

# CUADERNO INFORMÁTICO PARA PRÁCTICAS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Manuel Antonio Vallejo Saura  
Ángel Gaspar González Rodríguez  
Manuel Burgos Payán  
Departamento de Ingeniería Eléctrica de la  
Universidad de Sevilla  
Escuela Superior de Ingenieros

## Resumen

Se propone el uso del ordenador como cuaderno informático a fin de mejorar el aprendizaje en las clases prácticas de laboratorio. El cuaderno propuesto no es más que un conjunto de ficheros creados con Mathcad, cada uno de los cuales es una combinación de textos, figuras y ecuaciones que funcionan de forma interactiva.

*Descriptor:* Prácticas de laboratorio, Ingeniería eléctrica.

## Abstract

The use of computers as electronic notebooks in order to improve the learning process in the educational laboratory tests is proposed. The notebook suggested is nothing but a group of computer files created with Mathcad, each one of them is a combination of texts, figures and equations that work in an interactive way.

*Key words:* Eduational laboratory tests, Electrical engineering.

## I. INTRODUCCIÓN

Las prácticas de laboratorio constituyen un importante recurso didáctico en la enseñanza de multitud de materias, de entre las que cabe destacar las relacionadas con la ingeniería, en general. Las prácticas de laboratorio de las materias relacionadas con la ingeniería eléctrica que se imparten en la Escuela Superior de Ingenieros siguen, en general, un mismo esquema, que comprende dos fases. La primera es la “toma de datos”, que transcurre en el laboratorio. En

ella, los alumnos, individualmente o en parejas, realizan la práctica propiamente dicha: montan los circuitos, conectan los aparatos de medida, hacen una serie de mediciones, realizan ciertos ensayos y toman nota de los resultados de determinadas observaciones. La segunda fase es la “elaboración de resultados”, que normalmente se desarrolla en casa (o en la biblioteca de la Escuela) y, casi siempre, en pequeños grupos. La tarea consiste en utilizar la información y los datos recopilados en la fase experimental a fin de identificar

los parámetros de un modelo, obtener ciertas curvas característica, interpretar alguna observación o resultado, etc.

Tradicionalmente el profesorado elabora los cuadernos de las prácticas en los que, además de una breve introducción teórica, se suelen incluir una serie de “formularios” para facilitar la toma de datos que se realiza en el laboratorio, y unos “cuestionarios” de elaboración de resultados, que los alumnos deben cumplimentar, para lo que normalmente utilizan una calculadora.

Analizar un circuito de los utilizados en las prácticas o el funcionamiento de una máquina eléctrica no suele ser una tarea muy complicada. No obstante, en algunos casos, este trabajo debe repetirse un cierto número de veces. Por ejemplo, para obtener cualquier curva característica de funcionamiento, hay que repetir el análisis tantas veces como puntos de la curva desee obtenerse, modificando cada vez el valor correspondiente de la variable que interesa estudiar. Esta tarea, si bien no es muy complicada, como ya se ha indicado, resulta bastante laboriosa, ya que exige llevar a cabo una considerable cantidad de cálculos, usualmente con números complejos en el ámbito de la ingeniería eléctrica. Pero sobre todo, es un trabajo muy repetitivo que resulta muy poco estimulante y que puede llegar a consumir una cantidad de tiempo considerable si el proceso de cálculo y representación de las curvas se realiza manualmente, con ayuda de una simple calculadora científica.

Los ordenadores se perfilan como el recurso idóneo para llevar a cabo este tipo de tareas, ya que pueden realizar un elevado número de cálculos rutinarios, en un breve lapso de tiempo. Además, permiten mostrar los resultados en pantalla o papel mediante tablas numéricas o representaciones gráficas. En línea con la cada vez más abundante bibliografía sobre la utilización de orde-

nadores en el campo de la docencia ingeniería eléctrica (Belmans y otros, Burgos, 1991, Burgos y otros, 1994 y Gross, 1996 y Heimer, 1990), en este trabajo se sugieren las posibilidades que ofrecen paquetes matemáticos como Mathcad (Mathcad, 1994) a fin de utilizar el ordenador como cuaderno informático para facilitar el aprendizaje de los alumnos haciendo las tareas relacionadas con las prácticas de laboratorio.

El cuaderno propuesto sustituye el papel y la calculadora tradicionales por el monitor y el teclado de un ordenador, es más que un conjunto de ficheros creado con Mathcad. Cada uno de estos ficheros consiste en una combinación de textos, listas y ecuaciones.

Tanto el texto, las ecuaciones, los gráficos y los esquemas aparecen en el monitor (pantalla del monitor o papel) como aparecerían en la memoria de un sistema convencional o en un libro de texto. La diferencia fundamental estriba en que las ecuaciones son ecuaciones que funcionan es decir, el programa realiza los cálculos pertinentes, actualizando los resultados numéricos y gráficos cada vez que se modifican los datos de entrada.

## II. CUADERNO INFORMÁTICO

La selección de un paquete matemático específico para su uso como recurso informático en la forma indicada anteriormente exige la evaluación de diversos aspectos, algunos de ellos obvios, como la capacidad de cálculo y sus posibilidades gráficas entre todos ellos probablemente el más importante sea que el tiempo necesario para aprender su uso básico sea lo más reducido posible. Es decir, que presente un umbral de aprendizaje mínimo. De esta forma r

profesores se ven forzados a reservar muchas clases para su enseñanza ni los alumnos a dedicar un tiempo excesivo a su aprendizaje. Para ello es esencial que el programa sea lo más amigable y fácil de usar posible.

