

TRABAJO FIN DE GRADO



---

**Mesones  $K$ : Extrañeza,  
Interacción Débil y Violación CP**

---

*Autor:*

Carmen Sánchez Pérez

*Tutores:*

J. A. Caballero Carretero

G. D. Megías Vázquez

14 de junio de 2021

*En agradecimiento:*

*A mis amigos, los que viven fuera y los de aquí,  
en especial a Noelia Martín y a Ana Valadés,  
mis dos hermanas de distinta sangre,  
por apoyarme y enseñarme tanto,  
incluso en la distancia y tras tantos años.*

*A mi pareja y compañero de vida, Aythami Sosa,  
por todo su amor y por no dejar que tire nunca la toalla.*

*A mi familia, sobretodo a mis padres, Cati Pérez y Andrés Sánchez;  
y a mis hermanos, Belén y Pedro, por animarme y creer en mí siempre.*

*A mi profesora en 3<sup>o</sup> ESO, M<sup>a</sup> Ángeles Galdeano,  
por despertar mi pasión por la física y ser mi inspiración.  
Sin ti, hoy no habría llegado hasta aquí.*

*Y a mis tutores, Juan Antonio y Guillermo, por toda su ayuda,  
y por devolverme la ilusión por esta carrera tan bonita.  
He disfrutado mucho realizando este trabajo y,  
sin vosotros, nada de esto habría sido posible.*

# Índice general

Índice de figuras y tablas	IV
Resumen/Abstract	V
Objetivos y metodología	VI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Extrañeza</b>	<b>3</b>
2.1. Extrañeza en el Modelo de Quarks . . . . .	8
2.2. Extrañeza en “partículas no extrañas” . . . . .	11
<b>3. Interacción Débil</b>	<b>13</b>
3.1. Formalismo de la Interacción Débil . . . . .	14
3.1.1. Interacción débil en el Modelo de Quarks . . . . .	19
3.2. Decaimiento de mesones $K$ cargados . . . . .	21
<b>4. Violación CP</b>	<b>30</b>
4.1. Decaimiento de mesones $K$ neutros . . . . .	33
4.1.1. Oscilaciones de mesones $K$ . . . . .	38
<b>5. Conclusiones</b>	<b>43</b>
<b>Apéndice A</b>	<b>44</b>
A.1. Transformaciones de Lorentz y Cuadrivectores . . . . .	44
A.2. Ecuación de Dirac: Matrices y espinores . . . . .	45
A.3. Helicidad y Quiralidad . . . . .	49
<b>Apéndice B</b>	<b>51</b>
B.1. Amplitud de transición $\mathcal{M}$ en el proceso $K^- \rightarrow \ell + \bar{\nu}_\ell$ . . . . .	51
<b>Bibliografía</b>	<b>55</b>

# Índice de figuras

2.1.	Fotografía 1 de la primera detección de los mesones $K$ . . . . .	4
2.2.	Fotografía 2 de la primera detección de los mesones $K$ . . . . .	4
2.3.	Esquema para entender las fotos estereoscópicas . . . . .	5
2.4.	Fotografía de Powell mostrando una desviación en la trayectoria . . . . .	5
2.5.	Octete de mesones . . . . .	10
2.6.	Estructura interna del protón . . . . .	12
3.1.	Esquematización del proceso de interacción en TCC . . . . .	14
3.2.	Diagrama de Feynman de quarks de $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$ . . . . .	22
3.3.	Diagrama de Feynman de $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$ con los momentos . . . . .	23
4.1.	Experimento de Wu y Ambler . . . . .	32
4.2.	Diagrama de Feynmann de la mezcla de mesones $K$ neutros . . . . .	33
4.3.	Modos semileptónicos del electrón de mesones $K$ neutros . . . . .	38
4.4.	Efecto de las oscilaciones en mesones $K$ neutros. . . . .	40
4.5.	Efectos oscilatorios para $10 \Delta m$ y $25 \Delta m$ . . . . .	41
4.6.	Oscilaciones de neutrinos . . . . .	42

# Índice de tablas

1.1.	Propiedades y números cuánticos relevantes de los Mesones $K$ . . . . .	2
2.1.	Números cuánticos de los quarks . . . . .	9
2.2.	Composición de quarks de los mesones $K$ . . . . .	10
3.1.	Modos de decaimiento de mesones $K^\pm$ . . . . .	21
4.1.	Modos de decaimiento de $K_S^0$ y $K_L^0$ . . . . .	37
A.1.	Covariantes bilineales . . . . .	47

# Resumen

Este documento presenta un estudio en detalle de los mesones  $K$  o kaones, de gran relevancia en la Física de Partículas. El interés de los mesones  $K$  radica en que fueron las primeras partículas en las cuales se detectó un comportamiento muy inusual: los mesones  $K$  se generan gracias a la interacción fuerte, pero decaen por interacción débil. Por este motivo, se denominaron partículas extrañas y supuso la introducción de un nuevo número cuántico, la extrañeza  $S$ . Además, dado que decaen por interacción débil, pueden presentar violación de la simetría  $CP$  y, por tanto, oscilaciones de sabor. A pesar de que hoy en día también se han observado estos fenómenos en otras partículas, los mesones  $K$  siguen actualmente jugando un papel muy importante y útil para estudiar las interacciones fundamentales.

# Abstract

In this work we present a detailed study of  $K$ -mesons or kaons. The interest of  $K$ -mesons lies in the fact that they were the first particles in which a very unusual behaviour was detected:  $K$ -mesons are produced through the Strong Interaction but decay by means of the Weak Interaction. For this reason, they were named strange particles and it led to the introduction of a new quantum number, the Strangeness  $S$ . Moreover, since  $K$ -mesons decay by Weak Interaction, they can present  $CP$ -symmetry violation and therefore, flavor oscillations. In spite of this phenomenon been observed in other particles, at present,  $K$ -mesons still play an important and useful role in the study of Fundamentals Interactions.

# Objetivos y metodología

La propuesta de este Trabajo de Fin de Grado surge de la gran motivación que supuso en la asignatura de Física Nuclear y Partículas la realización de un proyecto en grupo conocido como “Adopta una Partícula” en el cual se escogió el mesón  $K$  como partícula adoptada. Para nuestra sorpresa, esta partícula resultó ser de lo más fascinante.

Desde su descubrimiento, el mesón  $K$  ha constituido un rol fundamental en la Física de Partículas. No sólo fueron las primeras partículas extrañas que se detectaron, sino que ello supuso una revolución total para la Física moderna: fueron los responsables de la introducción de la Extrañeza como nuevo número cuántico y ha servido de inspiración para sentar las bases del Modelo de Quarks y el hallazgo de cuatro de los seis quarks conocidos.

La teoría de Quarks ha tenido numerosas consecuencias de suma importancia en el estudio de las Interacciones Fundamentales y el Modelo Estándar. Gracias a ello ha sido posible predecir las posibles causas de violaciones de simetría, la existencia de nuevos quarks presentes en nuevas partículas y las oscilaciones de sabor. Todo ello nos permite acercarnos un poco más a la comprensión de la física de cortas distancias y el mundo microscópico.

Por lo tanto, este trabajo pretende dar a conocer los mesones  $K$  en profundidad y detallar todas estas implicaciones que su descubrimiento ha traído consigo, con el objetivo de concentrar toda esa información en un único documento, facilitando el trabajo de los divulgadores e investigadores de este campo de la Física que necesiten o, simplemente, quieran conocer más acerca de estas partículas extrañas.

Para tal fin, tras unas breves pinceladas sobre el contexto histórico, comenzaremos con un estudio de carácter cualitativo sobre la Extrañeza y la definición de mesón  $K$  en el Modelo de Quarks, seguido de un desarrollo más cuantitativo de la Interacción Débil, donde haremos uso de su formalismo general. Finalmente, relacionaremos todo lo anterior con la violación de simetría CP y proporcionaremos algunos aspectos más actuales donde se trabaja con mesones  $K$ .

