 1 - \frac{\sqrt{\text{sen}\beta_4}}{N_R^{0.7}} \quad (3.17)$$

$$K_{B4} = 1 - \frac{N_R t_{b4}}{2\pi r_4 \text{sen}\beta_4} \quad (3.18)$$

Siendo K_{B4} un factor que tiene en cuenta el bloqueo de los álabes. Aungier [1] aproxima la velocidad tangencial ideal $c_{\theta4}^*$ utilizando la misma densidad a la entrada del rodete y una vez dentro:

$$c_{\theta4}^* = \sigma \left[u_4 - \frac{c_{m4} \cot \iota_4}{K_{B4}} \right] \quad (3.19)$$

$$i_4^* = \iota_4 - 90 + \tan^{-1} \left[\frac{(u_4 - c_{\theta4}^*) K_{B4}}{c_{m4}} \right] \quad (3.20)$$

$$i_4 = \iota_4 - 90 + \tan^{-1} \left[\frac{(u_4 - c_{\theta4}) K_{B4}}{c_{m4}} \right] \quad (3.21)$$

Siendo i_4^* y i_4 el ángulo de incidencia ideal y real respectivamente. Una vez obtenidos los parámetros que definen el rodete, existen una serie de comprobaciones recomendadas por Aungier [1] basadas en la bibliografía de varios autores. Balje [23] recomienda:

$$0.2 \leq c_{m5}/u_4 \leq 0.4 \quad (3.22)$$

$$r_{s5}/r_4 \leq 0.78 \quad (3.23)$$

Rohlik [22] aconseja lo siguiente en cuanto al radio de salida del rodete:

$$r_{s5}/r_4 = 1.29n_s \quad (3.24)$$

$$r_{s5}/r_4 \leq 0.7 \quad (3.25)$$

Wood [20], para la velocidad meridional sugiere:

$$1 \leq c_{m5}/c_m \leq 1.5 \quad (3.26)$$

Por último Balje [23], Linhardt [21], y Watanabe et al. [25], realizan diferentes recomendaciones para el grado de reacción, Aungier [1] las completa recomendando el siguiente rango:

$$0.45 \leq R \leq 0.65 \quad (3.27)$$

Con todos los parámetros anteriores, se tiene información suficiente para un prediseño del rodete, de forma que pueda ser evaluado por el procedimiento del Capítulo 3. Sin embargo, Aungier [1] también ofrece un método de diseño del contorno de las paredes del rodete y sus álabes, de forma que, aunque no deba ser la solución final, asegure un buen comportamiento de la turbina mediante lo que denomina un criterio de buen diseño. Comienza por las paredes interiores del rodete, ajustándolas a la forma de un cuarto de circunferencia:

$$r = r_{s5} + (r_4 - r_{s5})\varepsilon^n \quad (3.28)$$

$$\varepsilon = \frac{z - z_5}{\Delta z_R - b_4} \quad (3.29)$$

Quedando el diseño final como se muestra en la Figura 3.1. Aungier [1] sugiere buscar en el punto medio, el área media A_m entre A_4 y A_5 , eligiendo el exponente de la Ecuación 3.28 entre 2 y 9.

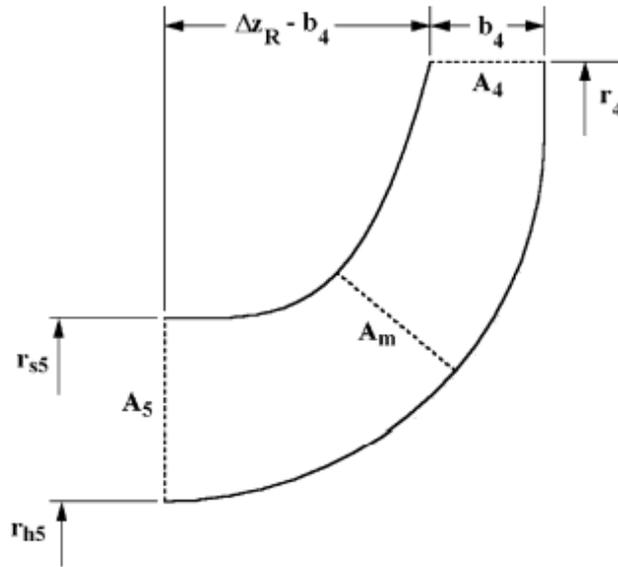


Figura 3.1 Diseño del contorno de las paredes interiores del rodete [1].

Para el diseño de los álabes ofrece dos opciones: álabes de línea de curva mediante elementos rectilíneos, o álabes radiales. La primera opción ofrece un diseño tridimensional, construido definiendo la geometría de los álabes en el contorno de las paredes, y uniendo la línea de curva de los álabes con la superficie definiendo puntos de elementos rectilíneos. Mientras que el segundo se construye con líneas radiales, y sólo permite un ángulo $\iota_4 = 90^\circ$, se utiliza para turbinas con prestaciones mecánicas muy exigentes. En nuestro código se utilizará la primera opción, mostrándose los dos casos en la Figura 3.2.

3.3 Toberas

El dimensionamiento de las toberas requiere una altura de paso constante e igual a la de entrada al rodete calculado anteriormente. Si se conoce el radio de salida de las toberas, la velocidad de salida del flujo se puede calcular mediante conservación de momento angular la velocidad angular a la salida de las toberas:

$$c_{\theta 3} = c_{\theta 4} \frac{r_4}{r_3} \quad (3.30)$$

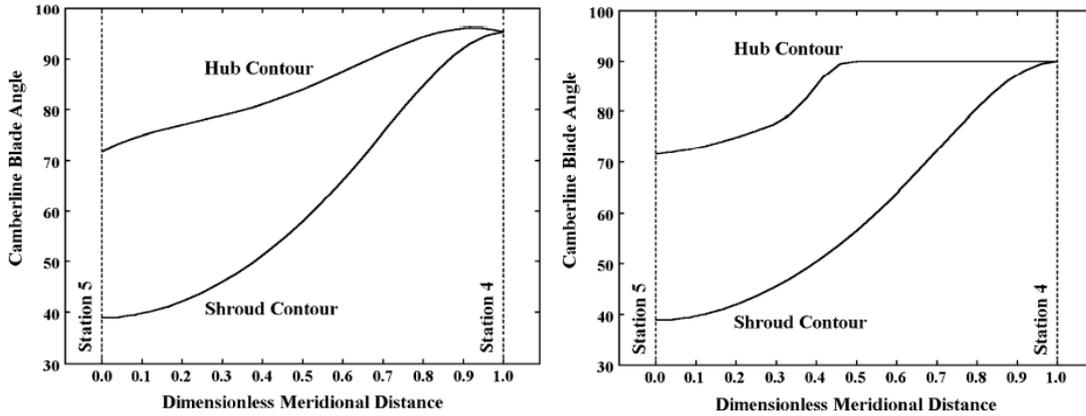


Figura 3.2 Diseño del contorno de los álabes del rodete [1], álabes de línea de curva mediante elementos rectilíneos (izquierda), y de álabes radiales (derecha).

El ángulo de salida de flujo se estima mediante la regla del seno despreciando la corrección del Capítulo 3 [1]. Utilizando un balance de masa para resolver los datos restantes del flujo a la salida.

$$\frac{o}{\zeta_3} = \sin \tau_3 \tag{3.31}$$

$$\frac{o}{\zeta_3} = \frac{\rho_3 c_{m3}}{\rho_* a_*} \tag{3.32}$$

Siendo o el ancho de paso mínimo y ζ_3 el paso de las toberas. Se utiliza la Ecuación 3.31 para soluciones subsónicas y la Ecuación 3.32 en caso de que el flujo sea supersónico a la salida, siendo las propiedades ρ_* y a_* aquellas referidas al flujo supersónico. Para diseñar las toberas, es preferible definir primero su geometría. En este caso, se utiliza una línea de curva de arco parabólico, siguiendo la ecuación de Aungier [26]:

$$x^2 + \frac{l_c - 2a}{b}xy + \frac{(l_c - 2a)^2}{4b^2}y^2 - l_c x - \frac{l_c^2 - 4al_c}{4b}y = 0 \tag{3.33}$$

Siendo l_c la longitud de cuerda, b la altura máxima, y a su posición. Se muestra un esquema en la Figura 3.3. Los ángulos de entrada y salida de la tobera χ se obtienen derivando la Ecuación 3.33:

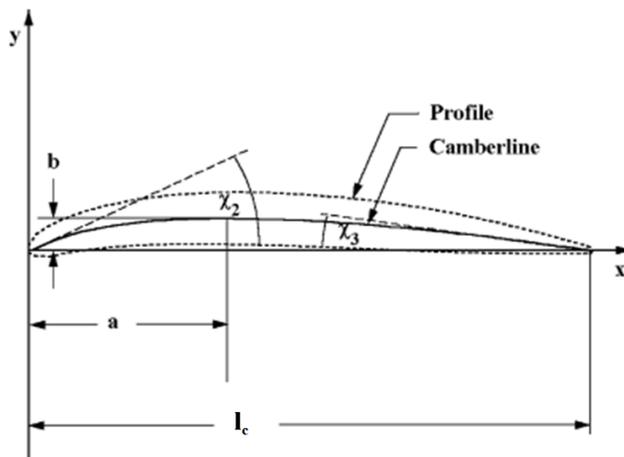


Figura 3.3 Línea de curvatura de tobera [1].

$$\tan \chi_2 = \frac{4b}{4a - l_c} \tag{3.34}$$

$$\tan\chi_3 = \frac{4b}{3l_c - 4a} \quad (3.35)$$

El ángulo de curvatura se define como [1]:

$$\Theta = \chi_2 + \chi_3 \quad (3.36)$$

Para la distribución de espesores, se utiliza una modificación de Aungier [11], de forma que:

$$t = t_{ref} + (t_{max} - t_{ref})\varepsilon^e \quad (3.37)$$

$$t_{ref} = t_2 + (t_3 - t_2)\frac{x}{d} \quad (3.38)$$

$$\varepsilon = \frac{x}{d}; x \leq d \quad (3.39)$$

$$\varepsilon = \frac{l_c - x}{l_c - d}; x > d \quad (3.40)$$

$$e = \sqrt{\frac{0.4d}{l_c}} \left[0.95 \left(1 - \frac{x}{l_c} (1 - \varepsilon) \right) + 0.05 \right] \quad (3.41)$$

Mostrándose un esquema de la distribución de espesores en la Figura 3.4.

