

Trabajo Fin de Máster

Máster en Ingeniería Industrial

Parametrización de un sistema de control para la estabilidad lateral de la bicicleta

Autor: Francisco José Begines Gavira

Tutor: Joaquín Ojeda Granja

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022



Trabajo Fin de Máster
Máster en Ingeniería Industrial

Parametrización de un sistema de control para la estabilidad lateral de la bicicleta

Autor:

Francisco José Begines Gavira

Tutor:

Joaquín Ojeda Granja

Profesor titular

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Proyecto Fin de Carrera: Parametrización de un sistema de control para la estabilidad lateral de la bicicleta

Autor: Francisco José Begines Gavira

Tutor: Joaquín Ojeda Granja

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2022

El Secretario del Tribunal

A mi familia

Resumen

El objetivo principal de este trabajo será diseñar un controlador PID que logre estabilizar la bicicleta para aquellas velocidades donde esta no lo sea. Para averiguar en qué momentos la bicicleta no es estable se realizará un breve análisis sobre la estabilidad del sistema. Una vez realizado el diseño del controlador se analizará el sentido físico de los valores de este controlador, así como el comportamiento de la bicicleta para los casos simulados, que consistirán en simular para casos en los que la bicicleta tiene solamente una determinada velocidad inicial y otros casos donde se aplicará un pedaleo de manera que la velocidad sea constante.

Para realizar el máximo de iteraciones posibles, se creará un fichero en Matlab que permita realizar un gran número de simulaciones y de esta manera encontrar rápidamente los parámetros idóneos del controlador. Como resultado de estas simulaciones se podrá observar a lo largo de este trabajo se deduce que para controlar la bicicleta para velocidades inferiores a 4,5 m/s y pequeñas perturbaciones, la primera acción a realizar será girar en la dirección de la perturbación, de manera opuesta a la acción que habrá que realizar en el caso en el que la velocidad de avance sea superior a 6.5 m/s, ya sea una pequeña perturbación o una perturbación grande, la acción que tendrá que realizar el ciclista para estabilizar la bicicleta será un giro en dirección opuesta.

Abstract

The main target of this paper will be to design a PID controller that manages to stabilize the bicycle for those velocities where it is not stable. To find out where the bicycle is not stable, a brief analysis of the stability of the system will be carried out. Once this design has been carried out, the physical meaning of the controller values will be analyzed, as well as the behavior of the bicycle for the simulated situations. These different situations are some cases where the bicycle only has an initial speed and some cases where the simulation introduces a torque in the pedal.

In order to simulate as much as possible, it will be created a Matlab script, which allows to simulate a big number of iterations and in this way, find quickly the suitable parameters of the PID. As a result of these simulations, it will be possible to observe in this paper that in order to control the bicycle for velocities lower than 4.5 m/s and small disturbances, the first action to be carried out will be to turn in the direction of the disturbance, the opposite happens when the velocities are higher than 6.5 m/s, in that case the action that the cyclist should make is to turn on the opposite direction, whether it is small or big disturbances.

Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xii
Índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xv
Notación	xvii
1 Introducción	1
2 Descripción del modelo de bicicleta	3
2.1 <i>Modelo de Whipple</i>	3
2.2 <i>Dinámica del sistema</i>	5
2.2.1 Restricciones de la bicicleta	5
2.2.2 Dinámica del sistema	6
3 Análisis de estabilidad	9
3.1 <i>Linealización del sistema</i>	9
3.2 <i>Análisis de estabilidad</i>	10
4 Diseño del controlador	11
4.1 <i>Conceptos básicos del controlador PID</i>	11
4.2 <i>Objetivo del controlador</i>	12
4.2.1 Zona inestable	13
4.2.2 Zona estable	13
5 Obtención y análisis de resultados	15
5.1 <i>Metodología para obtener resultados.</i>	15
5.2 <i>Resultados para velocidades superiores a 6.5 m/s</i>	16
5.2.1 Resultados para una velocidad inicial de 10 m/s	17
5.2.2 Resultados para perturbaciones mayores	19
5.2.3 Discusión de los resultados	20
5.3 <i>Resultados para velocidades inferiores a 4.5 m/s</i>	20
5.3.1 Evolución de parámetros del controlador	22
5.3.2 Discusión de los resultados	22
5.4 <i>Resultados para velocidad de pedaleo constante</i>	23
5.4.1 Resultados para una velocidad constante de 10 m/s	24
5.4.2 Resultados para perturbaciones mayores	25
5.4.3 Discusión de los resultados	27
6 Conclusiones	29
7 Referencias	31
8 ANEXO	33
8.1 <i>Algoritmo para obtener los parámetros óptimos</i>	33

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros de la bicicleta en unidades del Sistema Internacional [1] y [9]	8
Tabla 2. Ejemplo de metodología para obtener los coeficientes óptimos	15
Tabla 3. Obtención de parámetros para 4 m/s	20
Tabla 4. Obtención de los parámetros óptimos para 4 m/s	21

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquema del modelo de Whipple. J. L. Escalona [1]	3
Figura 2. Modelo de la bicicleta [1]. J.L. Escalona	4
Figura 3. Autovalores de la bicicleta en función de la velocidad. J.L. Escalona [1]	10
Figura 4. Esquema de controlador PID básico	11
Figura 5. Esquema del controlador de la bicicleta	11
Figura 6. Evolución temporal de los ángulos de dirección y vuelco para 8 m/s y trayectoria respectivamente	13
Figura 7. Evolución temporal de los ángulos de dirección y vuelco para 5 m/s y trayectoria respectivamente	14
Figura 8. Evolución temporal de la velocidad de la rueda trasera (rad/s) para una velocidad inicial de 6,5 m/s	16
Figura 9. Evolución de los parámetros en función de la velocidad	17
Figura 10. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 10 m/s y trayectoria respectivamente	18
Figura 11. Momento aplicado en el manillar para 10 m/s	18
Figura 12. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 0.5 rad de perturbación y trayectoria respectivamente	19
Figura 13. Evolución temporal del par aplicado para 0.5 rad de perturbación	20
Figura 14. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 4 m/s y trayectoria respectivamente	21
Figura 15. Evolución de los parámetros para velocidades menores a 4.5 m/s	22
Figura 16. Par de pedaleo (Nm) en función de la velocidad (m/s) para mantener la velocidad constante V.Hanne [7]	23
Figura 17. Evolución de la velocidad de la rueda trasera para un par de pedaleo.	23
Figura 18. Evolución de los parámetros en función de la velocidad para una velocidad constante	24
Figura 19. Evolución del ángulo de giro para 10 m/s y par de pedaleo no nulo	24
Figura 20. Par aplicado en el manillar para 10 m/s y par de pedaleo no nulo	25
Figura 21. Evolución del ángulo de giro para 10 m/s perturbación de 0.5 rad	25
Figura 22. Par aplicado para una velocidad constante y perturbación de 0.5 rad	26
Figura 23. Comparativa de la evolución de los ángulos con y sin pedaleo.	27

NOTACIÓN

\mathbf{A}	Matriz
\mathbf{q}	vector
\mathbf{A}^T	Matriz traspuesta
\mathbf{A}^{-1}	Matriz inversa
$\dot{\mathbf{p}}$	Derivada primera
$\ddot{\mathbf{p}}$	Derivada segunda
φ	Phi
θ	Theta
ε	Épsilon
ξ	Xi
β	Beta
γ	Gamma
ψ	Psi
$\partial y / \partial x$	Derivada parcial de y respecto x

1 INTRODUCCIÓN

Como bien se sabe, la bicicleta es uno de los vehículos más utilizados por las personas a la hora de desplazarse, ya sea para dar un paseo o para competir en alto nivel. Sin embargo, a su vez, la bicicleta es un sistema muy inestable provocando numerosos accidentes.

Por ello se ve motivado este trabajo, en el que se tratará de analizar brevemente la inestabilidad de este vehículo utilizando como base el modelo de Whipple, un modelo simple que reduce la bicicleta a un sistema de cuatro sólidos asociados a unas determinadas restricciones, pero que permitirá analizar la inestabilidad con tan solo dos grados de libertad, esto también es posible gracias al método de partición de coordenadas, ya que dejará el sistema de ecuaciones diferenciales en función de las coordenadas asociadas a los grados de libertad.

Una vez obtenido el estudio de la inestabilidad se podrá proceder a lo realmente interesante en este trabajo, el diseño de un controlador PID mediante la herramienta de Matlab, Simulink, en el cual se podrá experimentar con distintos ejemplos realistas en las cuales el sistema está en condiciones de inestabilidad y el controlador actuará estabilizando el sistema.

El controlador modera el par aplicado en el manillar y variando este parámetro tendrá como objetivo mantener no solo mantener la bicicleta en pie, sino neutralizar en la medida de lo posible la perturbación inicial.

Los casos en los que se va a analizar este comportamiento serán simulaciones en las cuales se aplicará una velocidad inicial y una perturbación en el manillar. Como últimos casos también se analizarán los casos en los que se introduce un par de pedaleo consiguiendo que la velocidad sea constante, ya que en los casos anteriores la velocidad decaía con el avance del tiempo.

Con estas simulaciones se podrán obtener la evolución de los parámetros del controlador en función de las distintas velocidades y así de esta manera crear una forma de obtener los parámetros rápidamente. Siendo este el objetivo principal de este trabajo.

2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE BICICLETA

En este apartado se explicará brevemente en qué consiste el modelo de la bicicleta de Whipple, así como las ecuaciones que rigen la dinámica de la bicicleta, tanto el desarrollo del modelo como las restricciones se pueden encontrar con más detalles en la bibliografía [1] y [2].

2.1 Modelo de Whipple

El modelo de Whipple se basa en dividir la bicicleta en un sistema multicuerpo, concretamente en dividirla en 4 sólidos rígidos que consisten en la rueda delantera, rueda trasera, un conjunto de manillar y cuadro delantero y finalmente el cuadro de la bicicleta junto con el ciclista. Para incorporar al ciclista se añade una masa puntual a la altura del sillín. Esta descomposición se puede apreciar en la Figura 1.

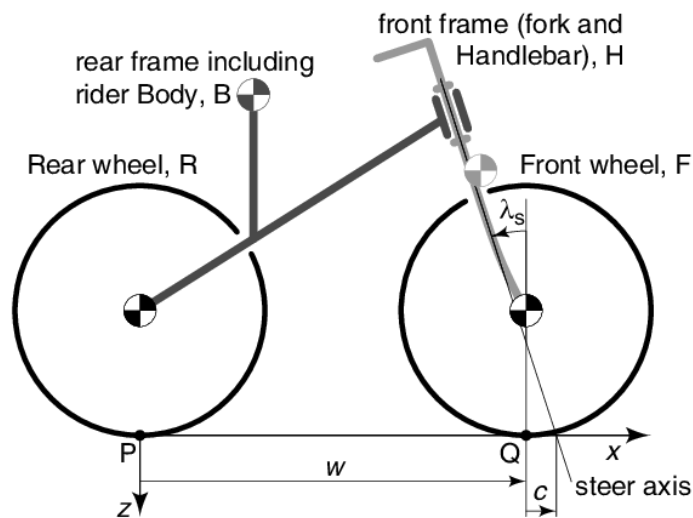


Figura 1. Esquema del modelo de Whipple. J. L. Escalona [1]

A este modelo hay que asociarle un sistema de coordenadas, para utilizar el menor número de restricciones posible, se utiliza las mínimas coordenadas posibles, quedando estas de la siguiente manera:

- x_c, y_c definen la posición del punto de contacto (C) de la rueda trasera en el plano X Y
- φ es el ángulo de guiñada, es decir, el ángulo que forma el eje x_{i1} del sistema intermedio de referencia con el eje X
- θ es el ángulo de vuelco, que se forma entre el eje z_{i2} del segundo sistema intermedio con el eje z_{i1} del primer sistema intermedio. Con estos dos ángulos se puede determinar la orientación del plano que contiene el cuadro de la bicicleta.
- ψ es el ángulo de rodadura, que forma el eje z_2 del sistema asociado a la rueda trasera con el eje z_{i2} del segundo sistema intermedio
- β es el ángulo que forma el eje z_3 del sistema del marco con el eje z_{i2} del segundo sistema

2.2 Dinámica del sistema

2.2.1 Restricciones de la bicicleta

Para recrear el modelo de la bicicleta, además de definir los sólidos que componen el sistema, será necesario definir las restricciones que intervienen en la bicicleta.

