

Proyecto Fin de Máster Ingeniería Industrial

Análisis del efecto de la rodadura en fretting

Autor: Antonio Campos Olías

Tutor: Jesús Vázquez Valeo

**Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2022



Proyecto Fin de Máster
Ingeniería Industrial

Análisis del efecto de la rodadura en fretting

Autor:

Antonio Campos Olías

Tutor:

Jesús Vázquez Valeo

Profesor titular

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Proyecto Fin de Máster: Análisis del efecto de la rodadura en fretting

Autor: Antonio Campos Olías

Tutor: Jesús Vazquez Valeo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2022

El secretario del tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mi tutor, Jesús Vázquez Valeo, el haberme guiado con su apoyo, conocimientos e infinita paciencia, a través de cada una de las etapas de este proyecto, pudiendo con esto alcanzar los resultados perseguidos.

También quiero agradecer al Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, el haberme brindado todos los recursos y herramientas que fueron necesarios para llevar a cabo el proceso de investigación. Sin la licencia del software que me fue otorgada no hubiese sido posible desarrollar y concebir este trabajo.

Por último, quiero agradecer a todos mis compañeros y a mi familia por apoyarme, aún cuando mis ánimos decaían. En especial, a mis padres, que siempre estuvieron ahí para darme palabras de apoyo y un abrazo reconfortante para subir la moral.

Antonio Campos Olías

Sevilla, 2021

Resumen

El presente trabajo versa sobre el estudio generalizado de un problema de contacto en el que intervienen tanto rodadura como fuerzas tangenciales oscilantes. Para ello, se ha partido de un modelo en deformación bidimensional plano-cilindro en el que se simulan diferentes relaciones de carga tangencial y rodadura.

El objetivo es evaluar las tensiones que se producen en la zona del contacto, con la intención de proyectar un estudio posterior de fretting, problema de fatiga tan presente en la ingeniería actual. Dicho estudio desborda los contenidos que se tratan en este trabajo, por lo que no serán abarcados con tanta profundidad.

Abstract

The present work deals with the generalized study of a contact problem in which both rolling and oscillating tangential forces intervene. To do this, we have started from a plane-cylinder two-dimensional deformation model in which different relationships of rolling and tangential load are simulated.

The objective is to evaluate the stresses that occur in the contact area, with the intention of projecting a later study of fretting, a fatigue problem so present in current engineering. Said study goes beyond the contents that are dealt with in this work, so it will not be covered in such depth.

Índice

Agradecimientos	IX
Resumen	XI
Abstract	XIII
Índice	XIV
Índice de Tablas	XVI
Índice de Figuras	XVIII
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 <i>Tipos de contactos</i>	1
1.1.1 Contacto incompleto	2
1.1.2 Contacto completo	2
1.2 <i>Desarrollo del problema de contacto plano.</i>	3
1.2.1 Autosimilitud	3
1.2.2 La solución de Flamant	4
1.2.3 El semi-plano	5
1.2.4 Distribución normal de tensiones	6
1.3 <i>Contactos con deslizamiento parcial</i>	7
1.3.1 Introducción	7
1.3.2 Contacto entre dos cilindros con deslizamiento parcial	9
2 CONTACTO CON RODADURA OSCILANTE Y FUERZA TANGENCIAL VARIABLE	14
2.1 <i>Planteamiento y consideraciones iniciales</i>	14
2.2 <i>El problema de rodadura estacionaria: solución de Cárter.</i>	15
2.3 <i>Problema de oscilación bajo fuerza tangencial variable.</i>	16
3 MODELO DE SIMULACIÓN	19
3.1 <i>Introducción</i>	19
3.2 <i>Conceptos básicos sobre el mallado en el programa CONTACT</i>	20
3.3 <i>Batería de simulación</i>	21
3.4 <i>Análisis de los resultados</i>	22
3.4.1 A01B025	23
3.4.2 A01B05	29
3.4.3 A01B075	31
3.4.4 A01B1	33
3.4.5 A01B125	35
3.4.6 A01B15	37
3.4.7 A01B2	39
3.4.8 A025B025	41
3.4.9 A025B05	43
3.4.10 A025B075	45
3.4.11 A025B1	47
3.4.12 A025B125	49

3.4.13	A025B15	51
3.4.14	A025B2	53
3.4.15	A05B25	55
3.4.16	A05B05	57
3.4.17	A05B075	59
3.4.18	A05B1	61
3.4.19	A05B125	63
3.4.20	A05B15	65
3.4.21	A05B2	67
3.4.22	A075B025	69
3.4.23	A075B05	71
3.4.24	A075B075	73
3.4.25	A075B1	75
3.4.26	A075B125	77
3.4.27	A075B15	79
3.4.28	A075B2	81
3.4.29	A09B025	83
3.4.30	A09B05	85
3.4.31	A09B075	87
3.4.32	A09B1	89
3.4.33	A09B125	91
3.4.34	A09B15	93
3.4.35	A09B2	95
3.5	<i>Conclusiones</i>	97
3.6	<i>Consideraciones importantes como colofón</i>	100
4	REFERENCIAS	101

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Batería de simulación	21
Tabla 2. Casos en los que se produce adherencia.	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. [1] Tipo de contacto incompleto y “non-conforming”.	1
Figura 1.2. [2] Diferencia entre tipo de contacto <i>conformal</i> y <i>non-conformal</i>	2
Figura 1.3. [3] Contacto completo.	2
Figura 1.4. [4] Cuña infinita con una fuerza aplicada en su punta.	3
Figura 1.5. [4] Fuerzas actuando sobre un semiplano.	5
Figura 1.6. [4] Distribución de tensiones normales.	6
Figura 1.7. [5] Deslizamiento puro entre los sólidos.	7
Figura 1.8. [5] Contacto de cilindros bajo la acción de una fuerza normal y otra tangencial.	10
Figura 1.9. [5] Zonas de adherencia y deslizamiento para el contacto entre cilindros.	11
Figura 1.10. [5] Distribución de tensiones tangenciales para un rago de valores de fuerza tangencial Q.	13
Figura 2.1. [4] Rrepresentación de tensiones tangenciales para el problema de Cárter.	15
Figura 2.2. Rango de variación de la tensión tangencial Q con la rodadura.	17
Figura 2.3. Representación gráfica del ciclo de oscilación.	18
Figura 3.1. [6] Contacto de una rueda de tren con un rail.	19
Figura 3.2. [6] Zona de contacto potencial discretizada con el área de contacto real en su interior.	20
Figura 3.3. Representación de las tensiones σ_{xx} a nivel superficial ($z = 0$).	22
Figura 3.4. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo	23
Figura 3.5. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, segunda inversión del primer ciclo	24
Figura 3.6. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, primera inversión del segundo ciclo.	24
Figura 3.7. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, segunda inversión del segundo ciclo	25
Figura 3.8. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, primera inversión del tercer ciclo.	25
Figura 3.9. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales.	26
Figura 3.10. Tensiones σ_{xx} y rango ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$) debida a la componente normal.	26
Figura 3.11. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$) debidas a la componente tangencial .	27
Figura 3.12 Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), rodadura hacia la derecha.	27
Figura 3.13. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), rodadura hacia la izquierda.	28
Figura 3.14. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), superposición y rango de tensiones.	28
Figura 3.15. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	29
Figura 3.16. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	29
Figura 3.17. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	30
Figura 3.18. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	30
Figura 3.19. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	31

Figura 3.20. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	31
Figura 3.21. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	32
Figura 3.22. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	32
Figura 3.23. $cd = 0.1$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.	33
Figura 3.24. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	33
Figura 3.25. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	34
Figura 3.26. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	34
Figura 3.27. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.	35
Figura 3.28. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	35
Figura 3.29. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	36
Figura 3.30. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	36
Figura 3.31. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.	37
Figura 3.32. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	37
Figura 3.33. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	38
Figura 3.34. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	38
Figura 3.35. $cd = 0.1$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.	39
Figura 3.36. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	39
Figura 3.37. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	40
Figura 3.38. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	40
Figura 3.39. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.	41
Figura 3.40. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	41
Figura 3.41. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	42
Figura 3.42. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	42
Figura 3.43. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	43
Figura 3.44. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	43
Figura 3.45. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	44
Figura 3.46. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	44
Figura 3.47. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo.	45
Figura 3.48. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	45
Figura 3.49. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	46
Figura 3.50. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	46
Figura 3.51. $cd = 0.25$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.	47

Figura 3.52. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	47
Figura 3.53. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	48
Figura 3.54. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	48
Figura 3.55. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.	49
Figura 3.56. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	49
Figura 3.57. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	50
Figura 3.58. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	50
Figura 3.59. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.	51
Figura 3.60. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	51
Figura 3.61. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	52
Figura 3.62. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	52
Figura 3.63. $cd = 0.25$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.	53
Figura 3.64. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	53
Figura 3.65. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	54
Figura 3.66. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	54
Figura 3.67. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.	55
Figura 3.68. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	55
Figura 3.69. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	56
Figura 3.70. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	56
Figura 3.71. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	57
Figura 3.72. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	57
Figura 3.73. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	58
Figura 3.74. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	58
Figura 3.75. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo	59
Figura 3.76. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	59
Figura 3.77. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	60
Figura 3.78. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	60
Figura 3.79. $cd = 0.5$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo	61
Figura 3.80. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	61
Figura 3.81. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	62
Figura 3.82. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	62
Figura 3.83. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.	63

Figura 3.84. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	63
Figura 3.85. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	64
Figura 3.86. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	64
Figura 3.87. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo	65
Figura 3.88. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	65
Figura 3.89. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	66
Figura 3.90. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	66
Figura 3.91. $cd = 0.5$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.	67
Figura 3.92. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	67
Figura 3.93. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	68
Figura 3.94. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	68
Figura 3.95. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.	69
Figura 3.96. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	69
Figura 3.97. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	70
Figura 3.98. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	70
Figura 3.99. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	71
Figura 3.100. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	71
Figura 3.101. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	72
Figura 3.102. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	72
Figura 3.103. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo.	73
Figura 3.104. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	73
Figura 3.105. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	74
Figura 3.106. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	74
Figura 3.107. $cd = 0.75$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.	75
Figura 3.108. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	75
Figura 3.109. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	76
Figura 3.110. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	76
Figura 3.111. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.	77
Figura 3.112. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	77
Figura 3.113. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	78
Figura 3.114. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	78
Figura 3.115. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.	79

Figura 3.116. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	79
Figura 3.117. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	80
Figura 3.118. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	80
Figura 3.119. $cd = 0.75$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.	81
Figura 3.120. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	81
Figura 3.121. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	82
Figura 3.122. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	82
Figura 3.123. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.	83
Figura 3.124. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	83
Figura 3.125. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	84
Figura 3.126. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	84
Figura 3.127. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.	85
Figura 3.128. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	85
Figura 3.129. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	86
Figura 3.130. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	86
Figura 3.131. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo	87
Figura 3.132. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	87
Figura 3.133. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	88
Figura 3.134. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	88
Figura 3.135. $cd = 0.9$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.	89
Figura 3.136. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	89
Figura 3.137. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	90
Figura 3.138. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	90
Figura 3.139. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.	91
Figura 3.140. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	91
Figura 3.141. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	92
Figura 3.142. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	92
Figura 3.143. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.	93
Figura 3.144. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	93
Figura 3.145. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	94
Figura 3.146. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	94
Figura 3.147. $cd = 0.9$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.	95

Figura 3.148. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .	95
Figura 3.149. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.	96
Figura 3.150. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .	96
Figura 3.151. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición de tensiones σ_{xz} .	97
Figura 3.152. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xz} .	97
Figura 3.153. Variación del rango máximo de tensiones σ_{xz} en función de cr para diferentes cd .	98
Figura 3.154. Variación del rango máximo de tensiones σ_{xx} en función de cr para diferentes cd .	98
Figura 3.155. Relación entre el rango máximo de tensiones σ_{xx} y σ_{xz} en función de cr para diferentes cd .	99
Figura 3.156. [7] Parámetros que caracterizan un ciclo de fatiga.	100

1 INTRODUCCIÓN

Las fallas de muchos componentes mecánicos en servicio son el resultado de la fatiga. Las grietas que crecen pueden tener su origen en algún defecto macroscópico preexistente o directamente pueden ser consecuencia de una región de concentración de tensiones localizadas. A su vez, tales concentradores pueden ser causados por algún pequeño defecto, como una pequeña inclusión o un daño de mecanizado inadvertido. Otra fuente de daño superficial que puede existir entre componentes que están en contacto es la asociada a un movimiento relativo mínimo a lo largo de la interfaz, provocado normalmente por una carga tangencial cíclica. Este daño por rozamiento es bastante insidioso y puede dar lugar a muchos tipos de problemas, como el desgaste, pero es su influencia en la promoción de grietas embrionarias lo que nos va a interesar. Cuando la presencia de fricción se asocia con una disminución del rendimiento de la fatiga, el efecto se conoce como fatiga por fricción o “fretting”. Aunque el objeto de este trabajo no consiste propiamente en una investigación sobre de fretting, los resultados y conclusiones obtenidas de él sí que tienen como finalidad servir para una investigación posterior de fatiga.

A continuación, se abordarán algunos conceptos básicos del problema de contacto y se hará un repaso a los estudios que en este campo se han realizado hasta el momento. Algunos de estos problemas de contactos ya estudiados se tomarán como base de partida para el caso concreto que nos ocupa en esta tesis.

1.1 Tipos de contactos

Nos limitaremos en gran medida al estudio del contacto entre cuerpos que son elásticos lineales o donde, al menos, uno de los cuerpos es rígido.

En general, pueden resultar dos tipos de contacto cualitativamente diferentes, dependiendo de la geometría del indentador o de los cuerpos en contacto:

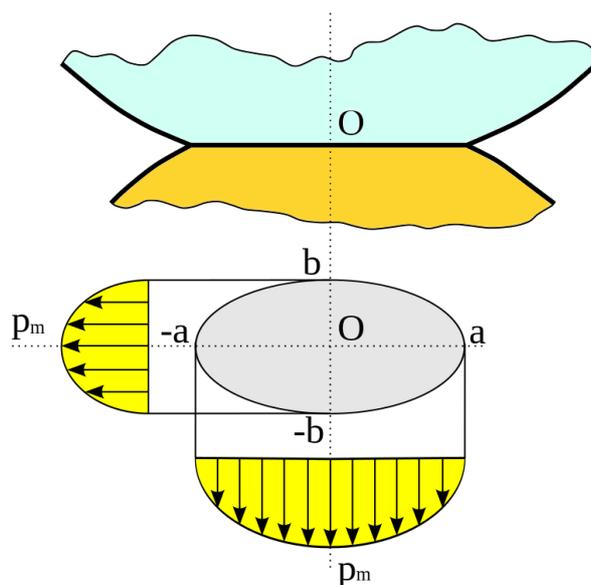


Figura 1.1. [1] Tipo de contacto incompleto y “non-conforming”.

1.1.1 Contacto incompleto

Es en el que dos cuerpos se tocan solo en un punto (o en una línea en caso de problemas planos) bajo unas condiciones de carga nula. El contacto se produce inicialmente en un punto (o línea) y cuando la carga aplicada aumenta, el área de contacto va creciendo (Figura 1.1). Estos tipos de contactos se dice que son incompletos, y se dan, por ejemplo, en engranajes, vías de tren, ruedas y cojinetes de elementos rodantes. Tienen la característica de que la presión de contacto cae continuamente a cero en los bordes del contacto.

Cuando el área de contacto es mucho menor que las dimensiones características de los componentes que se están deformando, ésta puede aproximarse como una superficie plana, lo que simplifica enormemente los cálculos. Es lo que se conoce como “non-conforming contact” en inglés y se da en los casos en los que el radio de curvatura tiende a infinito con respecto a la zona de contacto. Los contactos incompletos pueden ser “conforming” o no “non-conforming” dependiendo de sus características geométricas (Figura 1.2).

Un ejemplo de contacto incompleto que no puede aproximarse por un semiplano infinito (non-conforming) sería el contacto entre un cilindro inserto en un agujero con una cierta holgura. El contacto es incompleto, pues al no coincidir el radio del cilindro con el del agujero no pueden contactar en toda su superficie. Sin embargo, la zona de contacto sí es bastante grande y no se podría despreciar, por eso en este caso no se puede aproximar la superficie o parche con un semiplano.

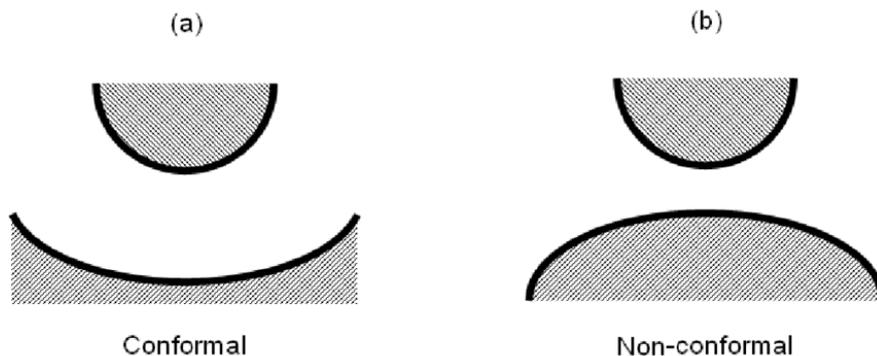


Figura 1.2. [2] Diferencia entre tipo de contacto *conformal* y *non-conformal*

1.1.2 Contacto completo

Se produce cuando existen varios puntos de contacto entre dos cuerpos antes siquiera de que ninguna deformación tenga lugar. Puede decirse en cierto modo que los objetos “encajan” entre sí. Un ejemplo de esto, lo tenemos en el contacto que haría un punzón de cara plana contra otra superficie plana (Figura 1.3). A diferencia de los contactos incompletos, las tensiones que se producen en los extremos no se desvanecen, sino todo lo contrario, son singulares. Esto quiere decir que si se dan ciertos defectos de fabricación en una pieza que va a contactar con otra, como puedan ser rebabas o mellas en el material, las tensiones de contacto podrán verse totalmente alteradas.

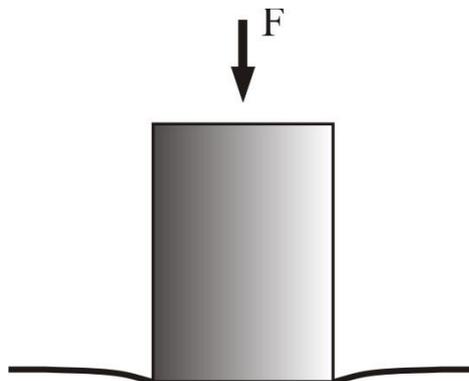


Figura 1.3. [3] Contacto completo.

1.2 Desarrollo del problema de contacto plano.

En esta sección nos centraremos en los fundamentos teóricos del problema de contacto en condiciones de deformación plana. Para ello, se hará una introducción inicial al problema de una cuña con una carga puntual en su punta, cuya solución genérica servirá de base para resolver otras tipologías de problemas.

Sea un filo o cuña de lados infinitos al que se le aplica una carga concentrada en su vértice como muestras la siguiente figura:

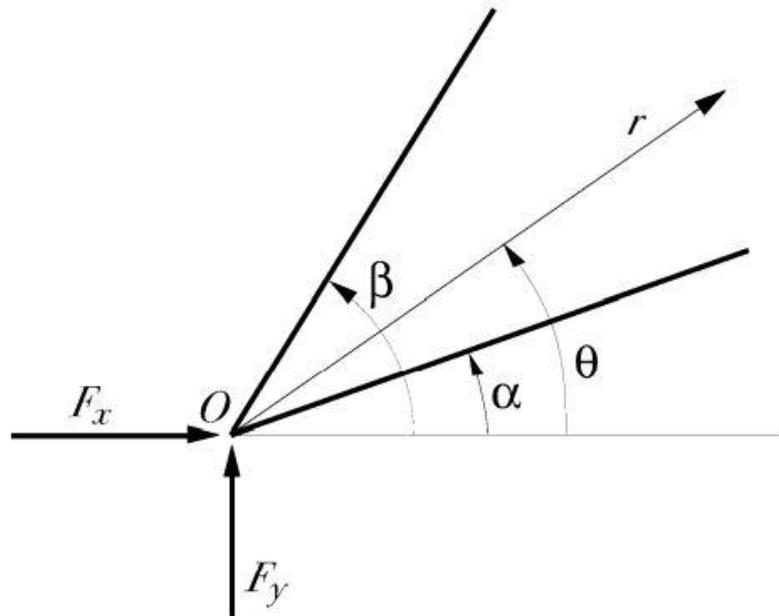


Figura 1.4. [4] Cuña infinita con una fuerza aplicada en su punta.

1.2.1 Autosimilitud

Una característica importante de este problema es que no hay una longitud inherente. Esto quiere decir que por mucho que se aumente las escala, la forma geométrica de la solución va a ser la misma, independientemente de la distancia a la que se encuentre del vértice. Problemas de este tipo, en los que la solución se puede mapear en sí misma después de un cambio de escala de longitud se describen como problemas de autosimilitud.

Una consecuencia inmediata de la autosimilitud es que todas las componentes del tensor deben ser capaces de expresarse en la forma de variables separadas:

$$\sigma = f(r)g(\theta). \quad (1.1)$$

Además, dado que las tracciones en la línea $r = a$ deben equilibrarse con una fuerza constante F para todo a , podemos deducir que $f(r) = r^{-1}$, porque el área disponible para transmitir la fuerza aumenta linealmente con el radio.

1.2.2 La solución de Flamant

La solución debe tener la siguiente forma para que las tensiones sean proporcionales a r^{-1} :

$$\sigma_{rr} = r^{-1}(2C_1 \cos(\theta) - 2C_2 \text{sen}(\theta) + C_3 \cos(\theta) + C_4 \text{sen}(\theta)) \quad (1.2)$$

$$\sigma_{r\theta} = r^{-1}(C_3 \text{sen}(\theta) - C_4 \cos(\theta)) \quad (1.3)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = r^{-1}(C_3 \cos(\theta) + C_4 \text{sen}(\theta)) \quad (1.4)$$

Las condiciones de contorno en el borde son:

$$\sigma_{\theta r} = \sigma_{\theta\theta} = 0; \quad \theta = \alpha, \beta \quad (1.5)$$

Esto se satisface haciendo $C_3, C_4 = 0$

Para el resto de las constantes C_1 y C_2 tomamos equilibrio en la región $0 < r < a$:

$$F_x + 2 \int_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{C_1 \cos(\theta) - C_2 \text{sen}(\theta)}{a} \right) a \cos(\theta) d\theta = 0 \quad (1.6)$$

$$F_y + 2 \int_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{C_1 \cos(\theta) - C_2 \text{sen}(\theta)}{a} \right) a \text{sen}(\theta) d\theta = 0 \quad (1.7)$$

De esas dos ecuaciones se obtienen los valores de C_1 y C_2 para cualquier valor de F. Nótese que el radio a desaparece de la ecuación, con lo cual, si esta ecuación se satisface para un radio cualquiera, instantáneamente se satisface para todos. Esta solución es conocida como la “distribución simple radial” o solución de Flamant, ya que al hacer $C_3, C_4 = 0$ solo existen tensiones en la componente radial:

$$\sigma_{rr} = \frac{2C_1 \cos(\theta)}{r} - \frac{2C_2 \text{sen}(\theta)}{r} \quad (1.8)$$

Siendo el resto de las componentes del tensor igual a 0.

1.2.3 El semi-plano

Si en el caso anterior tomamos $\alpha = -\pi$, $\beta = 0$, se obtiene el caso especial de una fuerza actuando en la superficie de un semiplano $y < 0$ como se muestra en la figura 1.5.

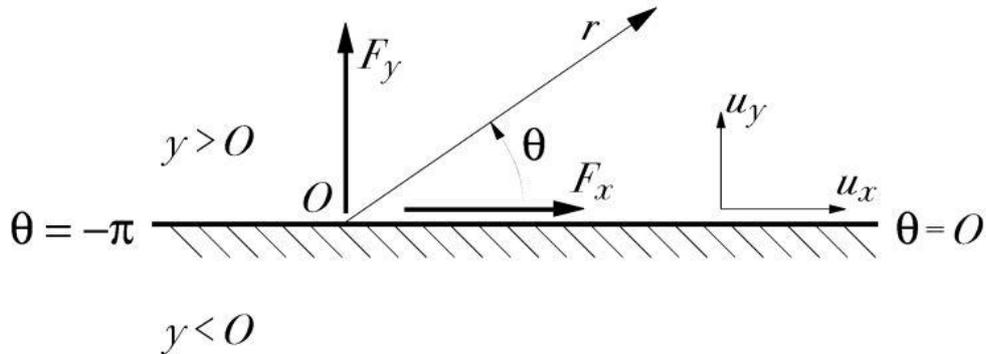


Figura 1.5. [4] Fuerzas actuando sobre un semiplano.

Para este caso, si realizamos las integrales 1.6 y 1.7 obtenemos que $C_1 = -F_x/\pi$, $C_2 = F_y/\pi$.

Los términos de la fuerza horizontal y vertical se analizan por separado a continuación:

1.2.3.1 La fuerza normal F_y

- Campo de tensiones:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2F_y \operatorname{sen}(\theta)}{\pi r} \quad (1.9)$$

- Desplazamientos:

$$u_x = \frac{F_y(\kappa - 1) \operatorname{sgn}(x)}{8\mu} \quad (1.10)$$

$$u_y = -\frac{F_y(\kappa + 1) \ln|x|}{4\pi\mu} \quad (1.11)$$

1.2.3.2 La fuerza tangencial F_x

- Campo de tensiones:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2F_x \cos(\theta)}{\pi r} \quad (1.12)$$

- Desplazamientos:

$$u_x = -\frac{F_x(\kappa + 1) \ln|x|}{4\pi\mu} \quad (1.13)$$

$$u_y = -\frac{F_x(\kappa - 1) \operatorname{sgn}(x)}{8\mu} \quad (1.14)$$

Donde $\kappa = (3 - 4\nu)$

Los desplazamientos que producen ambas fuerzas son:

$$u_x = -\frac{F_x(\kappa + 1) \ln|x|}{4\pi\mu} + \frac{F_y(\kappa - 1) \operatorname{sgn}(x)}{8\mu} \quad (1.15)$$

$$u_y = -\frac{F_x(\kappa - 1) \operatorname{sgn}(x)}{8\mu} - \frac{F_y(\kappa + 1) \ln|x|}{4\pi\mu} \quad (1.16)$$

1.2.4 Distribución normal de tensiones

Ahora supongamos que la superficie del semiplano está sujeta a una distribución normal de cargas $p(\xi)$ por unidad de longitud como se muestra en la figura 1.6. Las tensiones y el campo de desplazamientos se pueden resolver por superposición usando la solución de Flamant, es decir, tratando la carga distribuida como el límite de un conjunto de cargas puntuales de magnitud $p(\xi)\delta\xi$.

El desplazamiento normal de los puntos de la superficie $P(x, 0)$ puede obtenerse integrando la expresión 1.11, a lo largo del área A sobre la que actúan las cargas.

$$u_y = -\frac{\kappa + 1}{4\pi\mu} \int_A p(\xi) \ln|x - \xi| d\xi \quad (1.17)$$

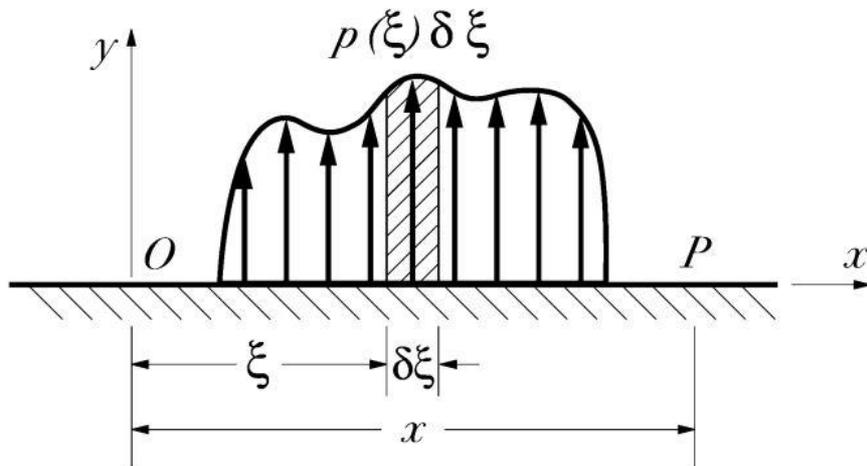


Figura 1.6. [4] Distribución de tensiones normales.

El desplazamiento definido por la ecuación 1.17 es ilimitado cuando x tiende a infinito. En general, si una región finita de la superficie del semiplano se somete a un sistema de cargas no autoequilibradas, la tensión y campo de desplazamientos a una distancia $r \gg A$ se aproximarán a los que provocaría una fuerza concentrada con la misma resultante que dicho sistema de cargas. En otras palabras, las tensiones decaen con $1/r$ y los desplazamientos (siendo integrales de las deformaciones) varían logarítmicamente.

Esto significa que la solución del semiplano se puede usar para las tensiones en un cuerpo finito cargado en una región de la superficie que es pequeña en comparación con las dimensiones lineales del cuerpo, ya que $1/r$ es arbitrariamente pequeño para R grande. Sin embargo, el logaritmo no está acotado en el infinito, por lo tanto, el desplazamiento de sólido rígido de la región sometida a cargas con respecto a las partes distantes de dicho cuerpo no se puede hallar sin un tratamiento más exacto teniendo en cuenta las dimensiones finitas de éste. Por esta razón, los problemas de contacto para el semiplano a menudo se formulan en términos del gradiente de desplazamiento, evitando así cuestiones de traslación de sólido rígido.

$$\frac{du_y}{dx} = -\frac{\kappa + 1}{4\pi\mu} \int_A \frac{p(\xi)d\xi}{x - \xi} \quad (1.18)$$

Cuando el punto $x = \xi$ está dentro de A , la integral de 1.18 se interpreta como valor principal de Cauchy:

$$\int_a^b \frac{p(\xi)d\xi}{x - \xi} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\int_a^{x-\epsilon} + \int_{x+\epsilon}^b \right) \frac{p(\xi)d\xi}{x - \xi}; \quad a < x < b \quad (1.19)$$

1.3 Contactos con deslizamiento parcial

1.3.1 Introducción

El modelo de fricción que se va a tomar como base para desarrollar la teoría de contactos con deslizamiento, es la comúnmente conocida como Ley de Coulomb. Esta ley parte de observaciones experimentales para situaciones en las que se tienen dos cuerpos rígidos que deslizan completamente uno respecto al otro, como se muestra en la figura de abajo.

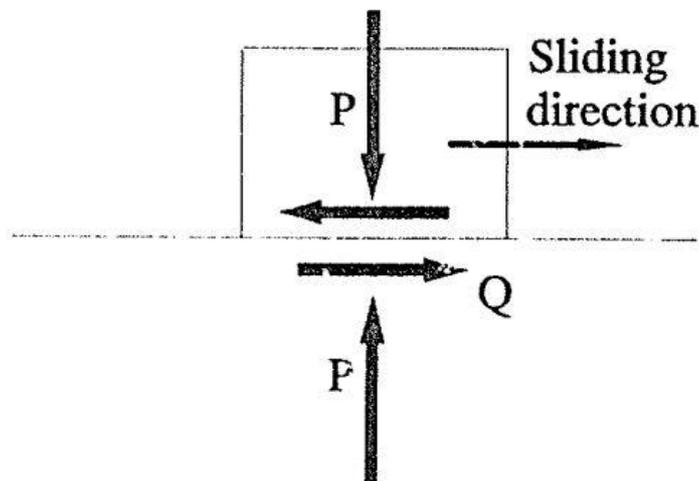


Figura 1.7. [5] Deslizamiento puro entre los sólidos.

Para este experimento se puede observar que:

1. La fuerza de fricción Q es proporcional a la fuerza normal P entre los cuerpos.

$$Q = fP \quad (1.20)$$

Donde f es el coeficiente de fricción. Además, la fuerza de fricción actúa en una dirección que se opone al movimiento relativo entre los cuerpos.

2. La fuerza de fricción Q es independiente del área aparente de contacto. Por lo tanto, un bloque con caras de diferentes tamaños experimentará la misma fuerza de fricción cualquiera que sea la cara que esté en contacto con otra superficie si se aplica la misma fuerza normal y las superficies tienen la misma rugosidad.
3. La fuerza de fricción en deslizamiento puro es independiente de la velocidad del deslizamiento.

Estas tres observaciones experimentales forman la base de un modelo simple de fricción. Debe enfatizarse que no todos los tipos de contacto se ajustan a este modelo. No habría ninguna razón para usar llantas anchas en bólidos de carreras si la observación 2 fuera aplicable al caucho, ya que este modelo de fricción solo es válido para el contacto deslizante entre cuerpos rígidos. Sin embargo, generalmente se hace una extensión del modelo para permitir el análisis de contactos elásticos por fricción, y es conveniente examinar esta extensión con referencia a un contacto bidimensional en el que las tensiones superficiales $p(x)$ y $q(x)$ son funciones de una sola ordenada, x . La aplicación de un modelo similar a contactos completamente tridimensionales requiere solo unas pocas modificaciones en la formulación.

Consideremos la interacción entre superficies en un punto particular, x . En este punto, las superficies se deslizarán entre sí o bien se producirá adherencia. Para el caso de deslizamiento las tensiones tangenciales están relacionadas por la ley de Coulomb:

$$|q(x)| = -fp(x) \quad (1.21)$$

El signo menos se introduce debido a la convención empleada de que las tensiones superficiales de compresión son negativas. Además, la dirección de las tensiones tangenciales se opone al movimiento relativo de las superficies:

$$\text{sgn}(q(x)) = -\text{sgn}\left(\frac{\partial g}{\partial t}\right) \quad (1.22)$$

donde $g = u_x^1(x) - u_x^2(x)$ es el desplazamiento relativo de las superficies en contacto y t es el tiempo. A primera vista puede parecer extraño introducir una derivada temporal en un modelo para un problema cuasiestático. Sin embargo, como la carga aplicada es realmente estática, no habrá cambios en los desplazamientos de la superficie y no deslizarán las partículas. Para el caso de que no haya deslizamiento relativo en el punto considerado, las tensiones tangenciales deben ser menores o iguales al valor de la fricción límite.

$$|q(x)| \leq -fp(x) \quad (1.23)$$

Las ecuaciones 1.22 y 1.23 representan la interpretación habitual de la fricción de Coulomb empleada en el análisis de contactos elásticos donde se considera que la ley de fricción se aplica a cada punto individual dentro del contacto en lugar de a un cuerpo rígido como un todo.

Ahora es posible usar este modelo para analizar contactos elásticos donde se aplica una fuerza cortante que es menor que el valor límite de fricción. En general, dichos contactos se dividirán en zonas de deslizamiento, donde se aplican las ecuaciones (1.22) y (1.23), y zonas de adherencia, donde las tensiones tangenciales son menores que el valor límite (1.21). Se dice que tal contacto está en un estado de "deslizamiento parcial". En las zonas de adhesión no puede haber movimiento relativo y los pares de partículas deben permanecer pegados. Por lo tanto, si hubo un desplazamiento relativo de los pares de partículas previo a que se produjera la adherencia, dicho desplazamiento deberá permanecer constane:

$$u_x^1(x) - u_x^2(x) = g(x) = g_0(x) \quad (1.24)$$

Donde $g_0(x)$ es el valor de $g(x)$ cuando las partículas entraron en la zona de adherencia. En forma diferencial esto se puede expresar como:

$$\frac{\partial u_x^1(x)}{\partial x} - \frac{\partial u_x^2(x)}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} = g'_0(x) \quad (1.25)$$

Y esto da una condición adicional que debe cumplirse junto con (1.24). Si se toma la ecuación 1.18 en el índice para la variable u_x y se sustituye en la ecuación (1.25), se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\kappa + 1}{2\mu\pi} \int_{contact} \frac{g(\xi)}{x - \xi} d\xi \quad (1.26)$$

Esta ecuación está desacoplada en el sentido de que contiene solo $q(x)$ y no $p(x)$, ya que se han considerado materiales similares para ambos cuerpos del contacto. A continuación, se analizará el caso del contacto entre cilindros con deslizamiento parcial, haciendo uso de 1.26.