Quedaría por determinar la longitud de cuerda y el ángulo de ajuste entre la cuerda y la dirección tangencial γ_3 , definido en la Figura 3.5. Para calcular γ_3 , se debe suponer un valor inicial y con este se tiene el ancho de garganta (o) con las Ecuaciones 3.31 o 3.32. Es necesario un proceso iterativo para converger en el valor de o requerido. Un procedimiento mejorado de estimación de γ_3 a partir de la iteración anterior es:

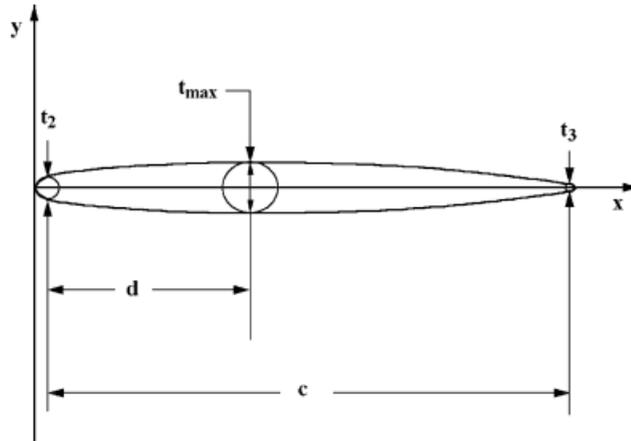


Figura 3.4 Distribución de espesores tobera [1].

$$\sin\gamma_3 \rightarrow \sin\gamma_3 \left(\frac{o}{o_c} \right) \quad (3.42)$$

Siendo o_c el ancho de garganta obtenido en la iteración anterior. Aungier [1] limita el valor de γ_3 para un buen diseño:

$$\gamma_3 \geq 5 \quad (3.43)$$

$$1.1 \leq \frac{r_2}{r_3} \leq 1.7 \quad (3.44)$$

El ángulo de entrada γ_2 por se obtiene:

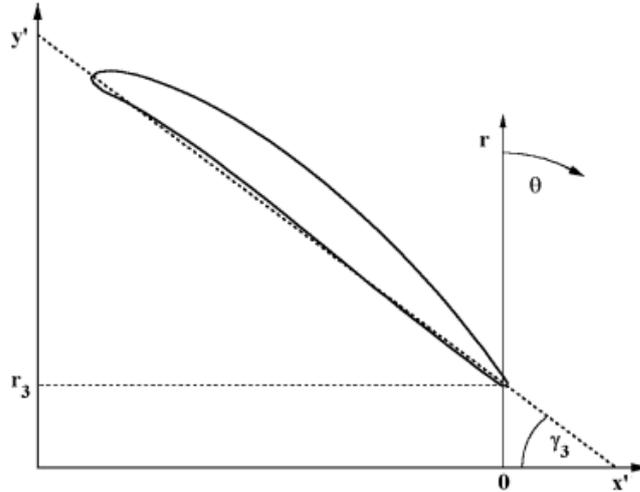


Figura 3.5 Ángulo de ajuste tobera [1].

$$r_2 \cos \gamma_2 = r_3 \cos \gamma_3 \quad (3.45)$$

$$l_2 = \gamma_2 - \chi_2 \quad (3.46)$$

Aungier [1] también ofrece una serie de valores por defecto que acaban por definir la cuerda y los demás parámetros. Utiliza un valor de $\zeta_3/l_c = 0.75$, que, al tener ζ_3 , otorga el valor de la longitud de cuerda. Otros valores utilizados, todos en función de la cuerda c , son: $\Theta = 0$, $a/l_c = 0.5$, $t_2/l_c = 0.025$, $t_3/l_c = 0.012$, $t_{max}/l_c = 0.06$ y $d/l_c = 0.4$.

Por último es necesario realizar una evaluación del diseño para obtener el número de toberas, en este caso Aungier [1] escoge este valor en función de los efectos de carga sobre estas, eligiendo el número mínimo de toberas que satisfaga:

$$\frac{4\zeta_3 \sin(l_2 - \tau_3)}{l_c \sin l_2 \left[1 + r_3 \frac{\sin \tau_3}{r_2 \sin \tau_2} \right]} \leq 1 \quad (3.47)$$

3.4 Voluta

El principal objetivo del prediseño de la voluta es obtener el tamaño exterior de la turbina (radial y axial), aunque se tendrá que sumar la longitud axial del difusor si éste se utiliza. Su área de entrada y dimensiones se obtienen de la conservación de masa y momento angular [1]:

$$\rho_1 c_1 A_1 = \dot{m} \quad (3.48)$$

$$r_1 c_{\theta 1} = r_2 c_{\theta 2} \quad (3.49)$$

Dado que las condiciones de salida de la voluta son las de entrada a las toberas, siendo las condiciones 1 y 2 las de entrada y salida a la voluta respectivamente. El diseño depende del tipo de voluta elegido. El autor recomienda una voluta externamente elíptica, como se muestra en la Figura 3.6.

Su área externa se calcula mediante:

$$A_1 = \left(\frac{3}{4} \pi + 1 \right) AB \quad (3.50)$$

$$r_1 = r_2 + B \quad (3.51)$$

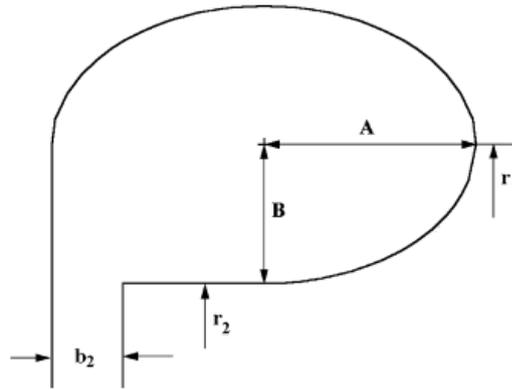


Figura 3.6 Voluta de exterior elíptico [1].

Siendo A y B los parámetros geométricos definidos en la Figura 3.6. Para resolver la voluta es necesario especificar la relación de aspecto $AR = A/B$, se puede resolver el sistema, y la ecuación 3.51 ofrece una estimación de r_1 . Se debe iterar hasta obtener un valor adecuado. Dado que se conocen las propiedades termodinámicas a la entrada, A_1 se puede obtener mediante un balance de masa. Aungier [1] recomienda una relación de aspecto $0.75 \leq AR \leq 1.25$.

3.5 Difusor

El prediseño del difusor se puede abordar como una mejora del rendimiento de la turbina. Definir los parámetros a la salida del difusor sería complicar los cálculos, y si se sigue el método descrito en el Capítulo 3 se obtienen los datos de salida. Aungier [1] define al difusor con su divergencia Θ_c :

$$2\Theta_c = 2 \tan^{-1} \left[b_5 \frac{\left(\frac{A_6}{A_5} - 1 \right)}{2L_{5-6}} \right] \quad (3.52)$$

Como se vio en el Capítulo 3, el coeficiente de recuperación de presión se deteriora cuando $2\Theta_c > 11^\circ$, luego un valor de $2\Theta_c = 11^\circ$ se utiliza como aproximación inicial razonable. El difusor podrá ser completamente diseñado mediante la razón: A_6/A_5 ó L_{5-6}/b_5 .

3.6 Análisis y optimización del código

Los Capítulos 2 y 3 desarrollan el método de cálculo, pero no hablan sobre la eficiencia del código. Todo código debe tener en cuenta dos cosas: su eficiencia y su robustez. Esto es, reducir el tiempo de cálculo y funcionar correctamente en el mayor rango de situaciones posibles. A este trabajo se le entregó un código previo ya programado mediante el procedimiento de Aungier [1], que si bien era robusto, tenía una duración media de cálculo de 45 minutos con más de 2500 líneas de código.

Para proceder a la optimización del código, en lugar de comenzar analizando cada bucle, se seguirá el procedimiento de Gavagnin [27] para la optimización de un código de MATLAB®, ya que, como se ha desarrollado durante este trabajo, el método de Aungier [1] para el prediseño de una turbina centrípeta contiene numerosos bucles y convergencias, desde el cálculo de la propia geometría de diseño a un simple balance de masa.

Usando la herramienta *Profiler* se obtienen los datos de la Tabla 3.1, donde se muestra el número de veces que las 5 funciones que más tiempo consumen han sido llamadas, el tiempo total de cálculo de cada función, y su tiempo de cálculo propio. El tiempo total de cálculo es el tiempo que el programa tarda desde que entra en la función hasta que sale, mientras que su tiempo de cálculo propio es la diferencia entre el tiempo total de cálculo y los tiempos totales de cálculo de todas las subfunciones que haya dentro de esa función.

