

Trabajo Fin de Grado Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Análisis de eficiencia y sostenibilidad de las redes de distribución y saneamiento de aguas en España

Autor: Ignacio Conradi Fajardo
Tutor: Alicia Robles Velasco

**Departamento de organización
industrial y gestión de empresas
Escuela Técnica Superior de
Ingeniería
Universidad de Sevilla**



Sevilla, 2022



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

**Análisis de eficiencia y
sostenibilidad de las redes de
distribución y saneamiento de
aguas en España**

Autor:

Ignacio Conradi Fajardo

Tutor:

Alicia Robles Velasco

Dpto. de Organización Industrial y

Gestión de Empresas II

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Autor: Ignacio Conradi Fajardo
Tutor: Alicia Robles Velasco

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2022

El Secretario del Tribunal

A mi abuela Luichi

Resumen

El principal objetivo del trabajo realizado es conseguir la medición de la eficiencia de las diferentes compañías españolas que conforman el sector del agua través del Análisis envolvente de datos. Se ha elegido este estudio en base al importante papel que tiene el agua tanto en uso doméstico como en la industria. A través del análisis de la eficiencia en diferentes fases de todo el alcance del ciclo integral del agua, se da una visión de la situación actual de las compañías. A través de esta medición, se proponen mejoras para evitar los desperdicios que pueda haber en el proceso y de esta manera obtener un valor más alto en el indicador de la eficiencia.

Las unidades utilizadas han sido las diferentes compañías de los municipios de España, de las cuales se han extraído datos de diferentes variables para realizar el estudio. Estas variables se dividen posteriormente en inputs (de entrada) y outputs (de salida). A través de estas se implementará el modelo, que posteriormente nos devolverá los valores de eficiencia de cada uno de las empresas.

La metodología utiliza para la resolución del modelo se conoce como DEA. En este caso se explicarán los modelos DEA-BCC y DEA-CCR, los cuales se utilizarán en los diferentes casos. Esta resolución se llevará a cabo en el software EMS.

Se resolverán tres casos diferentes, donde cada uno se enfoca en diferentes fases y objetivos del alcance y productividad de las diferentes compañías.

Por último, se analizará los resultados de cada escenario, según los niveles de eficiencia de las compañías en estos y dividiéndolas por diferentes factores, como tipo (pública o mixta) o tamaño. También se proponen el camino que deben seguir las unidades no eficientes para mejorar sus resultados, en base a diferentes datos que nos devuelve el modelo.

Abstract

The main objective of the work carried out is to measure the efficiency of the different Spanish companies that make up the water sector through the Data Envelopment Analysis. This study has been chosen based on the important role of water in both domestic and industrial use. Through the analysis of the efficiency in different phases of the whole scope of the integral water cycle, a vision of the current situation of the companies is given. Through this measurement, improvements are proposed to avoid waste in the process and thus obtain a higher value in the efficiency indicator.

The units used have been the different companies of the municipalities of Spain, from which data of different variables have been extracted to carry out the study. These variables are then divided into inputs and outputs. Through these, the model will be implemented, which will subsequently return the efficiency values of each of the companies.

The methodology used to solve the model is known as DEA. In this case the DEA-BCC and DEA-CCR models will be explained, which will be used in the different cases. This resolution will be carried out in the EMS software.

Three different cases will be solved, where each one focuses on different phases and objectives of the scope and productivity of the different companies.

Finally, the results of each scenario will be analyzed, according to the efficiency levels of the companies in these and dividing them by different factors, such as type (public or mixed) or size. We will also propose the path that non-efficient units should follow to improve their results, based on different data returned by the model.

Índice

.....	i
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Figuras	xv
Índice de Tablas	xvii
1. Introducción	1
1.1 Ciclo integral del agua	1
1.1.1 Captación.....	1
1.1.2 Distribución.....	3
1.1.3 Saneamiento y depuración.....	8
1.2 Estado actual del sector del agua	12
2. Metodología: Análisis Envolvente de Datos	15
2.1 DEA: Análisis envolvente de Datos	15
2.1.1 Clasificación de los modelos	22
2.1.2 Ventajas e inconvenientes del análisis envolvente de datos.....	25
2.2 Modelo CCR	27
2.3 Modelo BCC	36
3. Casos de estudio: Las redes de abastecimiento y saneamiento de las principales ciudades españolas	41
3.1 Revisión de la literatura	41
3.2 Descripción de datos	45
3.3 Análisis exploratorio de los datos	51
3.3.1 Histograma y polígono de frecuencias	52
3.3.2 Matriz de correlación.....	80
3.4 Casos de estudio	83
3.4.1 Caso de estudio 1: Red de distribución	83
3.4.2 Caso de estudio 2: Sostenibilidad y calidad de agua	84
3.4.3 Caso de estudio 3: Enfoque global	86
4. Implementación y resultados	89
4.1 Software EMS	89
4.2 Resultados caso 1	92
4.3 Resultados caso 2	101
4.4 Resultados caso 3	109
4.5 Discusión general de los resultados	117

5. Conclusiones	121
Referencias.....	125

Índice de Figuras

Figura 1 ‘Mapa de España con el nivel de llenado de embalsado’ [1].....	2
Figura 2 ‘Metros cúbicos almacenados por semana del año’ [2].....	3
Figura 3 ‘Distribución de agua registrada, usuario y periodo (miles de m ³) ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [3]’	5
Figura 4 ‘Volumen de agua suministrada a la red de abastecimiento público (porcentaje)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE’.....	6
Figura 5 ‘Volumen de agua suministrada a la red de abastecimiento público (miles de m ³)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [4]’	6
Figura 6 ‘Importe facturado por el agua suministrada (miles de €)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [5]’	7
Figura 7 ‘Importe total de la inversión en los servicios de suministro (miles de €)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [6]’	8
Figura 8 ‘Tratamiento de aguas residuales (m ³ /día)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [7]’	9
Figura 9 ‘Importe facturado por alcantarillado y depuración (miles de €)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [8]’	10
Figura 10 ‘Porcentaje del importe facturado por alcantarillado, y por agua suministrada’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE’	10
Figura 11 ‘Longitud de red (Km)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE [9][10]’	11
Figura 12 ‘Longitud de red (porcentaje)’ ‘Elaboración propia a partir de datos del INE’	12
Figura 13 ‘Gráfica explicativa de la eficiencia técnica’	17
Figura 14 ‘Gráfica explicativa de la eficiencia precio’	19
Figura 15 ‘Gráfica explicativa de las diferentes orientaciones’	23
Figura 16 ‘Gráfica explicativa holguras’	34
Figura 17 ‘Gráfica explicativa modelo BCC’	36
Figura 18 ‘Número de variables utilizadas en diferentes casos de estudio’	43
Figura 19 ‘Variables utilizadas en diferentes casos de estudio’	44
Figura 20 ‘Histograma de la longitud red de distribución con la variable de la empresa Canal de Isabel II (Madrid)’	54
Figura 21 ‘Gráfica de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de distribución.....	55
Figura 22 ‘Gráfica de Histograma de la red de saneamiento con la empresa Canal de Isabel II (Madrid)’	57
Figura 23 ‘Gráfica de Histograma de la red de saneamiento’	58
Figura 24 ‘Gráfico de Histograma de los Gastos materiales’	60
Figura 25 ‘Gráfico de Histograma del número de trabajadores’	62
Figura 26 ‘Gráfico de Histograma de personas abastecidas’	64
Figura 27 ‘Gráfico de Histograma de volumen de agua captada’	66
Figura 28 ‘Gráfico de Histograma de volumen de agua distribuida’	68
Figura 29 ‘Gráfico de Histograma de volumen de agua de pérdidas y fraude’	70
Figura 30 ‘Gráfico de Histograma de volumen de aguas residuales tratadas’	72
Figura 31 ‘Gráfico de Histograma de lluvia’	74
Figura 32 ‘Gráfico de Histograma de fangos’	76
Figura 33 ‘Gráfico de Histograma de energía eléctrica consumida’	78
Figura 34 ‘Gráfico de Histograma de energía eléctrica generada’	80
Figura 35 ‘inicio EMS’	89
Figura 36 ‘Carga de datos EMS’	89

<i>Figura 37 'Ejecutar modelo EMS'</i>	90
<i>Figura 38 'Menú modelo EMS'</i>	90

Índice de Tablas

Tabla 1 ‘Correspondencias dual y primal 1’ Fuente ‘Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos’	32
Tabla 2 ‘Correspondencias dual y primal 2’ Fuente ‘Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos’	32
Tabla 3 ‘Tabla de compañías estudiadas’	46
Tabla 4 ‘Tabla de variables con sus valores máximos, mínimos y desviación típica’	51
Tabla 5 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de distribución’	53
Tabla 6 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de saneamiento’	56
Tabla 7 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de los Gastos materiales’	59
Tabla 8 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, del número de trabajadores’	61
Tabla 9 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de personas abastecidas’	63
Tabla 10 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua captada’	65
Tabla 11 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua distribuida’	67
Tabla 12 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua de pérdidas y fraude’	69
Tabla 13 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de aguas residuales tratadas’	71
Tabla 14 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de lluvia’	73
Tabla 15 ‘Tabla de Histograma de fangos, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada,’	75
Tabla 16 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de energía eléctrica consumida’	77
Tabla 17 ‘Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de energía eléctrica generada’	79
Tabla 18 ‘Matriz de correlación’	82
Tabla 19 ‘Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 1’	84
Tabla 20 ‘Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 2’	85
Tabla 21 ‘Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 3’	86
Tabla 22 ‘Matriz de resultados ejemplo EMS’	91
Tabla 23 ‘Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 1’	92
Tabla 24 ‘Tabla de unidades (empresas) del caso 1’	93
Tabla 25 ‘Matriz de resultados caso 1 input-oriented’	94
Tabla 26 ‘Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 1 input-oriented’	95
Tabla 27 ‘Matriz de resultados caso 1 output-oriented’	97
Tabla 28 ‘Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 1 output-oriented’	98
Tabla 29 ‘Tabla por tipo de empresas caso 1’	100
Tabla 30 ‘Tabla por tamaño de empresas caso 1’	100
Tabla 31 ‘Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 2’	101
Tabla 32 ‘Tabla de unidades (empresas) del caso 2’	102
Tabla 33 ‘Matriz de resultados caso 2 input-oriented’	102
Tabla 34 ‘Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 2 input-oriented’	103

<i>Tabla 35 'Matriz de resultados caso 2 output-oriented'</i>	105
<i>Tabla 36 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 2 output-oriented'</i>	105
<i>Tabla 37 'Tabla por tipo de empresas caso 2'</i>	107
<i>Tabla 38 'Tabla por tamaño de empresas caso 2'</i>	108
<i>Tabla 39 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 3'</i>	109
<i>Tabla 40 'Tabla de unidades (empresas) del caso 3'</i>	110
<i>Tabla 41 'Matriz de resultados caso 3 input-oriented'</i>	111
<i>Tabla 42 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 3 input-oriented'</i>	111
<i>Tabla 43 'Matriz de resultados caso 3 output-oriented'</i>	113
<i>Tabla 44 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 3 output-oriented'</i>	114
<i>Tabla 45 'Tabla por tipo de empresas caso 3'</i>	116
<i>Tabla 46 'Tabla por tamaño de empresas caso 3'</i>	116

1. Introducción

La distribución y sostenibilidad de agua es uno de los puntos críticos de gestión dentro de cualquier municipio, ciudad, comunidad autónoma o país. Su valor se debe a que es un bien de primera necesidad y de alta demanda, tanto para los habitantes, agricultura, como para la industria de cualquier sector. Centrándose en España, 133 litros de agua son consumidos cada día por los habitantes según el INE. Es de vital importancia que todo el proceso sea lo más eficiente posible ya que una mala administración por parte de las compañías afectaría negativamente a la economía. Al consumirse tanto volumen, si se aplica un alto precio a un elemento esencial, se debilitaría económicamente a la población y a la industria. También cabe recalcar la importancia del agua en la salud, debido a que un incorrecto tratamiento del agua produce que esta acabe infectada con lodos y diferentes restos perjudiciales. Hay que añadir que las diferentes emisiones de CO_2 que se producen durante todo el proceso, afectan al medio ambiente. La eficiencia del volumen suministrado en cuanto a pérdidas es sumamente importante, debido a que no se puede malgastar de manera excesiva este bien natural finito, y más si cabe en épocas de sequía como la que vivimos actualmente en el inicio de 2022. En resumen, la gestión del agua debe ser eficiente, respetando el medio ambiente y de calidad.

1.1 Ciclo integral del agua

Dentro de todas las compañías de agua se encuentran diferentes etapas dentro del proceso, el cual se define como ciclo integral de agua. Estas etapas se dividen en captación, distribución, saneamiento y depuración.

1.1.1 Captación

El primer paso es la captación y aducción a partir de los diferentes embalses dentro del territorio nacional. Actualmente y como se ha mencionado antes, debido a la falta de

precipitaciones el porcentaje de embalsado es muy bajo en comparación con años atrás. A continuación, se muestra un mapa con estos niveles diferenciados por comunidades autónomas.

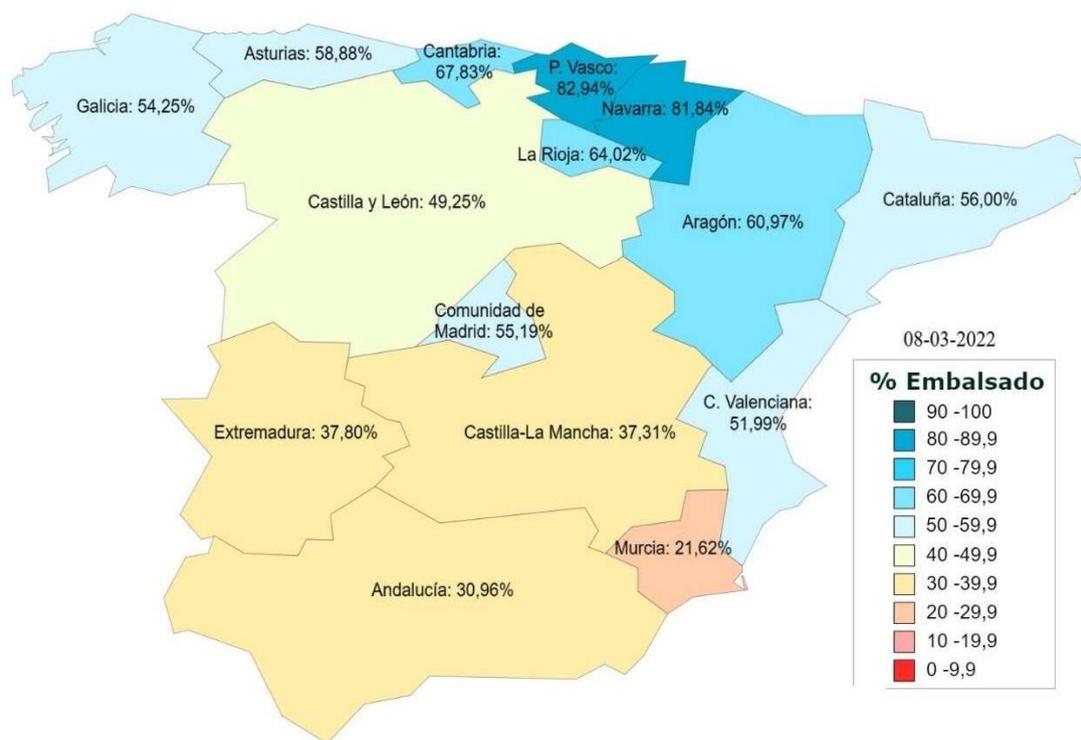


Figura 1 'Mapa de España con el nivel de llenado de embalsado' [1]

Se puede apreciar gracias a la imagen los bajos porcentajes que se ven en todo el mapa, con especial mención a las comunidades del sur de España donde no se llega ni al cuarenta por ciento. Andalucía y Murcia (esta última por debajo del 25%) muestran niveles excesivamente bajos. También en zonas donde los niveles de embalsado suelen ser muy superiores se ven resultados sorprendentemente pobres, como es el caso de Galicia y Asturias.

Para completar el argumento anterior, se mostrará ahora una gráfica de los metros cúbicos almacenados por cada semana anual en comparación con años anteriores.



Figura 2 'Metros cúbicos almacenados por semana del año' [2]

Las diferentes líneas continuas representan los años más recientes, mientras que la línea azul discontinua es la media del volumen total de los últimos años. Se puede deducir claramente de esta grafica que los niveles van en descenso progresivo desde hace tiempo, con niveles inferiores anualmente. En 2022 se aprecian mínimos históricos que pueden causar severos problemas en la sociedad, la cual depende críticamente del agua.

A partir de estos datos y gráficos se muestra la situación alarmante en la que se vive en la actualidad. Con ello, el control, distribución, entrega y saneamiento del agua cobra muchísima importancia.

1.1.2 Distribución

La siguiente fase dentro del ciclo es el tratamiento del agua procedente de los embalses y diferentes fuentes de suministro. Se realiza en estaciones de tratamiento de agua potable o ETAP. El agua pasa por diferentes filtros y fases. Primero un pretratamiento donde se retiran cuerpos extraños, después, a través de los procesos de coagulación y floculación, se pretende separar las partículas para que puedan ser extraídas a través de la decantación. Se añaden también agentes químicos. Seguidamente se procede a una depuración de las partículas más pequeñas que no han sido retiradas anteriormente. Por

último, se neutraliza debido al uso de productos químicos y se realiza una desinfección final.

La calidad del agua depende directamente del tratamiento que se le da. Si se produce un desajuste o se opera de manera errónea puede causar problemas en las siguientes fases del ciclo integral, además de la posibilidad de que llegue agua contaminada al consumidor, lo cual puede llegar a producir enfermedades y malestar en la población que la consume, suponiendo una situación grave para la compañía.

La distribución de agua es una de las partes del ciclo de donde se sacarán datos para el estudio. Se lleva el agua desde el centro de tratamiento al punto de consumo. La eficiencia de las compañías depende mucho de este proceso. Las pérdidas del agua son uno de los grandes problemas de este sector. La cuestión radica en que el caudal de agua que sale de las instalaciones no es el mismo que llega a los consumidores. Estas diferencias son muchas veces pagadas por los mismos clientes. Siendo el agua uno de los recursos principales, estas pérdidas afectan a la población y a diferentes industrias, que pueden llegar a tener problemas económicos, más si cabe con la inflación actual. Se tendrá en cuenta en el estudio, entre otras variables, la cantidad de kilómetros de la red de distribución de las diferentes compañías, la cantidad de agua perdida durante la distribución y el volumen de agua distribuida.

El suministro de agua en España está dividido en diferentes grupos. Como se puede ver a partir de la Figura 3, la mayoría del agua distribuida por las compañías es entregada a hogares, para uso doméstico. El porcentaje restante es entregado a industrias y diferentes sectores como la ganadería o la construcción. En cuanto a las diferencias anuales se puede observar que los valores son bastantes constantes en general.

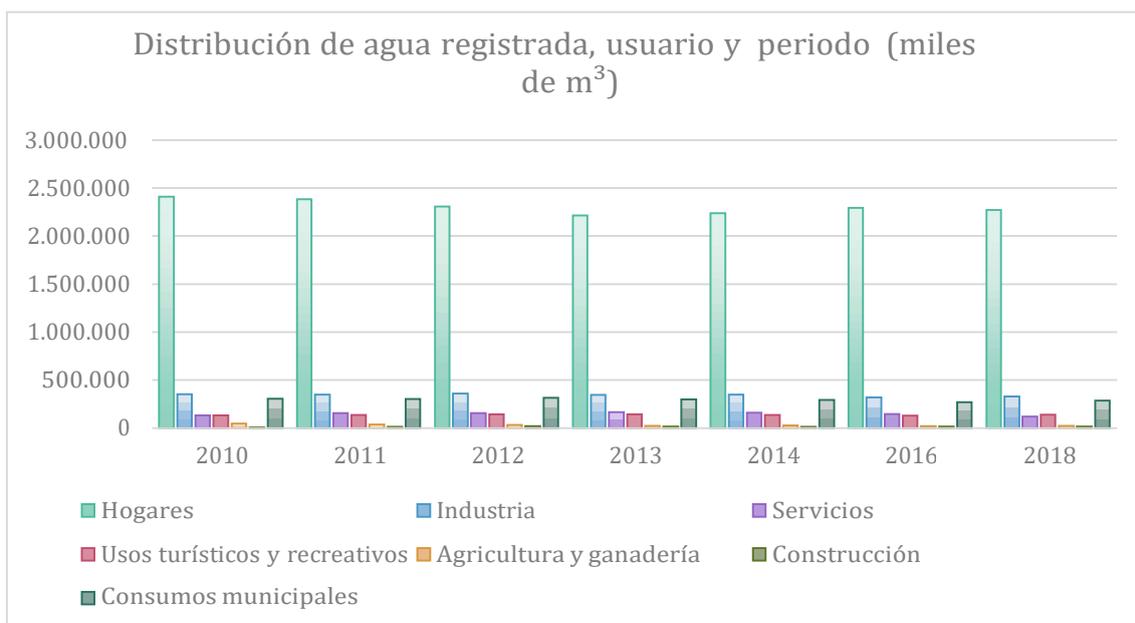


Figura 3 'Distribución de agua registrada, usuario y periodo (miles de m³) 'Elaboración propia a partir de datos del INE [3]'

Como se ha mencionado antes, el porcentaje de volumen de agua que se pierde en el proceso de distribución es uno de los factores más importantes en cuanto a la eficiencia. En la Figura 4 se aprecia el porcentaje de agua registrada y la cantidad de pérdidas, tanto reales como aparente. En la Figura 5 se muestra el volumen total de estas variables.

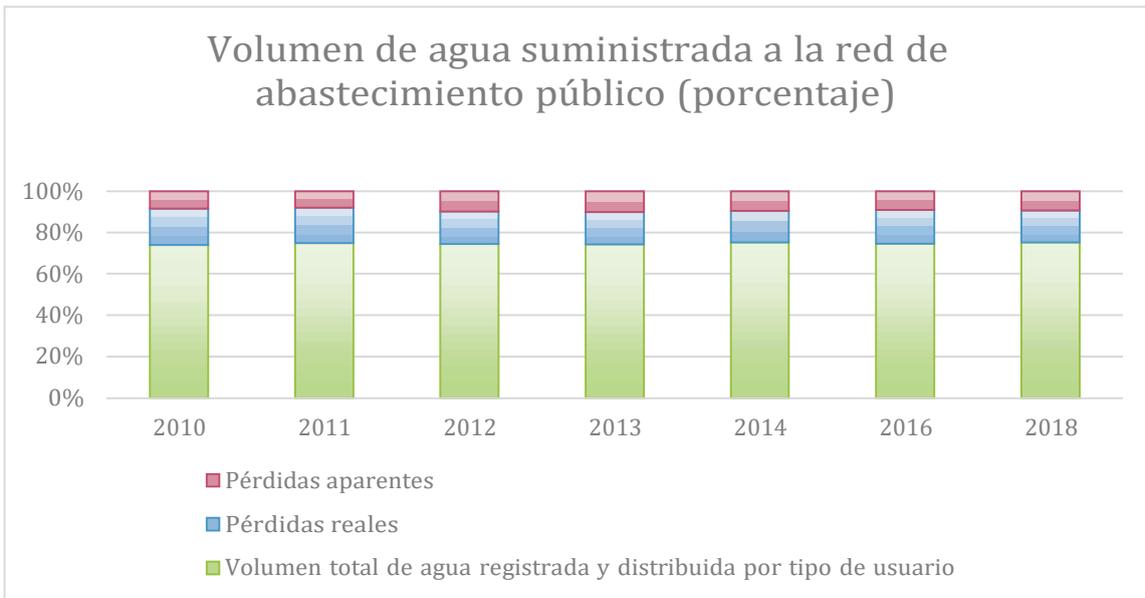


Figura 4 'Volumen de agua suministrada a la red de abastecimiento público (porcentaje)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE'

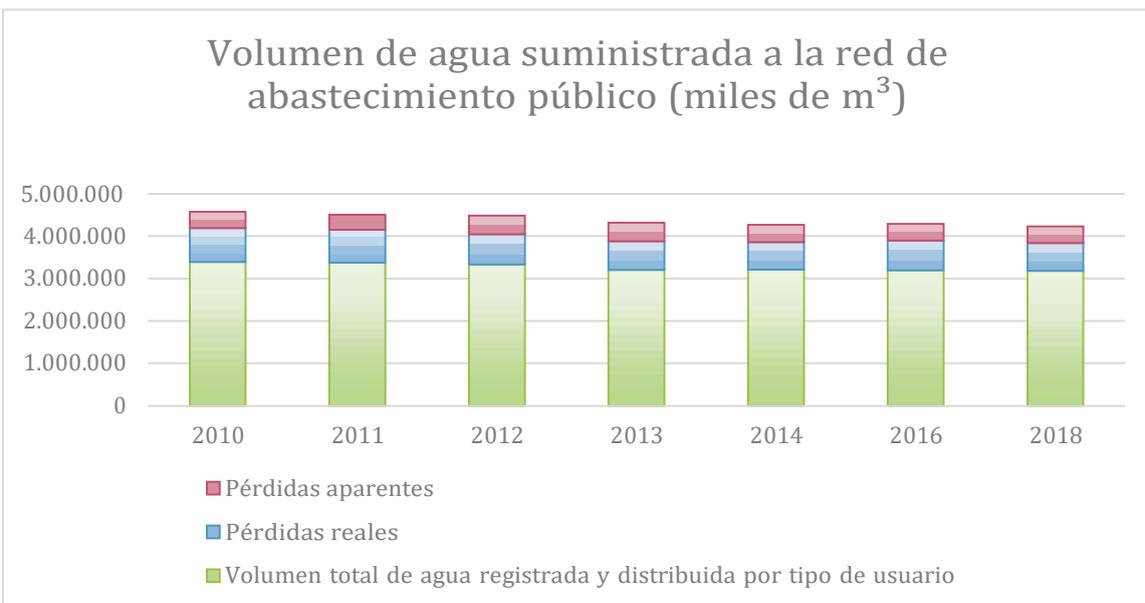


Figura 5 'Volumen de agua suministrada a la red de abastecimiento público (miles de m³)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [4]'

Las gráficas muestran el volumen total de agua suministrada en la serie 2010-2018. Se observa que la cantidad va disminuyendo progresivamente durante esta década. Por otra parte, el porcentaje de agua registrada se mantiene en el rango 75-80 %. Lo cual

significa que una quinta del agua que se distribuye se pierde en el proceso. Se observa la ineficiencia que está perdida conlleva.

En cuanto a ingresos obtenidos, podemos observar en la Figura 6 su evolución a lo largo de los años.

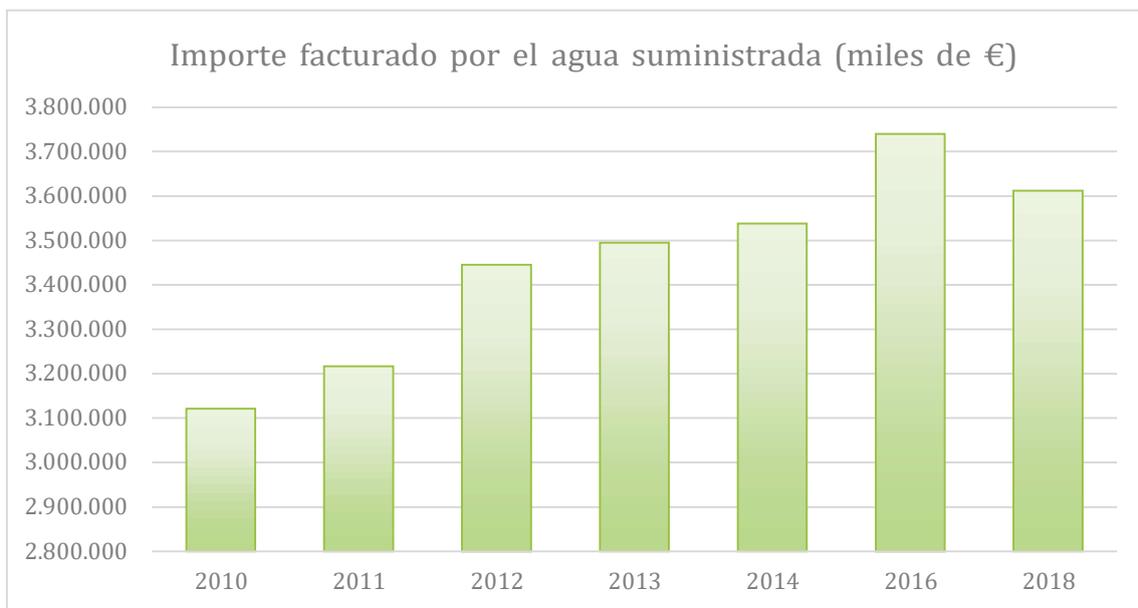


Figura 6 'Importe facturado por el agua suministrada (miles de €)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [5]'

Se puede extraer que facturación generada ha ido creciendo hasta llegar a un máximo en el año 2016. En la figura 5 se encuentra el volumen de agua registrado durante estos años. Antes se ha expuesto que la cantidad iba decreciendo (aunque con una variación leve) por lo que va a la inversa del importe facturado. Todo eso conlleva a que el precio unitario del agua suministrada haya ido creciendo año a año, ya que el volumen ha ido reduciéndose año tras año y los ingresos, aumentando. Esta subida de precio se debe entre muchos factores a la inflación.

También hay que tener en cuenta la inversión que hacen las compañías y administraciones públicas en la fase de distribución. En la Figura 7 se mostrará ese gasto.