1.3.2 Contacto entre dos cilindros con deslizamiento parcial

Se tiene un contacto esencialmente bidimensional entre dos cilindros elásticamente similares que se presionan entre sí bajo la acción de una fuerza normal. Cuando esto ocurre se produce un contacto de tipo Hertz de semianchura " a " con una distribución de presiones normales dada por la siguiente expresión:

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} \quad (1.27)$$

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (1.28)$$

Consideremos posteriormente que se aplica una fuerza tangencial monótonamente creciente, Q , menor que el valor límite de fricción $Q < fP$, como se muestra en la fig. 1.8. Se anticipa que el contacto se dividirá en zonas de deslizamiento y zonas de adherencia, pero una de las dificultades de analizar los contactos friccionales es que la distribución de las zonas de deslizamiento y adherencia se desconoce a priori. Aunque es posible desarrollar métodos para configuraciones simples, normalmente es preferible adivinar la extensión de cada zona para verificar después que se cumplen las restricciones (ecuaciones 1.21) a 1.23 y 1.25).

A menudo es de ayuda examinar primero la situación hipotética en la que el coeficiente de fricción es suficientemente alto como para que no se produzca deslizamiento en ningún punto del contacto. Aquellas zonas donde la relación $q(x)/p(x)$ sea muy alta serán más propensas a deslizarse si se reduce el coeficiente de fricción.

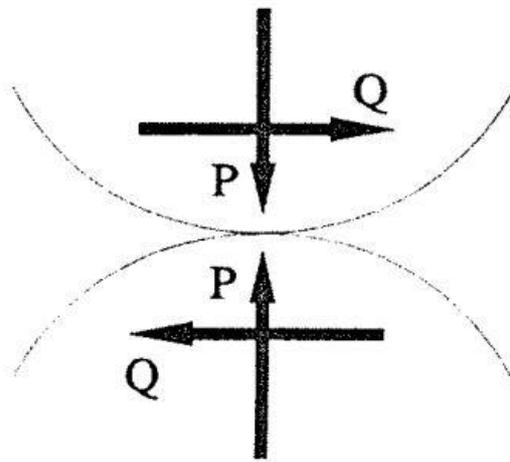


Figura 1.8. [5] Contacto de cilindros bajo la acción de una fuerza normal y otra tangencial.

Por lo tanto, se parte de esta suposición previa de no deslizamiento para analizar el contacto entre los cilindros. Antes de la aplicación de la fuerza tangencial no se producirán tensiones tangenciales y no habrá movimiento relativo entre las superficies, por lo que $g'_0(x) = 0$ y, dado que la zona de contacto abarca todo el contacto, $|x| < a$. Las tracciones cortantes se pueden determinar a partir de 1.25 y 1.26:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi)}{x - \xi} d\xi = 0 \quad |x| \leq a \quad (1.29)$$

La solución a esta ecuación es:

$$q(x) = \frac{C}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (1.30)$$

donde C es una constante que se obtiene haciendo equilibrio con la fuerza tangencial total Q .

$$\int_{-a}^a q(x) dx = Q \quad (1.31)$$

Lo que da como resultado:

$$C = \frac{Q}{\pi} \quad (1.32)$$

Se puede apreciar de forma evidente que $q(x)$ tiende a infinito cuando $x \rightarrow a$ mientras que la presión normal 1.27 cae a cero. Por lo tanto, la relación $q(x)/p(x) \rightarrow \infty$ de modo que se requiere un coeficiente infinito para evitar el deslizamiento. Esto sugiere que es inevitable que ocurra algo de deslizamiento si se carga un contacto hertziano cilíndrico de la manera descrita, incluso si la fuerza de corte es muy pequeña. Esta conclusión no es sorprendente, ya que la premisa de que no hay deslizamiento requiere básicamente que dos cuerpos se comporten como uno solo. Los bordes del contacto se comportarían, bajo esta suposición, como las puntas de dos grietas largas y afiladas cargadas con esfuerzo cortante y, por tanto, se producirían singularidades de tensión en estos puntos, cosa que no ocurre.

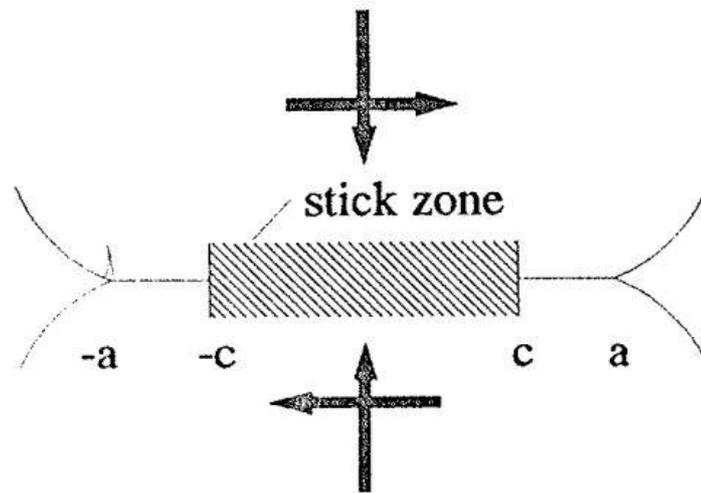


Figura 1.9. [5] Zonas de adherencia y deslizamiento para el contacto entre cilindros.

La existencia de estas singularidades indica básicamente que se puede dar deslizamiento. Por lo tanto, comenzaremos nuestro análisis partiendo del la base de que el deslizamiento se produce en dos regiones simétricas $a > |x| \geq c$ que envuelven a una zona central $|x| < c$ (Fig. 1.9). Debe tenerse en cuenta que la simetría de las condiciones del problema (carga, geometría y material) respecto a los ejes x e y sugiere que la zona de adherencia también será simétrica con respecto al centro del contacto.

Es conveniente modelar las tensiones tangenciales como una perturbación en la solución completamente deslizante, de modo que:

$$q(x) = f p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} + q'(x) \quad (1.33)$$

donde la perturbación $q'(x) = 0$ en las zonas de deslizamiento ($a > |x| > c$). Esto asegura automáticamente que una de las condiciones para el deslizamiento (ec.1.21) se cumple en las regiones de deslizamiento, quedando por determinar $q'(x)$ en la zona de adherencia y la extensión de ésta. Una vez más, no hay desplazamiento relativo en la zona de adherencia, por lo que $g'_0(x) = 0$, entonces:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi)}{x - \xi} d\xi = 0 \quad |x| \leq c \quad (1.34)$$

La sustitución de 1.33 en 1.34, seguida de la normalización de la integral sobre $|x| < c$ y la integración del término deslizando da como resultado:

$$1/\pi \int_{-1}^1 \frac{q'(v)}{v - 1} dv = fp_0(c/a)t \quad -1 < t < 1 \quad (1.35)$$

donde $v = \xi/c$ y $t = x/c$. La solución a esta ecuación es:

$$q'(t) = -fp_0(c/a) \int_{-1}^1 \sqrt{1 - t^2} ds \quad |t| < 1 \quad (1.36)$$

Queda por determinar el tamaño de la zona de adherencia, c . Esto puede efectuarse haciendo cumplir el equilibrio con la fuerza tangencial:

$$Q = \int_{-a}^a q(\xi) d\xi = -fp_0a \int_{-1}^1 \sqrt{1 - s^2} ds - fp_0 \frac{c^2}{a} \int_{-1}^1 \sqrt{1 - s^2} ds \quad (1.37)$$

Obteniéndose que:

$$Q = \frac{fp_0\pi}{2a} (a^2 - c^2) \quad (1.38)$$

Esta ecuación se puede reorganizar de la siguiente forma:

$$c/a = \sqrt{1 - |Q/C|} \quad (1.39)$$

Ahora debemos verificar que las condiciones de adherencia y deslizamiento se cumplan en las regiones correspondientes. La figura 1.10 muestra la distribución de las tensiones tangenciales obtenidas para diferentes valores de Q/fP . La zona de fricción central donde las tracciones de corte se reducen en magnitud es inmediatamente evidente.

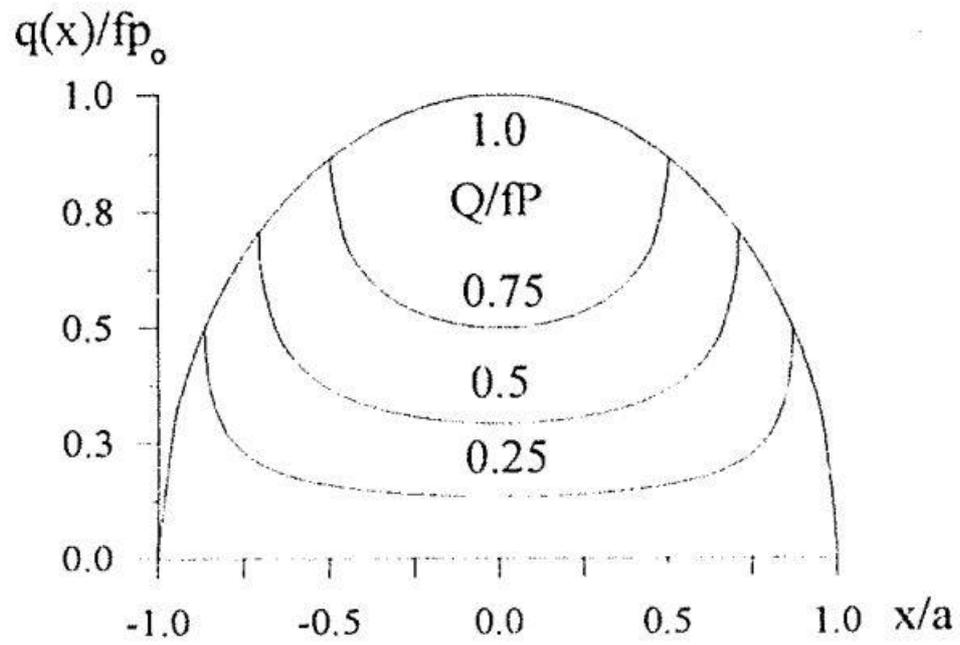


Figura 1.10. [5] Distribución de tensiones tangenciales para un rango de valores de fuerza tangencial Q .

2 CONTACTO CON RODADURA OSCILANTE Y FUERZA TANGENCIAL VARIABLE

2.1 Planteamiento y consideraciones iniciales

Se pretende averiguar el comportamiento en la zona de contacto de un cilindro apoyado sobre un semiplano infinito bajo distintas condiciones de carga tangencial y rodadura pequeña. El cilindro es de longitud infinita, por tanto, se puede considerar deformación plana y resolver el problema en dos dimensiones, lo que facilita bastante los cálculos. También se han tomado las siguientes consideraciones:

- Mismo material para los dos cuerpos del contacto cilindro-semiplano.
- Elasticidad lineal y pequeñas deformaciones.
- Problema de tipo Hertziano: las deformaciones de la zona de contacto son muy pequeñas en relación con las dimensiones características del cilindro.
- Rodaduras pequeñas: la distancia recorrida por el cilindro al rodar es del orden de la dimensión de la zona de contacto.

Los parámetros de nuestro problema en cuestión son los siguientes:

- Material: acero ($G = 82000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.28$)
- Radios del cilindro: $R = 500 \text{ mm}$
- semilongitud del área de contacto: $a = 1 \text{ mm}$

La solución del problema en 2D de Hertz nos dice que la fuerza normal requerida por unidad de ancho para lograr un área de contacto $[-a, a]$, con $a = 1 \text{ mm}$ es:

$$F_n = \frac{\pi a^2 G}{4R(1 - \nu)} = 178.90 \text{ N/mm}$$

Este parámetro de fuerza normal se fijará para todas las simulaciones, de tal manera que el área de contacto siempre conserve el mismo tamaño. Por tanto, los dos parámetros con los que se experimentarán son: el coeficiente de deslizamiento $Q/\mu N$, que depende directamente de la normal y la rodadura, pues ni el coeficiente de rozamiento ni la fuerza normal varían (fricción seca de Coulomb).

Antes de introducir el problema de rodadura oscilante con fuerza tangencial variable, es de interés analizar el cómo se comporta la zona de contacto en una situación de rodadura estacionaria.

2.2 El problema de rodadura estacionaria: solución de Cárter.

Cárter aportó la solución para el caso estacionario de velocidad de giro constante, es decir, para regímenes de rodaduras lo suficientemente grandes como para que la distribución de tensiones se estabilice y no varíe con el tiempo. Dicha distribución de tensiones tiene la siguiente forma:

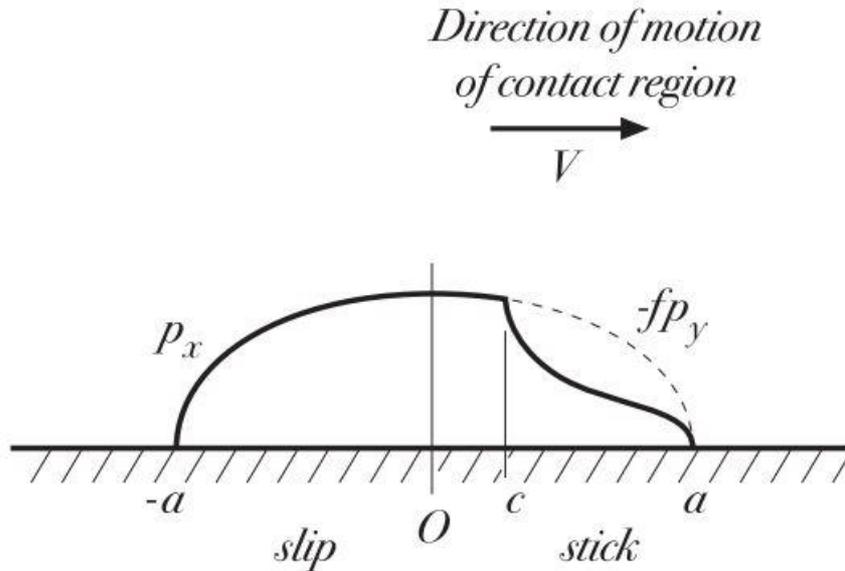


Figura 2.1. [4] Representación de tensiones tangenciales para el problema de Cárter.

La fuerza tangencial total expresada en función de la normal y el tamaño de la zona de deslizamiento viene dada por la siguiente fórmula:

$$T = fF \left\{ 1 - \left(\frac{a-c}{2a} \right)^2 \right\} \quad (2.1)$$

A su vez, la zona de adherencia tiene esta expresión:

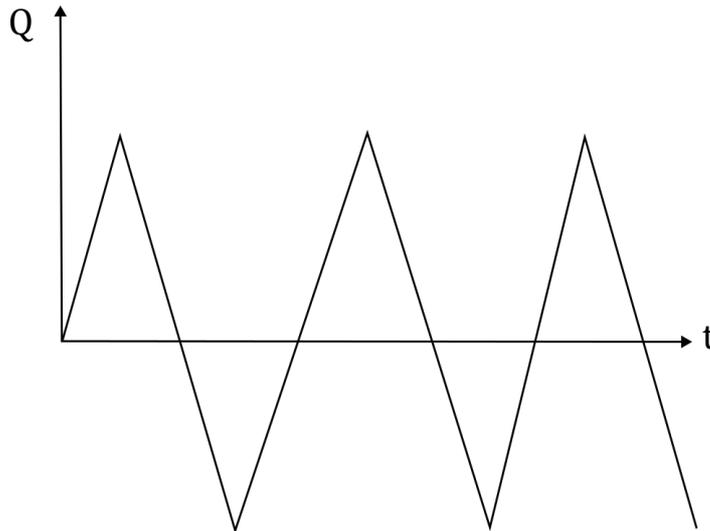
$$a - c = 2 \sqrt{\left(1 - \frac{T}{fF} \right)} \quad (2.2)$$

Como puede apreciarse en la figura 2.1, casi toda la zona de contacto está en deslizamiento, salvo la parte frontal, que es donde se produce toda la adherencia. En este caso la distribución de tensiones tangenciales no es simétrica. Una característica interesante de esta solución es que la velocidad de fluencia no es cero, es decir, hay una pequeña velocidad tangencial relativa en estado estacionario entre los dos cuerpos. Esto hace que el rodillo gire ligeramente más despacio que en un análisis cinemático de cuerpo rígido, lo cual indica que se producen pérdidas de energía por deformación y por rozamiento en forma de calor a través de microdeslizamientos.

2.3 Problema de oscilación bajo fuerza tangencial variable.

Este tipo de problema está presente en las situaciones donde existe un contacto entre componentes mecánicos que oscilan y además se transmiten fuerzas tangenciales entre sí.

Supóngase un cilindro que oscila respecto de un punto fijo. Durante dicha oscilación, la fuerza tangencial varía con la rodadura de forma lineal, de tal manera que alcanza un valor máximo en los extremos del ciclo, y es nula cada vez que pasa por el centro. La distancia recorrida por rodadura en cada ciclo es del orden del tamaño de la zona de contacto:



2.1. Ciclo de carga respecto al tiempo.

Partiendo del reposo, al cilindro se le aplica una fuerza en la componente normal a la superficie, que es la necesaria para crear una zona de contacto de 2 mm de ancho, como se especificó en el apartado 2.1, no existiendo componente tangencial en esta primera etapa. Posteriormente, se le aplica una fuerza tangencial creciente que parte de un valor nulo, al mismo tiempo que se libera el giro y el cilindro comienza a rodar con una cierta velocidad. Al no tenerse en cuenta efectos viscoelásticos, esta velocidad de rodadura no afectará a los resultados, solo lo hará el valor total de rodadura (distancia recorrida)

La fuerza tangencial será función del desplazamiento por rodadura y variará de forma lineal con éste, de manera que en cada instante de tiempo la distancia recorrida por rodadura será proporcional a la longitud total del área de deslizamiento provocada por el valor que tenga la fuerza tangencial en ese instante para el caso estático, es decir:

$$\frac{rod}{(a - c)} = cte \quad (2.3)$$

Siendo:

$$(a - c) = a \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T}{fF}} \right) \quad (2.4)$$

En los resultados de la simulación se verá que, una vez que el cociente $rod/(a-c) > 1$, la rodadura supera o sobrepasa el tamaño de la zona de deslizamiento, lo cuál provoca que las tensiones tangenciales disminuyan en esa zona y se produzca adherencia.

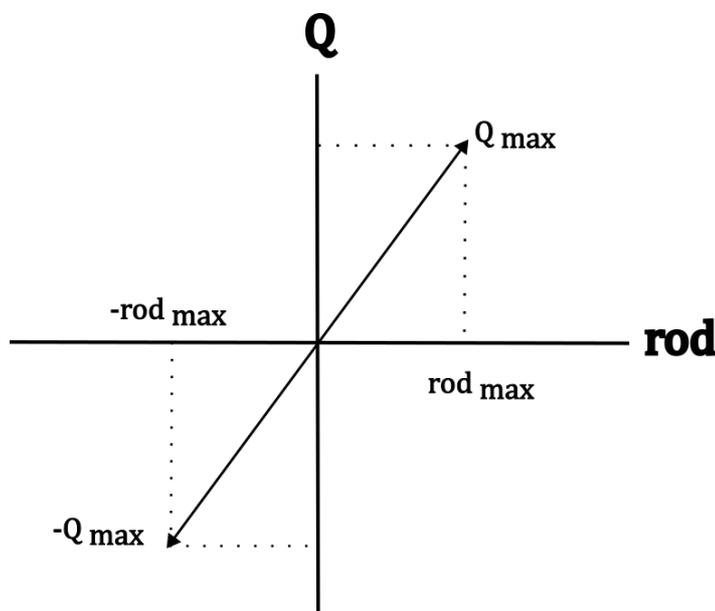


Figura 2.2. Rango de variación de la tensión tangencial Q con la rodadura.

En un ciclo de oscilación el rodillo experimenta variaciones de carga tangencial, la cuál es máxima en los extremos y nula en el centro, también varía de dirección dependiendo de la etapa de oscilación. El ciclo se compone de las siguientes etapas:

1. Inicio del movimiento: centro-extremo derecho

Tanto el desplazamiento como la dirección de la carga tangencial aplicada son hacia la derecha. El cilindro comienza a desplazarse en este sentido, partiendo, a su vez, de una carga tangencial igual a cero que se va incrementando conforme el rodillo se desplaza. La carga y la rodadura alcanzan su valor máximo respectivamente en el extremo.

2. Reversión del movimiento: extremo derecho-centro

A partir de este momento, el movimiento se revierte hacia la izquierda, y la carga comienza a decrecer, aunque su dirección sigue siendo hacia la derecha en todo momento, esto es, solo cambia el sentido del movimiento, pero no el de la carga. Cuando el rodillo llega al punto de inicio, la carga ha decrecido completamente hasta volver a ser nula.

3. Continuación del movimiento hacia la izquierda: origen-extremo izquierdo

La carga tangencial cambia ahora de sentido y apunta hacia la izquierda, partiendo de un valor nulo. Conforme el rodillo se acerca al extremo izquierdo, la carga tangencial también se incrementa, hasta alcanzar su máximo en dicho extremo.

4. Final del ciclo: retorno al origen

En la etapa final del ciclo, el sentido de la rodadura cambia hacia la derecha y el de la carga sigue apuntando hacia la izquierda, disminuyendo su módulo a medida que se acerca al origen. Una vez aquí, la carga tangencial vuelve a valer cero. Es como una imagen especular del caso 2.

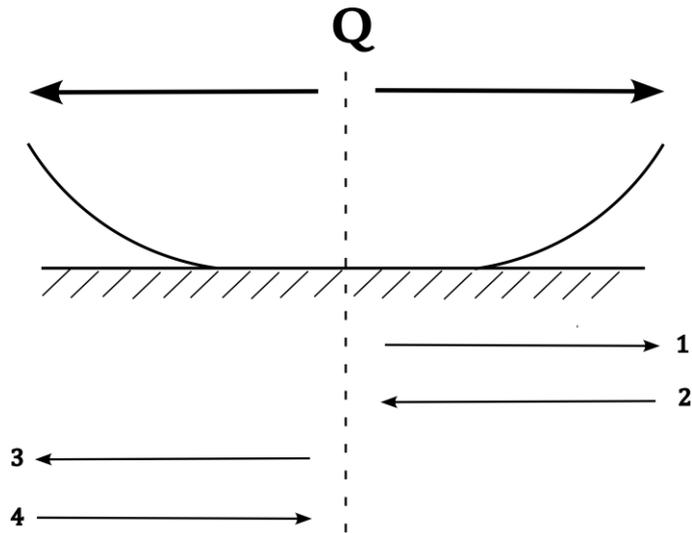


Figura 2.3. Representación gráfica del ciclo de oscilación.

Para lograr el régimen estacionario y la estabilización de las tensiones, este ciclo se repite varias veces. Según se pudo comprobar, a partir del segundo ciclo, las distribuciones de tensiones tenían la misma forma, por lo que se ha tomado un número de ciclos igual a 3 para todas las simulaciones que se han realizado, de esta manera se asegura la recurrencia de las distribuciones de tensiones.

3 MODELO DE SIMULACIÓN

3.1 Introducción

En este capítulo se hará una breve introducción al programa que se ha usado para realizar las simulaciones, se explicarán los conceptos básicos y herramientas empleadas para obtener los resultados y, por último, se hará un análisis de éstos para demostrar su validez.

El programa que se ha usado se llama CONTACT, de la empresa Vtech CMCC, y es un software de simulación avanzado para el estudio detallado de contactos tridimensionales con fricción. Por ejemplo, es tremendamente útil para investigar el desgaste de las ruedas y los rieles de los ferrocarriles. CONTACT está diseñado para problemas de contacto concentrado, también resuelve las presiones normales y los esfuerzos cortantes tangenciales para problemas estacionarios y no estacionarios. Esto se hace para cuerpos de materiales linealmente elásticos o viscoelásticos. Ambos cuerpos son considerados homogéneos –aunque posiblemente de diferentes– materiales y su geometría puede ser no hertziana, además los parámetros cinemáticos (fuerzas totales, deslizamiento relativo, y rodadura) son todos ajustables.



Figura 3.1. [6] Contacto de una rueda de tren con un rail.

La mecánica de contacto se refiere a la interacción de cuerpos deformables. Un aspecto clave es que el área de contacto depende de cómo se deformen los cuerpos y de su geometría. La determinación del área de contacto se convierte así en una parte esencial del problema. No sucede lo mismo para resolver otros tipos de problemas por análisis de elementos finitos, donde las condiciones de contorno son fijas y conocidas de antemano.

Conociendo los esfuerzos superficiales y la geometría previa del contacto, se obtienen por análisis de elementos finitos los desplazamientos y las deformaciones, y de ellos se deducen las tensiones. En particular, también se calcula la tensión de Von Mises, que es importante en los cálculos de plasticidad.

3.2 Conceptos básicos sobre el mallado en el programa CONTACT

El área de contacto potencial es aquella que contiene a la superficie de contacto y sobre la que se aplica el mallado para calcular la zona de contacto real, así como los valores de las tensiones y deformaciones que se producen justo en la interfase que separa a los dos cuerpos. Para problemas de tipo hertziano, como es el caso que nos ocupa, el área de contacto es bidimensional, y, por tanto, el área de contacto potencial también lo será. Por simplicidad, se toma un área rectangular con los lados paralelos a los ejes de coordenadas x-y.

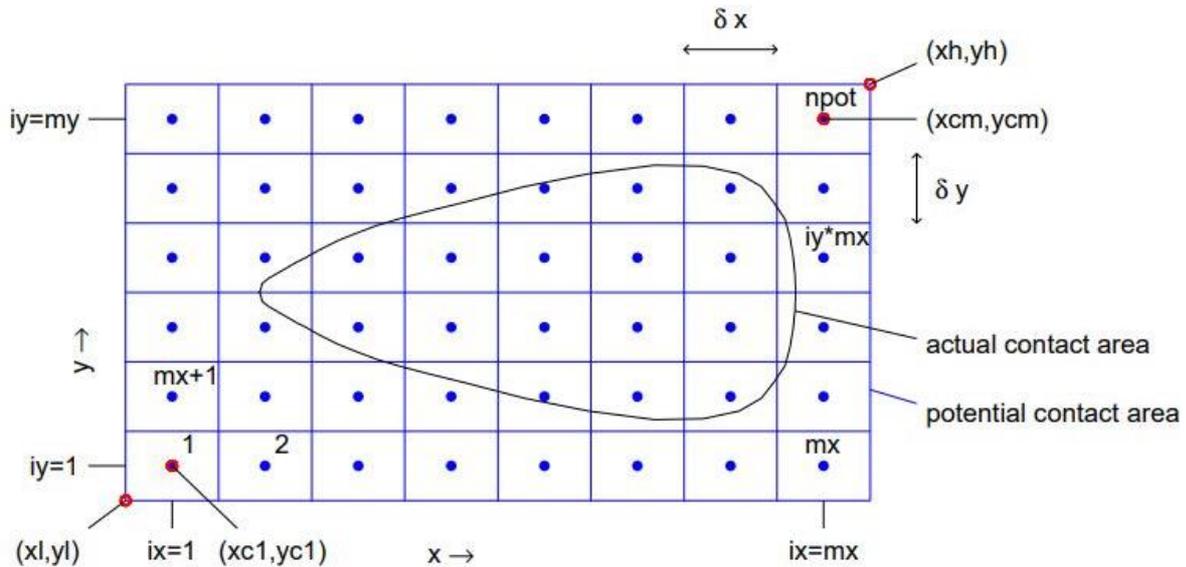


Figura 3.2. [6] Zona de contacto potencial discretizada con el área de contacto real en su interior.

Como puede apreciarse en la figura 3.2, el mallado consiste en la discretización de elementos rectangulares contenidos en el semiplano. Es en esta superficie donde realmente está almacenada toda la información para determinar los campos de desplazamientos y tensiones en el resto del material, esto es, fuera del semiplano, ya sea en el cuerpo superior o inferior al mismo. El área de contacto y el valor de las tensiones allí halladas constituyen las condiciones de contorno para resolver un problema de elasticidad convencional en el resto del material.

En el caso que nos ocupa, se tiene un cilindro y un semiplano infinitos que contactan entre sí. La superficie de contacto en este caso también es idéntica a la que habría entre dos cilindros infinitos. Como se puede deducir de manera intuitiva, la forma de la superficie de contacto en estos dos casos sería la de un rectángulo con uno de sus lados infinitos. A efectos de mallado se ha tomado una longitud muy grande en la dirección del eje del cilindro (eje y), de esta manera el resultado obtenido se aproximará al del caso de deformación plana. El lado transversal en la dirección x, se ha tomado igual a 2.2 mm, (2.1)

Si se recuerda el apartado 2.1, el semieje a del área de contacto se tomó igual a 1mm, por lo que su ancho total será 2 veces dicho parámetro, es decir 2 mm. El valor de 2.2 mm del área potencial se ha tomado porque la longitud de mallado debe contener a la longitud real de contacto, por tanto, se ha añadido un milímetro en un extremo y en otro para que así el programa no tenga problemas a la hora de calcular los resultados.

3.3 Batería de simulación

Se han simulado un total de 35 casos en los que se ha experimentado con diferentes valores del coeficiente de deslizamiento $Q/\mu N$ y de la rodadura. Existen 5 valores del coeficiente de deslizamiento (0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9) para cada uno de los cuales se han tomado 7 casos distintos del coeficiente de rodadura (0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 2). Recuérdese que el coeficiente de deslizamiento no representa un valor constante, sino el valor máximo dentro del intervalo de movimiento del cilindro que se alcanza en los extremos de la oscilación (2.3). La siguiente tabla resume toda la información anterior sobre los casos:

Tabla 1. Batería de simulación

$rod/(a - c)$ $Q/\mu N$	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2
0.1	A01B025	A01B05	A01B075	A01B1	A01B125	A01B15	A01B2
0.25	A025B025	A025B05	A025B075	A025B1	A025B125	A025B15	A025B2
0.5	A05B025	A05B05	A05B075	A05B1	A05B125	A05B15	A05B2
0.75	A075B025	A075B05	A075B075	A075B1	A075B125	A075B15	A075B2
0.9	A09B025	A09B05	A09B075	A09B1	A09B125	A09B15	A09B2

Puede deducirse fácilmente del código utilizado para clasificar los diferentes casos de simulación, que la primera letra (A) hace referencia al coeficiente de deslizamiento máximo que se alcanza en el intervalo de oscilación, seguida de su valor máximo sin coma, mientras que la letra B hace referencia al coeficiente de rodadura, éste se calcula dividiendo la rodadura o distancia total recorrida por la longitud de la zona de deslizamiento ($a - c$) para la fuerza tangencial máxima aplicada en estático.

3.4 Análisis de los resultados

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para los casos de la batería de simulación. Para cada uno de ellos se ha obtenido la gráfica de distribución de tensiones tangenciales, así como las tensiones de tracción σ_{xx} que existen justo por debajo de la superficie. Como los campos de desplazamientos y tensiones están determinados por los nodos de la malla, el valor de σ_{xx} se ha tomado en el primer elemento que hay justo por debajo de la superficie de contacto, esto es, en el elemento más cercano a la cota $z = 0$.

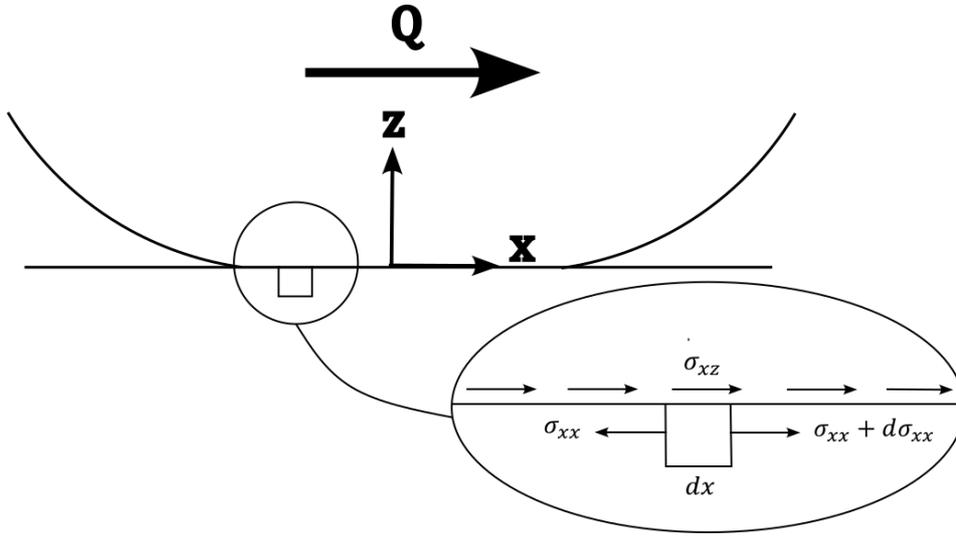


Figura 3.3. Representación de las tensiones σ_{xx} a nivel superficial ($z = 0$).

Estas tensiones tienen una componente debida a σ_{xz} y otra debida a σ_{zz} (tensión normal), y se calculan mediante la integral de Cauchy (para $z = 0$) en el intervalo de oscilación $-a - rod < x < a + rod$:

$$\sigma_{xx}(x, z) = \sigma_{xx}^N(x, z) + \sigma_{xx}^Q(x, z) = -\frac{2z}{\pi} \int_{-a-rod}^{a+rod} \frac{\sigma_{zz}^2(s, 0)(x-s)^2}{((x-s)^2 + z^2)^2} ds - \frac{2}{\pi} \int_{-a-rod}^{a+rod} \frac{\sigma_{xz}(s, 0)(x-s)^3}{((x-s)^2 + z^2)^2} ds \quad (3.1)$$

También se ha representado el rango máximo de tensiones tangenciales para un posible estudio a fatiga futuro. Este rango indica la diferencia entre las tensiones de cizalla que experimenta la superficie cuando el cilindro se encuentra en posiciones extremas del movimiento oscilatorio, es decir, la diferencia entre las tensiones tangenciales del extremo derecho y en el extremo izquierdo del rango de oscilación. Las tensiones tangenciales son positivas cuando el desplazamiento tiene lugar hacia la derecha, y negativas cuando es en sentido contrario. De esta manera se tiene que el rango es:

$$\Delta\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^+ - \sigma_{xz}^- \quad (3.2)$$

Una vez hecha esta introducción, se procede a mostrar los resultados obtenidos de las simulaciones:

3.4.1 A01B025

Para este primer caso se va a representar la distribución de tensiones tangenciales en distintos instantes de tiempo dentro de los ciclos de oscilación. En esta simulación se ha tomado una malla de la zona de contacto potencial de 4000 elementos y una amplitud de ciclo de 1000 iteraciones, es decir, para que el cilindro avance hacia un lado partiendo del origen, son necesarios mil pasos de simulación, en cada uno de los cuales se recalcula la malla con las tensiones y desplazamientos del paso anterior. Por tanto, dado que cada ciclo consta de 4 etapas (apartado 2.3) y cada una se compone de 1000 iteraciones, un ciclo completo se compondrá de un total de 4000 pasos. El ciclo, a su vez, se repite tres veces, para que, de esta manera, se establezcan las tensiones y se alcance un régimen permanente. Esto hace que el número final de iteraciones requeridas en esta primera simulación ascienda a 12000 en total.

De estas 12000 instantáneas se han seleccionado para ser representadas solo aquellas que corresponden a las posiciones en los extremos del movimiento oscilatorio, por ser las más significativas para el cálculo a fatiga, ya que las tensiones tangenciales alcanzan su máximo en dichos extremos (apartado 2.3). Por número de iteración, las gráficas seleccionadas son:

1. Primera inversión del primer ciclo: iteración n=1000
2. Segunda inversión del primer ciclo: iteración n=3000
3. Primera inversión del segundo ciclo: iteración n=5000
4. Segunda inversión del segundo ciclo: iteración n=7000
5. Primera inversión del tercer ciclo: iteración n=9000

Del tercer ciclo podrían haberse representado las tensiones en sus diferentes inversiones, pero esto no ha sido necesario, ya que que el régimen permanente de las tensiones se alcanza a partir del segundo ciclo, o lo que es lo mismo, el segundo ciclo es representativo de todos los demás, por eso, la información referente al tercer ciclo se ha decidido obviar.