Una vez realizada la Tabla 3.1, se centrará la atención en aquellas funciones que consuman más tiempo. Para realizar la optimización se eligen como condiciones de funcionamiento de la turbina: $T_{entrada} = 900C$, $\dot{m} = 0.12kg/s$, y $RE = 3.5$.

Tabla 3.1 Tiempo de computación del prediseño de turbina centrípeta previo a la optimización.

Nombre de la función	Llamadas (n°)	Tiempo total (s)	Tiempo propio (s)
Diseño de la turbina	1	2698.76	12.43
Análisis de la turbina	264	2567.18	1.74
CoolProp	6222561	2406.85	2406.85
Balance de Masa	110148	2220.84	27.80
Análisis del rodete	2754	1259.73	5.132

La función *CoolProp* representa el cálculo de propiedades termodinámicas, consumiendo un 89.2% del tiempo de cálculo de la turbina centrípeta, siendo *CoolProp* una subfunción distribuida por todo el código. Si bien el mayor tiempo de computación se dedica a esta función, no es objeto de este trabajo optimizar el proceso de cálculo de estas propiedades, centrándose en reducir el número de veces que se llama a esta función.

Se tratará primero de reducir el exceso de llamadas al análisis de la turbina, función a la que se llama 264 veces. El exceso de llamadas al análisis se debe a un procedimiento poco eficaz de corrección del diseño a partir de los errores devueltos por el análisis, como se muestra en la Figura 2.15. Si la corrección en el diseño es vaga o excesiva, el programa deberá analizar numerosas turbinas antes de dar con una que satisfaga los requerimientos dentro de la tolerancia.

Al analizar el código se observa un sobre-amortiguamiento en las aproximaciones sucesivas del diseño de la turbina. El amortiguamiento es una medida tomada por los programadores para dar robustez al código, si éste está bien calculado, acelerará el proceso de convergencia, mientras que si se aumenta demasiado, o por contrario es demasiado pequeño, puede resultar en un aumento brusco de las iteraciones necesarias para la resolución. A su vez, el código posee una estructura escalonada de actualización del diseño: en lugar de calcular un error global, dependiente de las tres especificaciones sobre las que converge (\dot{m} , η y RE) y optimizar sobre éste, se optimiza sobre los errores sucesivamente, un procedimiento que ralentiza sin motivo el diseño.

El primer paso que se tomará para la optimización será cambiar el modo de convergencia a un único bucle, manteniendo la tolerancia antes impuesta. De un código que actualizaba en dos variables distintas de forma

escalonada, se pasará a un único bucle, como se muestra en la Figura 3.7. Este cambio permite ahora analizar la respuesta que cada variable tiene en el código, y amortiguar cada una de ellas correctamente.

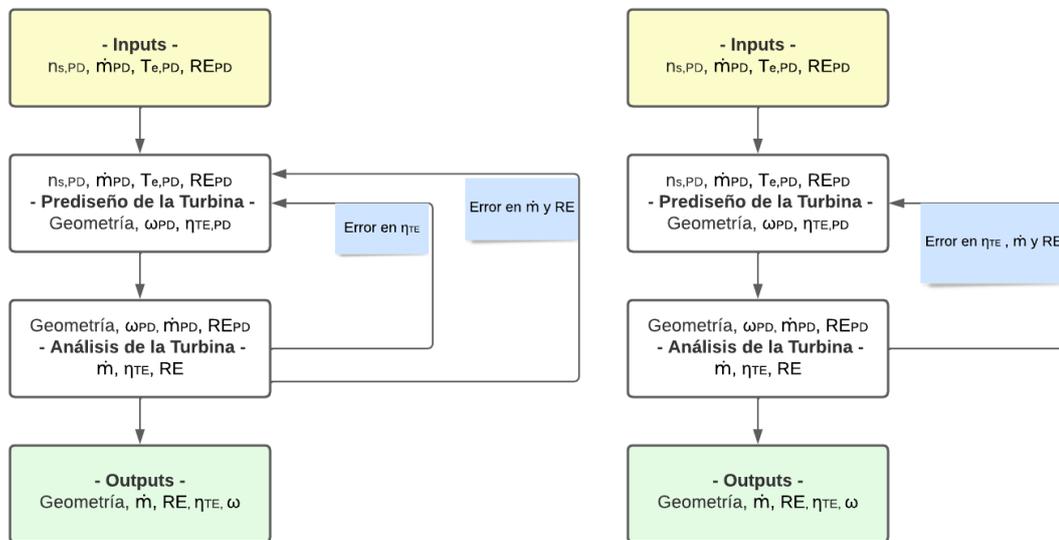


Figura 3.7 Diagrama de flujo del diseño del código escalonado (izquierda), y del código optimizado (derecha).

Tras el cambiar la convergencia a un único bucle, se procederá a analizar el amortiguamiento. Para ello, se utilizará la Ecuación 3.53, donde la variable a' es el nuevo valor de la variable a , k_a el error devuelto por el análisis ($\frac{\text{resultado}}{\text{objetivo}} - 1$), y g_a el amortiguamiento. Se observa que si $g_a = \infty$, $a' = a$, y siempre se acabaría evaluando el mismo diseño. Por otro lado si $g_a = 1$ no se amortigua el resultado, lo que puede penalizar la robustez del código.

$$a' = a / (1 + k_a / g_a) \quad (3.53)$$

Se llega a la conclusión de que para aumentar la robustez del código éste está sobreamortiguado al tener g_a un valor mayor del necesario, acercándose a' lentamente a la solución. En este trabajo, se ha realizado un estudio de diferentes amortiguamientos posibles, analizando los errores (k_a) de las diferentes variables de optimización en los primeros 5 bucles. Con posterioridad, se ha seleccionado aquel resultado que reduce más rápidamente los errores, sin perder esa robustez que se buscaba al aumentar g_a . En este procedimiento se ha impuesto que los errores sucesivos k_a sean siempre menores que el anterior, esto es, $k_{a5} \leq k_{a4} \leq k_{a3} \leq k_{a2} \leq k_{a1}$, asegurando así la robustez del código.

Se comenzará por analizar diferentes amortiguamientos constantes. Se muestran los resultados en las siguientes Tablas 3.2 a 3.7.

Tabla 3.2 Evolución de errores relativos sin amortiguamiento.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	Flujo másico	6.64	9.10	0.89	0.16	0.01
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.01
1	Eficiencia	8.57	1.11	0.21	0.01	0.01

Tabla 3.3 Evolución de errores relativos con ligero amortiguamiento en flujo másico.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
2	Flujo másico	6.64	5.31	3.62	1.83	0.93
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.00
1	Eficiencia	8.57	1.17	0.09	0.04	0.02

Tabla 3.4 Evolución de errores relativos con ligero amortiguamiento en relación de expansión.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	Flujo másico	6.64	8.13	0.79	0.57	0.26
2	Relación de expansión	14.12	8.16	4.5	2.48	1.35
1	Eficiencia	8.57	0.49	0.42	0.18	0.11

Tabla 3.5 Evolución de errores relativos con ligero amortiguamiento en eficiencia.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	Flujo másico	6.64	5.48	2.18	1.17	0.57
1	Relación de expansión	14.12	1.24	0.04	0.00	0.01
2	Eficiencia	8.57	5.69	3.09	1.51	0.73

Tabla 3.6 Evolución de errores relativos con gran amortiguamiento en flujo másico.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
10	Flujo másico	6.64	2.47	3.31	3.00	2.70
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.00
1	Eficiencia	8.57	1.22	0.04	0.01	0.01

Tabla 3.7 Evolución de errores relativos con gran amortiguamiento en eficiencia.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	Flujo másico	6.64	2.94	0.72	0.56	0.55
1	Relación de expansión	14.12	1.39	0.09	0.08	0.12
10	Eficiencia	8.57	8.86	8.26	7.52	6.90

El análisis de los diferentes casos muestra que para lograr el objetivo se debe centrar en amortiguar el gasto másico, dado que este tiende a aumentar el error en las primeras iteraciones, y las demás variables tienen una evolución válida sin amortiguamiento. El objetivo es evitar el aumento del error en el gasto másico en las primeras iteraciones, sin ralentizar en exceso el cálculo del prediseño. En este caso se va a seguir analizando la evolución de los parámetros anteriores si se amortiguase el flujo másico a partir del error en la relación de expansión (Tablas 3.8 a 3.13), dado que este error muestra una evolución predecible en todas las pruebas anteriores, siendo mucho mayor en la primera iteración que en las siguientes. Utilizar este error permitiría tener un g_m elevado en las primeras iteraciones evitando el aumento del error, y pequeño en las últimas reduciendo el tiempo de cálculo. Se define k_{re} como el error en la relación de expansión.

Tabla 3.8 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con gran dependencia en relación de expansión.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 100 * k_{re}$	Flujo másico	6.64	2.23	2.26	0.22	0.03
1	Relación de expansión	14.12	1.16	0.09	0.01	0.00
1	Eficiencia	8.57	1.23	0.05	0.04	0.00

Tabla 3.9 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con media dependencia en relación de expansión.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 75 * k_{re}$	Flujo másico	6.64	2.37	2.16	0.17	0.03
1	Relación de expansión	14.12	1.16	0.09	0.01	0.00
1	Eficiencia	8.57	1.23	0.06	0.04	0.00

Tabla 3.10 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con dependencia en relación de expansión.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 50 * k_{re}$	Flujo másico	6.64	2.63	2.02	0.13	0.03
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.01
1	Eficiencia	8.57	1.22	0.07	0.04	0.01

Tabla 3.11 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con baja dependencia en relación de expansión.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 25 * k_{re}$	Flujo másico	6.64	3.31	1.77	0.09	0.03
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.01
1	Eficiencia	8.57	1.21	0.08	0.04	0.01

Tabla 3.12 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con dependencia en relación de expansión al cuadrado.

Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 100 * k_{re}^2$	Flujo másico	6.64	4.11	1.06	0.08	0.02
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.01
1	Eficiencia	8.57	1.20	0.11	0.02	0.01

Tabla 3.13 Evolución de errores relativos con amortiguamiento en flujo másico con gran dependencia en relación de expansión al cuadrado.

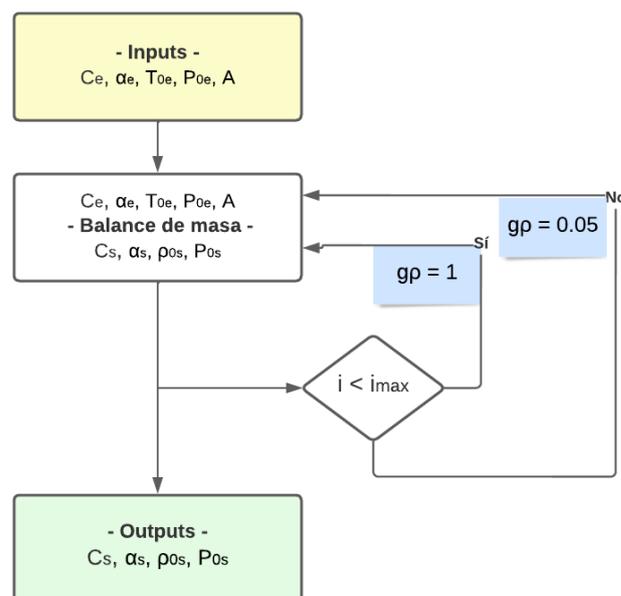
Amortiguamiento	Variable	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$1 + 200 * k_{re}^2$	Flujo másico	6.64	3.17	1.11	0.07	0.02
1	Relación de expansión	14.12	1.17	0.09	0.01	0.01
1	Eficiencia	8.57	1.21	0.09	0.02	0.01

Una vez analizados los casos anteriores, se escoge $1 + 100 * k_{re}^2$, que, como se comentó anteriormente, tiene un amortiguamiento mayor en la primera iteración y menor en las siguientes, resultando en la disminución continua de todos los errores. Además de optimizar por el método de actualización de parámetros se realiza una limpieza del código, eliminando líneas inservibles o repetidas, errores que consumían tiempo de computación. Gracias a esta optimización se ha reducido el número de veces que se llama al análisis de 264 a 6.

Una vez realizada la optimización en el diseño, el siguiente paso es el análisis de la turbina, centrando la atención en el balance de masa que ocupa el 87.5% del tiempo total del análisis, como se observa en la Tabla 3.1.

Si bien el tiempo propio del balance de masa es bajo, éste sólo utiliza CoolProp como subfunción interna, por lo que optimizar este subprograma de forma que requiera menos iteraciones resultará en una reducción importante del tiempo de cálculo del análisis.

Se realiza un método similar al anterior para optimizar el amortiguamiento. Sin embargo, ésta es una función muy sensible, al estar muy relacionada con cálculos de propiedades termodinámicas. Según se variaba el modo de convergencia, se reducía la robustez del código, dando lugar a diferentes llamadas de errores. Por otro lado, se notó que existían dos tipos de convergencia en el balance de masa: aquellas que necesitaban menos de 10 iteraciones para converger, y aquellas que necesitaban más de 100. Esta diferencia en el número de iteraciones se debe a la versatilidad que tiene esta función, utilizándose en numerosas partes del análisis. Se decidió eliminar el amortiguamiento en las primeras iteraciones, y aumentarlo bruscamente cuando estas llegaron a un valor límite (Figura 3.8):

**Figura 3.8** Diagrama de flujo del balance de masa optimizado.

Siendo i el número de iteraciones, i_{max} el número máximo de iteraciones antes de realizar el cambio, y g_p el amortiguamiento en la densidad, siendo ésta la variable de convergencia del balance de masa. Este método permite la resolución rápida de casos sencillos y eliminar problemas de subamortiguamiento para casos más complicados de computar. Una vez optimizado el código, volvemos a generar la Tabla 3.1 con los valores optimizados. Los resultados se muestran en la Tabla 3.14.

Tabla 3.14 Tiempo de computación del prediseño de turbina centrípeta optimizado.

Nombre de la función	Llamadas (n°)	Tiempo total (s)	Tiempo propio (s)
Diseño de la turbina	1	37.55	0.78
Análisis de la turbina	6	34.64	0.14
CoolProp	88718	32.69	32.69
Balance de masa	2481	26.70	0.37
Análisis del rodete	65	15.00	0.20

Se observa como ahora el balance de masa ocupa un menor porcentaje del análisis, el 77 %, frente al 87.5 % anterior. La reducción más importante es el número de llamadas a la función análisis, que se ha reducido significativamente, de 264 a 6, obteniéndose en total una reducción del 98.6 % en el tiempo de cálculo.

Una vez optimizado, se debe estudiar el rango de funcionamiento del programa. Puede suceder que funcione correctamente dentro de un rango pequeño, y al salir, no llegue a la solución correctamente, teniendo problemas de convergencia. Para esto, se estudiará en un rango de condiciones de funcionamiento amplio, y se analizará el tiempo que tarda el programa en cada situación. El resultado, en segundos, se muestra en la Tabla 3.15.

Se observa que el parámetro que más influye en el tiempo de cálculo es la relación de expansión. Si se aumenta ésta demasiado, el programa tiende a ser mucho más lento, e incluso da errores a bajas temperaturas y grandes caudales. Si se aumenta la temperatura de entrada de la turbina, aumenta ligeramente el tiempo de cálculo, aunque estabiliza las soluciones a grandes relaciones de expansión. Se observa que el flujo másico no tiene un efecto importante.

Tabla 3.15 Sensibilidad a la temperatura de entrada a la turbina, relación de expansión y gasto másico en el tiempo de resolución de una turbina centrípeta.

Temperatura (°C)	Relación de expansión (-)	Tiempo de simulación (s)			
		0.05 kg/s	0.1 kg/s	0.15 kg/s	0.2 kg/s
700	2	23,56	20,46	21,44	24,33
700	3	25,67	25,72	26,14	25,79
700	4	67,85	67,73	98,17 ^a	120,83 ^a
800	2	22,65	24,12	21,93	20,91
800	3	24,79	25,65	25,02	24,82
800	4	67,91	83,82	69,58	95,3 ^a
900	2	22,71	23,48	25,39	24,64
900	3	19,1	24,94	29,02	24,47
900	4	71,53	66,95	72,03	61,2
1000	2	23,95	22,57	24,03	24,1
1000	3	17,6	29,1	23,12	24,95
1000	4	80,41	78,4	73,8	78,4
1100	2	26,41	24,58	25,16	24,85
1100	3	23,02	20,21	23,03	23,87
1100	4	124,46	65,23	72,32	69,71

^a Se producen errores durante el cálculo del diseño.

4 Comportamiento fuera de diseño

El método de prediseño busca la geometría más eficiente de una turbina centrípeta para unas condiciones de funcionamiento dadas, como se ha visto en el capítulo anterior. Sin embargo rara vez se dan esas condiciones con exactitud en la realidad, funcionando la mayoría de veces a carga parcial. Es necesario estudiar que ocurre cuando estas varían, es decir, cómo se comporta una turbomáquina fuera de las condiciones llamadas de diseño.

Para el estudio de funcionamiento de una turbomáquina se utilizan las llamadas curvas características. En el funcionamiento de una turbomáquina intervienen numerosas variables, utilizando como variables dependientes Δh_0 , (Salto de entalpía isentrópico), η_{TE} (Rendimiento total a estático), y P (Potencia suministrada). Como variables independientes se tienen [4]:

- *Variables de control:* \dot{m} (Gasto másico) y N (Velocidad de giro).
- *Variables geométricas:* D (Diámetro característico).
- *Propiedades del fluido:* ρ_0 (Densidad de remanso), a_0 (Velocidad del sonido de remanso), μ (Viscosidad dinámica), y γ (Relación entre calores específicos).

$$\Delta h_o, \eta_{TE}, P = f(\dot{m}, N, D, \rho_0, a_0, \mu, \gamma) \quad (4.1)$$

La representación de estas curvas en una gráfica sería excesivamente tediosa y confusa, por lo que se pasan a utilizar un número menor de variables adimensionales. Si se utiliza el teorema de π de Vaschy-Buckingham, se reducen las variables independientes de la Ecuación 4.1:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}}, \eta, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{\sqrt{\gamma}D\rho_{01}}, Re, \frac{ND}{\sqrt{\gamma RT_{01}}}, \gamma\right) \quad (4.2)$$

Siendo $\frac{p_{02}}{p_{01}}$ el salto isentrópico adimensional, y $\frac{\Delta T_0}{T_{01}}$, la potencia adimensional. Siguiendo el desarrollo de Sánchez et al. [4], suponiendo una turbomáquina de un tamaño dado, con un gas de unas características dadas, y un $Re \gg 1$, se puede volver a simplificar la Expresión 4.2, suprimiendo D y γ que dejan de ser variables para pasar a ser especificaciones, y Re al dejar de tener un efecto significativo en las curvas.

$$\frac{p_{02}}{p_{01}}, \eta, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right) \quad (4.3)$$

Siendo estas las variables adimensionales a representar en las curvas características de la turbina centrípeta. Se le suele llamar en la literatura a la primera variable independiente gasto adimensional, y a la segunda velocidad de giro adimensional [2].