El programa Mathcad es un paquete matemático de uso general que satisface estos requisitos y es ampliamente utilizado en la enseñanza de la ingeniería eléctrica (DeLyser, 1996, Harger, 1996 y Northam, 1995).

La Fig. 1 muestra la interfase típica de Mathcad con un fichero que permite el análisis del régimen permanente senoidal del sencillo circuito R-L-C de la Fig. 2. Como puede verse, el programa ofrece una pantalla con el formato típico de los programas que se ejecutan bajo Windows: una barra de menús desplegable en la parte superior, debajo de la cual hay una barra de herramientas, a la que sigue la barra de fuentes. En el borde izquierdo hay una barra de botones con operadores y símbolos (se muestra

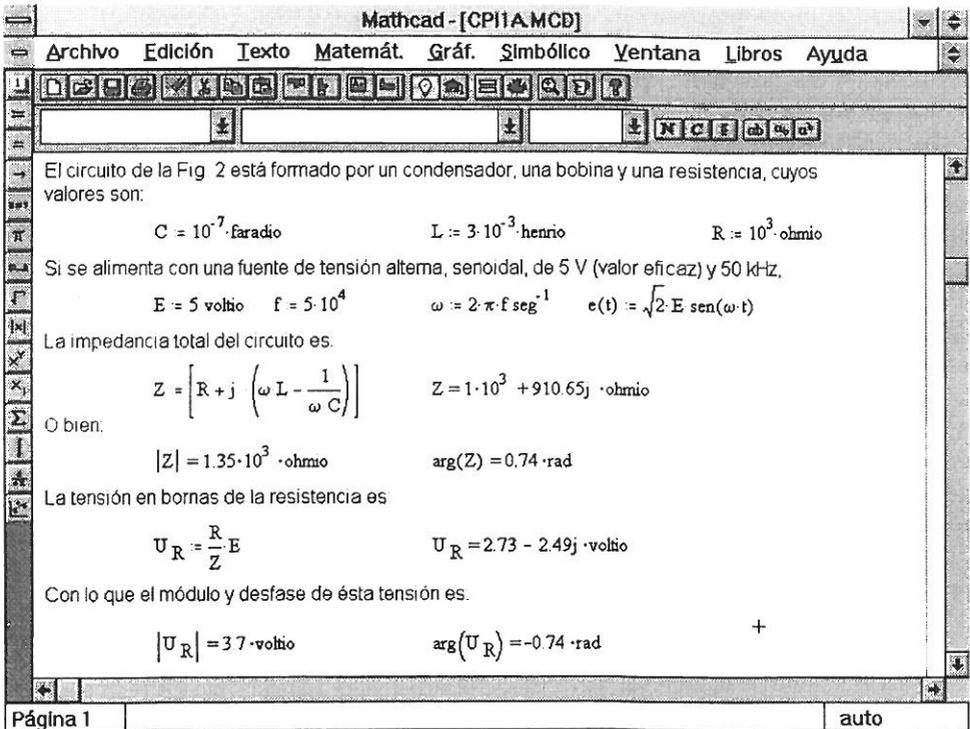


FIG. 1. Interfase de Mathcad mostrando un fichero (fragmento) para el análisis de un circuito.

la primera de las cuatro que ofrece), y las barras de desplazamiento horizontal y vertical en los bordes inferior y derecho, respectivamente.

Como puede verse, el aspecto de un documento es bastante parecido al de una página de un libro. La diferencia fundamental estriba en que mientras el texto y las figuras de un libro impreso están fijados y son inalterables, un documento creado con Mathcad es interactivo: el usuario puede hacer las modificaciones que estime oportunas (añadir, eliminar o modificar textos, cambiar los valores numéricos de los datos, modificar las expresiones, etc.) y observar la respuesta inmediatamente. Ello es debido a que el programa Mathcad combina las características de un procesador de textos con la capacidad de cálculo de una potente calculadora científica y las posibilidades gráficas de una hoja de cálculo.

La descripción textual del documento permite a los alumnos seguir muy de cerca el texto impreso de la memoria de la práctica, adaptándolo a su estilo y preferencias personales. Esto resulta muy interesante de cara a habituar a los alumnos a que no se limiten a presentar la solución, sino que deben adquirir conciencia de que la secuencia de pasos intermedios necesarios para llegar a la solución buscada y la explicación de las decisiones que se van tomando por el camino son partes esenciales de un trabajo bien hecho.

En lo que sigue se ofrecen una serie de ejemplos de las posibilidades que ofrece un paquete matemático como Mathcad a fin de utilizar un ordenador como cuaderno informático en el ámbito de la ingeniería eléctrica. Aunque este trabajo se centra en las prácticas de laboratorio, se ha incluido un último ejemplo relacionado con las clases de problemas, a las que obvia y fácilmente

puede extenderse el uso de este tipo de gramas.

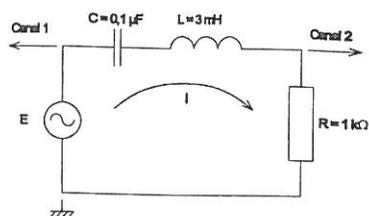


FIG. 2. Esquema de un circuito R-L-C

### A. Uso Básico de un Osciloscopio

La Fig. 2 muestra un circuito serie formado por un condensador, una bobina y resistencia, alimentado por una fuente tensión senoidal de 5 V de valor eficaz kHz de frecuencia.