# 1 Introducción

El período entre 1940-1950 fue clave para el desarrollo de la Física de Partículas debido a los numerosos descubrimientos que se llevaron a cabo. Yukawa había propuesto hace unos años atrás la existencia de una partícula portadora de la interacción fuerte, cuya masa estuviera entre la del protón y la del electrón y denominada por este motivo mesón (middle weight) [1].

En los años posteriores, los científicos no cesaron de realizar experimentos en cámaras de niebla tratando de identificar la partícula de Yukawa [2]. Primero se descubrió en 1936 el muón  $\mu$ , una partícula cuya masa coincidía con la descrita por Yukawa pero que fue descartada al comprobar que su sección eficaz no era la propia de la Interacción Fuerte. En 1947, el grupo de investigación de Powell descubrió el mesón  $\pi$  o pión, y esta vez la partícula sí coincidía con las predicciones de Yukawa. Sin embargo, este no fue el único descubrimiento realizado en 1947. Los físicos británicos Rochester y Butler, se hallaban también ese año realizando experimentos en una cámara de niebla cuando observaron unos rastros inusuales en ella que tenían forma de  $V$  invertida [3]. Este hecho supuso la primera observación de los mesones  $K$ . Decidieron repetir el experimento en los Pirineos franceses, detectando decenas de estas nuevas partículas. En 1949, el grupo de Powell logró también observar un rastro parecido, indicando la presencia una partícula  $V$ , que luego decaía en tres piones [4].

Con el paso del tiempo, las técnicas de detección de partículas mejoraron enormemente y durante la copiosa producción de estas partículas  $V$  en los experimentos, se observó, entre otros curiosos fenómenos, que a pesar de que la interacción fuerte era la responsable de su formación, su larga vida indicaba que su desintegración se producía mediante interacción débil. Esta, junto a otras características inusuales, hizo que estas partículas se ganaran el sobrenombre de extrañas. Desde entonces, se han detectado otras partículas extrañas tales como los bariones  $\Sigma$  y  $\Lambda^0$  [5].

Los científicos de la época propusieron varias teorías, pero finalmente se concluyó que era necesario introducir un nuevo número cuántico para darle explicación a este suceso: la extrañeza  $S$ .

Así pues, podemos concluir que los mesones  $K$  son hadrones de tipo mesón; son partículas bosónicas que sienten la interacción fuerte y se caracterizan por tener espín entero (nulo en este caso) y número bariónico nulo (por ser mesones). Se consideran partículas “estables” porque, generalmente, decaen en hadrones más ligeros mediante interacción débil en lugar de por interacción fuerte o electromagnética y tienen vidas medias relativamente largas.

Actualmente se conocen 4 tipos de mesones  $K$  distintos: las partículas  $K^+$  y  $K^0$  con sus respectivas antipartículas  $K^-$  y  $\bar{K}^0$ . La siguiente tabla muestra un resumen de sus propiedades:

Partícula	$K^+$	$K^-$	$K^0$	$\bar{K}^0$
Carga $Q$	1	-1	0	0
Masa $\text{MeV}/c^2$	493,677	493,677	497,611	497,611
Isospín $I$	1/2	1/2	1/2	1/2
3 <sup>a</sup> componente del Isoespín $I_3$	1/2	-1/2	-1/2	1/2
Momento angular y paridad $J^\pi$	$0^-$	$0^-$	$0^-$	$0^-$
N <sup>o</sup> Bariónico $B$	0	0	0	0
Extrañeza $S$	1	-1	1	-1
Espín $s$	0	0	0	0

Tabla 1.1: Propiedades y números cuánticos relevantes de los Mesones  $K$ .<sup>1</sup>

En los siguientes capítulos se detallan, en mayor profundidad, la propiedad de la extrañeza así como los decaimientos de los distintos mesones  $K$  por interacción débil y sus repercusiones en la violación de simetría CP.

<sup>1</sup>Propiedades extraídas de [6, 7].



## 2 Extrañeza

Como se comentó anteriormente, los físicos británicos George Rochester y Clifford Butler se hallaban tomando fotografías en una cámara de niebla en 1947, tratando de detectar partículas generadas por los rayos cósmicos al impactar sobre las moléculas de la atmósfera, cuando detectaron dos rastros en forma de  $V$  invertida nunca observados hasta entonces, que sólo podían ser explicados por el decaimiento de una partícula neutra con masa entre 700 y 1600 veces mayor a la del electrón.

En aquella época, ante la ausencia de aceleradores de partículas potentes, la búsqueda de partículas se realizaba estudiando los rayos cósmicos. Estos rayos no son más que radiación de alta energía y partículas subatómicas procedentes del espacio exterior. Cuando estos inciden en las distintas capas de la atmósfera producen una serie de reacciones en cadena que da lugar a una cascada de partículas. Además, a mayor altitud, mayor es el flujo de rayos cósmicos que nos llegan, lo que facilita que un mayor número de partículas llegue al detector. Por este motivo, Rochester y Butler decidieron realizar nuevamente el experimento en los Pirineos franceses, concretamente en el observatorio *Pic Du Midi*, y esta vez consiguieron detectar decenas de estas nuevas partículas. En un principio se las denominó partículas  $V$  pero posteriormente pasaron a identificarse como mesones  $K$  o kaones [1].

Para entender cómo lograron detectar los mesones  $K$  por primera vez, hay que entender el funcionamiento de las cámaras de niebla. Estos dispositivos son entornos cerrados donde se llevaba a cabo el estudio de los rayos cósmicos: las partículas que componen los rayos atraviesan un volumen con vapor de agua sobresaturado contenido en dicho recinto cerrado. Las partículas con carga eléctrica producen una cierta ionización de aire provocando la condensación del vapor de agua a lo largo de la trayectoria. Al situar la cámara de niebla en campos electromagnéticos, y estudiando las curvaturas de las trayectorias, es posible obtener la carga eléctrica, la energía y la masa de las partículas. Asimismo, como muchas partículas decaen en otras por ser inestables, estudiando la longitud de las trazas que dejan tras decaer en la cámara de niebla pueden deducirse sus vidas medias [7].

En diciembre de 1947, se publicaron en la revista *Nature* dos de las numerosas

fotografías tomadas por Rochester y Butler, que se observan a continuación:

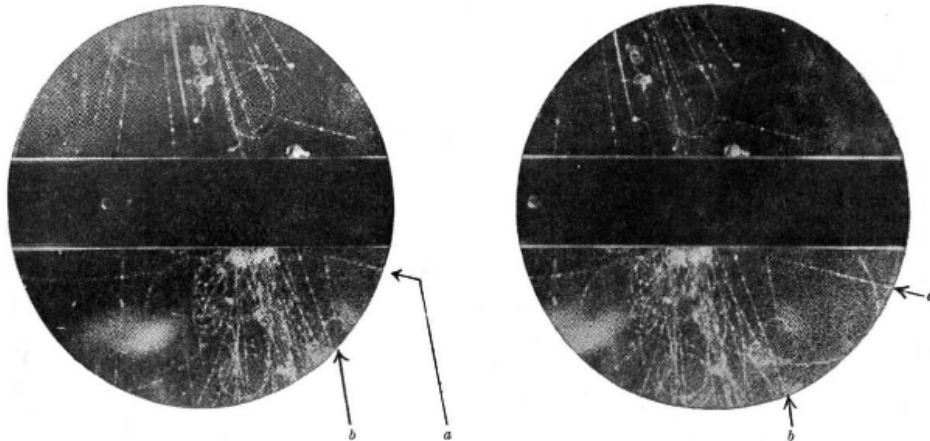


Figura 2.1: Primera fotografía estereoscópica publicada en la revista *Nature* [3],

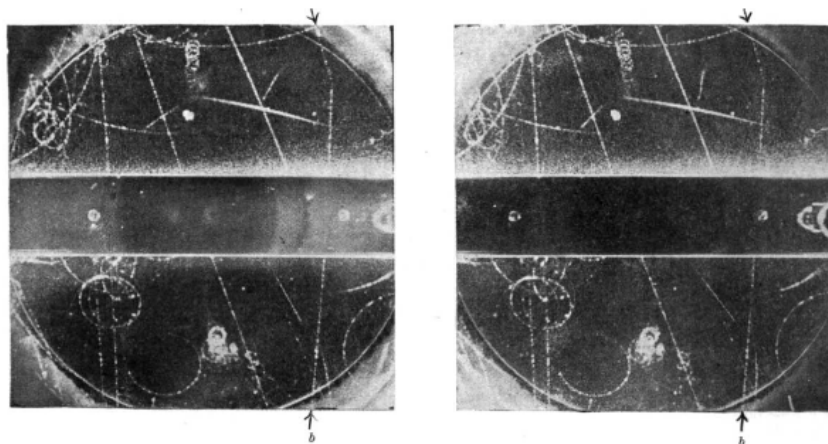


Figura 2.2: Segunda fotografía estereoscópica publicada en la revista *Nature* [3].