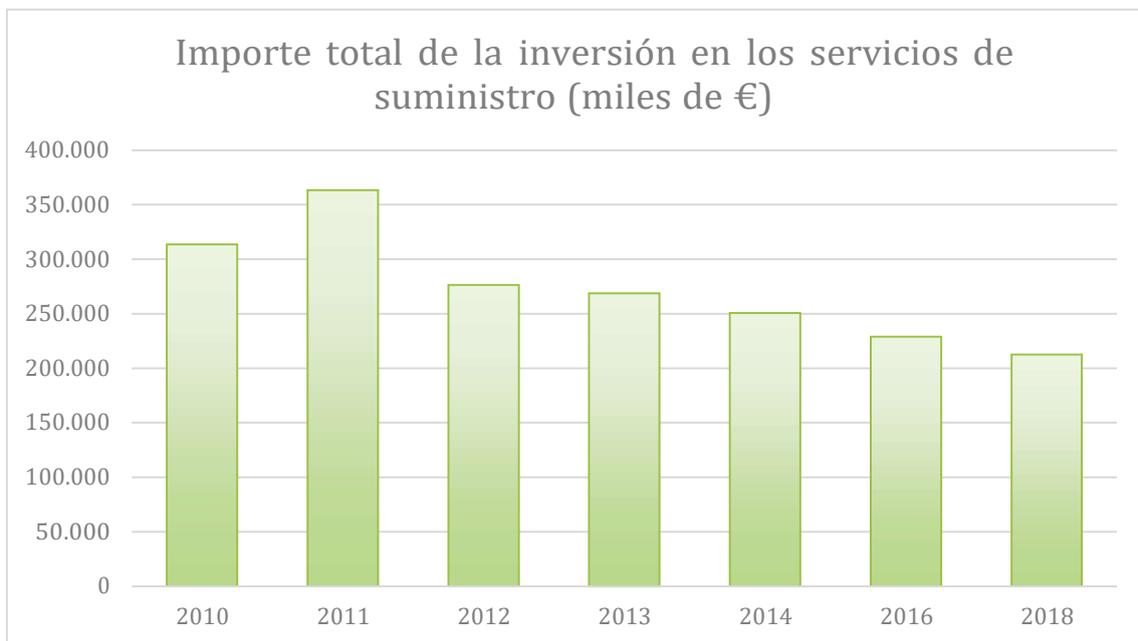


Figura 7 'Importe total de la inversión en los servicios de suministro (miles de €)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [6]'

Se observa que el importe invertido va disminuyendo en los últimos años. Por lo tanto, podemos concluir que el sector está ampliando los beneficios si se añade que el importe generado está en aumento.

1.1.3 Saneamiento y depuración

Finalmente, la última etapa del ciclo se conoce como saneamiento y depuración, es decir, es la parte del proceso que se encarga del flujo de aguas residuales. Esta agua puede estar contaminada tras su uso doméstico o industrial, por lo que las compañías deben seguir los pasos adecuados y estipulados por las diferentes normativas para reintegrar el agua dentro del ciclo sin afectar negativamente al medio ambiente y devolver el agua al medio original. Se deben cumplir ciertos niveles de calidad de agua

establecidos por la ley. Las empresas suelen tener varias estaciones depuradoras donde tiene lugar este tratamiento, conocidas como EDAR.

En la figura 8 se muestra la cantidad de aguas residuales tratadas en España. También se muestra cuánta agua llega a ser reutilizada a partir de ese tratamiento.



Figura 8 'Tratamiento de aguas residuales (m³/día)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [7]'

La cantidad de agua tratada es muy superior en comparación con el agua que al final resulta ser reutilizada. Esta agua suele ir destinada a la agricultura, y no al uso doméstico.

Al igual que en el proceso de distribución, en la depuración de las aguas residuales se obtiene un beneficio, aunque menor que el de la anterior etapa.

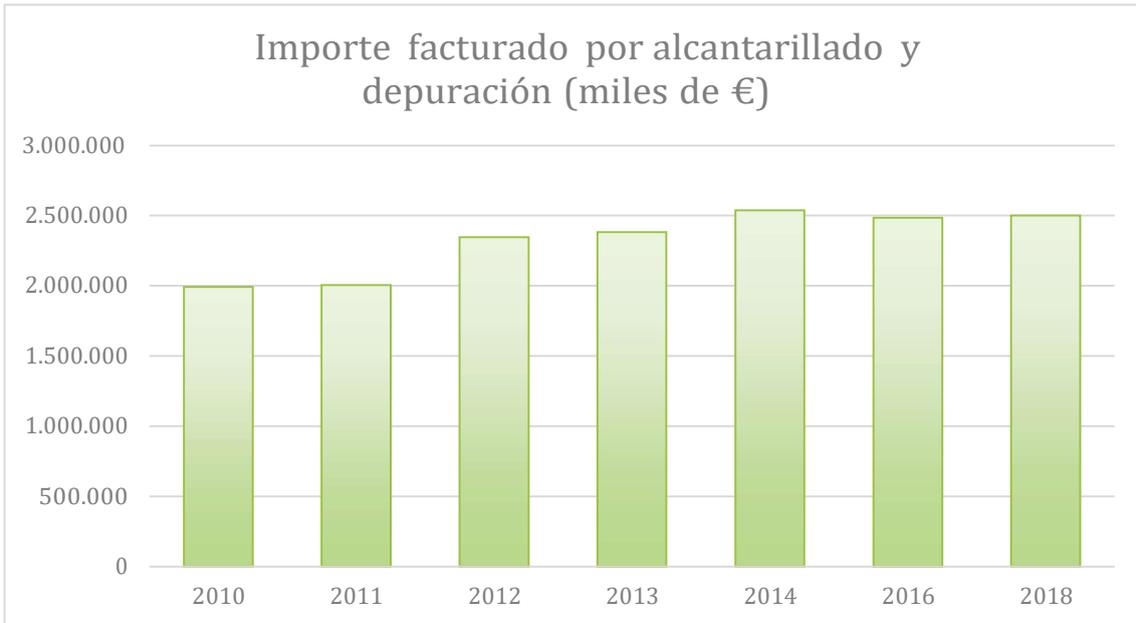


Figura 9 'Importe facturado por alcantarillado y depuración (miles de €)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [8]'

En la Figura 10 podemos ver una comparativa entre los ingresos obtenidos por el suministro y aquellos obtenidos por el tratamiento de aguas residuales.

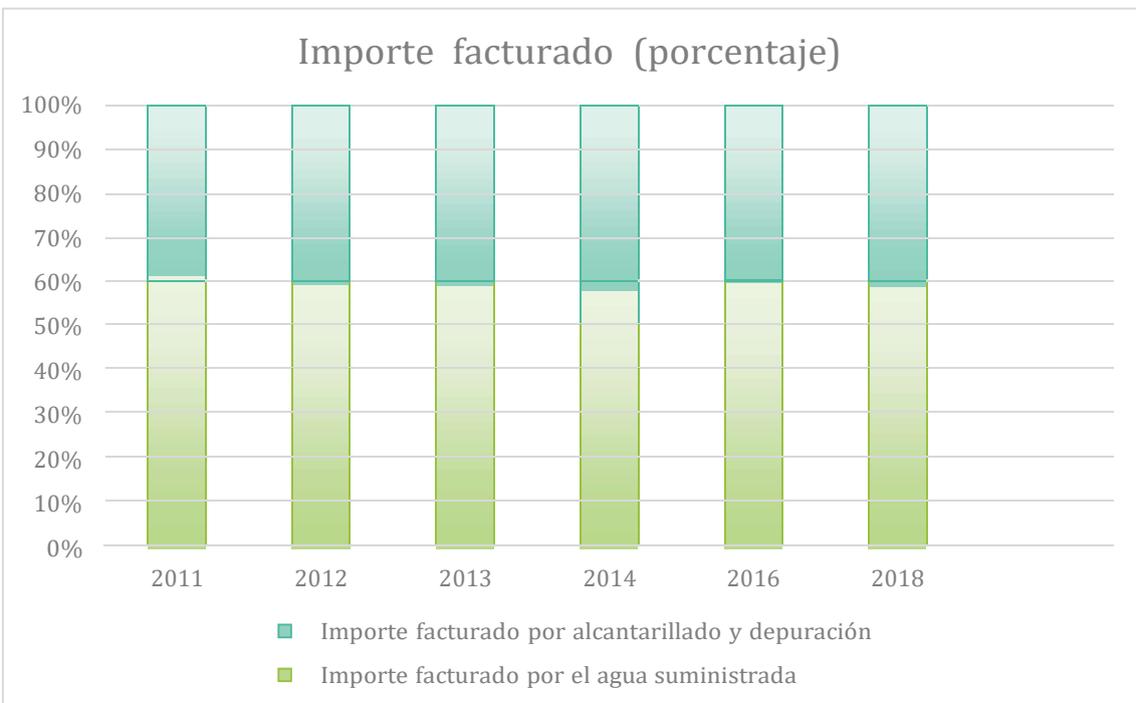


Figura 10 'Porcentaje del importe facturado por alcantarillado, y por agua suministrada' 'Elaboración propia a partir de datos del INE'

Se aprecia que la proporción se mantiene constante en los años mostrados. Alrededor del 60% de los ingresos provienen del suministro mientras que el porcentaje restante representa el importe del alcantarillado y depuración.

También se expondrá en las figuras 10 y 11 la cantidad de kilómetros de red que hay en España y su porcentaje respecto al total, de la red de suministro y red de saneamiento.

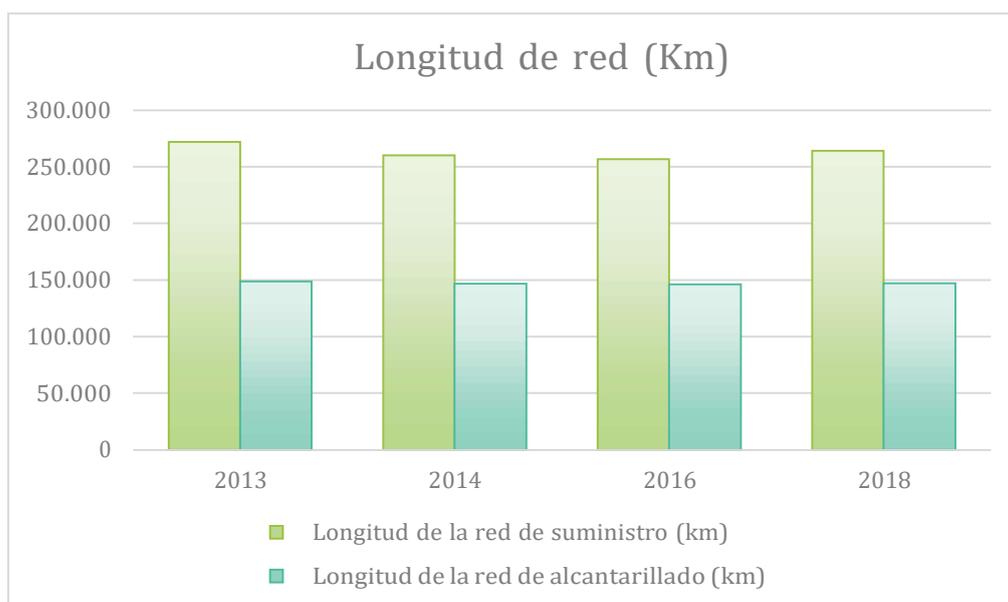


Figura 11 'Longitud de red (Km)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE [9][10]'

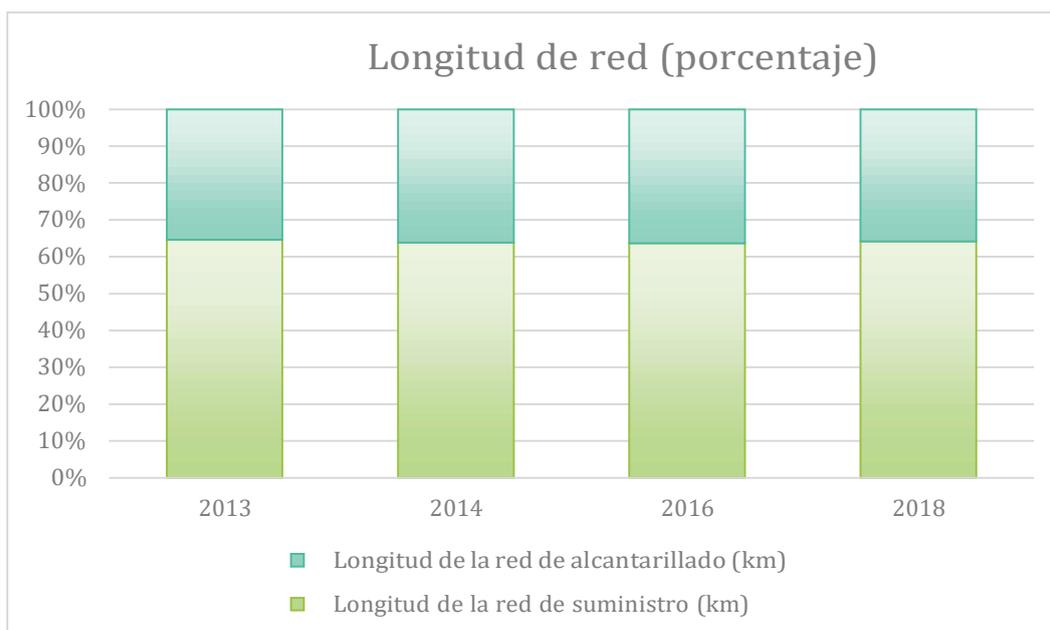


Figura 12 'Longitud de red (porcentaje)' 'Elaboración propia a partir de datos del INE'

Las longitudes, que como era de esperar, no varían de manera significativa durante los periodos de las imágenes. Son variables que varían a largo plazo. La red de suministro total va desde valores de 250 mil kilómetros a 270 mil. Por su parte, la red de saneamiento se mantiene aún más constante siendo su rango de 146 a 148 mil kilómetros. En cuanto a porcentajes, superan el 60%, llegando hasta el 65%.

1.2 Estado actual del sector del agua

En España, al igual que en la mayoría de los países, muchas de las compañías encargadas de la gestión de agua suelen ser públicas. El servicio del agua es regulado por las administraciones públicas. Esto se debe a varias razones, en parte debido a que el agua es un monopolio natural. Esto sucede mayoritariamente con los servicios de red. Al ser un monopolio el mercado es ineficiente y resulta en precios más altos debido a la falta de competencia por parte de otras empresas. A esto hay que añadirle que se tiende a pensar que las compañías monopolistas del sector público cuidan menos la calidad de su producto y de su servicio general ya que al estar solas en el mercado no requieren de

una alta eficiencia y/o del bienestar del consumidor para seguir obteniendo beneficios. Además, este efecto se ve reflejado en mayor medida en el sector del agua, ya que por muy malo que sea el servicio o la baja calidad del agua suministrada, esta se va a seguir obteniendo una alta demanda porque se trata de un recurso de primera necesidad. Para combatir estos problemas, el sector público no debe buscar únicamente el beneficio económico y financiero, debe ampliar en su lista de objetivos el bienestar social y medioambiental.

Aparte de las públicas, existen otras empresas en el mercado, ya sean privadas o mixtas (combinación entre administraciones públicas y empresas privadas). Aunque se tiende a pensar que a través de la privatización de las empresas se pueden superar los problemas mencionados, lo cierto es que no hay una indicación real sobre este tipo de compañías consigan una eficiencia global superior que las públicas. Este estudio se va a centrar en las compañías públicas y mixtas.

A partir de las diferentes fases del ciclo integral del agua, se van a proponer diferentes variables que forman parte del proceso para evaluarlo. Este conjunto de variables se va a dividir en dos, las variables de entrada (inputs), y las de salida (outputs).

2. Metodología: Análisis Envolvente de Datos

Tras una extensa introducción en la que se intenta que el lector llegue a comprender todas las etapas del ciclo del agua, así como su importancia en la sociedad, se pasa a explicar la metodología. En este estudio se va a aplicar DEA (Análisis envolvente de datos) a diferentes compañías de agua encargadas de su distribución a nivel nacional. Se pretende utilizar estos modelos como indicador de eficiencia de este sector, analizando después sus resultados y sacando conclusiones, viendo cómo afecta cada factor al resultado final. Las empresas se van a segmentar de muchas formas, como su tamaño o si es pública o mixta. En esta segmentación se entrará en detalle más adelante. Este apartado se ha basado en el artículo “Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos” [11]

2.1 DEA: Análisis envolvente de Datos

Este método de análisis es válido y ya ha sido utilizado en el sector del agua varias veces con anterioridad. Como se menciona en el artículo ‘The sustainability of the Italian water sector’, una de las referencias del estudio, Cubbin and Tzanidakis explican que se puede aplicar DEA en la distribución del agua y se puede llegar a utilizar como indicador de la eficiencia. De White y Marques también recomienda el uso de DEA para este sector porque no conlleva el conocimiento de la conexión que hay entre las entradas, es decir los costes e inversiones, y las salidas, los resultados finales que consiguen las empresas.

También cabe mencionar que el periodo de años de los datos aplicados varía en un rango de 2 años, es decir de 2019 a 2020. En anteriores estudios, debido a la dificultad

de obtener información, los análisis DEA usaban datos únicamente en un periodo de un año. La tendencia actual es a conseguir datos en un periodo más largo de tiempo.

DEA es un modelo no paramétrico utilizado para medir la eficiencia productiva a través del análisis de todos los inputs (entradas) y outputs (salidas) y mostrando como se puede llegar a alcanzar la misma. Se ha utilizado como referencia el siguiente documento, ‘Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos’ para la explicación teórica de la metodología.

A partir de un caso sencillo, Farrell (1957) [12] explica a partir de un ejemplo esta técnica, haciendo referencia a una empresa con dos inputs y un solo output. El autor tiene en cuenta los siguientes supuestos.

1. El primer supuesto que aplica se basa en que las empresas siguen unas condiciones constantes de escala, es decir, el incremento porcentual de las entradas es el mismo que el incremento porcentual a las salidas. A través de esta expresión se puede utilizar la isocuanta unidad como tecnología de la producción, lo cual identifica las diferentes combinaciones de los inputs para producir una unidad de producción de los outputs.
2. El incremento de un input por unidad de output conlleva a un decremento de la eficiencia técnica. La explicación de este supuesto viene de que la isocuanta es convexa al origen y con una pendiente negativa.
3. Se da por conocida la función de producción eficiente.

Farrell tiene en cuenta estos tres supuestos y mediante el uso de la curva isocuanta, es capaz de definir el término de la eficiencia. Pretende complementar un indicador de la misma utilizando diferentes proporciones buscando de esta manera el mejor resultado.

Además de la eficiencia técnica, Farrell también planteaba una manera de definir la situación económica óptima, es decir, precio, para las empresas. De esta forma, y a parte de una curva isocoste, se muestran todas las posibles combinaciones que se pueden llegar a obtener de las diferentes entradas a partir de un coste dado. Por lo tanto, una empresa totalmente eficiente, será aquella que alcance tanto la eficiencia técnica como la eficiencia precio. Este término se define como eficiencia global. A continuación, se entrará en detalle sobre los tres términos.

- Eficiencia técnica

Para explicar la eficiencia técnica nos vamos a poner en un supuesto en el que tenemos cuatro unidades, 'A', 'B', 'C' y 'D'. se va a contar con dos inputs diferentes y un output. Esta situación se explica en la Figura 13.

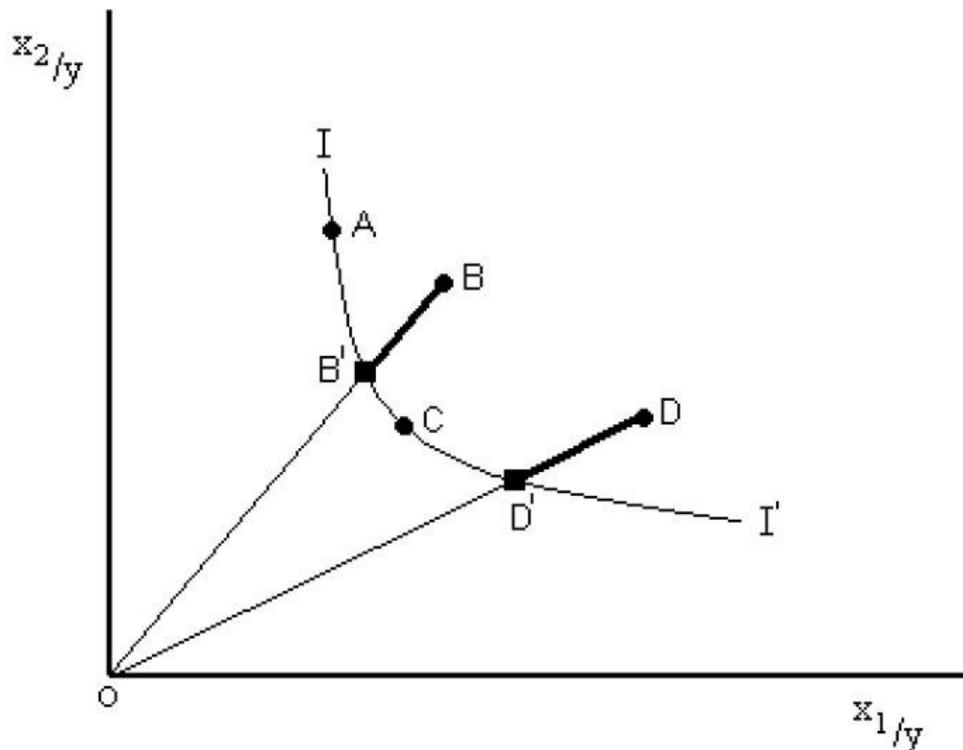


Figura 13 'Gráfica explicativa de la eficiencia técnica'

En la figura se observa las entradas 'x1' y 'x2' y la salida 'y', además de las cuatro unidades. Por último, se tiene la curva isocuanta $\overline{II'}$ la cual representa las unidades eficientes.

Gracias a la imagen podemos analizar que tanto la unidad 'A' como la 'C' son técnicamente eficientes. Esta conclusión se debe a que ambas se encuentran sobre la isocuanta unidad, la cual representa el valor óptimo de output según las combinaciones de inputs. Sin embargo 'B' y 'D' se encuentran por encima de esta curva, por lo tanto, se podrán considerar como ineficientes.

Para poder evaluar la eficiencia técnica numéricamente, se utilizará la siguiente formula:

$$ET_k = \frac{OX'}{OX}$$

Es decir, la eficiencia técnica de un punto genérico x será igual al cociente de la distancia de la recta que va desde el origen hasta X' (punto proyectado de la unidad perteneciente a la isocuanta unidad) entre la distancia del origen al punto en cuestión. De esta manera los valores estarán en un rango que abarca desde 1 (en el caso de que la unidad coincida con la curva), hasta 0. Mientras más lejos se encuentre una unidad de la curva isoterma, menor será su eficiencia técnica.

- Eficiencia precio

Como se ha mencionado antes, la eficiencia precio busca la mejor combinación posible de inputs a partir de un rango de costes dado. Al igual que en el anterior apartado, se mostrará la Figura 14 en la que se muestran 4 unidades en una gráfica, teniendo encuenta sus posiciones respecto a la curva isoterma, pero en este caso a la del precio ($\overline{PP'}$). También contaremos con dos entradas y una salida.

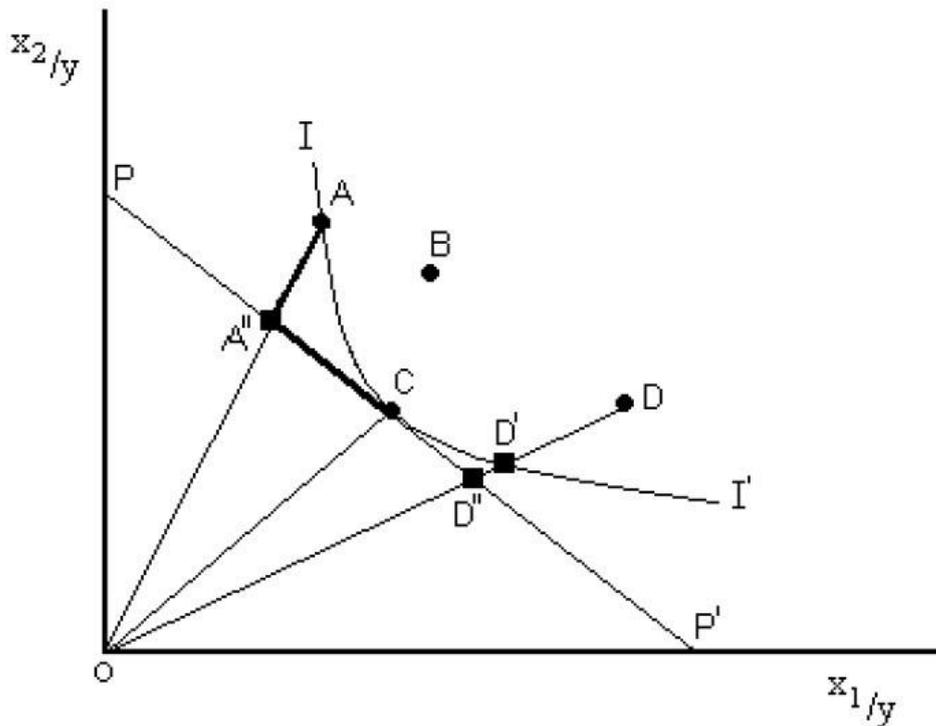


Figura 14 'Gráfica explicativa de la eficiencia precio'

Contamos con las mismas unidades en las mismas posiciones que en la anterior gráfica. Respecto a la eficiencia técnica, tanto 'A' como 'C' son técnicamente eficientes. Sin embargo, si se tiene en cuenta también la eficiencia precio, solo 'C' coincide con las dos curvas. Por tanto, es la única que es eficiente tanto técnicamente como en precio. Existe también una fórmula que nos indica el nivel de eficiencia precio de una unidad:

$$EP_K = \frac{OX''}{OX'}$$

La eficacia precio es directamente proporcional al cociente entre la distancia del origen a X'' (donde sería totalmente eficiente en cuanto precio) y la correspondiente a la del origen con la posición de X' es decir, en el punto que coincide la unidad con la curva isoterma técnica. Se puede deducir que mientras más lejana sea la posición

de la unidad de la curva precio más cercano a 0 será su eficiencia. Si la unidad se encuentra en la isoterma (en el ejemplo, el punto 'C') la eficiencia será igual a 1.

- Eficiencia global

Se puede definir la eficiencia global (también conocida como económica) como la combinación de las dos anteriores. Es decir, una unidad será eficiente globalmente si lo es tanto técnicamente como en precio.

De esta manera la fórmula de la eficiencia global de un punto genérico X viene dada por:

$$EG_x = \frac{OX''}{OX}$$

Farrell llega a esta fórmula a través de las dos anteriores:

$$EG_x = \frac{OX'}{OX} \cdot \frac{OX''}{OX'}$$

Por lo tanto, y de forma análoga con las dos expresiones anteriores, si la unidad coincide con las dos curvas será eficiente globalmente (su valor será 1). Sin embargo, mientras más alejada este de estas dos curvas, menor será su valor, y por lo tanto la eficiencia global tenderá a 0. No solo se deberá buscar el mejor rendimiento a partir de las entradas, sino que también se consiga en el menor coste posible.

A parte de Farrell, es imprescindible mencionar a Rhodes en el nacimiento de esta metodología. Podemos considerar su tesis doctoral de 1978 [13], la cual es una extensión del trabajo de Farrell, como el inicio del análisis envolvente.

Desde entonces, el crecimiento en su uso ha sido exponencial. En sus comienzos, se solían aplicar a organizaciones sin ánimo de lucro para evaluar su eficiencia. Viendo

la eficacia de estos análisis, pronto se empezaron a aplicar a organizaciones privadas lucrativas de diferentes ámbitos como pueden ser el bancario, agricultura, educación o seguros.

Podemos también definir dos factores con mucho peso en la eficiencia de las diferentes unidades.

1. La eficiencia depende directamente de la disminución máxima de la entrada manteniendo constante la salida o del aumento máximo de la salida manteniendo constante la entrada. Se puede variar el modelo DEA según se quiera enfocar a las entradas o a las salidas, esto se verá detenidamente más adelante.
2. La construcción de las posibilidades de producción, la cual puede ser definida por el conjunto de procesos tecnológicamente factibles. Es decir, este conjunto de posibilidades será creado a partir de las combinaciones antes mencionadas de inputs-outputs, todas las posibles. A continuación, se exponen una serie de principios del CPP (construcción de las posibilidades de construcción).
 1. El caso de que la producción sea 0 es posible.
 2. La combinación de dos procesos productivos que forma parte del CPP también estará dentro del mismo (Convexidad).
 3. Si una unidad produce la misma cantidad de output aplicando un nuevo nivel de input, este input podrá ser eliminado ya que no está produciendo ninguna mejora en el output. Es decir, se estaría aumentando la inversión y obteniendo los mismos resultados lo cual no es para nada conveniente.
 4. De manera análoga, se podrá eliminar un output si da un resultado menor en comparación con otros para el mismo nivel de inputs. Se

estaría obteniendo menor beneficio para una misma inversión, por ello nos conviene eliminarlo.

5. Rendimiento a escala constante. Se tiene la posibilidad de reescalar (es decir multiplicar por un valor) tanto el input como el output de cualquier unidad, es decir su actividad.

2.1.1 Clasificación de los modelos.

Se pueden clasificar los modelos según tres características diferentes.

1. Según el tipo de medida, radial y no radial.
 2. La orientación previamente explicada, ya sea hacia inputs o hacia outputs.
 3. La tipología de los rendimientos a escala que forman a la tecnología de la producción. Así pues. Se refiere a la manera en la que se van a combinar (que procedimientos técnicos se van a implementar) las entradas (inputs) para obtener el conjunto de salidas (outputs).
- **Orientación:**
 1. Orientación de entrada. El objetivo es, dado un valor o nivel específico de output conseguir la reducción máxima posible de input. Es decir, si la unidad no se puede reducir más en el input será eficiente. Por el contrario, si no se ha llegado a ese mínimo y todavía se puede minimizar la unidad de entrada se catalogará como ineficiente.
 2. Orientación de salida. Es análogo al anterior. De forma que en este caso el valor constante es el input y se trata de maximizar el output. De la misma manera, si para un nivel dado de input no se puede conseguir un nivel más alto de output, se considerará a la unidad eficiente. Sí todavía se puede mejorar más el output y no se ha llegado al máximo, estaremos en el caso de una unidad ineficiente.

