

## ESTUDIO DEL CONTACTO CON RETROCESO ENTRE EL REFUERZO Y EL HORMIGÓN EN EL ENSAYO DE DOBLE CORTANTE PULL-PUSH

Mar Muñoz-Reja\*, Luis Távora, Vladislav Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España  
Persona de contacto: mmunozreja@us.es

### RESUMEN

El ensayo de doble cortante pull-push (DPPST por sus siglas en inglés) es una configuración de ensayo experimental utilizada para caracterizar el fallo de la unión entre un laminado de material compuesto reforzado con fibra (FRP por sus siglas en inglés) y una superficie de hormigón o fábrica de ladrillo. Debido a su simplicidad, esta configuración es uno de los ensayos más populares para determinar la resistencia tangencial en la unión entre dos sólidos. Uno de los objetivos de la presente investigación es determinar la carga que origina el despegue a lo largo de la interfase en este ensayo, y analizar el efecto de la zona de contacto con retroceso sin fricción en la región no adherida. Para este estudio, se desarrolla una solución analítica para los campos de tensión normal y tangencial a lo largo de la interfase entre los dos sólidos, utilizando un modelo basado en la viga de Timoshenko sobre una distribución de muelles.

**PALABRAS CLAVE:** CCFM, LEBIM, ensayo a cortante pull-push, contacto con retroceso.

### ABSTRACT

The Double Pull-Push Shear Test (DPPST) is an experimental test configuration used to characterize the failure of the joint between a FRP (fibre-reinforced polymer) laminate and a concrete surface. Specifically, this configuration is one of the most popular test methods for determining the shear strength in the bond between two solids due to its simplicity. One of the aims of the present investigation is to determine the load that originates a debond along the interface in this test and to analyse the effect of the frictionless receding contact zone in the debonded region. For this study, an analytical solution for the normal and shear stress fields along the interface between two solids in the DPPS test is developed, considering a Timoshenko beam on elastic foundation.

**KEYWORDS:** CCFM, LEBIM, Double pull-push shear test, receding contact.

### 1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de la resistencia a cizalladura en las uniones adhesivas ha demostrado ser un tema de interés en los últimos años, y por este motivo, se pueden encontrar en la bibliografía varias configuraciones de ensayos, con el objetivo de caracterizar adecuadamente estas uniones [1, 2].

El ensayo a doble cortante pull-push (DPPS) se puede considerar como una versión modificada del ensayo de unión a doble solape (DLJ por sus siglas en inglés), pero con diferentes condiciones de contorno (ver Fig. 1). El ensayo DPPS se utiliza ampliamente para investigar la adhesión entre un laminado de polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP) y un bloque de hormigón o ladrillo de arcilla [3].

Aunque las tensiones normales en la interfase de este ensayo se descuidan en la mayoría de los modelos existentes, algunas investigaciones han demostrado que las tensiones normales a lo largo de la interfase pueden desempeñar un papel importante en el inicio y la propagación

del fallo de la interfase [4, 5, 6, 7], especialmente para pequeñas longitudes de solape.

Además, el campo de tensión en la interfase es sensible a la posición de la zona adherida del refuerzo a lo largo del bloque de hormigón, ver [8], ya que si el refuerzo se une hasta alcanzar el extremo cargado, como se muestra en Fig. 1(a), se producen unas tensiones de compresión muy altas en esta zona. Como consecuencia, se produce una fractura temprana en el bloque de hormigón en forma de sección triangular. Por esta razón, en la mayoría de los ensayos, el refuerzo se une a partir de una cierta distancia del borde cargado del bloque de hormigón, como se muestra en Fig. 1(b). Esta zona normalmente se denomina “zona no unida” o “zona libre”. El objetivo de este estudio es obtener una solución analítica del campo de tensiones en la interfase entre los dos adherentes, teniendo en cuenta la distribución normal de tensiones. Para llevarlo a cabo se han estudiado los dos escenarios diferentes:

- La lámina de refuerzo se une hasta llegar al extremo cargado, Fig. 1(a), es decir, sin borde libre.