2.2.1.1 Restricción de rodadura sin deslizamiento.

Con esta restricción se asegura que la bicicleta mantenga en todo momento las ruedas rueden sin deslizar, para conseguir esto, se deberá forzar al sistema a que la velocidad en el punto de contacto de las ruedas con el suelo sea nula.

$$\begin{aligned} V_C &= 0 \\ V_D &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

En la ecuación (2.1) se observa como se define las velocidades del punto C, punto de contacto de la rueda trasera y punto D, punto de contacto de la rueda delantera, que se observan en la Figura 2. Estas ecuaciones proporcionan hasta 4 restricciones ya que cada rueda proporciona dos ecuaciones, en los ejes x e y.

2.2.1.2 Restricción de contacto

Esta restricción fuerza a la rueda delantera a mantener en todo momento contacto con el suelo. Para definir esta restricción será necesario incluir una nueva coordenada, ξ .

Donde ξ es un parámetro, angular en este caso, como se observa en la Figura 2, que marca la orientación del radio que contiene al punto P con respecto al eje x_5 .

Para forzar esta restricción habrá que obligar al sistema a que la posición de la rueda en el eje z sea nula, así como su tangente.

$$\begin{aligned} [r^D(p, \xi)]_z &= 0 \\ [t^D(p, \xi)]_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Proporcionando otras dos restricciones. Obteniendo un total de 6 restricciones para 9 coordenadas, por lo que se obtienen un total de 3 grados de libertad que consisten en el ángulo de vuelco (θ), ángulo de giro o dirección (γ) y el ángulo de rotación de una de las ruedas, para este caso será la rueda trasera (ψ). Estas coordenadas independientes se denominan como coordenadas dinámicas, y aquellas coordenadas de las que su valor depende de las coordenadas independientes se les denominará dependientes o cinemáticas, quedando dividido el vector q de la siguiente manera:

$$\mathbf{q}_{\text{ind}} = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \gamma \end{bmatrix} \quad \mathbf{q}_{\text{cin}} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ \varphi \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad \mathbf{q}_{\text{dep}} = \begin{bmatrix} \beta \\ \xi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Como se observa en (2.3) dentro de las coordenadas dependientes se ha subdividido en cinemáticas y dependientes, esto se debe a que la forma de obtener unas y otras son diferentes tal y como se aprecia en [2].

A las restricciones del sistema habrá que añadir una restricción adicional para poder analizar la estabilidad en función de la velocidad de avance y no de la velocidad de giro de la rueda, para ello se introduce la siguiente restricción:

$$\psi - \frac{V}{R}t = 0 \quad (2.4)$$

Donde V es la velocidad de avance y R es el radio de la rueda trasera.

2.2.2 Dinámica del sistema

Una vez definida las restricciones, habrá que definir las interacciones que sufre con el medio, como la acción del ciclista, gravedad, etc.

2.2.2.1 Fuerza generalizada de gravedad

Para modelar las fuerzas de gravedad de cada sólido se utiliza las siguientes expresiones:

$$\mathbf{F}_{grav}^i = [0 \ 0 \ -m_i g]^T \quad (2.5)$$

Siendo m la masa de cada sólido y g la gravedad.

Quedando como expresión final:

$$\mathbf{Q}_{grav} = \sum_{i=2}^5 (\mathbf{H}_i)^T \mathbf{F}_{grav}^i \quad (2.6)$$

Siendo \mathbf{H} la matriz jacobiana de la velocidad de cada sólido.

2.2.2.2 Fuerza generalizada de acción del ciclista

Las acciones que puede realizar el ciclista son el giro, pedaleo y vuelco, que se reflejan de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_{acc} = \overline{\mathbf{w}}_4^{*T} * [0 \ 0 \ M_{dir}]^T + \overline{\mathbf{w}}_2^{*T} * [0 \ M_{ped} \ 0]^T + \overline{\mathbf{w}}_3^{*T} * [M_{vue} \ 0 \ 0]^T \quad (2.7)$$

Siendo $\overline{\mathbf{w}}_i^*$ la velocidad angular de cada sólido.

$$\mathbf{Q}_{acc} = [\overline{\mathbf{G}}_4^* (3,:) ^T \overline{\mathbf{G}}_2^* (2,:) ^T \overline{\mathbf{G}}_3^* (1,:) ^T] * [M_{dir} \ M_{ped} \ M_{vue}]^T \quad (2.8)$$

Siendo $\overline{\mathbf{G}}_i^*$ la matriz jacobiana de las velocidades angulares.

2.2.2.3 Fuerza generalizada de resistencia aerodinámica

La Resistencia aerodinámica se modela como la velocidad del sólido más voluminoso al cuadrado multiplicada por el coeficiente aerodinámico.

$$|F_{aero3}| = c_v * (\mathbf{v}_{3G})^T * \mathbf{v}_{3G} \quad (2.9)$$

Siendo c_v el coeficiente aerodinámico, para este caso se ha utilizado un coeficiente de 0.5.

$$\mathbf{Q}_{aero} = -c_v * |\mathbf{v}_{3G}| \mathbf{H}_3^T * \mathbf{v}_{3G} \quad (2.10)$$

Siendo \mathbf{H}_3 la matriz jacobiana de la velocidad del sólido 3.

Las acciones de resistencia aerodinámica y la de acción del ciclista componen la fuerza generalizada externa.

$$\mathbf{Q}_{ext} = \mathbf{Q}_{acc} + \mathbf{Q}_{aero} \quad (2.11)$$

Una vez modeladas todas las interacciones que intervienen en el modelo ya se puede resolver la ecuación dinámica de Newton-Euler:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_G \\ \bar{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \bar{\mathbf{M}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{w}} \wedge (\bar{\mathbf{I}}_G * \bar{\mathbf{w}}) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Siendo \mathbf{M}_d la matriz de masas, \mathbf{I}_G la matriz de inercias y el ultimo término es lo que se denomina como fuerza cuadrática en velocidad o \mathbf{Q}_v .

Si se hacen ciertos cambios en los que la ecuación de Newton-Euler dependa únicamente de las coordenadas independientes, la ecuación general que presenta el sistema es la siguiente:

$$\mathbf{E}^T \mathbf{M} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{E}^T (\mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{grav} + \mathbf{Q}_{ext} - \mathbf{M} \mathbf{J}) \quad (2.13)$$

Siendo \mathbf{M} la matriz de masas de la bicicleta, \mathbf{E} y \mathbf{J} son matriz dependientes de las coordenadas que deja a las coordenadas dependientes en función de las independientes, $\ddot{\mathbf{p}}_i$, el vector de aceleraciones de las coordenadas independientes y los vectores \mathbf{Q} , que representan los vectores de las fuerzas que actúan en el sistema, como son el vector de velocidades cuadráticas, \mathbf{Q}_v , el vector de la acción de la gravedad, \mathbf{Q}_{grav} y el vector de las acciones externas, que para este análisis serán el pedaleo y giro del manillar y la acción de la resistencia aerodinámica.

Esta ecuación se puede dejar de forma más simple si se reagrupan los términos de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{p}) \ddot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{Q}_i(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) \quad (2.14)$$

$$\text{Donde } \mathbf{M}_i = \mathbf{E}^T \mathbf{M} \mathbf{E} \text{ y } \mathbf{Q}_i(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) = \mathbf{E}^T (\mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{grav} + \mathbf{Q}_{ext} - \mathbf{M} \mathbf{J})$$

Para obtener \mathbf{E} y \mathbf{J} hay que desglosar el vector $\dot{\mathbf{p}}$

$$\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_i \\ \dot{\mathbf{p}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \\ -\mathbf{D}_d & -\mathbf{1} \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{D}_d & -\mathbf{1} \mathbf{C}_t \end{bmatrix} = \mathbf{E} \dot{\mathbf{p}}_i + \mathbf{F} \quad (2.15)$$

Derivando esta expresión para obtener $\ddot{\mathbf{p}}$

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{E} \ddot{\mathbf{p}}_i + \mathbf{E} \dot{\mathbf{p}}_i + \dot{\mathbf{F}} = \mathbf{E} \ddot{\mathbf{p}}_i + \mathbf{J} \quad (2.16)$$

Con todo esto ya se podría proceder a realizar los cálculos dinámicos para cualquier bicicleta, para este caso se ha caracterizado a la bicicleta con los siguientes parámetros, con unidades en el Sistema Internacional:

Parámetros de la bicicleta			
Rueda trasera (Rt)	0.3	Rueda delantera (Rd)	0.35
Datos sólido 2			
m_2	2	I_{2y}	0.12
I_{2x}	0.0603	I_{2z}	0
Datos sólido 3			
x_3	0.4712	I_{3x}	9.2
z_3	0.4775	I_{3y}	11
m_3	85	I_{3z}	2.8
		I_{3xz}	-2.4
Datos sólido 4			
x_4	0.9797	I_{4x}	0.0589
z_4	0.1014	I_{4y}	0.06
m_4	4	I_{4z}	0.0071
		I_{4xz}	0.0076
Datos sólido 5			
x_5	0.006	I_{5x}	0.1405
z_5	-0.37	I_{5y}	0.28
m_5	3	I_{5z}	0

Tabla 1. Parámetros de la bicicleta en unidades del Sistema Internacional [1] y [9]

3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Una vez se conoce brevemente en qué consiste el modelo de la bicicleta se procede a analizar la estabilidad de este sistema, para ello habrá que linealizar la ecuación general comentada anteriormente (2.14) en torno a un punto de estabilidad y hallar las frecuencias naturales.

3.1 Linealización del sistema

Para linealizar un sistema hay que analizar el sistema alrededor de un punto de estabilidad. El punto de estabilidad que se ha determinado es el siguiente:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{std} &= [x_c \ y_c \ \varphi \ \theta \ \psi \ \beta \ \gamma \ \varepsilon \ \xi]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \beta_{std} \ 0 \ 0 \ \xi_{std}]^T \\ \dot{\mathbf{p}}_{std} &= [\dot{x}_c \ \dot{y}_c \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \dot{\varepsilon} \ \dot{\xi}]^T = \left[V \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{V}{R} \ 0 \ 0 \ \frac{V}{R} \ -\frac{V}{R} \right]^T \\ \ddot{\mathbf{p}}_{std} &= [\ddot{x}_c \ \ddot{y}_c \ \ddot{\varphi} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\psi} \ \ddot{\beta} \ \ddot{\gamma} \ \ddot{\varepsilon} \ \ddot{\xi}]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T\end{aligned}\quad (3.1)$$

Para el vector \mathbf{p}_{std} el valor de posición en x e y es irrelevante, así como los demás que son ceros y por ellos se elige este valor, para hacer más fácil los cálculos. β_{std} y ξ_{std} hay que calcularlos resolviendo las ecuaciones de restricción de contacto, para ello será necesario resolverlo mediante el método de Newton-Raphson.

El vector $\dot{\mathbf{p}}_{std}$, consta de 4 coordenadas distintas de cero, \dot{x}_c , que define la velocidad de avance en el eje x , obviamente lo hará a la velocidad V , y las tres coordenadas asociadas a las ruedas de la bicicleta, que tendrán como valor la velocidad angular de estas.

Partiendo de la ecuación (2.14) y reordenando de manera que quede de forma separada las matrices con vectores de posición, velocidad y aceleración se obtiene:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{p}}_1 + \bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{p}}_1 + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{p}_1 = 0 \quad (3.2)$$

Donde:

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_i|_{p=p_{std}} \quad \bar{\mathbf{C}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_1}(-\mathbf{Q}_i)|_{p=p_{std}, \dot{p}=\dot{p}_{std}} \quad \bar{\mathbf{K}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_1}(-\mathbf{Q}_i)|_{p=p_{std}, \dot{p}=\dot{p}_{std}} \quad (3.3)$$

Con esta simplificación se puede realizar de forma más cómoda el cálculo de los autovalores y autovectores, es decir, de sus frecuencias naturales y sus modos de vibración, para ello basta con reescribir esta ecuación de forma matricial tal que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_1 \\ \mathbf{p}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{K}} & -\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \dot{\mathbf{p}}_1 \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} \quad (3.4)$$

Esta matriz denominada como \mathbf{A} es la matriz que contiene toda la información dinámica del sistema, por tanto, será la matriz cuyos autovalores proporcionen la estabilidad de la bicicleta:

$$|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0 \quad (3.5)$$

Siendo λ los autovalores de la matriz \mathbf{A} . Como resultado de calcular los autovalores, se obtendrán hasta 18 parejas de estos, pero la mayoría serán despreciables en comparación a los tres más importantes. Con estos autovalores se puede observar los modos de vibración, calculando sus autovectores Φ .

$$[\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}]\Phi = 0 \quad (3.6)$$

3.2 Análisis de estabilidad

Una obtenidos los autovalores se obtiene una gráfica que muestra las diferentes frecuencias naturales más importantes del sistema. Los autovalores que hacen que el sistema es inestable son aquellos que su valor real es positivo.