A través de la Figura 15, se observará a la unidad 'A' (la cual se encuentra en una posición ineficiente) en una situación con una entrada 'x' y una salida 'y' bajo el supuesto de rendimientos constantes y las diferentes orientaciones que se acaban de mencionar que puede tomar la unidad en cuestión.

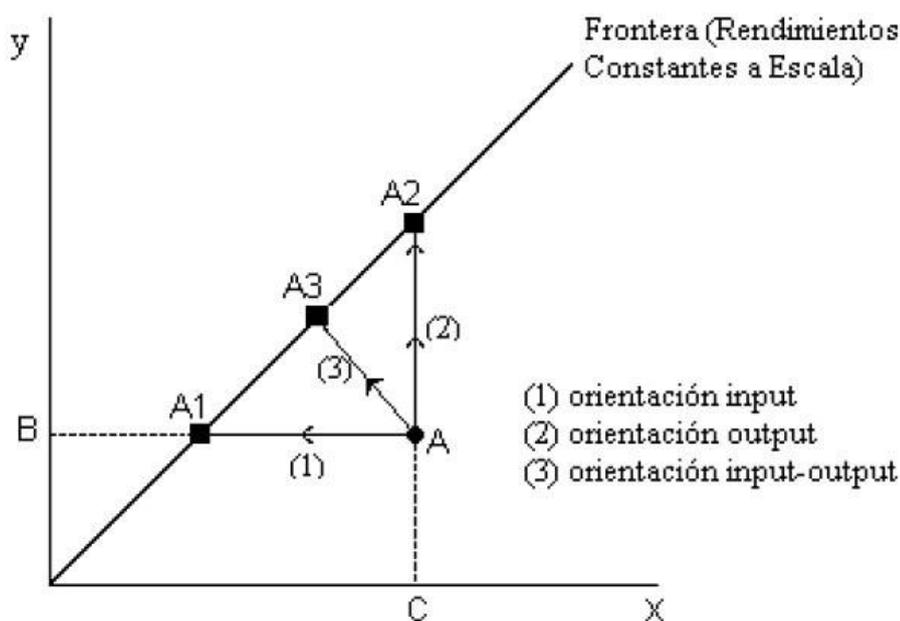


Figura 15 'Gráfica explicativa de las diferentes orientaciones'

Aquí vemos tres casos posibles:

1. El primer movimiento u orientación posible es el que afecta al input. Como se observa en la imagen, si se desplaza la unidad a la izquierda, se reducirá el nivel de input sin afectar a nuestro output. De esta manera, se mueve hasta llegar a la frontera consiguiéndose el punto 'A1'. En esta posición no es posible reducir más el input.

La eficiencia por tanto en este caso vendría dada por la siguiente fórmula:

$$ET_A = \frac{BA1}{BA}$$

2. El segundo caso es el orientado a output. Al igual que el anterior, se ve que con la cantidad de input se podría llegar a conseguir un nivel superior de output, es por eso que se desplaza la unidad 'A' verticalmente, manteniendo constante el input y aumentando el output hasta llegar a la posición 'A2', que es el máximo de output para ese nivel de input.

De forma análoga a la formula anterior, la eficiencia viene dada:

$$ET_A = \frac{CA}{CA2}$$

3. El tercer y último caso es la combinación de los dos anteriores. Si se utiliza de manera proporcional el movimiento horizontal y el vertical, se desplazará la unidad 'A' diagonalmente, como se muestra en la imagen. Se moverá hasta llegar a la frontera en la posición 'A3'. A este último movimiento se le denomina orientación input-output.

- **Rendimientos de escala:**

La tecnología de la producción queda definida por estos rendimientos a escala. Por tanto, es necesario identificar su tipología, ya que es fundamental para calcular la eficiencia.

Los rendimientos reflejan el incremento que se produce en la producción cuando hay un incremento en los factores productivos del mismo valor porcentual. Existen tres tipos de rendimientos:

- Decreciente. Es el caso en el que los outputs o salidas no incrementan proporcionalmente comparado con los inputs.
- Creciente. De manera inversa al anterior, un rendimiento creciente es cuando los inputs o variables de entrada no incrementan proporcionalmente como los outputs.

- Constante. Es el caso en el que tanto inputs como outputs incrementan en proporciones iguales.

Estas son las tres opciones de rendimientos a escala existentes y sus diferencias en cuanto a los incrementos en inputs y en outputs.

2.1.2 Ventajas e inconvenientes del análisis envolvente de datos.

A continuación, se verá una lista de las ventajas e inconvenientes de estos modelos, que ayudarán al lector a comprender el crecimiento de uso de DEA en tantas compañías de diferentes campos.

Así, los autores Charnes, Cooper, Lewin y Seiford destacan las siguientes virtudes del método:

1. “Caracteriza cada una de las unidades mediante una única puntuación de eficiencia relativa.”
2. “Al proyectar cada unidad ineficiente sobre la envolvente eficiente destaca áreas de mejora para cada una de las unidades.”
3. “La no consideración por DEA de la aproximación alternativa e indirecta de especificar modelos estadísticos y hacer inferencias basadas en el análisis de residuos y coeficientes de los parámetros.”

También aportan otras características apartes de estas tres, como la posibilidad de ajustarse a diferentes variables exógenas e incorporar variables categóricas.

Se debe mencionar la capacidad de manejar situaciones con múltiples inputs y outputs que están expresados en diferentes unidades de medidas. Además, al ser una técnica no paramétrica no depende en ningún momento de la relación de los mismos.

DEA identifica las unidades ineficientes de tal forma que es comparada con otras unidades eficientes o un conjunto de las mismas. De esta manera, detecta su nivel de ineficiencia y establece un plan eficiente para aquella unidad que no lo sea. Es decir, la optimización de las unidades se establece de su relación con las demás.

En diferentes modelos DEA se hace uso de pesos. Estos pesos serán diferentes para cada unidad. Esto es considerado tanto una ventaja como una debilidad. Se considera ventaja ya que si una unidad es ineficiente aun después de colocarle los pesos más favorables el argumento de que los pesos no son apropiados no es justificable. Por el contrario, se puede llegar a pensar que, al contar con los pesos, algunas unidades teóricamente eficientes realmente no lo son ya que dependen sustancialmente de la distribución de los pesos que han sido asignados.

Otras de las críticas que se le hace al modelo DEA es que se utiliza una aproximación determinista y no tiene en cuenta influencias sobre el proceso productivo de carácter aleatorio ni las incertidumbres. De esta manera, la precisión del modelo dependerá en su totalidad de la fiabilidad de los datos conseguidos para los inputs y outputs. Se pueden llegar a apreciar errores debido a la incertidumbre produciéndose en algunos casos la consideración de una unidad como eficiente cuando no lo es. También apunta que DEA es sensible a observaciones extremas y toda desviación respecto de la frontera es tratada como una ineficiencia, lo que puede derivar en una sobreestimación de esta (Domenech, 1992).

Algunas unidades en un modelo DEA son consideradas eficientes a menos que el número de observaciones sea mayor en comparación con el número de inputs y outputs (Doyle y Green, 1991; Andersen y Petersen, 1993). Podemos deducir que el método devuelve mejores resultados cuando se aplica el doble de unidades que el número de

inputs y de outputs (Drake y Howcroft, 1994). La omisión de un input u output importante puede conllevar a unos resultados sesgados.

Para algunos modelos DEA como el DEA-CCR y DEA-BCC se ejecutan tantos programas lineales como unidades se encuentren en el estudio. Esto muchas veces puede derivar en problemas computacionales.

Para concluir, los modelos DEA nos proporcionan una serie de eficiencias relativas de una serie de distintas unidades. Estas eficiencias son conseguidas mediante la comparación con el conjunto en referencia. Por lo tanto, no se pueden considerar como eficiencias absolutas.

- Modelos.

Dentro del análisis envolvente de datos, se pueden apreciar diferentes modelos. A continuación, se van a nombrar dos modelos DEA.

- El modelo CCR
- El modelo BCC

Ahora se entrará en detalle en cada uno de ellos.

2.2 Modelo CCR

Es denominado así por sus tres desarrolladores, Charnes, Cooper y Rhodes [14]. Anteriormente se ha explicado la clasificación según la tipología del proyecto. En resumen, se diferencian según su tipo de media, su orientación y la tipología de los rendimientos a escala. Este modelo utilizada medidas de eficiencia radiales, puede ser tanto orientado al input como al output y supone convexidad, y los rendimientos son constantes a escala. Por último, merece la pena añadir que se eliminan de manera habitual muchos inputs como outputs.

Este modelo lo podemos ver diferenciado en tres formas distintas; fraccional, multiplicativa y envolvente. A continuación, se verán en detalle estas formas para un caso de input orientado.

DEA-CCR forma fraccional.

La eficiencia técnica de cada unidad se entiende como la suma ponderada de los outputs ($\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$) partido de la suma ponderada de los inputs ($\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$). El modelo completo se expone a continuación:

$$Max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

Donde:

- Hay in total de n unidades recorridas por j (j=1,2,...,n) las cuales combinan los mismos inputs (en diferentes proporciones) para dar lugar a los mismos outputs (en diferentes proporciones).
- x_{ij} ($x_{ij} \geq 0$) representa la cantidad de input i (i=1,2,...,m) consumida por j-ésima unidad.
- x_{i0} representa la cantidad de input i consumido por la unidad 0, la cual está siendo evaluada.
- y_{rj} ($y_{rj} \geq 0$) representa la cantidad de output r (r=1,2,...,s) consumida por j-ésima unidad.

- y_{r0} representa la cantidad de input i consumido por la unidad 0, la cual está siendo evaluada.
- v_i ($i=1,2,\dots,m$) y u_r ($r=1,2,\dots,s$) representan los pesos que son multiplicados a cada input y output respectivos. Estos pesos serán mayores que el infinitésimo no-arquimedeo, para evitar una solución de unidad eficiente donde todos los pesos sean 0.

A partir de este modelo, se intentan conseguir los pesos adecuados que maximicen la eficiencia h_0 de la unidad valorada (Unidad 0). Esta eficiencia es el cociente entre la suma ponderada de outputs y la de inputs y no puede superar el valor de 1. Los pesos deben ser diferentes dependiendo de las necesidades de cada unidad. Se considerará a una unidad como eficiente si el valor de h_0 es igual a 1, e ineficiente si es menor a este valor.

DEA-CCR forma multiplicativa.

Esta forma se obtiene al linealizar el modelo anterior del cociente según la transformación lineal de Charnes y Cooper. Se selecciona la solución (μ, δ) para que $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$. Una vez se realiza este cambio de variable y se sustituye se obtiene el nuevo modelo de DEA:

$$Max_{\mu, \nu} w_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r, \delta_i \geq \varepsilon$$

Como se puede observar, el input ha sido normalizado a 1. Esto se conoce como restricción de normalización. Las soluciones darán los valores óptimos de los pesos para cualquier unidad, también puede ser expresado matricialmente, el cual es usado frecuentemente.

$$\text{Max}_{\mu, \nu} w_0 = \sum_{r=1}^m \mu_r y_{r0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r, \delta_i \geq \varepsilon$$

○ Eficiencia

Por tanto, se determinará a la *Unidad*₀ como eficiente cuando w_0 sea igual a 1 con al menos un óptimo en el cual los valores de μ y de δ sean mayores que 0. Sin embargo, si el valor de w_0 es inferior a la unidad, esta misma se considerará ineficiente.

En ese caso, habrá un conjunto de unidades (denominado conjunto de referencia de la unidad evaluada) que sí serán eficientes para los mismos valores de μ y de δ , siendo

estas unidades en las que se debe fijar la *Unidad* para llegar a ser eficiente. De esta manera, la *Unidad* se considera ineficiente ya que existen otras unidades que son eficientes ‘forzando’ a la *Unidad* a no serla.

- Pesos

En cuanto a los pesos, se van a introducir dos nuevos conceptos el input y el output virtuales.

- Input virtual: Suma ponderada de todos los inputs.

$$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$$

- Output virtual: Al igual que en el anterior caso, se trata de la suma ponderada de los outputs.

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$$

De hecho, el cociente de las mismas es la puntuación de la eficiencia en el modelo fraccional anteriormente explicado. Para la forma multiplicativa, el output virtual es igual a la eficiencia mientras que el input se encuentra normalizado. De esta manera, gracias hasta dos expresiones se pueden sacar la importancia que le da una unidad a cada input respectivamente, y que porcentaje contribuye cada output a la eficiencia total. Por lo tanto, se puede considerar que a través del input y output virtuales se podrá determinar la importancia de cada input y output ponderados dentro de cada modelo.

DEA-CCR forma envolvente

Para poder alcanzar la solución de los programas lineales (primal), aparte de resolverlo de esa misma manera, existe la opción de convertir el mismo a otro programa lineal asociado al mismo, el dual.

Por tanto, para pasar de un modelo lineal a otro, se pasa de una variable primal a restricción dual, y de manera contraria, de variable dual a restricción primal.

El modelo de forma envolvente viene dado por las variables y restricciones duales. A continuación, se expone en las Tabla 1 y 2 en la que se ve de una forma más clara las correspondencias anteriormente explicadas

Restricción primal	Variable dual
$\delta^t x_0 = 1$	θ
$\mu^t Y - \delta^t X \leq 0$	$\lambda \geq 0$

Tabla 1 'Correspondencias dual y primal 1' Fuente 'Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos'

Restricción dual	Variable primal
$Y\lambda \geq y_0$	$\delta^t \geq 0$
$\theta x_0 - X\lambda \geq 0$	$\mu^t \geq 0$

Tabla 2 'Correspondencias dual y primal 2' Fuente 'Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos'

Después de efectuar estos cambios el modelo de forma envolvente quedaría de la siguiente manera:

$$\text{Min}_{\theta, \lambda} z_0 = 0$$

Sujeto a:

$$Y\lambda \geq y_0$$

$$\theta x_0 \geq X\lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

Donde

- El vector λ representa los pesos. De modo que λ_j representa la intensidad de una unidad j .
- θ representa la eficiencia en este modelo.

Uso de la forma envolvente

En los casos en los que se aplica DEA, suele ser más común utilizar la forma envolvente que las anteriores vistas. El motivo principal por lo que ocurre es que el número de restricciones en el programa lineal primal viene dado por n (número de unidades) más uno. Sin embargo, en el modelo dual se tiene que el número de restricciones es igual a s más m (la suma de todos los inputs y todos los outputs).

$$N^{\circ} \text{ restricciones} = n + 1 \quad (\text{primal})$$

$$N^{\circ} \text{ restricciones} = s + m \quad (\text{dual})$$

Por tanto, se suele utilizar el modelo dual, ya que el número total de inputs y outputs es normalmente menor que el número total de outputs, y, por tanto, el número de restricciones será menor. De esta manera será más sencillo resolver el modelo.

Eficiencia Farrell y eficiencia Pareto-Koopmans

Según el modelo descrito se considera a una unidad como eficiente si $\theta = 1$, ya que no se puede ni reducir sus inputs sin que afecte a los outputs, ni se puede aumentar los outputs manteniendo constante los inputs. Por el contrario, si $\theta < 1$ significaría lo

contrario, que la unidad es ineficiente y si existe otra combinación con la que mejorar su eficiencia. Esto es lo que se denomina la eficiencia de Farrell.

Sin embargo, hay otro concepto de eficiencia, introducido por Pareto-koopmans, aún más restrictiva. Solo se considerará la unidad como eficiente si se cumple con lo anterior y aparte, que las holguras serán 0. Se considera ineficiente cuando la holgura del output es positiva ($s^+ > 0$), ya que el output puede mejorar el valor de la holgura. De forma análoga se considera ineficiente cuando la holgura del input es negativa ($s^- < 0$), ya que el input puede reducir el valor de la holgura. En la figura 16 se explicará mediante un ejemplo con dos inputs y un output.

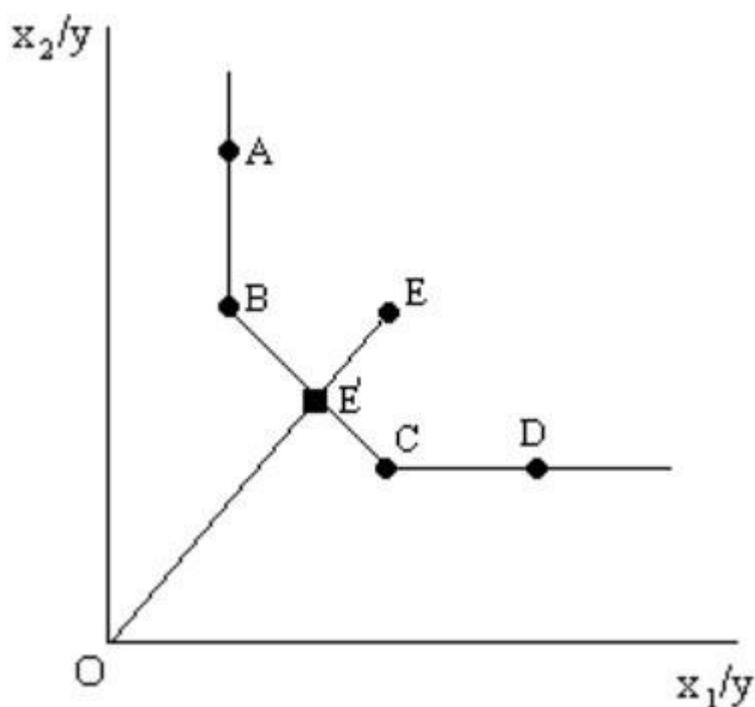


Figura 16 'Gráfica explicativa holguras'

La única unidad ineficiente según las dos opciones es la 'E', ya que está por encima de la curva. Tendría que desplazarse hasta el punto 'E'' para llegar a ser eficiente.

Por otra parte, los puntos 'A', 'B', 'C' y 'D' sí son a priori eficientes. Sin embargo, observamos que tanto 'A' como 'D' presentan holguras input. 'A' presenta una holgura

en 'x1' y 'D' una holgura en 'x2'. De esta manera, según Pareto-Koopmans, serían ineficientes, y tendrían que perder esa holgura para ser eficientes, pero para Farrell lo siguen siendo en el mismo punto. A partir de este ejemplo se ve más claro la diferencia entre los dos términos referidos.

Benchmarking

Como se ha mencionado previamente, para cada unidad no eficiente, se obtiene una proyección de la misma sobre la frontera eficiente. Con esta proyección la unidad llega a ser eficiente.

Para conseguir esta proyección, se hace uso del conjunto de referencia. Está formado por otras unidades del caso que si son eficientes. De esta manera, el punto de proyección se obtiene de una combinación de algunas de las unidades que son eficientes en el modelo.

De esta manera, el conjunto de referencia queda definido como:

$$(\lambda_j) \quad j=1,2,\dots,n \text{ para todo } \lambda_j > 0$$

Las coordenadas del punto proyectado se obtienen de la siguiente forma:

$$\hat{x}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j * X_j$$

$$\hat{y}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j * Y_j$$

2.3 Modelo BCC

Una vez terminado con el modelo CCR, se expondrá el otro modelo, el BCC. Estas siglas hacen referencia a sus autores, Banker, Charnes y Cooper [15]. La gran diferencia que se existe entre los dos radica en los rendimientos constantes a escala. En el BCC se relaja este concepto, ya que resulta muy restrictivo y por tanto puede llegar a mostrar resultados irreales, utilizándose en este nuevo modelo los rendimientos variables a escala. Por tanto, la base de este modelo se puede considerar que es la misma que el del anterior con la diferencia entre ambos ya explicada.

Para poder entender mejor los modelos, se verá mejor en la figura 17. En la misma se apreciarán las tres curvas que se usan en DEA. La curva de rendimientos constantes (RCE, ya conocida, es la usada para los modelos CCR), la curva de rendimientos no crecientes a escala (RNCE) y la de rendimientos variables a escala (RVE, la que se utilizará para los modelos BCC).

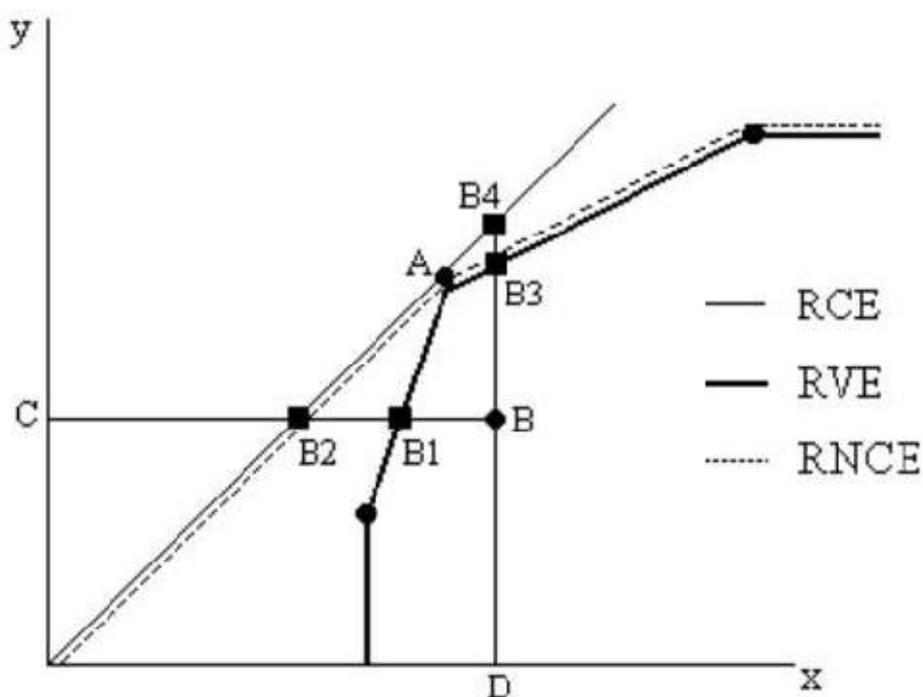


Figura 17 'Gráfica explicativa modelo BCC'

En la figura 17 se observan los tres rendimientos junto a dos unidades, 'A' y 'B'. Es un modelo con un input 'x' y un output 'y'. La unidad la cual se estudiará es la 'B'. Esta misma se proyecta hasta coincidir con las curvas antes explicadas.

- Horizontalmente, lo que conllevaría un caso input orientado, ya que se reduce la cantidad de input consiguiendo el mismo número de output, se obtiene 'B1' con la curva de rendimientos variables a escala y 'B2' con la curva de rendimientos constantes a escala.
- Verticalmente, lo que conllevaría un caso output orientado, ya que se aumenta el número de output conseguido utilizando la misma cantidad de input, se obtiene 'B3' con la curva de rendimientos variables a escala y 'B4' con la curva de rendimientos constantes a escala.

La eficiencia que se obtiene con los puntos B2 y B4 ya ha sido explicada previamente, conocida como **eficiencia técnica global (ETG)**.

$$ETG_{B(\text{input orientado})} = \frac{CB2}{CB}$$

$$ETG_{B(\text{output orientado})} = \frac{DB}{DB4}$$

De manera análoga sucede con los puntos 'B1' y 'B3'. Esta eficiencia, que se obtiene con los puntos proyectados en la curva de rendimientos variables se conoce como **eficiencia técnica pura (ETP)**.

$$ETP_{B(\text{input orientado})} = \frac{CB1}{CB}$$

$$ETP_{B(\text{output orientado})} = \frac{DB}{DB4}$$

Se puede apreciar por la gráfica que los resultados de la ETP serán más eficientes que los de la ETG.

Existe una tercera expresión de la eficiencia conocida como **eficiencia escala (EE)**.

Esta relaciona las dos anteriores a través de la siguiente fórmula:

$$ETG = ETP * EE$$

De modo que, si EE es igual a 1, la eficiencia técnica global será igual a la eficiencia técnica pura. En este caso la unidad opera en una escala óptima. En caso de que la eficiencia escala sea menor a 1, se compara la frontera de rendimientos variables con la de no constantes para determinar si el rendimiento es constante, creciente o decreciente.

Por tanto, se puede concluir que los modelos CCR producirán generalmente una eficiencia menor y un menor número de unidades eficientes que los modelos BCC, al utilizar la curva de rendimientos constantes los primeros y la de variables los segundos. También cabe destacar que la eficiencia input y output no tienen por qué ser igual en BCC.

Formas del modelo BCC

Existen de manera análoga al anterior modelo, las mismas tres formas, multiplicativa, fraccional y envolvente. A continuación, las veremos con más detalle.

- **DEA-BCC Forma fraccional**

El modelo de forma fraccional se expresa matricialmente de la siguiente manera:

$$Max_{(u,v,k)} \quad h_0 = \frac{\mu^T y_0 + k_0}{v^T x_0}$$

Sujeto a:

$$\frac{u^T Y_j + k_0}{v^T X_j} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u^T, v^T \geq I\varepsilon$$

K_0 no restringida

- **DEA-BCC Forma multiplicativa**

El modelo de forma multiplicativa se expresa matricialmente de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{\mu, v} w_0 = \mu^T y_0 + k_0$$

Sujeto a:

$$\delta^T x_0 = 1$$

$$\mu^T Y + k_0 \leq \delta^T X$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I\varepsilon$$

K_0 no restringida

- **DEA-BCC Forma multiplicativa**

El modelo de forma envolvente se expresa matricialmente de la siguiente manera:

$$\text{Min}_{\theta, \lambda} z_0 = \theta - \varepsilon(I s^+ + I s^-)$$

Sujeto a:

$$\lambda Y = y_0 + s^+$$

$$\lambda X = \theta x_0 - s^-$$

$$\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

3. Casos de estudio: Las redes de abastecimiento y saneamiento de las principales ciudades españolas

En este punto del estudio se procederá a un análisis de los datos que se van a utilizar.

Como se ha descrito anteriormente, el análisis se centra en compañías del sector del agua en España. Los datos han sido recogidos principalmente de las páginas web oficiales de las mismas empresas, como de un estudio previo recientemente publicado (Robles-Velasco et al., 2022) [16]. A continuación, se procederá a examinarlos.

3.1 Revisión de la literatura

Recientemente se ha aplicado esta metodología al sector del agua de manera frecuente.

Entre los estudios, este trabajo se ha basado mayoritariamente en cinco.

- “The sustainability of the Italian water sector” [17] estudia de manera similar las compañías de agua pero en este caso en Italia. Se realiza un análisis DEA que se focaliza en la red de abastecimiento y se relaciona con los costes.
- “Ownership and performance in Water Services Revisited” [18] coge como muestra a diferentes municipios españoles y su objetivo principal es comparar las ciudades que utilizan compañías públicas y las que utilizan compañías privadas.
- “Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems” [19] realiza su estudio en las diferentes ciudades de China. A diferencia de los casos anteriores, basa la eficiencia de las compañías según el éxito de la limpieza del agua, es decir de lo limpia que se entrega al cliente y si se han eliminado satisfactoriamente todos los residuos o diferentes agentes que provocan un descenso en la calidad del agua que llega al consumidor.

- “Accounting for operating environments in measuring water utilities” [20] Es un estudio menos reciente del año 2001. Se centra específicamente en Andalucía. En él, se analiza la eficiencia por el saneamiento. Se centra en las aguas residuales y el rendimiento en esta etapa del ciclo del agua.
- “Efficiency evaluation of water consumption in a Chinese province level region” [21] se realiza un estudio por regiones que se centra en los diferentes usos que se le da a el agua distribuida, dividido en tres sectores, agricultura, industria y uso doméstico. Evalúa su eficiencia según la calidad del agua en los diferentes sectores antes mencionados.

Tras este breve resumen de los estudios, se verán diferentes aspectos de los trabajos que nos parece importante recalcar.

- Modelo DEA utilizado:

Existen diferentes variantes de los modelos (DEA) antes explicados. En “The sustainability of the Italian water sector” no se focalizan en una específica, lo aplican en DEA-BCC y DEA-CCR orientado tanto a input como a output. Sin embargo, normalmente en los estudios se suelen decantar por un único modelo. “Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems” utiliza el DEA-BCC, ya que se considera que encaja mejor debido a que la relación entre los inputs y outputs es desconocida. “Efficiency evaluation of water consumption in a Chinese province level region”, por el contrario, si hace uso del modelo DEA-CCR

A parte de estos modelos explicados, existen otras formas de resolución. Los métodos de dos y tres etapas. Son utilizados en los casos que no se está seguro de obtener resultados totalmente fiables utilizando solo una etapa. En

“Accounting for operating environments in measuring water utilities” se utiliza el método de las tres etapas.

- **Número de variables utilizadas:**

El número de variables inputs y outputs puede variar mucho dependiendo del caso y el estudio. En general, la mayoría de los estudios respecto a este sector utilizan menos de 40 variables. Los documentos que se han estudiado, el número de variables varía desde 5 (“Ownership and performance in Water Services Revisited”) hasta 11 (“Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems”) con una media de 8,2 variables por caso.