La Fig. 3 muestra un fragmento de fichero de Mathcad que permite simular ciertos aspectos básicos del funcionamiento (a nivel de usuario) de un osciloscopio mostrando las ondas de tensión de la fuente (canal 1) y entre las bornas de la resistencia (canal 2), correspondientes al circuito de la Fig. 2. En la parte superior de la Fig. 3 puede verse la definición de las expresiones de las ondas de tensión de la fuente y entre las bornas de la resistencia, así como su representación gráfica, que es una simulación de la pantalla de un osciloscopio. En la parte inferior se ilustra cómo, midiendo (en divisiones o centímetros) en esa figura la distancia vertical entre los extremos positivo y negativo de la onda de tensión en bornas de la resistencia (tensión pico a pico), la distancia horizontal entre el principio y el fin de esta onda (periodo) y la distancia horizontal entre su origen y el de la onda de tensión de la fuente (desfase), se obtienen

valor eficaz de la tensión en bornas de la resistencia, su frecuencia y su desfase respecto a la de la fuente de alimentación.

Ofrecer a los alumnos un fichero de este tipo les permitiría adquirir ciertos conocimientos y destrezas básicas en el uso del osciloscopio antes de llegar al laboratorio para usarlos, como por ejemplo:

- Influencia del control de ganancia vertical en el tamaño (amplitud) de la onda mostrada.
- Influencia de la base de tiempos en el número de ciclos de la onda que se muestra en la pantalla.
- Conversión de las medidas verticales (de tensión) en divisiones o centíme-

La tensión de la fuente es:

$$e(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

La tensión en bornas de la resistencia es:

$$u_R(t) = \sqrt{2} \cdot |U_R| \cdot \text{sen}[(\omega \cdot t) + \arg(U_R)]$$

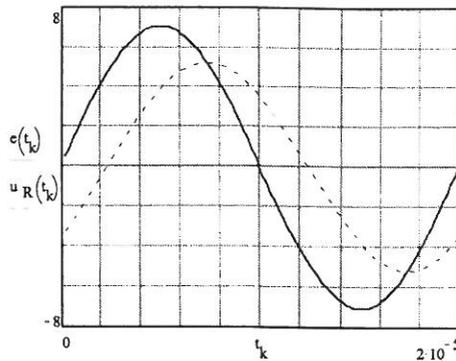
Pantalla del osciloscopio

Canal 1

Canal 2

Ganancia vertical = 2 V/división

Ganancia horizontal = 2 microseg./div.



Como puede verse, la amplitud pico a pico de la tensión en la resistencia es de 5.2 div., aproximadamente, por lo que el valor eficaz de esta tensión es:

$$U_{R\text{medido}} = \frac{5.2 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad U_{R\text{medido}} = 3.68 \quad |U_R| = 3.7 \text{ (teórico)}$$

El periodo de las ondas es de 10 div., por lo que la frecuencia correspondiente es:

$$f_{\text{medido}} = \frac{1}{10 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \quad f_{\text{medido}} = 5 \cdot 10^4 \quad f = 5 \cdot 10^4 \text{ (teórico)}$$

La onda de tensión en la resistencia retrasa 1.2 div., aproximadamente, por lo que su desfase es:

$$\phi U_{R\text{medido}} = -1.2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{10} \quad \phi U_{R\text{medido}} = -0.75 \quad \arg(U_R) = -0.74 \text{ (teórico)}$$

FIG. 3. Fragmento de un fichero que simula un osciloscopio

tros a valores de pico a pico, de cresta o eficaces (en voltios), según proceda, teniendo en cuenta el valor de la ganancia vertical utilizada.

- Conversión de las medidas horizontales en divisiones o centímetros a valores de periodo (en segundos), frecuencia (en hercios) o desfase (en radianes), según proceda, teniendo en cuenta el valor de la base de tiempos seleccionada.

Esta especie de entrenamiento previo produciría otros beneficios, entre los que cabría citar la reducción del tiempo necesario para la realización del trabajo experimental en el laboratorio, así como de los errores (algunos de ellos fatales para los equipos) producidos por un uso inexperto o incorrecto de los osciloscopios.

### B. Lugares de Impedancia y Admitancia

Si se representa la impedancia o la admitancia de un circuito como un punto en el plano complejo, la línea que resulta de unir estos puntos, al variar cualquiera de las componentes de la impedancia o admitancia, se denomina lugar (o mapa) de impedancia o admitancia, respectivamente. Si sólo se varía una componente de la impedancia o de la admitancia, el lugar resulta siempre una recta o un círculo.

La Fig. 4 muestra un fragmento de un fichero que permite representar los mapas de impedancia y admitancia del circuito de la Fig. 2, con la superposición de puntos experimentales obtenidos en el laboratorio haciendo variar la frecuencia desde 1 a 200 kHz. En la parte superior de esta figura puede verse una tabla con valores de tensiones y desfases medidos, con un osciloscopio,

a diferentes frecuencias. También puede seguirse el proceso de cálculo:

- Conversión de los valores de pico de tensión medidos en divisiones (o centímetros) a valores eficaces, teniendo en cuenta la ganancia vertical seleccionada.
- Conversión del valor de  $\theta$  medido en divisiones (o centímetros) a radianes en la proporción de la distancia horizontal correspondiente a una semionda.
- Cálculo de las componentes real e imaginaria de la impedancia y admitancia.
- Representación de los mapas de impedancia y admitancia, con superposición de los puntos experimentales.

### C. Transformador

La forma clásica de identificar las constantes del modelo de un transformador se apoya en las dos aproximaciones siguientes:

- En el ensayo del transformador a vacío, puede despreciarse la caída de tensión en la impedancia primaria que equivale a considerar que la rama de excitación está directamente conectada a la fuente de alimentación.
- En el ensayo del transformador a cortocircuito, puede despreciarse la intensidad que circula por la rama de excitación (rama abierta), lo que equivale a considerar que las impedancias primaria y secundaria (referidas al primario) están directamente conectadas en serie.