4.1 Curvas características

Una vez descritas las variables a representar en las curvas características de una turbina radial, se procede a calcularlas utilizando el código programado en los Capítulos anteriores. Se representa por tanto la relación de

expansión $p5/p1$ frente al gasto másico adimensional $\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}$ para diferentes velocidades $\frac{N}{\sqrt{T_{01}}}$, y el rendimiento total a estático η_{TE} frente a la relación de expansión.

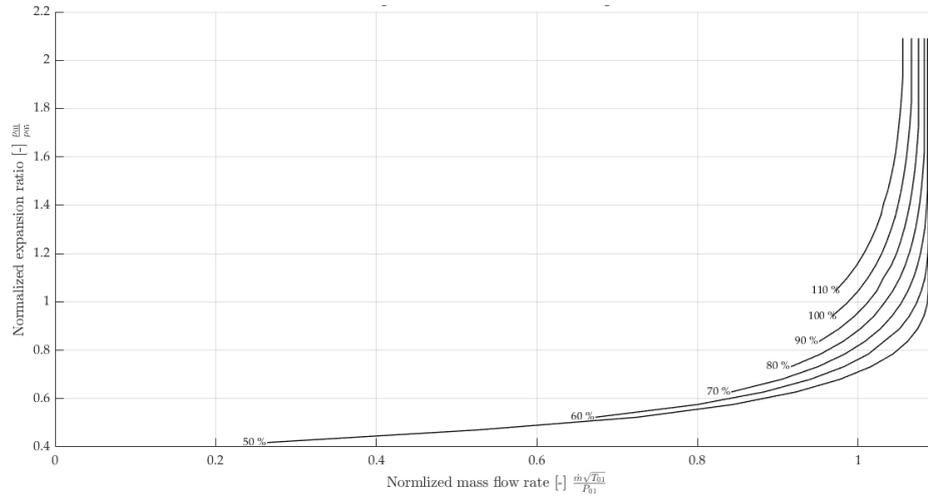


Figura 4.1 Curva característica de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$ para diferentes velocidades de giro adimensional corregidas.

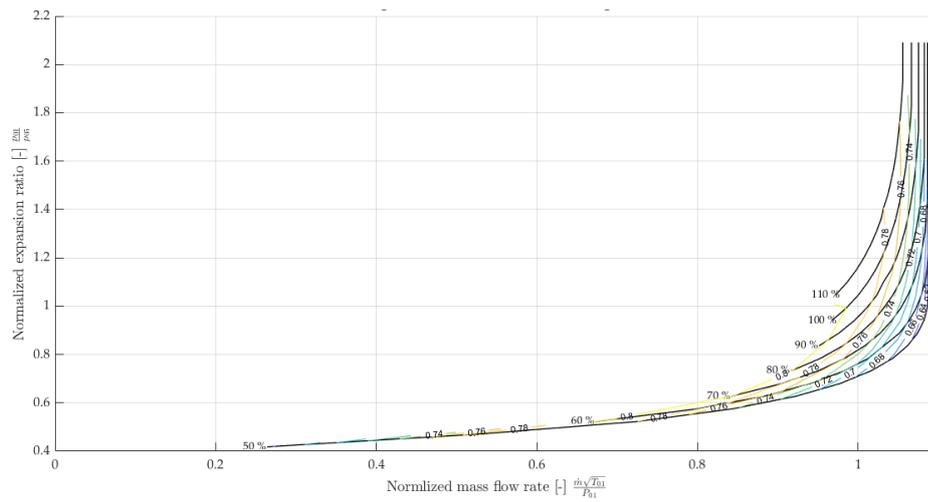


Figura 4.2 Curva característica de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$ para diferentes velocidades de giro adimensional corregidas con islas de isorendimiento total a estático.

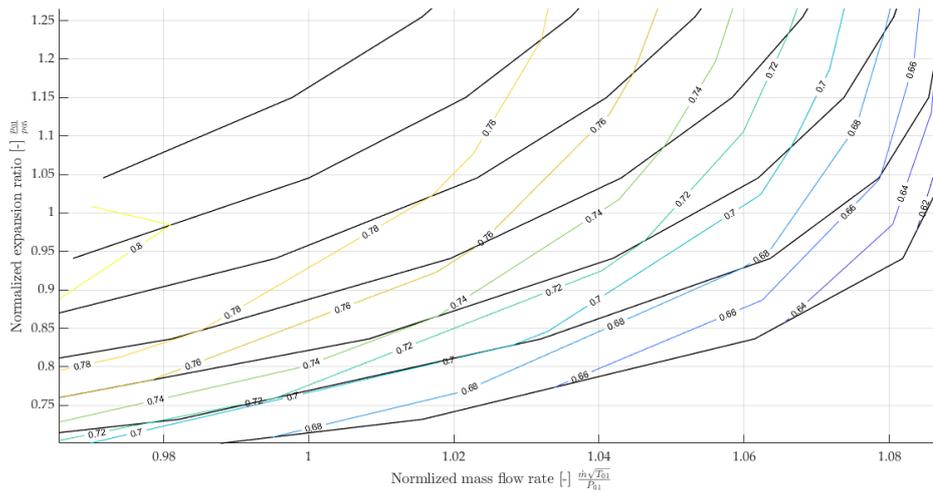


Figura 4.3 Curva característica de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$ para diferentes velocidades de giro adimensional corregidas con islas de isorendimiento total a estático con zoom.

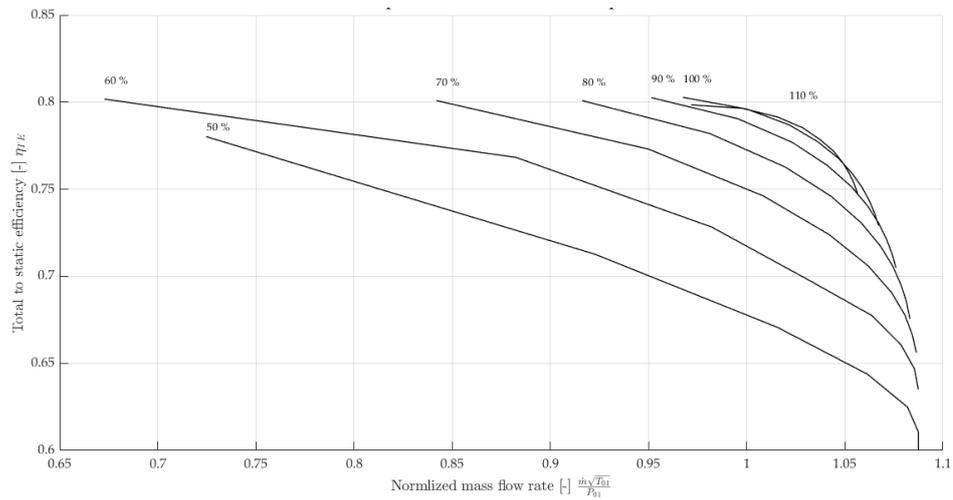


Figura 4.4 Rendimiento total a estático frente a gasto másico adimensional corregido para una turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$.

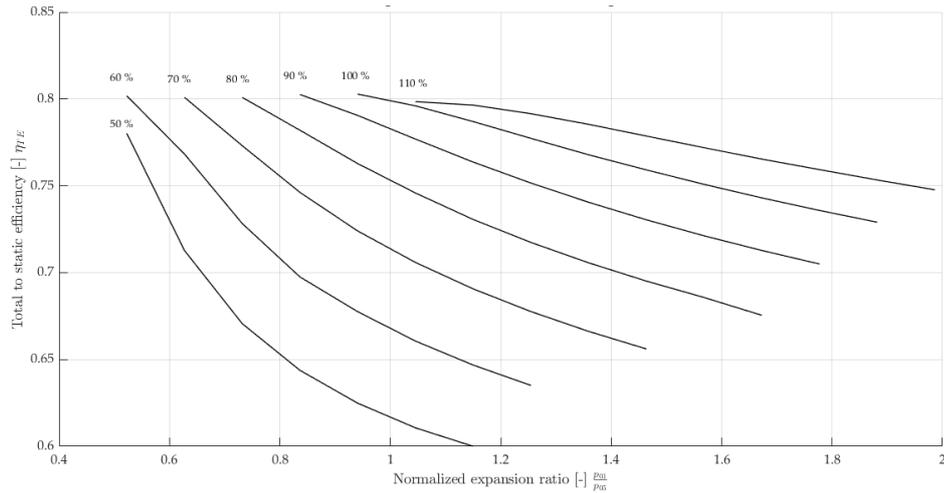


Figura 4.5 Rendimiento total a estático frente a relación de expansión corregida para una turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$.

En las condiciones de diseño, la velocidad de giro adimensional es $\frac{N}{T\sqrt{T_{01}}} = 338$. Las turbinas centrípetas generan curvas similares a la de las toberas, con la diferencia de que el bloqueo depende de la velocidad de giro del rodete como se aprecia en la Figura 4.1. A medida que se aumenta la relación de expansión también lo hace el gasto másico, hasta que se alcanza el bloqueo del flujo y se obtiene la asíntota vertical característica de una turbina bloqueada. El bloqueo puede ocurrir tanto a la salida del rodete como en la garganta de las toberas. Si ocurre en el rodete, se obtiene un mapa similar al de la Figura 4.1 con diferentes líneas de bloqueo para cada velocidad de giro, y si el flujo bloquea en las toberas todas las rectas anteriores coincidirían en un mismo gasto, como ocurre para velocidades de giro bajas.