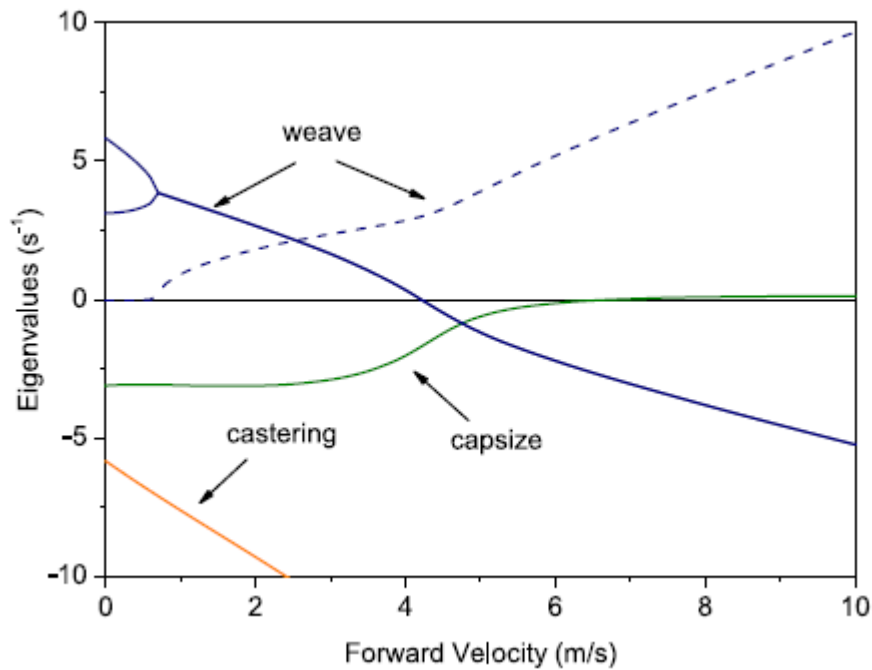


Figura 3. Autovalores de la bicicleta en función de la velocidad. J.L. Escalona [1]

En la Figura 3 se puede observar los autovalores de la bicicleta en función de la velocidad de avance. En esta gráfica se pueden diferenciar hasta tres zonas diferentes.

- De 0 a 4.3 m/s aproximadamente, esta zona es claramente inestable, ya que el autovalor denominado como weave o zigzageo, es obviamente positivo.
- De 4.3 a 6.8 m/s aproximadamente, esta zona en cambio es autoestable, tal y como se puede apreciar es negativa por completo.
- De 6.8 m/s en adelante, esta zona tiene un autovalor denominado como capsise o bamboleo, este autovalor permanece casi de manera asintótica cerca de cero, pero de manera positiva, por lo tanto, es inestable.

Como se verá en los siguientes capítulos, el tercer tramo de la gráfica, al estar cercano a cero no será un gran problema poder estabilizarlo mediante un controlador PID, pero el primer tramo, al tener valores más elevados, hace muy complicada la tarea de estabilizar la bicicleta.

4 DISEÑO DEL CONTROLADOR

En este capítulo se explica de forma breve en qué consiste un controlador PID, así como la función de cada bloque que lo componen y el objetivo que se trata de conseguir con cada uno de los bloques.

4.1 Conceptos básicos del controlador PID

Un controlador PID consiste en un sistema que permite controlar una señal en bucle cerrado a partir de un accionador. Si la señal que se obtiene del sistema difiere del valor deseado, el controlador actuará cambiando el valor del accionador y así de esta manera cambiando el valor de la señal hasta que se obtenga la señal deseada.

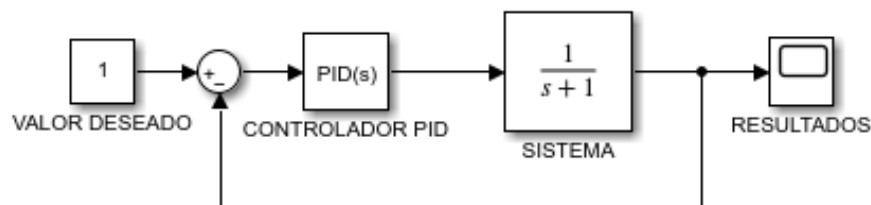


Figura 4. Esquema de controlador PID básico

Pero a este esquema básico habrá que añadirle dos bloques más para poder cerrar el esquema del sistema por completo, estos bloques son el bloque de condiciones iniciales y el bloque de saturación.

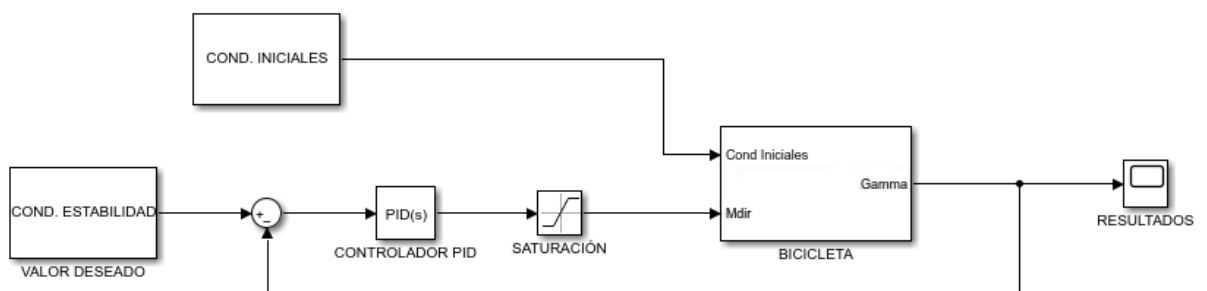


Figura 5. Esquema del controlador de la bicicleta

A continuación, se detalla con más detalle en qué consiste cada bloque:

- Condiciones iniciales, en este bloque básicamente se introduce el vector de estado inicial, este vector de estado lo componen las coordenadas independientes, así como las coordenadas cinemáticas, además de las velocidades de las coordenadas independientes.

De esta manera se introduce la perturbación inicial, al introducirle el valor inicial del ángulo de giro del manillar, siendo inicialmente esta perturbación de 0.1 rad. También se introducirá la velocidad inicial

al introducirle la velocidad de la rueda trasera.

- Condición de estabilidad, en este bloque habrá que definir la variable a controlar, así como el valor que se desea obtener, para este caso en el que lo que se quiere controlar es el manillar, o mejor dicho la coordenada del giro de este, es decir, γ . El valor que se debe obtener para considerar que la bicicleta se ha estabilizado será cero.
- Saturación, este bloque es un limitador del controlador, ya que, si la salida de este es aplicar un momento demasiado elevado para contrarrestar la inestabilidad inicial, este par podría causar justo lo contrario, provocando la caída inmediata, además no sería realista, ya que la respuesta no sería inmediata en la realidad y sin limitador, el controlador intentaría aplicar un valor en el instante inicial elevado.

Para definir un límite adecuado se ha realizado varias pruebas en un simulador que se puede encontrar en la bibliografía [2], en el cual se ha simulado para varias velocidades el valor del par en el manillar para el cual la bicicleta se caía. Tras estas simulaciones se concluyó que un valor límite de ± 3 Nm era el adecuado, ya que a determinadas velocidades para pares un poco mayores la bicicleta no era estable.

- Bicicleta, este bloque contiene toda la dinámica multicuerpo del sistema, como entrada habrá que proporcionarle las condiciones iniciales, es decir, el vector de estado en el instante inicial de la simulación, así como el valor del par aplicado en el manillar, resultante de los bloques de PID y saturación, en caso de que el valor superara los límites establecidos.
- PID, este bloque como su propio nombre indica, contiene al controlador PID, este controlador consta de 4 variables tal y como se muestra en su expresión en Simulink:

$$P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

La variable P o K_p , como se puede encontrar en la literatura, se denomina término proporcional, la ganancia de este término logra reducir el tiempo que se necesita para llegar al valor deseado conforme aumenta el valor proporcional (en valor absoluto), pero este valor no puede ser aumentado de manera tan simple, ya que un valor demasiado alto provocaría sobreoscilaciones, que traducidas a la bicicleta, sería giros de lado a lado con cada vez mayor rango, provocando una caída.

Para evitar estas sobreoscilaciones se introduce el término derivativo, este término se puede encontrar en la literatura como K_d , pero no sería equivalente a la constante D que se expresa en 4.1, K_d es el conjunto de D y N, para tratar como variable a D como si de K_d se tratase, se ha impuesto un valor constante a N de 100, como se puede apreciar en la expresión, para valores de N muy superiores a 1, la expresión si permite comparar D a la variable que se encuentra en la literatura.

El término D permitirá subir el término proporcional P sin tener esta sobreoscilación, dado que como su nombre indica, el término derivativo, deriva la señal de error y provee información de cómo el error va cambiando con el tiempo. Es importante saber que, si el error de la señal es constante, el término derivativo será ineficaz, ya que la derivada de una constante es nula y por tanto su efecto.

Para atenuar el error estacionario está el término integral I, pero este término no se va a utilizar en este trabajo, ya que como se puede ver en la mayoría de la bibliografía existente, el controlador más utilizado para este tipo de sistemas solo consta de términos proporcional y derivativo, ya que este tipo de controladores son los que más se asemejan al comportamiento que tendría un ciclista controlando la bicicleta y justamente imitar este comportamiento es el objetivo de este trabajo.

4.2 Objetivo del controlador

Evidentemente para poder saber qué respuesta es la que se espera obtener con el controlador, sería interesante comparar el punto de partida con el objetivo final, para ello se va a comparar el comportamiento de la bicicleta

en la zona estable con el comportamiento de este sistema en una zona fuera del rango de inestabilidad y sin el funcionamiento del controlador. De esta manera se podrá saber con rapidez si el sistema es estable en el futuro.

4.2.1 Zona inestable

Para la zona inestable como bien se sabe hay dos tramos en los que analizar la evolución del ángulo de dirección, γ , ya que esta es la variable a controlar y por tanto la de principal interés. Además pueden resultar interesantes otras variables como el ángulo de vuelco, θ , y la trayectoria seguida entre otros.

En esta ocasión se ha simulado la dinámica de la bicicleta para una velocidad de 8 m/s, es decir, en el segundo tramo de inestabilidad. Además, se ha impuesto una perturbación inicial de 0.1 rad en el ángulo del manillar, ya que este modelo necesita que el ángulo de giro o par de giro sea distinto de cero, ya que si no, se obtendría una trayectoria perfectamente recta, sea cual sea la velocidad. La elección de 0.1 rad se debe a que es un ángulo razonable dentro del margen de giro de un manillar, ya que este suele oscilar entre los ± 0.5 rad, o dicho de otra forma ± 28.65 grados. Por tanto se impone un valor dentro de ese rango, eligiendo como partida 5.72 grados, que puede ser una desviación equivalente a encontrarse un bache en el camino o soltar el manillar. En esta simulación se han obtenido los siguientes resultados.