Los valores de amplitud (pico a pico) de E y UR, y el desfase de UR (respecto de E), medidos en el laboratorio con un osciloscopio y todos ellos expresados en divisiones, son los que aparecen en las tablas siguientes:

$$f_n = \quad E_{pp\ med_n} = U_{Rppmed_n} = \phi R_{med_n} =$$

1000	3.7	2.3·2	2.3
2000	3.6	2.8·2	1.7
5000	3.6	3.4·2	0.7
10000	3.6	3.4·2	-0.3
20000	3.6	3.3·2	-0.7
50000	3.6	2.8·2	-1.7
100000	3.6	4	-2.8
200000	3.7	1.6	-3.7

Los valores eficaces de E, UR e I se obtienen aplicando las ganancias correspondientes:

$$E_{rms_n} = \frac{E_{pp\ med_n} \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad U_{Rrms_n} = \frac{U_{Rppmed_n} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad I_{rms_n} = \frac{U_{Rrms_n}}{R_p}$$

El valor del desfase se obtiene sabiendo que 9 divisiones representan  $\pi$  radianes:

$$\phi R_{med_n} := \phi R_{med_n} \cdot \frac{\pi}{9}$$

La impedancia y la admitancia (y sus partes real e imaginaria) se calculan con las expresiones:

$$Z_{med_n} = \frac{E_{rms_n}}{I_{rms_n}} \quad R_{med_n} := Z_{med_n} \cdot \cos(-\phi R_{med_n}) \quad X_{med_n} := Z_{med_n} \cdot \sen(-\phi R_{med_n})$$

$$Y_{med_n} = \frac{I_{rms_n}}{E_{rms_n}} \quad G_{med_n} := Y_{med_n} \cdot \cos(\phi R_{med_n}) \quad B_{med_n} := Y_{med_n} \cdot \sen(\phi R_{med_n})$$

Ahora podemos representar los lugares de impedancia  $Z = R + j \cdot X$  y de admitancia  $Y = G + j \cdot B$ , y comprobar que resultan una recta vertical  $R = R_t$  y una circunferencia de centro  $(1/(2R_t), 0)$  y radio  $1/(\quad)$  respectivamente

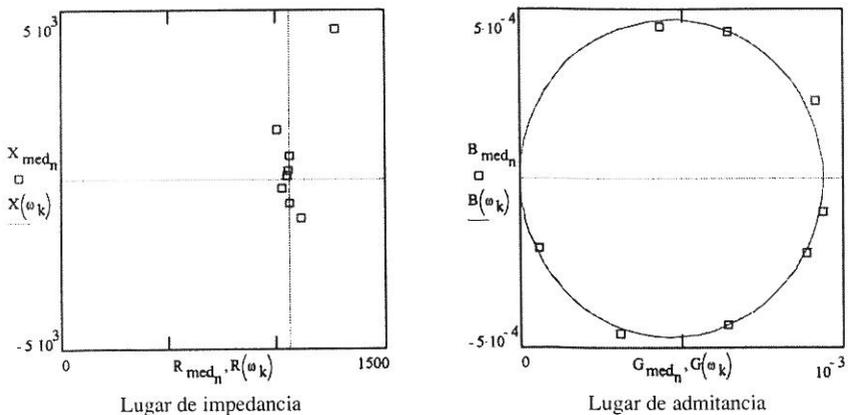


FIG. 4. Fragmento de un fichero para la determinación de mapas de impedancia.

## Cálculo (convencional) de las constantes del circuito equivalente

Las constantes de la rama de excitación se obtienen a partir de los datos del ensayo en vac

$$R_{fe \text{ aprox}} = \frac{U_{10f}^2}{P_{10f}} \quad R_{fe \text{ aprox}} = 2.8169 \cdot 10^6$$

$$X_{m \text{ aprox}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_{10f}}{U_{10f}}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_{fe \text{ aprox}}}\right)^2}} \quad X_{m \text{ aprox}} = 9.6487 \cdot 10^5$$

La impedancia de cortocircuito podemos obtenerla del ensayo de cortocircuito:

$$Z_{cc \text{ aprox}} = \frac{P_{1ccf}}{I_{1ccf}^2} + j \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{1ccf}}{I_{1ccf}}\right)^2 - \left(\frac{P_{1ccf}}{I_{1ccf}^2}\right)^2} \quad Z_{cc \text{ aprox}} = 577.77778 + 835.88646j$$

Fig. 5. Cálculo convencional de las constantes del modelo de un transformador (fragmento).

En los transformadores reales, estas aproximaciones se verifican con bastante exactitud, por lo que la forma convencional de obtener los parámetros del circuito equivalente de un transformador es la ilustrada en el fragmento de fichero que se muestra en la Fig. 5. Como puede verse, el cálculo es relativamente sencillo ya que los valores de las tres constantes que intervienen (dos de ellas reales y una tercera compleja) se obtienen con tres expresiones desacopladas (debido, precisamente, a las simplificaciones).

Para comprobar que las aproximaciones se verifican razonablemente hay que calcular los valores exactos, como se muestra en el fragmento de fichero de la Fig. 6. Como puede verse, las diferencias son muy pequeñas, inferiores al 1% que podría ser el límite inferior de los errores asociados a la propia instrumentación utilizada en los ensayos.

Como se indica en la Fig. 6, si no se hacen las aproximaciones anteriores hay

que resolver un sistema de tres ecuaciones complejas acopladas que, si bien son fáciles de escribir, resulta bastante laborioso resolver.