Se aprecia que si aumenta el régimen de giro de la turbina, el bloqueo sucede a una mayor relación de expansión y a un menor gasto másico. Al aumentar la velocidad de giro el fluido sufre una mayor expansión, reduciéndose su densidad y, por tanto, bloqueándose para un menor gasto, desplazando la curva hacia la izquierda. Además, el aumento de la expansión del fluido permite a la turbina trabajar con mayores relaciones de expansión, desplazando la curva hacia arriba.

La Figura 4.1 muestra los puntos de equilibrio de la turbina para una relación de expansión y un gasto adimensional específicos. Atendiendo a la eficiencia que tiene la turbina en cada uno de esos puntos, se muestra en la Figura 4.2 las islas de isorendimiento total a estático, en la Figura 4.4 el rendimiento total a estático frente al gasto adimensional corregido, y en la Figura 4.5 el rendimiento total a estático frente a la relación de expansión corregida.

Se observa como el rendimiento máximo (0.801) ocurre para los menores gastos (Figura 4.4) y para menores relaciones de expansión (Figura 4.5). Según aumenta el gasto másico, el rendimiento empeora al aumentar las pérdidas por perfil Y_p , y alejarse la turbina de las condiciones de diseño. El rendimiento cae bruscamente al acercarse al punto de bloqueo. Dado que la relación de expansión está relacionada con el gasto, ocurre un proceso similar, empeorando el rendimiento cuando aumenta la relación de expansión. Para menores valores de régimen de giro ($\frac{N}{\sqrt{T_{01}}}$), el rendimiento máximo se produce a menores valores de gasto másico y relación de expansión, luego si se puede variar la velocidad angular del eje, la turbina sería capaz de moverse por líneas de isorendimiento mostradas con zoom en la Figura 4.9 para cualquier condición de funcionamiento. Podría entonces la turbina trabajar siempre con rendimientos altos. Se muestran ahora las Figuras anteriores para otras condiciones de diseño: menor gasto ($\dot{m} = 0.05$) y mayor relación de expansión ($RE = 4$).

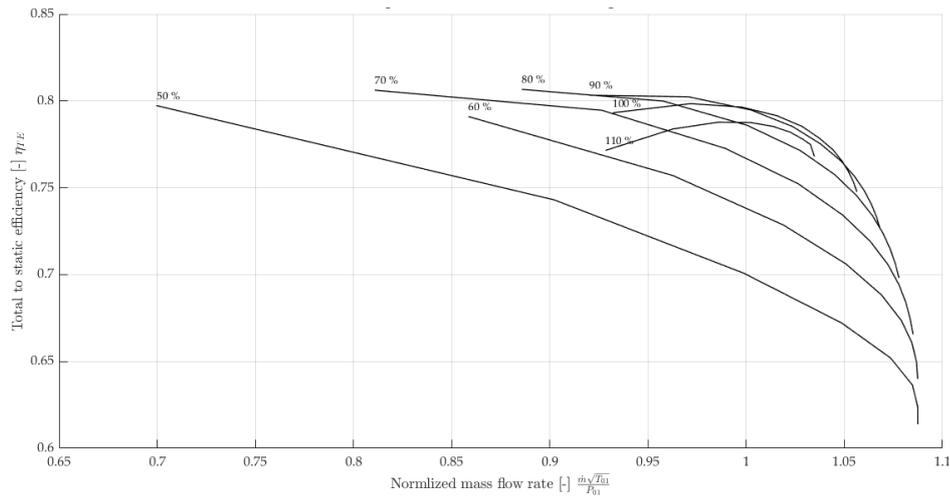


Figura 4.8 Rendimiento total a estático frente a gasto másico adimensional corregido para una turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$, $RE=4$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$.

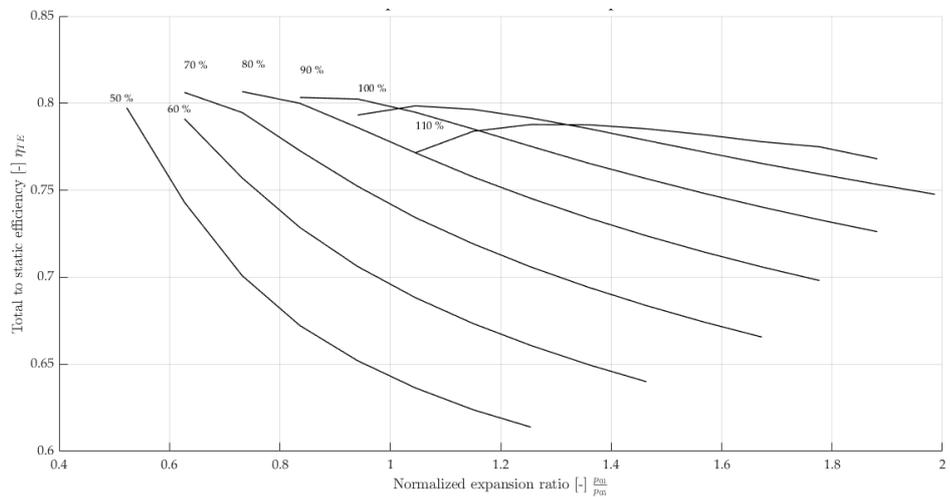


Figura 4.9 Rendimiento total a estático frente a relación de expansión corregida para una turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$, $RE=4$, $T_{01} = 800 \text{ °C}$.

Se observa como para menores gastos y mayores relaciones de expansión, el mapa de funcionamiento de la turbina centrípeta corregido no sufre cambios significativos, abriéndose ligeramente las líneas de bloqueo. El cambio más importante lo tiene el rendimiento, cayendo a velocidades de giro menores. Si se comparan las Figuras 4.9 y 4.4, o 4.9 con 4.5, el rendimiento para la velocidad de giro nominal en las nuevas condiciones cae para menores gastos y menores relaciones de expansión, mientras que no se ve este efecto en las primeras curvas. Se tiene un rendimiento más sensible a aumentos del régimen de giro.

La variación de la velocidad de giro del eje de puede no ser posible al estar la turbina funcionando en conjunto con un turbocompresor u otra disposición que no permita la variación libre del régimen de giro. Es por tanto que se pasa a estudiar una turbina de geometría variable, que modifique su curva de funcionamiento sin necesidad de variar la velocidad de giro del eje.

4.2 Turbina centrípeta de geometría variable

Una turbina centrípeta de geometría variable consiste en una turbina capaz de variar el ángulo de ajuste de las toberas γ_3 , mostrado en la Figura 3.5. Estos álabes se denominan álabes guía, y se muestra su funcionamiento

en la Figura 4.10.

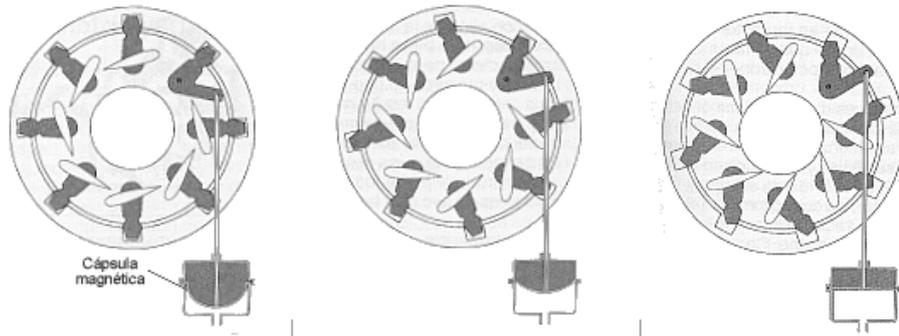


Figura 4.10 Funcionamiento de álabes guía en turbina centrípeta de geometría variable [28].

Los álabes guía varían el área de paso por las toberas, adaptando el gasto para una misma relación de expansión. Si éstos se cierran, la turbina tendrá un menor gasto másico para la misma relación de expansión, regulando el punto de funcionamiento de la turbina sin necesidad de variar la velocidad de giro.

Además de adaptar la turbina a nuevas condiciones, los álabes guía ayudan a reducir las pérdidas por incidencia en el rodete Y_{inc} . Como se ve en la Figura 4.11, si c_1 varía, se modifica el ángulo de incidencia al rodete, y como se ha visto en el Capítulo 3, esto supone mayores pérdidas de incidencia. Esta variación del ángulo de incidencia ocurre cuando el gasto varía: si el gasto disminuye, al no disminuir conjuntamente el área de entrada, la velocidad meridional disminuye, aumentando así el ángulo de incidencia. Si aumenta el gasto ocurre el proceso contrario.

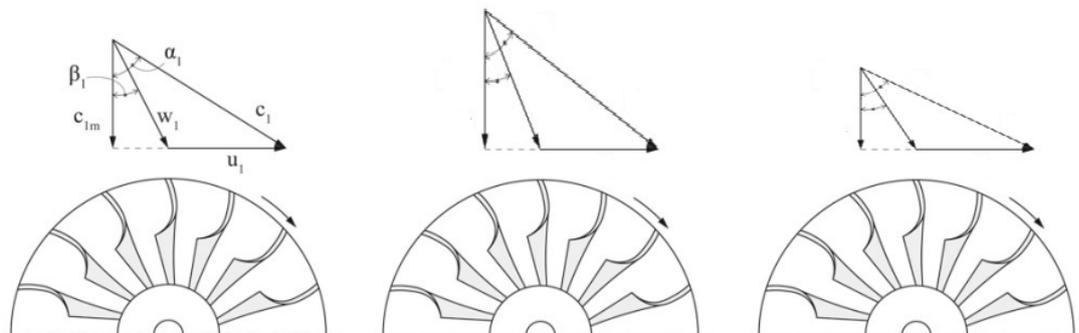


Figura 4.11 Variación del ángulo de incidencia al rodete por variación en el gasto másico.