Fíjese que cada tramo de movimiento corresponde a un múltiplo del número de iteraciones n, que varía para cada caso de la batería de simulación, de esta manera se tiene que las instantáneas siempre se tomarán para: n, 3n, 5n, 7n, y 9n. Esto se ha hecho para los 35 casos existentes, lo que da un total de 245 gráficas, incluyendo las gráficas de tensiones σ_{xz} y σ_{xx} . Para no incluir un número excesivo de gráficas en esta memoria, se ha decidido representar las 5 primeras posiciones de los ciclos solo para este primer caso A01B025, mientras que para el resto solo se incluirá la gráfica correspondiente a la inversión del primer ciclo (iteración n) más los rangos de tensiones σ_{xz} y σ_{zz} .

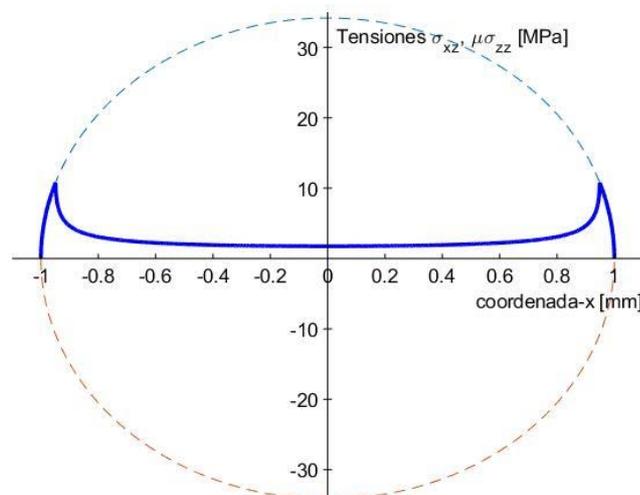


Figura 3.4. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo

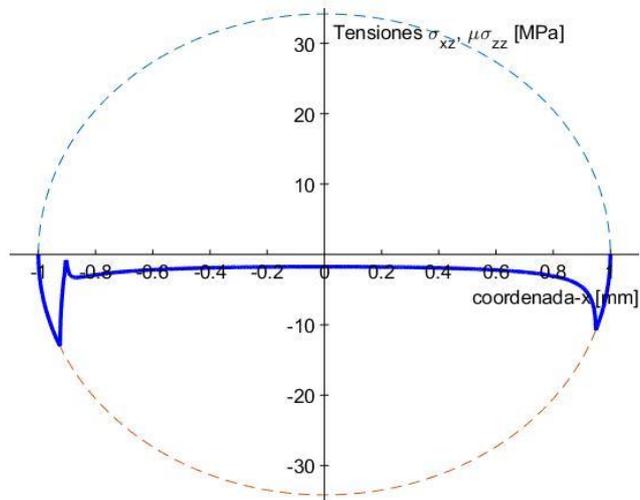


Figura 3.5. $cd = 0.1, cr = 0.25$, segunda inversión del primer ciclo

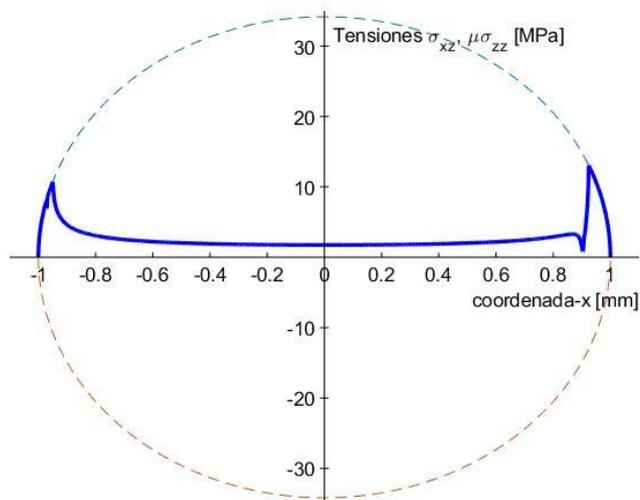


Figura 3.6. $cd = 0.1, cr = 0.25$, primera inversión del segundo ciclo.

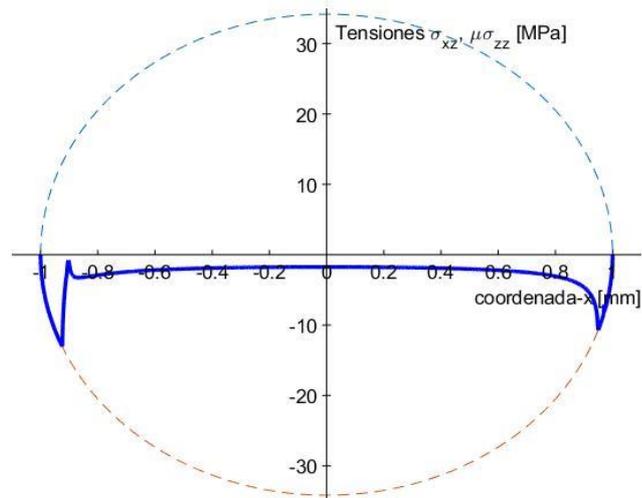


Figura 3.7. $cd = 0.1, cr = 0.25$, segunda inversión del segundo ciclo

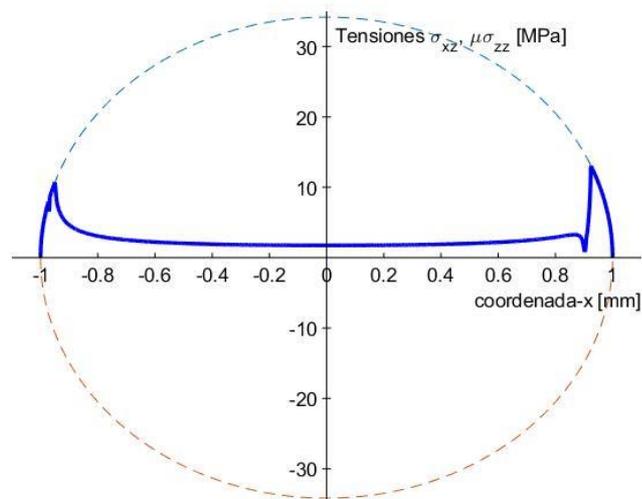


Figura 3.8. $cd = 0.1, cr = 0.25$, primera inversión del tercer ciclo.

Puede apreciarse que para este valor de la rodadura no se produce adherencia en la zona frontal de deslizamiento. También se puede comprobar que la distribución de tensiones para sentidos de movimiento contrarios tiene aproximadamente la misma forma, pero invertida hacia abajo y de izquierda a derecha. Se puede decir para estos casos, que las gráficas son prácticamente antisimétricas unas de otras.

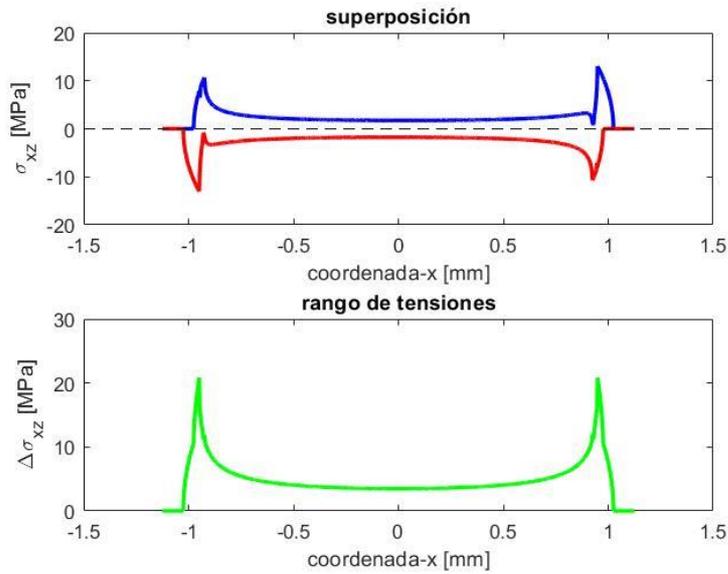


Figura 3.9. $cd = 0.1$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales.

La amplitud máxima de tensiones para este caso tiene un valor de 20.84 MPa. Como se deduce de la imagen anterior, la variación máxima de las tensiones tangenciales se produce en los extremos, que es donde tiene lugar el deslizamiento. Téngase en cuenta que, al producirse deslizamiento, estas zonas serán susceptibles de fretting y posiblemente se acaben desarrollando grietas en la superficie.

En cuanto a las tensiones σ_{xx} en régimen permanente, tienen una componente debida a la tensión tangencial σ_{xz} , y otra a la normal σ_{zz} . La parte producida por las tensiones normales se sabe que tienen exactamente la misma forma que estas últimas, es decir:

$$\sigma_{xx}^n = \sigma_{zz} \quad (3.3)$$

Por tanto, su distribución tendrá la siguiente forma:

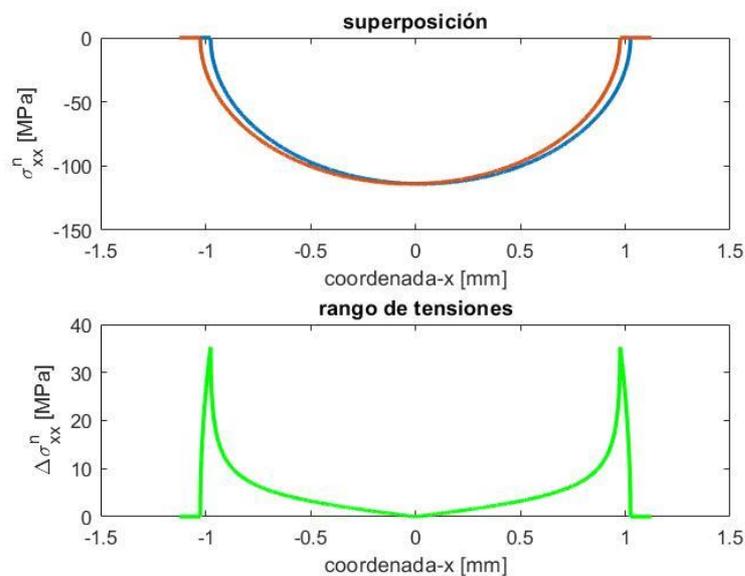


Figura 3.10. Tensiones σ_{xx} y rango ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$) debida a la componente normal.

La componente debida a la parte tangencial se ha obtenido integrando ésta última, dando como resultado:

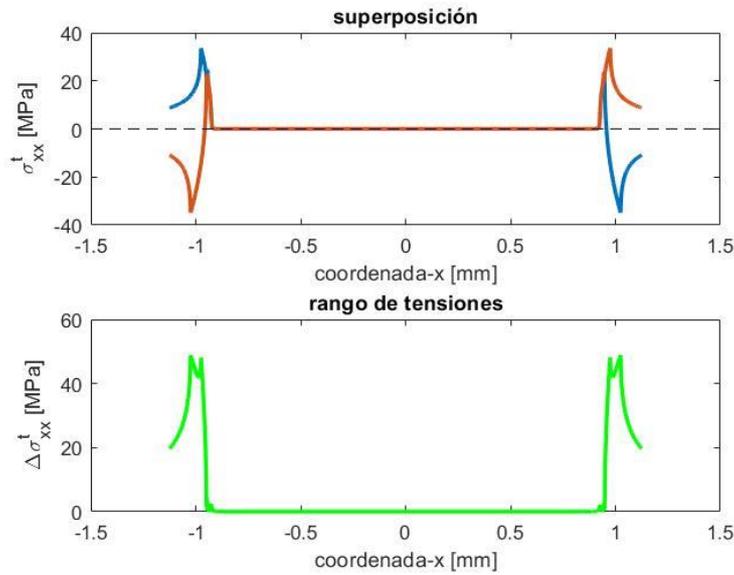


Figura 3.11. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$) debidas a la componente tangencial .

En las dos figuras anteriores se ha representado la distribución de tensiones en un sentido y en otro superpuestas, siendo la gráfica azul la distribución cuando la rodadura es hacia la derecha, y la roja cuando es hacia la izquierda. Puede apreciarse que en la parte posterior del movimiento existen tensiones de tracción (positivas), mientras que en la parte frontal son tensiones de compresión (negativas). También se han representado los rangos de tensiones, que son máximos en los extremos de la zona de contacto.

Finalmente, para obtener la distribución de tensiones σ_{xx} total, solo habrá que sumar las dos distribuciones anteriores:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^n + \sigma_{xx}^t \quad (3.4)$$

Las gráficas para rodadura hacia derecha e izquierda son respectivamente:

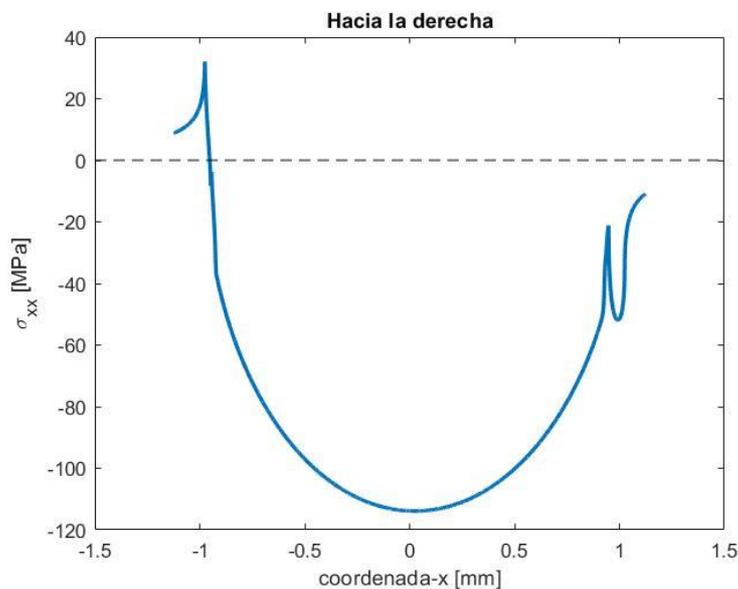


Figura 3.12 Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), rodadura hacia la derecha.

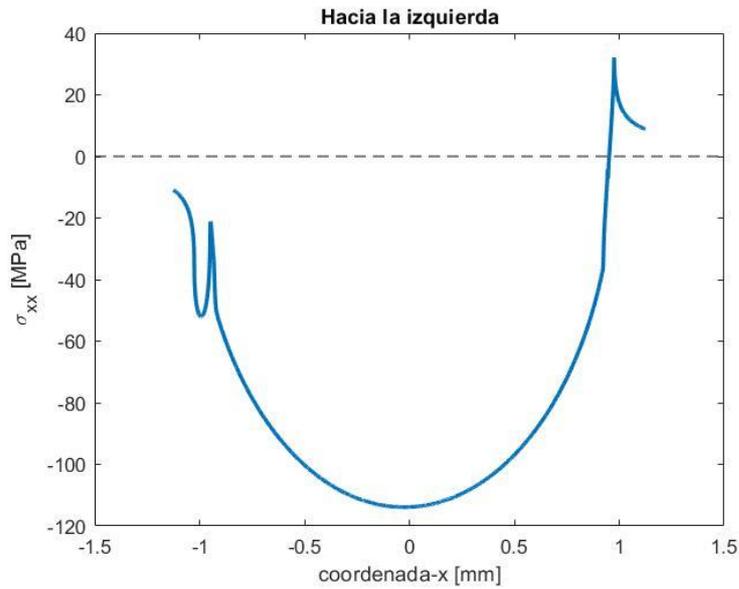


Figura 3.13. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), rodadura hacia la izquierda.

Puede comprobarse que las distribuciones en un sentido y otro de la rodadura están invertidas, es decir, una es la antisimétrica de la otra. Esto se puede apreciar muy bien en la siguiente figura, donde se representa la superposición de las dos gráficas anteriores y el rango de tensiones:

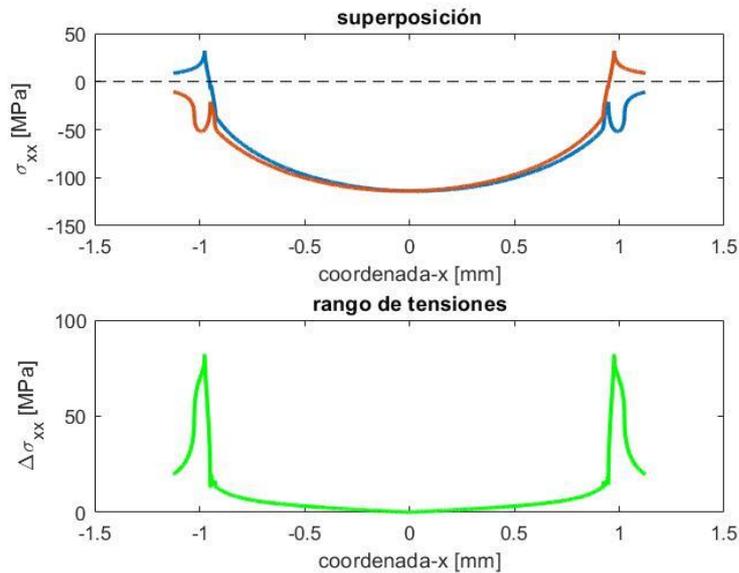


Figura 3.14. Tensiones σ_{xx} ($cd = 0.1$, $cr = 0.25$), superposición y rango de tensiones.

Fíjese que estas tensiones son prácticamente en su mayoría de compresión, salvo en la parte posterior de la zona de contacto que es contraria al sentido de rodadura. Estos puntos coinciden también con los valores máximo del rango de tensiones, que para este caso vale 82.30 MPa, valor que supera en casi cuatro veces al de las tensiones tangenciales σ_{xz} , lo que indica que esta componente tendrá gran participación en la iniciación y crecimiento de grietas.

3.4.2 A01B05

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n = 500.

Gráficas:

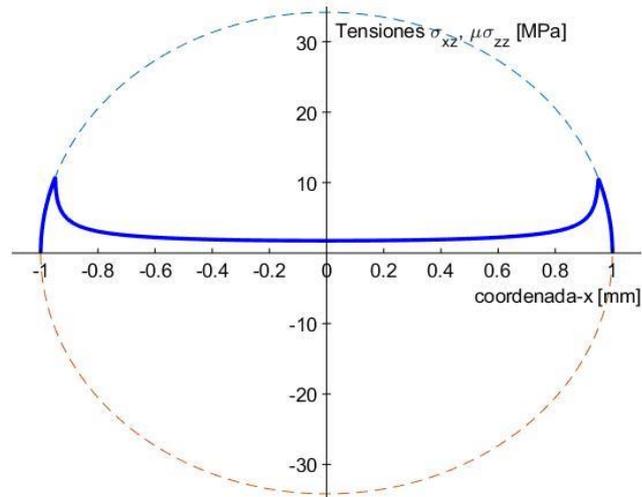


Figura 3.15. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

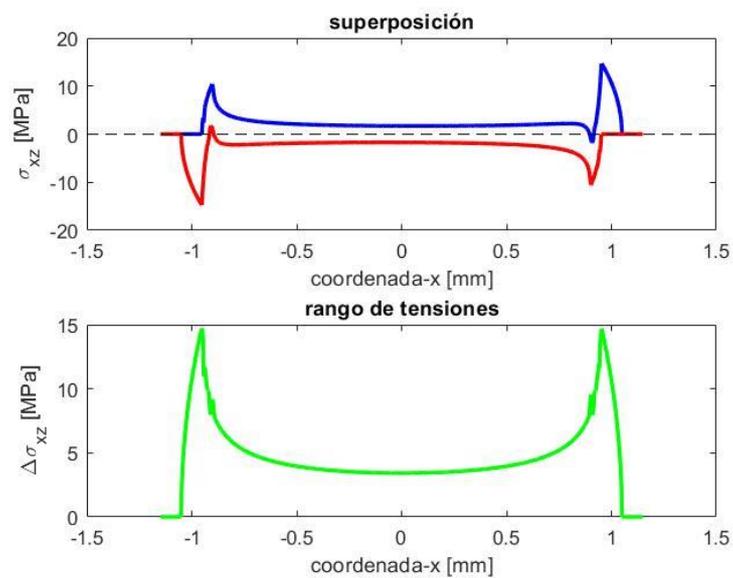


Figura 3.16. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

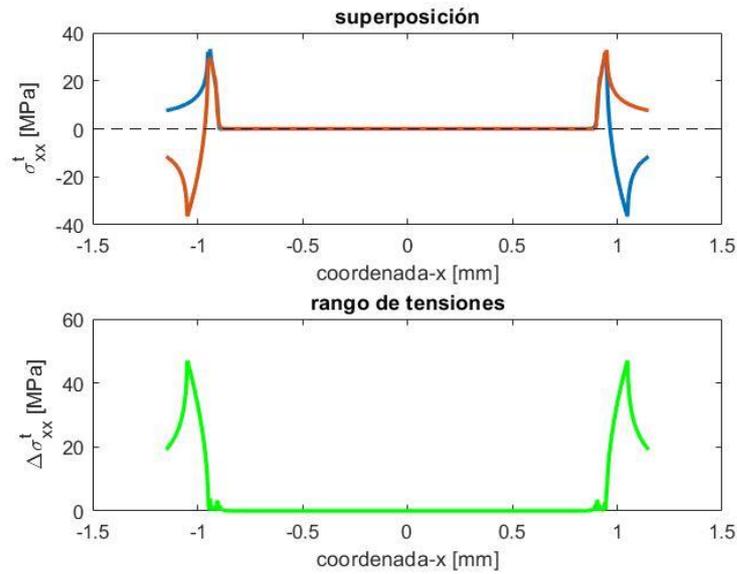


Figura 3.17. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

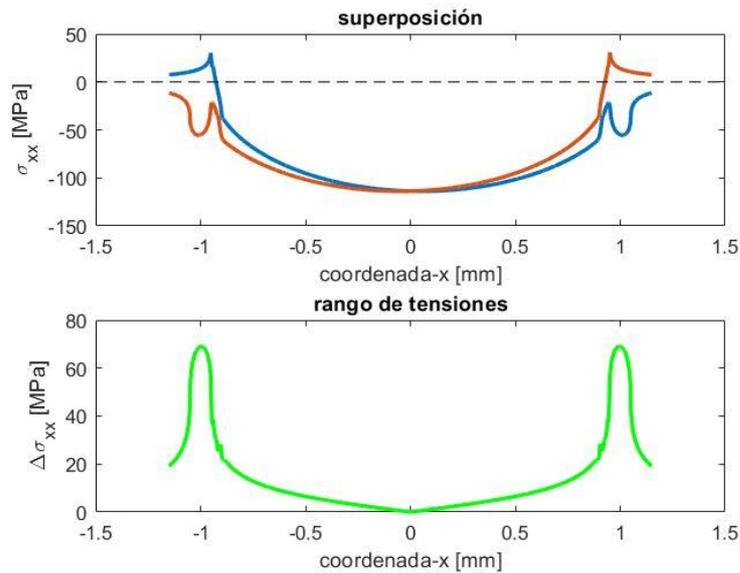


Figura 3.18. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia en los extremos: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 14.71 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 69.09 MPa.

Observaciones:

Para este caso no se ha observado adherencia en la zona de deslizamiento. La forma de las tensiones tangenciales es prácticamente la misma, mientras que el rango sí ha variado ligeramente debido al incremento en la rodadura.

3.4.3 A01B075

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n = 750.

Gráficas:

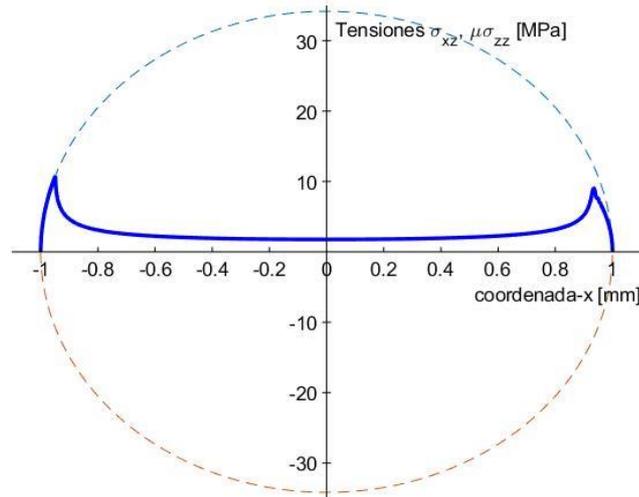


Figura 3.19. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

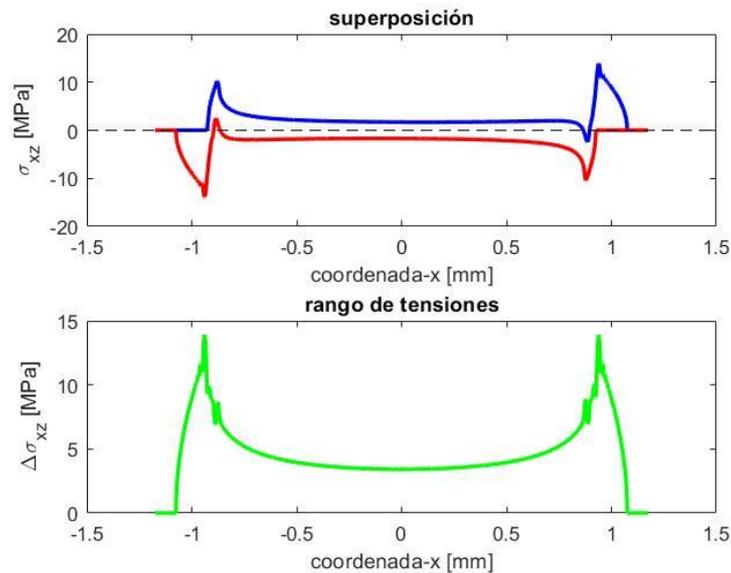


Figura 3.20. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

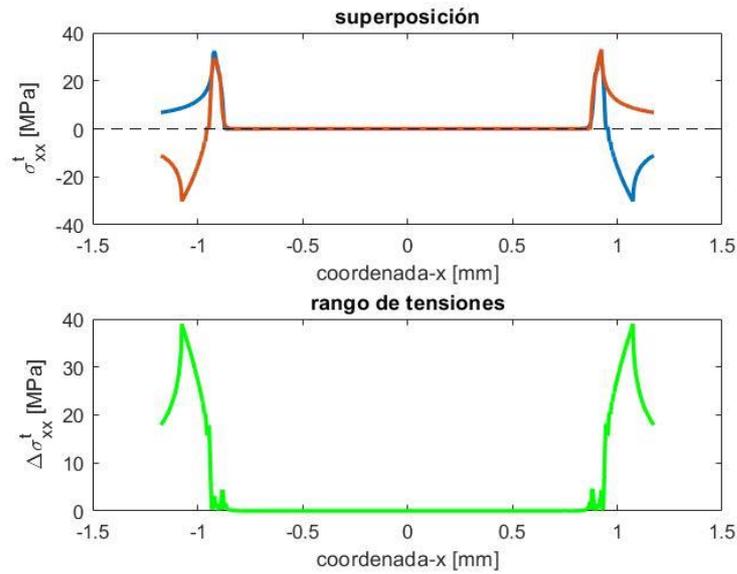


Figura 3.21. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

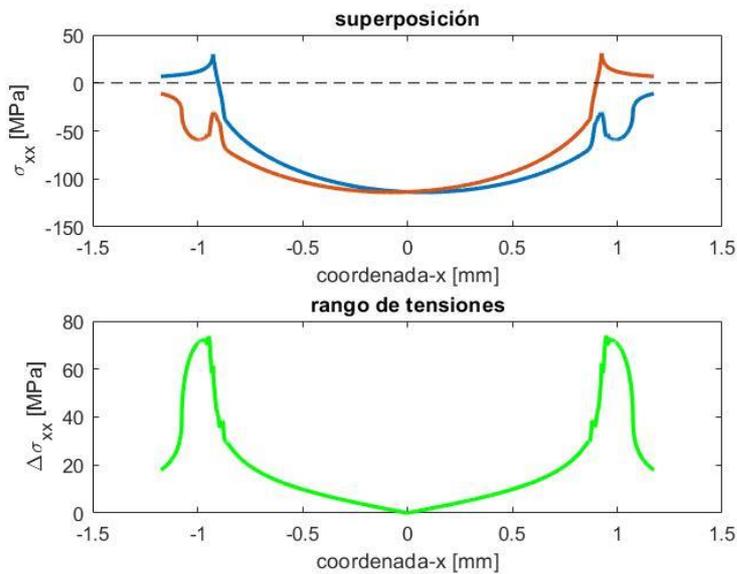


Figura 3.22. $cd = 0.1$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia en los extremos: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 13.92 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 73.92 MPa.

Observaciones:

En este caso sí se empieza a apreciar una cierta adherencia en la zona de deslizamiento, aunque es muy leve. El máximo de la tensión tangencial ha disminuido ligeramente, mientras el de la σ_{xx} ha aumentado, por lo que la relación entre ambas es aún mayor que el caso anterior.

3.4.4 A01B1

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n=1000.

Gráficas:

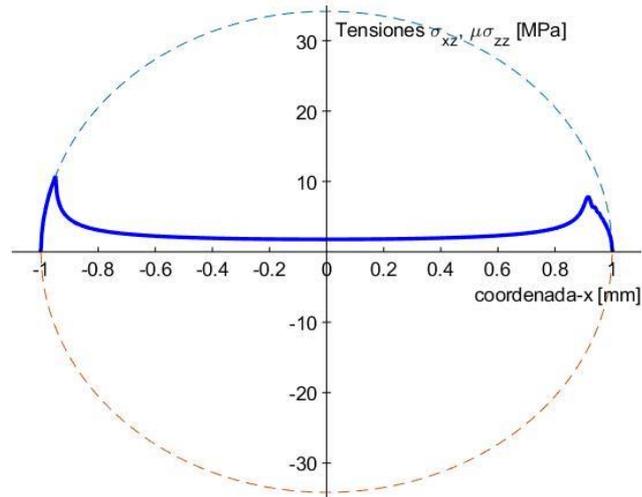


Figura 3.23. $cd = 0.1$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.

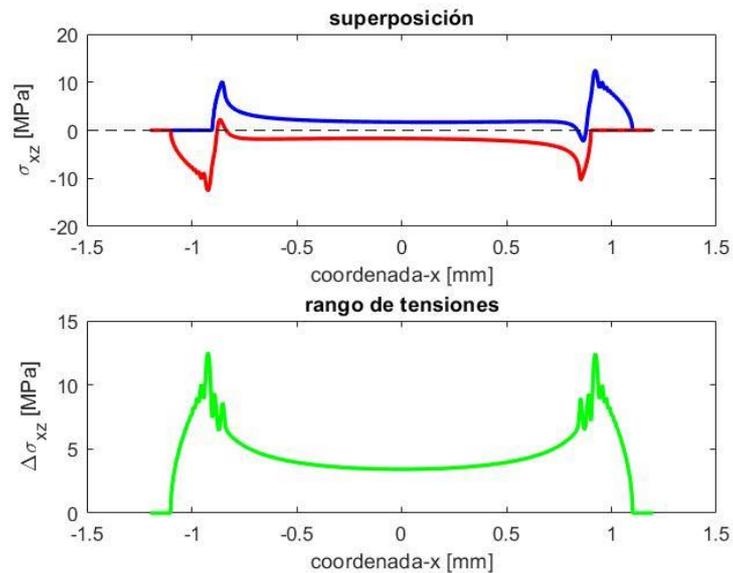


Figura 3.24. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

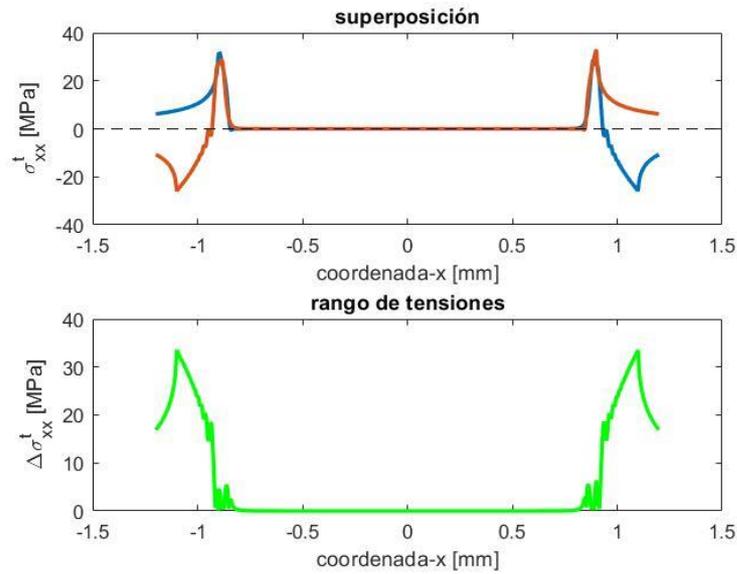


Figura 3.25. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

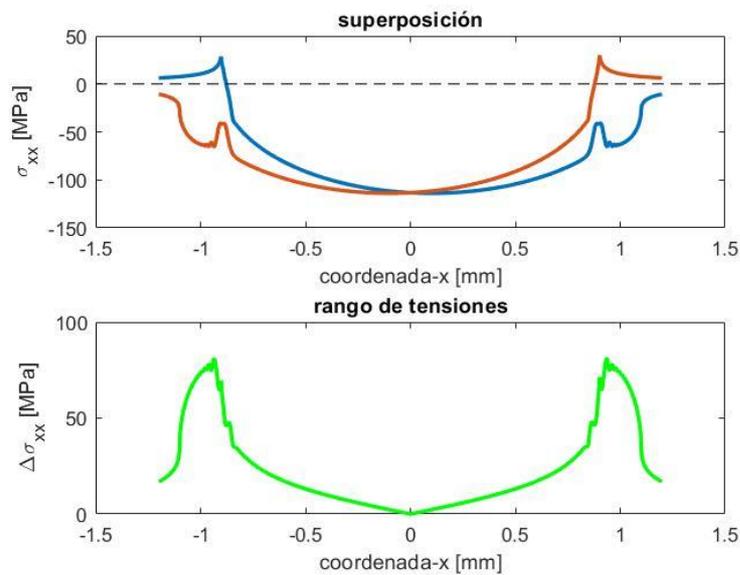


Figura 3.26. $cd = 0.1$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 12.46 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 81.03 MPa.

Observaciones:

La adherencia en la parte frontal es clara esta vez y la relación σ_{xx}/σ_{xz} sigue aumentando. Puede apreciarse también bastante ruido numérico en forma de oscilaciones localizadas en las gráficas. Este tipo de ruido no disminuye aumentando el mallado o el número de iteraciones, por lo que es inevitable en muchos casos.

3.4.5 A01B125

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n=1200.

Gráficas:

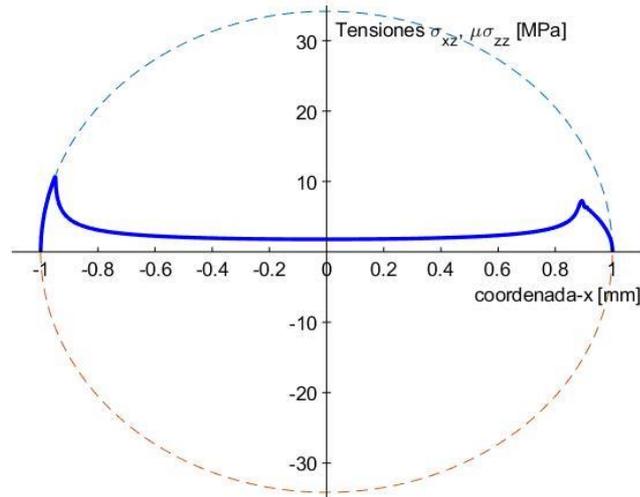


Figura 3.27. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.