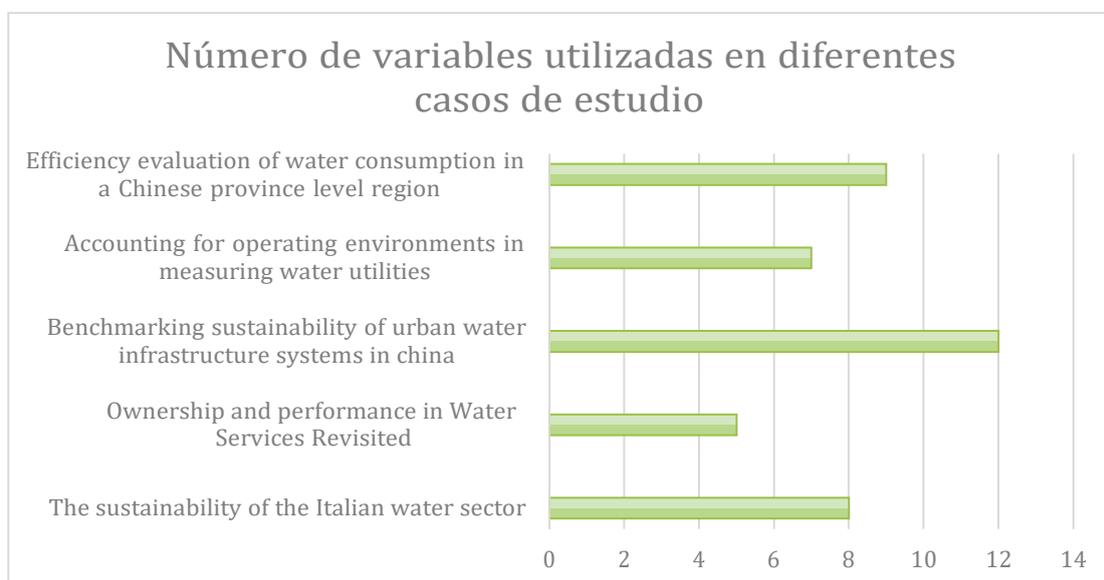


Figura 18 'Número de variables utilizadas en diferentes casos de estudio'

- **Tipo de variables utilizadas:**

En el caso del sector de agua, se puede apreciar que en cuanto a inputs se suelen utilizar variables semejantes. Suelen ser comunes los costes de la compañía y otros datos como número de trabajadores y clientes, o los kilómetros de red. Nos encontramos aquí varios casos diferentes. Muchos casos se centran solamente en

la etapa de distribución (“The sustainability of the Italian water sector”, por ejemplo) o en la etapa de saneamiento (“Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems”). También existen estudios que utilizan datos de ambas etapas (“Accounting for operating environments in measuring water utilities). En el caso de distribución se ven outputs como el porcentaje de agua perdida o agua distribuida. En el caso de saneamiento, es común ver los porcentajes de sustancias eliminadas (SS, DBO, fangos, etc...), aguas tratadas o agua reutilizada. A continuación, se muestra en un gráfico las variables utilizadas en los documentos anteriores.

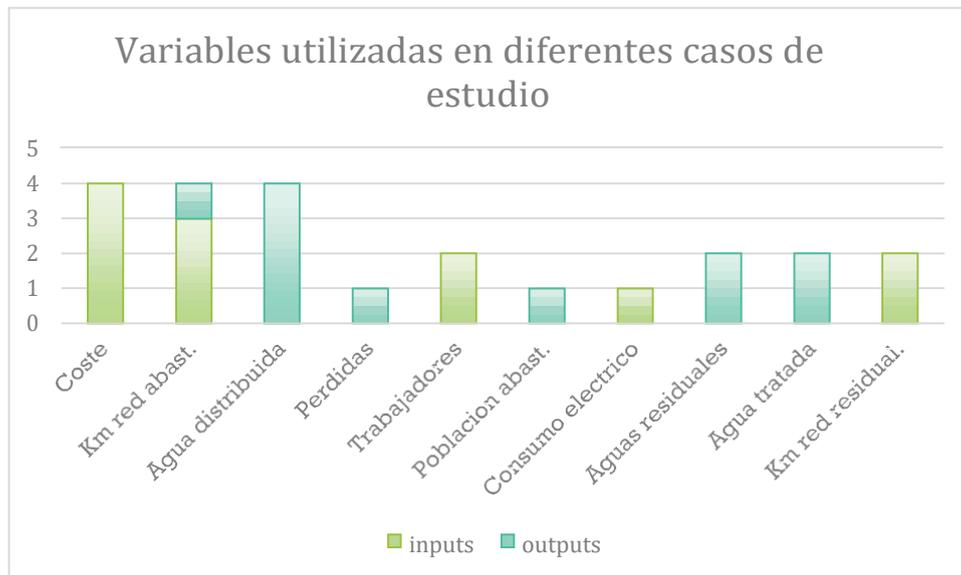


Figura 19 'Variables utilizadas en diferentes casos de estudio'

- Tiempo y zona geográfica del estudio del estudio:

Este método ha sido aplicado en este sector a muchos países y a lo largo de del tiempo. Hay estudios en Estados Unidos, Brasil, Australia o México. También respecto a toda Europa. De los documentos antes mencionados, se tratan de España, Andalucía, Italia y China. Todos los documentos son relativamente

recientes a excepción de “Accounting for operating environments in measuring water utilities”, que data de 2001.

Tras haber estudiado la literatura anterior podemos concluir que el trabajo propuesto es una ampliación del desarrollo en el estudio "Sustainable Development and Efficiency Analysis of the Major Urban Water Utilities in Spain", ya que se resuelven casos diferentes utilizando más variables y, por ello, analizando la eficiencia de las compañías desde un punto de vista más amplio. Se va a estudiar múltiples casos del sector en España. Se verán casos de la red de distribución, de la red de saneamiento y de ambas combinadas. Se analizará además tanto el modelo DEA-BCC como el modelo DEA-CCR según las características del caso a estudiar. Se utilizan datos de compañías tanto públicas como mixtas por lo que se podrá también ver la comparación y sacar conclusiones de que tipo de empresas es más eficiente respecto al otro. Debido a estas razones se considera la necesidad de continuar con estos casos y su posterior resolución, resultado y conclusiones.

3.2 Descripción de datos

Los datos utilizados para los casos de estudio, como se ha mencionado antes, han sido sacados de las páginas web oficiales de las compañías estudiadas. Se busca la comparativa entre las empresas públicas y mixtas de las provincias españolas. Sin embargo, los datos de las compañías privadas han sido inaccesibles.

Tras una búsqueda exhaustiva de datos por todas las compañías del sector de toda España, se han conseguido los datos de las siguientes ciudades, mostrando también el nombre de la compañía e indicando de si es publica o mixta.

CIUDAD	EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	TIPO DE EMPRESA	REFERENCIA
ÁLAVA	AMVISA	PÚBLICA	[22]
ALBACETE	AGUAS DE ALBACETE	MIXTA	[23]
ALICANTE	AGUAS DE ALICANTE	MIXTA	[24]
BARCELONA	AIGÜES DE BARCELONA	MIXTA	[25]
BURGOS	AGUAS DE BURGOS	PÚBLICA	[26]
CÓRDOBA	EMACSA	PÚBLICA	[27]
CUENCA	AGUAS DE CUENCA	PÚBLICA	[28]
GIJÓN	EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	PÚBLICA	[29]
GIPUZKOA	AGUAS DEL AÑARBE	PÚBLICA	[30]
LA CORUÑA	EMALCSA	PÚBLICA	[31]
LEÓN	AGUAS DE LEÓN	MIXTA	[32]
MADRID	CANAL DE ISABEL II MADRID	PÚBLICA	[33]
MÁLAGA	EMASA	PÚBLICA	[34]
MURCIA	EMUASA	MIXTA	[35]
PALMA DE MALLORCA	EMAYA	PÚBLICA	[36]
PAMPLONA	MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	PÚBLICA	[37]
SEVILLA	EMASESA	PÚBLICA	[38]

Tabla 3 'Tabla de compañías estudiadas'

Se han obtenido datos de diversas ciudades. Como antes se ha explicado la mayoría de ellas son empresas públicas y algunas mixtas. Tampoco resalta a la vista ningún patrón

por zona (comunidades autónomas) o por algún otro motivo que diferencie la facilidad de obtener datos, solamente el tipo de compañía.

En este estudio se quieren hacer diversos casos utilizando diferentes variables. Es por eso por lo que se han buscado el mayor número de datos posible con respecto a este sector. Tras una amplia búsqueda se han seleccionados los siguientes datos:

1. Longitud de la red de abastecimiento (Km)

Algo indispensable en el estudio son los kilómetros de tuberías de la red de abastecimiento. Incluido en los estudios anteriores tanto como input (en el mayor porcentaje) tanto como output. Es una variable clave en el suministro de agua ya que es un buen indicador del acceso a distribuir el agua de una compañía. Mientras mayor sea la red, más opciones y capacidad tendrá la red de abastecer a diferentes clientes. Se considera que una red de abastecimiento eficiente es primordial para el alcance de la distribución en este sector.

2. Longitud de la red de saneamiento (Km)

De manera análoga a la primera variable, se puede utilizar los kilómetros de red de saneamiento para controlar el acceso que se tiene a las aguas residuales tras el uso de los clientes, y la posibilidad de trasladarlas a diferentes centros EDAR para su posterior tratamiento. Una red con kilómetros insuficientes puede producir una ineficiencia en el tratamiento de las aguas residuales, lo cual puede llevar a perjudicar al medio ambiente y producir insatisfacción en los clientes.

3. Gastos materiales (€)

La inversión que cada empresa produce es otro dato a tener en cuenta. Evidentemente, no se le puede pedir lo mismos resultados a una empresa que gasta cuatro millones de euros en gastos materiales que a otra que gasta cincuenta. Está inversión repercute en

expansiones, solución de averías, instalaciones, calidad de agua etc.... Por lo que es muy influyente en el resto de las variables.

4. Número de empleados

La capacidad de las empresas se ve directamente afectada con el número de recursos que tiene a su disposición. Al igual que ocurre con los gastos materiales, mientras más empleados tenga una compañía, mayores beneficios ha de conseguir. El rendimiento de la empresa mejorará mientras más personas estén trabajando para ellos.

5. Personas abastecidas

El número de personas abastecidas depende de muchos factores, sobre todo de la población de la ciudad en la que la compañía distribuye. Además, dependerá de otras variables como el volumen de agua suministrada (se verá más adelante) o la red de abastecimiento. Es por todo esto que se puede categorizar a esta variable como un resultado de la productividad de la empresa.

6. Agua captada (m³)

Esta variable determina el volumen de agua captada de los embalses, tratada y que se ha proporcionado a las redes de abastecimiento para llegar al consumidor. La importancia de este volumen reside en que es el objetivo principal de este sector, proporcionar agua al cliente, ya sea al sector industrial, agricultura o para uso doméstico. No solo depende de la capacidad de la compañía para producir agua, también de la necesidad de los clientes para consumirla.

7. Agua suministrada (m³)

La diferencia entre el agua captada y el agua suministrada y la captada es lo que se pierde debido a las deficiencias de la red de distribución. De esta manera, el volumen de agua suministrada es la cantidad de agua que llega realmente al cliente. La importancia de la variable viene dada por las mismas razones que la anterior.

8. Perdidas y fraudes (m³)

El volumen de las pérdidas y fraudes relaciona las dos anteriores variables. Es la diferencia entre el agua captada que sale de las instalaciones y la que llega a los clientes. Esta cantidad es muchas veces cobrada al consumidor, que está pagando por un recurso que nunca ha llegado a consumir. Por lo tanto, la empresa debe perseguir que este dato de salida sea lo menor posible.

9. Agua tratada (m³)

Volumen de agua que es recogida por la red de saneamiento y llega a las instalaciones de EDAR (Plantas de tratamientos de aguas residuales) para su posterior tratamiento. Se busca que el mayor volumen de aguas suministradas sea después tratado una vez se haya usado. Reducir consecuencias medioambientales y sanitarias son uno de los grandes objetivos del sector y es por eso que se persigue tratar el mayor porcentaje de agua suministrada.

10. Lluvia (litros/año)

Se trata de una variable que no depende exactamente tanto de la empresa, más bien de la zona geográfica de influencia. Se determina que la cantidad de lluvia que cae en una ciudad es un factor que afecta al volumen de agua de los diferentes pantanos, de donde se termina extrayendo el agua para su posterior suministro. En las zonas más secas pueden llegar a haber sequías que hacen que la producción de agua no sea la deseada. Así mismo, el agua de lluvia tiene una repercusión directa en el volumen de agua tratada, pues en general, el agua de lluvia es recogida por la red de saneamiento. En algunas ciudades, se utiliza el agua de lluvia para regar parques y jardines, no obstante, es una práctica que no todas las empresas han implementado aún.

11. Fangos (Tm)

La calidad del agua determina la satisfacción del cliente respecto al producto. Si al captar el agua no se le da un tratamiento adecuado esto puede verse reflejado al final del proceso, produciendo así una mala imagen de la empresa y llegando incluso a producir enfermedades y malestar en la población. Es por eso que la limpieza del agua es una variable muy a tener en cuenta. Aunque existen muchas maneras de medirla (sólidos en suspensión, DBO extraídos etc....) Se ha decidido que mediante la cantidad de fango extraído de las aguas captadas se refleja la calidad y limpieza del agua que termina llegando al consumidor.

12. Energía eléctrica consumida

El consumo de energía eléctrica es marcado por la producción de la misma. Se asocia lo consumido con la cantidad de trabajo que es producido por una empresa. Un mayor consumo energético por parte de una compañía exigirá un mayor retorno en las salidas. Aunque en este estudio no se contempla, resulta interesante ver las fuentes de esa energía por cada empresa del sector del agua para poder examinar el impacto medioambiental del mismo.

Por el contrario, que una compañía tenga un consumo elevado en comparación con las salidas que genera, significa que dicha compañía no está siendo sostenible en el uso de este recurso

13. Energía eléctrica generada

La energía eléctrica generada suele producirse en las estaciones EDAR de tratado de aguas residuales. En muchas empresas logran abastecer de consumo eléctrico a toda la planta. Una compañía que se autoabastece en energía eléctrica no consume energía externa, provocando ahorros económicos y reduciendo el impacto medioambiental creado por otras fuentes productoras de electricidad. Se considera a esta variable como

una salida a la que las empresas deben tener muy en cuenta y más en la actualidad, debido a todos los beneficios que produce.

3.3 Análisis exploratorio de los datos

Una vez definidas las variables y los casos de estudios, se verá los datos extraídos de las diferentes empresas del sector acuífero en España. Como se ha mencionado antes, se han incluido 18 compañías con un total de 13 variables diferentes. En la siguiente tabla se ven los valores más significativos de las mismas.

Variable	Máximo	Mínimo	Media	Desviación típica
km red abastecimiento	17.699	54	2.409,91	4.134,45
km red saneamiento	15.559	75	1.931,36	3.587,99
Gastos de Materiales (€)	209.054.000	409.712	33.208.788,59	60.677.224,71
N.º empleados	2.924	30	510,82	730,21
Personas abastecidas	6.556.593	70.000	888.100,76	1.601.456,31
Volumen de agua captada (m ³)	566.044.517	8.100.000	78.443.309,92	140.689.150,10
Volumen de agua suministrada (m ³)	488.270.000	6.318.000	64.767.989,03	117.835.754,59
Volumen pérdidas y fraudes (m ³)	77.774.517	1.782.000	11.863.172,49	20.061.520,67
Volumen de agua residual tratada (m ³)	478.830.000	6.200.000	78.637.364,31	124.601.663,68
Lluvia (litros/año)	1.872	165	627,05	461,22
Energía eléctrica consumida (MW)	470,30	7,45	68,95	118,57
Fangos (TM)	92.567	2.452	32.799,96	26.664,40
Energía eléctrica generada (MW)	364,00	6,83	53,84	99,02

Tabla 4 'Tabla de variables con sus valores máximos, mínimos y desviación típica'

Tras observar la Tabla 4, se ve que no aporta la suficiente información y claridad de los diferentes valores de las variables. Se ha decidido que la mejor manera de analizar esta matriz es mediante un análisis exploratorio de datos.

Esta forma de exposición dará una visión al lector de manera que sea capaz de entender todos los datos incluidos en el estudio a partir de una representación de los mismos más visual, consiguiendo de esta manera asimilar mejor los conceptos y relaciones de los datos.

Se utilizarán diferentes herramientas visuales y graficas para la representación. Tras un largo estudio de las diferentes posibilidades que se tenían, se ha decidido utilizar las siguientes formas de análisis.

- Histograma
- Matriz de correlación

3.3.1 Histograma y polígono de frecuencias

El histograma es un tipo de representación básica de datos. Se trabaja a partir de la frecuencia. Se trata de una gráfica en la que cada barra representa la frecuencia de un intervalo definido. Se introducen las siguientes definiciones clave para comprender el funcionamiento del histograma.

- Intervalo: Rango establecido que comprende un número de valores.
- Marcas de clase (X_i): Es el valor intermedio entre el valor límite inferior y superior de un rango.
- Frecuencia (f_i): Índica el número de unidades que se encuentra dentro de un intervalo.
- Frecuencia acumulada (F_i): Suma de las frecuencias sucesivas desde el primer rango al rango i .
- Polígono de frecuencia. Recta que va uniendo todos los puntos de mayor altura de cada columna.

Una vez introducido estas definiciones, se mostrará el histograma de los datos de todas las variables que se van a utilizar en los distintos casos de estudio.

1. Red de distribución

Gastos materiales (millones de €)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-250]	2	125	2
[250-500]	1	375	3
[500-750]	4	625	7
[750-1000]	0	875	7
[1000-1250]	2	1125	9
[1250-1500]	1	1375	10
[1500-1750]	1	1625	11
[1750-2000]	1	1875	12
[2000-2250]	2	2125	14
[2250-2500]	0	2375	14
...	0	-	14
[3500-3750]	1	3625	15
[3750-4000]	0	3875	15
...	0	-	15
[4500-4750]	1	4625	16
[4750-5000]	0	4875	16
...	0	-	16
[17500-17750]	1	17625	17

Tabla 5 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de distribución'

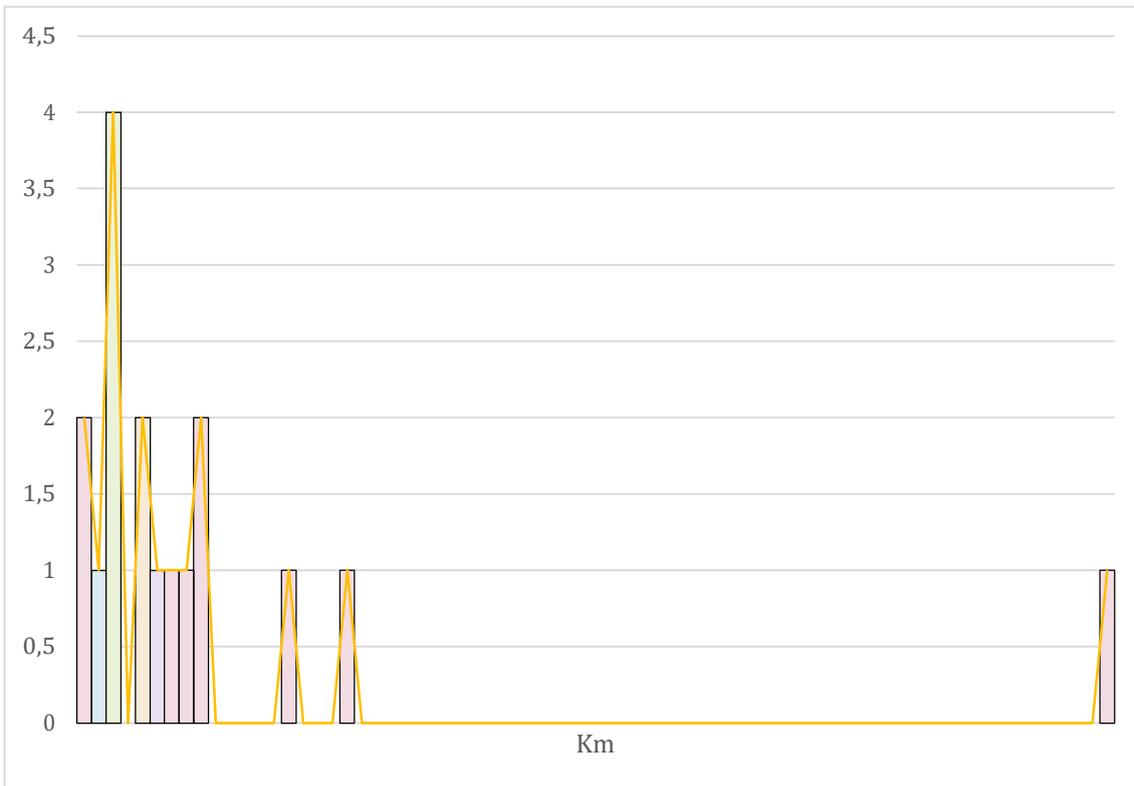


Figura 20 'Histograma de la longitud red de distribución con la variable de la empresa Canal de Isabel II (Madrid)'

De la gráfica se deduce que la mayoría de las compañías tienen una red de distribución entre 0 y 1500 km (10). Mientras avanzan los kilómetros, la frecuencia va disminuyendo. Pasa a dos entre [1500-2500]. Después se encuentran dos compañías más hasta los 5000 km. Se ve una última empresa con un valor muy superior, que supera el valor del resto. Se trata del Canal de Isabel II (Madrid). Como su valor es tan desorbitado comparado con las demás, se ha decidido dejarla fuera del histograma. Se mostrará a continuación la gráfica del histograma sin esta empresa para que se pueda apreciar cómo afecta al histograma. (Solo se hará con las variables de red de distribución y saneamiento como ejemplo, en el resto solamente se indicará cuando se ha dejado una variable fuera y se mostrará directamente el histograma sin la(s) misma(s)).

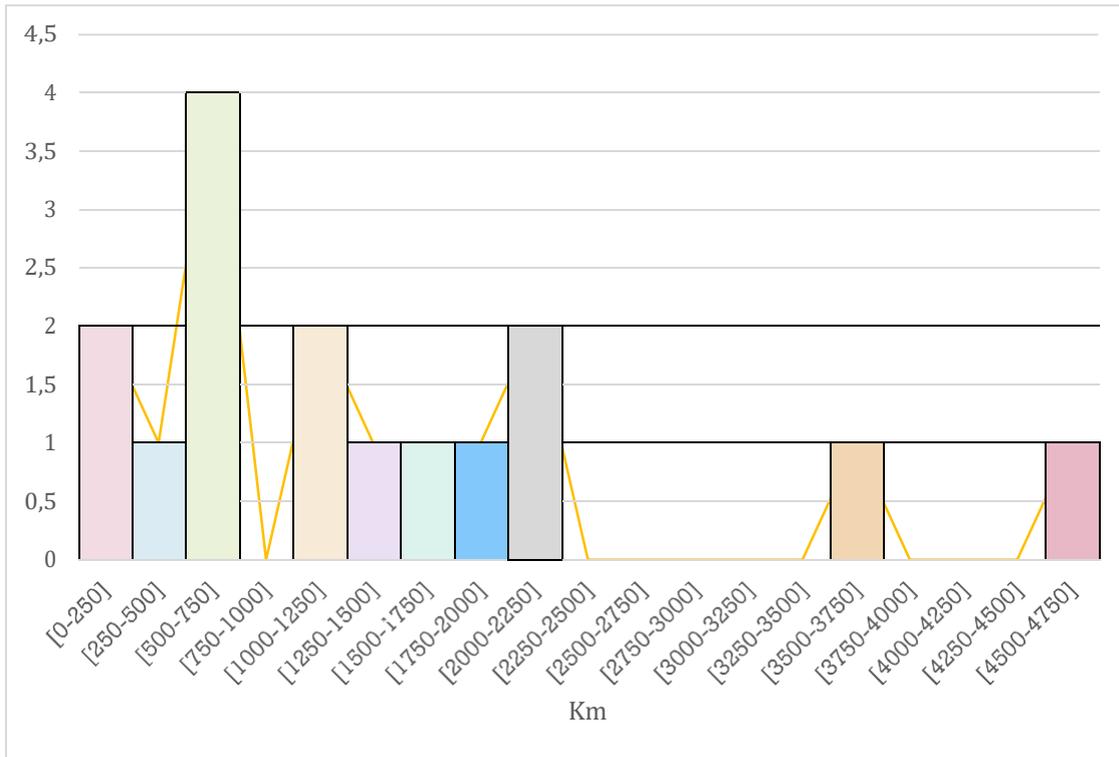


Figura 21 'Gráfica de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de distribución.

2. Red de saneamiento

Red de saneamiento (Km)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-250]	2	125	2
[250-500]	2	375	4
[500-750]	1	625	5
[750-1000]	3	875	7
[1000-1250]	2	1125	9
[1250-1500]	2	1375	11
[1500-1750]	2	1625	13
[1750-2000]	1	1875	14
[2000-2250]	1	2125	15
[2250-2500]	0	2375	15
[2500-2750]	0	2625	15
[2750-3000]	1	2875	16
[3000-3250]	0	3125	16
...	0	-	16
[15500-15750]	1	15625	17

Tabla 6 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de la red de saneamiento'

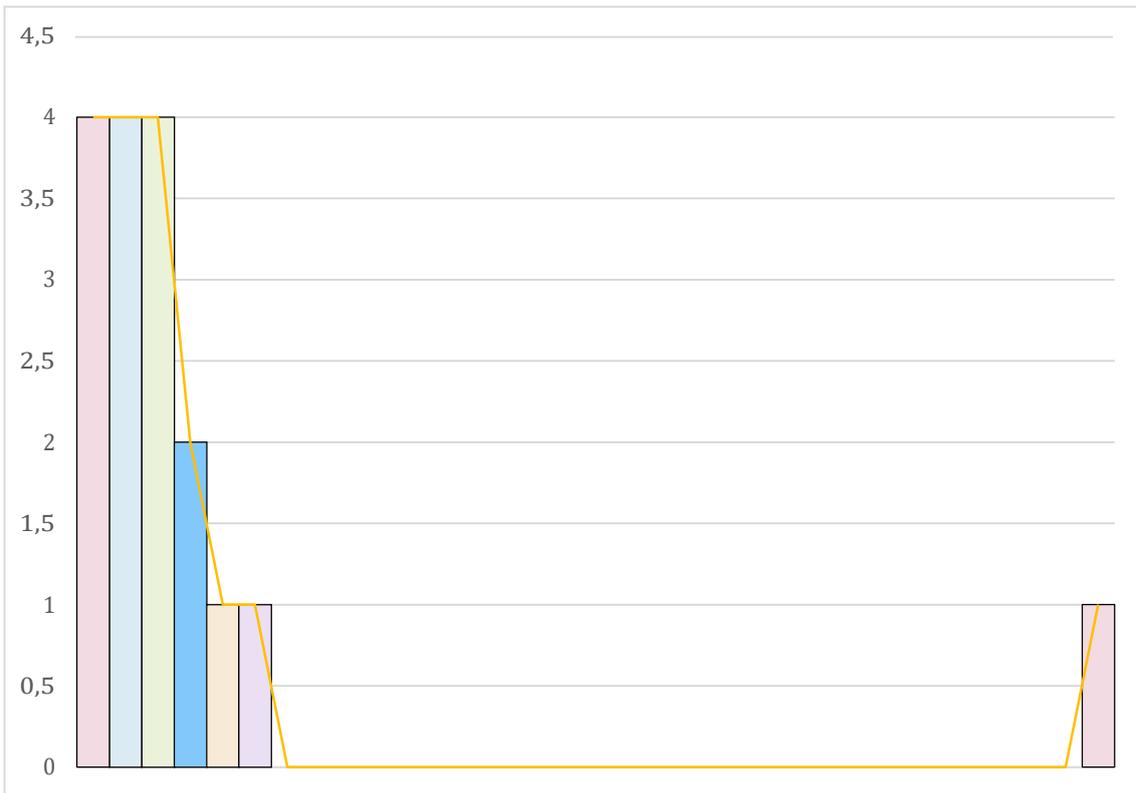


Figura 22 'Gráfica de Histograma de la red de saneamiento con la empresa Canal de Isabel II (Madrid)'

Sucede algo similar a la red de saneamiento. La variable tiene una tendencia claramente descendente. Hasta 12 unidades se encuentran en el rango [0-2000]. Dos compañías más se encuentran hasta los 300 km. De nuevo, El Canal de Isabel II, tiene un valor incomparable con el resto, yéndose a más de los 15000 km. Se vuelve a sacar fuera del histograma. Quedando de la siguiente manera.

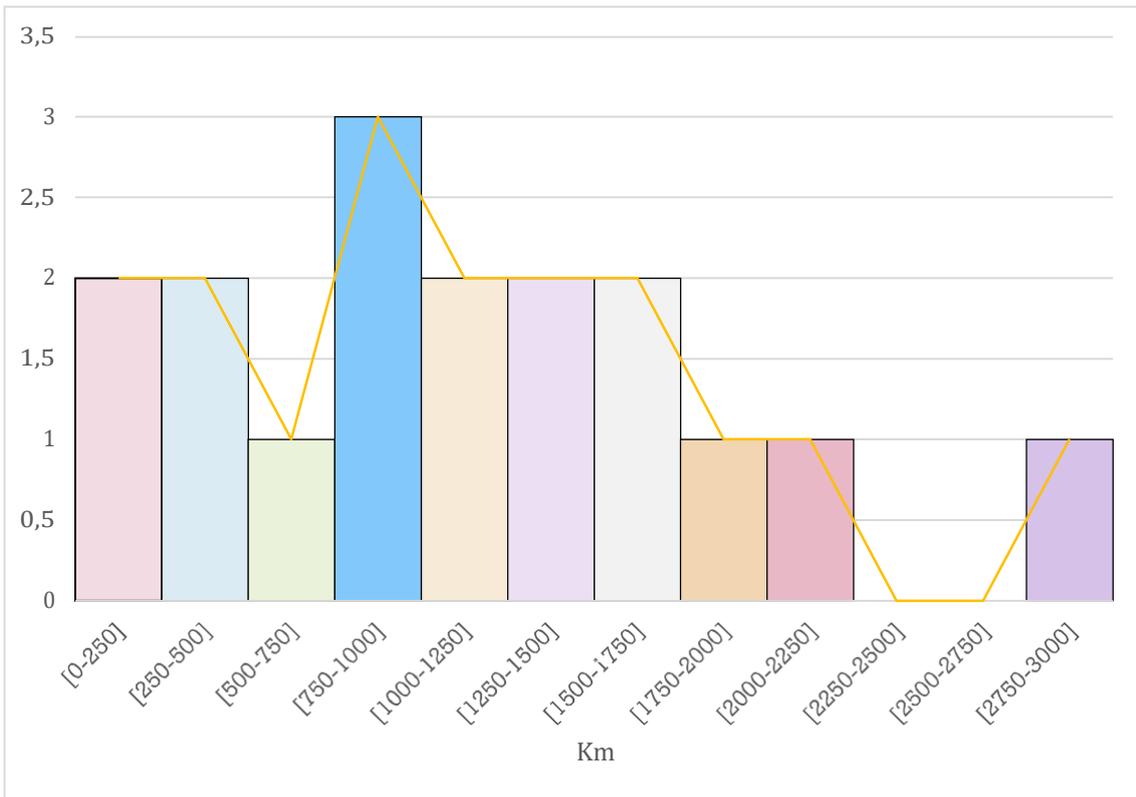


Figura 23 'Gráfica de Histograma de la red de saneamiento'

Una vez se saca, vemos una gráfica totalmente diferente, con valores de la frecuencia mucho más constante. Tiene un máximo en el rango [750-1000]. A partir de los 200 km se ven valores más bajos, hasta llegar al último rango con frecuencia, el de [2750-3000], con un valor de 1.