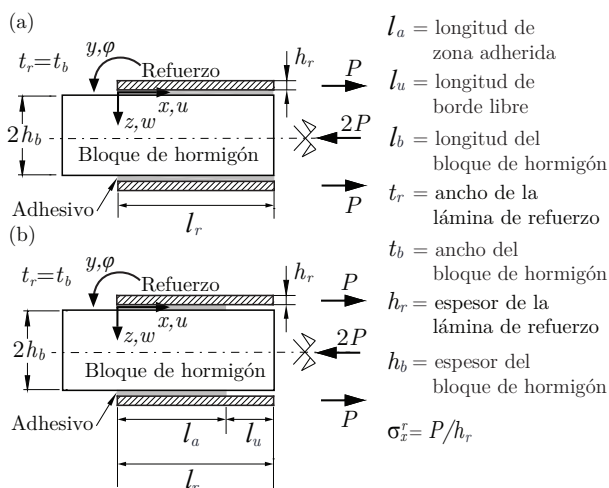


Figura 1: Ensayo a doble cortante pull-push (a) con la lámina de refuerzo adherida hasta el borde cargado del refuerzo, y (b) con la lámina de refuerzo adherida al bloque de hormigón pero con una zona libre  $l_u$  cerca del borde cargado.

- La lámina de refuerzo se une sin llegar al extremo cargado, Fig. 1(b), es decir, incluyendo una zona no unida o borde libre.

Este trabajo es la continuación del desarrollado por los mismos autores en [9].

## 2. MODELO ANALÍTICO DEL CAMPO DE TENSIONES EN LA INTERFASE DEL ENSAYO A DOBLE CORTANTE PULL-PUSH

El modelo desarrollado en esta sección (Fig. 2) utiliza una geometría simplificada que incluye condiciones de contorno de simetría a lo largo del plano medio del bloque de hormigón y se estudia bajo los siguientes supuestos principales:

- Los adherentes se modelan como vigas de Timoshenko. Debido a las condiciones de simetría, el bloque de hormigón está sometido a tensiones normales y puede deformarse a lo largo del eje longitudinal, mientras que los laminados externos de CFRP están sujetos a tensión, flexión y cortante.
- El adhesivo se modela como una interfase elástica de grosor insignificante, es decir, una distribución continua de muelles capaz de transferir tensiones normales y tangenciales. Se supone que estos valores son representativos del campo de tensión en el plano medio del espesor de la capa adhesiva, se desprecian los componentes de tensión restantes en el adhesivo.

- Se considera la hipótesis de deformación plana y un comportamiento lineal-elástico de los adherentes, siendo el refuerzo ortótropo y el bloque isótropo.
- El ancho de los adherentes y el adhesivo son iguales, es decir,  $t_r = t_b$ .

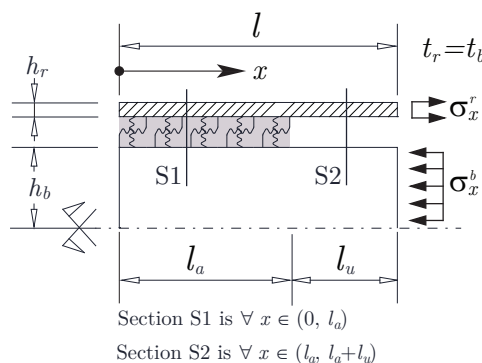


Figura 2: Modelo del ensayo a doble cortante pull-push con una zona de borde libre.

Las ecuaciones que definen los campos de tensiones y desplazamientos en la interfase se obtienen a partir de las ecuaciones de equilibrio, cinemáticas y constitutivas del modelo representado en la Fig. 2. Se debe tener en cuenta que el sistema incluye el estudio de dos zonas diferenciadas cuyas ecuaciones se plantean por separado: S1, zona de interfase sin daños; y S2, zona libre de adhesivo (borde libre). Además, la continuidad de los desplazamientos sobre la lámina de refuerzo, en el punto de intersección entre las dos zonas, se impone utilizando condiciones de contorno adecuadas. Por tanto, el diagrama del sólido libre de un elemento de longitud  $dx$  es diferente para cada zona estudiada, representado en Fig. 3(a) para la zona S1 y en Fig. 3(b) para la zona S2.