En la figura 2.1, se observa como las partículas de rayos cósmicos entran por la parte superior izquierda y colisionan contra la placa de plomo, produciendo una partícula neutra, cuya presencia se hace evidente al decaer en otras partículas cargadas más ligeras, formando una “V” invertida en la parte inferior derecha, señalada mediante las marcas a y b. La figura 2.2 muestra un proceso similar pero esa vez, se produce una nueva partícula cargada que decae en otras dos partículas más ligeras, una cargada y otra neutra, apreciándose una V más abierta, como una desviación en la trayectoria. Para entender las fotografías en mayor detalle, la figura 2.3 muestra un esquema de ambos procesos.

Años más tarde se comprobó que la primera fotografía 2.1 correspondía al proceso  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  y la segunda fotografía (2.2) a la reacción  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ .

El comienzo de los años 50 trajo consigo técnicas innovadoras de detección de partículas, como la cámara de burbujas, detectores de emulsión nuclear muy precisos

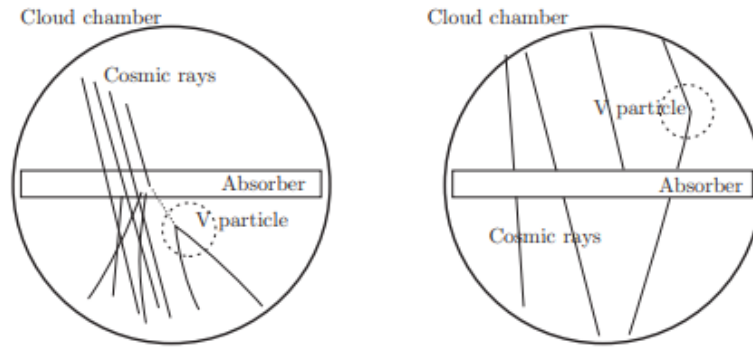


Figura 2.3: Esquema de los procesos observados en las fotografías anteriores [8].

y nuevos aceleradores más potentes. Estos nuevos dispositivos demostraron un gran avance tecnológico al permitir la producción casi en masa de las partículas descubiertas en la década anterior. De hecho, los mesones  $K$  habían quedado un poco en el olvido durante los dos años posteriores a su descubrimiento hasta que en 1950, otros célebres físicos de partículas como Powell, empezaron a publicar trabajos donde también se apreciaban los trazos en forma de  $V$  y las desviaciones, que evidenciaban la presencia de las partículas  $V$ . Coincidían con Rochester y Butler en que estos eventos representaban el decaimiento espontáneo de partículas neutras y cargadas, desconocidas hasta entonces [9].

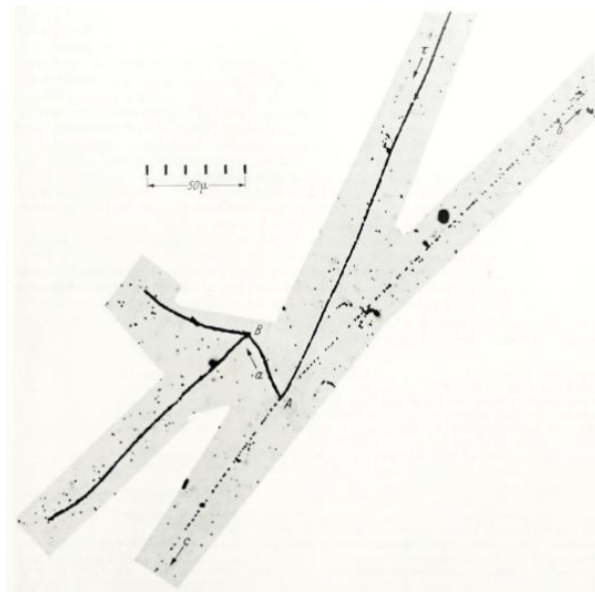


Figura 2.4: Fotografía publicada por el grupo de Powell [1].

El proceso descubierto por Powell en la figura 2.4 mostraba como  $K^+$  entrando desde arriba decae en el punto A en tres piones cargados, dos positivos y uno negativo. El  $\pi^-$  provoca seguidamente una desintegración en B. El proceso descrito era:  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ .

Sin embargo, la partícula  $K^0$  (figura 2.1) primero fue conocida como  $V^0$  y luego como  $\theta^0$  antes de renombrarse finalmente como  $K^0$ , mientras que la partícula  $K^+$  (figura 2.4) se denominó en un principio como  $\tau^+$ . Esto es debido a que los procesos tenían estados finales con distinta paridad y, por dicha razón, se pensaba que debía tratarse de partículas diferentes.

Las partículas  $\theta^0$  y  $\tau^+$  no se identificaron como distintas versiones de una misma partícula hasta 1956, cuando se resolvió el conocido enigma  $\tau$ - $\theta$  al descubrir la violación de la paridad en la interacción débil [10], de la cual hablaremos más adelante.

En los años siguientes se empezaron a clasificar las partículas  $V$  y  $\tau$  en función de la masa. Así, se determinó que los mesones  $K$  correspondían a aquellas partículas con masa intermedia entre el pión y el protón, mientras que aquellas con masas intermedias entre el neutrón y el deuterón pasarían a conocerse como hiperones.

Volviendo al inicio de los años 50, fue también entonces cuando empezaron a hacerse notar los fenómenos inusuales que presentaban estas partículas y que fueron los responsables de que se las bautizara como partículas extrañas, pues nunca se habían manifestado en otras partículas. Las partículas extrañas incluyen no sólo los mesones  $K$ , sino también los hiperones  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  y cascada  $\Xi$ , entre otros. No obstante, en este trabajo vamos a centrar nuestro estudio en los kaones.

La primera característica extraña de estas partículas es que, a pesar de producirse por interacción fuerte de forma muy numerosa, tienen vidas medias relativamente largas, por lo que se sospechaba que decaían mediante interacción débil. La fuerza débil tiene un alcance muy corto (ver capítulo 3), por lo que requiere un tiempo más largo que otras interacciones para provocar la desintegración de la partícula. Básicamente, la vida media de una partícula es una indicación aproximada de cuánto tiempo necesita actuar la fuerza para producir el decaimiento. El otro suceso curioso es el de producción asociada, que consiste en que las partículas extrañas sólo se producen por pares.

Tras muchos intentos fallidos de dar explicación a estos hechos, el físico holandés-estadounidense Abraham Pais sugirió, en 1952, que las partículas elementales debían tener una nueva propiedad o regla de selección, a la que denominó “regla par-impar”. Esta regla de selección debía de cumplirse siempre para la interacción fuerte y la electromagnética, pero podía violarse en la interacción débil. A grandes rasgos, la regla consistía en asignar el número 0 a las partículas “antiguas” ( $\pi$ , nucleones,  $\gamma$ , leptones) y el número 1 a las

partículas “nuevas”  $K$  y  $\Lambda$  (el resto de las partículas todavía se desconocían). Dado cualquier proceso, se suman los números asignados de las partículas en el estado inicial y luego las del estado final. En la interacción fuerte y electromagnética, el número total inicial y final deben ser ambos pares o ambos impares, mientras que en la interacción débil, uno debe ser par y el otro impar. Esta propiedad también daba respuesta a por qué las partículas extrañas debían producirse en pares [9].