3. Gastos materiales

Gastos materiales (millones de €)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-2,5]	2	1,25	2
[2,5-5]	1	3,75	3
[5-7,5]	4	6,25	7
[7,5-10]	2	8,75	9
[10-12,5]	1	11,25	10
[12,5-15]	0	13,75	10
[15-17,5]	1	16,25	11
[17,5-20]	0	18,75	11
[20-22,5]	0	21,25	11
[22,5-25]	1	23,75	12
[25-27,5]	1	26,25	13
[27,5-30]	2	28,75	15
...	0	-	15
[172,5-175]	1	173,75	16
...	0	-	16
[207,5-210]	1	208,75	17

Tabla 7 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de los Gastos materiales'

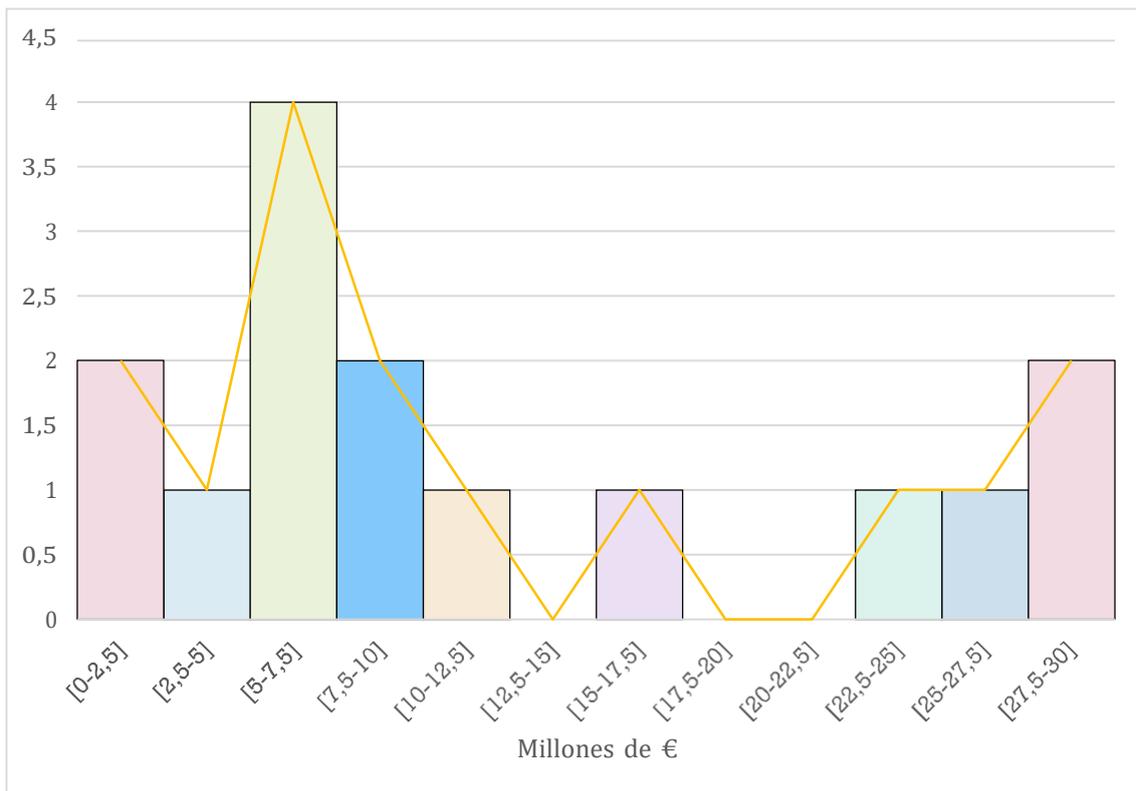


Figura 24 'Gráfico de Histograma de los Gastos materiales'

Se puede observar mediante el gráfico que la variable no sigue un ritmo constante. El máximo se encuentra entre 5 y 7,5 millones de euros, con una frecuencia de 4, el doble que cualquier otro. Muchas de las variables se encuentran en los primeros intervalos (9). La frecuencia vuelve a subir en el intervalo [25-30]. Después se observa claramente un gran salto hasta las dos últimas unidades. Se puede concluir que sus valores no tienen nada que ver y son inmensamente mayores que el resto. Son las compañías de Barcelona y Madrid, respectivamente. Estas se dejan fuera de la gráfica.

4. Número de trabajadores.

N.º de trabajadores	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-100]	5	50	5
[100-200]	3	150	8
[200-300]	2	250	10
[300-400]	1	350	11
[400-500]	2	450	13
[500-600]	0	550	13
[600-700]	0	650	13
[700-800]	0	750	13
[800-900]	1	850	14
[900-1000]	0	950	14
[1000-1100]	1	1050	15
[1100-1200]	0	1150	15
[1200-1300]	0	1250	15
[1300-1400]	1	1350	16
...	-	-	16
[2900-3000]	1	2950	17

Tabla 8 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, del número de trabajadores'

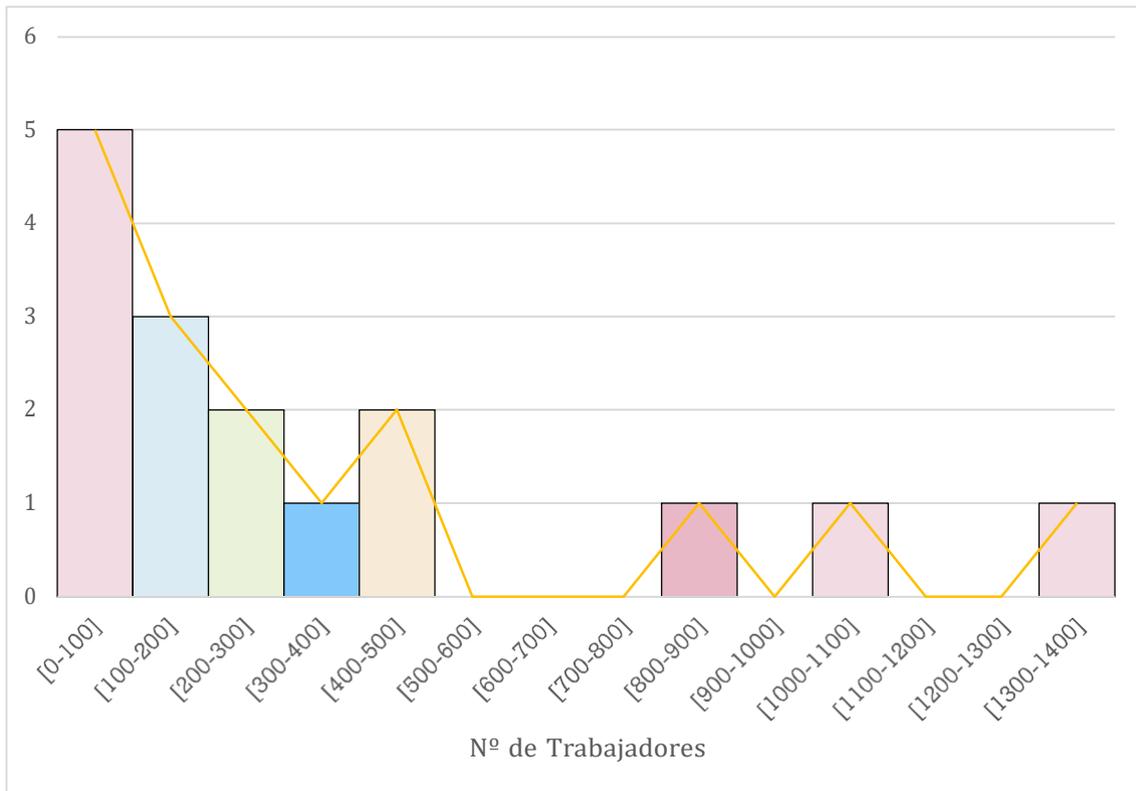


Figura 25 'Gráfico de Histograma del número de trabajadores'

En esta variable se observa un descenso continuado en la frecuencia mientras mayor es el número de trabajadores. Destaca que en la franja de los cero a dos doscientos trabajadores se acumulan 8 empresas, prácticamente el 50% de las mismas. Como se ha comentado, el numero va bajando hasta que hay rangos que alternan 0 y 1 de frecuencia. El canal de Isabel II vuelve a tener un valor inmensamente superior al resto, de más de 2900 trabajadores. Por esta razón se vuelve a dejar fuera del gráfico.

5. Número de personas abastecidas

N.º de personas abastecidas	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-100.000]	1	50.000	1
[100.000-200.000]	3	150.000	4
[200.000-300.000]	2	250.000	6
[300.000-400.000]	4	350.000	10
[400.000-500.000]	2	450.000	12
[500.000-600.000]	1	550.000	13
[600.000-700.000]	0	650.000	13
[700.000-800.000]	0	750.000	13
[800.000-900.000]	0	850.000	13
[900.000-1.000.000]	0	950.000	13
[1.000.000-1.100.000]	1	1.050.000	14
...	0	-	14
[2.900.000-3.000.000]	1	2.950.000	15
...	0	-	16
[6.500.000-6.600.000]	1	6.550.000	17

Tabla 9 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de personas abastecidas'

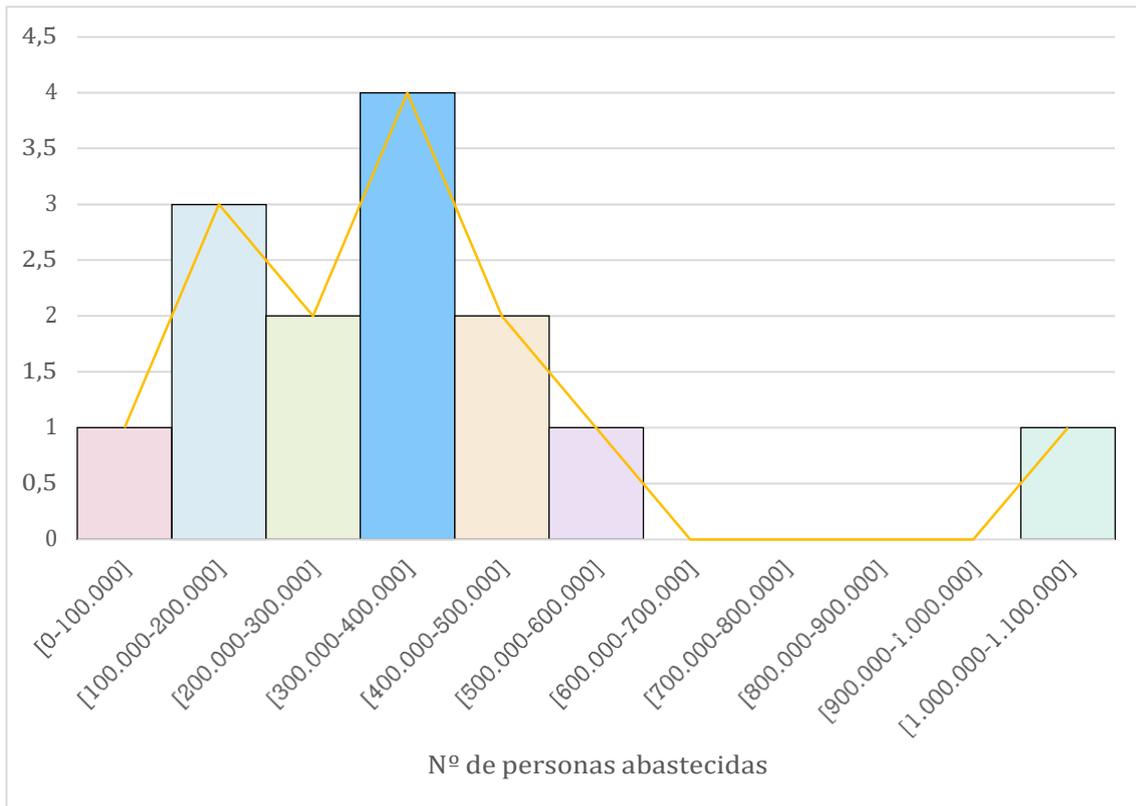


Figura 26 'Gráfico de Histograma de personas abastecidas'

A diferencia del anterior, ahora no se observa un descenso continuado de la frecuencia mientras más grande es el número de personas abastecidas. La mayoría de las compañías abastecen entre 200.000 y 500.000 personas, estando el pico entre 400.000 y 500.000. Es una variable que depende de la población de la zona donde actúa la compañía, por eso son las grandes ciudades las que mayor número de personas abastecen. Debido a esto, Aigües de Barcelona, y el Canal de Isabel II, de Barcelona y Madrid respectivamente nos las que más gente abastecen con un total de 2.921.310 y 6.556.593. Quedan fuera del histograma para no distorsionarla.

6. Volumen de agua captada

Volumen de agua captada	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-10]	1	5	1
[10-20]	3	15	4
[20-30]	4	25	8
[30-40]	3	35	11
[40-50]	1	45	12
[50-60]	1	55	13
[60-70]	0	65	13
[70-80]	0	75	13
[80-90]	0	85	13
[90-100]	1	95	14
...	0	-	14
[230-240]	1	235	15
...	0	-	15
[560-570]	1	565	16

Tabla 10 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua captada'

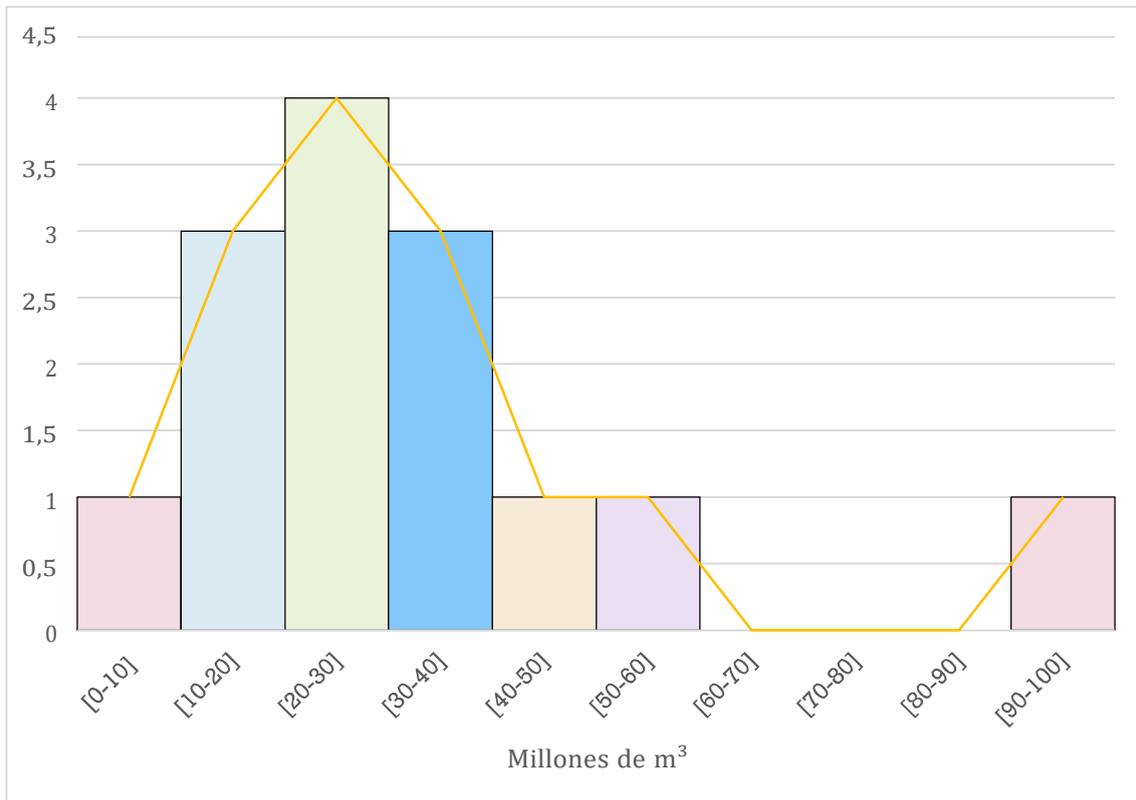


Figura 27 'Gráfico de Histograma de volumen de agua captada'

Se vuelve a observar que la variable crece en frecuencia hasta que llega a un máximo en el rango de 20 a 30 millones de metros cúbicos de agua captada, para después volver a descender. Esta variable depende también de la demanda, por lo que está relacionada con la variable anterior, el número de personas abastecidas. Debido a ello, las compañías de Barcelona y, sobre todo, Madrid cuentan con unos volúmenes totalmente superiores. Es por eso que se dejan fuera del histograma. Cabe destacar que no se contaba con el dato de la compañía de Gipuzkoa.

7. Volumen de agua distribuida.

Volumen de agua distribuida	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-10]	1	5	1
[10-20]	4	15	5
[20-30]	5	25	10
[30-40]	3	35	13
[40-50]	1	45	14
[50-60]	0	55	14
[60-70]	0	65	14
[70-80]	0	75	14
[80-90]	1	85	15
...	0	-	15
[190-200]	1	195	16
...	0	-	16
[480-490]	1	485	17

Tabla 11 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua distribuida'

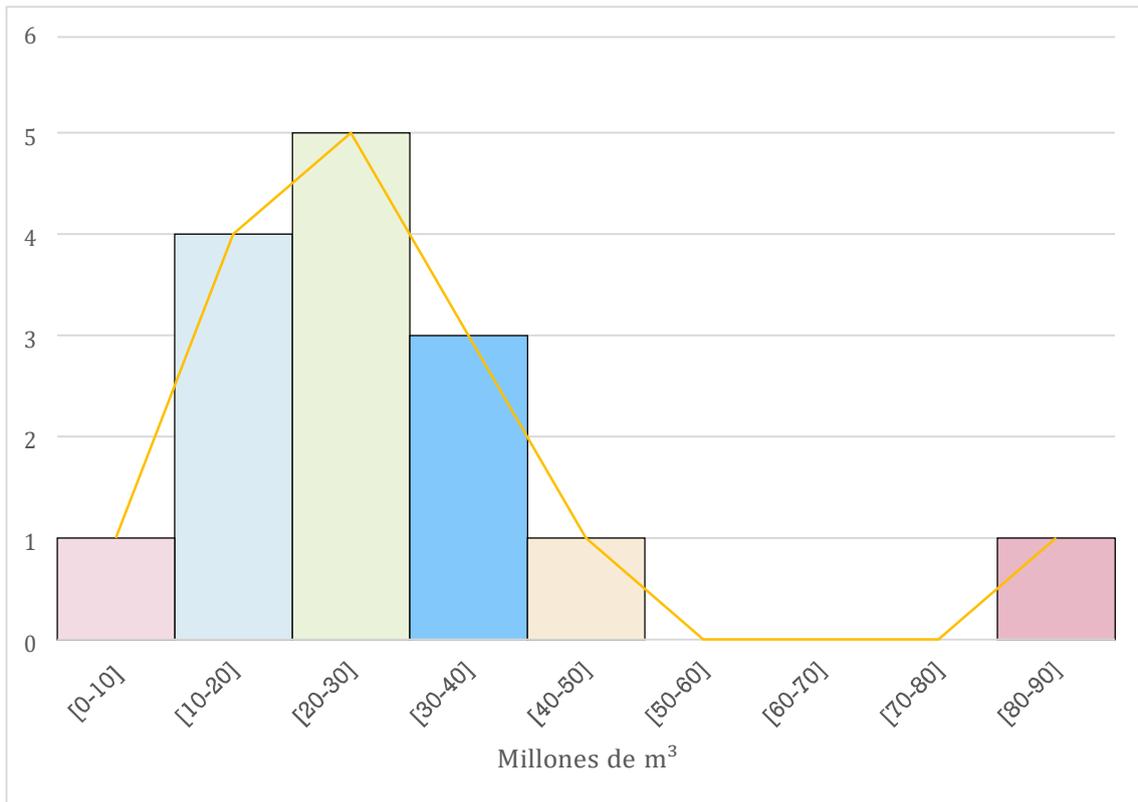


Figura 28 'Gráfico de Histograma de volumen de agua distribuida'

Se aprecia claramente una semejanza con la anterior variable, aunque existen diferencias entre las frecuencias de los rangos. Se debe a que el agua captada y distribuida están relacionadas. El agua captada es igual a la distribuida más el volumen de las pérdidas que se producen en la distribución. El máximo vuelve a ser en la región de los 20 a 30 millones de metros cúbicos captados. Las compañías de Barcelona y Madrid vuelven a quedar fuera del histograma para evitar su dispersión.

8. Volumen de agua perdida y fraude

Volumen de agua perdidas y Fraude	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-1]	0	0,5	0
[1-2]	1	1,5	1
[2-3]	3	2,5	4
[3-4]	5	3,5	9
[4-5]	0	4,5	9
[5-6]	0	5,5	9
[6-7]	1	6,5	10
[7-8]	0	7,5	10
[8-9]	1	8,5	11
[9-10]	0	9,5	11
[10-11]	0	10,5	11
[11-12]	0	11,5	11
[12-13]	2	12,5	13
...	0	-	13
[34-35]	1	34,5	14
...	0	-	14
[77-78]	1	77,5	15

Tabla 12 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de agua de pérdidas y fraude'

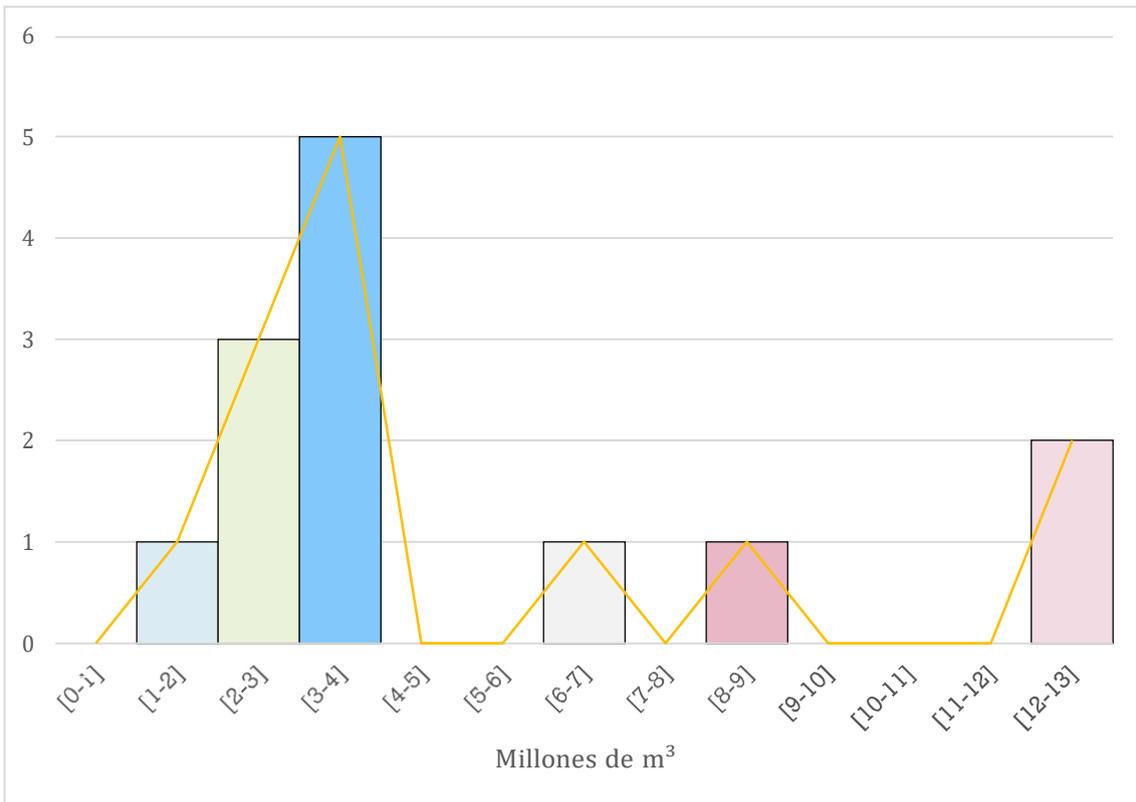


Figura 29 'Gráfico de Histograma de volumen de agua de pérdidas y fraude'

Esta gráfica es la diferencia entre las dos variables anteriores. En el estudio es de vital importancia ya que es un buen indicador de la eficiencia en la distribución. Se observa que al principio la frecuencia de los rangos tiene un carácter ascendente, aunque en general no se aprecia ningún patrón entre los diferentes rangos. Al igual que antes, Madrid y Barcelona no se encuentran en la gráfica.

9. Volumen de agua residuales tratadas.

Volumen de agua residuales tratadas	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-10]	1	5	1
[10-20]	1	15	2
[20-30]	4	25	6
[30-40]	4	35	10
[40-50]	2	45	12
[50-60]	0	55	12
[60-70]	1	65	13
[70-80]	1	75	14
...	0	-	14
[280-290]	1	285	15
...	0	-	15
[470-480]	1	485	16

Tabla 13 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de volumen de aguas residuales tratadas'

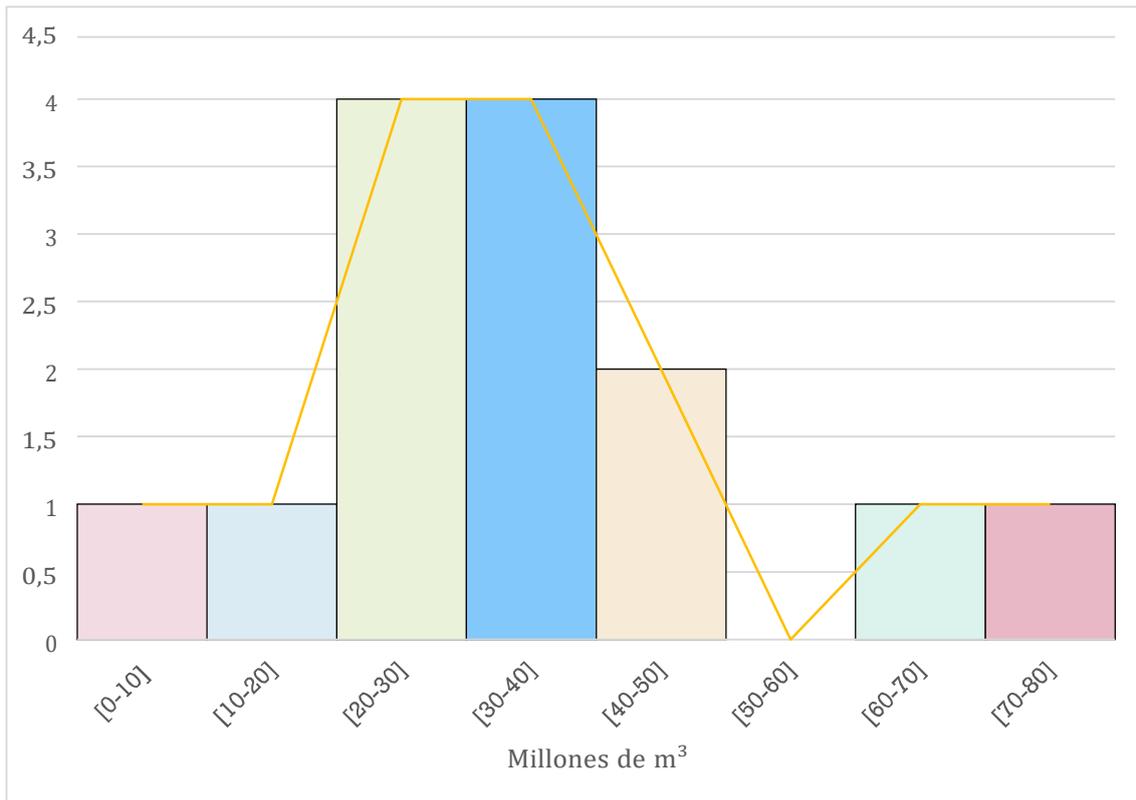


Figura 30 'Gráfico de Histograma de volumen de aguas residuales tratadas'

Se aprecia cierta semejanza con las gráficas de las variables de distribución y captación, ya que el agua distribuida es después recogida por la red de saneamiento. También hay que añadirle el agua que no se ha puesto en distribución, pero ha llegado también a estas redes (agua de lluvia, por ejemplo). Gracias al gráfico se puede concluir que el gran número de empresas está en torno a los 30 millones de metros cúbicos de aguas residuales tratadas. Se observa que hay cuatro más hasta los 80. A partir de ahí se encuentra Barcelona en torno a los 285, y Madrid sobre los 485 millones de metros cúbicos (estos dos últimos no se muestran en el gráfico).