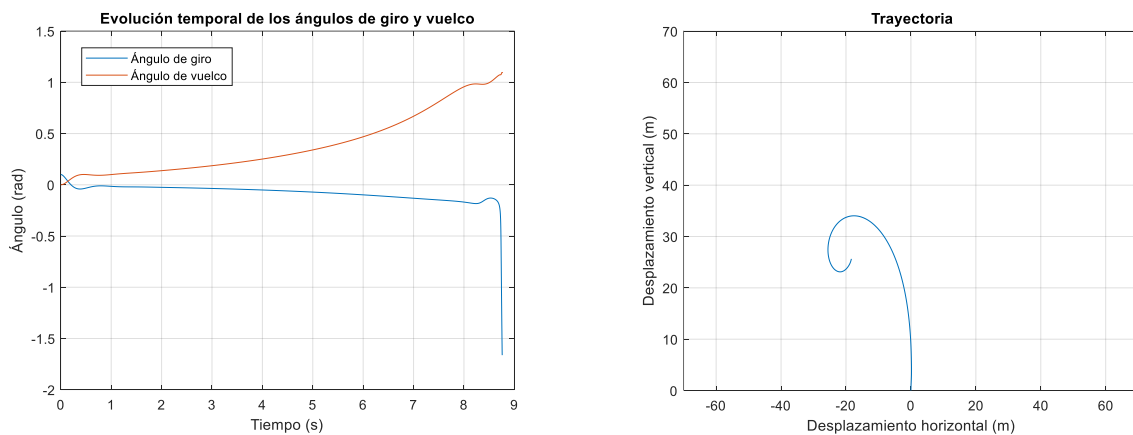


Figura 6. Evolución temporal de los ángulos de dirección y vuelco para 8 m/s y trayectoria respectivamente

En la Figura 6 se aprecia claramente como para 8 m/s el sistema no es estable, ya que las variables se disparan al alcanzar los 8.7 segundos aproximadamente hacia valores desorbitados.

También se puede ver como, a medida que el ángulo de giro, γ , se hace cada vez más negativo, el ángulo de vuelco aumenta, esto se traduce en que cuando el manillar empieza a girar, el ciclista, y la propia bicicleta, tiende a volcar al sentido opuesto del giro, debido a la inercia.

Para terminar este breve análisis, se observa en la trayectoria como, evidentemente, si el ángulo de giro del manillar cada vez es mayor, el giro del sistema cada vez será más cerrado hasta provocar la caída.

4.2.2 Zona estable

El objetivo de hacer simulaciones en la zona estable no es otro que comprobar que efectivamente es estable además de ver la evolución de las diferentes variables y conocer que tipo de evolución es la que habrá que intentar reproducir con el controlador. Para estas simulaciones se ha impuesto una velocidad inicial de 5 m/s.

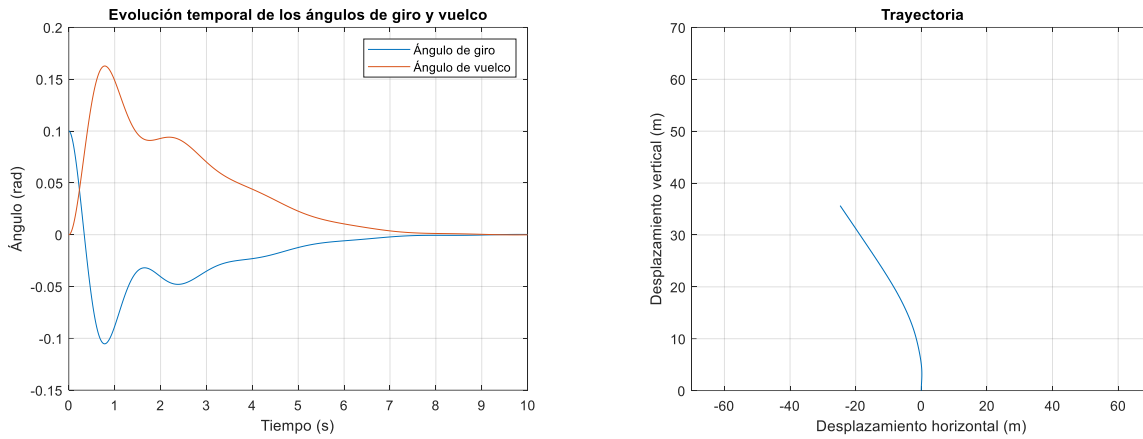


Figura 7. Evolución temporal de los ángulos de dirección y vuelco para 5 m/s y trayectoria respectivamente

En la Figura 7 se observa como ante la perturbación inicial de 0.1 rad, el ángulo del manillar sufre una pequeña oscilación antes de alcanzar la estabilidad aproximadamente a los 7 segundos.

También se aprecian las similitudes que se encontraban para el caso inestable, en la cual la evolución temporal cambia de signo debido a la inercia del sistema. De hecho, se puede observar que el momento que el giro tiene un mínimo, el vuelco tiene un máximo, demostrando que en el punto de giro mínimo el vuelco es máximo en sentido contrario.

Finalmente, en la Figura 7 se puede ver la trayectoria seguida en los 10 segundos de simulación, en este se contempla como después del giro inicial la bicicleta logra trazar una trayectoria recta habiendo neutralizado la perturbación inicial.

5 OBTENCIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se va a proceder a exponer la metodología que se ha seguido para obtener los resultados que hagan el sistema estable para los dos tramos en los que la bicicleta es inestable, así como el análisis de estos resultados.

Además, se incluirá el caso en el que existe un par de pedaleo manteniendo la velocidad constante.

5.1 Metodología para obtener resultados.

Normalmente a la hora de obtener los parámetros del controlador PID, se analiza lo que se denomina como función de transferencia del sistema, pero en este caso no se tiene eso, si no que se tiene el modelo matemático, por ello la forma más simple, aunque tediosa, es ir probando combinaciones hasta obtener los resultados que se deseen. Para empezar a saber sobre qué orden de magnitud tienen los parámetros del controlador se aconseja utilizar el método de Zieger Nichols, cuya idea se basa en ir aumentando el valor de K_p hasta que el sistema sobreoscile y reducir este valor hasta aproximadamente obtener el 50% de ese valor ahí. Este método solo se ha utilizado para conocer el orden de magnitud.

Antes de empezar a simular hay que decidir que objetivos se tienen que cumplir para aceptar el resultado como óptimo, obviamente el óptimo tiene que haber alcanzado una estabilidad significativa y tener un valor final en torno al 1% del valor inicial de la perturbación, que es de 0.1 rad.

OBTENCIÓN PARÁMETROS ÓPTIMOS PARA V=6,5 M/S								
	KD							
KP	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
-7			-2,17%	0,18%	-0,15%	0,05%	-0,64%	-1,39%
-6			8,21%	-0,22%	-0,20%	-0,06%	-0,15%	-0,58%
-5			0,70%	-0,73%	-0,50%	-0,31%	-0,18%	-0,24%
-4			-1,93%	-2,00%	-1,65%	-1,14%	-0,70%	-0,47%
-3			-4,00%	-5,27%	-5,07%	-4,30%	-3,60%	-1,40%

Tabla 2. Ejemplo de metodología para obtener los coeficientes óptimos

En la Tabla 2 se muestra un ejemplo de como conseguir el mejor resultado para la perturbación de 0.1 rad, en este caso en concreto a 6.5 m/s de velocidad inicial. En esta tabla se pueden apreciar hasta 5 tonalidades distintas. En rojo se muestran las celdas donde la bicicleta no es estable, ya sea porque tiene una sobreoscilación o incluso se cae. En blanco se muestran los valores en los que, aunque la bicicleta no es del todo inestable, los valores en los que se ha estabilizado son insuficientemente buenos. En naranja se puede apreciar que el valor si está dentro del margen que se ha establecido como óptimo, pero realmente no es un candidato válido debido a que si se hace la simulación se puede comprobar fácilmente que el valor final no es constante en torno a 0.70 % por lo que no se puede dar como válido. Por último, en color verde se muestra los valores que si son susceptibles de ser óptimos o al menos dar una buena respuesta ante la perturbación inicial.

Con todos los candidatos obtenidos se pueden elegir diferentes factores que hagan una opción mejor que otra, como por ejemplo el tiempo que tarda el sistema en estabilizarse o que el valor máximo de la variable no alcance un valor elevado. Sin embargo, no hay diferencia apreciable para elegir un candidato u otro en función de estas opciones expuestas, por tanto, se ha decidido optar por elegir como parámetros aquellos que consigan reducir al máximo la perturbación inicial.

Este procedimiento como se puede llegar a ver es muy tedioso en caso de que no se conozcan los valores aproximados por los que se encuentra la estabilización óptima, de hecho, como se verá más adelante, para algunos casos resulta muy difícil encontrar candidatos para velocidades que se encuentran por debajo de los 4,5 m/s. Por lo tanto, resulta interesante crear un algoritmo o fichero en Matlab que pueda encontrar los valores

óptimos de manera automática sin tener que ir probando de forma aleatoria y de esta manera poder alcanzar un número de simulaciones muy superior al que se podría hacer de forma manual. Por ello se ha creado un fichero que realiza estas simulaciones para velocidades superiores a 6,5 m/s, es decir el segundo tramo inestable.

Este algoritmo consiste en un método iterativo donde para una velocidad y perturbación determinada simula todas las combinaciones posibles de los parámetros del controlador, una vez simulada la combinación extrae la evolución de todas las coordenadas para poder analizar la que resulte más interesante. Además lo realmente interesante de este algoritmo es que mediante un condicionante se puede obtener una matriz que contenga todas las combinaciones susceptibles de ser óptimas. Para este filtro se ha impuesto que la respuesta en su instante final sea menor del 1% del valor inicial de la perturbación, así como que la diferencia absoluta entre el valor final y el valor alcanzado al 90% de la simulación sea menor de 0.2, evitando así que la respuesta sea una oscilación que por casualidad su valor final era menor del 1%. Aún así con este método cabe la posibilidad de tener una respuesta que oscile y cuyo periodo coincida en la respuesta final y en el 90%, dando así un resultado erróneo, pero esta probabilidad es tan pequeña para los casos simulados que se ha dado por bueno este algoritmo.

5.2 Resultados para velocidades superiores a 6.5 m/s

Como se ha comentado, para este tramo de velocidades se puede obtener los resultados óptimos mediante el fichero de manera automática, se han realizado 6 simulaciones para distintas velocidades entre ellas 6.5, 7, 8, 9, 11 y 12, se ha puesto 12 m/s como límite de velocidad ya que esta velocidad es aproximadamente 43 km/h, practicamente una velocidad media que se puede alcanzar en una etapa de ciclismo de alto nivel. Además hay que recordar que hasta el momento no hay pedaleo en las simulaciones, es decir, se la aplica una velocidad inicial y se simula durante 10 segundos, aunque las restricciones dinámicas que se han impuesto no contemplan el rozamiento pero si la resistencia aerodinámica, y por tanto hay una pequeña caída de velocidad durante estos 10 segundos. De hecho, se puede apreciar en que si se vuelve a la Figura 3, para 6.5 m/s el sistema debería ser estable, pero debido a la pérdida de velocidad a lo largo de la simulación el sistema se vuelve inestable. En la Figura 8 se observa la evolución de la velocidad de la rueda trasera conforme avanza la simulación en rad/s, cabe recordar que el tramo para el cual la bicicleta es estable es de 15 a 22.6 rad/s, debido a que el radio de la rueda trasera se ha tomado como 30 cm. Como se puede apreciar en el tramo final de la Figura 8, la velocidad experimenta una subida, hasta un punto máximo donde la bicicleta se cae. Este aumento de velocidad se debe a que el ciclista empieza en volcarse provocando un incremento de la inercia y de este manera empieza a describir una curva en la dirección en la que el ciclista se tumba, el último instante donde vuelve a decrecer la velocidad, no se debe tener en cuenta, ya que la bicicleta está ya en proceso de caída. Aunque cabe pensar que la caída de velocidad para 6,5 m/s no debería influir mucho ya que esa caída tiene como punto más bajo 5.6 m/s y por lo tanto estaría dentro del rango estable, la continua caída de velocidad no permite a la bicicleta estabilizar adecuadamente provocando la caída en los últimos instantes de la simulación.

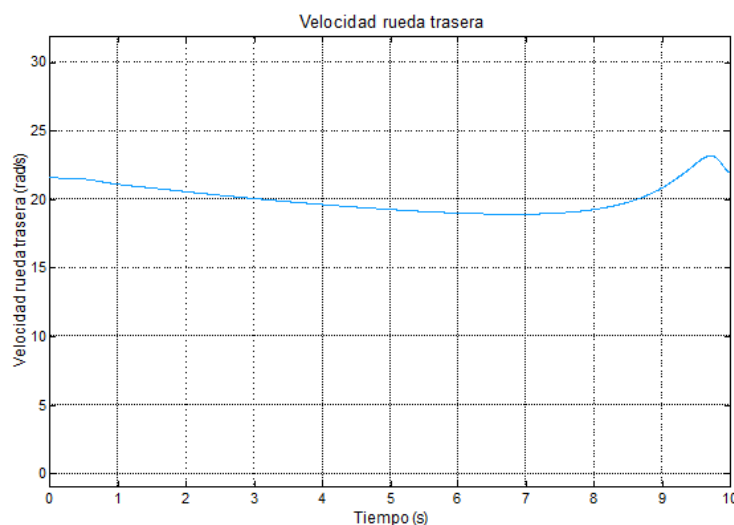


Figura 8. Evolución temporal de la velocidad de la rueda trasera (rad/s) para una velocidad inicial de 6,5 m/s. El objetivo de estas simulaciones será obtener una serie de puntos para las distintas velocidades de manera de

poder obtener una gráfica que pueda representar de forma aproximada la evolución de los parámetros K_p y K_d en función de la velocidad.