La evidencia experimental de la idea de Pais vino de la mano de Murray Gell-Mann y Kazuhiko Nishijima en 1953. Por un lado, indicaban que la “Regla par-impar” debía ser una consecuencia directa de la independencia de carga de las partículas  $V$ , que indicaba que la carga de estas partículas podía encontrarse en tres estados: neutro, positivo y negativo. Por otro lado, Gell-Mann propuso asignar un número entero de isospín  $I$  a los hiperones y un semientero a los mesones  $K$ . Nakano y Nishijima también hicieron esta misma propuesta casi paralelamente. Dependiendo de si  $I$  y su tercera componente  $I_3$  se conservan o no, podrán producirse partículas mediante interacción fuerte [11].

En 1955, Nishijima planteó, a partir de sus observaciones experimentales, que los mesones  $K$  se podían organizar en dobletes de carga y, por tanto, podían obtenerse partículas  $K$  con carga conjugada.  $K^+$  y  $K^0$  formaban un doblete de carga con  $I = 1/2$  e  $I_3 = 1/2$  y  $-1/2$  respectivamente y, además, ambas partículas podían definirse como funciones de onda complejas. Ello permitía establecer el doblete conjugado de sus antipartículas  $K^-$  y  $\bar{K}^0$ , con  $I_3 = -1/2$  y  $1/2$  respectivamente, relacionados entre sí mediante el operador conjugación de carga [12]. Gell-Mann también llegó a conclusiones similares en 1956. Profundizaremos en mayor medida sobre este tema en los próximos capítulos.

Adicionalmente, se comprobó que en todas las interacciones antes descritas se conservaba el número bariónico  $B$ .<sup>1</sup> Asimismo, desarrollando toda esta teoría de la invariancia de carga para las partículas  $V$  y para incluir la propiedad sugerida por Pais, se introdujo un nuevo número cuántico al que Gell-Mann denominó *extrañeza*  $S$  (Nishijima la denotó como carga- $\eta$ ).

Se asignó  $S = 1$  al doblete de partículas de mesones  $K$  y  $S = -1$  para el doblete de sus antipartículas. Este nuevo número cuántico resultaba útil para relacionar la carga con  $I_3$  en partículas elementales, llegándose a una expresión conocida como la *Fórmula de Gell-Mann-Nishijima*:

---

<sup>1</sup>Las teorías de Unificación afirman que el protón  $p$  tiene vida finita aunque muy larga. Si decae, lo haría en un  $e^+$  y en un  $\pi^0$ , violándose la conservación de  $B$ .

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.1)$$

siendo  $Y$  la *hipercarga*, definida como  $Y = B + S$ .

La propiedad de conservación de la extrañeza se formuló a partir de las evidencias experimentales:  $S$  debía conservarse en las interacciones fuerte y electromagnética, pero podía ser violada en procesos ocurridos por interacción débil, tal y como había sugerido Pais con su *regla par-impar*.

## 2.1. Extrañeza en el Modelo de Quarks

Como hemos visto, el concepto de extrañeza se introdujo por motivos puramente fenomenológicos, gracias a las observaciones experimentales. Sin embargo, a través del Modelo de Quarks, la extrañeza obtiene su base teórica.

A principios de la década de los 60 y tras el descubrimiento de muchas partículas “elementales”, fue necesario poner cierto orden haciendo uso de las simetrías. Las simetrías son útiles porque permiten clasificar de forma ordenada las partículas en función de sus propiedades. La rama de las matemáticas encargada de tratar con simetrías es la teoría de grupos. El isospín viene descrito por el grupo  $SU(2)$ , pero el descubrimiento de las partículas extrañas hizo necesario extender el concepto de isospín a una simetría superior.

Así pues, Gell-Mann y Ne’eman observaron que los valores de isospín y la hipercarga de los hadrones estaban relacionados entre sí, tal que los hadrones (mesones y bariones) aparecían en grupos con el mismo espín y paridad y masas similares, denominados singletes (una partícula), octetes (ocho partículas) y decupletes (diez partículas). Esta clasificación, que recibió el nombre de *The Eightfold Way* o *El Camino Óctuple*, concordaba con la estructura del grupo de simetría interna  $SU(3)$  si fundamentaban las transformaciones en la independencia de carga de la interacción fuerte (isospín) y en la conservación de la extrañeza [7]. Las diversas representaciones del grupo  $SU(3)$ , no sólo permitían la clasificación de las partículas en función de sus números cuánticos, sino que además, predecían la existencia de nuevas partículas aún por descubrir.

Pero entonces, ¿existía alguna razón profunda que proporcionase una explicación a la ordenación de las partículas de este modo? La respuesta a esta pregunta se obtuvo en 1964, cuando Gell-Mann y Zweig, plantearon la posibilidad de que estas partículas, que en

un principio se creían elementales, podrían presentar una estructura interna más compleja, pues habían observado ciertas propiedades en ellas que así lo sugerían. Gell-Mann bautizó a estos entes más fundamentales que constituían las partículas como *quarks* [1]. El quark presentaba tres estados internos o “sabores”, llamados  $u$  (*up*),  $d$  (*down*) y  $s$  (*strange*), cada uno con un determinado valor de carga y extrañeza. Además, indicó que para cada quark  $q$ , existía su correspondiente antiquark  $\bar{q}$  con números cuánticos aditivos opuestos. En la siguiente tabla se puede observar un resumen de sus propiedades:

Quark ( $q$ )	Espín $s$	Carga $Q$	$I$	$I_3$	$S$	$B$	$Y$
Up ( $u$ )	1/2	+2/3	1/2	+1/2	0	1/3	1/3
Down ( $d$ )	1/2	-1/3	1/2	-1/2	0	1/3	1/3
Strange ( $s$ )	1/2	-1/3	0	0	-1	1/3	-2/3

Tabla 2.1: Números cuánticos de los quarks [7].

El *Modelo de Quarks* describe la estructura de los bariones (antibariones) constituidos por un conjunto de tres quarks (antiquarks) mientras que los mesones están formados por un quark y un antiquark. El “*The Eightfold Way*” sólo era una consecuencia de las simetrías de sabor de los quarks, matemáticamente expresada mediante la simetría del grupo  $SU(3)$ . Las diferentes combinaciones de sabor daban lugar a las distintas partículas y sus propiedades.

En concreto, los mesones  $K$  se representaban junto a los piones en un hexágono que los clasifica según sus números cuánticos de carga  $Q$  y extrañeza  $S$ , formando un octete pseudo-escalar.<sup>2</sup> Dicho octete está formado por el triplete de los piones y los dos dobletes de las partículas  $K$  y sus antipartículas, aunando así todos los mesones ligeros en un mismo grupo. Para formar el octete de mesones, en cada vértice del hexágono se sitúa una partícula y en el centro del mismo se sitúan el pión neutro y el mesón  $\eta$ . La representación de este octete se muestra en la figura 2.5.

El octete mesónico muchas veces aparece representado como un nonete para incluir las nueve posibles combinaciones de  $q$  y  $\bar{q}$ , al incluir el singlete de la partícula  $\eta'$ .

Por lo tanto, todas aquellas partículas en cuya composición estuviera presente el quark  $s$ , como en los kaones, presentaban un valor de extrañeza no nulo y podían considerarse partículas extrañas.

<sup>2</sup>Pseudo-escalar indica que los mesones tienen momento angular 0 y paridad negativa ( $J^\pi = 0^-$ ).