10. Lluvia

Lluvia (litro/metro)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-100]	0	50	0
[100-200]	1	150	1
[200-300]	2	250	3
[300-400]	3	350	6
[400-500]	5	450	11
[500-600]	1	550	12
[600-700]	0	650	12
[700-800]	1	750	13
[800-900]	0	850	13
[900-1000]	1	950	14
[1000-1100]	0	1050	14
[1100-1200]	0	1150	14
[1200-1300]	1	1250	15
[1300-1400]	1	1350	16
[1400-1500]	0	1450	16
[1500-1600]	0	1550	16
[1600-1700]	0	1650	16
[1700-1800]	0	1750	16
[1800-1900]	1	1850	17

Tabla 14 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de lluvia'

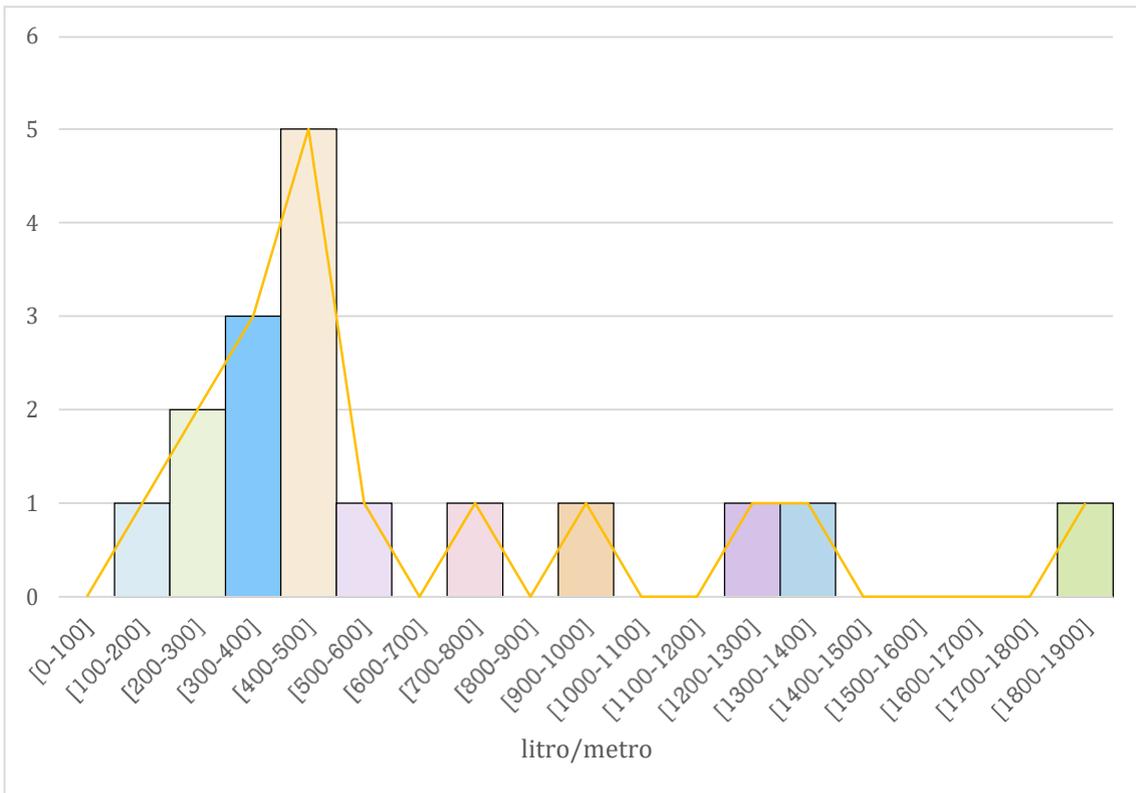


Figura 31 'Gráfico de Histograma de lluvia'

Esta variable no depende de ninguna otra, ya que se trata de un indicador de la lluvia en las diferentes ciudades donde se encuentran las empresas. La mayoría de las mismas se encuentran sobre los 400 litro/metro, que es la media en cuanto a frecuencia. Vemos que pasada la franja de los 500 el número de ciudades cae. La ciudad con mayor lluvia durante el año 2019 es Gipuzkoa.

11. Fangos

Fangos (TM)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-10]	4	5	4
[10-20]	1	15	5
[20-30]	4	25	9
[30-40]	1	35	10
[40-50]	2	45	12
[50-60]	1	55	13
[60-70]	0	65	13
[70-80]	1	75	14
[80-90]	0	85	14
[90-100]	1	95	15

Tabla 15 'Tabla de Histograma de fangos, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada,'

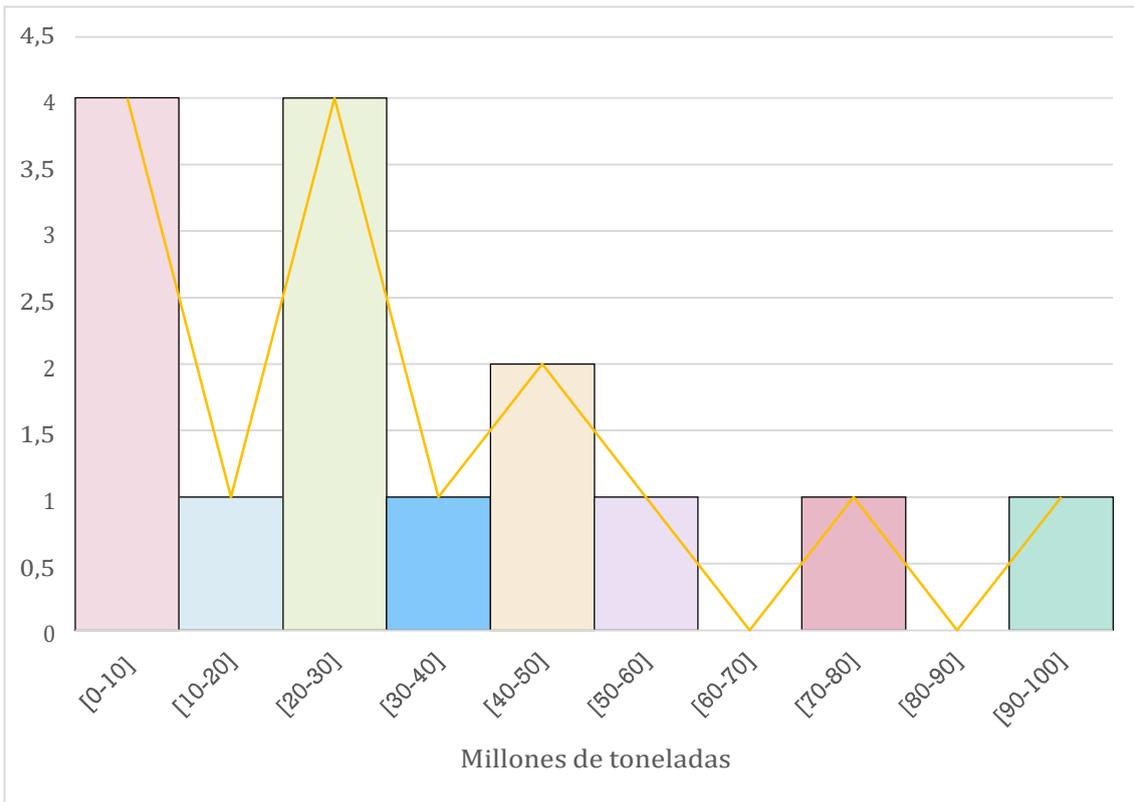


Figura 32 'Gráfico de Histograma de fangos'

Las toneladas de fango extraído de las aguas antes de su distribución es un dato que depende de la cantidad de agua a distribuir y de la suciedad de agua de la misma una vez ha sido captada de los pantanos. Se puede ver que, a diferencia de las anteriores variables vistas, en este caso si se incluyen las frecuencias de las Aigües de Barcelona y el Canal de Isabel II, ya que la diferencia no es tan abismal como en las otras. Los rangos con mayor frecuencia de compañías son el de 0 a 10 millones de toneladas de fangos y el de 20 a 30 millones.

12. Energía eléctrica consumida

Energía eléctrica consumida (MW)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-10]	2	5	2
[10-20]	2	15	4
[20-30]	2	25	6
[30-40]	2	35	8
[40-50]	2	45	10
[50-60]	0	55	10
[60-70]	0	65	10
[70-80]	2	75	12
[80-90]	0	85	12
[90-100]	1	95	13
...	0	95	13
[470-480]	1	95	14

Tabla 16 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de energía eléctrica consumida'

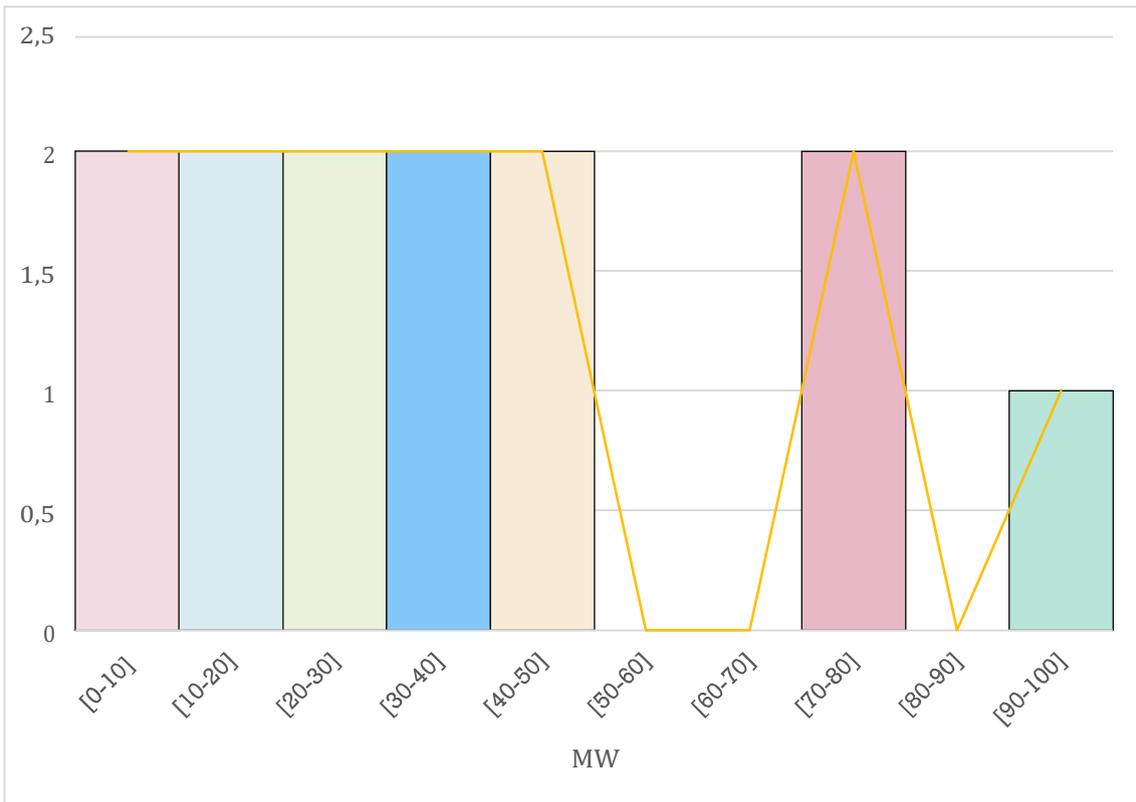


Figura 33 'Gráfico de Histograma de energía eléctrica consumida'

A diferencia también de variables anteriores, se puede observar en la gráfica que la frecuencia es mucho más constante entre los rangos con una frecuencia de 2 compañías por rango en la mayoría de ellos. La única no representada en la gráfica es la compañía de Madrid, ya que se encuentra en el rango de 470 a 480 MW, una cantidad totalmente desmesurada comparada con el resto.

13. Energía eléctrica generada

Energía eléctrica consumida (MW)	Frecuencia absoluta	Marcas de clase	Frecuencia acumulada
Intervalos	f_i	X_i	F_i
[0-5]	2	2,5	2
[5-10]	2	7,5	4
[10-15]	0	12,5	4
[15-20]	0	17,5	4
[20-25]	0	22,5	4
[25-30]	1	27,5	5
[30-35]	2	32,5	7
[35-40]	1	37,5	8
[40-45]	2	42,5	10
[45-50]	1	47,5	11
...	0	-	11
[360-365]	1	362,5	12

Tabla 17 'Tabla de Histograma, incluyendo frecuencias, marcas de clase y frecuencia acumulada, de energía eléctrica generada'

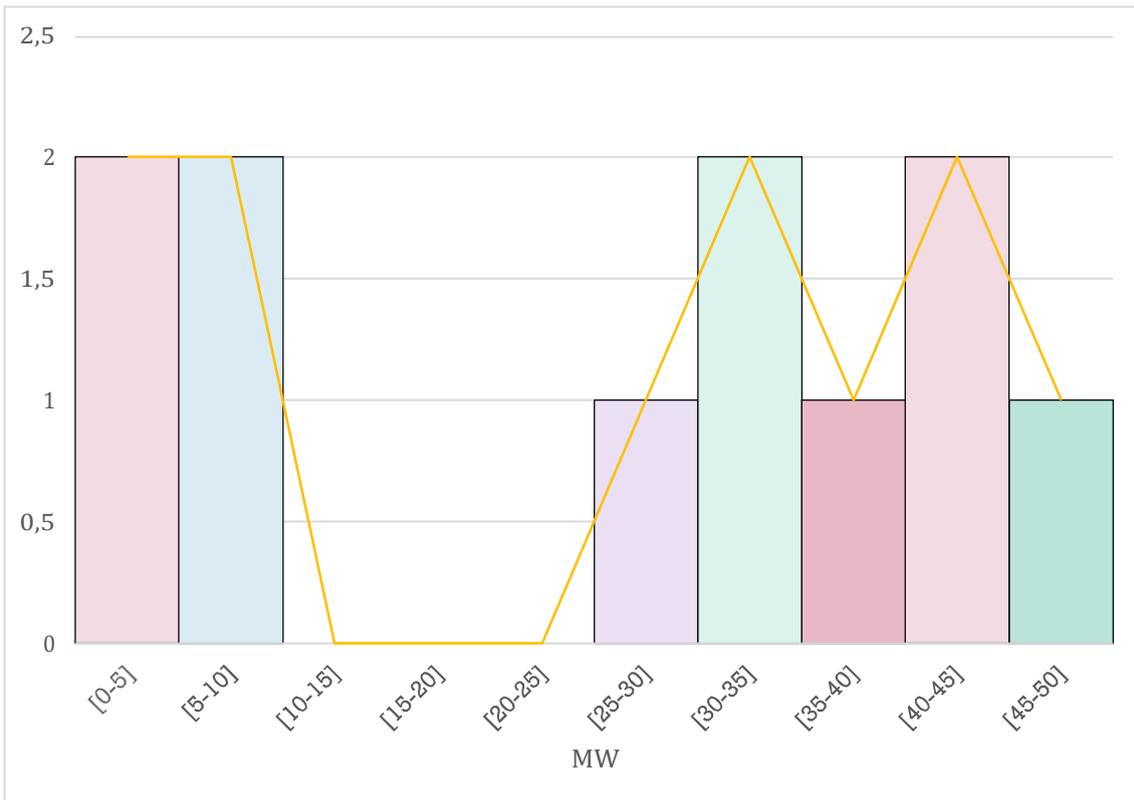


Figura 34 'Gráfico de Histograma de energía eléctrica generada'

El último histograma que queda por analizar es el de energía eléctrica generada. Como se puede observar en la gráfica, los rangos siguen teniendo cierta constancia en la frecuencia (Solo varían en frecuencias de 1 y 2) como en la anterior variable. Existe una franja entre 10 y 25 MW con frecuencia nula, por lo que se aprecia un gran salto entre las compañías estudiadas. La empresa de Madrid, el Canal de Isabel II, no queda representado en el histograma debido a que la energía generada es de un total de 370 MW, lo cual produciría una distorsión del gráfico.

3.3.2 Matriz de correlación

La matriz de correlación es una herramienta matricial a partir de la cual se consigue relacionar las variables a través del coeficiente de correlación 'r'. Este coeficiente varía entre 1 y -1, que mide la interdependencia de dos variables entre sí. Cuando 'r' es positivo significa que las variables tienen una dependencia positiva y cuando el mismo

es negativo, significa que están asociadas en sentido inverso. En la matriz se comparan todas las variables. Cuando una variable se compara consigo misma, el resultado es uno.

El coeficiente 'r' se obtiene de la siguiente formula:

$$r_{xy} = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 * \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

Siendo r el coeficiente de correlación entre las variables x e y. siendo \bar{x} e \bar{y} las medias de dichas variables.

A continuación, se muestra la matriz de correlación de las variables utilizadas en los casos de estudio:

	Red abastecimiento (Km)	Red saneamiento (Km)	Gastos de Materiales (€)	Nº empleados
Red abastecimiento (Km)	1			
Red saneamiento (Km)	0,978	1		
Gastos de Materiales (€)	0,858	0,751	1	
Nº empleados	0,926	0,895	0,837	1
Personas abastecidas	0,976	0,923	0,936	0,918
Volumen de aguas captadas (m³)	0,982	0,935	0,921	0,920
Volumen de aguas suminastradas (m³)	0,982	0,937	0,919	0,919
Volumen de aguas perdidas y fraudes (m³)	0,978	0,923	0,934	0,914
Volumen de aguas residuales tratadas (m³)	0,938	0,867	0,963	0,879
Lluvia (litros/año)	-0,284	-0,264	-0,240	-0,309
Energia electrica (MW)	0,984	0,980	0,824	0,915
Fangos (TM)	0,771	0,715	0,681	0,758
Energia electrica generada (MW)	0,967	0,983	0,762	0,904

	Personas abastecidas	Volumen de aguas captadas (m³)	Volumen de aguas suminastradas (m³)
Red abastecimiento (Km)			
Red saneamiento (Km)			
Gastos de Materiales (€)			
Nº empleados			
Personas abastecidas	1		
Volumen de aguas captadas (m³)	0,999	1	
Volumen de aguas suminastradas (m³)	0,999	1,000	1
Volumen de aguas perdidas y fraudes (m³)	0,996	0,996	0,995
Volumen de aguas residuales tratadas (m³)	0,989	0,984	0,984
Lluvia (litros/año)	-0,234	-0,247	-0,235
Energia electrica (MW)	0,965	0,974	0,975
Fangos (TM)	0,754	0,766	0,759
Energia electrica generada (MW)	0,928	0,942	0,941

	Volumen de aguas per	Volumen de aguas residuales trat	Lluvia (litros/año)
Red abastecimiento (Km)			
Red saneamiento (Km)			
Gastos de Materiales (€)			
Nº empleados			
Personas abastecidas			
Volumen de aguas captadas (m³)			
Volumen de aguas suminastradas (m³)			
Volumen de aguas perdidas y fraudes (m³)	1,000		
Volumen de aguas residuales tratadas (m³)	0,985	1,000	
Lluvia (litros/año)	-0,287	-0,234	1,000
Energia electrica (MW)	0,965	0,927	-0,296
Fangos (TM)	0,758	0,746	-0,582
Energia electrica generada (MW)	0,930	0,875	-0,271

	Energia electrica (MW)	Fangos (TM)	Energia electrica generada (MW)
Red abastecimiento (Km)			
Red saneamiento (Km)			
Gastos de Materiales (€)			
Nº empleados			
Personas abastecidas			
Volumen de aguas captadas (m³)			
Volumen de aguas suminastradas (m³)			
Volumen de aguas perdidas y fraudes (m³)			
Volumen de aguas residuales tratadas (m³)			
Lluvia (litros/año)			
Energia electrica (MW)	1		
Fangos (TM)	0,739	1	
Energia electrica generada (MW)	0,991	0,703	1

Tabla 18 'Matriz de correlación'

La matriz ha sido dividida en diferentes fragmentos para que sea de más fácil comprensión para el lector. Los coeficientes de correlación que se aprecian en la matriz son en general valores muy cercanos al uno, indicador de que las variables son muy dependientes entre sí.

La variable de la lluvia, como se ha indicado antes, no está relacionada con las demás, ya que es un factor que no depende o no puede verse afectado por la acción de las empresas. La tabla lo corrobora.

Otra variable que se ve que tiene menos relación con las demás es la variable correspondiente a los fangos. Se considera que es porque depende de la calidad del agua que se extrae. Sin embargo, sí que tiene mayor coeficiente de correlación con las otras variables que la lluvia.

También hay una correlación muy alta entre todos los volúmenes de aguas entre sí, y también con el número de personas abastecidas, lo cual es lógico, ya que dependiendo de a cuantas personas se abastece, se suministrará más o menos agua.

Hay una correlación alta también entre las redes de distribución y saneamiento. Se supone que se debe a que las compañías que invierten en redes lo hacen en las dos y no solo en una. También dependen de la cantidad de agua a suministrar y residuales, relacionadas a su vez entre sí.

Por último, también cabe mencionar la correlación entre las energías eléctricas consumidas y generadas. Se debe a que las empresas de alto gasto energético no se pueden permitir el esfuerzo económico de comprar toda. Debido a ello la solución a la que recurren es invertir en la generación de energía eléctrica, para ahorrarse una parte de ese gasto. Además, ayuda a cumplir ciertas normativas medioambientales y a proteger a la naturaleza.

3.4 Casos de estudio

Estas variables son las asignadas a los diferentes casos de estudios que van a ser resueltos en este modelo. A continuación, se comentarán cuáles son los casos elegidos, con sus respectivas variables y el porqué de su realización.

3.4.1 Caso de estudio 1: Red de distribución.

El primer caso de estudio propuesto se ha realizado sobre la etapa de la distribución únicamente. Se centra en los beneficios económicos y sociales, y en la eficiencia que se consigue de los mismos a partir de esta etapa del ciclo del agua. A continuación, se muestra en la Tabla 4 las variables utilizadas junto a la unidad de medida utilizada.

Caso de estudio1			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	1/Pérdidas	1/€
Red abastecimiento	Km	Agua distribuida	m ³
Trabajadores		Personas abastecidas	
Lluvia	Litros/metro		

Tabla 19 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 1'

- Inputs

Como inputs se tendrá al coste gastado por la compañía en materiales, como indicador de la inversión. De forma análoga se selecciona a los trabajadores, relacionados con la misma causa. Por otro lado, se tiene a la red de abastecimiento que representa el acceso que se tiene a los clientes y la lluvia, que por su parte representa el acceso que se tiene al agua en la ciudad. A partir de estas entradas se pretenden las siguientes salidas.

- Outputs

Las pérdidas, como medida de la eficiencia de la red de suministro en su labor de trasladar el agua. Al ser una salida indeseable (mientras mayor sea el valor de la variable, peor), se ha utilizado 1/pérdidas. El volumen de agua distribuida, como función principal de esta fase del ciclo integral del agua, y, por último, el número total de personas abastecidas por este servicio.

3.4.2 Caso de estudio 2: Sostenibilidad y calidad de agua

En el primer caso de estudio propuesto, de forma análoga al anterior se ha focalizado en la fase de saneamiento del ciclo integral del agua y la sostenibilidad. A diferencia del anterior caso, la importancia ahora reside en el tratamiento que se le da al agua tras uso. Se puede considerar como un retorno al medio ambiente. El objetivo no es la máxima eficacia en la producción de agua posible, sino la eficiencia en su recogida, tratamiento

y posterior devolución al medio. Además, también se enfocan en la calidad del agua que llega al consumidor. A continuación, se muestra en la Tabla 5 las variables utilizadas junto a la unidad de medida utilizada.

Caso de estudio 2			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	Fangos	TM
Red abastecimiento	Km	Agua tratada	m ³
Red de saneamiento	Km	Energía eléctrica generada	MW

Tabla 20 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 2'

- Inputs

Se puede observar que hay algunas variables que repiten respecto del caso anterior. Siendo en este caso los gastos materiales y la red de saneamiento, que se incluyen por las mismas razones explicadas arriba. Se le añade la red de saneamiento, de la misma manera que la red de distribución. En este caso es el acceso que tiene la compañía a las aguas residuales para su posterior distribución a las diferentes plantas de tratamiento EDAR.

- Outputs

Por otro lado, en los outputs, se tienen los fangos eliminados en los tratamientos previos a la distribución. Representa claramente la calidad del agua que va a llegar a los consumidores. El agua tratada en este caso se asemeja al agua distribuida en el anterior. Representan lo mismo. El objetivo de la etapa de saneamiento es conseguir la mayor eficacia en el volumen de agua tratada por lo que la inclusión de esta variable es primordial. Por último, se incluye la energía eléctrica generada, como medición del total

de la energía que la empresa se ahorra produciendo de esta manera rentabilidad económica y reducir consecuencias medioambientales.

3.4.3 Caso de estudio 3: Enfoque global

En este último caso no se limita el estudio únicamente a una fase específica, se combinan variables de todas para dar un enfoque más general a la eficacia global de todo el ciclo del agua. Se trata de dar una respuesta mediante la resolución del modelo al rendimiento y rentabilidad de cada empresa (Unidad) que se examina. Se añaden todos los objetivos vistos anteriormente de la distribución y saneamiento mediante la relación de diferentes variables que hacen posible este estudio. A continuación, se muestra en la Tabla 6 las variables utilizadas junto a la unidad de medida utilizada.

Caso de estudio 3			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	Red de saneamiento	km
Energía eléctrica consumida (MW)	m ³	Red abastecimiento	km
Trabajadores		Aguas residuales tratada	m ³
		Aguas distribuidas	m ³

Tabla 21 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 3'

- Inputs

En este caso se ha decidido incluir en las entradas todas las variables que afectan a lo invertido por la compañía, sin especificar en ninguna etapa, de manera general. Gastos materiales, al igual que en los dos casos anteriores se incluye para reflejar el impacto de la inversión económica de la empresa en los resultados finales. La energía eléctrica consumida, refleja también un gasto que hace la compañía en sus instalaciones para diferentes usos, como el funcionamiento de maquinaria o la iluminación. De manera

análoga ocurre con la siguiente variable, los trabajadores. Representa al igual que los anteriores una fuente de inversión que hace la empresa a través de las horas que trabajan sus empleados a lo largo de la jornada laboral.

- Outputs

Ahora identificaremos las salidas. Aunque antes ha sido incluida como input, la red de distribución en este caso se ha considerado como output. Al elegir en las variables de entrada todo lo que la compañía invierte, la red de abastecimiento queda como resultado fruto de estas. Tanto la longitud como el buen estado de la red dependen de las variables de entrada antes explicadas, es decir, de la inversión que hace la compañía. Las mismas razones se aplican a la siguiente, la red de saneamiento. Al igual que la anterior ya había sido utilizada como input en el anterior caso, pero en este queda en la columna de outputs por las razones ya expuestas. En cuanto al agua distribuida y el agua tratada, se puede aplicar un concepto análogo. Dependen de los gastos, trabajadores y de la energía eléctrica consumida ya que afecta al volumen de ambas, al igual que el coste de mantenimiento, los empleados, la calidad y capacidad de instalaciones etc.

4. Implementación y resultados

En este siguiente apartado se procederá a la resolución del modelo para los tres casos ya explicados. Para ello, se hace uso del software EMS, a partir del cual se introducirán las variables de entrada y salida de cada caso y devolverá el resultado de cada uno de los mismos. A continuación, se entrará algo más en detalle sobre este software de resolución de modelos DEA.

4.1 Software EMS

Como se ha explicado en la introducción, se va a utilizar EMS. Un software gratuito para uso estudiantil que resuelve casos DEA. El método de resolución es el siguiente.

- Se abre la aplicación y se encuentra la siguiente página.



Figura 35 'inicio EMS'

- Una vez abierta se pulsa en file y se cargan los datos del caso específico previamente puesto en un formato específico en una hoja de Excel.

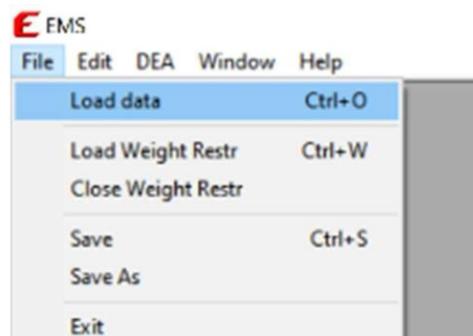


Figura 36 'Carga de datos EMS'

- Una vez se selecciona el Excel con los datos se pincha en abrir. Una vez cargado el caso, se pulsa en DEA, ‘Run model’.

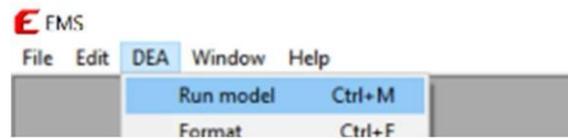


Figura 37 'Ejecutar modelo EMS'

- Una vez se selecciona, aparecerá el siguiente menú:

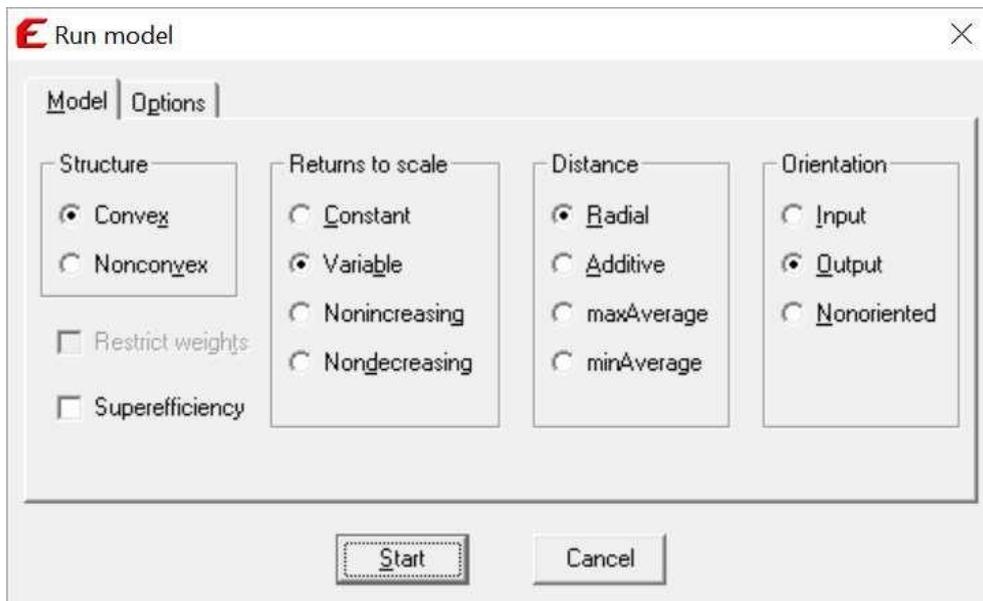


Figura 38 'Menú modelo EMS'

- En este menú aparecen varias opciones que se van a explicar ahora.