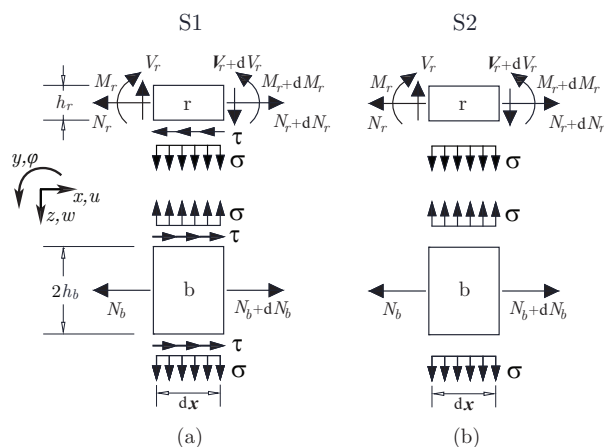


Figura 3: Equilibrio de un elemento infinitesimal del sistema de vigas (a) para la zona S1 y (b) para la zona S2.

2.1. Ecuaciones de gobierno de la zona de interfase sin daños, S1

Haciendo referencia al diagrama del sólido rígido de la zona S1 del elemento de longitud  $dx$ , representado en la Fig. 3(a), se pueden escribir las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{dN_r}{dx} - \tau = 0 \tag{1}$$

$$\frac{dV_r}{dx} + \sigma = 0 \tag{2}$$

$$\frac{dM_r}{dx} - V_r - \frac{h_r}{2}\tau = 0 \tag{3}$$

$$\frac{dN_b}{dx} + 2\tau = 0, \tag{4}$$

donde,  $N_r$ ,  $V_r$  y  $M_r$  son el axil, el cortante y el momento de la lámina de refuerzo por unidad de profundidad, respectivamente;  $N_b$  es el axil en el bloque de hormigón;  $\sigma$  y  $\tau$  son las tensiones normales y tangenciales a lo largo de la interfase entre los dos sólidos; y  $h_r$  es el espesor de la lámina de refuerzo.

Además, las ecuaciones cinemáticas para la lámina de refuerzo se pueden definir como:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dx} \tag{5}$$

$$\chi_r = \frac{d\varphi_r}{dx} \tag{6}$$

$$\gamma_r = \frac{dw_r}{dx} + \varphi_r \tag{7}$$

donde  $u_r$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\varphi_r$ ,  $\chi_r$ ,  $w_r$ , y  $\gamma_r$  son el desplazamiento longitudinal, la deformación longitudinal, la rotación de la sección transversal, la curvatura, el desplazamiento transversal y la deformación transversal, respectivamente. Debido a la condición de simetría, la única condición cinemática del bloque de hormigón es:

$$\varepsilon_b = \frac{du_b}{dx} \tag{8}$$

donde  $u_b$  es el desplazamiento longitudinal del bloque de hormigón y  $\varepsilon_b$  la deformación axial del mismo.

Además, asumiendo un comportamiento ortótropo de la lámina de refuerzo [9, 10], se pueden definir las ecuaciones constitutivas del sistema como:

$$\varepsilon_r = \frac{N_r}{E'_r h_r} \tag{9}$$

$$\chi_r = \frac{12M_r}{E'_r h_r^3} \tag{10}$$

$$\gamma_r = K_z \frac{V_r}{G_r h_r} \tag{11}$$

$$\varepsilon_b = \frac{N_b}{2E'_b h_b} \tag{12}$$

donde  $E'_r$  es el módulo de elasticidad del refuerzo para la condición de deformación plana para un material ortótropo,  $E'_b$  es el módulo de elasticidad del bloque de hormigón para la condición de deformación plana para un material isótropo,  $G_r$  es el módulo de cizalladura del refuerzo y  $K_z$  es el coeficiente de distorsión de la viga de Timoshenko (6/5, para una sección rectangular).

Como el modelo desarrollado es unidimensional, las cantidades no varían a lo largo de la profundidad del sistema. Por lo tanto, se asume que el ancho de los adherentes y del adhesivo ( $t_r$  y  $t_b$ ) son lo suficientemente grandes para lograr las condiciones de deformación plana de las Eqs. (9) y (12). Además, debido a la delgadez del refuerzo considerado en el ensayo, se podría despreciar la deformación debido al cortante. Sin embargo, se espera que el modelo analítico se aplique también a adherentes exteriores gruesos y, por tanto, se ha considerado la Eq. (11) en aras de la generalidad.

Como la capa adhesiva está modelada por una distribución de resortes, las tensiones normales y tangenciales están directamente relacionadas con sus respectivos desplazamientos relativos,  $\delta_n$  y  $\delta_t$ , entre los adherentes:

$$\tau_{S1} = k_t \delta_t = k_t \left( u_r + \varphi_r \frac{h_r}{2} - u_b \right) \tag{13}$$

$$\sigma_{S1} = k_n \delta_n = -k_n w_r \tag{14}$$

donde  $k_n$  y  $k_t$  representa la rigidez normal y tangencial de la interfase entre los dos sólidos.