La Fig. 7 muestra un fragmento de fichero con el cálculo de la caída de tensión (por unidad o normalizada) en función del valor normalizado de la intensidad secundaria y de su desfase. Para los valores normales de carga de los transformadores la expresión de la caída de tensión puede truncarse aproximándose únicamente con el primer término (el término cosenoidal). Esta expresión aproximada es manejable para el cálculo "a mano" (con calculadora), y suele aproximarse bastante exactamente.

No obstante, en determinadas condiciones de carga no es aplicable la aproximación anterior, y no queda más remedio que evaluar la caída de tensión utilizando la expresión completa, lo que resulta algo laborioso si el cálculo se realiza con una simple calculadora. Si, por ejemplo, como se muestra en la parte inferior derecha de la Fig. 7.

## Cálculo exacto de las constantes del circuito equivalente:

Utilizaremos los valores aproximados para inicializar el cálculo exacto.

$$Z_p = 0.5 \cdot Z_{cc} \text{ aprox} \quad Z_s = 0.5 \cdot Z_{cc} \text{ aprox} \quad Y_e = \frac{1}{R_{fe} \text{ aprox}} + \frac{1}{j \cdot X_m \text{ aprox}}$$

Para obtenerla solución exacta basta con plantear que:

La impedancia equivalente en el ensayo en vacío es la impedancia primaria en serie con la impedancia de excitación.

La impedancia equivalente en el ensayo en cortocircuito es la impedancia primaria en serie con el equivalente de la impedancia de excitación en paralelo con la secundaria.

La impedancia primaria es igual a la secundaria.

Given

$$Z_p + \frac{1}{Y_e} = \frac{P_{10f}}{I_{10f}^2} + j \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{10f}}{I_{10f}}\right)^2 - \left(\frac{P_{10f}}{I_{10f}^2}\right)^2}$$

$$Z_p + \frac{1}{Y_e + \frac{1}{Z_s}} = \frac{P_{1ccf}}{I_{1ccf}^2} + j \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{1ccf}}{I_{1ccf}}\right)^2 - \left(\frac{P_{1ccf}}{I_{1ccf}^2}\right)^2}$$

$$Z_p = Z_s$$

La solución numérica de este sistema es:

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Y_m \end{pmatrix} = \text{buscar}(Z_p, Z_s, Y_e)$$

Con lo que los valores exactos de las constantes son:

$$R_{fe} = \frac{1}{\text{Re}(Y_m)} \quad R_{fe} = 2.81664 \cdot 10^6$$

$$X_m = \frac{1}{\text{Im}(Y_m)} \quad X_m = 9.64303 \cdot 10^5$$

$$Z_{cc} = Z_1 + Z_2 \quad Z_{cc} = 577.99581 + 836.06679j$$

FIG. 6. Cálculo exacto de las constantes del modelo de un transformador (fragmento).

pretendiese representar la variación de la caída de tensión a plena carga con el desfase, habría que repetir los cálculos tantas veces como puntos hiciera falta representar. Esto traería consigo un consumo de tiempo realmente grande y, finalmente, la necesidad de utilizar otro programa para realizar la representación gráfica.

En la parte inferior izquierda de la citada Fig. 7 puede verse cómo la solución numérica de una ecuación trascendente con un programa de este tipo es algo realmente sencillo y rápido. Basta con indicar cuál es la expresión que desea anularse: la caída de tensión (previamente definida en el documento), en este caso.

## Caída de tensión

Para calcular la caída de tensión necesitamos conocer el ángulo de la  $Z_{cc}$ , que vale:

$$\varphi_{cc} = \arg(Z_{cc}) \quad \varphi_{cc} = 0.96591$$

y utilizar la expresión:

$$\Delta U_{pu}(I_{2pu}, \varphi) = U_{ccpu} \cdot I_{2pu} \cdot \cos(\varphi_{cc} - \varphi) + 1 - \sqrt{1 - (U_{ccpu} \cdot I_{2pu} \cdot \sin(\varphi_{cc} - \varphi))^2}$$

La caída de tensión para 3/4 de carga puramente capacitiva es:

$$\Delta U_{pu}\left(0.75, -\frac{\pi}{2}\right) = -0.02338$$

(Efecto Ferranti: subida de tensión)

La caída de tensión nula se produce, aproximadamente, para una carga (cualquiera) cuyo desfase sea:

$$\varphi = \varphi_{cc} - \frac{\pi}{2} \quad \varphi = -0.60488$$

La caída de tensión nula a plena carga se produce para una carga cuyo desfase sea:

$$\varphi_0 = \text{raíz}(\Delta U_{pu}(1, \varphi), \varphi) \quad \varphi_0 = -0.62394$$

Caída de tensión a plena carga

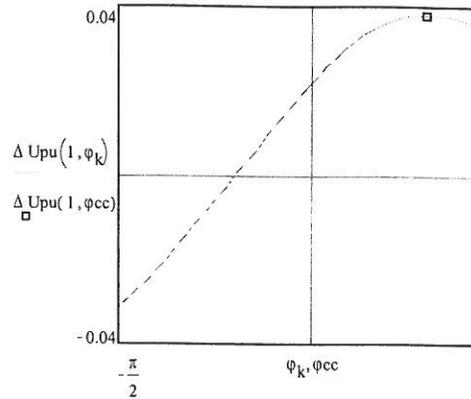


FIG. 7. Cálculo de la caída (fragmento).