Para solucionarlo se instalan los álabes guía. Éstos redirigen el flujo para corregir el ángulo de incidencia disminuyendo las pérdidas por éste fenómeno, modificando a su vez la curva de funcionamiento de la turbina. En la Figura 4.12 se observa como un buen uso de los álabes guía es capaz de adaptar un caudal másico menor al de diseño, para mejorar la incidencia a la entrada del rodete.

Se observa en la Figura 4.12 como sin los álabes guía (izquierda) el ángulo de incidencia se diferencia del mismo en el punto de diseño. Si se utilizan los álabes guía, se varían las condiciones del flujo hasta alcanzar el triángulo de velocidades mostrado a la derecha, minimizando las pérdidas de incidencia.

Se adapta ahora el código, previamente optimizado con el procedimiento del Capítulo 3, para poder generar turbinas centrípeta con geometría variable, de forma que el usuario pueda introducir el ángulo de ajuste de las toberas γ_3 manualmente. Se genera el mapa de funcionamiento para la misma turbina de la Figura 4.1 pero esta vez con el ángulo de ajuste especificado. Se obtienen las Figuras 4.13 y 4.14.

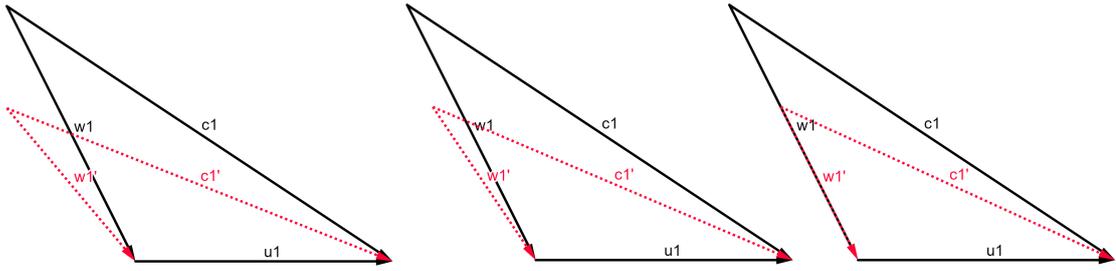


Figura 4.12 Ajuste del ángulo de entrada al rodete por álabes guía, en negro el triángulo de velocidades a la entrada del rodete en el punto de diseño, en rojo el mismo triángulo a un gasto másico menor.

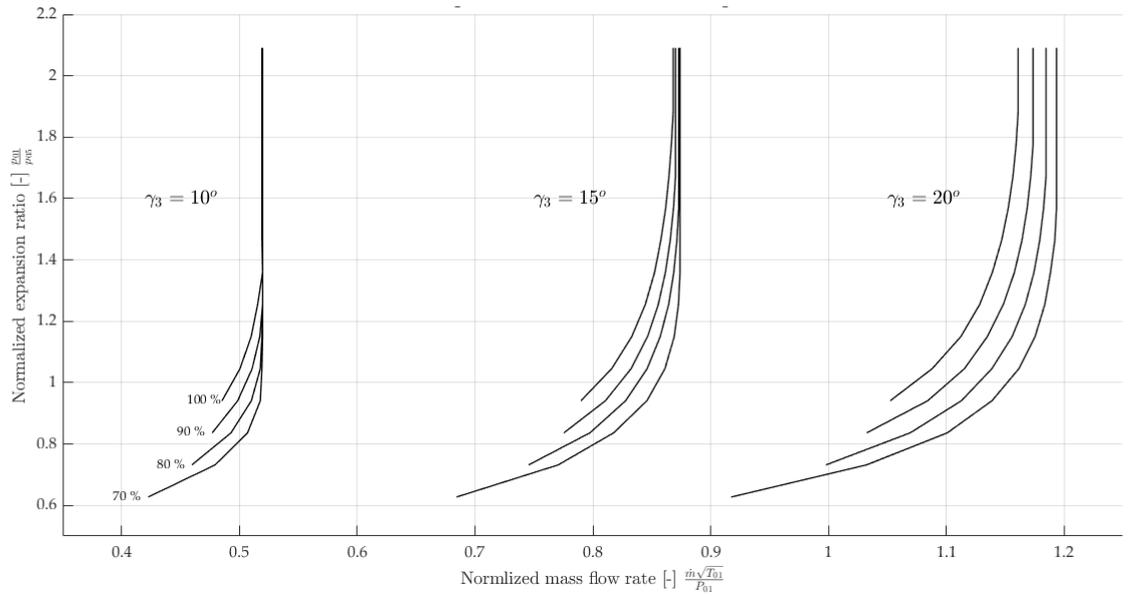


Figura 4.13 Curva característica de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$, $RE=2.5$, $T_{01} = 800 \text{ }^\circ\text{C}$, con ángulos de ajuste de las toberas 10° , 15° y 20° .

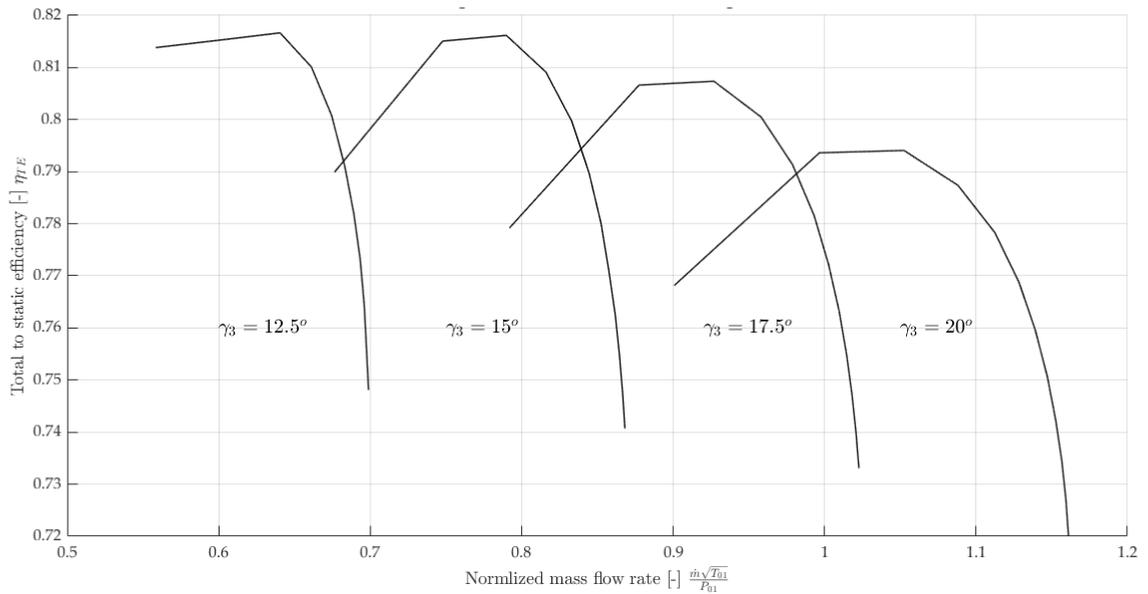


Figura 4.14 Rendimiento total a estático frente a gasto adimensional de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15$ kg/s, $RE=2.5$, $T_{01} = 800$ °C, a velocidad de giro adimensional de diseño para diferentes ángulos de ajuste en las toberas (10° - 20°).

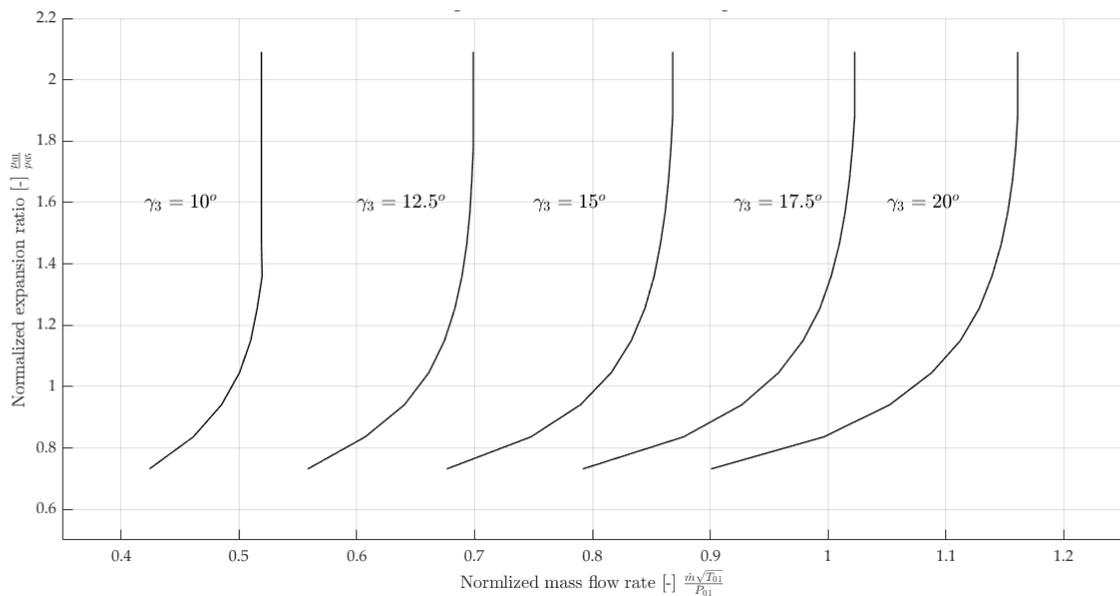


Figura 4.15 Curva característica de turbina centrípeta con condiciones de diseño $\dot{m} = 0.15$ kg/s, $RE=2.5$, $T_{01} = 800$ °C, a velocidad de giro adimensional de diseño para diferentes ángulos de ajuste en las toberas (10° - 20°).