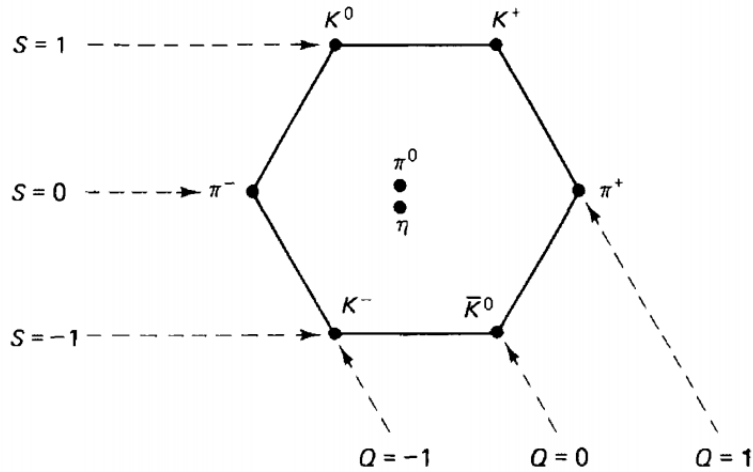


Figura 2.5: Octete de mesones [1].

La composición de quarks de los mesones  $K$  es la siguiente:

Mesón	Quarks
$K^+$	$u\bar{s}$
$K^-$	$s\bar{u}$
$K^0$	$d\bar{s}$
$\bar{K}^0$	$s\bar{d}$

Tabla 2.2: Composición de quarks de los mesones  $K$  [7].

Conociendo esta composición y los números cuánticos de los quarks de la tabla 2.1, se obtienen fácilmente las propiedades de los mesones  $K$  mostradas en la tabla 1.1.

Lo más destacable de los quarks es que son partículas fermiónicas, es decir, tienen espín  $1/2$ . Sin embargo, la existencia de los bariones requiere la agrupación de tres quarks y esto, en ciertas situaciones, era incompatible con el *Principio de Exclusión de Pauli*. Para resolver esta paradoja, Greenberg introdujo el concepto de color: además de los tres sabores de quarks, estos también presentan tres colores  $r$  (*red*),  $b$  (*blue*) y  $g$  (*green*). Planteó que los bariones simplemente se forman con quarks de distinto color. Por lo tanto, ya no serían exactamente iguales y no se violaría el Principio de Pauli [1]. Además, aunque los quarks son los constituyentes más fundamentales de la materia, no se han encontrado evidencias de la existencia de quarks aislados, es lo que se conoce como confinamiento [9].

Con los años se han descubierto otros sabores de quarks, los llamados quarks pesados  $c$  (*charm*),  $t$  (*top*) y  $b$  (*bottom*). Esto ha requerido utilizar simetrías de orden superior a  $SU(3)$  y modificar la definición de la hipercarga  $Y$  para incluir estos nuevos sabores y



poder clasificar las nuevas partículas descubiertas adecuadamente.

Gracias al Modelo de Quarks es posible describir la interacción entre partículas como interacciones entre los quarks que las componen. Los mesones  $K$  se originan por la interacción fuerte. En esta interacción se producen intercambios de quarks entre los hadrones o se crean/aniquilan parejas quark-antiquark. La responsable de la interacción fuerte entre los quarks es su carga de color y la partícula portadora es el gluón. Los quarks modifican su color al absorber o emitir un gluón, pero no modifican su sabor (simetría de isospín). Las combinaciones antisimétricas de quarks frente al intercambio de color se atraen y las simétricas se repelen. Los gluones a su vez también tienen carga de color y pueden interactuar entre sí, lo que resulta en un aumento de la interacción fuerte con la distancia entre quarks y su confinamiento [7]. Por otro lado, los mesones  $K$  decaen mediante la fuerza débil. Estos procesos se pueden describir utilizando diagramas de Feynman donde se aprecia el cambio de sabor de los quarks, que puede resultar o no en un cambio de extrañeza, dependiendo de qué quarks se crean y se aniquilan. Como este fenómeno es de suma importancia para los mesones  $K$ , en el capítulo 3 analizaremos en detalle la desintegración del kaón haciendo uso del formalismo general de la interacción débil.

## 2.2. Extrañeza en “partículas no extrañas”

La propiedad de extrañeza está presente también en el contexto de partículas consideradas “no extrañas”, como es el caso del protón. En experimentos recientes ( $Q_{weak}$  [13], [14]) se ha analizado este problema en profundidad intentando determinar el contenido de extrañeza del protón y la denominada carga débil. Para entender este problema debe tenerse en cuenta que los quarks constituyentes interactúan entre sí intercambiando gluones que pueden dar lugar a la producción de pares virtuales quark-antiquark.

En el caso del protón, su estructura a nivel de quarks de valencia es  $uud$ . La contribución de los mismos a la masa del protón es inferior al 1% [15]. Más del 98% restante se debe a las interacciones entre los gluones y las numerosas parejas  $q-\bar{q}$  [16], las cuales conforman el *mar de quarks* [17]. Como se ha mencionado, estas parejas  $q-\bar{q}$  surgen a raíz de gluones emitidos por los quarks de valencia [18] y pueden afectar a ciertas propiedades del protón.

El sabor oculto dominante en el protón se espera que sea  $s$ , pues tras  $u$  y  $d$ , es el quark más ligero. La contribución del resto de quarks pesados es mínima y puede

despreciarse. Un estudio detallado sobre esta cuestión se presenta en el trabajo de R. Young, publicado en la revista *Nature* [19], donde se discute el contenido en extrañeza del protón. De la *cromodinámica cuántica* o *QCD* (teoría que describe las interacciones entre quarks y gluones), se concluye que la cantidad neta de extrañeza es nula en el protón. Sin embargo, la creación de pares virtuales  $s\bar{s}$  puede producir efectos de asimetría relacionados con la distribución de carga del protón.

Además, la presencia de los quarks  $s$  en el protón, hace que se incremente levemente su momento magnético debido a la circulación neta de carga eléctrica negativa alrededor del eje de polarización del protón (ilustrada en la siguiente figura mediante la flecha de color rojo). Así lo han demostrado las simulaciones experimentales llevadas a cabo en el campo de la QCD.

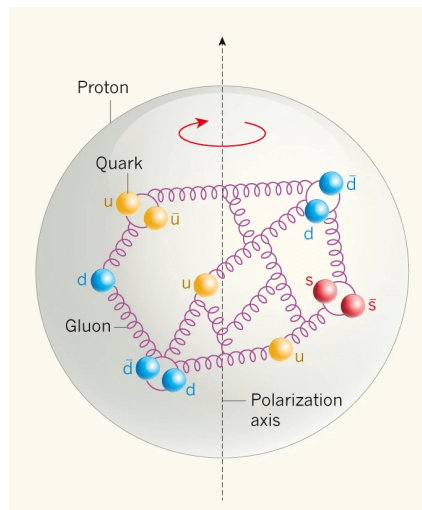


Figura 2.6: Estructura interna de quarks del protón [19].

En la figura 2.6, al margen de los tres quarks de valencia, también se aprecia como el mar de quarks cambia continuamente, al crearse y destruirse parejas  $q\bar{q}$ . En concreto, se observa una pareja  $u\bar{u}$ , dos  $d\bar{d}$  y una  $s\bar{s}$ , pero ya se ha comentado que el protón puede presentar también otras parejas de sabores con menor relevancia para sus propiedades.

Como se mencionó anteriormente, el estudio de efectos de extrañeza en el protón se ha llevado a cabo en el experimento  $Q_{weak}$ , cuyo objetivo básico es la determinación de la interacción débil entre el protón y el electrón y, consecuentemente, la medición precisa de la carga débil del protón. Adicionalmente, los estudios de extrañeza y otros sabores ocultos en el protón pueden tener implicaciones profundas en la búsqueda de la materia oscura en el Universo [19].

### 3 Interacción Débil

El origen de cada interacción fundamental se debe a causas diferentes. Por un lado, la existencia de carga eléctrica produce fuerzas electromagnéticas en las partículas y las hace interactuar entre sí, mientras que la interacción fuerte se debe a la propiedad del color, mencionada en el capítulo anterior. No todas las partículas tienen carga ni color simultáneamente por lo que no todas son susceptibles a las mismas interacciones. El caso de la interacción débil es bastante interesante porque muchas partículas con propiedades distintas son sensibles a ella. Por ejemplo, los leptones no tienen carga de color, no “sienten” la interacción fuerte, mientras los neutrinos no tienen carga eléctrica, por lo que no pueden interactuar mediante fuerzas electromagnéticas. Sin embargo, ambos tipos de partículas pueden estar presentes en interacciones débiles [1]. Además, la causa de la interacción débil, aunque no tiene un nombre específico, suele denotarse como *carga débil*.