La Fig. 8 muestra la variación de la caída de tensión en función del valor normalizado de la intensidad secundaria (índice de carga) y del desfase. En la parte izquierda, la caída de tensión se representa mediante una superficie en la que puede apreciarse simultáneamente cómo la caída varía de forma aproximadamente lineal con el índice de carga, y senoidalmente con el desfase. En la parte derecha se muestra la misma información mediante un mapa de curvas de nivel. Este tipo de representaciones resultan prácticamente inabordables “a mano”.

## D. Motor de Inducción

La Fig. 9 muestra un fragmento de fichero que permite analizar el funcionamiento de un motor de inducción trifásico que arrastra una carga mecánica que le exige un par resistente de tipo parabólico (bomba o un ventilador). En la parte central puede verse una figura que muestra la variación de los pares motor y resistente con la velocidad.

El punto de cruce de ambas curvas corresponde a la velocidad y el par de funcionamiento en régimen permanente, que se obtiene

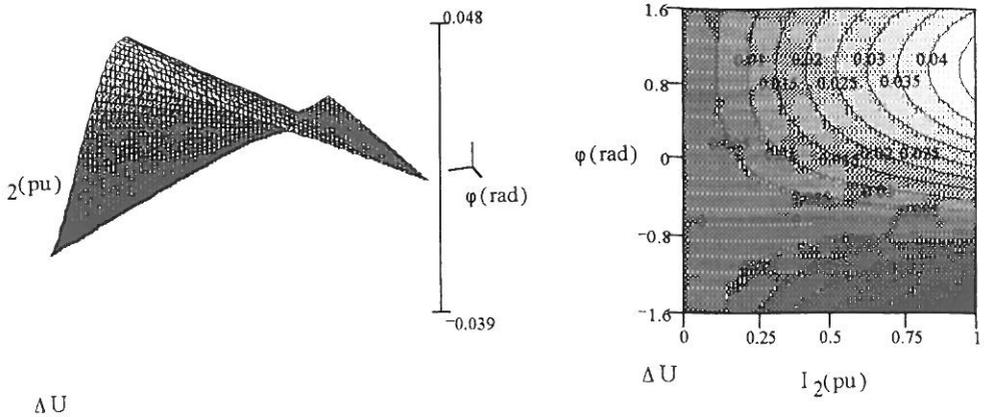


FIG. 8. Variación de la caída de tensión con el índice de carga y el desfase.

resolviendo la ecuación de equilibrio entre par motor y resistente, como se muestra también en la citada Fig. 9.

Una vez conocido el punto de funcionamiento en régimen permanente puede calcularse el tiempo de arranque, estimado en este caso mediante el tiempo de establecimiento al 98%. El cálculo de este tiempo exige la integración (normalmente numérica) de la inversa del par acelerador (diferencia entre el par motor y el resistente). La realización "manual" de este tipo de cálculos, sobre todo si se pretende obtener una cierta precisión en el resultado, exige una cantidad de tiempo considerable. En la parte inferior de la antes citada Fig. 9 se muestra lo simple que puede resultar el cálculo del tiempo de arranque del motor, cuando se utiliza un programa del tipo Mathcad.

### E. Cortocircuito Asimétrico

En este último caso se trata de ilustrar la utilización del programa en las clases de problemas, tanto en las propias clases como en la resolución de problemas propuestos para que los alumnos los resuelvan en casa.

En la Fig. 10 aparece el fragmento de un fichero que corresponde al cálculo del valor de la impedancia que es visto por un dispositivo de protección de tipo Mho, situado en un extremo de la línea (se designarán por R y S los extremos de la línea), para una falta monofásica a tierra en la fase *a*, considerando una resistencia de falta  $R_f$ .

En la primera parte del fichero (no mostrada en la figura) se han calculado previamente las reactancias correspondientes a los circuitos equivalentes de los sistemas de potencia conectados por la línea en estudio

El equivalente Thevenin desde las bornas de la resistencia rotórica efectiva es:

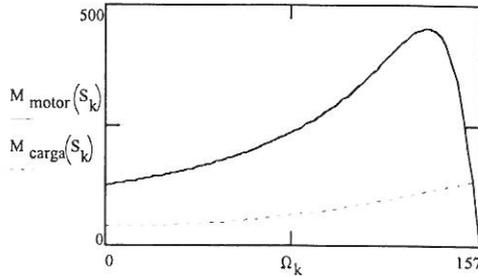
$$Z_{Th} = j \cdot X_2 + \frac{1}{Y_m + \frac{1}{Z_1}} \quad U_{Th} = \frac{U_1}{Z_1 + \frac{1}{Y_m}} \cdot \frac{1}{Y_m}$$

Lo que permite expresar el par motor como:

$$M_{motor}(s) = 3 \cdot \frac{R_2}{s \cdot \Omega_1} \cdot \left[ \frac{U_{Th}}{\left( \frac{R_2}{s} + Z_{Th} \right)} \right]^2$$

Por otra parte, se aplica una carga cuyo par varía cuadráticamente con la velocidad de la forma

$$M_{carga}(s) = 40 + 0.004(\Omega_1 \cdot (1 - s))^2$$



Para calcular la velocidad (deslizamiento) de funcionamiento hay que resolver numéricamente la ecuación de equilibrio de pares. Para ello hemos de inicializar la solución con un valor, por ejemplo  $s = 0.001$

Ahora podemos plantear el equilibrio de pares y obtener la solución:

$$s_{func} = \text{raíz}(M_{motor}(s) - M_{carga}(s), s) \quad s_{func} = 0.01933$$

Para este deslizamiento, los valores de velocidad y par son:

$$\Omega_{func} = \Omega_1 \cdot (1 - s_{func}) \quad \Omega_{func} = 154.04373 \quad M_{motor}(s_{func}) = 134.91689$$

Para calcular el tiempo de arranque (establecimiento al 98%) basta con expresar el deslizamiento en función de la velocidad:

$$s(\Omega) = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_1}$$

e integrar la ecuación de equilibrio de pares:

$$T_{arranque} = \int_0^{0.98 \Omega_{func}} \frac{J}{M_{motor}(s(\Omega)) - M_{carga}(s(\Omega))} d\Omega \quad T_{arranque} = 3.85965$$

FIG. 9. Punto de funcionamiento y tiempo de arranque de un motor de inducción.