Posteriormente, se deriva hasta tres veces la Eq. (13) y hasta dos veces la Eq. (14). Y después de algunas manipulaciones matemáticas, se puede conseguir una ecuación diferencial del campo de tensiones tangenciales ( $\tau_{S1}$ ) de sexto orden [9]:

$$\begin{aligned} \frac{d^6 \tau_{S1}}{dx^6} - \frac{k_n}{E'_r h_r} \left[ \frac{k_t}{k_n} \left( \frac{E'_r h_r}{E'_b h_b} + 4 \right) + K_z \frac{E'_r}{G_r} \right] \frac{d^4 \tau_{S1}}{dx^4} \\ + \frac{k_n}{E'_r h_r^2} \left[ \frac{12}{h_r} + \frac{k_t K_z}{G_r} \left( \frac{E'_r h_r}{E'_b h_b} + 4 \right) \right] \frac{d^2 \tau_{S1}}{dx^2} \\ - \frac{12k_n k_t}{E_r'^2 h_r^4} \left( \frac{E'_r h_r}{E'_b h_b} + 1 \right) \tau_{S1} = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

El campo de tensiones normales en la sección S1 puede obtenerse a partir de la solución de la ecuación anterior, Eq. (15):

$$\sigma_{S1} = \frac{E'_r h_r^2}{6} \left[ \left( \frac{1}{E'_b h_b} + \frac{4}{E'_r h_r} \right) \frac{d\tau_{S1}}{dx} - \frac{1}{k_t} \frac{d^3 \tau_{S1}}{dx^3} \right] \tag{16}$$

2.2. Ecuaciones de gobierno en el borde libre del ensayo, zona S2

Las ecuaciones de equilibrio que gobiernan el refuerzo en la zona S2 son muy similares a las de la zona S1, con la

diferencia de que en esta zona no existen tensiones tangenciales. Por tanto, las ecuaciones de equilibrio se escriben siguiendo la misma nomenclatura que la sección anterior:

$$\frac{dN_r}{dx} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dV_r}{dx} + \sigma = 0 \quad (18)$$

$$\frac{dM_r}{dx} - V_r = 0 \quad (19)$$

$$\frac{dN_b}{dx} = 0, \quad (20)$$

Las ecuaciones cinemáticas y constitutivas para esta zona S2 son exactamente las mismas que para la zona S1, tanto para refuerzo como para bloque de hormigón: desde la Eq. (5) a la Eq. (12). Sin embargo, dado que solo hay tensiones normales en la interfase de la zona S2, el comportamiento es:

$$\tau_{S2} = 0 \quad (21)$$

$$\sigma_{S2} = k_n \delta_n = -k_n w_r \quad (22)$$

Al igual que en la sección anterior, si derivamos hasta cuatro veces la Eq. (22) y sustituimos, adecuadamente, las ecuaciones de gobierno de la sección S2, se puede obtener la siguiente ecuación diferencial del campo de tensiones normales en el borde libre:

$$\frac{d^4 \sigma_{S2}}{dx^3} = k_n \left( \frac{-12 \sigma_{S2}}{E_r h_r^3} + \frac{K_z}{G_r h_r} \frac{d^2 \sigma_{S2}}{dx^2} \right) \quad (23)$$

### 2.3. Condiciones de contorno

Siguiendo los desarrollos descritos en [9], las ecuaciones diferenciales obtenidas en las Eqs. (16) y (23) pueden ser resueltas con diez condiciones de contorno del problema, ya que la ecuación diferencial del campo de tensiones tangenciales en la sección S1 es de sexto grado y la de las tensiones normales en la sección S2 es de cuarto grado. Se debe tener en cuenta, que el momento  $M_{1-2}$  y el cor-

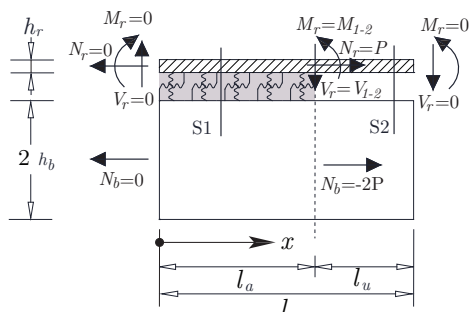


Figura 4: Condiciones de contorno usadas para resolver las ecuaciones de las tensiones en la interfase.

tante  $V_{1-2}$  debe ser el mismo evaluado en las ecuaciones

de S1 y en las ecuaciones de S2, garantizando la continuidad de los esfuerzos en el refuerzo.