Lo primero que se debe seleccionar es el tipo de estructura, en nuestro caso se utilizara una estructura convexa, como los modelos que se han explicado en la metodología.

En el segundo apartado y quizás más importante en el estudio, los rendimientos a escala. Como sea explicado en la metodología, el rendimiento constante a escala es el utilizado por el modelo DEA-BCC, mientras que el rendimiento variable a escala corresponde al DEA-CCR. Debido al análisis de datos del apartado anterior se cree más conveniente

utilizar el segundo, debido a la diferencia de valores entre unidades. (Sobre todo por las unidades de Madrid y Barcelona, con valores mucho más altos que el resto).

En distancia se usará Radial, ya que es el utilizado y explicado en este estudio por ambos modelos. En cuanto a la orientación, dependiendo del caso, se utilizará Input-Oriented u Output-oriented. Después de configurar estos pasos se pulsa en ‘Start’ y nos dará la resolución. Se mostrará como ejemplo el caso 1 orientado a los inputs.

	DMU	Score	Gastc mater {()}\V}	Red abast {()}\V}	Traba {()}\V}	Lluvia {()}\V}	rdidas	Agua distrib {()}\V}	Perso abast {()}\V}	Benchmarks	{S} Gastc mater {()}\V}	{S} Red abast {()}\V}	{S} Traba {()}\V}	{S} Lluvia {()}\V}	{S} 1/Pér {()}\V}	{S} Agua distrib {()}\V}	{S} Perso abast {()}\V}
1	ÁLAVA	91,73%	0,00	0,00	0,70	0,29	0,00	0,00	1,00	4 (0,01) 7 (0,38) 9 (0,49) 10 (0,12)	0,30	87,74	0,00	0,00	0,00	89,43	0,00
2		85,97%	0,00	0,00	0,64	0,36	0,00	0,00	1,00	4 (0,01) 5 (0,16) 10 (0,84)	27,54	51,17	0,00	0,00	0,00	08,06	0,00
3		59,54%	0,13	0,00	0,69	0,18	0,00	0,00	1,00	4 (0,04) 5 (0,56) 10 (0,37) 11 (0,03)	1,68	57,26	0,00	0,00	0,00	45,19	0,00
4		100,00%	0,50	0,47	0,00	0,03	0,00	0,00	1,00		5						
5	BURGOS	100,00%	0,00	0,00	0,29	0,71	0,00	1,00	0,00		4						
6		91,17%	0,22	0,00	0,00	0,78	0,61	0,00	0,39	5 (0,66) 10 (0,27) 11 (0,02) 15 (0,05)	0,00	1,60	41,00	0,00	0,00	61,86	0,00
7	CUENCA	100,00%	0,05	0,02	0,40	0,53	0,99	0,00	0,01		1						
8	GIJÓN	59,80%	0,50	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00	9 (0,46) 10 (0,53) 15 (0,01)	0,00	27,54	0,00	7,62	0,00	79,77	0,00
9	LA	100,00%	0,26	0,74	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		3						
10	LEÓN	100,00%	0,22	0,00	0,78	0,00	0,00	1,00	0,00		7						
11	MADRID	100,00%	0,50	0,04	0,20	0,26	0,01	0,99	0,00		2						
12	MÁLAGA	100,00%	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00		1						
13	PALMA	76,59%	0,24	0,48	0,00	0,29	0,00	0,00	1,00	4 (0,09) 5 (0,22) 10 (0,45) 12 (0,24)	0,02	0,00	84,22	0,00	0,00	03,83	0,00
14		53,50%	0,31	0,54	0,00	0,16	0,00	0,00	1,00	4 (0,07) 9 (0,02) 10 (0,88) 15 (0,04)	0,00	0,00	99,06	0,00	0,00	42,96	0,00
15	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		3						

Tabla 22 ‘Matriz de resultados ejemplo EMS’

El programa muestra una matriz con los resultados de las diferentes empresas y su eficiencia (En la columna ‘Score’). Las siguientes columnas hacen referencia a los inputs y outputs virtuales. Es decir, es el valor de multiplicar el peso designado por el valor de la unidad en la variable. También incluye los benchmarks. Se entrará en más detalle cuando se pase a analizar los casos específicamente. Por último, están las columnas que indican las holguras de las unidades no eficientes por cada variable. Con esto queda explicado el procedimiento seguido en el software EMS para la resolución de los casos.

4.2 Resultados caso 1

Se recuerda la tabla de variables de este caso.

Caso de estudio1			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	1/Pérdidas	€
Red abastecimiento	Km	Agua distribuida	m ³
Trabajadores		Personas abastecidas	
Lluvia	Litros/metro		

Tabla 23 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 1'

Utilizando estas variables, se analizarán un total de 15 unidades siendo estas:

CIUDAD	EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	TIPO DE EMPRESA
ÁLAVA	AMVISA (ÁLAVA)	PÚBLICA
ALBACETE	AGUAS DE ALBACETE	MIXTA
ALICANTE	AGUAS DE ALICANTE	MIXTA
BARCELONA	AIGÜES DE BARCELONA	MIXTA
BURGOS	AGUAS DE BURGOS	PÚBLICA
CÓRDOBA	EMACSA (CÓRDOBA)	PÚBLICA
CUENCA	AGUAS DE CUENCA	PÚBLICA
GIJÓN	EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	PÚBLICA
LA CORUÑA	EMALCSA (LA CORUÑA)	PÚBLICA
LEÓN	AGUAS DE LEÓN	MIXTA
MADRID	CANAL DE ISABEL II MADRID	PÚBLICA
MÁLAGA	EMASA (MÁLAGA)	PÚBLICA
PALMA DE MALLORCA	EMAYA (PALMA DE MALLORCA)	PÚBLICA
PAMPLONA	MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	PÚBLICA
SEVILLA	EMASESA (SEVILLA)	PÚBLICA

Tabla 24 'Tabla de unidades (empresas) del caso 1'

Se procede al análisis mediante EMS del primer caso.

Primero, se resolverá el modelo orientado a la entrada. El EMS nos devuelve la siguiente tabla (La misma que la del ejemplo):

	DMU	Score	Gastc mater (I)\V)	Red abast (I)\V)	Trabz (I)\V)	Lluvie (I)\V)	rdidas	Agua distrib (O)\V)	Perso abast (O)\V)	Benchmarks	(S) Gastc mater (I)	(S) Red abast	(S) Trabz (I)	(S) Lluvie (I)	(S) 1/Pér (O)	(S) Agua distrib	(S) Perso abast (O)
1	ÁLAVA	91,73%	0,00	0,00	0,70	0,29	0,00	0,00	1,00	4 (0,01) 7 (0,38) 9 (0,49) 10 (0,12)	0,30	87,74	0,00	0,00	0,00	89,43	0,00
2		85,97%	0,00	0,00	0,64	0,36	0,00	0,00	1,00	4 (0,01) 5 (0,16) 10 (0,84)	27,54	51,17	0,00	0,00	0,00	08,06	0,00
3		59,54%	0,13	0,00	0,69	0,18	0,00	0,00	1,00	4 (0,04) 5 (0,56) 10 (0,37) 11 (0,03)	1,68	57,26	0,00	0,00	0,00	45,19	0,00
4		100,00%	0,50	0,47	0,00	0,03	0,00	0,00	1,00								
5	BURGOS	100,00%	0,00	0,00	0,29	0,71	0,00	1,00	0,00								
6		91,17%	0,22	0,00	0,00	0,78	0,61	0,00	0,39	5 (0,66) 10 (0,27) 11 (0,02) 15 (0,05)	0,00	1,60	41,00	0,00	0,00	61,86	0,00
7	CUENCA	100,00%	0,05	0,02	0,40	0,53	0,99	0,00	0,01								
8	GUJÓN	59,80%	0,50	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00	9 (0,46) 10 (0,53) 15 (0,01)	0,00	27,54	0,00	7,62	0,00	79,77	0,00
9	LA	100,00%	0,26	0,74	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00								
10	LEÓN	100,00%	0,22	0,00	0,78	0,00	0,00	1,00	0,00								
11	MADRID	100,00%	0,50	0,04	0,20	0,26	0,01	0,99	0,00								
12	MÁLAGA	100,00%	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00								
13	PALMA	76,59%	0,24	0,48	0,00	0,29	0,00	0,00	1,00	4 (0,09) 5 (0,22) 10 (0,45) 12 (0,24)	0,02	0,00	84,22	0,00	0,00	03,83	0,00
14		53,50%	0,31	0,54	0,00	0,16	0,00	0,00	1,00	4 (0,07) 9 (0,02) 10 (0,88) 15 (0,04)	0,00	0,00	99,06	0,00	0,00	42,96	0,00
15	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00								

Tabla 25 'Matriz de resultados caso 1 input-oriented'

(Nota: El software tiene algún problema reconociendo el nombre de las unidades, pero se pueden reconocer porque el orden es el mismo que el de la tabla).

También se muestra las compañías ordenadas por su eficiencia. Cabe mencionar que las eficientes están ordenadas alfabéticamente.

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AIGÜES DE BARCELONA	100
AGUAS DE BURGOS	100
AGUAS DE CUENCA	100
EMALCSA	100
AGUAS DE LEÓN	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMASA	100
EMASESA	100
AMVISA	91,73
EMACSA	91,17
AGUAS DE ALBACETE	85,97
EMAYA	76,59
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	59,8
AGUAS DE ALICANTE	59,54
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	53,5

Tabla 26 'Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 1 input-oriented'

Se procede a el análisis de los resultados.

- Número de unidades eficientes

Hay un total de 8 unidades eficientes (Las marcadas en azul), lo que supone más de la mitad (53,33%). Por lo tanto, se considera según este caso que estas unidades son totalmente eficientes y no pueden reducir más sus entradas si se quieren conseguir las mismas salidas. Por el contrario, otras 7 son ineficientes. El máximo entre las unidades ha sido el 100%, mientras que el mínimo ha sido un 53,5%

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

Haciendo la media aritmética de todas las puntuaciones de las unidades se obtiene un resultado de 87.88%

- Benchmarking

En la tabla se observa una columna llamada 'Benchmarks'. Esta columna es diferente dependiendo de si la unidad es eficiente o no. El funcionamiento completo del Benchmarking está explicado en la metodología. En cuanto al software:

- Si es ineficiente, mostrará es que otras unidades se encuentran dentro de su conjunto de referencia y sus respectivas lambdas (λ). A partir de este conjunto se obtiene el punto proyectado en donde la unidad debe proyectarse para ser eficiente.
- Si es eficiente, se muestra en la cantidad de conjuntos de referencia que se encuentra esta unidad

En este caso, la compañía de León es la que más veces pertenece de las eficientes, con un total de 7. Se considera entonces que no solo ha conseguido la eficiencia, sino que también sirve como modelo para otras compañías.

Por otro lado, los conjuntos de referencia más grande son de 4, habiendo varias ciudades con este número: Álava, Palma de Mallorca, Pamplona, Córdoba y Alicante.

La mayor intensidad de lambda es de la compañía de León en el conjunto de referencia de la de Pamplona, de valor 0,88. Esto quiere decir que la proyección del punto no eficiente para conseguir en la eficiencia va a ser muy cercano al punto de León. Para que llegasen a coincidir, la lambda debería ser igual a 1.

- Holguras

Al igual que ocurre con el Benchmarking, las holguras ya están definidas en la metodología. En este caso se muestran las holguras de las unidades ineficientes para cada variable. Se comentan los resultados más significativos.

El volumen de agua distribuida está presente en las holguras de todas las unidades no eficientes. Es un patrón claro y evidente. Debido a ello, para mejorar su eficiencia, estas compañías deberían centrarse en mejorar los valores de esta variable. Al ser una variable de salida, deberían aumentarlos.

Por otro lado, las holguras de personas abastecidas, lluvia y pérdidas son 0 en todas las variables, por lo que en este caso no se debería centrar en ellas si no en las que si son mayores que 0. Ahora veremos el modelo orientado a la salida.

	DMU	Score	Gastc mater {0}\V	Red abast {0}\V	Trabz {0}\V	Lluvia {0}\V	Pérdidas	Agua distrib {0}\V	Perso abast {0}\V	Benchmarks	{S} Gastc mater {0}	{S} Red abast	{S} Trabz {0}	{S} Lluvia {0}	{S} 1/Pér {0}	{S} Agua distrib	{S} Perso abast {0}
1	ÁLAVA	108,28%	0,09	0,00	0,91	0,00	0,45	0,00	0,55	4 (0,00) 7 (0,45) 9 (0,54) 11 (0,00)	0,01	09,30	0,00	22,90	0,00	65,12	0,00
2		125,70%	0,00	0,00	0,82	0,18	0,00	0,00	1,00	4 (0,04) 7 (0,43) 10 (0,54)	43,13	66,94	0,00	0,00	0,00	33,51	0,00
3		176,99%	0,16	0,00	0,77	0,07	0,00	0,00	1,00	4 (0,07) 9 (0,14) 10 (0,71) 11 (0,07)	0,19	11,40	0,00	0,00	0,00	49,68	0,00
4		100,00%	0,00	0,95	0,00	0,05	0,00	0,50	0,50		5						
5	BURGOS	100,00%	0,00	0,00	0,18	0,82	0,01	0,88	0,11		1						
6		112,24%	0,22	0,00	0,00	0,78	0,61	0,00	0,39	5 (0,45) 10 (0,49) 11 (0,03) 15 (0,04)	0,00	48,67	52,17	0,00	0,00	26,47	0,00
7	CUENCA	100,00%	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00		4						
8	GUIJÓN	133,90%	0,45	0,00	0,55	0,00	0,35	0,00	0,65	7 (0,50) 9 (0,42) 11 (0,01) 15 (0,06)	0,00	28,30	0,00	34,70	0,00	14,37	0,00
9	LA	100,00%	0,33	0,67	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00		3						
10	LEÓN	100,00%	0,06	0,00	0,00	0,94	0,00	0,02	0,98		4						
11	MADRID	100,00%	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,50	0,50		6						
12	MÁLAGA	100,00%	0,00	0,00	0,00	1,00	0,25	0,55	0,20		0						
13	PALMA	140,16%	0,34	0,54	0,00	0,12	0,00	0,00	1,00	4 (0,13) 10 (0,75) 11 (0,01) 15 (0,10)	0,00	0,00	30,71	0,00	0,00	86,34	0,00
14		172,99%	0,00	1,00	0,00	0,00	0,70	0,00	0,30	4 (0,05) 7 (0,88) 11 (0,07)	55,05	0,00	10,81	08,46	0,00	41,08	0,00
15	SEVILLA	100,00%	0,88	0,00	0,00	0,12	0,00	0,00	1,00		3						

Tabla 27 'Matriz de resultados caso 1 output-oriented'

Se muestra también la tabla con las compañías ordenadas por su eficiencia.

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AIGÜES DE BARCELONA	100
AGUAS DE BURGOS	100
AGUAS DE CUENCA	100
EMALCSA	100
AGUAS DE LEÓN	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMASA	100
EMASESA	100
AMVISA	108,28
EMACSA	112,24
AGUAS DE ALBACETE	125,7
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	133,9
EMAYA	140,16
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	172,99
AGUAS DE ALICANTE	176,99

Tabla 28 'Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 1 output-oriented'

Se procede a su análisis.

- Número de unidades eficientes

Hay un total de 8 unidades eficientes, las mismas que en el caso anterior. En este primer caso no hay diferencia entre el número de unidades eficientes entre las dos orientaciones posibles. El máximo ha sido el 100% mientras que el mínimo entre las unidades ha sido 176,99% (Corresponde a un 56,5%).

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

Antes de realizar la media de la eficiencia, hay que recalcar un detalle de este modelo. En la tabla de 'score' se observa que las unidades no eficientes están por encima del 100%. Este se debe a que al ser output oriented, cada compañía debería estar obteniendo ese porcentaje de output respecto al real. Por tanto, si ese porcentaje es mayor a 100 significa que el output debería ser mayor del que realmente es.

Para que la eficiencia se represente de la misma manera que la otra orientación (input-oriented) para poder compararlas después, se ha pensado que para la media utilizar 100/ del valor de la columna de 'Score', lo cual nos dará un resultado equivalente.

De esta manera se obtiene una media de 88,09%

- Benchmarking

Se puede apreciar que en este caso los conjuntos de referencia han cambiado con el anterior. La unidad que se encuentra en más conjuntos de referencia es Madrid, con un total de 6. Por otro lado, las que más unidades tienen dentro de su conjunto de referencia son Álava, Albacete y Palma de Mallorca, con 4 unidades.

Por otra parte, la unidad con el máximo lambda Es pamplona con un λ de 0.88, que utiliza como benchmark a Cuenca.

- Holguras

Al igual que en el caso anterior, la variable que presenta holguras distintas que 0 en todas las unidades ineficientes en el agua distribuida, por lo que, de nuevo, las compañías deberían centrarse en la misma para mejorar la eficiencia en este caso. También destaca la red de abastecimiento que aparece en 5 de las 7 variables.

Por el lado contrario, repiten como antes las personas abastecidas y perdidas, como únicas variables en la que todas sus holguras son iguales a 0.

Una vez analizado las dos orientaciones, Se verá un resumen diferenciando por tipo y tamaño de empresas.

Por tipo de empresa:

	Input-oriented	Output-oriented
Públicas	88,43%	89,57%
Mixtas	86,38%	84,01%
General	87,88%	88,09%

Tabla 29 'Tabla por tipo de empresas caso 1'

Por tamaño (Filtrado por personas abastecidas)

	Input-oriented	Output-oriented
Pequeño (≤ 250.000)	96,49%	94,89%
Mediano (250.000-500.00)	76,05%	77,40%
Grande (500.000-1.000.000)	100,00%	100,00%
Muy grande ($1.000.000 \geq$)	100,00%	100,00%
General	87,88%	88,09%

Tabla 30 'Tabla por tamaño de empresas caso 1'

- Análisis de las tablas del primer caso

A partir de estas tablas se puede concluir que para este primer caso que evalúa la eficiencia en la fase de distribución, las empresas públicas obtienen una eficiencia mayor que las mixtas. La diferencia ronda el 2% para el caso orientado a las entradas y un 5,6% para el caso orientado en las salidas. Por lo tanto, la diferencia es mayor en el

caso de mantener constante los inputs y buscar el máximo output posible. De esta manera las empresas mixtas deberían centrarse en mejorar los resultados de la distribución con los recursos actuales, aunque también deberían intentar reducir los mismos.

La segunda tabla nos revela un dato muy interesante. Resulta que las empresas con peor resultado en este primer caso y con una gran diferencia, es el tamaño de empresa mediano, el cual ha sido ordenado por número de personas abastecidas. Se aprecia que es la categoría menos eficiente que baja la media de eficiencia al resto. Por otro lado, las empresas de tamaño grande y muy grande son todas eficientes. Las pequeñas también lo son en su mayoría.

4.3 Resultados caso 2

Se recuerda la tabla de variables de entradas y salidas del caso 2.

Caso de estudio 2			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	Fangos	TM
Red abastecimiento	Km	Agua tratada	m ³
Red de saneamiento	Km	Energía eléctrica generada	MW

Tabla 31 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 2'

Utilizando estas variables, se obtiene la siguiente tabla con las unidades que van a ser resueltas en el modelo. Son un total de 12 empresas.

CIUDAD	EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	TIPO DE EMPRESA
ÁLAVA	AMVISA	PÚBLICA
ALICANTE	AGUAS DE ALICANTE	MIXTA
BARCELONA	AIGÜES DE BARCELONA	MIXTA
CÓRDOBA	EMACSA	PÚBLICA
GIJÓN	EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	PÚBLICA
GIPUZKOA	AGUAS DEL AÑARBE	PÚBLICA
MADRID	CANAL DE ISABEL II	PÚBLICA
MÁLAGA	EMASA	PÚBLICA
MURCIA	EMUASA	MIXTA
PALMA DE MALLORCA	EMAYA	PÚBLICA
PAMPLONA	MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	PÚBLICA
SEVILLA	EMASESA	PÚBLICA

Tabla 32 'Tabla de unidades (empresas) del caso 2'

Se empieza con el análisis para el caso de orientación a la entrada. Esta es la matriz proporcionada por el software EMS.

	DMU	Score	Gastc mater (I)\V	Red abast (I)\V	Red sanez (I)\V	Agua: residu: tratad (O)	Fangc (O)\V	Energ: electr: gener (O)\V	Benchmarks	{S} Gastc mater (I)	{S} Red abast	{S} Red sanez	{S} Agua: residu: tratad (O)	{S} Fangc (O)	{S} Energ: electr: gener (O)
1	ÁLAVA	100,00%	0,16	0,51	0,33	0,00	1,00	0,00		2					
2		100,00%	0,12	0,25	0,63	0,00	1,00	0,00		1					
3		100,00%	0,50	0,00	0,50	0,88	0,12	0,00		0					
4		100,00%	0,13	0,00	0,87	0,00	1,00	0,00		0					
5	GIJÓN	100,00%	0,15	0,85	0,00	0,30	0,01	0,69		0					
6		100,00%	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00		1					
7	MADRID	100,00%	0,50	0,03	0,47	0,05	0,00	0,95		2					
8	MÁLAGA	98,80%	0,37	0,63	0,00	0,13	0,12	0,74	1 (0,02) 6 (0,50) 7 (0,03) 10 (0,17) 12	0,00	0,00	53,59	0,10	0,00	0,00
9	MURCIA	98,32%	0,32	0,38	0,31	0,46	0,54	0,00	1 (0,16) 2 (0,16) 7 (0,03) 10 (0,59) 12	0,01	0,00	0,00	0,17	0,00	30,33
10	PALMA	100,00%	0,05	0,87	0,08	0,00	0,00	1,00		2					
11		100,00%	0,08	0,00	0,92	0,00	0,43	0,57		0					
12	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		2					

Tabla 33 'Matriz de resultados caso 2 input-oriented'

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AMVISA	100
AGUAS DE ALICANTE	100
AIGÜES DE BARCELONA	100
EMACSA	100
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	100
AGUAS DEL AÑARBE	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMAYA	100
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	100
EMASESA	100
EMASA	98,8
EMUASA	98,32

Tabla 34 'Compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 2 input-oriented'

- Número de unidades eficientes

Salta a la vista que en este caso se consigue una eficiencia casi total. Un total de 10 unidades sobre 12 son eficiente, un 83,33%. Además, el máximo es del 100% y el mínimo es del 98,32%. Este último dato se debe destacar, ya que la unidad menos eficiente sigue estando muy cerca de serlo, a menos del 2%. Se puede concluir que para este caso la mayoría de las compañías cumplen con la eficiencia

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

La media en este caso es muy alta, ya que prácticamente todas las compañías son eficientes y las que no son, están rozando la eficiencia. Por tanto, el resultado de la media de todas las variables da un total de 99,76%

- Benchmarking

Al haber únicamente dos unidades no eficientes, en este caso los conjuntos de referencias son muy parecidos. Sevilla, Palma de Mallorca, Madrid y Álava forman parte de los dos conjuntos de referencia, donde se va a proyectar la unidad no eficiente para llegar a serlo.

Las dos unidades no eficientes tienen 4 unidades dentro de su conjunto de referencia.

La lambda mayor se encuentra en el conjunto de referencia de Murcia, y esa lambda hace referencia a la compañía Emasesa, de la ciudad de Sevilla.

- Holguras

Como sucede en el caso de los benchmarking al haber tan pocas unidades no eficientes, se tienen muy pocas holguras que analizar.

El agua tratada es la única variable que tiene holgura positiva en los dos casos. Sin embargo, el valor de esta es muy bajo en los dos casos.

En el caso de Málaga, destaca la holgura de la red de saneamiento, que, al ser input, debería reducir.

En el caso de Murcia, destaca la holgura de la energía eléctrica generada, que al ser output debería intentar incrementar para llegar a la eficiencia.

Ahora se mostrará el escenario output-oriented.

	DMU	Score	Gastc mater (I)\V	Red abast (I)\V	Red sanez (I)\V	Agua residu. tratad (O)	Fangc (O)\V	Energ electr gener (O)\V	Benchmarks	{S} Gastc mater (I)	{S} Red abast	{S} Red sanez	{S} Agua residu. tratad (O)	{S} Fangc (O)	{S} Energ electr gener (O)
1	ÁLAVA	100,00%	0,76	0,16	0,09	0,01	0,99	0,00		2					
2		100,00%	0,00	0,56	0,44	0,01	0,99	0,00		1					
3		100,00%	0,00	0,00	1,00	0,50	0,45	0,05		0					
4		100,00%	0,13	0,00	0,87	0,00	1,00	0,00		0					
5	GIJÓN	100,00%	0,15	0,85	0,00	0,49	0,00	0,51		0					
6		100,00%	0,34	0,19	0,47	0,25	0,00	0,74		1					
7	MADRID	100,00%	0,00	1,00	0,00	0,50	0,00	0,50		2					
8	MÁLAGA	101,99%	0,37	0,63	0,00	0,13	0,12	0,74	1 (0,01) 6 (0,50) 7 (0,03) 10 (0,16) 12	0,04	0,00	39,85	1,74	0,00	0,00
9	MURCIA	102,27%	0,32	0,38	0,31	0,46	0,54	0,00	1 (0,14) 2 (0,18) 7 (0,03) 10 (0,58) 12	0,01	0,00	0,00	0,06	0,00	30,99
10	PALMA	100,00%	0,15	0,77	0,08	0,49	0,17	0,34		2					
11		100,00%	0,08	0,00	0,92	0,00	0,43	0,57		0					
12	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	0,17	0,01	0,82		2					

Tabla 35 'Matriz de resultados caso 2 output-oriented'

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AMVISA	100
AGUAS DE ALICANTE	100
AIGÜES DE BARCELONA	100
EMACSA	100
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	100
AGUAS DEL AÑARBE	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMAYA	100
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	100
EMASESA	100
EMASA	101,99
EMUASA	102,27

Tabla 36 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 2 output-oriented'

- Número de unidades eficientes

Al igual que en la anterior orientación, se sigue obteniendo un total de 10 variables eficientes, lo que representa un total de 83,33% de las variables estudiadas en este escenario.

El máximo en este caso es del 100% (unidades eficientes) y el mínimo es de 102,27% que supone un 97,7% sobre 100. De este modo es el mínimo que más se acerca a ser eficiente de los casos output-oriented vistos hasta el momento.

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

Como en la orientación de salida anterior, para calcular la media de las eficiencias se realiza el mismo cálculo antes explicado. De esta manera, se obtiene una media entre todas las unidades del 99,65%.

De nuevo, esta media es muy cercana a 100, una nueva señal que para este caso prácticamente todas las variables han obtenido buenos resultados.

- Benchmarking

En este caso ocurre la misma situación que en el escenario orientado a las entradas. Los conjuntos de referencia son prácticamente iguales entre las dos unidades no eficientes. De hecho, solo tienen diferente una de las lambdas (Las intensidades de cada uno si son diferentes). Sevilla, Palma de Mallorca, Madrid y Álava (Al igual que antes) componen el conjunto de referencia de las dos ineficientes, sumándole Gipuzkoa al conjunto de Málaga y Alicante al conjunto de Murcia.

Las dos unidades no eficientes tienen 4 unidades dentro de su conjunto de referencia.

La lambda mayor se encuentra de nuevo en el conjunto de referencia de Murcia, haciendo otra vez referencia a Sevilla. El cambio está en el valor de lambda, aunque

prácticamente no se aprecia, ya que pasa de 0,59 en input-oriented a 0,58 en output-oriented.

- Holguras

Sucede exactamente lo mismo que con la orientación hacia a las entradas, al ser solo dos unidades no eficientes, hay poco que analizar.

Se vuelve además a repetir las mismas holguras, pero de diferente tamaño.

Las aguas tratadas están en las dos unidades, en el caso de Málaga ha crecido bastante con el caso anterior. En el caso de Murcia, disminuye su valor, pero muy reducidamente.

La holgura a destacar en Málaga sigue siendo la red de saneamiento, Aunque en este caso la holgura es menor que en el caso anterior.

Lo mismo sucede con Murcia, Se repite la holgura en la misma variable, la energía eléctrica generada. En este caso un valor muy parecido a la anterior orientación. También se le añade la holgura en los gastos materiales, solo que en este caso es un valor extremadamente bajo, 0,01.

Al igual que en el caso 1, se procede a un análisis fragmentando las compañías según su tipo y tamaño.

	Input-oriented	Output-oriented
Públicas	99,81%	99,76%
Mixtas	99,42%	99,26%
General	99,76%	99,65%

Tabla 37 'Tabla por tipo de empresas caso 2'

	Input-oriented	Output-oriented
Pequeño (≤ 250.000)	-	-
Mediano (250.000-500.00)	99,79%	99,75%
Grande (500.000-1.000.000)	99,44%	98,89%
Muy grande (1.000.000 \geq)	100,00%	100,00%
General	99,76%	99,65%

Tabla 38 'Tabla por tamaño de empresas caso 2'

- Análisis tablas del segundo caso

En este caso 2 las cifras son mucho más parecidas entre sí, ya que, al ser prácticamente todas las unidades eficientes, todas las categorías obtienen prácticamente el 100%.

De todas formas, en este caso, al contrario que el anterior, es el input-oriented el que tiene una media ligeramente mayor al output-oriented, apenas 0,1%. Pero como se ha explicado, en este caso las distancias se reducen. De esta manera, las compañías deberían mejorar más sus salidas manteniendo constante las entradas.