(XRcc y XSc), así como las reactancias de cortocircuito de los transformadores (XRt y XSt) y las reactancias de la línea hasta el

lugar de la falta (XR11 y XS11 para secuencias positiva y negativa, y XR10 para la homopolar).

Reactancias calculadas de los circuitos de secuencia positiva y negativa

$$X_{Rcc} = 16 \quad X_{Rt} = 12 \quad X_{R11} = 72$$

$$X_{Scc} = 45.71429 \quad X_{St} = 37.33333 \quad X_{S11} = 48$$

Reactancias calculadas del circuito de secuencia homopolar

$$X_{Rt} = 12 \quad X_{R10} = 216 \quad X_{St} = 37.33333 \quad X_{S10} = 144$$

Reactancias equivalentes de los distintos circuitos y coeficientes de contribución de corriente

$$X_1 = X_{R1} \cdot \frac{X_{S1}}{X_{R1} + X_{S1}} \quad X_2 = X_1 \quad X_0 = X_{R0} \cdot \frac{X_{S0}}{X_{R0} + X_{S0}}$$

$$c_1 = \frac{X_1}{X_{R1}} \quad c_2 = c_1 \quad c_0 = \frac{X_0}{X_{R0}}$$

Intensidad de falta para distintas resistencias de falta.

$$N = 200 \quad n = 0..N \quad R_{f_n} = n \quad I_{f_n} = \frac{U_b}{\sqrt{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_0) \cdot j + R_{f_n} \cdot 3}$$

Definición de la función  $R^3 \rightarrow R^3$  que pasa una magnitud en 0 1 2 a valores de fase.

$$a := \exp\left(j \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 2\right) \quad f_{sim}(m_0, m_1, m_2) := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}$$

Intens.de falta que proviene del extremo R y tensión en el trafo a las secuencias 0 1 2

$$I_{1R_n} = I_{f_n} \cdot c_1 \quad I_{2R} = I_{1R} \quad I_{0R} = I_{f_n} \cdot c_0$$

$$V_{1Rh} = \frac{U_b}{\sqrt{3}} - I_{1R} \cdot (X_{Rcc} + X_{Rt}) \cdot j \quad V_{2Rh} = 0 - I_{1R} \cdot (X_{Rcc} + X_{Rt}) \cdot j \quad V_{0Rh} = 0 - I_{0R} \cdot X_{Rt} \cdot j$$

Transformación de los valores en 0, 1 y 2 a valores en a,b,c

$$\begin{bmatrix} I_{aR_n} \\ I_{bR_n} \\ I_{cR_n} \end{bmatrix} = f_{sim}(I_{0R_n}, I_{1R_n}, I_{2R_n}) \quad \begin{bmatrix} V_{aRh_n} \\ V_{bRh_n} \\ V_{cRh_n} \end{bmatrix} = f_{sim}(V_{0Rh_n}, V_{1Rh_n}, V_{2Rh_n})$$

Valor calculado como impedancia ante falta fase-tierra.

$$k = \frac{X_{01} - X_{11}}{3 \cdot X_{11}} \quad k = 0.66667 \quad Z_{R_n} = \frac{V_{aRh_n}}{(I_{aR_n} + 3 \cdot k \cdot I_{0R_n})}$$

FIG. 10. Valores de Z, V e I vistas desde un extremo en función de la resistencia de falta.

$$M = 360 \quad m = 0..M \quad Z_{mho_m} = 49j + 49 \cdot \exp\left(j \cdot \frac{m}{M} \cdot \pi \cdot 2\right)$$

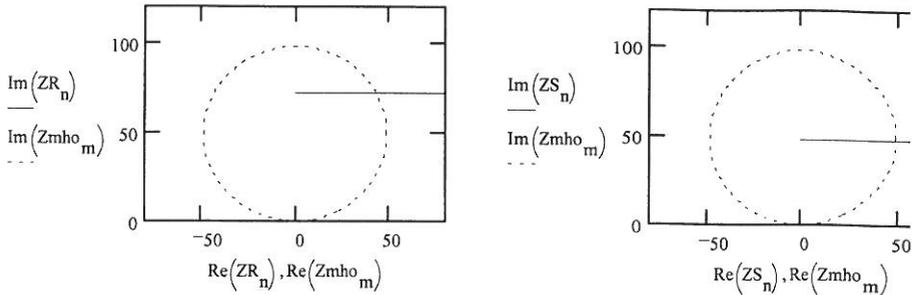


FIG. 11. Situación respecto a una Mho de la variación con Rf de la impedancia vista.