De hecho como se habrá podido observar, en las velocidades elegidas para simular se ha obviado la velocidad de 10 m/s de forma intencionada, ya que una vez obtenidas las gráficas se va a proceder a testear los parámetros obtenidos para esa velocidad y comprobar si realmente son estables.

Como resultado de las simulaciones se obtienen la siguientes gráfica:

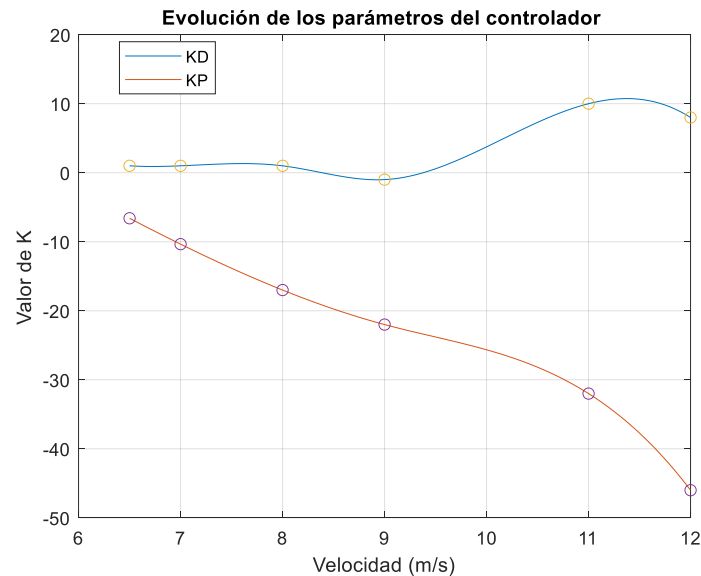


Figura 9. Evolución de los parámetros en función de la velocidad

En la Figura 9 se observa que a medida que la bicicleta tiene mayor velocidad inicial, el sistema necesita un valor cada vez más negativo, es decir, cada vez se necesita más par en el manillar para poder estabilizar la bicicleta

En cuanto al término derivativo, como se ya se dijo en el capítulo anterior, tiene como función suavizar la sobreoscilación que puede sufrir a causa de un valor elevado en el término proporcional, por tanto encontrar su valor exacto no es tan importante como el de el término proporcional, de manera que se tiene un margen mayor para cada velocidad, por ejemplo, si según la gráfica para 10 m/s el valor correspondiente para K_d es 4, el sistema podría ser perfectamente estable para valores entre 2 y 6 sin ningún tipo de problema, esto mismo se puede encontrar para el K_p para velocidades muy elevadas, en las cuales también se tiene un cierto margen de maniobra y se sigue estando en valores de estabilidad inferior al 1% de la perturbación inicial, como también se podía apreciar en la Tabla 2.

5.2.1 Resultados para una velocidad inicial de 10 m/s

Como se ha comentado, el objetivo de este trabajo era obtener una forma de conocer que parámetros debe aplicar el controlador de la forma más rápida posible, con la Figura 9 ya se pueden obtener estos términos del PID, ahora solo falta verificar que efectivamente son válidos dentro del rango de velocidades que se han analizado, para ello se ha simulado a una velocidad inicial de 10 m/s que según la Figura 9, le pertenece un K_p de -25.65 y un K_d de 4.

Para esta simulación se han obtenido los siguientes resultados:

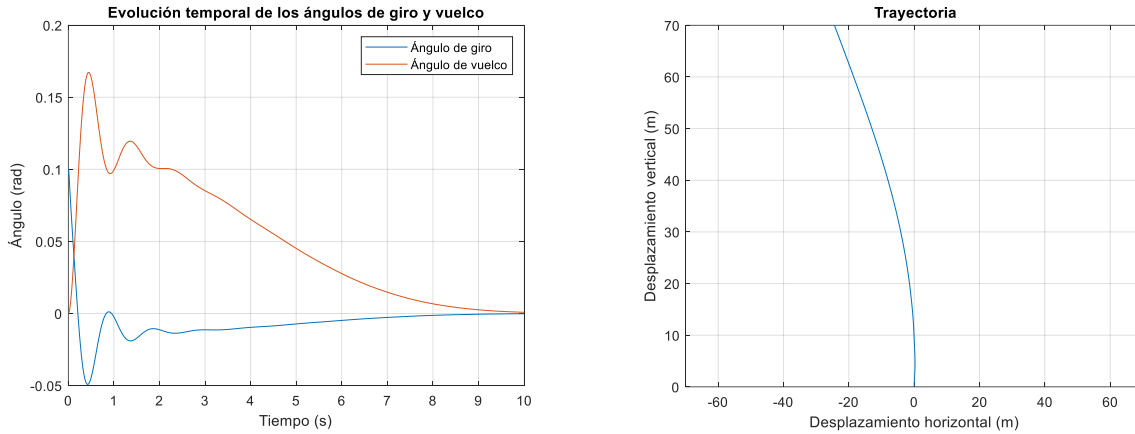


Figura 10. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 10 m/s y trayectoria respectivamente

Como bien se observa en la Figura 10, se ha conseguido controlar el sistema multicuerpo para una velocidad inicial de 10 m/s y una perturbación de 0,1 rad, alcanzando un valor final del 0.18% del valor inicial, es posible que existan valores con un porcentaje un poco mejor, pero este resultado demuestra que se puede obtener unos parámetros que consiguen controlar la bicicleta con un gran resultado de manera fiable a partir de la Figura 9, además al tener un valor mucho menor que el 1 % permite tener un margen de error en los parámetros en los casos en los que el controlador no consiga llegar a los valores necesarios en tiempo real, en esto se hará más hincapié más adelante cuando se trate la simulación en tiempo real.

En la evolución del vuelco se obtienen también los resultados equivalentes al caso estable del apartado anterior, en el cual se veía que además de conseguir estabilizar la bicicleta, las oscilaciones que se encuentran en los momentos iniciales coinciden en el mismo instante en los que existen oscilaciones en el ángulo de giro, pero de manera inversa, es decir, en los picos máximos del ángulo de giro se obtiene un valle en el de vuelco y viceversa.

Por último, se observa que la trayectoria seguida también se estabiliza en los últimos metros de la simulación, en la que se observa que la distancia que se ha recorrido horizontalmente es muy inferior, de manera proporcional, a la recorrida a 5 m/s, por lo que se está mejorando incluso el resultado de la autoestabilidad.

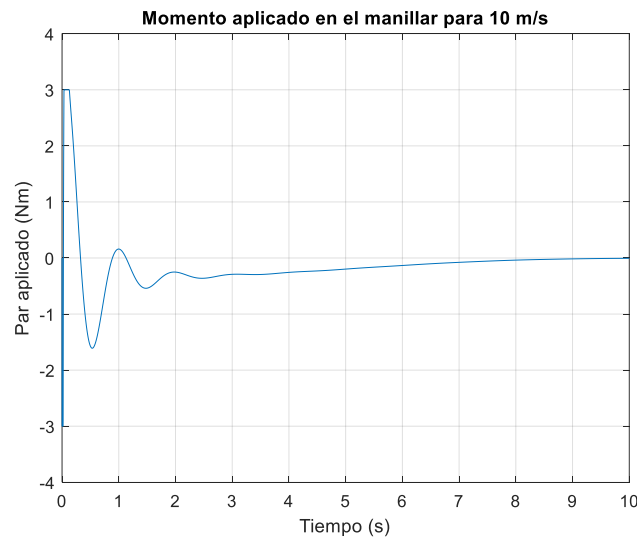


Figura 11. Momento aplicado en el manillar para 10 m/s

En la Figura 11 se puede ver el momento aplicado en la bicicleta, tal y como se observa llama la atención que la evolución de los valores del par aplicado coincide con la evolución del ángulo de giro del manillar de forma proporcional, salvo al inicio de la simulación. Este fenómeno se debe al bloque de saturación, que como ya se explicó, limita al controlador de forma que no le permite superar el valor de 3 Nm para evitar valores que hicieran

al sistema inestable durante simulación, estos valores al inicio de la simulación se pueden deber a la inestabilidad que provoca la integración numérica al inicio de la simulación.

5.2.2 Resultados para perturbaciones mayores

Cuando se definió el problema inicial se estableció una perturbación inicial de 0.1 rad o 5.72 grados, pero como se dijo, el abanico de giro de un manillar consiste en ± 30 grados aproximadamente, por ello se va a simular, con los mismos parámetros y una velocidad de 10 m/s, para comprobar si el sistema sigue siendo estable o por si el contrario es necesario ajustar los parámetros en función de la perturbación inicial.

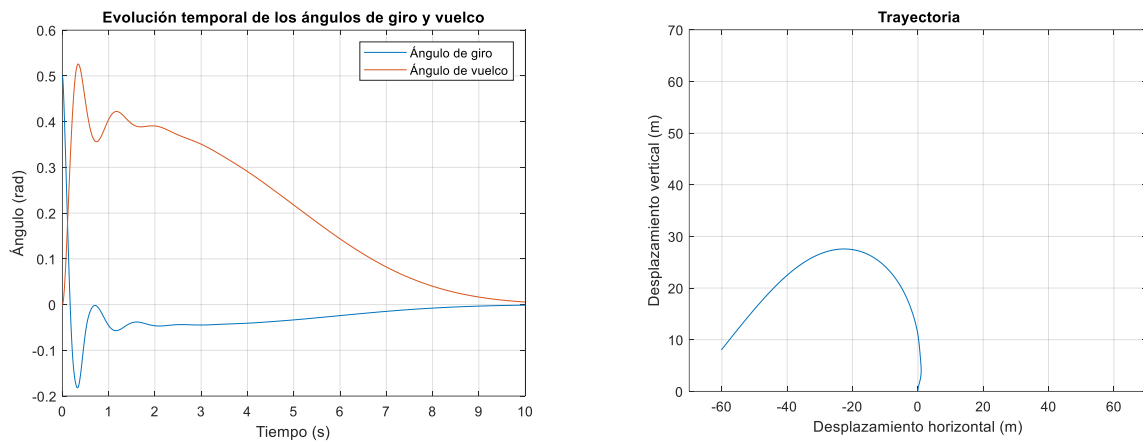


Figura 12. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 0.5 rad de perturbación y trayectoria respectivamente

En la Figura 12 se aprecia como a simple vista el sistema parece haberse estabilizado a la perfección, aunque el valor final es de -1.17% del valor inicial, lo que estaría muy ajustado al límite impuesto al principio de los objetivos, aunque siendo la perturbación más extrema a la que se puede enfrentar el sistema y estando muy cerca del 1%, se puede dar como válido. Como era de esperar, un aumento de la perturbación, provoca un aumento de la respuesta final. Es por ello por lo que a la hora de elegir los parámetros óptimos es preferible aquellos que consigan una respuesta lo más pequeña posible, en vez de conseguir una respuesta en torno a 1% pero que lo consiga de manera rápida, ya que en el caso de que para una perturbación pequeña se tenga un valor cercano al límite podría provocar que para perturbaciones de 0.5 rad, el sistema no sea estable. En cuanto al vuelco, lo único destacable es que tarda más en llegar a la estabilidad que en el caso de 0.1 rad.

Por último, evidentemente y tal y como se aprecia en la Figura 12, al tener mayor perturbación, el giro será mayor y por lo tanto la trayectoria describirá una curva más cerrada que en el caso de la perturbación pequeña, aún así se aprecia como en el último tramo describe una trayectoria recta.