En la Figura 4.13 se aprecia que para valores pequeños de γ_3 , el flujo llega a bloquear en las toberas, provocando que para cualquier velocidad de giro, siempre se bloquee el flujo al mismo gasto. Un aumento del ángulo de ajuste tiene un efecto de fuelle en el mapa característico, a medida que γ_3 aumenta se separan las líneas de bloqueo, al ser éstas menos dependientes de la garganta en las toberas.

En la Figura 4.14 se observa que al aumentar el ángulo de ajuste se reduce el rendimiento máximo total a estático para un mismo régimen de giro, sin embargo si se comparan la Figura 4.14 y la 4.4 se observa como se ha ampliado el rango de funcionamiento para una misma velocidad angular y, si se adapta correctamente el

ángulo de ajuste en las toberas a las condiciones de funcionamiento, se tienen rendimientos mucho mayores. La Figura 4.15 muestra para una misma velocidad de giro las diferentes curvas de funcionamiento de una turbina centrípeta a diferentes ángulos de ajuste de las toberas. Al aumentar el ángulo se desplaza la curva hacia la derecha, al aumentar el ancho de garganta en las toberas y permitir el paso de un mayor gasto másico.

5 Conclusiones y líneas futuras de trabajo

En este trabajo se describe el procedimiento de optimización del método de prediseño y análisis de una turbina centrípeta descrito por Aungier [1], y la posterior adaptación del código a una turbina de geometría variable. En base a la información y resultados presentados en este trabajo, se presentan las siguientes conclusiones:

- El procedimiento de actualización de variables en un bucle de un código es el parámetro más importante a la hora de su optimización, siendo el tiempo de computación muy sensible al amortiguamiento utilizado. Este amortiguamiento no debe ser excesivo ni escaso. Si es excesivo, el código variaría bruscamente la variable de diseño, resultando en evaluaciones muy dispersas que no acaban por converger. Mientras que si está subamortiguado, las evaluaciones serán muy similares a las anteriores, reevaluando continuamente diseños semejantes. En este trabajo se presenta una optimización de este último caso en la que se ha conseguido una reducción de las reevaluaciones del análisis de 264 a 6.
- En funciones con abundantes cálculos termodinámicos, el método de optimización debe atender a la alta sensibilidad de estos cálculos. En este trabajo se ha procedido a realizar dos tipos de convergencias: rápida y lenta. Una convergencia rápida sin apenas amortiguamiento durante las primeras iteraciones para aquellos cálculos sencillos, y una convergencia lenta en el caso de exceder un número elevado de iteraciones con un alto amortiguamiento que aumente la robustez.
- En el caso de una convergencia con varias variables, para el análisis de la optimización es preferible evitar las convergencias escalonadas y así poder estudiar los errores sucesivos conjuntamente, permitiendo además, el amortiguamiento de unos en función de otros, como se ha realizado en este trabajo, logrando una reducción en el tiempo de cálculo del 98.6%.
- Al reducir ángulos de ajuste de las toberas del estátor, las curvas características de la turbina centrípeta se mueven hacia la izquierda, reduciendo el gasto másico en el bloqueo. Si este ángulo se reduce hasta el bloqueo en la garganta de los álabes de estátor, se produce una única recta de bloqueo al no depender éste del régimen de giro. Si se aumenta el ángulo, se van separando estas rectas, al perder influencia el fenómeno anterior, teniendo el aumento del ángulo de ajuste un efecto de fuelle en las curvas características.
- Al aumentar el ángulo de ajuste de las toberas del estátor se reduce el rendimiento máximo de la turbina y se tienen éstos a mayores gastos másicos. Esta reducción de rendimiento es menor que de la que sufre la turbina si se variara el gasto sin el cambio en el ángulo de ajuste. Se concluye que el rendimiento es muy dependiente del ángulo de ajuste de los álabes de estátor, permitiendo su ajuste obtener el rendimiento máximo a diferentes valores de gasto másico.
- La instalación de álabes de estátor de geometría variable aumenta el rango de funcionamiento de la turbina centrípeta, más que si sólo se variase la velocidad de giro. Además, permite a la turbina trabajar con mejores rendimientos en condiciones fuera de diseño, siendo una solución excelente para turbinas que trabajen habitualmente a carga parcial.

Como líneas futuras de trabajo sería aconsejable realizar un estudio del ángulo de ajuste de los álabes de estátor óptimo maximizando el rendimiento para que, al variar el gasto másico en la turbina, también lo hiciera este ángulo. Por otro lado se deberían enfrentar las curvas características obtenidas en el análisis con curvas empíricas de turbinas con geometrías similares, para así poder evaluar la similitud entre el código y la

realidad. La línea futura de trabajo más notable sería la realización del diseño final de una turbina centrípeta a partir del prediseño logrado con el código de este trabajo.

Bibliografía

- [1] R. H. Aungier, *Turbine Aerodynamics: Axial-flow and radial-inflow turbine design and analysis*. ASME PRESS, 2005.
- [2] R. González Almenara, *Desarrollo de un módulo de diseño y análisis de turbocompresores centrífugos para su integración en una herramienta de simulación de microturbinas de gas*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería - Universidad de Sevilla, 2021.
- [3] D. Japkise, *Centrifugal compressor design and performance*, 1996.
- [4] M. B. A. y J.-E. A. F. Sánchez Lencero, T., *Turbomáquinas Térmicas*. Editorial Sintesis S.A., 2010.
- [5] M. Gambini, Marco y Vellini, *Turbomachinery : fundamentals, selection and preliminary design*. Cham, Switzerland : Springer, 2021.
- [6] W. Contributors. (2013, Febrero) Radial turbine. Wikiwand. [Online]. Available: https://www.wikiwand.com/en/Radial_turbine
- [7] S. Pai, *Viscous Flow Theory, I—Laminar Flow*. Van Nostrand, Princeton, NJ, 1956.
- [8] ———, *Viscous Flow Theory, II—Turbulent Flow*. Van Nostrand, Princeton, NJ, 1957.
- [9] B. Thwaites, *Approximate Calculation of the laminar Boundary Layer*. Aeronautical Quarterly, 1949.
- [10] A. Buri, *A Method of Calculation for the Turbulent Boundary Layer*. College, Zúrich, Suiza, 1931.
- [11] R. H. Aungier, *Centrifugal Compressors: A Strategy for Aerodynamic Design and Analysis*. ASME Press, New York, 2000.
- [12] J. Nikuradse, *Laws of Resistance and Velocity Distributions for Turbulent Flow of Water in Smooth and Rough Pipes*. Proceedings 3rd International Congress for Applied Mechanics, Estocolmo, Suecia, 1930.
- [13] W. H. Lieblein, S. y Roudebush, *Theoretical Loss Relations For Low-Speed Two-Dimensional-Cascade Flow*. Technical Note TN 3662, National Advisory Committee For Aeronautics, NACA, Washington, DC, 1956.
- [14] E. J. C. Herrig, L. J. and J. R. Erwin, *Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65-Series Compressor Blades at Low Speeds*. Technical Note TN 3916, NACA, Washington, DC., 1957.
- [15] C. N. A. Benedict, R. P. and S. D. Swetz, *Flow Losses in Abrupt Enlargements and Contractions*. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Jan, 1966.
- [16] F. J. Wiesner, *A Review of Slope Factors for Centrifugal Impellers*. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Oct., 1967.
- [17] R. H. Aungier, *A Systematic Procedure for the Aerodynamic Design of Vaned Diffusers*. Flows in Non-Rotating Turbomachinery Components. Vol. 69, ASME, New York, NY, 1988.

- [18] ———, *Aerodynamic Performance Analysis of Vaned Diffusers*. Fluid Machinery Components, Vol 101, ASME, New York, 1990.
- [19] J. J. Reneau, L. and S. Kline, *Performance and Design of Straight Rwo-Dimensional Diffusers*. Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, 1967.
- [20] H. J. Wood, *Current Technology of Radial-Infl ow Turbines for Compressible Fluids*. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, 1963.
- [21] H. D. Linhardt, *Cryogenic Turboexpanders*. LNG/Cryogenics, Feb./Mar., 1973.
- [22] H. E. Rohlik, *Analytical Determination of Radial Inflow Turbine Design Geometry for Maximum Efficiency*. Technical Note TN D-4384, NASA, Washington, DC, 1968.
- [23] O. Balje, *Turbomachines, A guide to Design, Selection and Theory*. Wiley, New York, 1981.
- [24] A. W. H. Jamieson, "The Radial Turbine," in *Gas Turbine Principles and Practice (Roxbee-Cox, Sir H., editor)*. George Newnes, London, Chapter 9, 1955.
- [25] A. I. Watanabe, I. and T. Mashimo, *Effect of Dimensional Parameters of Impellers on Performance Characteristics of a Radial-Inflow Turbine*. Paper No. 70-GT-90, ASME, New York, 1970.
- [26] R. H. Aungier, *Axial-Flow Compressors: A Strategy for Aerodynamic Design and Analysis*. ASME Press, New York, 2003.
- [27] G. Gavagnin, *Techno-Economic Optimization of a Solar Thermal Power Generator Based on Parabolic Dish and Micro Gas Turbine*. Department of Energy Enegineering, School of Engineering - ETSI, University of Seville, 2018.
- [28] www.mecanicavirtual.com.ar. (2008, September) El turbocompresor de geometría de variable. Full custom. [Online]. Available: <http://www.fullcustom.es/guias/turbocompresor-geometria-variable>