Los mesones  $K$  y muchas otras partículas decaen por interacción débil. Desde el principio se consideró un tratamiento cuántico-relativista para describir la fuerza débil y muchos científicos han contribuido al desarrollo de su formalismo. Cada interacción ocurre gracias al intercambio de una partícula mediadora o portadora de la fuerza de interacción. En la interacción fuerte es el gluón y en la electromagnética es el fotón. Las partículas mediadoras encargadas de transmitir la fuerza débil entre los quarks y leptones son los bosones vectoriales, llamados así por tener espín 1. Estos bosones, de gran masa, portadores de la interacción débil pueden estar cargados eléctricamente  $W^\pm$  o ser neutros  $Z^0$ .

Hasta la década de los 70, sólo se habían observado procesos de intercambio de bosones cargados  $W^\pm$ . En los años 60 se empezó a formular una teoría que aunaba la interacción débil junto con la electromagnética, conocida hoy en día como *Teoría Electro débil*. Esta teoría predecía la existencia del bosón neutro mediador de la fuerza débil y dicha hipótesis fue confirmada experimentalmente en 1973 [20] con el hallazgo de  $Z^0$ .

Este capítulo se centra, principalmente, en la descripción de procesos de interacción débil con intercambio de bosones  $W^\pm$  o procesos de *interacción débil de corriente cargada* y nos servirá como base para el estudio del decaimiento de mesones  $K$  cargados.

### 3.1. Formalismo de la Interacción Débil

La interacción débil se postula de forma análoga a la interacción electromagnética, la cual se basa en el acoplamiento del fotón con las corrientes electromagnéticas debidas a las cargas eléctricas en las partículas. Así, para la fuerza débil, se tienen corrientes débiles que se acoplan a los bosones vectoriales  $W^\pm$  o  $Z^0$ . De acuerdo con la Teoría Cuántica de Campos (TCC), cada partícula lleva asociado un campo cuántico  $\phi(x)$ ,  $\psi(x)$  o  $W_\mu(x)$ , dependiente del espacio y del tiempo  $x^\mu = (ct, \vec{x})$ <sup>1</sup>. Estos campos actúan como operadores encargados de aniquilar partículas o crear antipartículas de espín 0, 1/2 y 1, respectivamente [7]. Para describir la evolución espacio-temporal de dichos campos asociados a partículas se hace uso de la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$ .

Del mismo modo, las interacciones se describen mediante unas constantes, denominadas *constantes de acoplamiento*, y productos entre los campos cuánticos de las partículas que intervienen en el proceso. Como  $\mathcal{L}$  debe ser un escalar, sólo se permiten combinaciones entre campos que resulten en invariantes de Lorentz [7]. Esto es posible, ya que la TCC, entiende las interacciones como un intercambio de partículas mediadoras, tal y como se mencionó anteriormente. En su libro [21], Bettini lo explica con el siguiente ejemplo: se tiene una partícula  $a$  que interactúa en el campo mediado por el bosón  $V$ ; en el vacío,  $a$  está continuamente emitiendo y absorbiendo este bosón, tal y como se muestra en la figura 3.1a. No obstante, si una partícula  $b$  se encuentra cerca de  $a$  y tiene su misma interacción, puede absorber un bosón  $V$  que previamente haya sido emitido por  $a$  (ver figura 3.1b). Entonces, se puede afirmar que  $a$  y  $b$  interactúan entre sí intercambiando un bosón  $V$ , es decir, combinando sus campos cuánticos mientras se crea y se aniquila  $V$ .

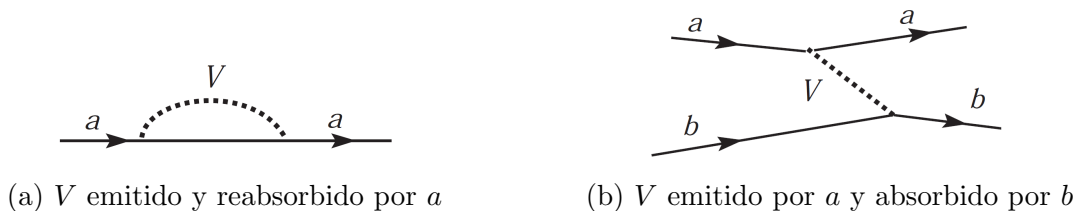


Figura 3.1: Proceso de interacción mediante intercambio del bosón mediador [21].

Continuando con el ejemplo anterior, Bettini indica que el bosón mediador  $V$  tiene, en general, una masa  $m$  no nula, lo que provoca que, durante su emisión, se viole momentáneamente la conservación de energía  $\Delta E = m$ . Lo mismo, pero de forma opuesta

<sup>1</sup>Consultar el Apéndice A para más información sobre la notación utilizada en este capítulo.

ocurre durante su absorción. Así pues, la violación neta dura un  $\Delta t$  y satisface la *Relación de Indeterminación tiempo-energía*:  $\Delta E \Delta t \leq \hbar$ , lo que implica que  $V$  sólo puede alejarse una distancia finita  $R = c\Delta t$ . Esta distancia equivale al rango de la fuerza de interacción, por lo tanto, cuanto mayor masa tenga el bosón mediador de una interacción, menor será su rango de alcance [21]. Dado que los bosones mediadores  $W^\pm$  y  $Z^0$  tienen una masa muy grande ( $m_W = 80.379(12)$  GeV y  $m_Z = 91.1876(21)$  GeV, respectivamente [22]), la fuerza débil tiene un alcance muy corto, más que cualquier otra interacción fundamental, resultando en una intensidad muy tenue; de ahí la denominación de “interacción débil”.

Gráficamente, las interacciones se representan con diagramas de Feynman. Estos diagramas constituyen una representación pictórica de la amplitud de probabilidad de los distintos procesos, donde cada línea representa a una partícula y cada vértice corresponde a cada actuación del lagrangiano de la interacción  $\mathcal{L}$ . La densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$  que describe cada vértice en el diagrama de Feynman de una interacción de corriente cargada débil, tiene esta forma:

$$\mathcal{L}^w = \frac{g_w}{\sqrt{2}} (W^\mu(x) j_\mu^+(x) + [W^\mu(x)]^* j_\mu^-(x)). \quad (3.1)$$

El campo  $W^\mu(x)$  aniquila  $W^+$  o crea  $W^-$  mientras que su conjugado  $(W^\mu(x))^*$  aniquila  $W^-$  o crea  $W^+$ . En un proceso que ocurre por interacción débil con intercambio de  $W^\pm$ , la carga neta del estado inicial y el final difieren en una unidad y, entonces, se habla de interacción de corriente cargada. Luego, la densidad de corriente débil  $j_\mu$  puede ser positiva o negativa, y se compone de dos términos, uno para la corriente leptónica y otro para la hadrónica:

$$j_\mu^\pm(x) = j_\mu^{\pm lep}(x) + j_\mu^{\pm had}(x). \quad (3.2)$$

La corriente leptónica es una composición de corrientes de cada familia de leptones. Así se tiene un término para los electrones, otro para los muones y otro para los tauones:

$$j_\mu^{\pm lep}(x) = j_\mu^{\pm el}(x) + j_\mu^{\pm muon}(x) + j_\mu^{\pm tau}(x). \quad (3.3)$$

La corriente leptónica de electrones puede expresarse de la siguiente forma:

$$j_\mu^{-el}(x) = i\bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_{\nu_e}(x), \quad j_\mu^{+el}(x) = i\bar{\psi}_{\nu_e}(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_e(x). \quad (3.4)$$

La corriente negativa  $j_\mu^{-el}$ , aniquila  $\nu_e$  (o crea  $\bar{\nu}_e$ ) y crea  $e^-$  (o aniquila  $e^+$ ), mientras que la corriente positiva  $j_\mu^{+el}$  hace justo lo opuesto.  $j_\mu^{\pm muon}$  y  $j_\mu^{\pm tau}$  pueden definirse de manera análoga. Estas corrientes leptónicas se caracterizan por conservar el número cuántico leptónico y la carga de las partículas que intervienen.