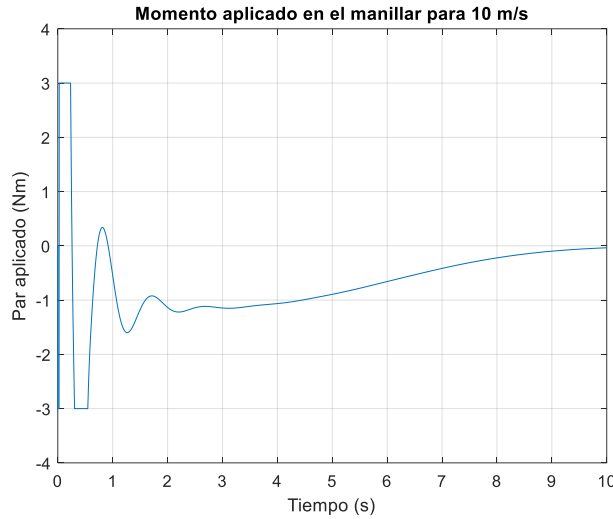


Figura 13. Evolución temporal del par aplicado para 0.5 rad de perturbación

Para el par aplicado se puede observar en la Figura 13 como llega más veces al valor límite, debido que al ser mayor la perturbación, mayor es el giro inicial que se tiene que aplicar.

5.2.3 Discusión de los resultados

A la vista de los resultados obtenidos anteriormente se pueden concluir los siguientes hechos. A mayor velocidad se necesitará un parámetro proporcional mayor, en términos absolutos, así como para perturbaciones mayores aunque estas se pueden considerar estables dentro de los límites establecidos. La posibilidad de tener varias combinaciones que, aunque no sean las mejores, estén dentro de los límites, permite al controlador a no ser tan preciso y rápido a la hora de ir ajustando sus valores en función de los valores, al igual que permite obtener una gráfica de evolución de parámetros que con escasos puntos tenga un rendimiento más que aceptable. Por último, se puede observar en la evolución de γ el comportamiento que debería tener el ciclista ante la perturbación, tanto para 0.1 rad como para 0.5 rad, se aprecia en las Figura 10 y Figura 12 como para estabilizar la perturbación lo primero que se debe hacer es girar en sentido contrario a esta perturbación y a partir de ahí estabilizar poco a poco oscilando ligeramente el manillar.

5.3 Resultados para velocidades inferiores a 4.5 m/s

Como ya se comentó con anterioridad, para velocidades inferiores a 4,5 m/s los autovalores que se obtuvieron estaban bastante alejados de cero y por lo tanto eran mucho más inestables que los autovalores para velocidades mayores. Por tanto encontrar los parámetros que hagan el sistema estable será una tarea mucho más delicada que para velocidades mayores. Para el caso de velocidades pequeñas no se puede automatizar tan fácilmente la obtención de parámetros, ya que en el funcionamiento de Simulink, una caída hace que el programa se quede parado en el momento exacto de la caída de la bicicleta, por lo que habrá que ir probando de manera manual cada valor.

OBTENCIÓN PARÁMETROS ÓPTIMOS PARA V=4 M/S								
KP	KD							
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
0								
1								
2								
3				4,00%				
4								

Tabla 3. Obtención de parámetros para 4 m/s

Tal y como se aprecia en la Tabla 3, encontrar valores que no hagan al sistema inestable no parece una tarea

sencilla, de hecho, la única combinación que no hace al sistema muy inestable no cumple con el límite impuesto para considerar que la bicicleta se ha estabilizado por completo, por lo que no es suficiente con estos parámetros, es por ello por lo que será necesario ampliar con más detalle las distintas combinaciones.

OBTENCIÓN PARÁMETROS ÓPTIMOS PARA V=4 M/S								
KD	KP							
	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1	3,2
-0,5				2,45%	0,58%			
-0,6			5,80%	-1,50%	0,73%	0,67%	-1,29%	1,57%
-0,7					1,77%	1,50%	0,93%	-0,18%
-0,8							0,65%	0,20%
-0,9							-1,44%	-0,94%

Tabla 4. Obtención de los parámetros óptimos para 4 m/s

Como se aprecia en la Tabla 4, si se pueden encontrar valores adecuados para el sistema, esta tabla tiene la misma forma de representar las celdas que la Tabla 1, rojo para las casillas en las que el sistema no es estable, blancas para las celdas donde no se cumplen los requisitos establecidos, naranjas para las celdas donde, aunque su valor final es adecuado el sistema oscila un poco, por lo que no es un gran candidato, verde claro para las celdas que cumplen los requisitos pero no son óptimas y verde oscuro la celda con mejor resultado. Tanto en la Tabla 3 y Tabla 4 se refleja la fragilidad que tiene el sistema para bajas velocidades, esta fragilidad será cada vez mayor conforme se reduzca la velocidad inicial por lo que llegará un punto en el cual encontrar los términos adecuados sea una tarea muy complicada.

Para tener una idea de como varían los parámetros en función de la velocidad se han simulado los casos en los que la velocidad inicial es de 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 y 4 m/s. Hay que recordar que no se está aplicando ningún par de pedaleo por lo que la velocidad final será inferior a la inicial y en casos en los que la velocidad es tan pequeña este hecho cobra bastante relevancia.

Para el caso de una velocidad inicial de 4 m/s se han obtenido los siguientes resultados:

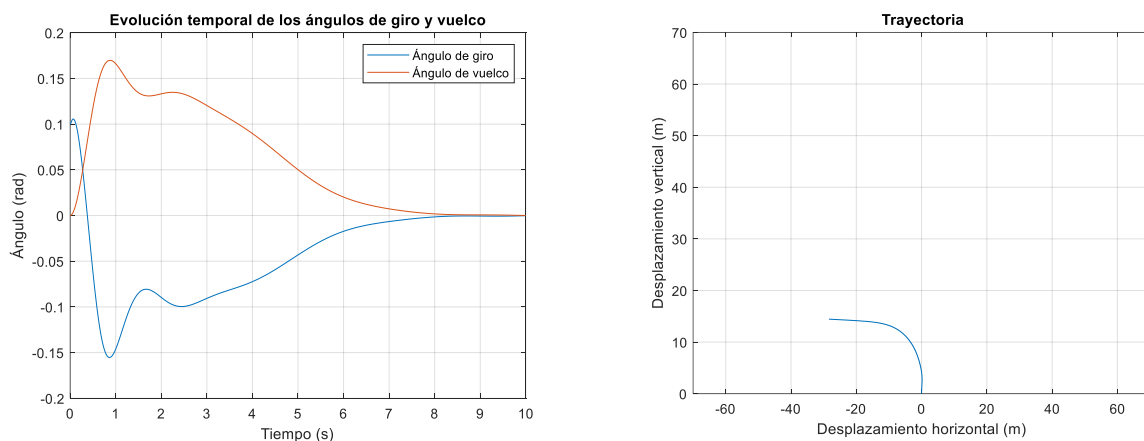


Figura 14. Evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco para 4 m/s y trayectoria respectivamente

Para el ángulo de dirección, tal y como se puede apreciar en la Figura 14, se puede apreciar un ligero cambio con respecto a las gráficas de las velocidades mayores de 6.5 m/s, al principio de la simulación se observa como la tendencia del sistema es a seguir subiendo antes de bajar como hacia en los casos anteriores, por lo demás la evolución de la gráfica es bastante similar a las anteriores.

En cuanto al vuelco, no existe esa diferencia inicial de la que se hablaba en la Figura 14, pero se observa como la subida que experimenta el ángulo de vuelco al inicio es menos vertical que en los casos de velocidades mayores, esto se puede deber al fenómeno que ocurre en los que el ángulo de giro sube al principio antes de decrecer.

Por último, en la trayectoria seguida por la bicicleta lo único interesante es que, para velocidades pequeñas, una pequeña perturbación provoca que se avance más en horizontal que en vertical, aunque el último tramo de la trayectoria sea recto, sería interesante encontrar una combinación de parámetros que logran avanzar más en vertical que horizontal.

5.3.1 Evolución de parámetros del controlador

Como ya se dijo se han hecho varias simulaciones para analizar la evolución de los parámetros en función de la velocidad, obteniendo los siguientes resultados.

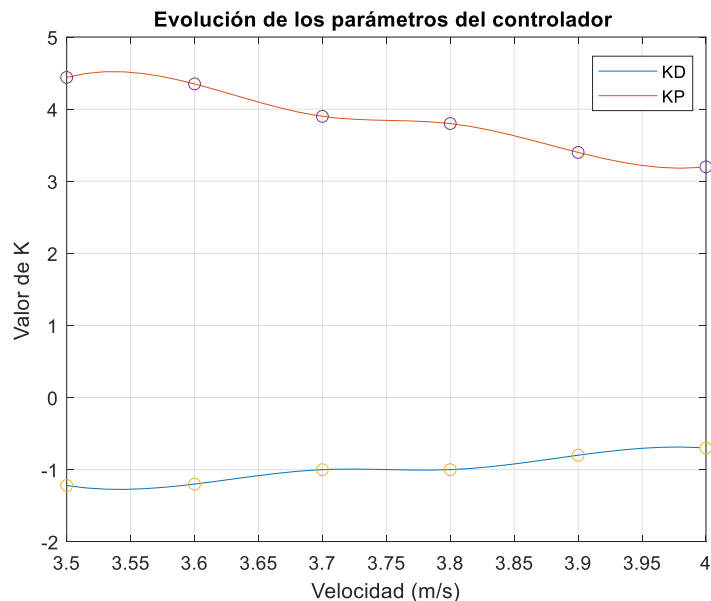


Figura 15. Evolución de los parámetros para velocidades menores a 4.5 m/s

En la Figura 15 se aprecia como la tendencia es que a mayor velocidad el parámetro proporcional debe ser más negativo, pero a diferencia de la Figura 9, donde se apreciaba que el parámetro proporcional para velocidades mayores a 6,5 era siempre negativo, aquí se observa justo lo contrario, para velocidades consideradas del tramo 1, el parámetro proporcional tiene que ser positivo.

Del parámetro derivativo se obtiene la conclusión equivalente a la del parámetro proporcional, la tendencia es la misma, siendo todos los valores negativos y cuya evolución es ser cada vez mayor. Hay que tener en cuenta que la Figura 15 es de mera información para tener una idea de cómo se comporta los términos del controlador, pero en este caso, no es recomendable para obtener puntos intermedios, ya que como se pudo ver en las Tablas 3 y 4, la sensibilidad de los parámetros es extrema, aunque con estas gráficas se puede tener una idea de qué valores estarían próximos a los coeficientes óptimos.

5.3.2 Discusión de los resultados

A la vista de lo anteriormente expuesto se pueden sacar las siguientes conclusiones. En el caso de velocidades menores a 4,5 m/s será necesario girar primero en la dirección de la perturbación para poder encauzar el rumbo adecuadamente, tal y como se apreciaba en la Figura 14, y de ahí el motivo de que el parámetro proporcional sea positivo, en cuanto al parámetro derivativo, ya se ha comentado varias veces que su valor va en concordancia con el parámetro proporcional y de signo contrario a este, y como la tendencia del parámetro proporcional es a bajar, la derivada de este resulta negativa y de ahí su signo.

En cuanto al valor de la perturbación, como se ha podido observar, no se ha indicado nada de qué pasaría con estos parámetros para perturbaciones distintas y el motivo no es otro que al tener velocidades tan bajas, sin pedaleo, una perturbación mayor a 0.1 haría el sistema demasiado inestable para poder ser controlado, al menos con los valores que se han obtenido.

5.4 Resultados para velocidad de pedaleo constante

Hasta ahora el pedaleo de la bicicleta era inexistente, por lo que solo se aplicaba una velocidad inicial que iba decreciendo con el tiempo. En este apartado se aplicará un momento de manera que la velocidad sea constante y analizar la evolución de los parámetros del controlador.