El sistema propuesto es un sistema general para juntas de doble solape bajo cualquier tipo de carga. Si las cargas aplicadas en los extremos y en la intersección entre dos zonas son las mismas que en la Fig. 4, este sistema resuelve el problema específico del ensayo DPPS.

### 3. DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES CON DIFERENTES LONGITUDES DE ZONA ADHERIDA Y BORDE LIBRE, Y ESTUDIO DEL CONTACTO CON RETROCESO EN EL BORDE LIBRE

Para conocer el comportamiento de las soluciones del campo de tensiones obtenidas en los apartados anteriores, se toman los datos de la Tabla 1 para representar gráficamente las tensiones normales y tangenciales en una interfase específica. Todos los parámetros elegidos se encuentran dentro de unos rangos característicos para este ensayo proporcionados en [11]. Para poder obtener una expres-

Tabla 1: Características mecánicas y geométricas pre-determinadas utilizadas para el análisis del ensayo del DPPS.

	$l_b$ (mm)	$h_b$ (mm)	$E_b$ (GPa)	$\nu_b$	$G_b$
Hormigón	100	50	30.0	0.20	12.5
	$l_r$ (mm)	$h_r$ (mm)	$E_r$ (GPa)	$\nu_r$	$G_r$
Refuerzo	100	1.5	135.0	0.30	5
	$k_n$ (MPa/ $\mu$ m)	$k_t$ (MPa/ $\mu$ m)			
Adhesivo	0.72	0.18			

sión adimensional de la solución del campo de tensiones se utilizan los parámetros adimensionales de la Tabla 2, donde  $l_{ch}$  es la longitud característica  $l_{ch} = \frac{E_r}{k_n} = 206.04$ mm.

Tabla 2: Parámetros y variables adimensionales.

$\xi = \frac{x}{l_{ch}}$	$\hat{\tau} = \frac{\tau}{P/l_{ch}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{P/l_{ch}}$
$\lambda = \frac{l}{l_{ch}} = 0.485$	$\eta = \frac{h_r}{l_{ch}} = 0.00728$	
$\zeta = \frac{E_r}{G_r} = 29.67$	$\rho = \frac{E_r h_r}{E_b h_b} = 0.142$	$\kappa = \frac{k_t}{k_n} = 0.25$

La Fig. 5 representa el campo de tensiones normales y tangenciales donde el refuerzo está unido al hormigón a en toda la longitud de la interfase ( $l_a = l$ ). Nótese que, las distribuciones de tensiones representadas en la figura mencionada muestran que los mayores valores de tensión

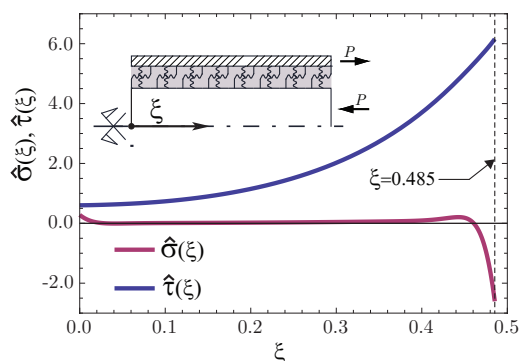


Figura 5: Distribuciones de tensiones normales y tangenciales adimensionales a lo largo de la interfase.

normal y cortante se obtienen en el extremo derecho de la interfase (extremo cargado), coincidiendo con la zona donde se aplican las cargas sobre el bloque de hormigón y laminado, ver Fig. 4. Respecto a la distribución normal de esfuerzos, es interesante notar que existe una fuerte compresión en el extremo derecho pero, a continuación de esa zona de compresión, también aparecen tensiones de tracción en una pequeña zona. Además, también existen tracciones en el extremo no cargado.