El operador de corriente hadrónica  $j_\mu^{\pm had}$  es el encargado de crear o aniquilar hadrones, conservando siempre el número bariónico  $B$  e incrementando o reduciendo en una unidad la carga eléctrica total  $Q$ . Sin embargo, aunque no siempre, también son capaces de modificar la extrañeza: la corriente hadrónica positiva (negativa) puede aumentar (disminuir) la extrañeza en una unidad  $\Delta S = +1$  ( $\Delta S = -1$ ) [7].

Además,  $g_W$  es la constante de acoplo de la interacción débil y se relaciona con la constante de Fermi  $G_F$  a través de la expresión:

$$\frac{G_F}{g_w^2} = \frac{\sqrt{2}}{8m_W^2}. \quad (3.5)$$

Experimentalmente se ha comprobado que  $G_F$  tiene un valor único para todos los procesos donde interviene la interacción débil, siendo este  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ .

Si se reescribe la corriente débil leptónica de la ecuación 3.4 en su forma expandida, pueden distinguirse dos términos:

$$j_\mu^{-el}(x) = \frac{i}{2} \{ \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu \psi_{\nu_e}(x) - \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu \gamma_5 \psi_{\nu_e}(x) \}. \quad (3.6)$$

El primero  $\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu \psi_e$  se transforma como un vector polar (V) y el segundo  $\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu \gamma_5 \psi_e$  como un vector axial (A). Debido a esto, la corriente débil se dice que tiene estructura V-A. Esta estructura no es exclusiva para la corriente débil leptónica, sino que también está presente en la hadrónica. Inicialmente, se introdujo la parte correspondiente al vector polar en la corriente débil por analogía con la interacción electromagnética. El término del vector axial fue añadido posteriormente, tras el descubrimiento de la violación de paridad [23]. Si una interacción presenta estructura V-A, se dice que es una *Interacción V-A*.

Por lo tanto, el lagrangiano  $\mathcal{L}$  de una interacción débil presenta estructura V-A o, en su forma más general, una combinación o producto de estructuras V-A [24], una para describir el decaimiento de los leptones y otra para los quarks:

$$\mathcal{L} = \sum_i C_i \left( \bar{\psi}_{\nu_l} \hat{\mathcal{O}}_i \psi_l \right) \left( \bar{\psi}_{q_2} \hat{\mathcal{O}}^i \psi_{q_1} \right). \quad (3.7)$$

Los coeficientes  $C_i$  son constantes de acoplamiento del proceso en cuestión y los  $\psi_i$  son los espinores resultantes de la ecuación de Dirac que describe cada fermión (quark o lepton) que participa en la interacción. Los  $\widehat{\mathcal{O}}_i$  son operadores definidos en el espacio de Dirac. La estructura  $\bar{\psi}\widehat{\mathcal{O}}\psi$  se denomina covariante bilineal y presenta propiedades específicas bajo transformaciones de Lorentz (ver Apéndice A).

A la hora de analizar el decaimiento de mesones  $K$ , la magnitud que más interesa calcular es la probabilidad de decaimiento  $\Gamma$ , que indica la probabilidad por unidad de tiempo de que el kaón (o cualquier partícula) sufra un proceso de desintegración. Por ejemplo, si se tiene un conjunto de partículas  $N(t)$  en un instante  $t$ , un número  $N\Gamma dt$  de ellas decaerá en el próximo instante  $dt$  [1]:

$$dN = -\Gamma N dt, \quad N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}. \quad (3.8)$$

Además, esta magnitud  $\Gamma$  está relacionada con la semivida  $\tau$  de la partícula según:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}. \quad (3.9)$$

Como, en general, las partículas pueden decaer de distintas formas o modos, se tiene:

$$\Gamma_{total} = \sum_{i=1}^N \Gamma_i, \quad \tau = \frac{1}{\Gamma_{total}}. \quad (3.10)$$

Por este motivo, también es posible definir la razón de desintegración o “*branching ratio*”  $BR$  para un modo de decaimiento  $i$  dado:

$$BR(i) = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{total}}. \quad (3.11)$$

La probabilidad de decaimiento se determina a partir de la amplitud de probabilidad y la densidad de estados finales (espacio de fases) que depende de las masas, las energías y los momentos de las partículas que intervienen en el decaimiento, es decir, contiene toda la información cinemática del proceso. Por otra parte, la amplitud de probabilidad  $\mathcal{M}$  es una magnitud que está relacionada con el lagrangiano de la interacción  $\mathcal{L}$  y, por lo tanto, proporciona información acerca de la dinámica de un proceso de decaimiento. Su expresión viene dada por [17]:

$$\mathcal{M} = -i \int \mathcal{L}^w(x) d^4x \propto -i \int j_\mu W^\mu d^4x. \quad (3.12)$$

Recordemos que los mesones  $K$  son partículas de espín 0, por lo que el campo escalar que los describe satisface la ecuación de Klein-Gordon, que en forma covariante tiene la siguiente expresión:

$$(\square + m^2) \psi(x) = 0. \quad (3.13)$$

Haciendo uso de la *Regla de Oro de Fermi* para procesos de desintegración del tipo  $1 \rightarrow 2 + 3$ , podemos expresar finalmente la probabilidad de decaimiento en la forma (considerando el sistema natural de unidades):

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2m_1} \left[ \left( \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{d^3\mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3), \quad (3.14)$$

donde  $S$  es un producto de factores estadísticos:  $\frac{1}{j!}$  por cada grupo de  $j$  partículas idénticas en el estado final [1]. En caso de no estar familiarizado con la *Teoría de Perturbaciones* y la Regla de Oro de Fermi, se recomienda al lector consultar el capítulo 5.6 de [25] y el 2.4 de [26].

En la discusión que sigue en apartados sucesivos, nuestro interés se centrará en el cálculo de la amplitud  $\mathcal{M}$ . Para ello haremos uso de las técnicas de trazas y reglas de cálculo de Feynman [1]. Presentamos, a continuación, un resumen de las mismas:

1. Notación: Etiquetar todos los cuadri-momentos (internos y externos) del proceso y asignar flechas a cada línea.
2. Líneas externas: Para partículas y antipartículas llegando al vértice escribir los espinores  $u$  y  $\bar{v}$ , respectivamente. Si salen del vértice, entonces se escribe:  $\bar{u}$  y  $v$ , en cada caso.
3. Factor de vértice: Para cada vértice, escribir un factor  $\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$ .
4. Propagadores: Para cada línea interna que represente un bosón vectorial  $W^\pm$  o  $Z^0$ , escribir un factor:  $\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2)}{q^2 - M^2}$ . Pero, en general, como  $q^2 \ll (M)^2$  puede realizarse la siguiente aproximación para describir el vértice:  $\frac{ig_{\mu\nu}}{(M)^2}$ .



5. Conservación de momento y energía: Para cada vértice, escribir  $(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$ . En esta expresión  $k$  es el vector momento de 3 componentes dirigiéndose hacia el vértice. Si el momento sale del vértice entonces lleva un signo menos.
6. Integrar sobre todos los momentos: Para cada cuadri-momento  $q$ , escribir un factor  $\frac{d^4q}{(2\pi)^4}$  e integrar.
7. Cancelar la función delta  $\delta$ : Cancelar el factor restante  $(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$  e igualar la expresión resultante a  $-i\mathcal{M}$ .