Para saber qué par hace constante la velocidad para una velocidad inicial se ha utilizado la Figura 16, que se puede encontrar en la bibliografía [7]

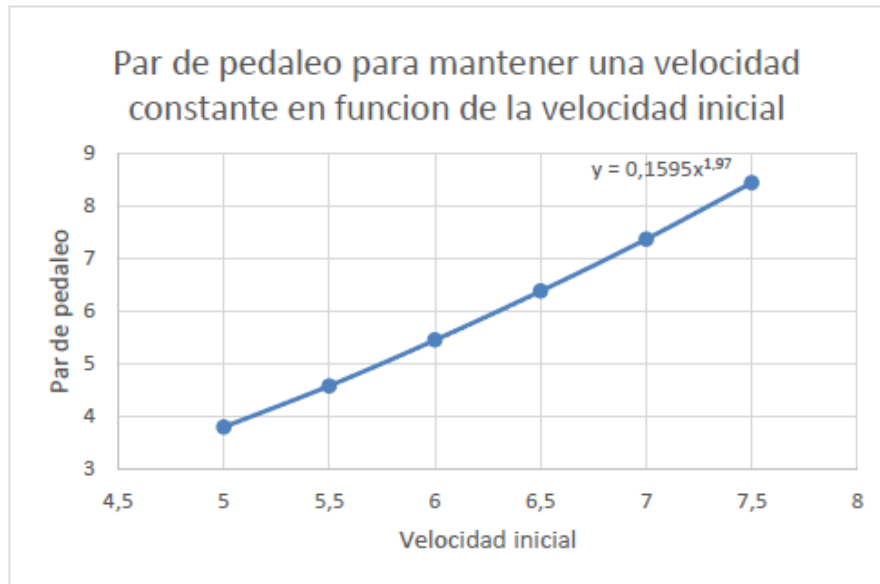


Figura 16. Par de pedaleo (Nm) en función de la velocidad (m/s) para mantener la velocidad constante V.Hanne [7]

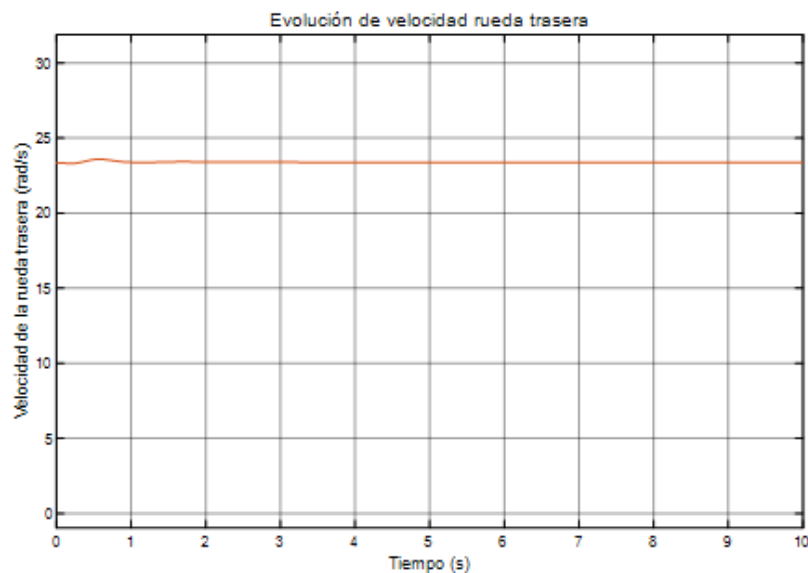


Figura 17. Evolución de la velocidad de la rueda trasera para un par de pedaleo.

En la Figura 17, se observa como efectivamente la velocidad se mantiene constante aunque al principio hay una breve oscilación, este ejemplo se ha realizado para una velocidad inicial de 7 m/s, que se traduce en 23.3 rad/s debido al diámetro de la rueda.

Obteniéndose las siguientes gráficas de los parámetros del controlador:

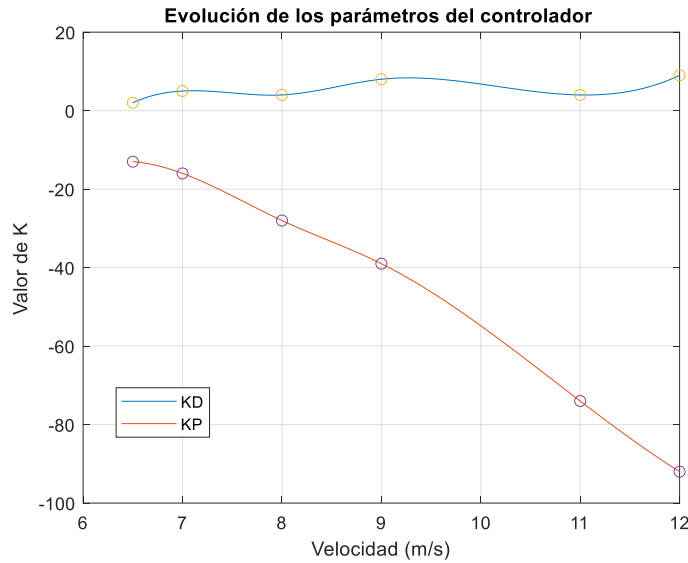


Figura 18. Evolución de los parámetros en función de la velocidad para una velocidad constante

En la Figura 18 se observa como la evolución sigue la misma forma que para en el caso en los que no había pedaleo tal y como se podía apreciar en la Figura 9, aunque los valores se han aumentado en torno al doble de los valores anteriores, esto indica que es más difícil controlar una bicicleta con una velocidad constante a una en la que la velocidad sea inicial, por lo que implica que el acto de pedalear añade una desestabilización al sistema importante.

En cuanto a los valores de K_d , se mantienen en torno al rango de valores que se obtuvieron, aunque son un poco mayores en general.

5.4.1 Resultados para una velocidad constante de 10 m/s

De igual manera que para el caso anterior, donde a partir de las Figura 18 se obtenían los parámetros para una velocidad en la cual no se habían realizado simulaciones y se comprobaba si esta también era estable, se realiza para este caso, también para 10 m/s. Observando las gráficas se obtienen un K_p de -54.81 y K_d de 6.7 obteniendo los siguientes resultados:

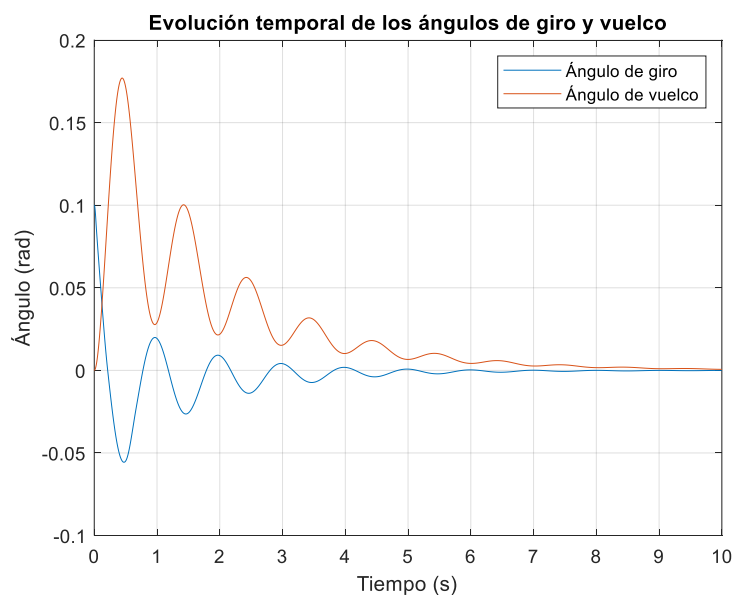


Figura 19. Evolución del ángulo de giro para 10 m/s y par de pedaleo no nulo

En la Figura 19 se aprecia como efectivamente el sistema se estabiliza en torno al -0.0155% de la perturbación inicial, obteniéndose un gran resultado. En comparación con el caso anterior, Figura 19, se observa que la bicicleta necesita oscilar mucho más para poder estabilizar el sistema que para el caso en el que no había pedaleo, debido a esa inestabilidad que incluye el pedaleo.

En el caso del parámetro derivativo se observa las mismas conclusiones que en todos los casos anteriores, la evolución del vuelco es inversa a la evolución de giro. Además, como era de esperar, si la evolución del ángulo de giro ha oscilado más, así lo hace el ángulo de vuelco también.

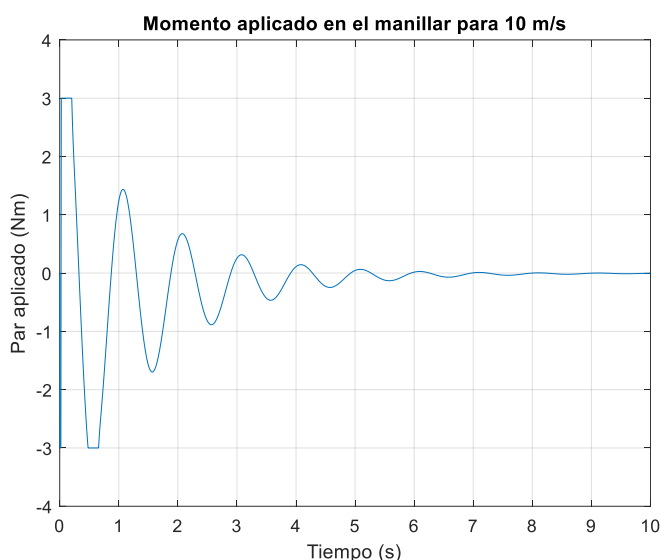


Figura 20. Par aplicado en el manillar para 10 m/s y par de pedaleo no nulo

Para el par aplicado en el manillar, Figura 20, se observa lo mismo que para la Figura 19, como para en el caso de aplicar un par en el pedal, se necesita más implicación en el manillar para poder estabilizar el sistema.

5.4.2 Resultados para perturbaciones mayores

Para este caso también se ha analizado la posibilidad de utilizar los mismos parámetros en el caso de que se tenga como perturbación inicial, una perturbación extrema como es el caso de 0.5 rad. Se han alcanzado los siguientes resultados:

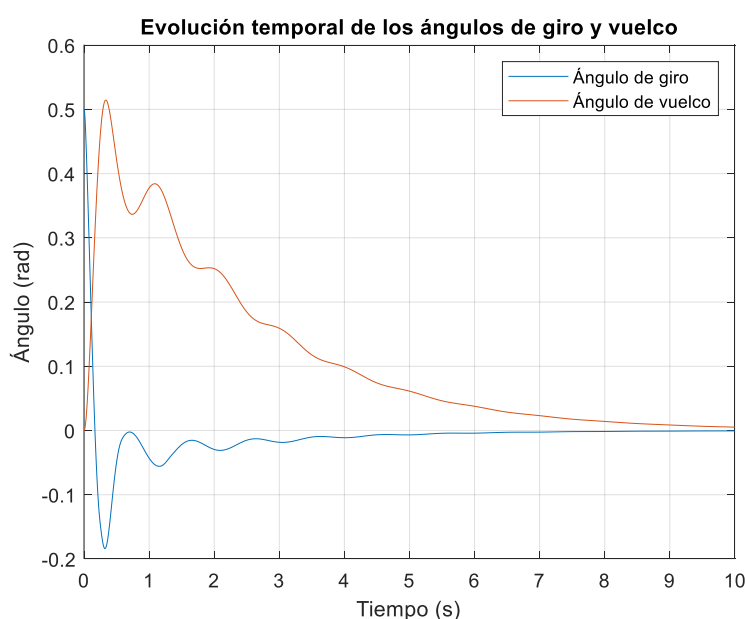


Figura 21. Evolución del ángulo de giro para 10 m/s perturbación de 0.5 rad

En la Figura 21, se observa algo que a priori puede parecer contradictorio, que es que para una perturbación de 0.5 el sistema presente una respuesta más estable que para una perturbación menor y aunque es cierto que no presenta tantas oscilaciones como en el caso anterior, el valor final es de -0.55% del valor inicial de la perturbación, entrando dentro del límite establecido.

En el caso de la evolución del ángulo también se aprecia como la respuesta es más suave que para el caso de 0.1 rad, aunque los valores y la escala de estas sean mayores. Aunque en este caso si se aprecia un ligero inconveniente comparado con el caso de perturbaciones menores y es que la estabilización no se termina de alcanzar a la perfección dentro del límite de tiempo en comparación al caso de 0.1 rad de perturbación.