De nuevo, la definición de las distintas expresiones que permiten calcular los valores de las magnitudes de interés en función de la resistencia de falta evita la realización de cálculos repetitivos. De esta forma, en la Fig. 11 se visualiza fácilmente cómo evoluciona la impedancia vista por el dispositivo de protección en R (izquierda) y S (derecha) en función de la resistencia de falta. Para valores bajos de dicha resistencia, la impedancia vista queda dentro de la característica Mho, lo que haría disparar el relé. Para

valores superiores, el falseamiento oriado por esta resistencia hace caer la impedancia fuera de la característica Mho, c que al menos la parte de la protección correspondiente a este ajuste, no dispa

En la Fig. 12 se muestra la representación de la potencia compleja suministrada por el extremo R en función de la resistencia de falta. En la figura de la izquierda muestra descompuesta en parte activa y reactiva, en tanto que en la figura de la derecha, en módulo y argumento.

$$SR_n = VaRh_n \cdot \overline{IaR_n} + VbRh_n \cdot \overline{IbR_n} + VcRh_n \cdot \overline{IcR_n}$$

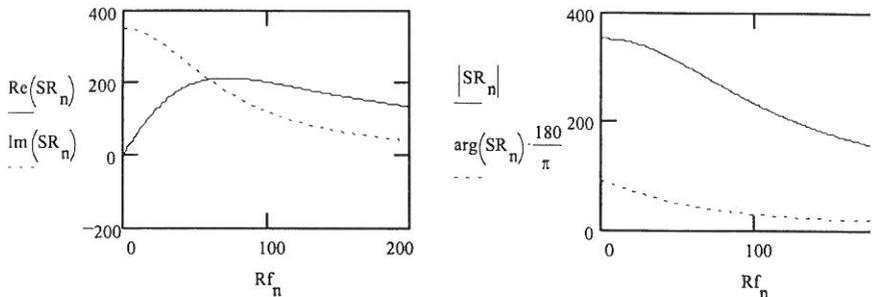


FIG. 12. Potencia compleja suministrada por el extremo R en función de Rf.

Finalmente, indicar que el programa Mathcad no sólo ofrece posibilidades de cálculo numérico, sino que incluye también un procesador simbólico (basado en Maple) que permite simplificar expresiones, expansiones en serie, inversión, trasposición y obtención del determinante de una matriz, resolución de sistemas de ecuaciones lineales, integración y diferenciación, etc.

### III. CONCLUSIONES

Se ha ofrecido una muestra de las posibilidades que ofrece un paquete matemático de uso general como Mathcad a fin de utilizar el ordenador como cuaderno informático. Mediante una serie de ejemplos en el campo de las prácticas de laboratorio de la ingeniería eléctrica se han ilustrado sus principales características. En el último de estos ejemplos se ha sugerido la extensión de su uso a las clases de problemas.

La combinación de características que ofrece el programa: procesador de textos, capacidad de cálculo y sus posibilidades gráficas, junto a su reducido umbral de aprendizaje y su facilidad de uso, permite a los alumnos crear documentos con un aspecto similar al de los libros de texto, pero que, a diferencia de éstos, no son estáticos, son interactivos: pueden modificarse y responden instantáneamente a los cambios que se introduzcan. El programa incorpora también un procesador simbólico que, aunque no se ha ilustrado en este trabajo, amplía su ámbito potencial de uso.

La utilización de ordenadores en las tareas de los alumnos permite lograr un mejor aprendizaje ya que, los hace intervenir activamente en su propio aprendizaje, permite adaptar el estilo de enseñanza a su forma individual de aprender y evita el tedio que suponen las tareas rutinarias y reiterati-

vas en su trabajo, permitiéndoles hacer un uso más eficiente del tiempo.

### REFERENCIAS

- BELMANS, R. REEKMANS, R., VERDYCK, D. y GEYSEN, W. (1988). Computer Aided Testing of Electrical Machines in the Teaching Laboratory. *International Conference on Electrical Machines (Pisa, September 12-14)*, 355-359.
- BURGOS, M. (1991). Mejora de una Práctica de Laboratorio Utilizando un Ordenador. *Actas del I Congreso Internacional sobre Calidad de la Enseñanza Universitaria (Puerto de Santa María, 6-8 de Marzo)*, 26-35.
- BURGOS, M., CASAL, M., CRUZ, P., GONZÁLEZ, Á.G., IZQUIERDO, C., VALLEJO, M.A. (1997). Resolución de Problemas de Máquinas Eléctricas con Matlab. *REVISTA DE ENSEÑANZA UNIVERSITARIA (I.S.S.N.: 1131-5245 ICE de la Universidad de Sevilla)*.
- BURGOS, M., GONZÁLEZ, Á.G., VALLEJO, M.A. (1994). Generadores de Inducción en las Prácticas de Laboratorio. *REVISTA DE ENSEÑANZA UNIVERSITARIA (I.S.S.N.: 1131-5245 ICE de la Universidad de Sevilla)*, No. 7-8, Junio-Diciembre, 87-101.
- DELYSER, R.R. (1996). Using Mathcad in Electromagnetics Education. *IEEE TRANS. on EDUCATION*, Vol. 39, No. 2, May, 198-210.
- GROSS, C.A. (1996). EMAP. An Aid to Understanding Energy Conversion Device Performance. *IEEE TRANS. on POWER DELIVERY*, Vol. 11, No. 2, May, 607-612.
- HARGER, R.O. (1996). Introducing DSP with an Electronic Book in a Computer Classroom. *IEEE TRANS. on EDUCATION*, Vol. 39, No. 2, May, 173-179.
- HEIMER, M.L. (1990). Outlook for the Use of Computer Simulations in Electrical Engineering Education. *Engineering Education 2000, 1990 Frontiers in Education*

- Conference Proceedings, Viena, July 2-4, 516-518.*
- NORTHAM, D.Y. (1995). Introducing Computer Tools into a First Course in Electrical Engineering. *IEEE TRANS. on EDUCATION*, Vol. 38, No. 38, No. 1, February, 16.
- MATCAD 4.0 Versión para WIND  
MANUAL DEL USUARIO (Mathsoft, Inc., Cambridge.