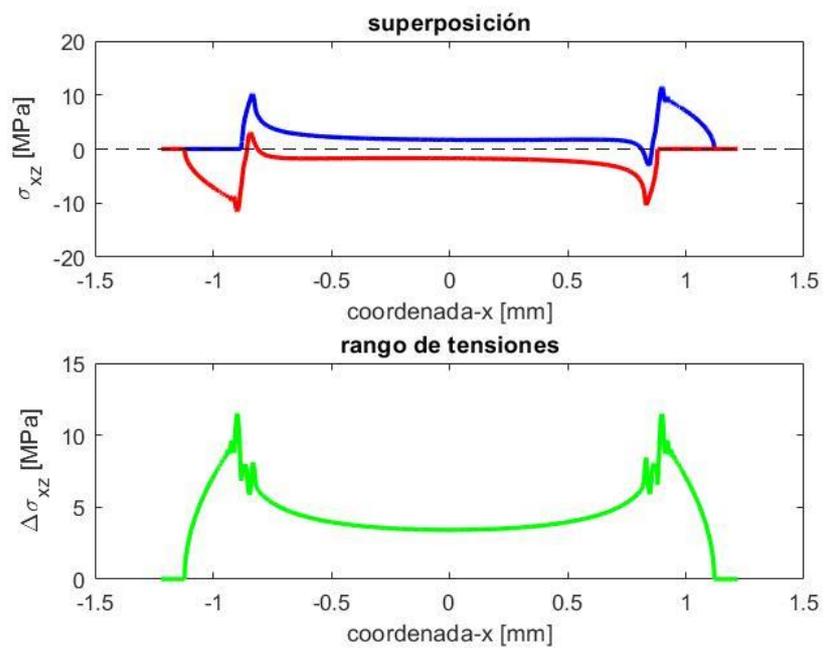


Figura 3.28. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

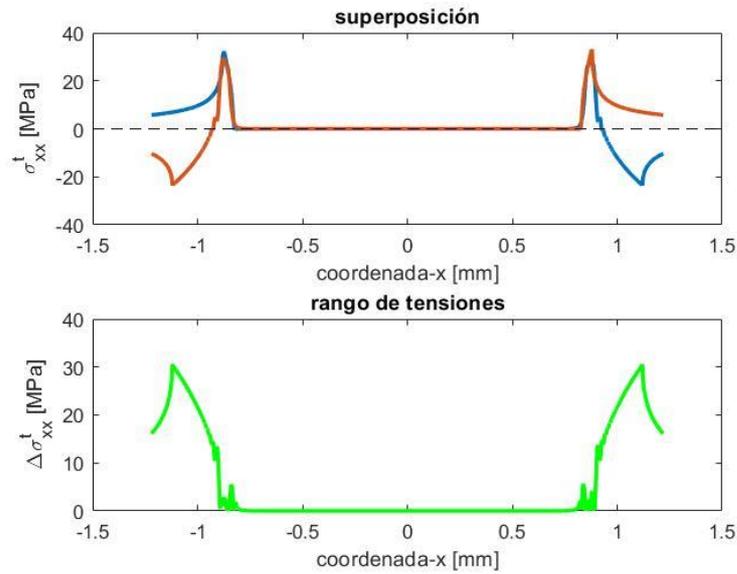


Figura 3.29. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

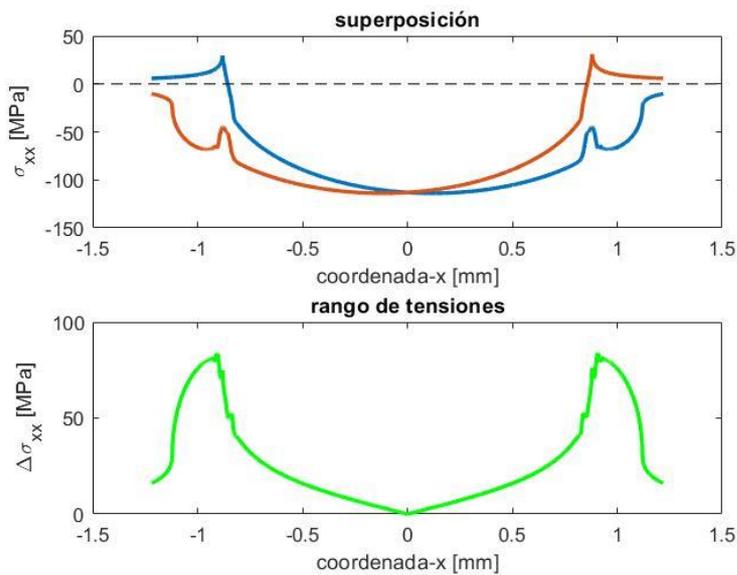


Figura 3.30. $cd = 0.1$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 11.51 MPa
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 83.93 MPa

Observaciones:

Este caso es prácticamente similar al caso anterior. Sorprende lo poco que han variado las gráficas y los rangos máximos de tensiones, aunque sí se puede observar que las ondulaciones o “ruido numérico” han disminuido.

3.4.6 A01B15

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n=1500.

Gráficas:

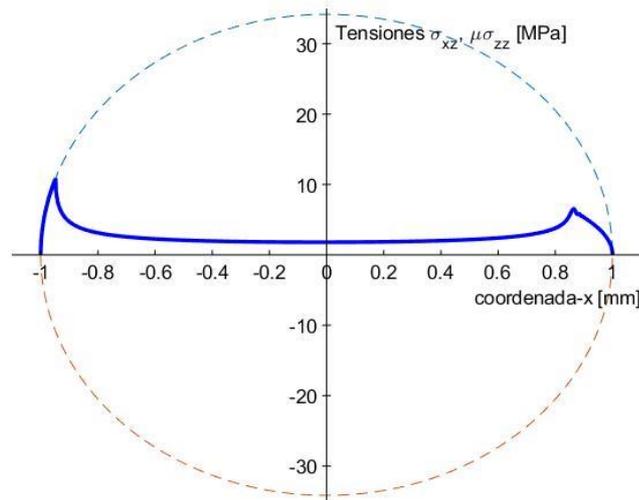


Figura 3.31. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.

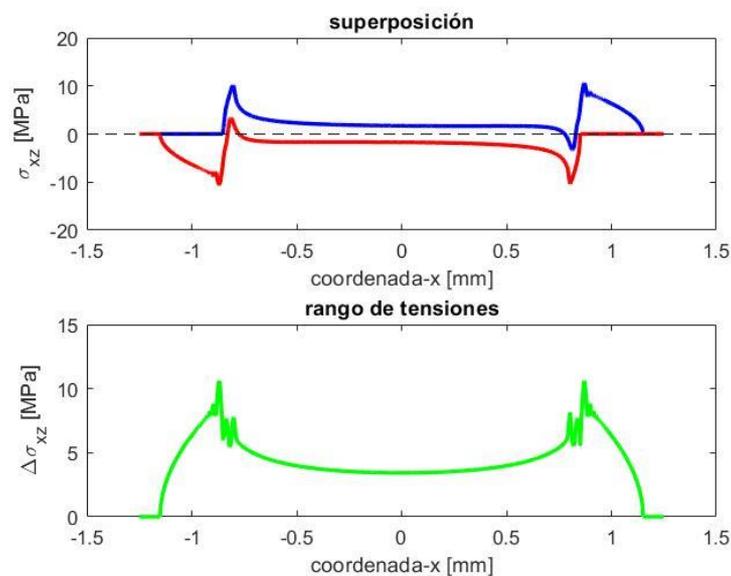


Figura 3.32. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

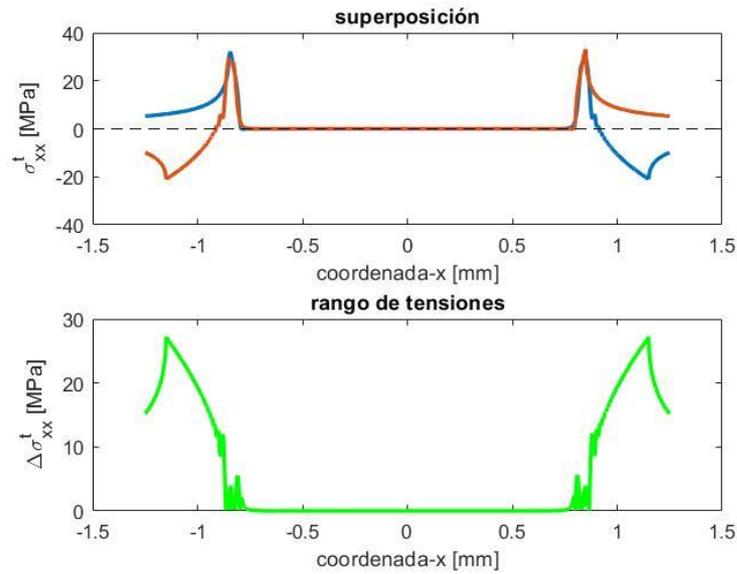


Figura 3.33. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

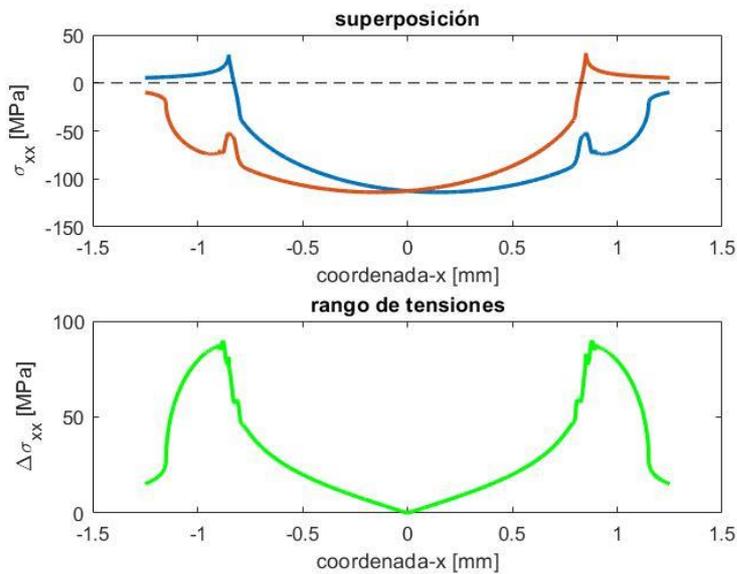


Figura 3.34. $cd = 0.1$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : $10.61MPa$
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: $88.89 MPa$

Observaciones:

La adherencia es más señalada y aunque la relación σ_{xx}/σ_{xz} sigue aumentando, ahora crece más lento, pues la variación de los rangos máximos de tensiones ha sido muy pequeña. También puede apreciarse cómo al aumentar la distancia rodada, las gráficas de los rangos se hacen más abiertas y menos puntiagudas.

3.4.7 A01B2

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX=2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n=2000.

Gráficas:

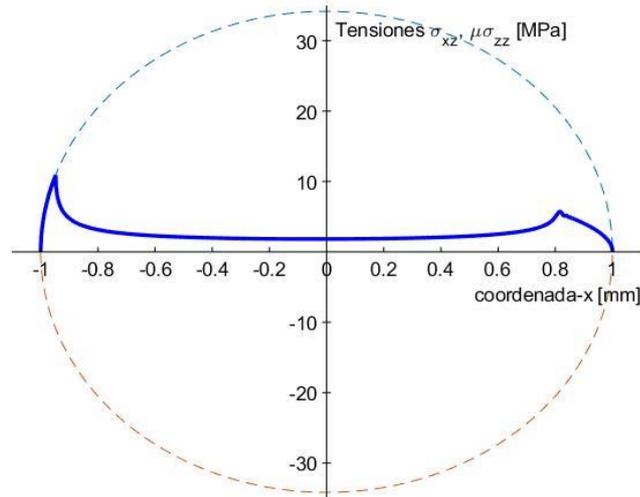


Figura 3.35. $cd = 0.1$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.

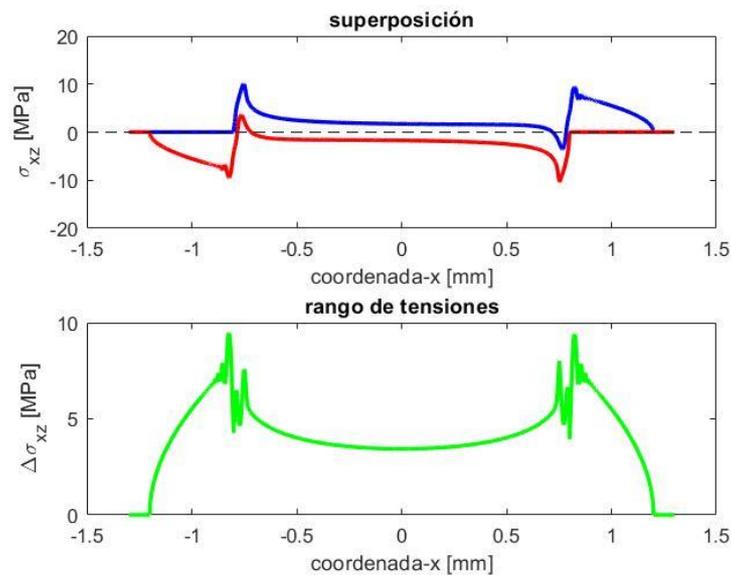


Figura 3.36. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

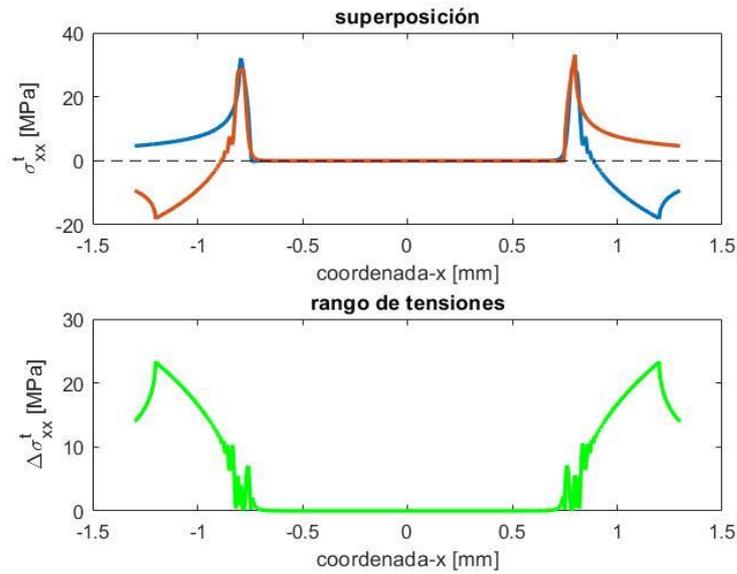


Figura 3.37. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

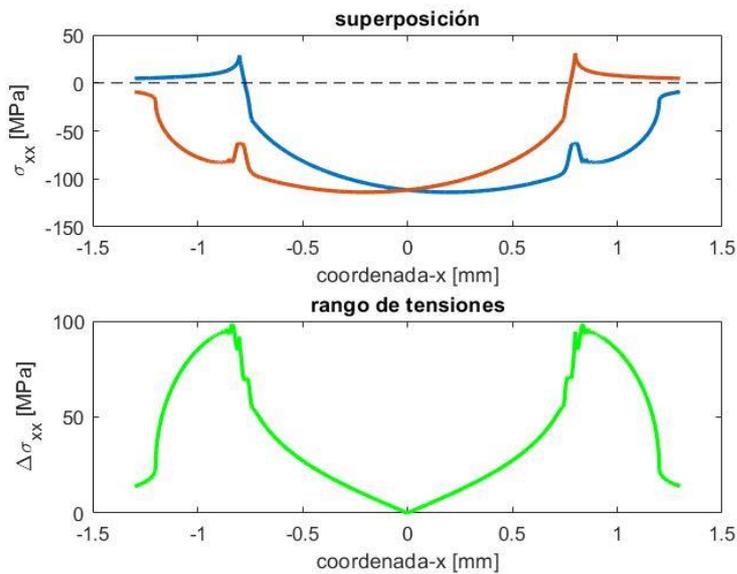


Figura 3.38. $cd = 0.1$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 9.45 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 98.50 MPa.

Observaciones:

Este es el caso para $cd = 0.1$ para el que la curva de adherencia frontal está más tumbada. Al ser la rodadura máxima, las distribuciones de tensiones en un sentido y en otro se encuentran lo más alejadas posibles una con respecto a la otra, por lo que los rangos se abren bastante, aunque su valor máximo sigue aumentando.

3.4.8 A025B025

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 600$.

Gráficas:

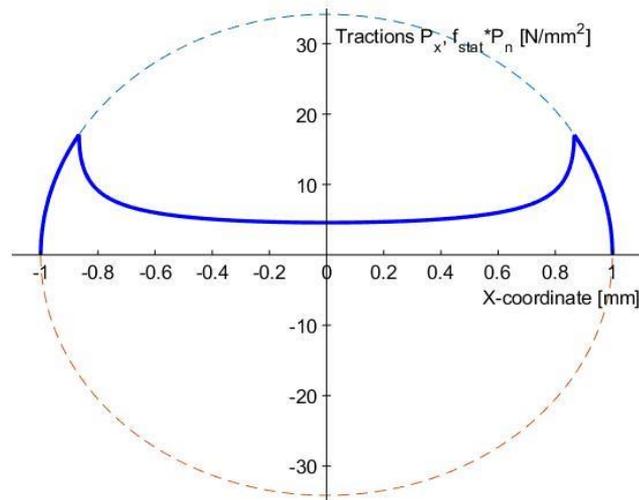


Figura 3.39. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.

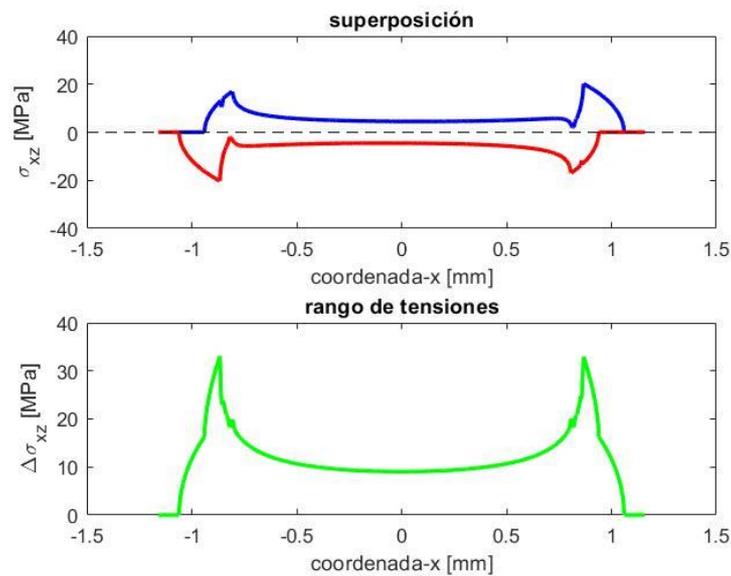


Figura 3.40. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

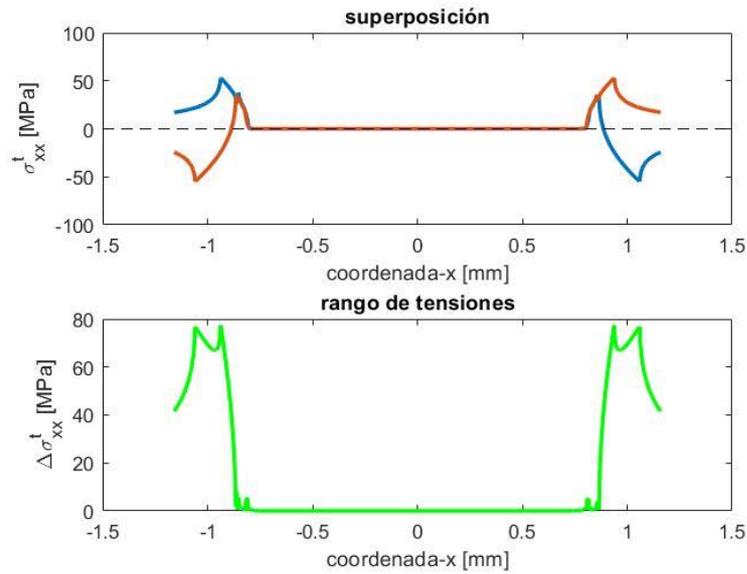


Figura 3.41. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

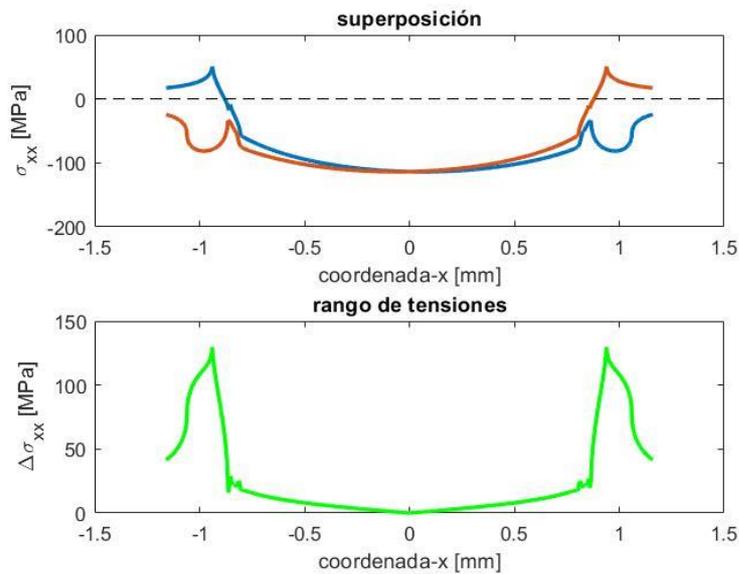


Figura 3.42. $cd = 0.25$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 33.07 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 129.78 MPa.

Observaciones:

Al haberse aumentado el coeficiente de deslizamiento la zona de deslizamiento es mayor, como se puede apreciar en la primera figura. Los rangos máximos de tensiones también han aumentado con respecto al caso equivalente para $cd = 0.1$.

3.4.9 A025B05

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

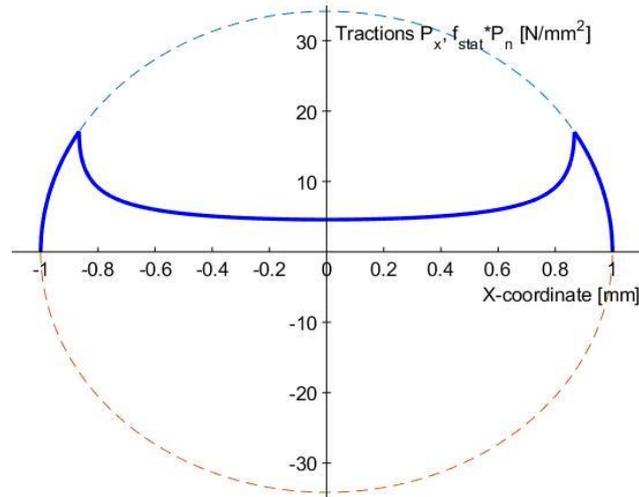


Figura 3.43. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

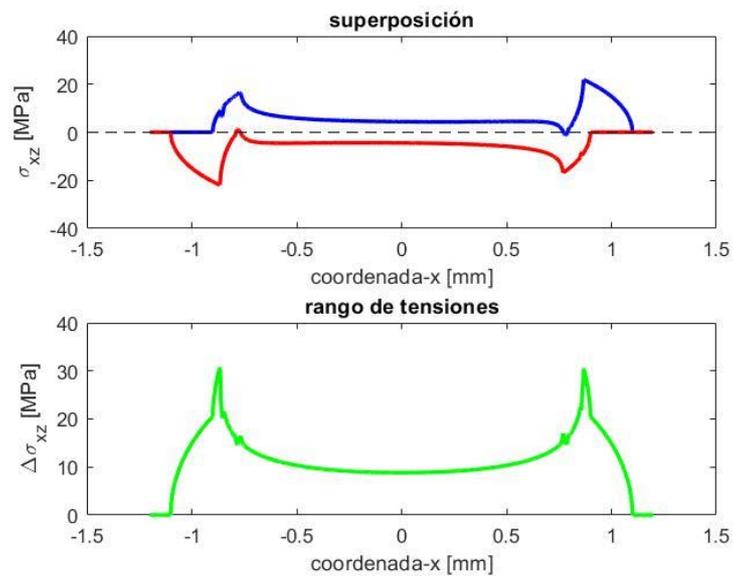


Figura 3.44. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

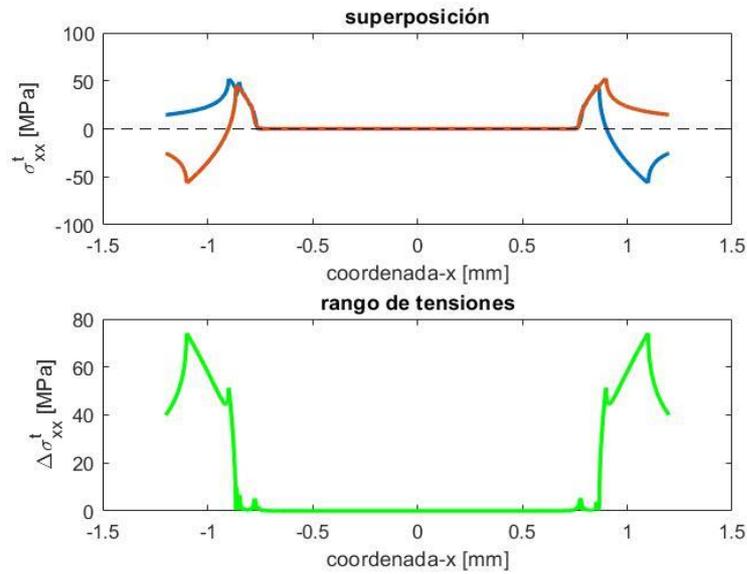


Figura 3.45. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

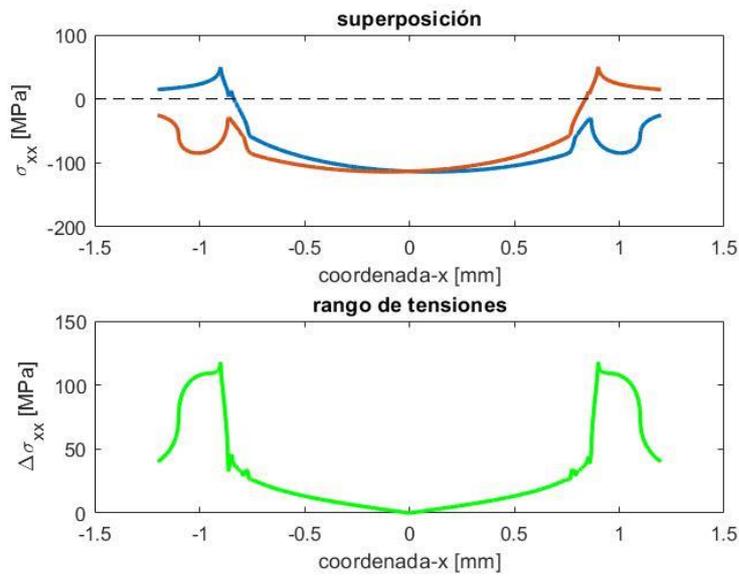


Figura 3.46. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 30.75 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 118.18 MPa.

Observaciones:

No se observa adherencia en la parte frontal para estos valores de deslizamiento y rodadura. Como consecuencia del aumento de la rodadura, los rangos máximos de tensiones disminuyen, además de ensachar su distribución.

3.4.10 A025B075

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

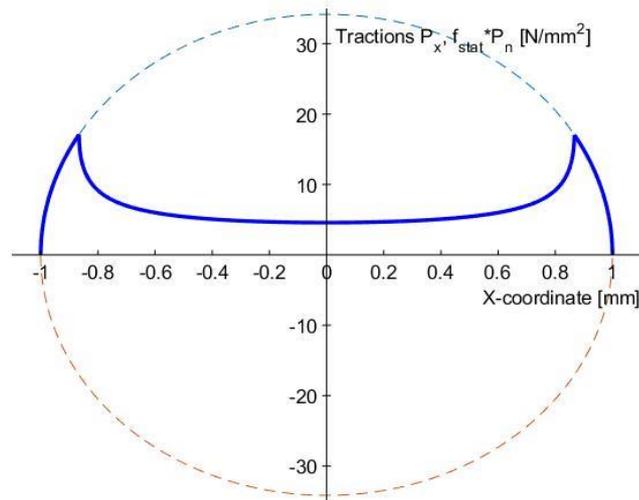


Figura 3.47. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo

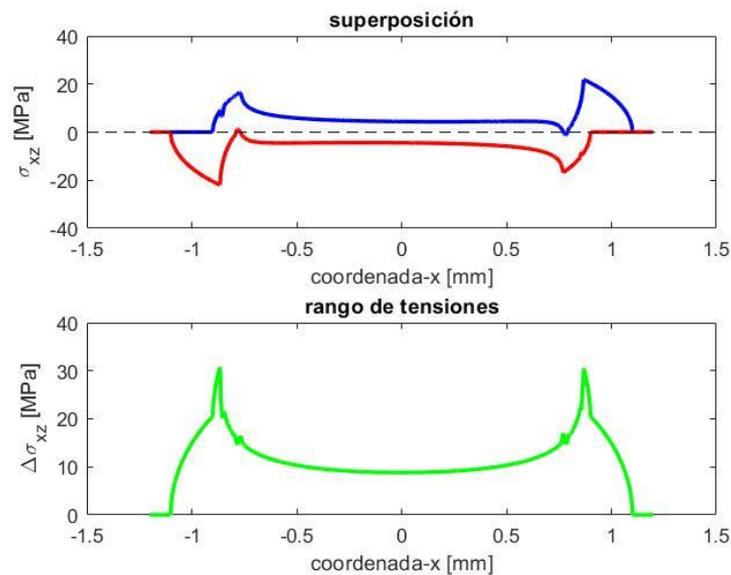


Figura 3.48. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

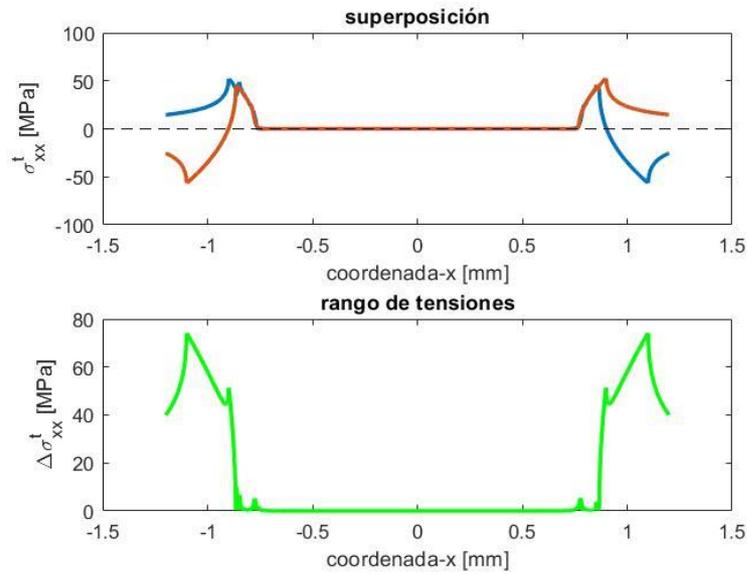


Figura 3.49. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

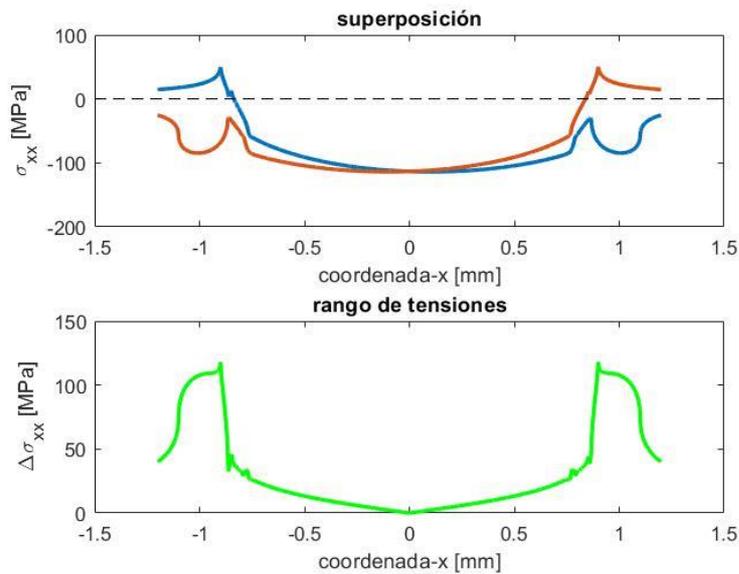


Figura 3.50. $cd = 0.25$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 29.84 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} : 117.26 MPa.

Observaciones:

Es curioso observar cómo este caso parece exactamente igual que el anterior, la variación en los valores máximo de los rangos de tensiones son tan solo de unas pocas décimas. No se sabe a qué se puede deber este parecido.

3.4.11 A025B1

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

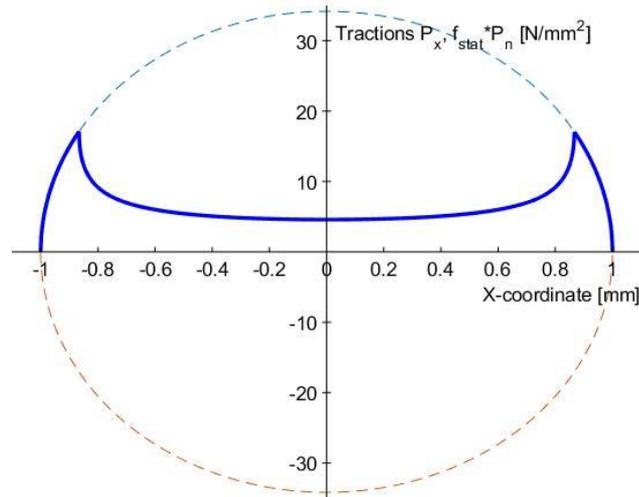


Figura 3.51. $cd = 0.25$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.

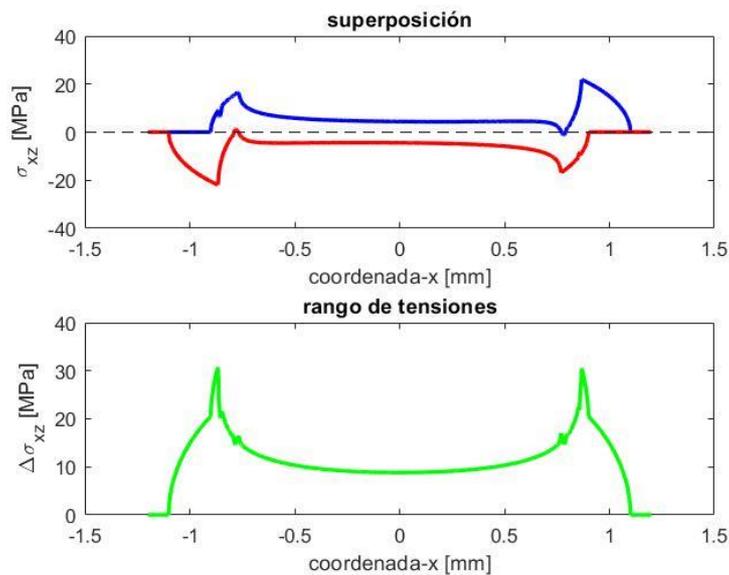


Figura 3.52. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

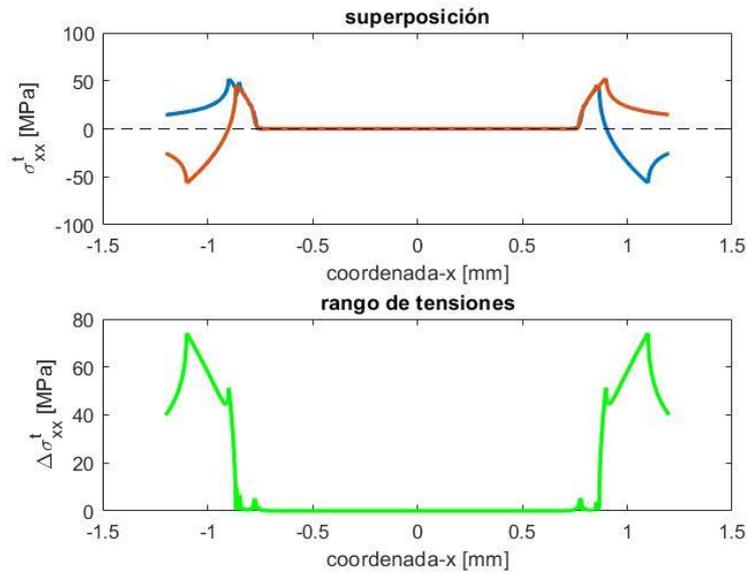


Figura 3.53. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

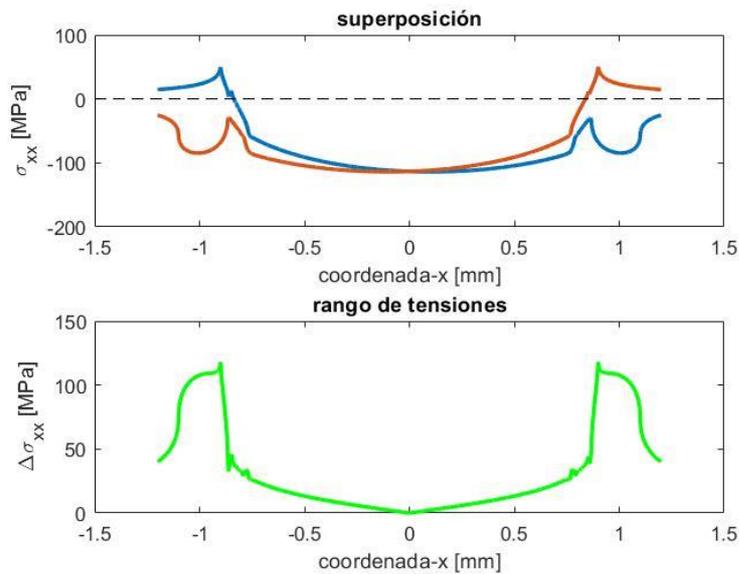


Figura 3.54. $cd = 0.25$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 29.23 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 116.63 MPa.