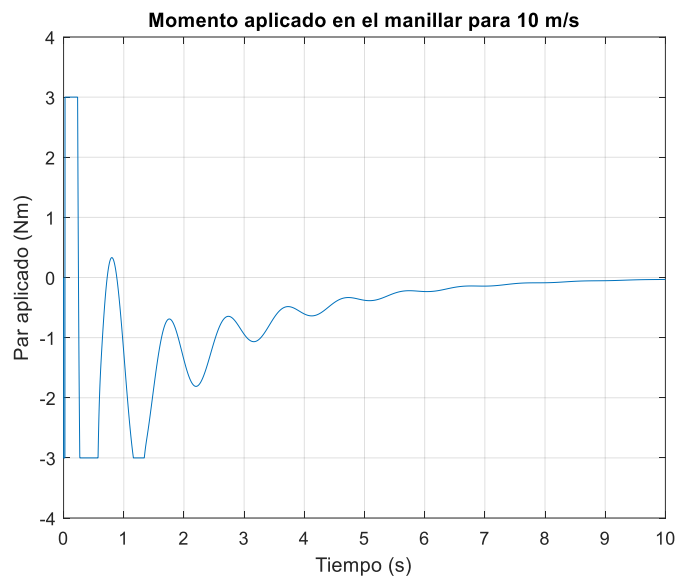


Figura 22. Par aplicado para una velocidad constante y perturbación de 0.5 rad

En la Figura 22 se aprecia lo realmente sorprendente de esta simulación, hasta ahora la evolución del giro del manillar y la del par aplicado en el manillar coincidían prácticamente en todo, sin embargo, en la Figura 22 se observa como el sistema presenta más oscilación durante el tiempo simulado.

También es llamativo como los valores del par necesario son menores para este caso, obteniendo por tanto como consecuencia que se necesita menos fuerza a la hora de estabilizar perturbaciones grandes, aunque la causa de tener que ejercer menos par en el manillar se deba a la presencia de esas oscilaciones extras que en la Figura 21 no se aprecian.

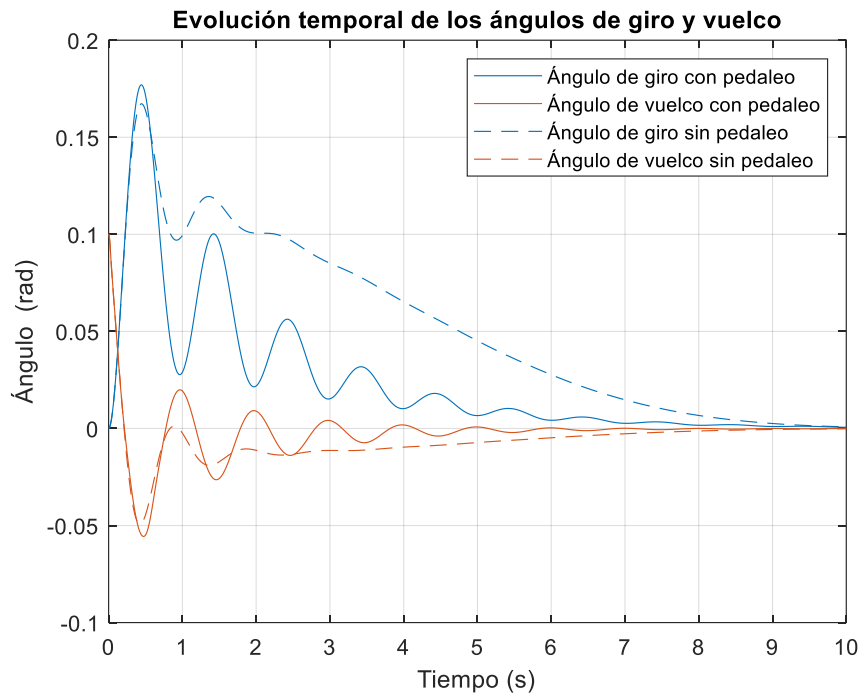


Figura 23. Comparativa de la evolución de los ángulos con y sin pedaleo.

Antes de discutir los resultados obtenidos en este apartado y como ayuda para realizar esta discusión, en la Figura 23 se muestra una comparativa de la evolución temporal de los ángulos de giro y vuelco con y sin pedaleo. Como se observa en esta gráfica en amarillo y azul están representadas la evolución del ángulo de vuelco sin y con pedaleo respectivamente, se aprecia como sin pedaleo la respuesta decrece de forma más suave que con el pedaleo que sin embargo, a pesar de tener un zigzag, decrece de forma más rápida llegando a los valores objetivo al mismo tiempo. Para el ángulo de giro, representado con rojo para el caso con pedaleo y morado para el caso sin pedaleo, en este caso se observa prácticamente lo mismo, donde el caso sin pedaleo presenta una evolución suave mientras que el de pedaleo presenta el zigzag, sin embargo, para el caso del giro, la diferencia entre la presencia de pedaleo o la ausencia de este, en cuanto a la velocidad de decrecimiento no es tan evidente como para el caso del vuelco.

5.4.3 Discusión de los resultados

A la vista de los resultados obtenidos anteriormente se pueden concluir los siguientes hechos. La existencia de un par de pedaleo en el sistema vuelve a este inestable. La inestabilidad que provoca este hecho se ve reflejada en una sobreoscilación en el giro del manillar. Por tanto será necesario una mayor respuesta por parte del controlador habiendo tenido que aumentar el parámetro proporcional en torno al doble de los resultados obtenidos en el caso sin par de pedaleo, aunque este hecho no se ve reflejado en el parámetro derivativo, que aumenta un poco sus valores pero se mantienen dentro del rango que tenía anteriormente.

Para el caso en el que la perturbación sea mayor, también se ha demostrado que para los valores obtenidos el controlador es capaz de estabilizar la bicicleta, teniendo incluso respuestas más livianas que para los casos en los que se tenía una perturbación de 0.1, donde se observaba una oscilación brusca antes de estabilizarse.

6 CONCLUSIONES

En resumen, tras describir el modelo de la bicicleta, así como su análisis de estabilidad que se pueden encontrar en la bibliografía, se ha realizado un algoritmo capaz de obtener los parámetros óptimos del controlador que hacen al sistema estable, analizándose la evolución de estos parámetros en función de la velocidad, así como la evolución de los ángulos implicados en la bicicleta obteniéndose las siguientes conclusiones:

Para poder estabilizar la bicicleta a velocidades mayores de 6,5 m/s el primer paso que deberá realizar el ciclista será girar en dirección contraria a la perturbación y después ir acomodando el giro hasta neutralizar la alteración. Justo lo contrario que pasa para velocidades menores a 4,5 m/s, donde el primer paso a realizar será girar en dirección a la perturbación antes de ir enderezando el rumbo hasta neutralizar la alteración inicial. También se ha analizado para el caso en el que el ciclista está pedaleando, lo que provoca una inestabilidad extra, necesitando aumentar los valores del controlador hasta el doble.

Además de sacar estas conclusiones también se han obtenido varias gráficas que permiten obtener de manera inmediata los valores que se han de utilizar para controlar el sistema, desde una perturbación pequeña de 0.1 rad hasta una perturbación extrema de 0.5 rad utilizando la misma gráfica, salvo el caso de velocidades menores a 4,5 m/s donde una perturbación mayor a 0,1 hace demasiado inestable el sistema y se necesitarán otros valores para estabilizar el sistema.

Como posibles mejores se proponen dos ideas. La primera consiste en generar un archivo que sea capaz de obtener de forma automática los parámetros del controlador tanto para velocidades mayores a 6,5 como para velocidades menores a 4,5, ya que hasta ahora se tiene de forma semi automática solo para valores mayores a 6,5, donde se obtienen los 5 mejores resultados y hay que analizarlos uno a uno.

La segunda idea consiste en realizar un simulador en tiempo real del ciclista donde incluya el controlador PID y poder ver en tiempo real como se va comportando el ciclista. Para ello se necesita obtener la función que sigue la evolución de los parámetros en función de la velocidad para obtener el valor de forma instantánea y pasarlo a Simulink donde retornará el valor del par que tendrá que aplicar el ciclista. El principal problema para realizar esto es que el simulador en Simulink es un sistema muy pesado y tiene un tiempo de simulación elevado como para poder realizar a tiempo real este proyecto, por lo tanto, la tarea que hay que realizar para poder simular a tiempo real será minimizar el sistema de ecuaciones de manera que el tiempo de simulación sea mínimo o por el contrario obtener el par resultante en función de los parámetros del controlador, la velocidad a la que se encuentra el ciclista y la perturbación que se ha introducido.

7 REFERENCIAS

- [1] Escalona, José L., Recuero, Antonio. **A bicycle model for education in multibody dynamics and real-time interactive simulation.**
- [2] Begines Gavira, Fco José (2019), *Análisis de la influencia del ciclista en el comportamiento dinámico de la bicicleta.* Trabajo fin de grado.
- [3] Schwab, A.L., Meijaard, J.P., & Kooijmana, J.D. (2012). **Lateral dynamics of a bicycle with a passive rider model : stability and controllability.**
- [4] Schwab, A. L , Meijaard, J.P (2013). **A review on bicycle dynamics and rider control, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 51:7,1059-1090**
- [5] Schwab, Arend , Lange, P.D.L. , Happee, Riender , Moore, Jason. (2013). **Rider control identification in bicycling using lateral force perturbation tests. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 227. 390-406. 10.1177/1464419313492317.**
- [6] Dialynas, G. (2020). **An experimental approach into the quantification of steering and balance behaviour of bicyclists.** <https://doi.org/10.4233/uuid:3c6817fd-9d04-4461-9253-f02f0ca78a6a>
- [7] Hanne, Victor. **Modelado de las acciones de control de un ciclista sobre la bicicleta (2021).** Trabajo Fin de Máster
- [8] Meijaard J.P, Papadopoulos Jim M, Ruina Andy and Schwab A.L. (2007). **Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review***Proc. R. Soc. A.* 4631955–1982
- [9] Troncoso García, Manuel. **Estudio de la dinámica lateral de una bicicleta. Análisis de estabilidad. (2020).** Trabajo Fin de Grado

8 ANEXO

8.1 Algoritmo para obtener los parámetros óptimos

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%% SCRIPT PARA OBTENER LOS PARÁMETROS %%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
global KD KP
clear clc
clear vectorsol
i=1;j=1;k=1;l=1;

for KP=-18:1:-15
    for KD=2:2:10

        sim("testcontrolgamma.slx")

        %EXTRAE TODAS LAS COORDENADAS PARA CADA SIMULACION
        coordenada1(:,:)=simout_vector.signals.values(:,1,end);
        coordenada2(:,:)=simout_vector.signals.values(:,2,end);
        coordenada3(:,:)=simout_vector.signals.values(:,3,end);
        coordenada4(:,:)=simout_vector.signals.values(:,4,end);
        coordenada5(:,:)=simout_vector.signals.values(:,5,end);
        coordenada6(:,:)=simout_vector.signals.values(:,6,end);
        coordenada7(:,:)=simout_vector.signals.values(:,7,end);
        coordenada8(:,:)=simout_vector.signals.values(:,8,end);
        coordenada9(:,:)=simout_vector.signals.values(:,9,end);
        coordenada10(:,:)=simout_vector.signals.values(:,10,end);

        momentos=simout_momentos.signals.values(:,1,end);

        valor=coordenada7(end)/0.1*100;                %OBTIENE EL VALOR FINAL
        valor90=coordenada7(round(end*.9))/0.1*100;    %OBTIENE EL VALOR AL 90% DE
LA SIMULACIÓN

        vectorsol(i,1)=KP;
        vectorsol(i,2)=KD;
        vectorsol(i,3)=valor;
        i=i+1;
        vectorsol
        if valor<1 && abs(valor-valor90)<0.2
            Kopt(k,1)=KP;                %% GUARDA EN LA PRIMERA COLUMNA KP
            Kopt(k,2)=KD;                %% GUARDA EN LA SEGUNDA COLUMNA KD
            Kopt(k,3)=valor;            %% GUARDA EN LA TERCERA COLUMNA EL VALOR FINAL
            k=k+1;
        end
    end
end

filename= 'Velocidad7autoPEDALEO.xlsx'; % CREA UN EXCEL CON TODAS LAS SIMULACIONES
T= table(vectorsol(:,1),vectorsol(:,2),vectorsol(:,3))
    
```

```
writetable(T,filename,'Sheet',1,'Range','D1')
clear T

valormin=min(abs(Kopt(:,3))); %ENCUENTRA EL VALOR MINIMO EN Kopt
lugar=find(abs(Kopt(:,3))==valormin);%ENCUENTRA EL LUGAR DEL VALOR MINIMO
Kpopt=Kopt(lugar,1)           %MUESTRA EL VALOR DE KP ÓPTIMO
Kdopt=Kopt(lugar,2)           %MUESTRA EL VALOR DE KD ÓPTIMO
valorfinal=Kopt(lugar,3)      %MUESTRA EL VALOR FINAL DE LA SIMULACIÓN
```