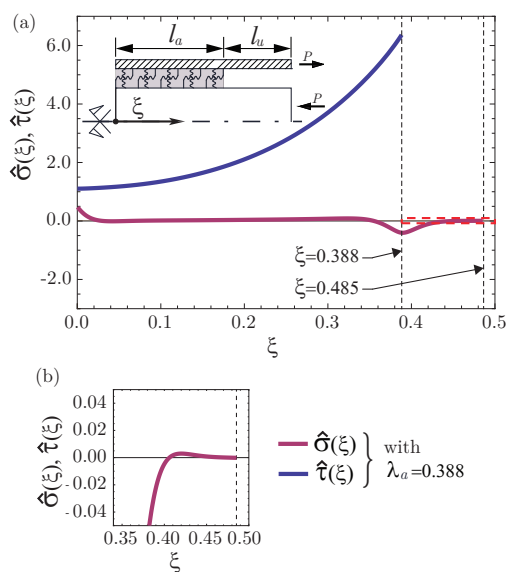


Figura 6: Distribuciones de tensiones normales y tangenciales adimensionales a lo largo de la interfase con  $\lambda=0.485$  y  $\lambda_a=0.388$  ( $l_a=80\text{mm}$ ).

La Fig. 6 representa el campo de tensiones para un caso donde el borde libre es diferente de cero y donde se puede observar que se produce un levantamiento del extremo cargado. Por esta razón, la Fig. 6(b) muestra esta pequeña zona de tracción que no garantiza adecuadamente el equilibrio en toda la interfase. En realidad, se produce debido a que no se tiene en cuenta un desplazamiento relativo

positivo entre la lamina de refuerzo y el bloque de hormigón. Estos casos en los que la zona de contacto disminuye después de la aplicación de la carga se denominan contacto en retroceso, lo que lleva a la necesidad de utilizar iteraciones numéricas para predecir el tamaño exacto de la zona de contacto [12, 13].

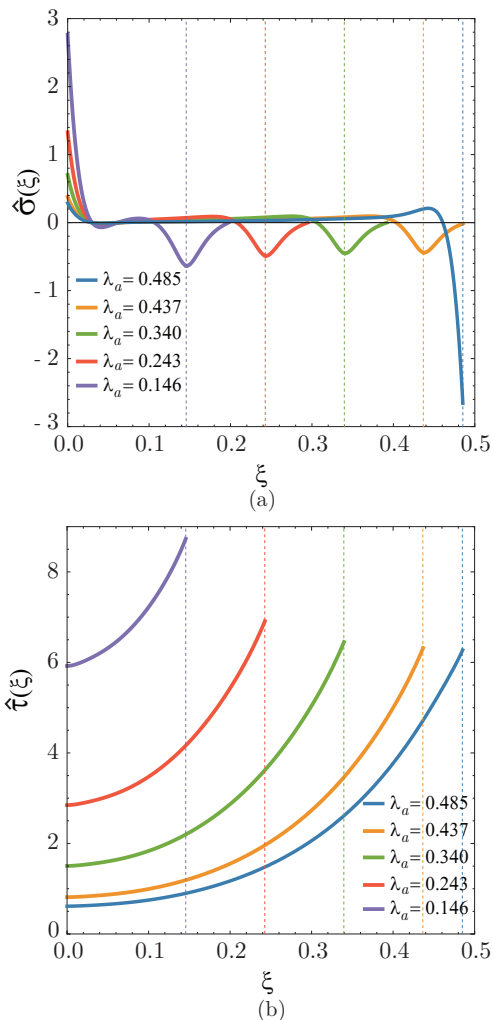


Figura 7: Distribuciones de tensiones normales y tangenciales adimensionales a lo largo de la interfase con  $\lambda=0.485$  y cinco longitudes diferentes de zona adhesiva:  $\lambda_a=\lambda=0.485$  ( $l_a=100\text{mm}$ ),  $\lambda_a=0.437$  ( $l_a=90\text{mm}$ ),  $\lambda_a=0.340$  ( $l_a=70\text{mm}$ ),  $\lambda_a=0.243$  ( $l_a=50\text{mm}$ ) y  $\lambda_a=0.146$  ( $l_a=30\text{mm}$ ).