Observaciones:

Llama la atención que para este nivel de rodadura todavía no se haya alcanzado la adherencia. Las gráficas siguen siendo prácticamente idénticas a la de los dos casos anteriores, variando muy poco los valores de los rangos de tensiones.

3.4.12 A025B125

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 3000$.

Gráficas:

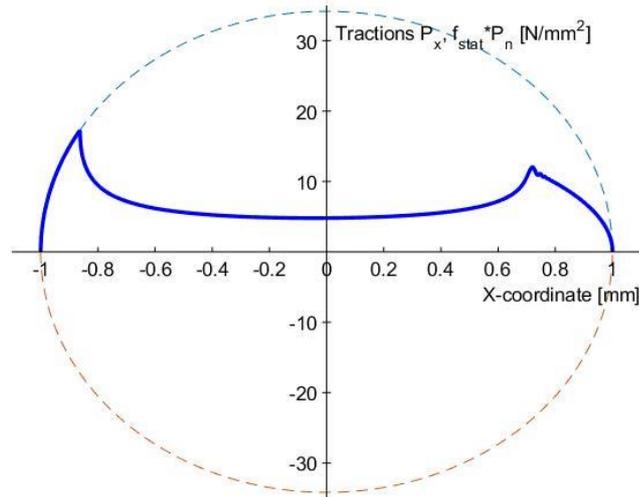


Figura 3.55. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.

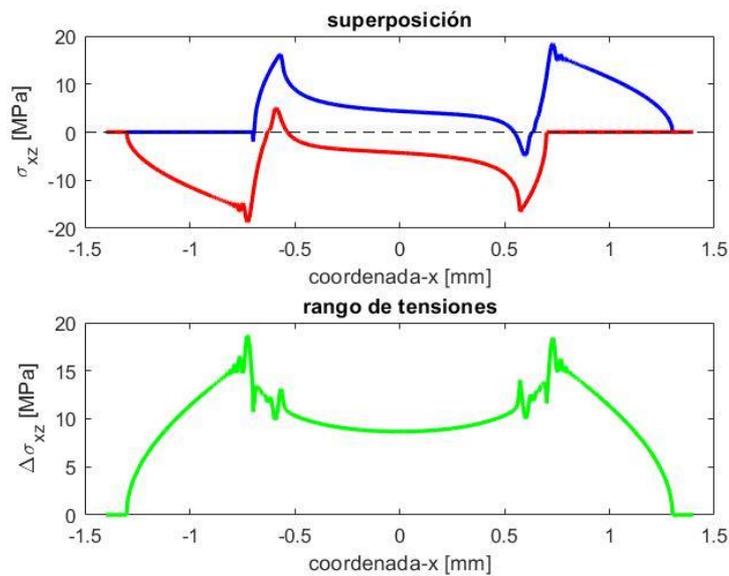


Figura 3.56. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

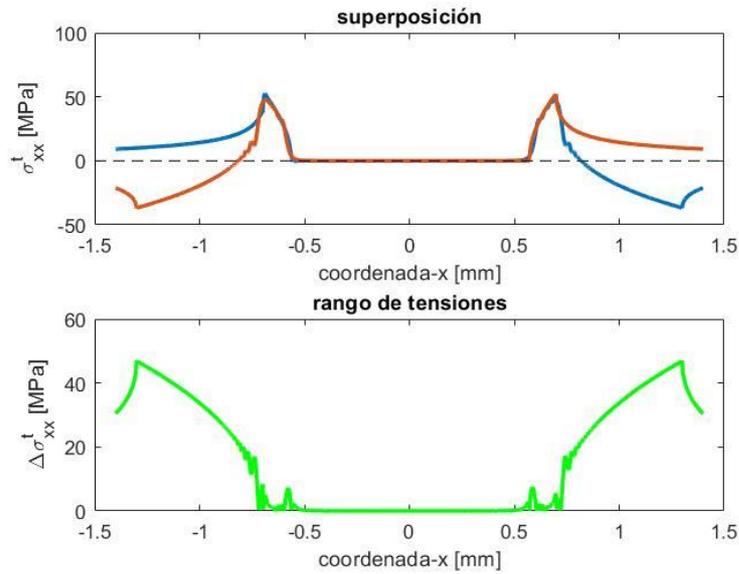


Figura 3.57. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

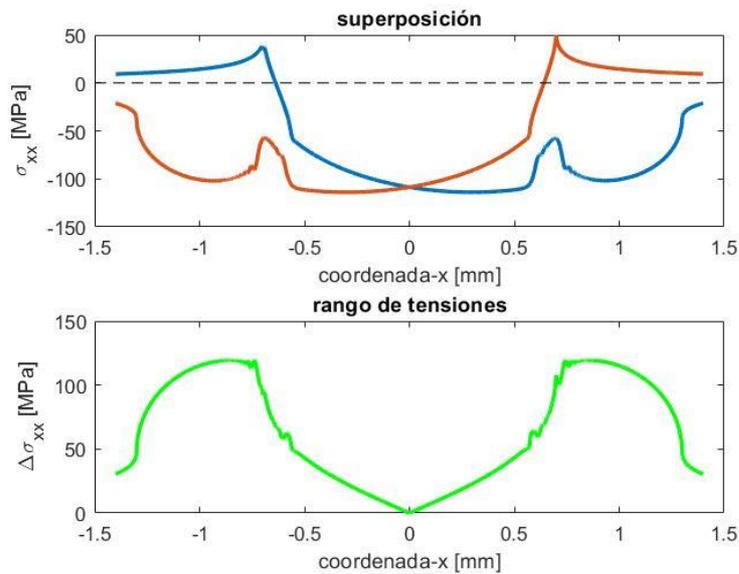


Figura 3.58. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 18.70 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 119.46 MPa.

Observaciones:

A partir de este caso ya sí se observa adherencia, cuando esto sucede el rango máximo de tensiones tangenciales cae abruptamente y lo seguirá haciendo si se sigue aumentando cd .

3.4.13 A025B15

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 3500$.

Gráficas:

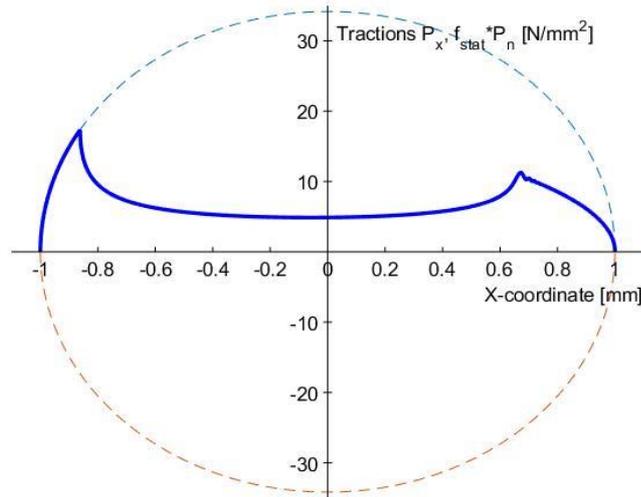


Figura 3.59. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.

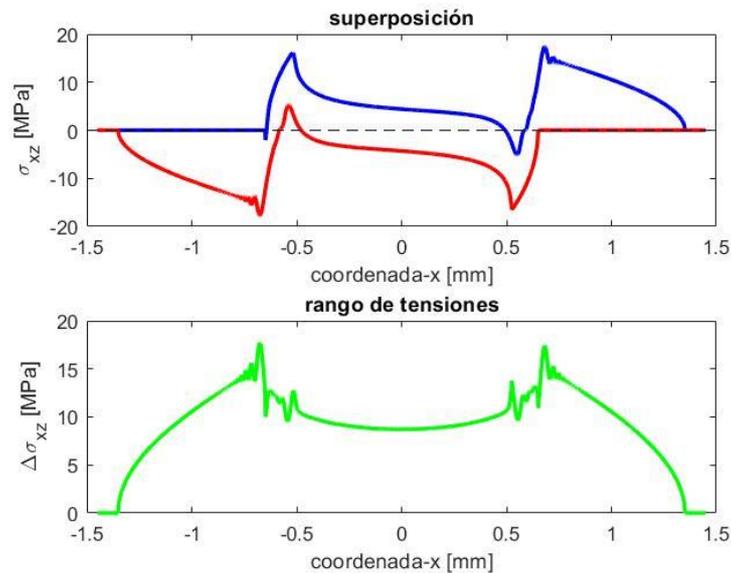


Figura 3.60. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

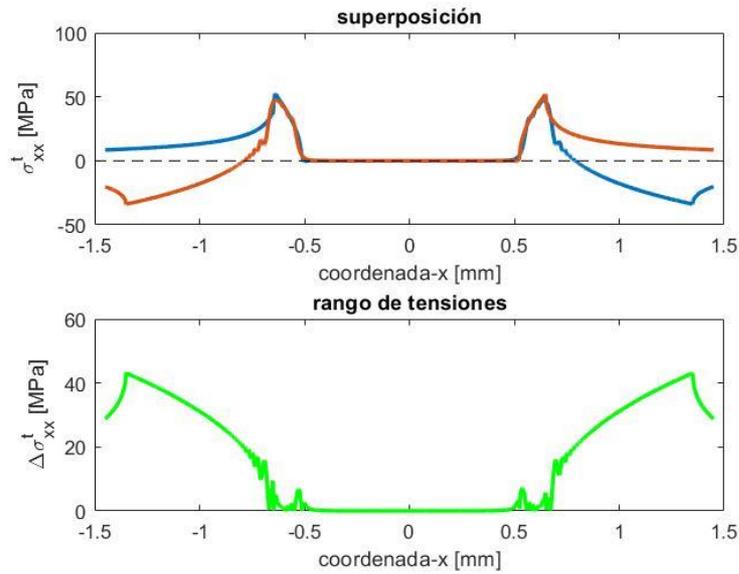


Figura 3.61. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

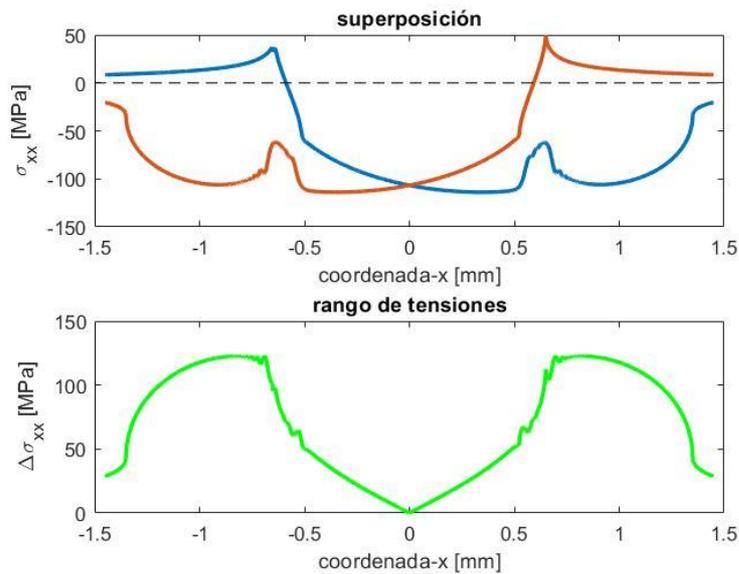


Figura 3.62. $cd = 0.25$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 17.71 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 122.97 MPa.

Observaciones:

Puede observarse cómo a medida que aumenta la rodadura, la zona frontera de adherencia se tumba cada vez más, esto sucedía también para los casos de $cd = 0.1$. Los rangos máximos de tensiones siguen disminuyendo.

3.4.14 A025B2

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 4500$.

Gráficas:

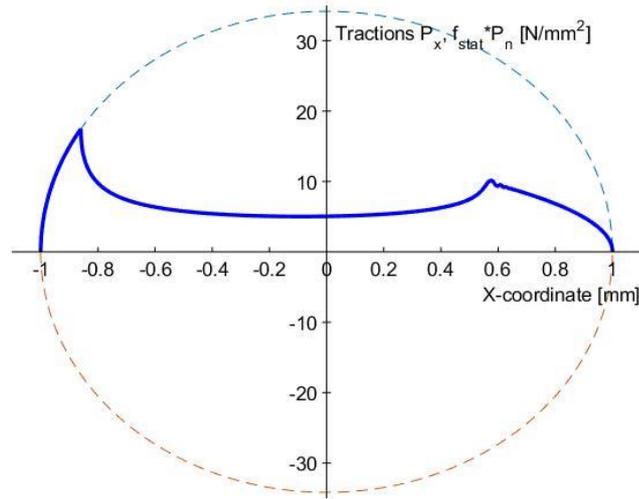


Figura 3.63. $cd = 0.25$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.

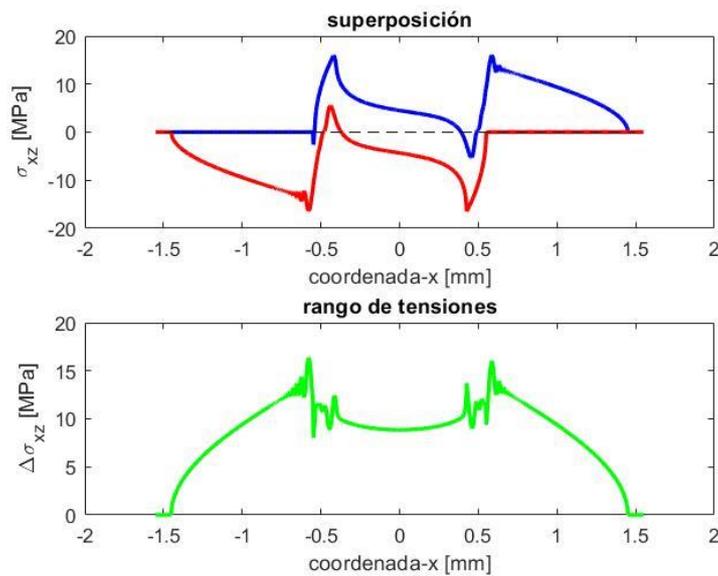


Figura 3.64. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

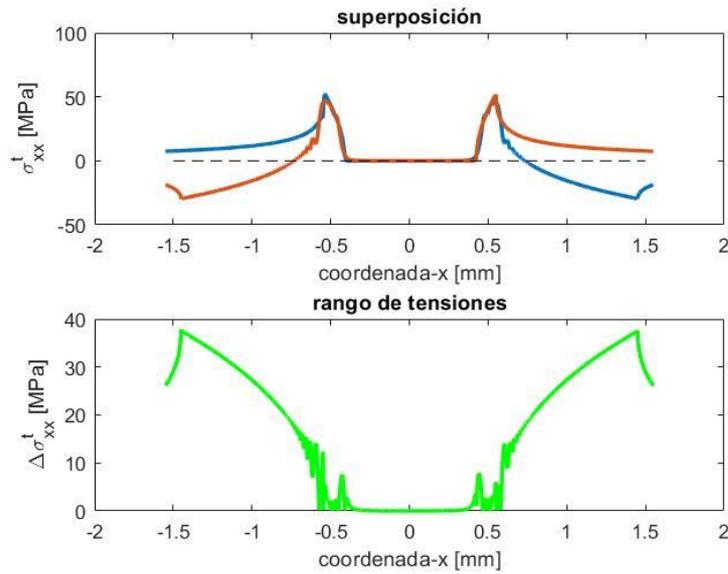


Figura 3.65. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

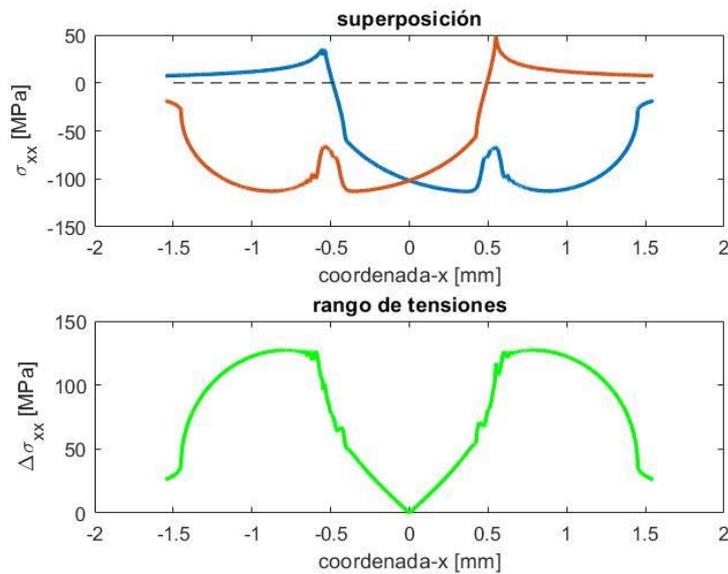


Figura 3.66. $cd = 0.25$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 16.37 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 127.37 MPa.

Observaciones:

Puede comprobarse cómo el rango de tensiones tangencial ha alcanzado su amplitud mínima, mientras que sucede lo contrario para el rango de tensiones σ_{xx} .

3.4.15 A05B25

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

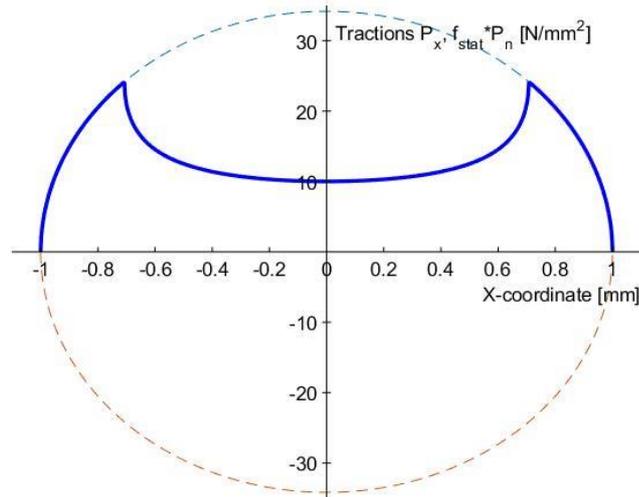


Figura 3.67. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.

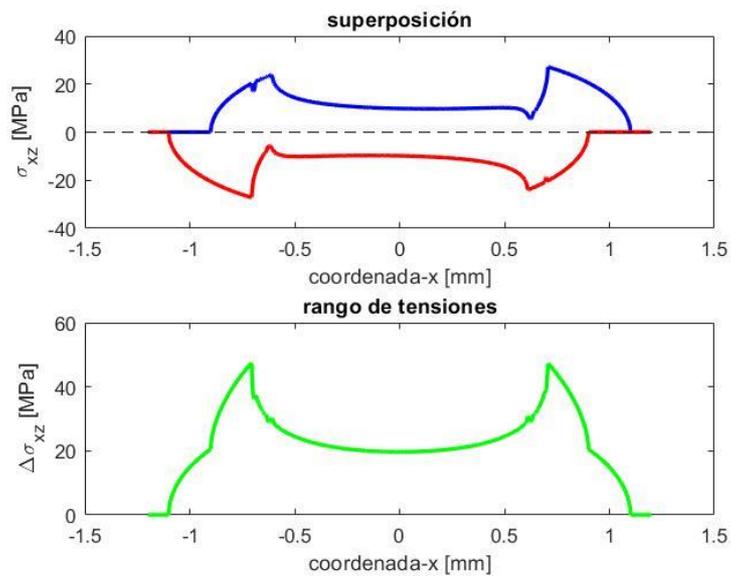


Figura 3.68. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

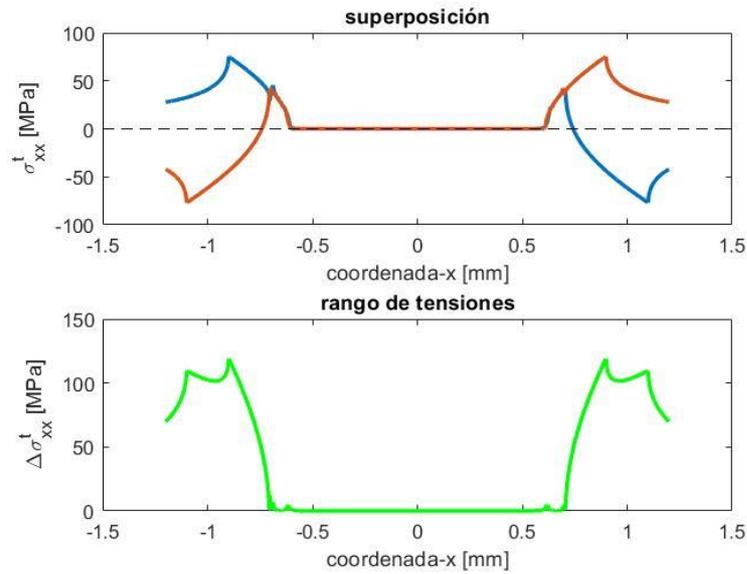


Figura 3.69. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

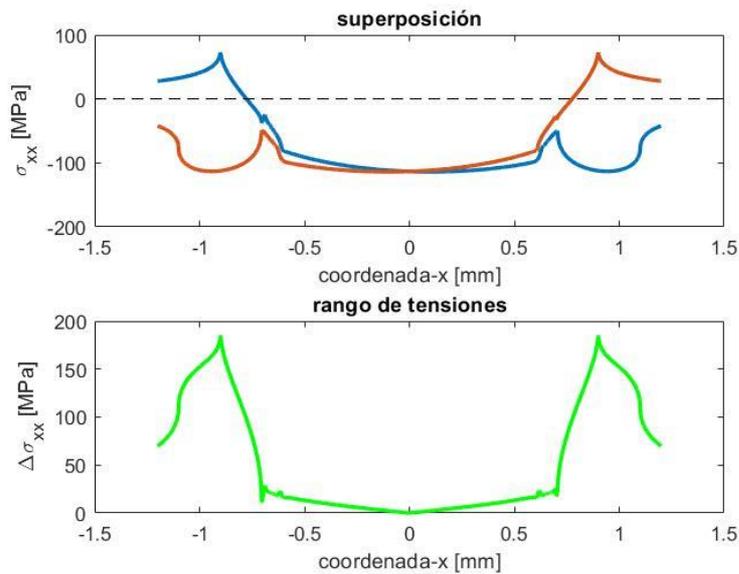


Figura 3.70. $cd = 0.5$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 47.43 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 185.15 MPa.

Observaciones:

Al haber aumentado la fuerza tangencial Q, la zona de deslizamiento también lo ha hecho, como se puede ver en la primera figura. Las tensiones σ_{xx} también aun aumentado lógicamente.

3.4.16 A05B05

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

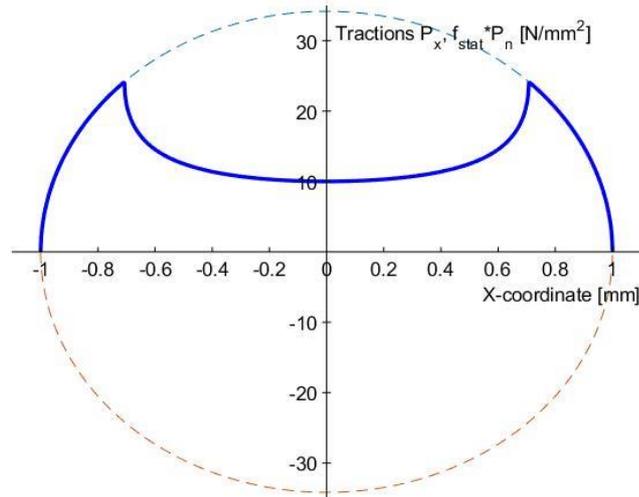


Figura 3.71. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

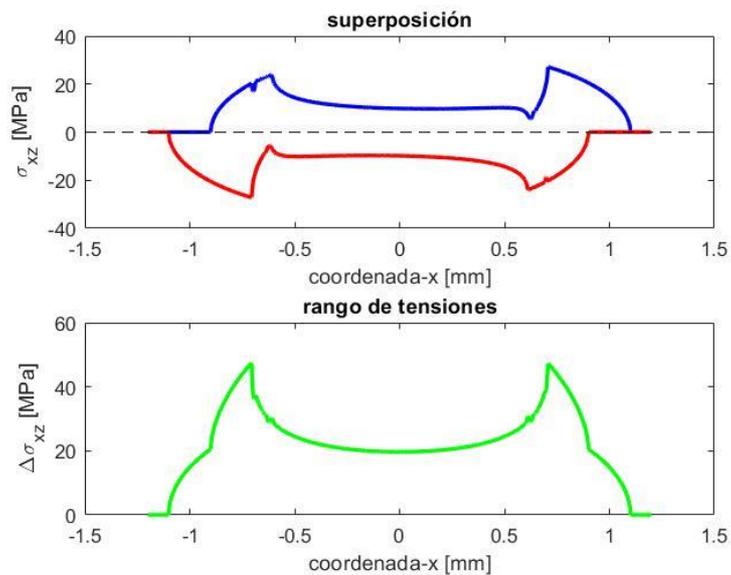


Figura 3.72. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

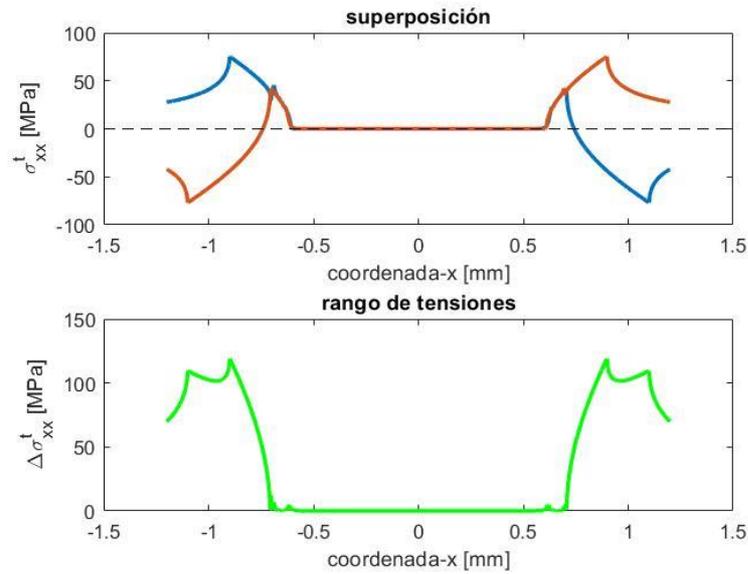


Figura 3.73. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

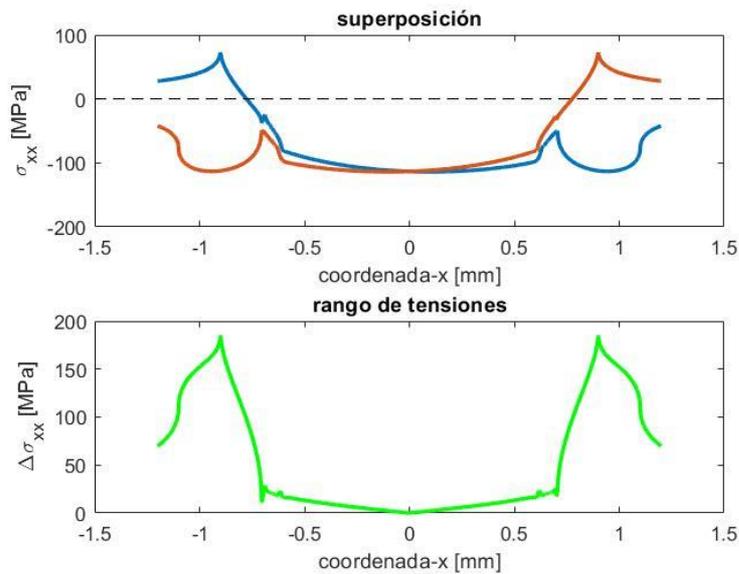


Figura 3.74. $cd = 0.25$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 45.53 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 179.25 MPa.

Observaciones:

Este caso es muy parecido al caso anterior.

3.4.17 A05B075

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX = 2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n = 1000.

Gráficas:

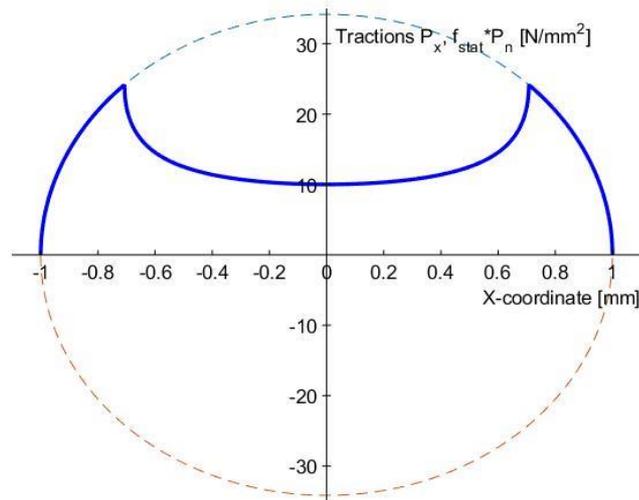


Figura 3.75. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo

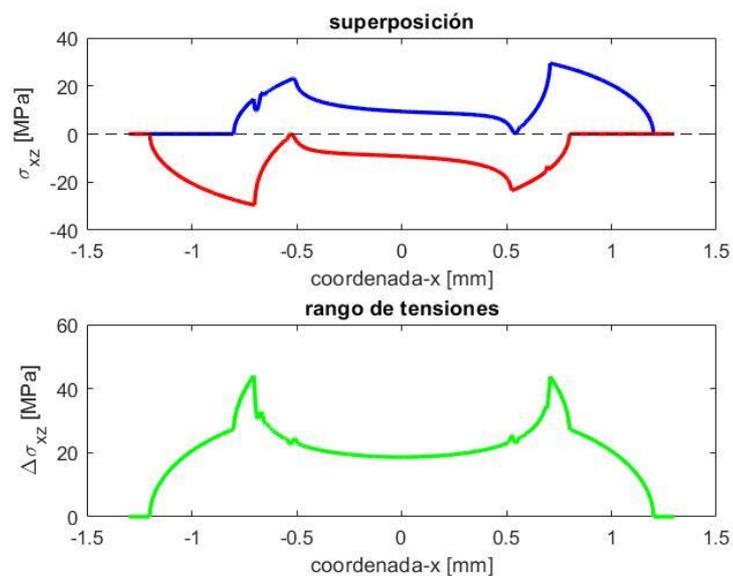


Figura 3.76. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

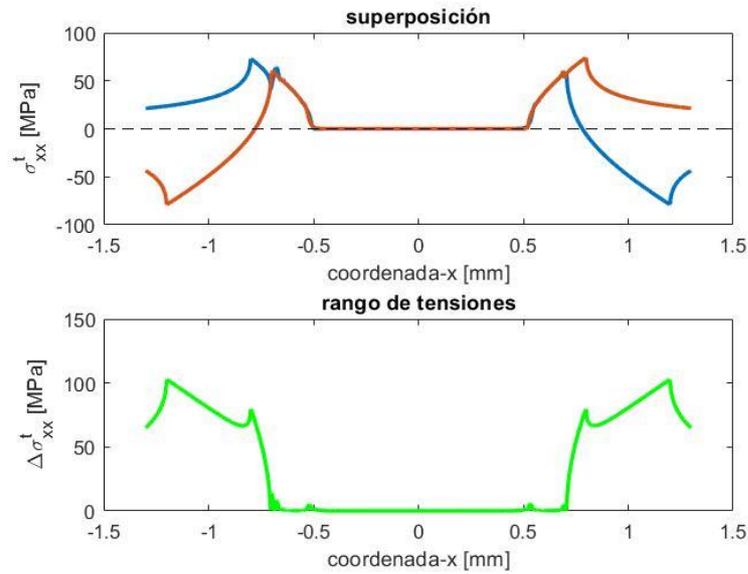


Figura 3.77. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

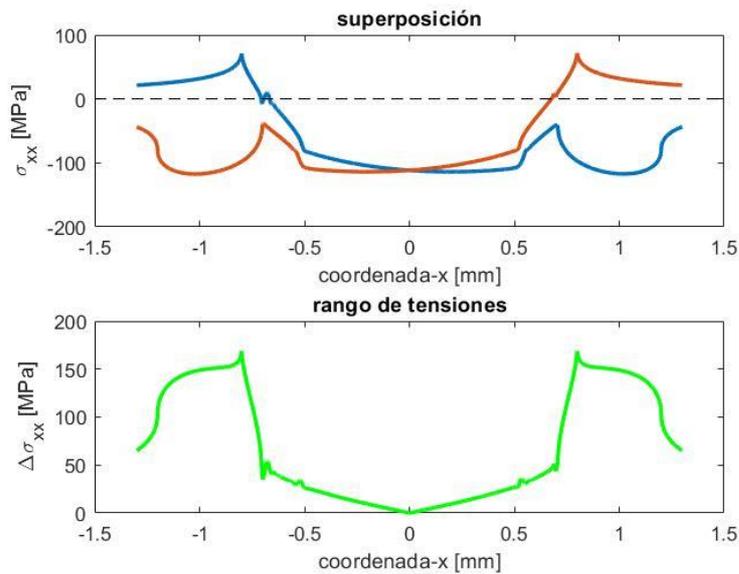


Figura 3.78. $cd = 0.5$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 44.06 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 168.68 MPa.

Observaciones:

Todavía no se ha alcanzado la adherencia. Los rangos de tensiones σ_{xz} y σ_{xx} siguen disminuyendo.