Las empresas públicas vuelven a ser más eficientes que las mixtas. 0,39% de diferencia en la orientación de la entrada y 0,5% en el caso de las salidas. Por lo tanto, las empresas mixtas deberían centrarse en subir la eficiencia tanto en las entradas como en las salidas, ya que en ambas están por debajo.

En cuanto al tamaño, en este caso no se tienen compañías que entren en la categoría de pequeño. La categoría en este caso menos eficiente es la grande, seguida muy de cerca por el tamaño mediano. Esto sucede debido a que solo hay dos unidades no eficientes, cada una en una de estas categorías. Al ser la muestra de mediano mayor que la de grande, También lo es la media de su eficiencia, ya que ambas compañías no eficientes tienen valores de eficiencia muy similares.

Por otro lado, al igual que en el primer caso, las compañías de tamaño muy grande vuelven a ser eficientes en su totalidad.

4.4 Resultados caso 3

Se recuerda la tabla de variables de entradas y salidas del caso 3.

Caso de estudio 3			
Inputs	Unidades de medida	Outputs	Unidades de medida
Gastos materiales	€	Red de saneamiento	km
Energía eléctrica consumida	MW	Red abastecimiento	km
Trabajadores		Aguas residuales tratada	m ³
		Aguas distribuidas	m ³

Tabla 39 'Tabla de variables de inputs y outputs con sus unidades de medida del caso 3'

En este caso se estudiarán 14 unidades, las que aparecen en la siguiente tabla:

CIUDAD	EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	TIPO DE EMPRESA
ÁLAVA	AMVISA	PÚBLICA
ALBACETE	AGUAS DE ALBACETE	MIXTA
ALICANTE	AGUAS DE ALICANTE	MIXTA
BARCELONA	AIGÜES DE BARCELONA	MIXTA
CÓRDOBA	EMACSA	PÚBLICA
GIJÓN	EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	PÚBLICA
GIPUZKOA	AGUAS DEL AÑARBE	PÚBLICA
LA CORUÑA	EMALCSA	PÚBLICA
MADRID	CANAL DE ISABEL II	PÚBLICA
MÁLAGA	EMASA	PÚBLICA
MURCIA	EMUASA	MIXTA
PALMA DE MALLORCA	EMAYA	PÚBLICA
PAMPLONA	MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	PÚBLICA
SEVILLA	EMASESA	PÚBLICA

Tabla 40 'Tabla de unidades (empresas) del caso 3'

Se procede a la resolución mediante el software EMS.

	DMU	Score	Gastc mater (I)\V	Trabz (I)\V	Energ electr consu (I)\V	Red abast (O)\V	Red sanez (O)\V	Agua distrib (O)\V	Agua residu tratad (O)	Benchmarks	{S} Gastc mater (I)	{S} Trabz (I)	{S} Energ electr consu (I)	{S} Red abast	{S} Red sanez	{S} Agua distrib (O)	{S} Agua residu tratad (O)
1	ÁLAVA	100,00%	0,24	0,36	0,40	0,00	0,28	0,00	0,72		2						
2		100,00%	0,00	0,31	0,69	0,63	0,02	0,32	0,02		0						
3		82,89%	0,32	0,00	0,68	1,00	0,00	0,00	0,00	5 (0,10) 11 (0,84) 14 (0,06)	0,00	27,09	0,00	0,00	57,86	52,73	39,43
4		100,00%	0,50	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00		1						
5		100,00%	0,00	0,00	1,00	0,17	0,00	0,83	0,00		2						
6	GIJÓN	100,00%	0,28	0,46	0,26	1,00	0,00	0,00	0,00		1						
7		100,00%	0,75	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		0						
8	LA ...	100,00%	0,37	0,63	0,00	0,00	0,00	0,09	0,91		0						
9	MADRID	100,00%	0,50	0,39	0,11	0,00	0,80	0,00	0,20		1						
10	MÁLAGA	83,52%	0,30	0,70	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1 (0,74) 9 (0,04) 14 (0,22)	0,00	0,00	14,34	67,42	0,00	32,39	87,51
11	MURCIA	100,00%	0,00	0,30	0,70	0,79	0,21	0,00	0,00		3						
12	PALMA	56,40%	0,06	0,00	0,94	0,00	0,48	0,52	0,00	4 (0,01) 5 (0,59) 11 (0,26) 14 (0,14)	1,62	31,59	0,00	01,41	0,00	0,25	55,37
13		61,74%	0,22	0,20	0,58	0,00	1,00	0,00	0,00	1 (0,23) 6 (0,18) 11 (0,40) 14 (0,19)	0,00	0,00	0,00	99,25	0,00	24,10	99,52
14	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00		4						

Tabla 41 'Matriz de resultados caso 3 input-oriented'

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AMVISA	100
AGUAS DE ALBACETE	100
AIGÜES DE BARCELONA	100
EMACSA	100
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	100
AGUAS DEL AÑARBE	100
EMALCSA	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMUASA	100
EMASESA	100
EMASA	83,52
AGUAS DE ALICANTE	82,89
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	61,74
EMAYA	56,4

Tabla 42 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 3 input-oriented'

Se procede a su análisis.

- Número de unidades eficientes

Hay un total de 10 unidades eficientes, que suponen el 71,42% del total de unidades evaluadas. Se vuelve a ver un porcentaje alto de compañías El máximo ha sido el 100% y el mínimo entre las unidades estudiadas en este caso ha sido de 56,4%

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

La media de las eficiencias de las unidades estudiadas en el caso 3 es igual a un total de 91,75%.

- Benchmarking

En este caso, la empresa que se encuentra en un mayor número de conjunto de referencias con un total de 4 es la de Sevilla, Emasesa. Es decir, todas las unidades no eficientes, Alicante, Málaga, Palma de Mallorca y Pamplona.

Por otro lado, el conjunto de referencia que contiene más unidades son los de Palma de Mallorca y Pamplona, con cuatro cada uno.

La unidad con el máximo valor de lambda dentro de su conjunto de referencia es Alicante, siendo ese Lambda el de la compañía de Murcia.

- Holguras

En este caso si encontramos variedad dentro de las holguras. Resalta a la vista que tanto el volumen de agua residual tratada, como el de agua distribuida son las dos variables con valores de holgura en todas las unidades. Por lo tanto, para mejorar la eficiencia de este caso, Las compañías deberían centrarse en aumentar esos volúmenes. Cabe mencionar también que los valores de las holguras de las aguas residuales tratadas son mayores que las del agua distribuida, por lo tanto, es la variable más a tener en cuenta en este caso en cuanto a reducción de estas holguras.

En cuanto a las redes, es la red de abastecimiento la que más holguras tiene en las unidades (3) comparado con la red de saneamiento (1). De esta manera, hay 3 compañías con holguras en red de abastecimiento y ninguna en la red de saneamiento y

una a la inversa, si tiene holgura en la red de saneamiento y ninguna en la de abastecimiento.

Hay dos compañías con holgura en el número de trabajadores. También hay una en los gastos materiales, pero su valor es muy bajo.

Por último, está la energía eléctrica consumida, con solo una holgura, lo cual da a entender que, en cuanto a esta variable, las empresas no eficientes no tienen problema con la misma y se pueden centrar en las anteriormente explicadas.

Se evaluará a continuación el modelo output-oriented. Esta es su respectiva matriz de resultados.

	DMU	Score	Gastc mater (I)(V)	Trabe (I)(V)	Energ electr const (I)(V)	Red abast (O)(V)	Red sanea (O)(V)	Agua: distrib (O)(V)	Agua: residu. tratad (O)	Benchmarks	{S} Gastc mater (I)	{S} Trabe (I)	{S} Energ electr const (I)	{S} Red abast	{S} Red sanea	{S} Agua: distrib (O)	{S} Agua: residu. tratad (O)
1	ÁLAVA	100,00%	0,46	0,35	0,18	0,61	0,36	0,03	0,01		1						
2		100,00%	0,00	0,31	0,69	0,98	0,01	0,01	0,01		0						
3		110,55%	0,07	0,00	0,93	1,00	0,00	0,00	0,00	9 (0,01) 11 (0,97) 14 (0,02)	0,04	79,08	0,00	0,00	85,23	64,45	47,52
4		100,00%	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,50	0,50		1						
5		100,00%	0,55	0,00	0,45	0,95	0,01	0,00	0,04		1						
6	GUJÓN	100,00%	0,28	0,46	0,26	1,00	0,00	0,00	0,00		0						
7		100,00%	0,75	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		0						
8	LA	100,00%	0,01	0,99	0,00	0,09	0,00	0,91	0,00		0						
9	MADRID	100,00%	0,97	0,02	0,01	0,00	0,00	0,50	0,50		3						
10	MÁLAGA	114,20%	0,30	0,70	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1 (0,68) 9 (0,05) 14 (0,26)	0,00	0,00	17,22	63,99	0,00	43,71	97,02
11	MURCIA	100,00%	0,00	0,30	0,70	0,79	0,21	0,00	0,00		3						
12	PALMA	146,55%	0,06	0,00	0,94	0,00	0,48	0,52	0,00	4 (0,04) 5 (0,01) 11 (0,69) 14 (0,26)	0,02	30,05	0,00	45,42	0,00	0,00	24,43
13		140,93%	0,11	0,00	0,89	0,00	1,00	0,00	0,00	9 (0,02) 11 (0,66) 14 (0,32)	0,18	17,21	0,00	80,10	0,00	07,59	68,01
14	SEVILLA	100,00%	1,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,97	0,00		4						

Tabla 43 'Matriz de resultados caso 3 output-oriented'

EMPRESA DE ABASTECIMIENTO	Eficiencia
AMVISA	100
AGUAS DE ALBACETE	100
AIGÜES DE BARCELONA	100
EMACSA	100
EMPRESA MUNICIPAL DE AGUAS DE GIJÓN	100
AGUAS DEL AÑARBE	100
EMALCSA	100
CANAL DE ISABEL II MADRID	100
EMUASA	100
EMASESA	100
AGUAS DE ALICANTE	110,55
EMASA	114,2
MANCOMUNIDAD DE LA COMARCA DE PAMPLONA	140,93
EMAYA	146,55

Tabla 44 'compañías ordenadas por su eficiencia en el caso 3 output-oriented'

- Número de unidades eficientes

Hay un total de 10 unidades eficientes, que, al igual que para el input-oriented, corresponde a un 71,42% de unidades eficientes. El máximo ha sido el 100% y el mínimo entre las unidades estudiadas en este caso ha sido de 140,93% (Lo que corresponde a un 68,24%)

- Media de la eficiencia de todas las unidades.

La media de las eficiencias de las unidades estudiadas en el caso 3 es igual a un total de 108.01%. Para poder comparar la eficiencia con la anterior orientación, se aplica el mismo método que en los otros casos. Tras la aplicación del método, la media de la eficiencia entre todas las unidades es de un total de 94,08%.

- Benchmarking

En cuanto al Benchmarking, se observa que es de nuevo Emasesa (Sevilla) la empresa más influyente entre las proyecciones de las empresas no eficientes. Sigue estando presente en todas ellas.

En este caso, Emaya (Palma de Mallorca) es la empresa con más unidades en su conjunto de referencia, con un total de 4 (Sevilla, Murcia y Madrid).

Al igual que en input-oriented, el máximo valor de lambda de un conjunto de referencia sigue siendo la empresa Alicante, con la lambda de la compañía de Murcia. La diferencia que en este caso el valor de esta es mayor, pasando de un 0,84 a un 0,97.

- Holguras

Se observa que hay varias diferencias en este apartado comparado con la anterior orientación.

La única variable que tiene holgura en todas las unidades es el volumen de aguas residuales tratadas, por lo que igualmente debe ser la variable a estudiar por las compañías para mejorar su eficiencia en este caso. Sin embargo, ahora el volumen de agua distribuida ya no aparece en todas las unidades. Una de las compañías que antes tenía (Aunque solo en un valor de 0,25) ya no tiene holgura en esta variable.

En cuanto a las redes de abastecimiento y saneamiento se repite el mismo caso de antes, hay más compañías con holguras en la red de abastecimiento. También se mantiene la holgura en la energía eléctrica consumida, aunque en este caso el valor de la holgura aumente.

Una de las variables que se ve más afectada, es la del número de trabajadores, que tiene una holgura más respecto a la anterior orientación. Hay que añadir que la holgura de Alicante (la compañía número 3) aumenta considerablemente.

Por último, están los gastos materiales. El número de holgura aumenta a 3, pero sus valores disminuyen mucho, y están cerca del 0.

Se procede a los análisis diferenciados las empresas al igual que antes por tipo y tamaño.

	Input-oriented	Output-oriented
Públicas	90,16%	92,67%
Mixtas	95,72%	97,61%
General	91,75%	94,08%

Tabla 45 'Tabla por tipo de empresas caso 3'

Por tamaño (Filtrado por personas abastecidas)

	Input-oriented	Output-oriented
Pequeño (≤ 250.000)	100,00%	100,00%
Mediano (250.000-500.00)	89,00%	92,18%
Grande (500.000-1.000.000)	91,76%	93,78%
Muy grande ($1.000.000 \geq$)	100,00%	100,00%
General	91,75%	94,08%

Tabla 46 'Tabla por tamaño de empresas caso 3'

- Análisis tablas tercer caso

Al contrario de lo que sucedía en el caso 1 y 2, las compañías mixtas son las que tienen una media de eficiencia superior a la pública, en las dos orientaciones. Las diferencias

entre los porcentajes son para el input-oriented de 5,56% y para el output-oriented de 4,94%, por lo que se puede concluir que las diferencias porcentuales se asimilan en los dos escenarios y no podemos determinar una por encima de la otra.

Sin embargo, en general, la media en la primera es menor que en el segundo por una diferencia del 2,33%, por lo que las empresas deberían centrarse en reducir sus inputs con las salidas que ya obtienen actualmente.

Por otro lado, en la segunda gráfica se vuelve a observar la misma tendencia de las empresas medianas que en el primer caso, ya que son las que peores porcentajes tienen, y por este motivo bajan la media de las unidades en total. Aunque también ocurre en los otros casos, en este en concreto se puede deber al tamaño de la muestra, ya que es el más grande y eso le puede estar pasando factura en los resultados. Además, en este caso la diferencia con las empresas grandes es relativamente baja.

Las empresas de tamaño pequeño (en este caso solo una, Albacete) y las de tamaño muy grande (Barcelona y Madrid) son totalmente eficientes.

4.5 Discusión general de los resultados.

Tras haber analizado los resultados de cada caso específicamente, se procede ahora a una discusión de resultados conjunta.

Tras la resolución por el software EMS, lo primero que resalta a la vista, y objetivo fundamental del modelado, es la columna de la eficiencia. El primer caso es el que peor porcentaje ha tenido en cuanto a eficiencia y número de empresas eficientes respecto al total, seguido por el tercero y ya por último el segundo.

El primer caso este asociado a la etapa de la distribución. Se trata del caso con mayor número de empresas que se estudia, por tanto, al haber una mayor muestra puede que se incremente el número de empresas ineficientes. En cuanto a los conjuntos de referencia,

se observa una variabilidad superior que en los otros dos casos. Se debe a ambas causas. Primero que al haber un número mayor de muestras hay más posibilidades que no se repitan las mismas. Segundo, al haber más compañías ineficientes hay un mayor número de conjuntos de eficiencia.

El segundo caso es el más eficiente, separándose de los otros dos. Se trata del caso de sostenibilidad y calidad del agua. Aunque puede deberse a muchas razones, se van a considerar las siguientes:

- El conjunto de variables escogidas para este caso hace que la mayoría de las compañías resulten ser eficientes.
- Al ser una muestra menor, puede ser que la media de las eficiencias aumente por ser demasiado pequeña la misma. Otra posibilidad es que las empresas que no publican los resultados en esta materia (sostenibilidad y calidad del agua) son las que obtienen malos resultados y resultarían en ineficientes.
- Realmente el nivel de eficiencia de las compañías nacionales en cuanto a sostenibilidad y calidad de agua es muy alto, resultando en que casi todas ellas resulten eficientes.

El resultado de estas razones es el comentado, apenas dos compañías no eficientes y muy cerca de serlo. Además, los conjuntos de referencia son muy parecidos debido a la falta de variedad.

Por último, tenemos el tercer caso. Este se encuentra entre los dos anteriores, sin alcanzar al segundo, pero por encima del primero. Se centraba en un enfoque más global, incluyendo en las entradas las variables de inversión de la empresa. Se sigue obteniendo una media de eficiencia alta, por encima del 90%, y un gran número de compañías eficientes, 10 de 14.

En cuanto al tamaño de la muestra, también se encuentra entre los dos, con 14. Se destaca que la muestra de empresas pequeñas es solo de una, por lo que los resultados y porcentajes de la mismo se ven afectado por ello.

Se ve una tendencia así en los resultados de mientras menor sea la muestra mejor son los resultados. Sin embargo, puede no tener relación ya que solo son tres casos y las muestras no son tan diferenciadas (Siendo las muestras de cada caso 15, 12 y 14 respectivamente).

Se pasa a comentar los resultados según el tipo de compañía. En dos de los tres casos las compañías públicas son las que mayor eficiencia tienen respecto a las mixtas, siendo únicamente el tercer caso (enfoque global) el único donde mejoran las compañías mixtas a las públicas.

Por otro lado, las compañías clasificadas por tamaño de personas abastecidas desvelan que la categoría mediana, es la menos eficiente en dos de los 3 casos, siendo además la única en no alcanzar una eficiencia del 100% en ninguno de los mismo. Una de las razones por la que esto ocurre es que son con diferencia la categoría que incluye más empresas y en casos como estos con una muestra tan pequeña, puede suceder que se concentren en la categoría que incluye a más empresas, como puede llegar a suceder en el caso 3. Aunque este no tiene por qué ocurrir, ya que también hay que tener en cuenta que una unidad no eficiente tiene mucho más peso en una categoría con una muestra menor, como ocurre en el caso 2 con la categoría grande. Cabe también destacar las compañías muy grandes, que son totalmente eficientes en todos los casos. Estas compañías son la de Barcelona (Aigües de Barcelona) y Madrid (Canal de Isabel II).

5. Conclusiones

El objeto de este estudio era analizar la eficiencia del sector de las aguas de las principales compañías en las capitales de provincia de España. Se ha realizado un total de tres casos de estudio centrándonos en diferentes fases del ciclo integral del agua y en un enfoque global de la compañía.

Debido a los altos precios que vivimos en la actualidad por la inflación, añadiéndole la sequía que ha habido a principios de año, resultaba interesante realizar este estudio sobre este sector específico. Tras la resolución de estos, se puede concluir que un alto porcentaje de las compañías españolas, cumplen con la eficiencia en este sector. Salvo en el primer caso estudiado, donde los resultados no son tan eficientes.

Se determina entonces que de las etapas estudiadas la menos eficiente es la distribución. Esto no significa que en si sea muy ineficiente, más de la mitad de las compañías resultaron eficientes, más bien resalta debido a los altos grados de eficiencia de las otras etapas. En la distribución es muy importante el trato que se le da al agua, porque de eso depende la calidad de la misma cuando llega al consumidor. También hay que añadir que se deben reducir el volumen de las pérdidas y fraudes de aguas en esta etapa, ya que daña tanto el trato al cliente, como a la imagen de la compañía.

Sin embargo, si se analiza en el segundo caso, se ve que las compañías españolas cumplen casi en su totalidad, la eficacia requerida para la sostenibilidad y calidad del agua. Solo dos compañías resultaron no eficientes y con un margen de ineficiencia muy bajo. Resalta el compromiso general del sector en este aspecto. En el tratamiento de limpieza del agua procedente de los pantanos y aguas subterráneas, que afecta directamente al agua que se consume en hogares. El caudal de agua residual tratada, que abarca el agua recogida ya utilizada para su posterior tratamiento, parte fundamental del

ciclo para devolver el agua a su fuente. Y por último la energía eléctrica generada, como fuente de consumo y evitando compras de otras fuentes que pueden dañar al medio ambiente. En todas estas variables se consigue la meta establecida, representando el compromiso de las empresas en la sostenibilidad. Se ve reflejado la cultura creciente en estos años del cuidado de los residuos y la protección del medio ambiente, además de fomentar fuentes de energía basadas en el autoconsumo y no de energías no renovables, que han sido usadas tradicionalmente.

Por último, en el tercer caso, se buscaba un enfoque más global, estando formada las entradas por las inversiones que realiza la empresa, y en las salidas los resultados que se obtenían tanto en volumen de aguas distribuidas y residuales, como en las redes de abastecimiento y saneamiento, analizando de esta manera las dos fases. Los resultados, aunque no se llega a la eficiencia del caso 2, también son muy satisfactorios. Como este caso está más centrado en la compañía en sí, mejorar los resultados de lo que invierte es un buen indicativo de su propio rendimiento. Por tanto, como la mayoría resultaron ser eficientes, se puede concluir que estas empresas son rentables desde el aspecto de la eficiencia. Por otra parte, las empresas que resultaron no ser eficientes en este caso deberán o bien mejorar sus resultados en base a su inversión (output-oriented), o bajar su inversión en base a sus resultados (input-oriented), para de esta manera poder llegar a la rentabilidad como empresa.

En cuanto a la fragmentación de empresas en cuanto a tipo, cabe mencionar que las empresas públicas están por encima en cuanto a eficiencia en dos de los tres casos, en el de distribución y en el de sostenibilidad, y por debajo en el tercero, en el enfoque más global. De este análisis se concluye por un lado que las compañías enteramente públicas consiguen una mayor eficiencia en cuanto a servicios y que las compañías mixtas por otro lado consiguen una rentabilidad mayor de sus inversiones como empresa. De esta

manera, cada tipo debería centrarse en su caos con más ineficiencia media para mejorar sus resultados.

Por último, queda comentar las empresas por su tamaño, en este caso por el número total de personas abastecidas. Resulta interesante que, por media, so las empresas de tamaño muy grande las únicas que alcanzan el 100% de eficiencia en todos los casos. Cabe recordar que dentro de esta categoría están dos compañías. Además, las empresas pequeñas también tienen un alto porcentaje de eficiencia en los dos casos que hay compañías de este tamaño. Por otro lado, las compañías de tamaño grande y, sobre todo, las de tamaño mediano, son las que menos eficiencia de media obtienen con respecto a las demás. El caso que más resalta es el primero, donde las compañías de tamaño medio obtienen una media significativamente menor que el resto. Por tanto, según estos estudios la eficiencia en este sector del agua en cuanto al tamaño de la compañía es mayor en los casos de empresas muy grandes y pequeñas, y es menor en el caso de compañías de tamaño medio.

Para concluir, se van a proponer futuras líneas de investigación. En el caso de este estudio, se piensa que un análisis incluyendo los datos de las empresas privadas podría completar el estudio actual, obteniéndose resultados más contrastados debido a la amplitud de la muestra y a un nuevo tipo de empresa. Por último, también se propone un análisis internacional, donde entren dentro del análisis las compañías del sector del agua de diferentes países y a partir del mismo encontrar el puesto que ocupa cada uno dentro de un ranking según su eficiencia.

Referencias

- [1] Embalses.net. Porcentaje de embalsado por comunidades autónomas. Visitado en marzo de 2022.
- [2] Embalses.net. Metros cúbicos almacenados por semana del año. Visitado en marzo de 2022.
- [3] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Distribución de agua registrada, usuario y periodo. 2018.
- [4] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Volumen de agua suministrada a la red por comunidades y ciudades autónomas, tipo de indicador y periodo. Volumen total de agua registrada y distribuida por tipo de usuario y volumen de agua no registrada. 2018.
- [5] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Distribución de agua registrada por comunidades y ciudades autónomas, grupos de usuarios e importe y periodo. Importe facturado por el agua suministrada. 2018.
- [6] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Distribución de agua registrada por comunidades y ciudades autónomas, grupos de usuarios e importe y periodo. Importe total de la inversión en los servicios de suministro. 2018.
- [7] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Recogida y tratamiento de las aguas residuales por comunidades y ciudades autónomas, tipo de indicador y periodo. Tratamiento de aguas residuales. 2018.
- [8] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Recogida y tratamiento de las aguas residuales por comunidades y ciudades autónomas, tipo de indicador y periodo. Importe facturado por alcantarillado y depuración. 2018.
- [9] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Distribución de agua registrada por comunidades y ciudades autónomas, grupos de usuarios e importe y periodo. Longitud de red de suministro. 2018.
- [10] Instituto Nacional de Estadística. Agricultura y Medio Ambiente. Agua. Estadística sobre el suministro y saneamiento del agua. Recogida y tratamiento de las aguas residuales por comunidades y ciudades autónomas, tipo de indicador y periodo. Longitud de red de alcantarillado. 2018.
- [11] Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos. Introducción a los modelos básicos. (Vicente Coll Serrano et al.)

- [12] The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Part III*, 253-290.(Farrel, 1957).
- [13] Data envelopment Analysis and Approaches for Measuring the Efficiency of Decision- making Units with an Application to Program follow through in US Education. Ph. D. dissertation, School of Urban and Public Affairs, Carnegie-Mellon University. (Rhodes,1978)
- [14] Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2 : 429-444. (Rhodes et al., 1978)
- [15] Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 30(9):1078-1092.(Charnes et al., 1984)
- [16] Sustainable Development and Efficiency Analysis of the Major Urban Water Utilities in Spain. *Water* 2022, 14(9), 1519. (Robles-Velasco et al., 2022). <https://www.mdpi.com/2073-4441/14/9/1519>
- [17] The sustainability of the Italian water sector. *Journal of Cleaner Production* 227 (2019) 1035-1043. (G.V. Lombardi et al., 2019).
- [18] Ownership and performance in Water Services Revisited. *Water Resour Manage* (2017) 31:2355–2373. (Suárez-Varela et al., 2016).
- [19] Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems. *Journal of Cleaner Production* 170 (2018) 330-338 (Xin Dong et al., 2017).
- [20] Accounting for operating environments in measuring water utilities. *The Service Industries Journal* Vol. 29, No. 6, June 2009, 761–773 (A.J. Picazo-Tadeo et al., 2006).
- [21] Efficiency evaluation of water consumption in a Chinese province level region. *Water* 2018, 10(6), 793. (Ping Hu et al., 2018). <https://www.mdpi.com/2073-4441/10/6/793>
- [22] Memoria 2020 Aguas municipales de Vitoria-Gasteiz; <https://sedeelectronica.vitoria-gasteiz.org/docs/wb021/contenidosEstaticos/adjuntos/es/26/00/92600.pdf>; visitada en febrero de 2022.
- [23] Memoria 2019 Aguas de Albacete; https://www.aguasdealbacete.com/documents/497974/498910/Memoria_Aguas_de_AB_2019_b%5B1%5D.pdf/fd4b7901-6a5e-49d1-745e-3c6197009ed8; visitada en febrero de 2022.
- [24] Informe de desarrollo sostenible 2019; https://www.aguasdealicante.es/documents/231378/2543694/IDS+2019+AMAE_M.pdf/f1bf9aab-e114-d919-8a87-c1338083815e; visitada en febrero de 2022.
- [25] Área metropolitana de Barcelona, ciclo del agua; <https://www.amb.cat/s/es/web/ecologia/aigua/cicle-de-l-aigua.html>; visitada en febrero de 2022.

- [26] Aguas de Burgos, quienes somos; <https://aguasdeburgos.com/conocenos/>; visitado en febrero de 2022.
- [27] Cuentas Anuales 2019 Empresa Municipal de Aguas de Córdoba; <https://www.emacsa.es/wp-content/uploads/2014/02/Cuentas-anuales-2019-portal-transparencia-.pdf>; visitada en febrero de 2022.
- [28] Aguas de Cuenca, El agua en cifras; <https://www.aguasdecuenca.es/index.php/gestion-del-agua/el-agua-en-cifras>; visitada en febrero de 2022.
- [29] Memoria 2019 de Responsabilidad corporativa Empresa Municipal de Aguas de Gijón; https://drupal.gijon.es/sites/default/files/2021-02/EMA_Memoria_Responsabilidad_Corporativa2019_BAJA.PDF; visitada en febrero de 2022.
- [30] Añarbe indicadores principales; <https://agasa.eus/es/conoce-anarbe/indicadores-principales>; visitada en febrero de 2022.
- [31] Memoria de sostenibilidad Emalcsa 2019; [https://www.emalcsa.es/uploads/tinymce/Publicaciones/M%20emalcsa%202019%20\(FIN\).pdf](https://www.emalcsa.es/uploads/tinymce/Publicaciones/M%20emalcsa%202019%20(FIN).pdf); visitada en febrero de 2022.
- [32] Informe desarrollo sostenible 2020 Aguas de León; https://www.aguasdeleon.com/documents/502804/0/AGUAS_LEON_IDS+2020_Versi%C3%B3n+web.pdf/b2488628-a2a1-5050-66de-7309ebdaf788; visitada en febrero de 2022.
- [33] Informe de sostenibilidad 2020 Canal de Isabel II; https://www.canaldeisabelsegunda.es/documents/20143/8022686/Informe_Sostenibilidad_2020.pdf/606fa83f-d763-251a-e836-6bcd90f0d5ba?t=1630494531664; visitada en febrero de 2022.
- [34] ¿Cuáles son los datos más relevantes de Emasa?; <https://www.emasa.es/preguntas-frecuentes/>; visitada en febrero de 2022.
- [35] Informe Final de Emuasa; https://www.emuasa.es/documents/771023/40765690/IDS+Informe_Final.pdf/b66037e4-7150-9ffe-0e19-cc34bfb21562; visitada en febrero de 2022.
- [36] Estado de información no financiera 2019 Emaya; <https://www.emaya.es/media/7945/estado-de-informacio-n-no-financiera-2019.pdf>; visitada en febrero de 2022.
- [37] Datos generales de la Mancomunidad Comarca de Pamplona; <http://www.mcp.es/sites/default/files/memorias/memoria2020/es/perfil-entidad/datos-generales.htm>; visitada en febrero de 2022.
- [38] Emasesa en cifras; <https://www.emasesa.com/conocenos/sobre-emasesa/emasesa-en-cifras/>; visitada en febrero de 2022.