Tenga en cuenta que el sistema lineal necesario para resolver el sistema de ecuaciones planteado en la sección anterior evalúa dos condiciones de contorno en el extremo cargado del refuerzo,  $\xi = \lambda$ . No obstante, en los casos de retroceso de contacto, estas condiciones de contorno deben evaluarse en el punto donde comienza el desplazamiento relativo positivo entre el refuerzo y el hormigón. Para obtener este punto se ha utilizado un bucle simple. En la Fig. 7 se pueden observar las distribuciones de ten-

siones normales y tangenciales adimensionales a lo largo de la interfase para cinco longitudes diferente de zona adhesiva. La figura representa la evolución de zona de contacto para un posible crecimiento del fallo de la interfase. Es interesante notar que la zona de contacto no varía sustancialmente, a medida que aumenta el borde libre.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo una solución analítica, basada en la teoría de vigas de Timoshenko, para la distribución del campo de tensiones normales y tangenciales del ensayo a doble cortante pull-push. Esta solución tiene en cuenta la zona de contacto que se produce en el borde libre del ensayo e incluso puede permitir estudiar el avance del daño en la interfase de forma analítica. Aunque este procedimiento está desarrollado para el ensayo DPPS, se puede utilizar para otros tipos de uniones doble cambiando, únicamente, las condiciones de contorno.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación de la Consejería de Economía y Conocimiento de la Junta de Andalucía y del Fondo de Desarrollo Regional Europeo (Proyecto P18-FR-1928 y Contrato US-1266016-Programa Operativo FEDER Andalucía 2014-2020), de la Junta de Andalucía y del Fondo Social Europeo (Acciones de transferencia del conocimiento AT17-5908-USE), y del Ministerio de Ciencia Innovación y Universidades y del Fondo de Desarrollo Regional Europeo (Proyecto PGC2018-099197-B-I00).

#### REFERENCIAS

- [1] L. J. Hart-Smith. Adhesive-bonded double-lap joints. Technical report, NASA Contract Report 112235, 1973.
- [2] L. J. Hart-Smith. Adhesive-bonded single-lap joints. Technical report, NASA Contract Report 112236, 1973.
- [3] J. Vaculik, P. Visintin, N.G. Burton, M.C. Griffith and R. Seracino. State-of-the-art review and future research directions for FRP-to-masonry bond research: Test methods and techniques for extraction of bond-slip behaviour. *Construction and Building Materials*, 183:325 – 345, 2018.
- [4] E. Martinelli, C. Czaderski and M. Motavalli. Modeling in-plane and out-of-plane displacement fields in pull-off tests on FRP strips. *Engineering Structures*, 33(12):3715 – 3725, 2011.
- [5] P. Carrara, D. Ferretti, F. Freddi and G. Rosati. Shear tests of carbon fiber plates bonded to concrete with control of snap-back. *Engineering Fracture Mechanics*, 78(15):2663 – 2678, 2011.
- [6] P. Carrara and D. Ferretti. A finite-difference model with mixed interface laws for shear tests of frp plates bonded to concrete. *Composites Part B: Engineering*, 54:329 – 342, 2013.
- [7] C. Czaderski, K. Soudki and M. Motavalli. Front and side view image correlation measurements on FRP to concrete pull-off bond tests. *Journal of Composites for Construction*, 14(4):451–463, 2010.
- [8] C. Mazzotti, M. Savoia and B. Ferracuti. An experimental study on delamination of FRP plates bonded to concrete. *Construction and Building Materials*, 22(7):1409–1421, 2008.
- [9] M. Muñoz Reja, P. Cornetti, L. Távora and V. Mantič. Interface crack model using finite fracture mechanics applied to the double pull-push shear test. *International Journal of Solids and Structures*, 188–189:56–73, 2020.
- [10] L. Távora, V. Mantič, E. Graciani, J. Cañas and F. París. Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials. an application to composite interlaminar fracture toughness test. *CMES-Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 58(3):247–270, 2010.
- [11] C. Mazzotti, A. Bilotta, C. Carloni, F. Ceroni, T. D’Antino, E. Nigro and C. Pellegrino. *Bond Between EBR FRP and Concrete*, chapter 3, pages 39–96. Springer Netherlands, Dordrecht, 2016.
- [12] J.A. Garrido, A. Foces and F. París. Sobre Problemas de Contacto con Retroceso Usando el Método de los Elementos de Contorno. In *Anales de Ingeniería Mecánica VI*, volume 3, pages 115–122, 1988.
- [13] J.A. Garrido, A. Foces and F. París. B.E.M. applied to receding contact problems with friction. *Mathematical and Computer Modelling*, 15(3–5):143–153, 1997.