3.4.18 A05B1

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

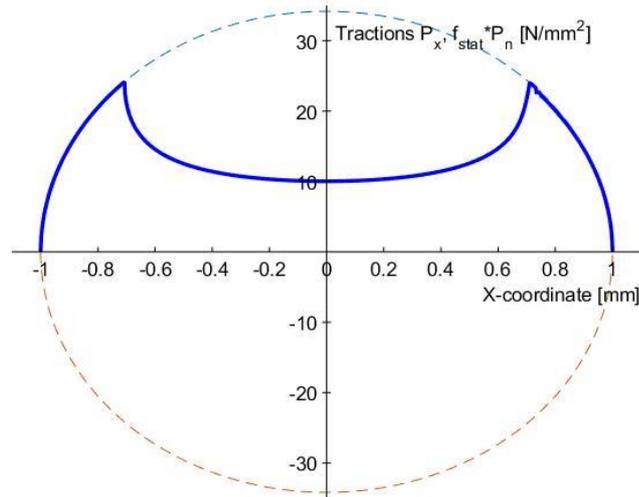


Figura 3.79. $cd = 0.5$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo

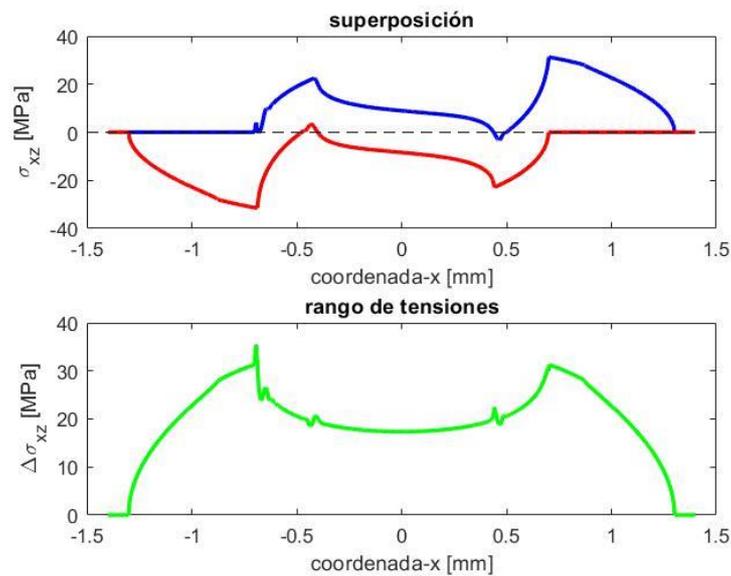


Figura 3.80. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

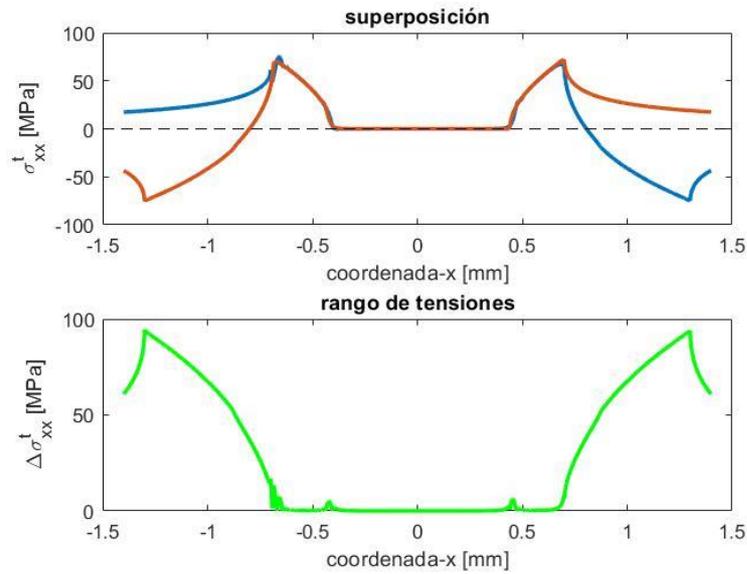


Figura 3.81. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

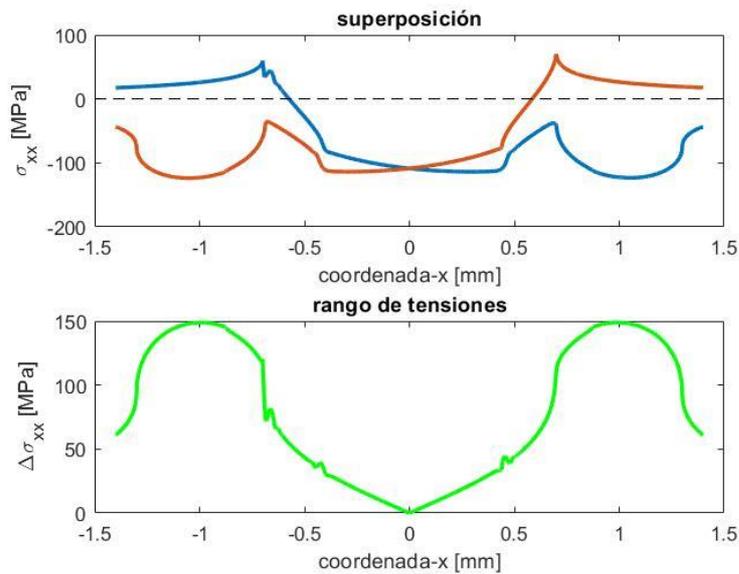


Figura 3.82. $cd = 0.5$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 35.54 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 148.96 MPa.

Observaciones:

Llama la atención que no se haya alcanzado zona de adherencia para este valor del coeficiente de rodadura. Los rangos máximos de tensiones han disminuido, pero la relación σ_{xx}/σ_{xz} sí que ha aumentado.

3.4.19 A05B125

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

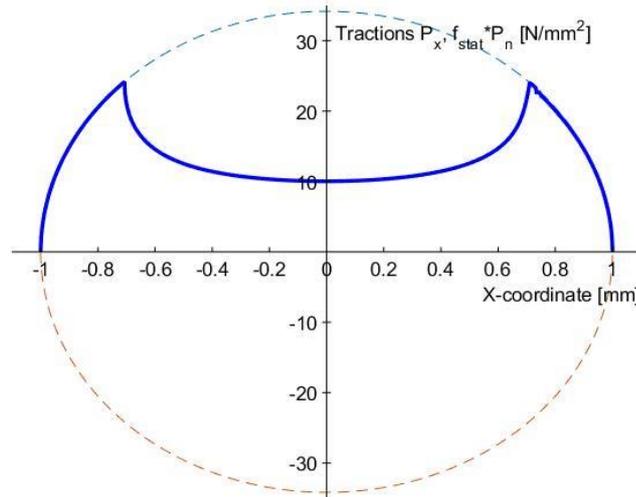


Figura 3.83. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.

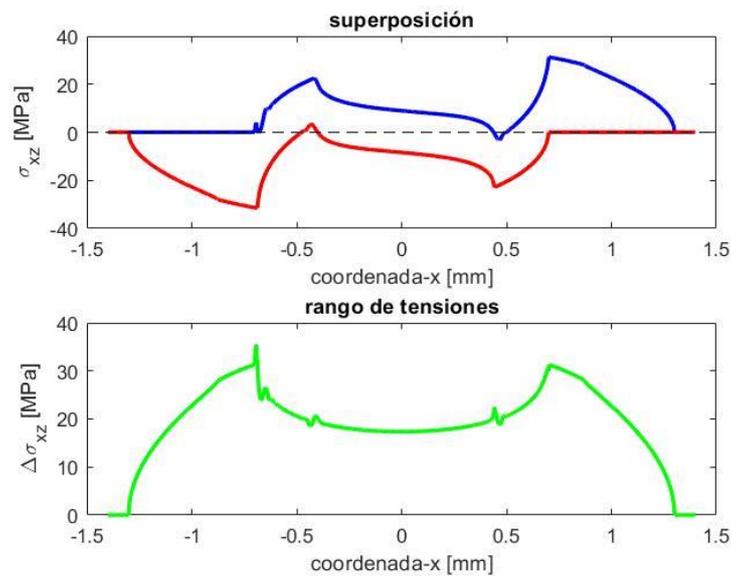


Figura 3.84. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

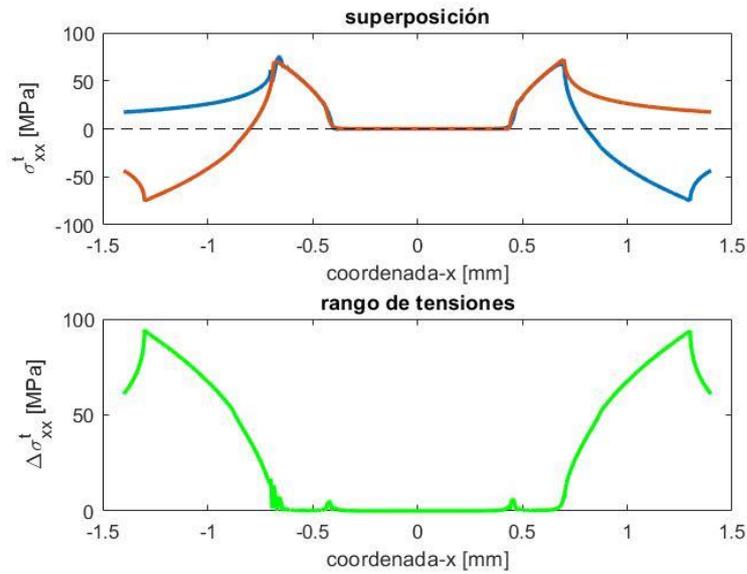


Figura 3.85. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

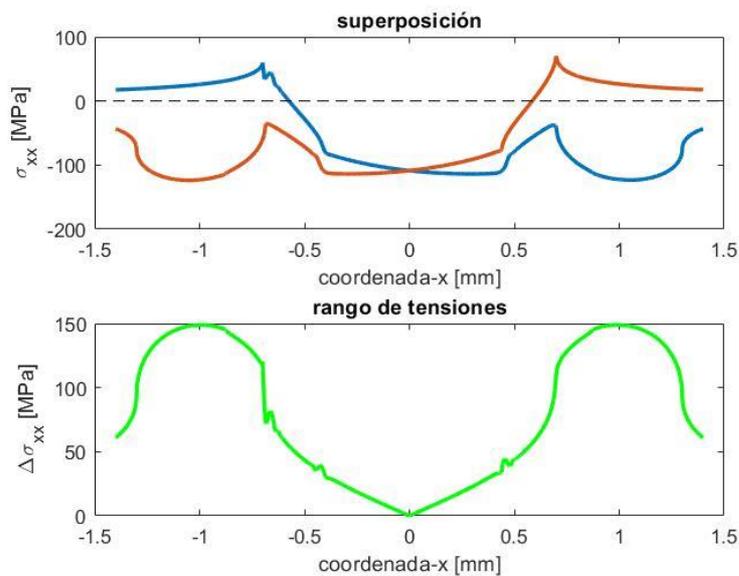


Figura 3.86. $cd = 0.5$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 35.54 MPa
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 148.96 MPa

Observaciones:

Este caso, a pesar de haber aumentado cr , se repite exactamente igual que para el anterior. Esto puede deberse a errores numéricos del programa de simulación.

3.4.20 A05B15

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

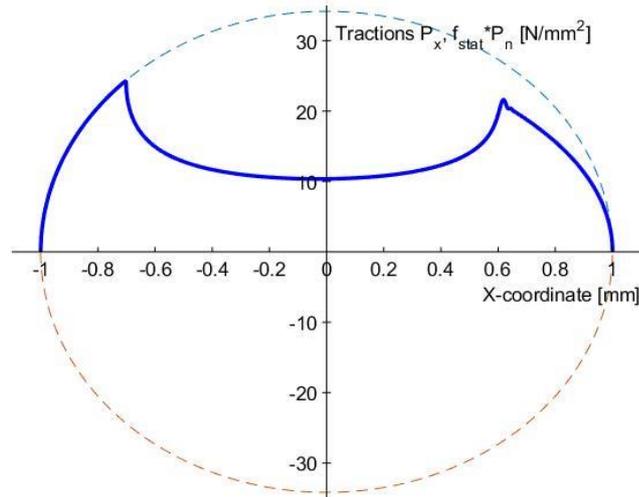


Figura 3.87. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo

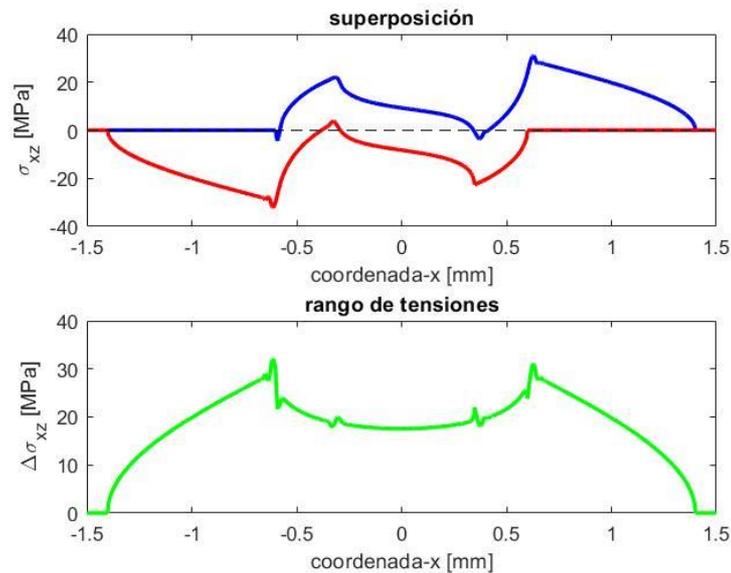


Figura 3.88. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

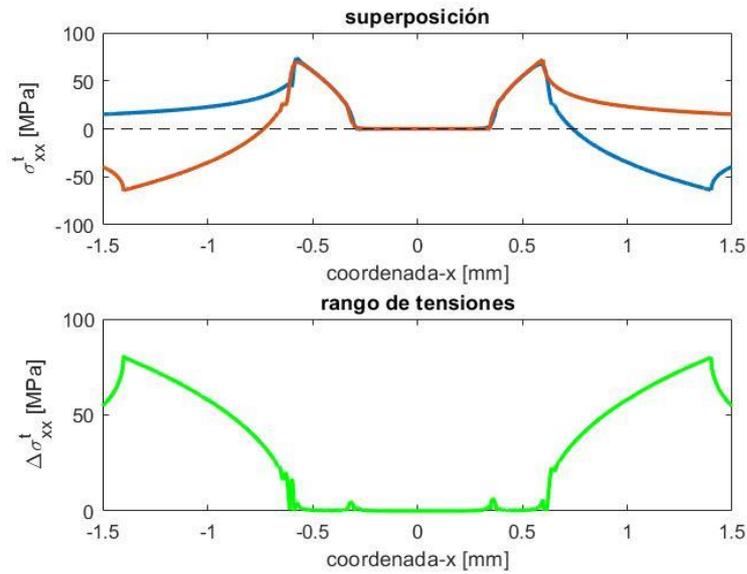


Figura 3.89. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

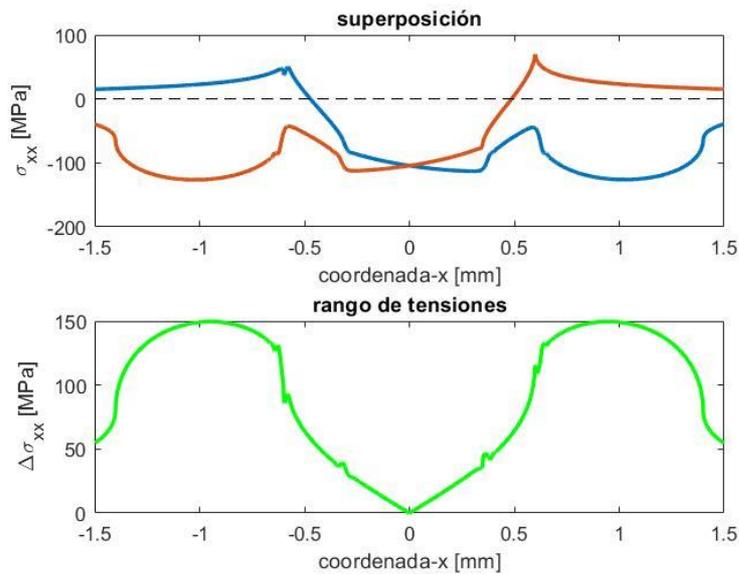


Figura 3.90. $cd = 0.5$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 32.10 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 149.66 MPa.

Observaciones:

Es el primer caso en el que se detecta adherencia para este valor del coeficiente de deslizamiento. Puede apreciarse, como hasta ahora ha ocurrido para el resto de las simulaciones, que una vez que se alcanza la adherencia, el rango máximo de tensión σ_{xx} comienza a aumentar, mientras que el de σ_{xz} sigue cayendo.

3.4.21 A05B2

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 6000$.

Gráficas:

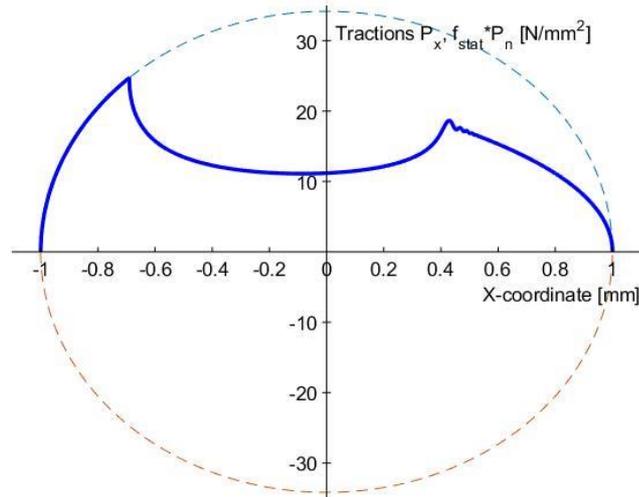


Figura 3.91. $cd = 0.5$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.

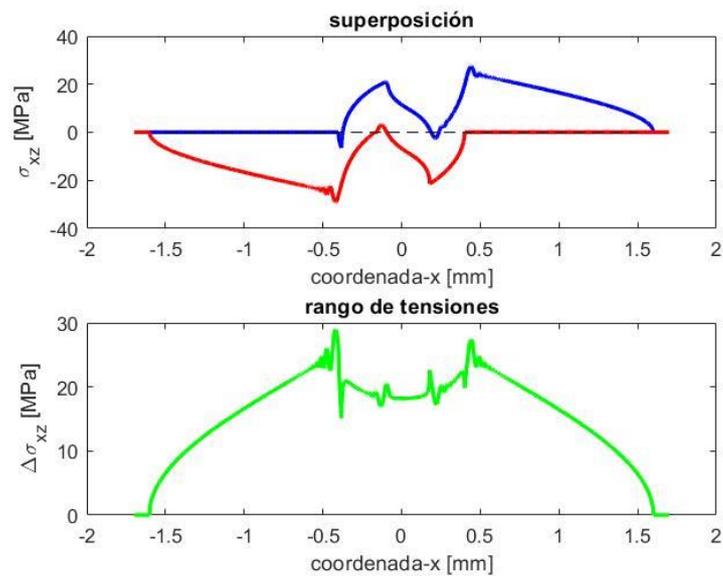


Figura 3.92. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

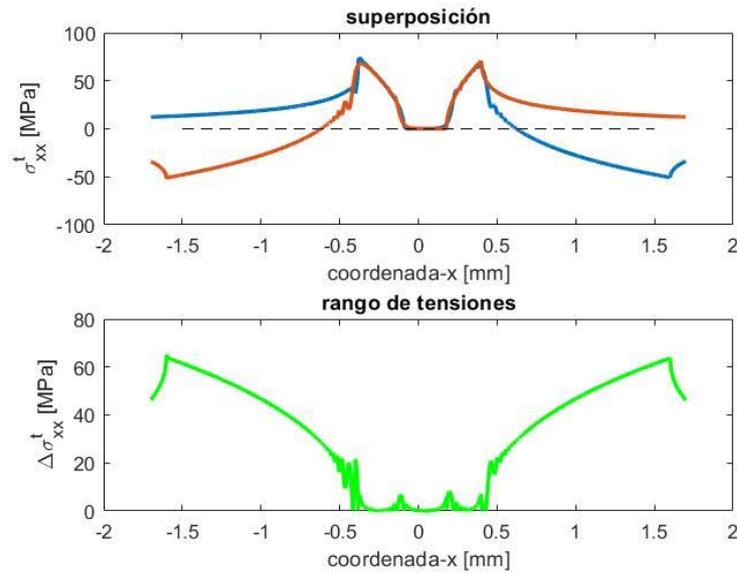


Figura 3.93. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

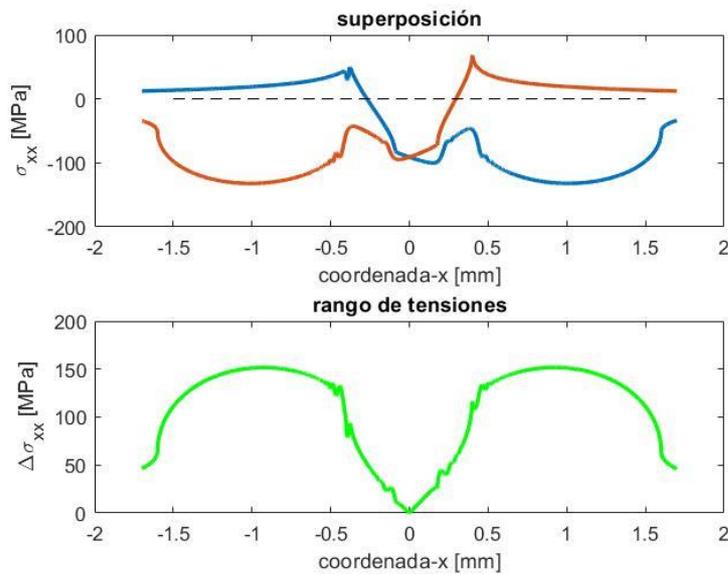


Figura 3.94. $cd = 0.5$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 28.95 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 151.69 MPa.

Observaciones:

Para este caso de máxima rodadura se observan bastantes ondulaciones debidas a los errores numéricos.

3.4.22 A075B025

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

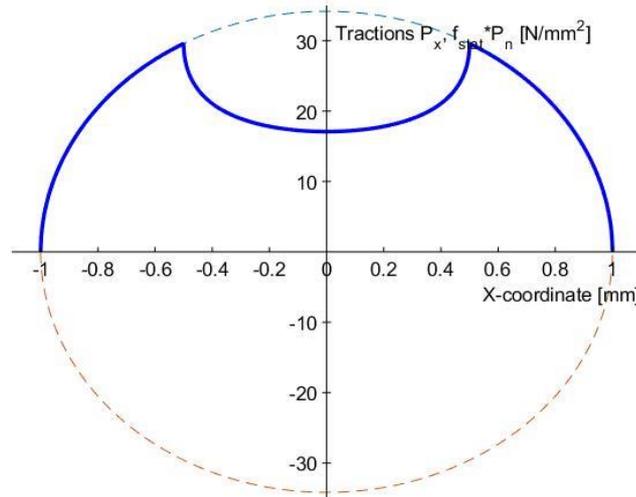


Figura 3.95. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.

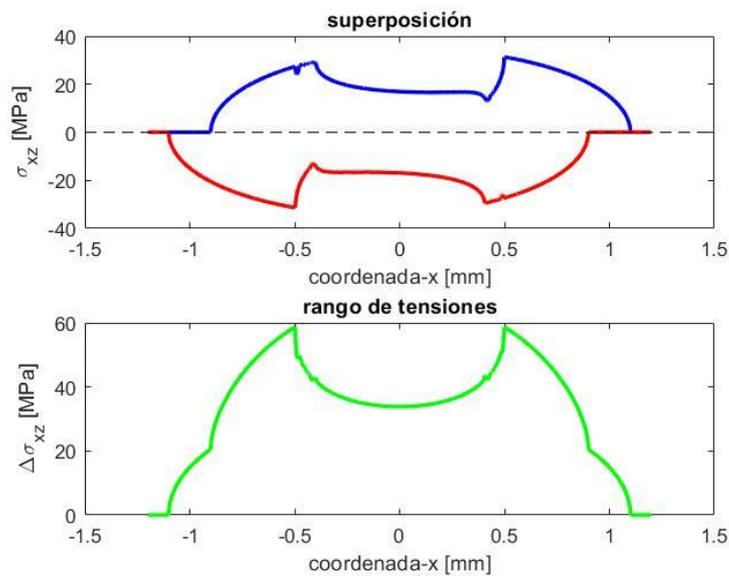


Figura 3.96. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

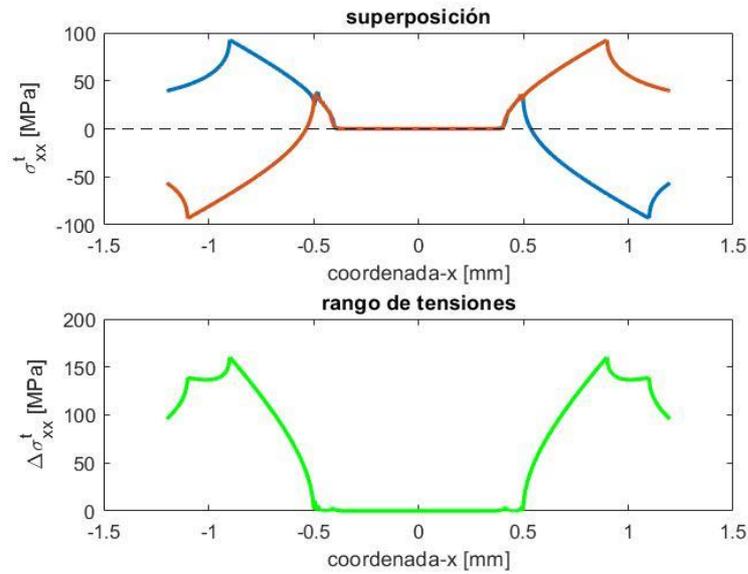


Figura 3.97. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

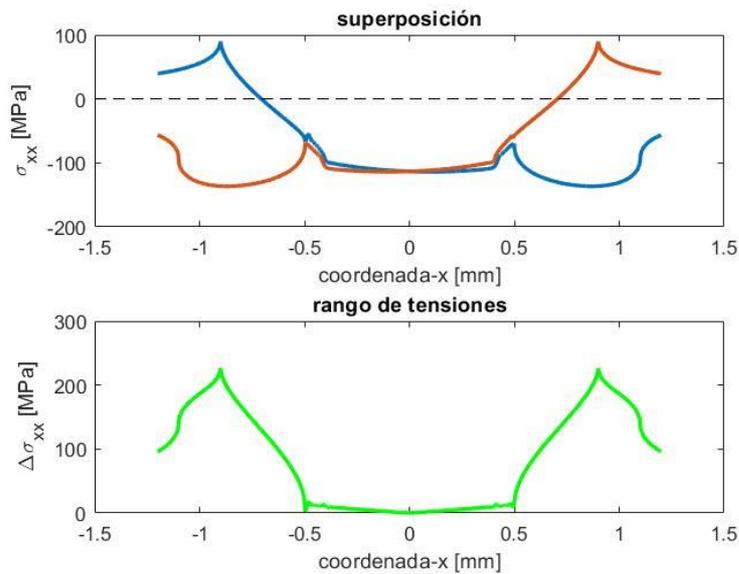


Figura 3.98. $cd = 0.75$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 58.74 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 226.27 MPa.

Observaciones:

Siguiendo la tendencia hasta ahora, al haber aumentado la fuerza tangencial, los rangos de tensiones σ_{xz} y σ_{xx} también lo han hecho.

3.4.23 A075B05

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

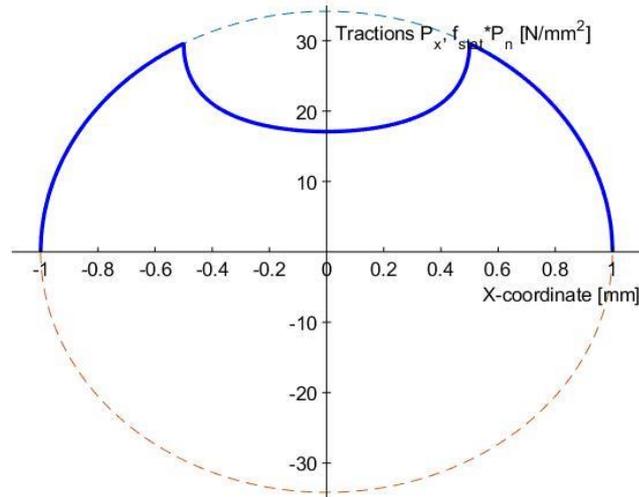


Figura 3.99. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

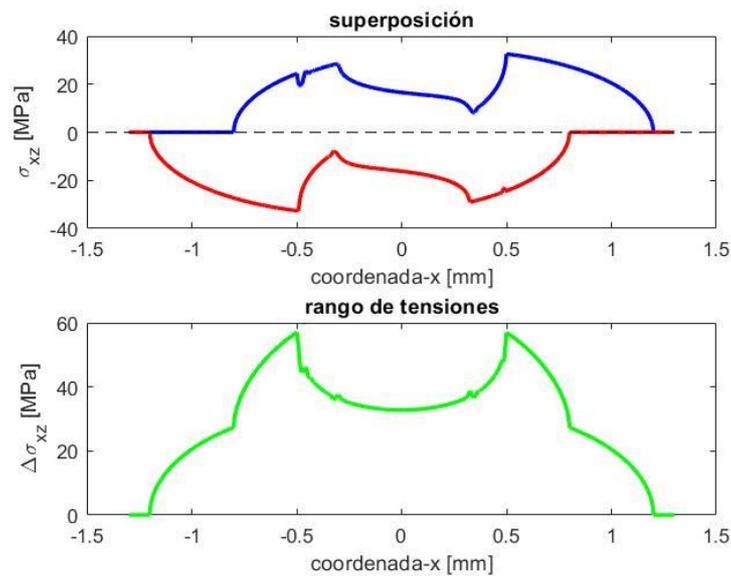


Figura 3.100. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

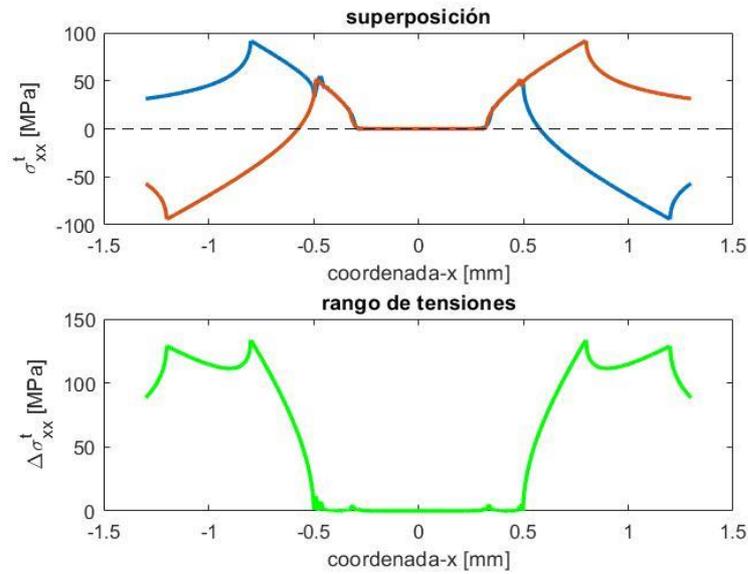


Figura 3.101. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

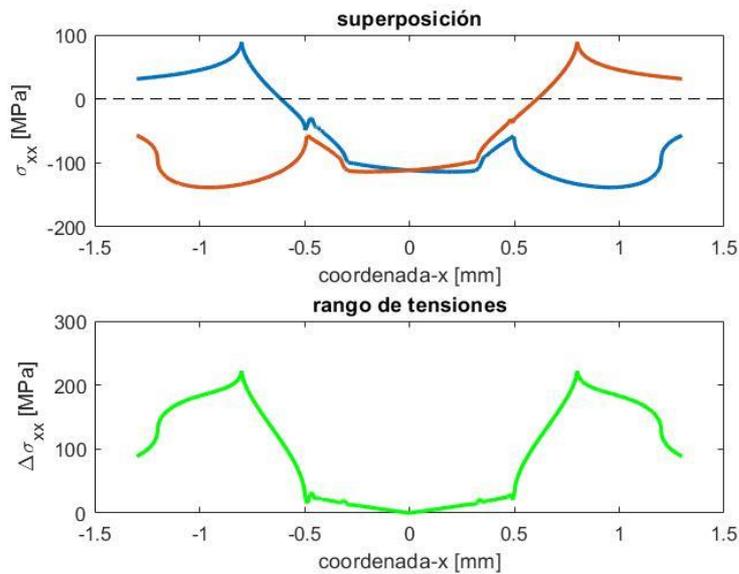


Figura 3.102. $cd = 0.75$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 58.09 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 222.46 MPa.

Observaciones:

Este caso es muy similar al anterior, puede apreciarse que los valores de los rangos de tensiones varían muy poco.

3.4.24 A075B075

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

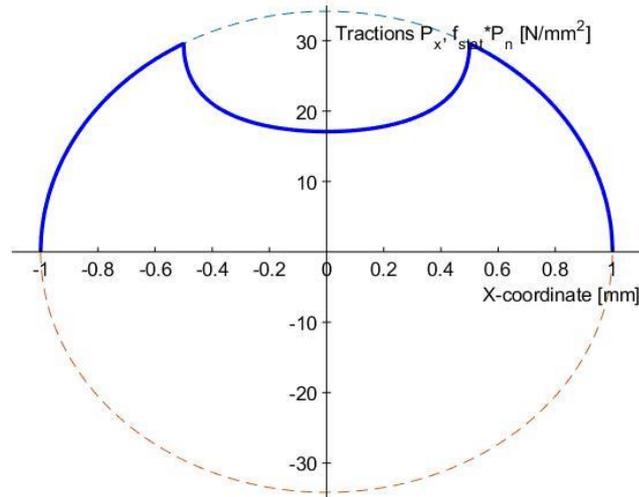


Figura 3.103. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo.

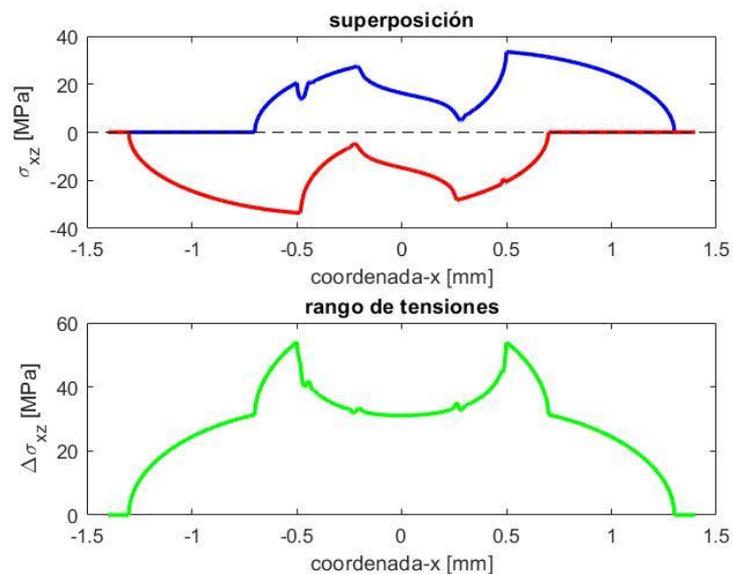


Figura 3.104. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

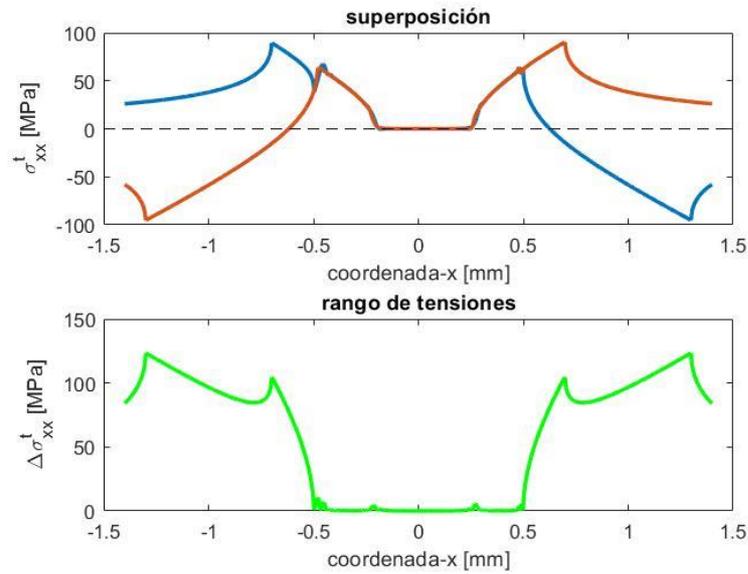


Figura 3.105. $cd=0.75$, $cr=0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

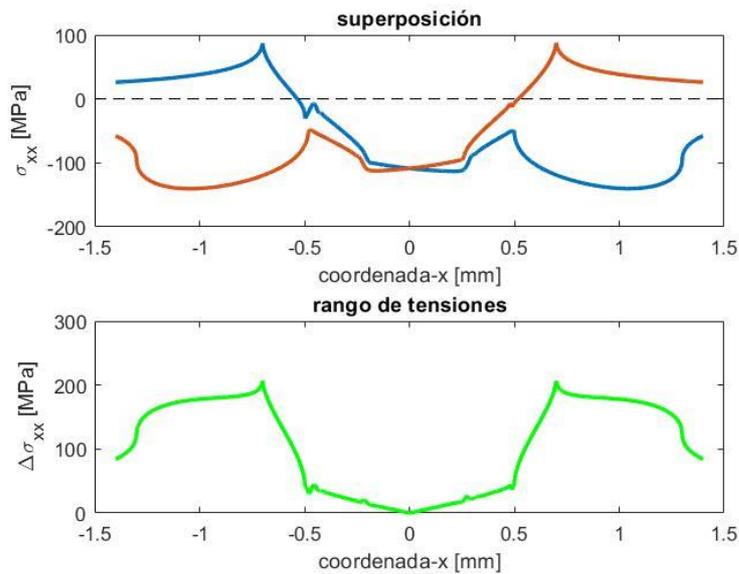


Figura 3.106. $cd = 0.75$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 54.08 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 206.81 MPa.

Observaciones:

El rango máximo de tensiones σ_{xx} ha disminuido, pero esta vez la disminución ha sido muy acusada.

3.4.25 A075B1

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

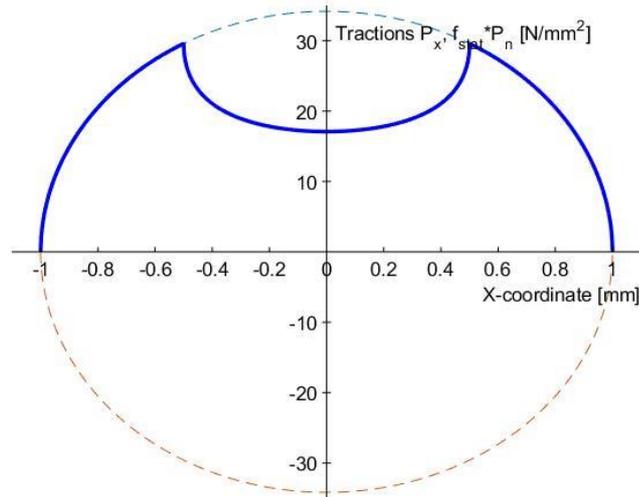


Figura 3.107. $cd = 0.75$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.

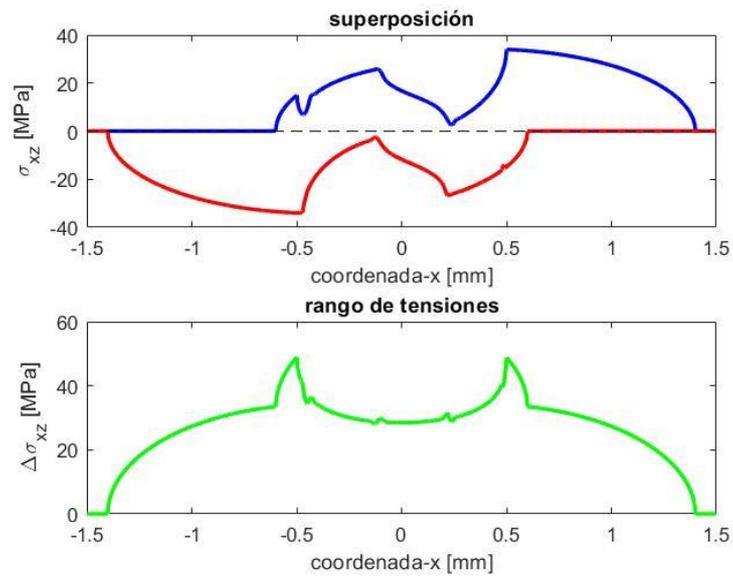


Figura 3.108. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

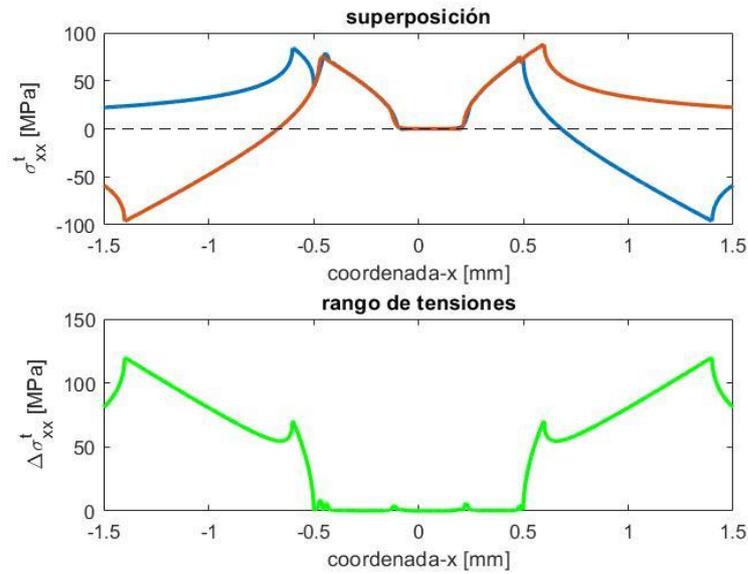


Figura 3.109. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

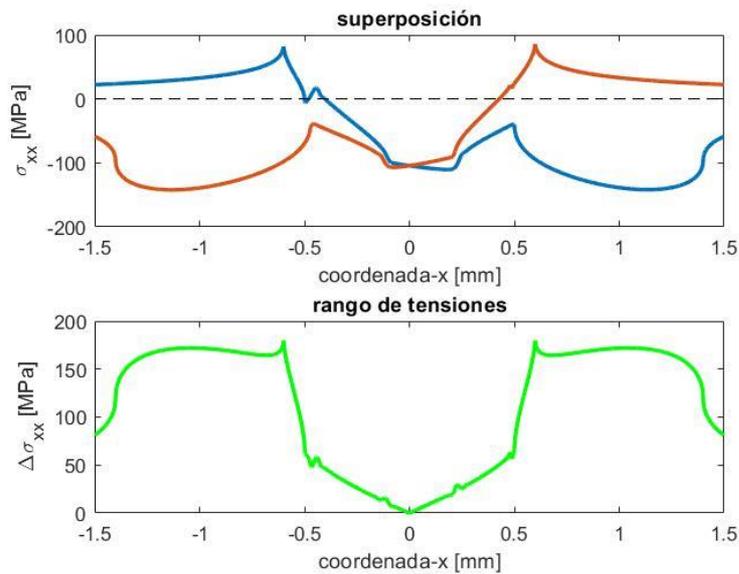


Figura 3.110. $cd = 0.75$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 48.95 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 180.04 MPa.

Observaciones:

3.4.26 A075B125

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: MX = 2000 elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: n = 1000.

Gráficas:

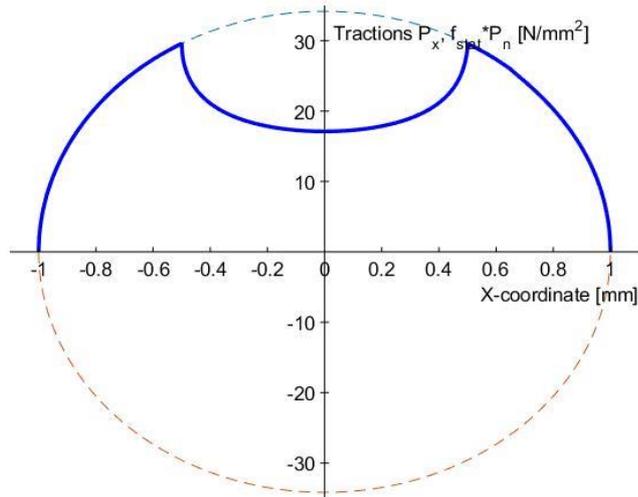


Figura 3.111. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.

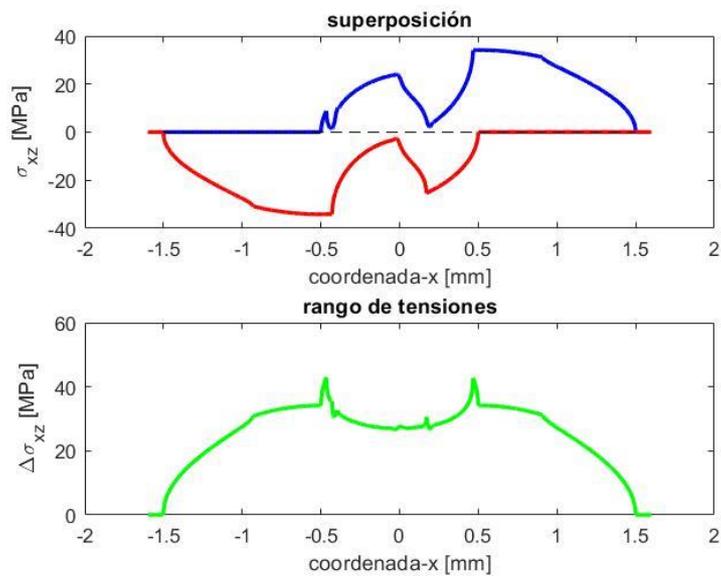


Figura 3.112. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

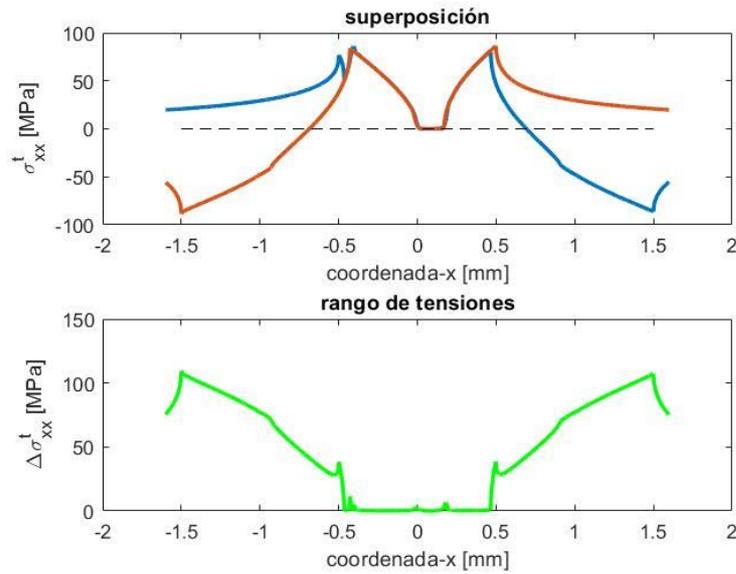


Figura 3.113. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

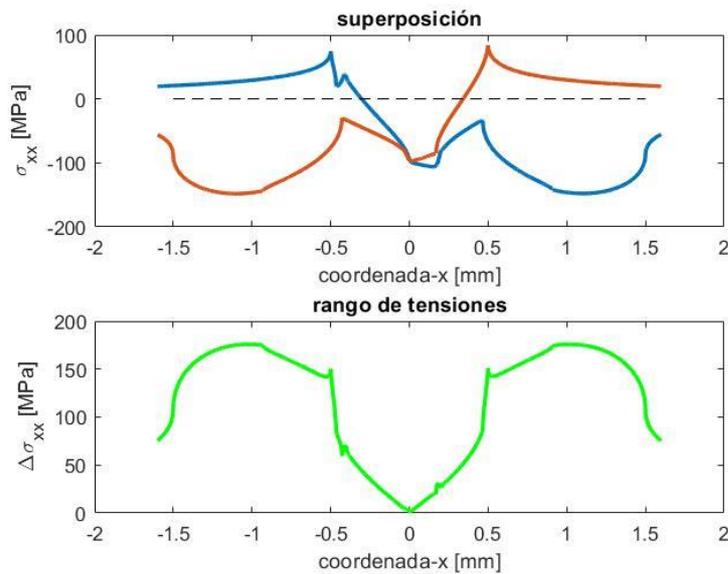


Figura 3.114. $cd = 0.75$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 42.94 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 175.87 MPa.

Observaciones:

3.4.27 A075B15

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

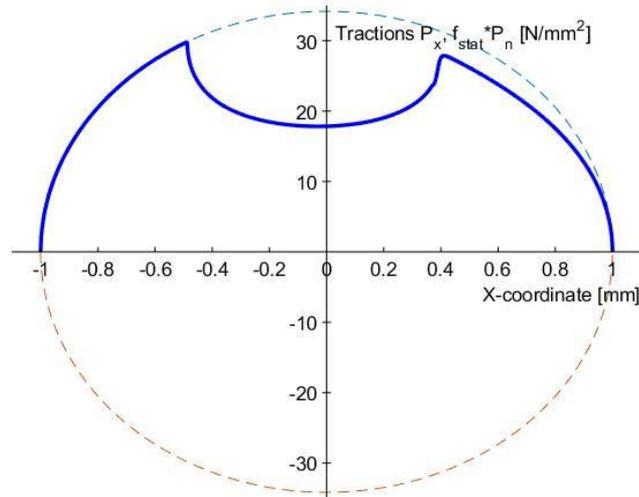


Figura 3.115. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.

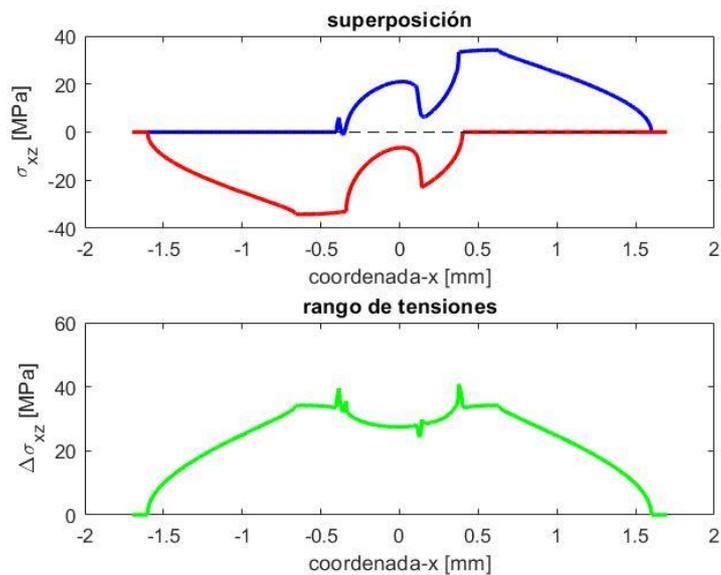


Figura 3.116. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

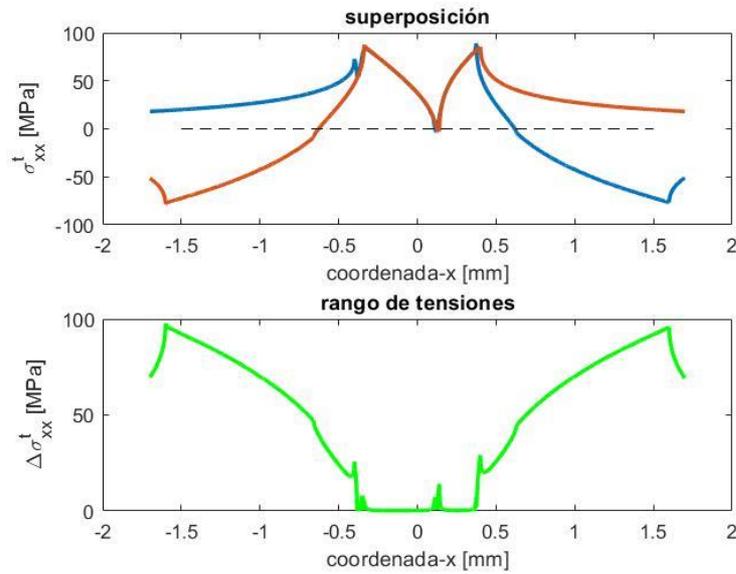


Figura 3.117. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

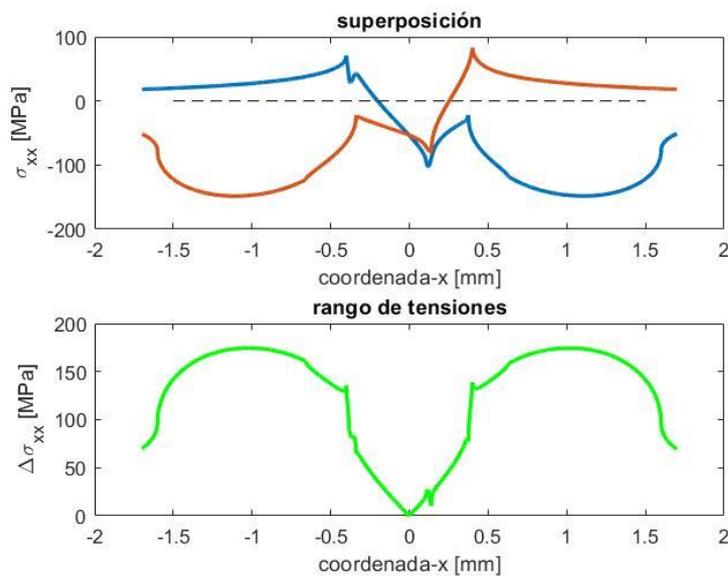


Figura 3.118. $cd = 0.75$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 40.83 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 174.56 MPa.

Observaciones:

Para este caso de rodadura se aprecia adherencia. El rango máximo de tensiones σ_{xx} ha disminuido, pero la relación σ_{xx}/σ_{xz} sigue aumentando.

3.4.28 A075B2

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

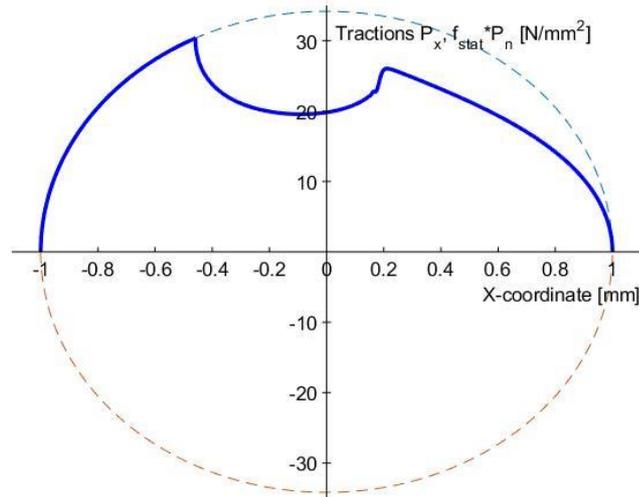


Figura 3.119. $cd = 0.75$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.

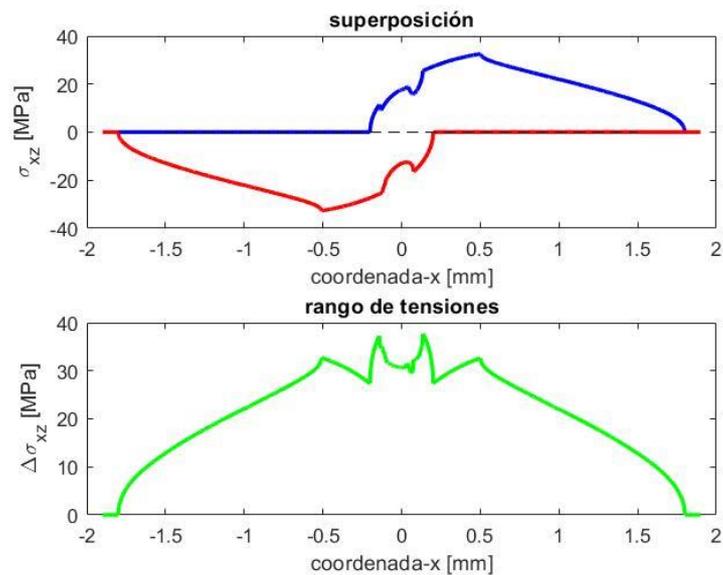


Figura 3.120. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

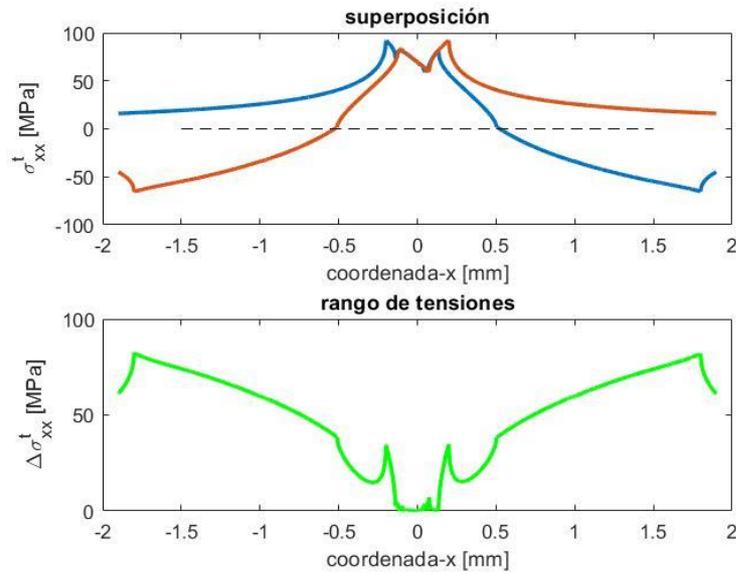


Figura 3.121. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

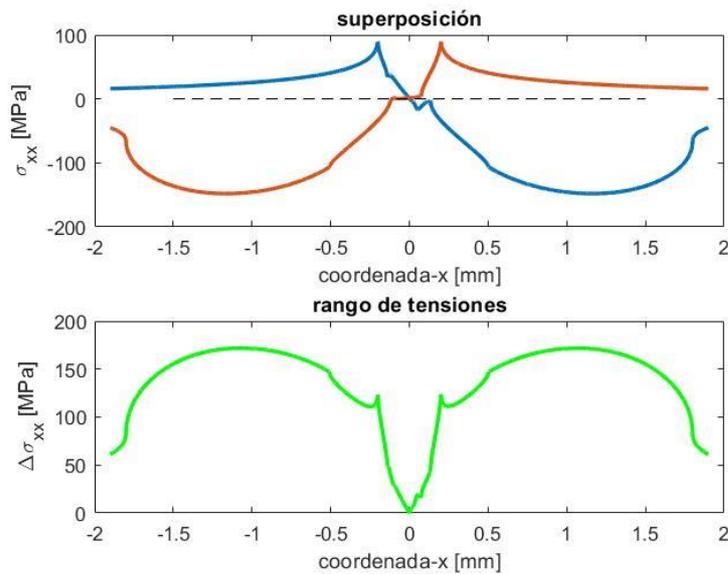


Figura 3.122. $cd = 0.75$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 37.69 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 171.83 MPa.

Observaciones:

El rango máximo de tensiones ha disminuido con respecto al caso anterior, aunque la relación σ_{xx}/σ_{xz} ha aumentado.

3.4.29 A09B025

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

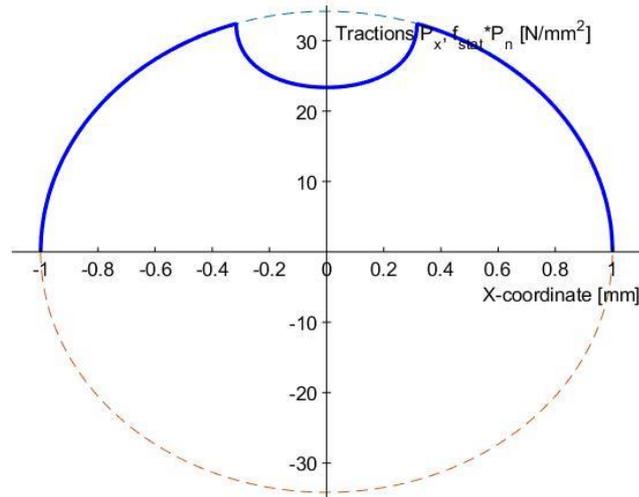


Figura 3.123. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, primera inversión del primer ciclo.

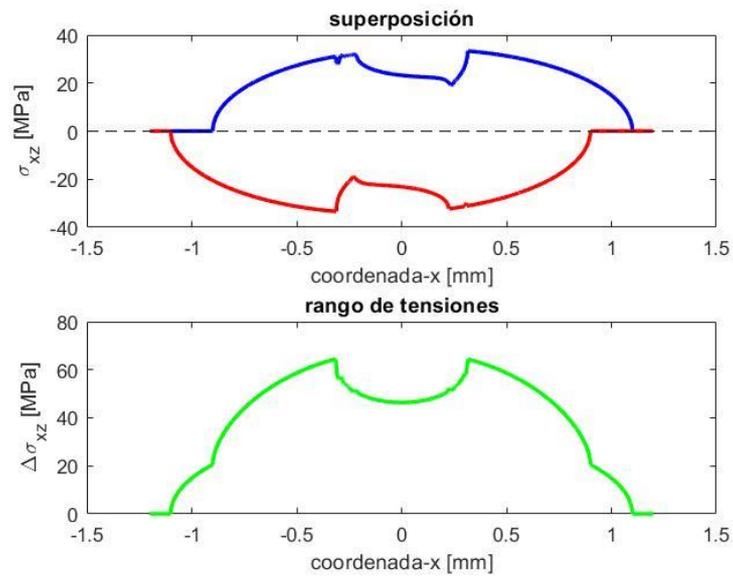


Figura 3.124. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

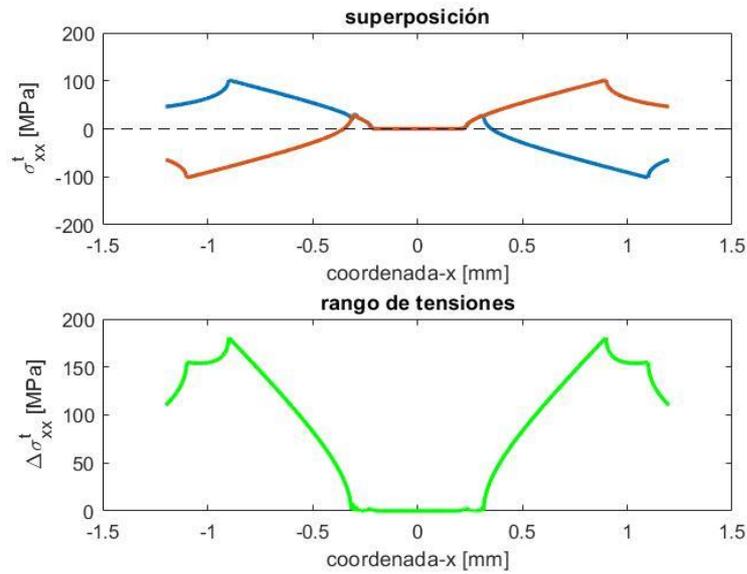


Figura 3.125. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

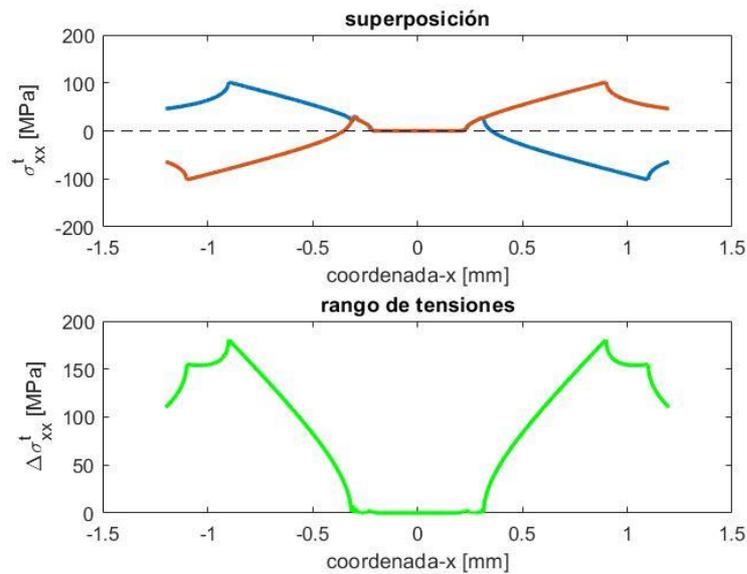


Figura 3.126. $cd = 0.9$, $cr = 0.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 64.45 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 246.50 MPa.

Observaciones:

Como puede comprobarse en la primera gráfica, la zona de deslizamiento ocupa casi todo el área de contacto, debido a que el coeficiente de deslizamiento es muy cercano, caso en el que se produciría un deslizamiento total del cilindro sobre la superficie.

3.4.30 A09B05

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

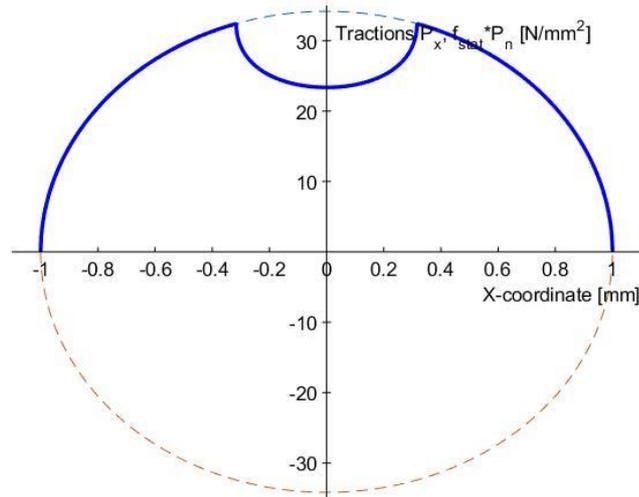


Figura 3.127. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, primera inversión del primer ciclo.

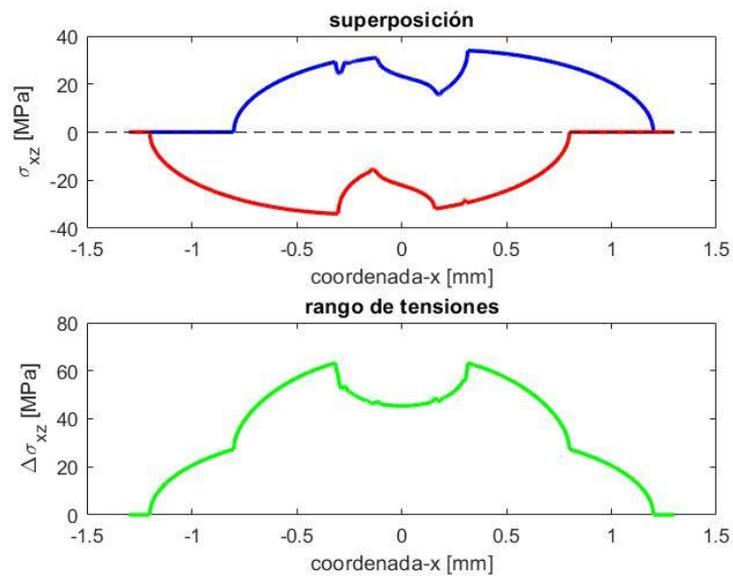


Figura 3.128. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

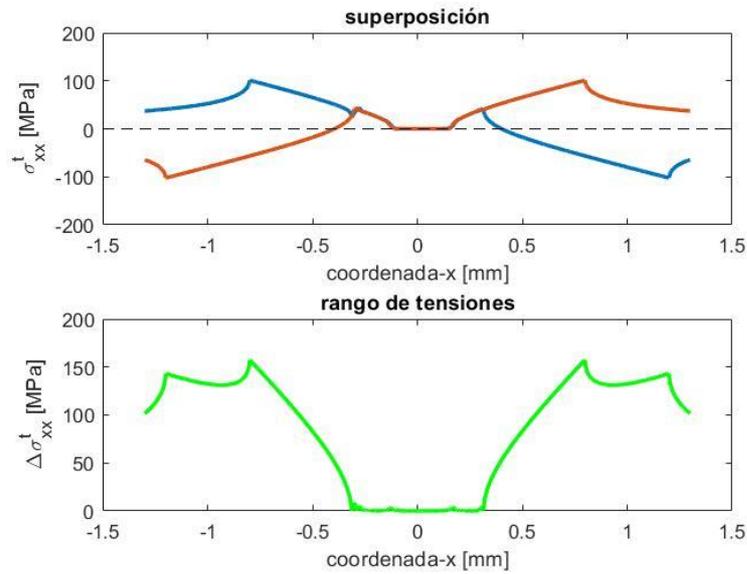


Figura 3.129. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

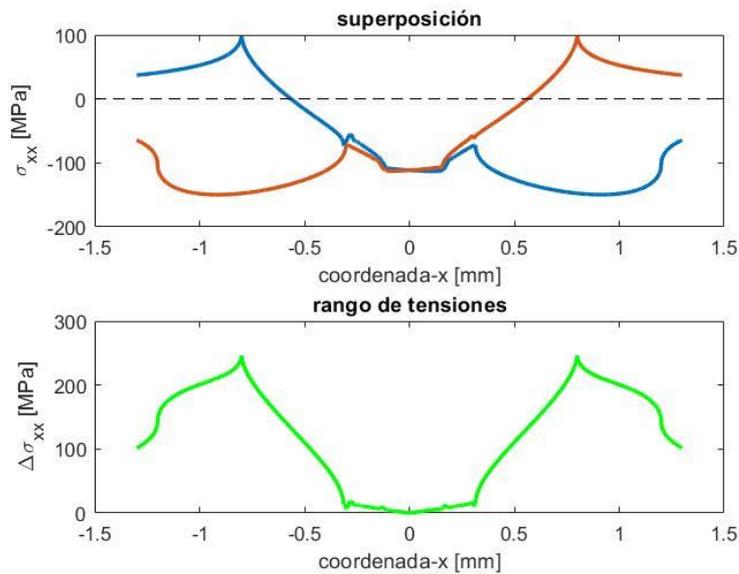


Figura 3.130. $cd = 0.9$, $cr = 0.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 63.22 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 246.16 MPa.

Observaciones:

Las tensiones σ_{xx} han variado muy poco.

3.4.31 A09B075

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

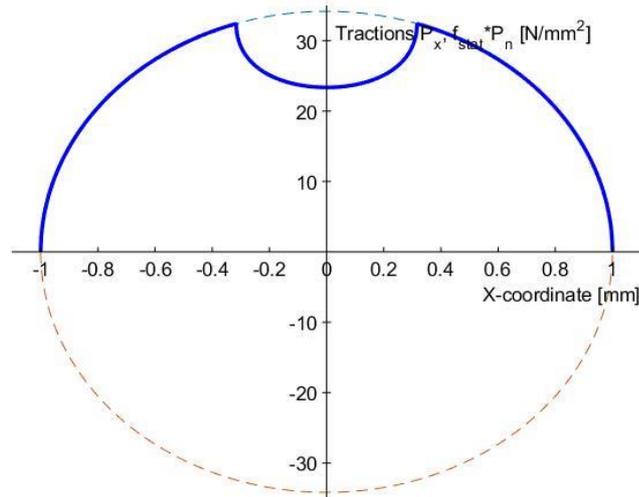


Figura 3.131. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, primera inversión del primer ciclo

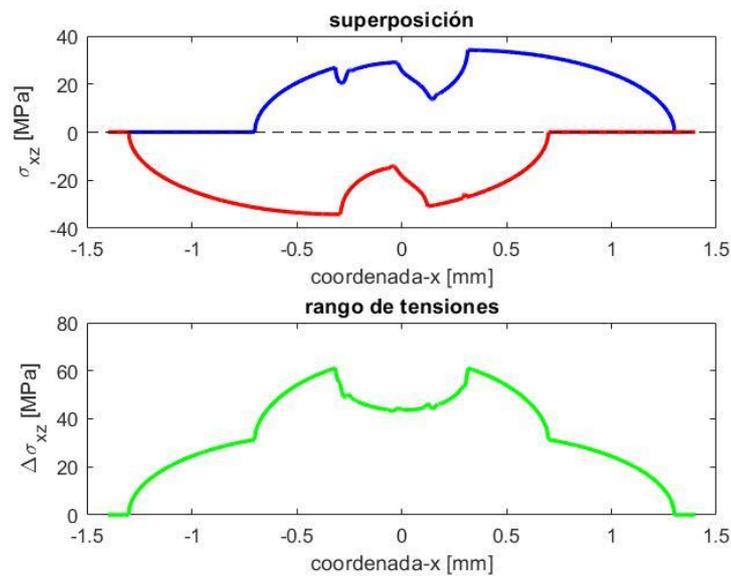


Figura 3.132. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

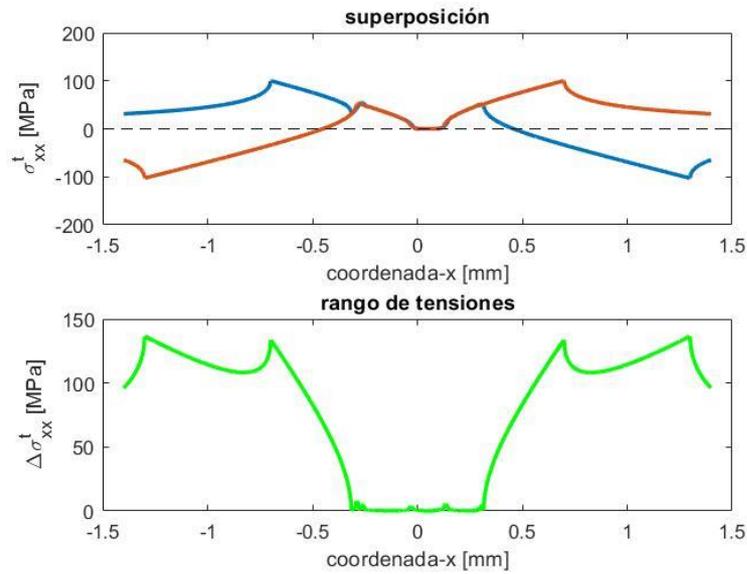


Figura 3.133. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

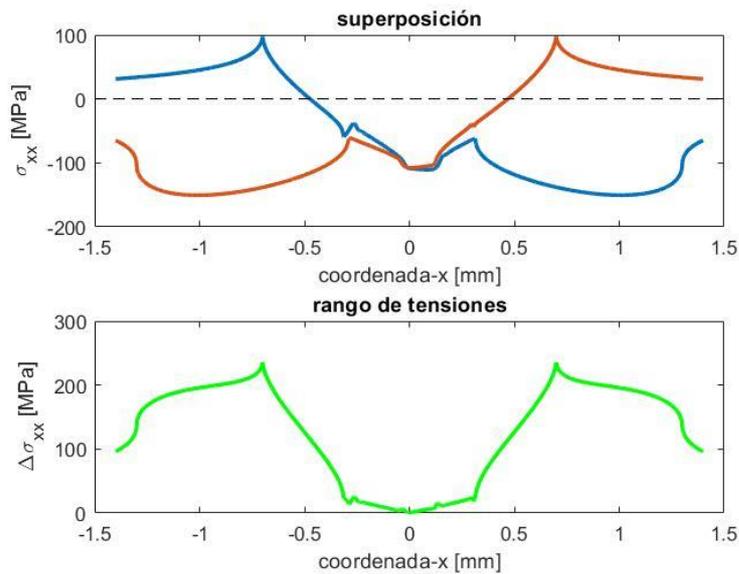


Figura 3.134. $cd = 0.9$, $cr = 0.75$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 61.09 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 235.72 MPa.

Observaciones:

La relación σ_{xx}/σ_{xz} ha disminuido un poco, al igual que lo han hecho los rangos máximos de tensiones.

3.4.32 A09B1

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

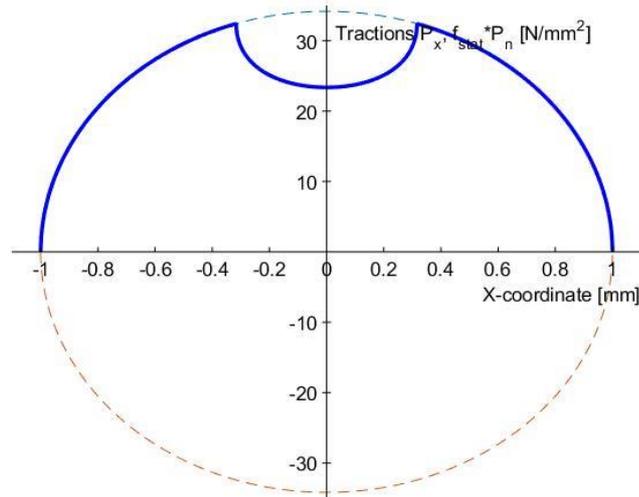


Figura 3.135 $cd = 0.9$, $cr = 1$, primera inversión del primer ciclo.

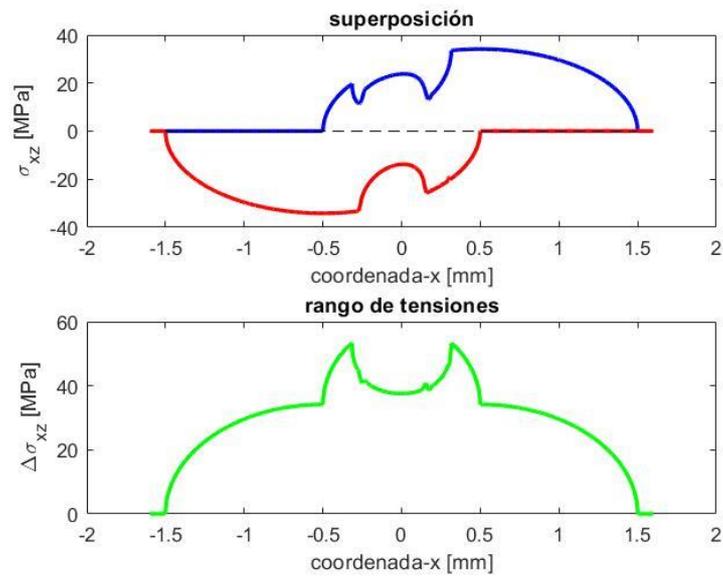


Figura 3.136. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

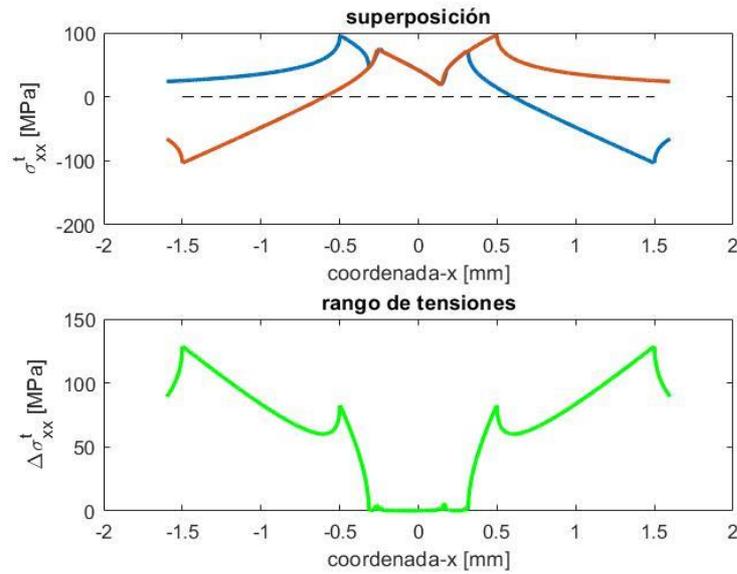


Figura 3.137. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

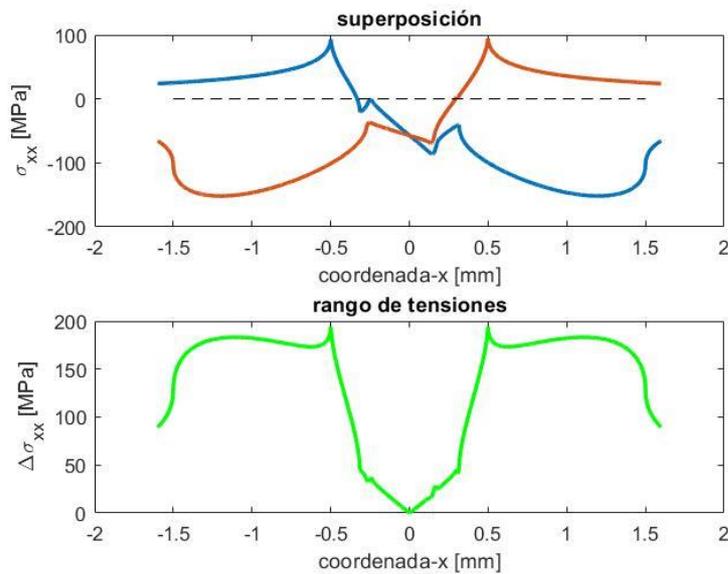


Figura 3.138. $cd = 0.9$, $cr = 1$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 53.34 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 194.26 MPa.

Observaciones:

La relación σ_{xx}/σ_{xz} ha vuelto a disminuir con respecto al caso anterior.

3.4.33 A09B125

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

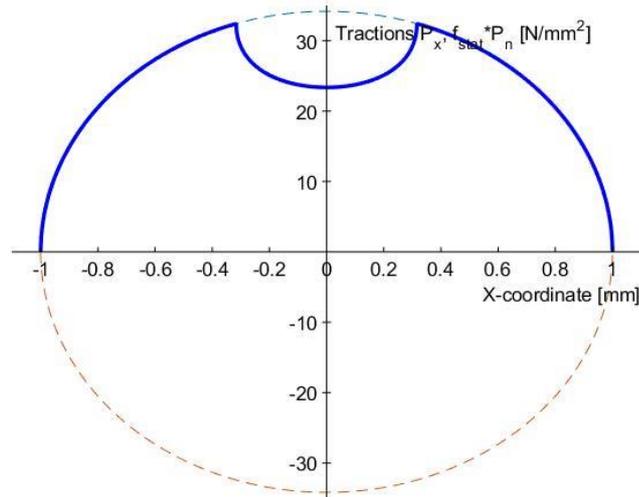


Figura 3.139. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, primera inversión del primer ciclo.

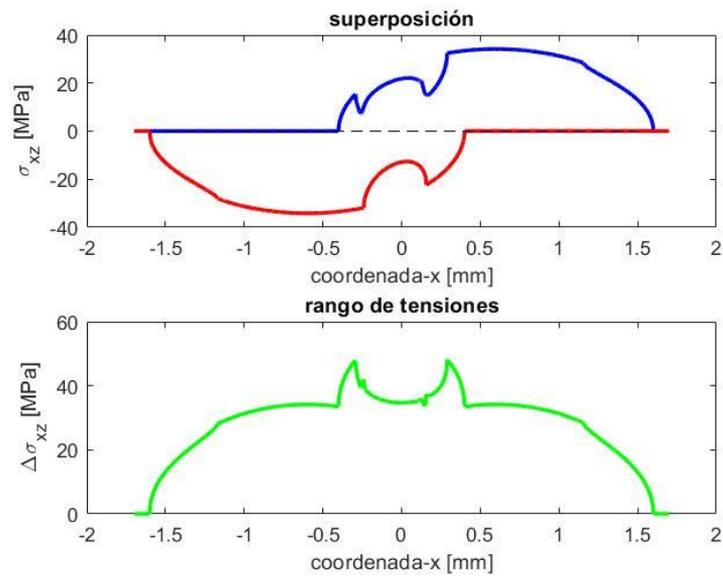


Figura 3.140. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

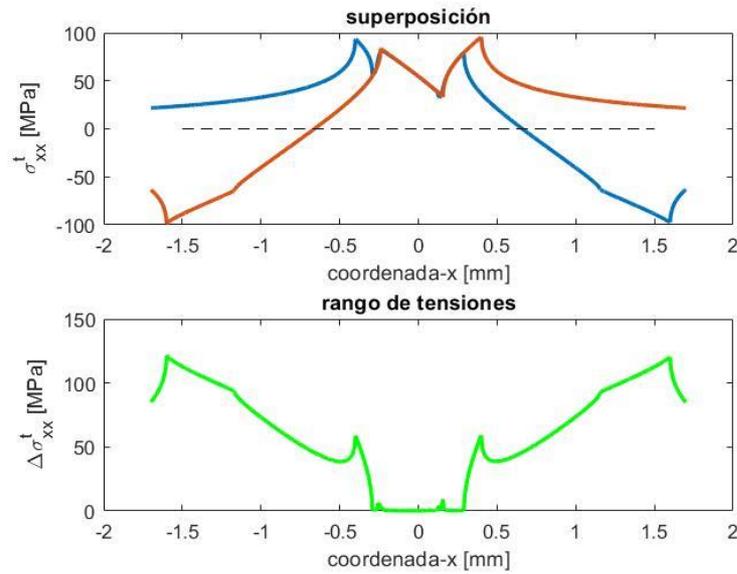


Figura 3.141. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

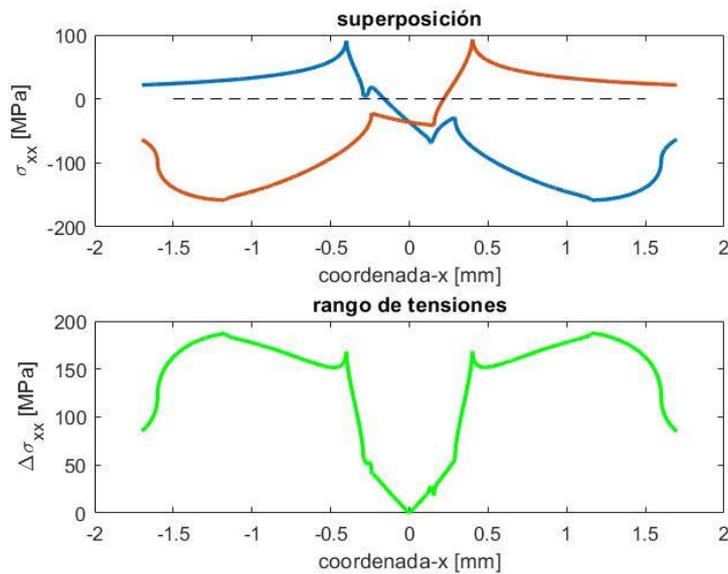


Figura 3.142. $cd = 0.9$, $cr = 1.25$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: No.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 48.11 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 187.50 MPa.

Observaciones:

Esta vez la relación σ_{xx}/σ_{xz} ha aumentado con respecto al caso anterior.

3.4.34 A09B15

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

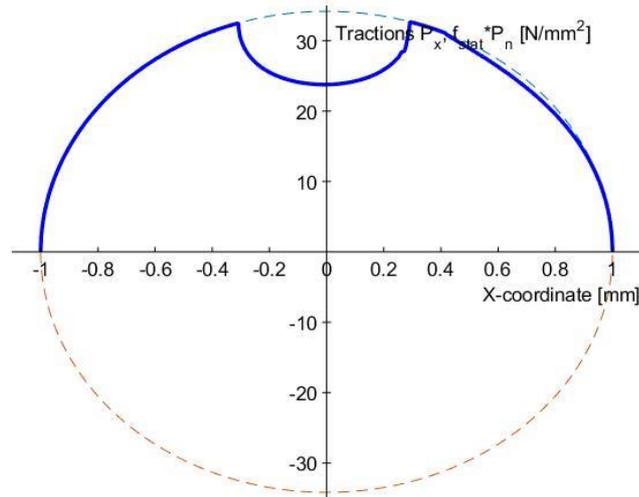


Figura 3.143. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, primera inversión del primer ciclo.

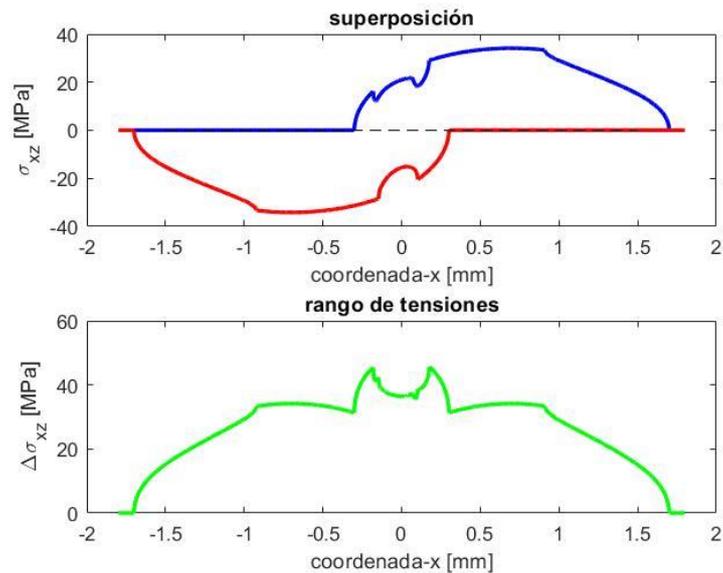


Figura 3.144. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

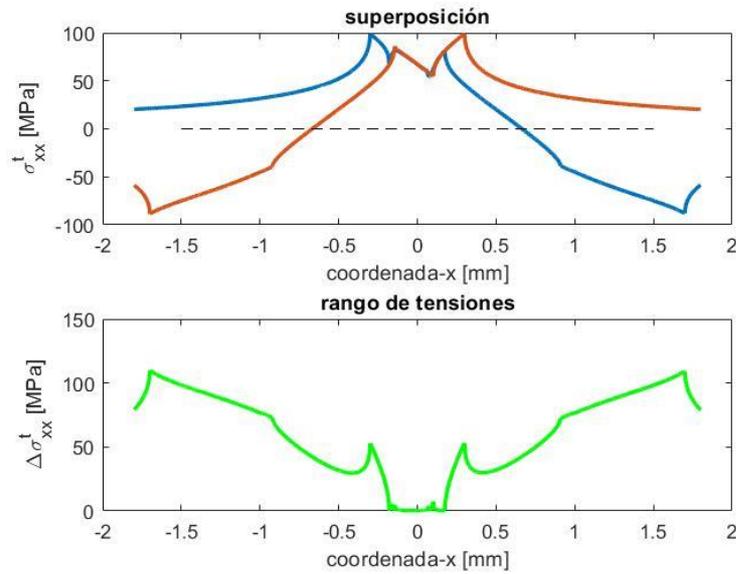


Figura 3.145. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

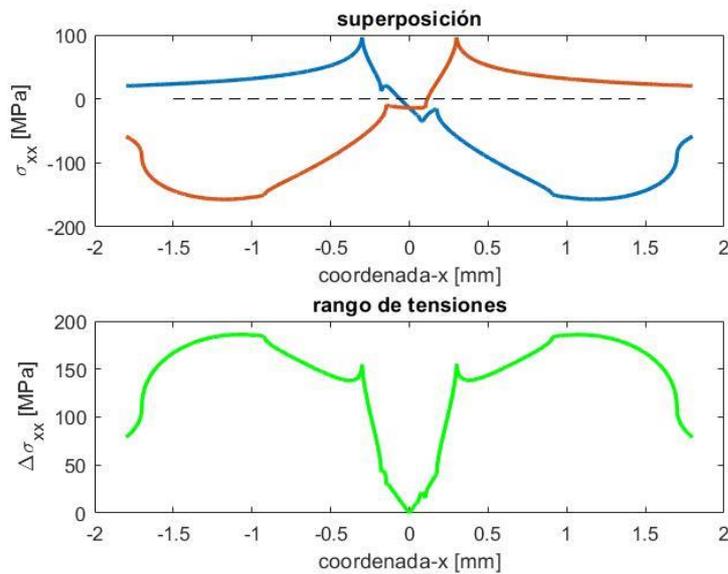


Figura 3.146. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 45.64 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 185.98 MPa.

Observaciones:

En este caso se empieza a observar un poco de adherencia. Ambos rangos máximos de tensiones han disminuido, aunque su relación sigue con tendencia creciente.

3.4.35 A09B2

Parámetros de simulación:

- Tamaño de malla: $MX = 2000$ elementos.
- Número de iteraciones de desplazamiento del origen a un extremo: $n = 1000$.

Gráficas:

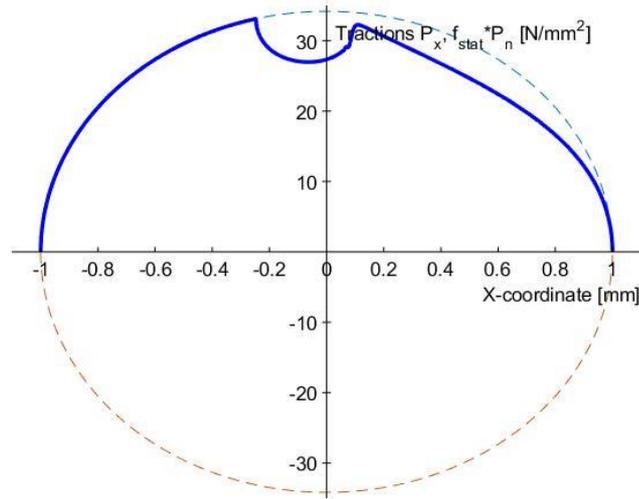


Figura 3.147. $cd = 0.9$, $cr = 2$, primera inversión del primer ciclo.

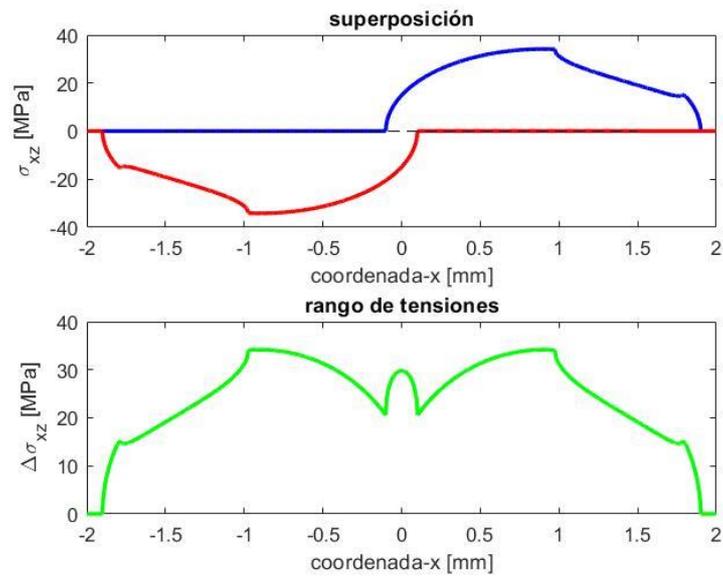


Figura 3.148. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones tangenciales σ_{xz} .

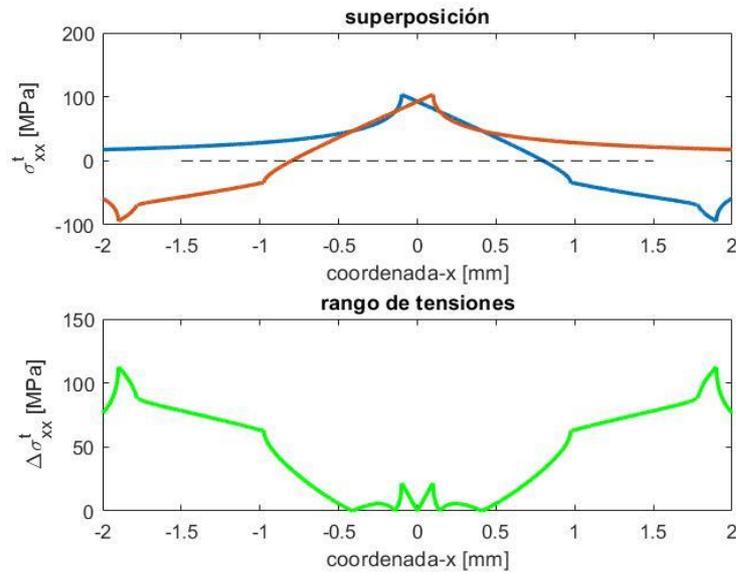


Figura 3.149. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones σ_{xx} debidas a la componente tangencial.

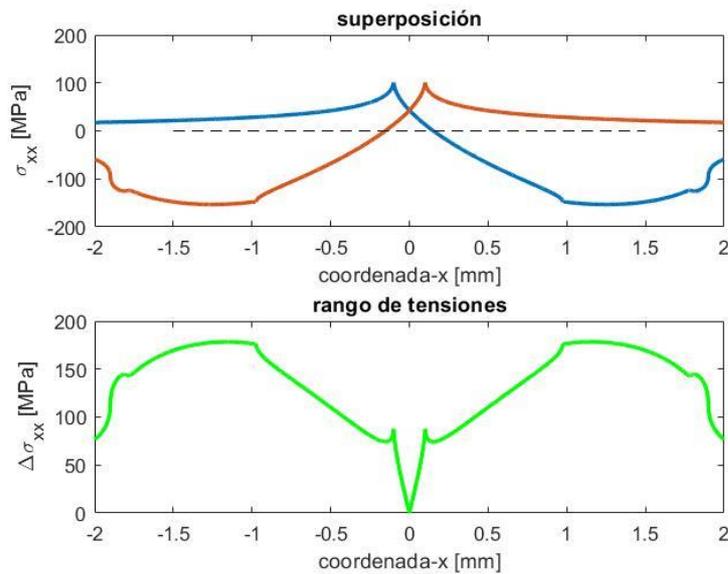


Figura 3.150. $cd = 0.9$, $cr = 2$, superposición y rango de tensiones totales σ_{xx} .

Resultados:

- Adherencia: Sí.
- Rango máximo de tensiones tangenciales σ_{xz} : 34.17 MPa.
- Rango máximo de tensiones σ_{xx} en la superficie: 178.39 MPa.

Observaciones:

Para este último caso sí se aprecia una adherencia clara. Como el coeficiente de deslizamiento es tan alto, la rodadura debe aumentar mucho para que tener una adherencia más marcada.

3.5 Conclusiones

En lo concerniente a la morfología de las gráficas, las distribuciones de tensiones σ_{xz} y σ_{xx} son prácticamente antisimétricas para todos los casos anteriores a $cd < 0.75$. Es a partir de aquí, donde para algunos casos se empiezan a apreciar diferencias claras entre las distribuciones de tensiones según el avance de la rodadura sea hacia la derecha o hacia la izquierda, siendo el caso de simulación (A09B15) uno en los que más se aprecia esta asimetría.

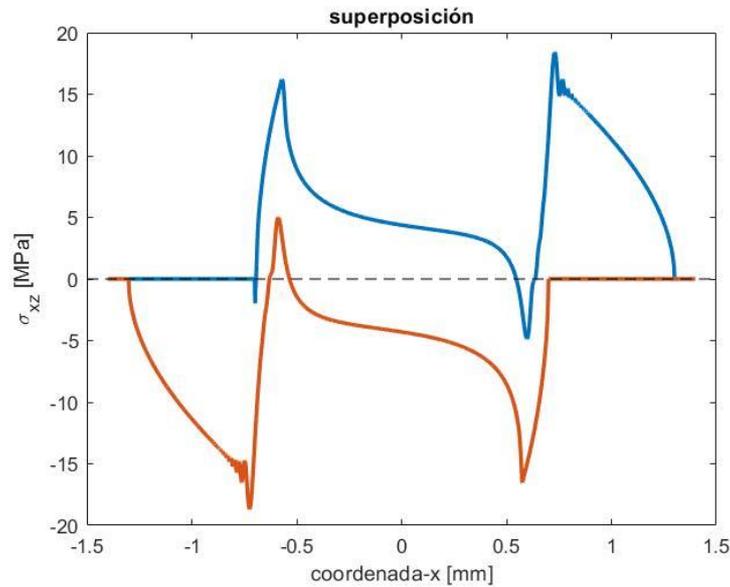


Figura 3.151. $cd = 0.25$, $cr = 1.25$, superposición de tensiones σ_{xz} .

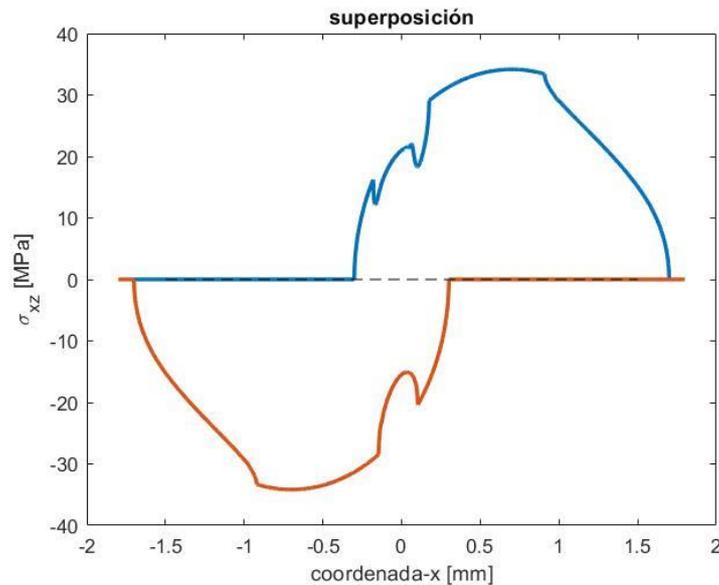


Figura 3.152. $cd = 0.9$, $cr = 1.5$, superposición y rango de tensiones σ_{xz} .

En la figura 3.151 se puede apreciar bastante bien la antisimetría en las dos distribuciones, azul (rodadura hacia la derecha) y roja (rodadura hacia la izquierda). La falta de antisimetría se va haciendo cada vez más notable a medida que aumenta el coeficiente de deslizamiento y la rodadura, aunque como se puede apreciar en la figura 3.152, la distribución azul no es completamente distinta de la roja en su conjunto, sino que

las diferencias entre ambas se encuentran más bien en zonas localizadas. Esto hace que al restar la una a la otra, estas diferencias en la simetría se reduzcan y quede un rango de tensiones con una distribución bastante simétrica y uniforme.

Los puntos de la superficie más susceptibles de iniciar el daño son aquellos que experimentan una mayor variación de las tensiones tangencial (σ_{xz}) y de tracción (σ_{xx}) en cada ciclo. Por eso, es muy interesante conocer el rango de tensiones y su valor de máxima amplitud, ya que será ese punto el que determine el estudio a fatiga. Se ha comprobado que el rango depende, en principal medida, del nivel de carga tangencial Q aplicada, esto es, del coeficiente de deslizamiento cd , pues cuanto mayor sea esta carga, mayor serán las tensiones tangenciales. Pero no es ese el único factor que determina la amplitud máxima del rango, también depende de cómo sea la superposición entre las distribuciones que van en un sentido y en otro del movimiento, es decir, de la separación que haya entre ambas cuando se superponen porque aunque el valor de las tensiones sea muy elevado en ciertos puntos, si en la superposición dichos puntos no coinciden la amplitud del rango se podrá ver bastante mermada.

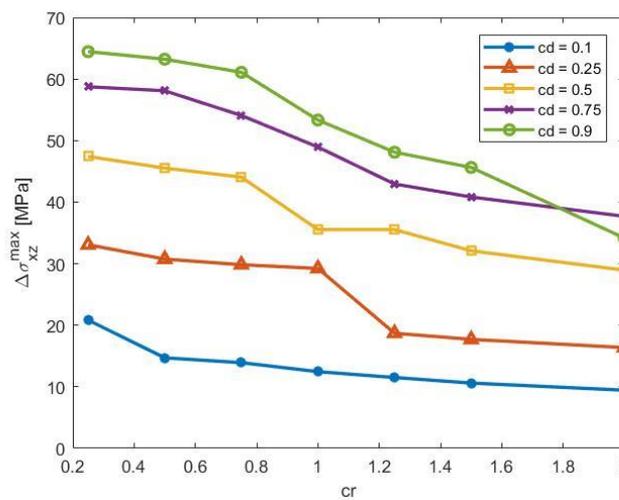


Figura 3.153. Variación del rango máximo de tensiones σ_{xz} en función de cr para diferentes cd .

En la figura anterior puede verse cómo disminuye el rango máximo de tensiones σ_{xz} a medida que aumenta la rodadura. Esto, en cambio, no tiene por qué suceder de la misma forma para las tensiones σ_{xx} .

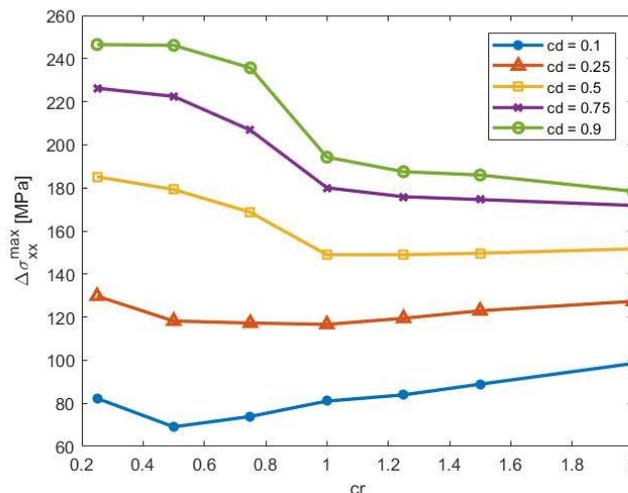


Figura 3.154. Variación del rango máximo de tensiones σ_{xx} en función de cr para diferentes cd .

Como puede apreciarse en la figura anterior, los rangos máximos de tensiones no tienen un comportamiento definido que pueda ser común a todos los casos: parece que todos disminuyen para los primeros valores de rodadura, pero luego pueden aumentar ($cd = 0.1 - 0.25 - 0.5$) o bien seguir decreciendo, pero de forma más suave (resto de casos).

Es importante señalar también que los valores máximos de los rangos de σ_{xx} son varias veces superiores a los de las tensiones tangenciales, y la relación $\Delta\sigma_{xx}^{\max}/\Delta\sigma_{xz}^{\max}$ crece a medida que aumenta la rodadura, como muestra la siguiente gráfica. Se puede observar que este crecimiento es menor para coeficientes de deslizamiento más altos, pero en general todos crecen.

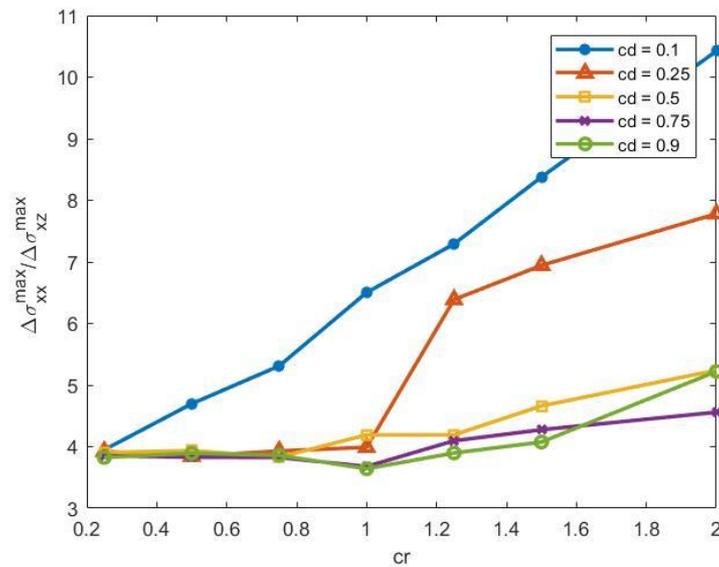


Figura 3.155. Relación entre el rango máximo de tensiones σ_{xx} y σ_{xz} en función de cr para diferentes cd .

También es interesante conocer cuándo se produce adherencia en las distintas condiciones de carga y rodadura para los casos que se han simulado. La siguiente tabla indica con un “Sí” o un “No” si ha habido adherencia en la parte frontal de la zona de contacto:

Tabla 2. Casos en los que se produce adherencia.

$Q/\mu N$ $rod/(a-c)$	0.1	0.25	0.5	0.75	0.9
0.25	No	No	No	No	No
0.5	No	No	No	No	No
0.75	Sí	No	No	No	No
1	Sí	No	No	No	No
1.25	Sí	Sí	No	No	No
1.5	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
2	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

4 REFERENCIAS

- [1] [«https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hertz.svg»](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hertz.svg) [En línea].
- [2] D. S. Lopes, «ResearchGate: Smooth convex surfaces for modeling and simulating multibody systems with compliant contact elements,» 2013. [En línea]. Available: https://www.researchgate.net/figure/Conformal-and-con-conformal-rigid-contact-surface-configurations-a-conformal_fig17_283016669.
- [3] [«https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontakt_Zylindrischer_Indenter_Ebene.jpg.»](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontakt_Zylindrischer_Indenter_Ebene.jpg) » [En línea]
- [4] J. Barber, J.R. Barber Elasticity, Solid Mechanics and Its Applications 172.
- [5] D. H. a. D.NOWELL, Mechanics of Fretting Fatigue.
- [6] D. E. Vollebregt, User guide for CONTACT, Rolling and sliding contact with friction.
- [7] [«https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn217.html»](https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn217.html) [En línea].