### 3.1.1. Interacción débil en el Modelo de Quarks

En el modelo de Quarks, la interacción débil se representa mediante diagramas de Feynman, donde se produce un cambio de sabor en los quarks, emitiendo bosones  $W^\pm$ . Como consecuencia de la conservación del número leptónico en esta interacción, el acoplamiento de  $W^\pm$  ocurre de manera estricta entre leptones de la misma generación [1]:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

No obstante,  $W^\pm$  sí puede acoplarse a quarks de distintas generaciones:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Cuando sólo se tenía conocimiento de los quarks ligeros, en torno a 1963, Cabibbo sugirió este acoplamiento inter-generacional como explicación al fenómeno de violación de la extrañeza en la interacción débil. Así, en un diagrama de Feynman, la corriente hadrónica débil mantiene la estructura V-A, pero su expresión puede variar dependiendo de si se conserva o no la extrañeza en el vértice a estudio del proceso:

- Sin cambio de extrañeza, se aniquila un quark  $d$  y se crea un quark  $u$ :  $d \rightarrow u + W^-$

$$j_\mu^{+had}(\Delta S = 0) = \cos(\theta_c) i\bar{\psi}_u(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_d. \quad (3.17)$$

- Con cambio de extrañeza, se aniquila un quark  $s$  y se crea un quark  $u$ :  $s \rightarrow u + W^-$

$$j_\mu^{+had}(\Delta S = 0) = \sin(\theta_c) i\bar{\psi}_u(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_s, \quad (3.18)$$

donde  $\theta_C$  se conoce como ángulo de Cabibbo, cuyo valor experimental es  $13,02^\circ$ .

La teoría de Cabibbo proporcionaba una explicación a numerosos decaimientos de quarks. Sin embargo, esta teoría también permitía el decaimiento del mesón  $K^0$  en  $\mu^+\mu^-$ , cuya amplitud de probabilidad era proporcional a  $\cos(\theta_C)\sin(\theta_C)$  y, por lo tanto, mucho mayor que la obtenida experimentalmente. Para solucionar esta contradicción, en 1970, Glashow, Iliopoulos y Maiani (GIM), propusieron la existencia de un nuevo quark  $c$  que debía acoplarse con  $-d \cdot \sin(\theta_C) + s \cdot \cos(\theta_C)$ , la combinación ortogonal a  $d \cdot \cos(\theta_C) + s \cdot \sin(\theta_C)$ , a la que se acoplaba el sabor  $u$  [1].

Nacía así, la teoría Cabibbo-GIM, la cual afirmaba que los estados de los quarks  $d$  y  $s$ , en lugar de su descripción física, debían definirse como:

$$\begin{aligned} d' &= d \cdot \cos(\theta_C) + s \cdot \sin(\theta_C) \\ s' &= -d \cdot \sin(\theta_C) + s \cdot \cos(\theta_C). \end{aligned} \tag{3.19}$$

De manera que los  $W^\pm$  se acoplaran a las familias de quarks como hacían los leptones, pero con los nuevos dobletes de estados de quarks *rotados*:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \tag{3.20}$$

En 1973, Kobayashi y Maskawa, en un intento de dar explicación a la violación CP, generalizaron el esquema de Cabibbo-GIM, para incluir una tercera generación de quarks, aún sin descubrir en aquel entonces, surgiendo así la *matriz CKM* (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa):

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \tag{3.21}$$

Esta matriz permitía conectar todos los sabores de quarks entre sí, siendo los elementos de su diagonal los más importantes, al relacionar quarks de la misma familia:  $u \leftrightarrow d$ ,  $c \leftrightarrow s$  y  $t \leftrightarrow b$ . En definitiva, proporcionaba información acerca de la probabilidad de transición de un quark  $i$  a un quark  $j$ . Los términos no diagonales son los responsables de que los quarks pesados vayan decayendo progresivamente en los sabores ligeros  $u$  y  $d$ , que son los constituyentes predominantes de la materia ordinaria. Así, por ejemplo,  $V_{ud}$  describe el acoplamiento de  $u$  a  $d$ :  $d \rightarrow u + W^-$ .

La matriz CKM puede reducirse a una especie de “forma canónica” utilizando los *ángulos generalizados de Cabibbo*  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , y un factor de fase  $e^{i\delta}$  [1]:

$$|V| = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

con  $c_i \equiv \cos \theta_i$  y  $s_i \equiv \sin \theta_i$ .

Si  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , entonces  $\theta_1 = \theta_C$ , obteniéndose la representación Cabibbo-GIM anterior. Los elementos  $|V_{ij}|$  de la matriz CKM suelen determinarse empíricamente, pero en concreto, el promedio de  $|V_{ud}|$  y el de  $|V_{us}|$  se conocen con bastante exactitud.

## 3.2. Decaimiento de mesones $K$ cargados

Los mesones  $K^\pm$  decaen por interacción débil y sus procesos de decaimiento (modos) pueden clasificarse en varias categorías. A continuación, presentamos los modos leptónicos, semileptónicos y hadrónicos, que son los más relevantes:

Mesón $K^+$	Mesón $K^-$		
$e^+ \nu_e$	$e^- \bar{\nu}_e$		
$\mu^+ \nu_\mu$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu$		
$\pi^0 e^+ \nu_e$	$\pi^0 e^- \bar{\nu}_e$		
$\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	$\pi^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$		
$\pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	$\pi^0 \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$		
$\pi^+ \pi^- e^+ \nu_e$	$\pi^+ \pi^- e^- \bar{\nu}_e$		
$\pi^+ \pi^- \mu^+ \nu_\mu$	$\pi^+ \pi^- \mu^- \bar{\nu}_\mu$		
$\pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	$\pi^0 \pi^0 \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$		
		Mesón $K^+$	Mesón $K^-$
		$\pi^+ \pi^0$	$\pi^- \pi^0$
		$\pi^+ \pi^0 \pi^0$	$\pi^- \pi^0 \pi^0$
		$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	$\pi^+ \pi^- \pi^-$

Tabla 3.1: Modos (semi-)leptónicos y hadrónicos de kaones cargados [22].

Se observa que los modos de decaimiento de  $K^-$  son los mismos modos que los de  $K^+$  pero con carga conjugada. Sin embargo, no todos estos procesos tienen la misma probabilidad de ocurrir. Como ejemplo ilustrativo de esta afirmación, en esta sección se incluye un estudio exhaustivo de los modos leptónicos del mesón  $K^-$ :  $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  y  $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ .

El diagrama de Feynman a nivel de quarks representando el proceso  $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$  aparece en la figura 3.2.

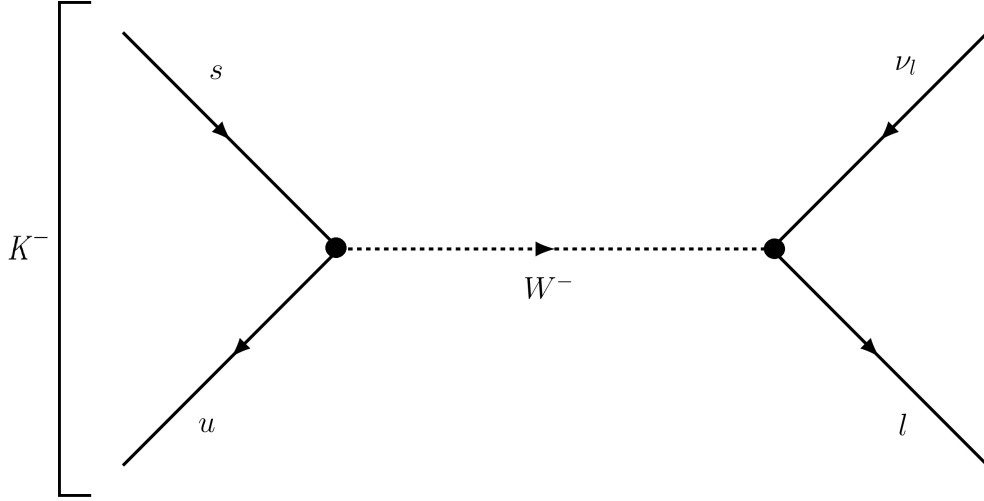


Figura 3.2: Diagrama de Feynman del modo leptónico de  $K^-$  en el Modelo de Quarks.

El vértice leptónico está totalmente definido a partir de las expresiones de la corriente débil vistas en el formalismo anterior. Sin embargo, el vértice hadrónico es algo más complejo de explicar y puede hacerse mediante dos enfoques. El primero de ellos consiste en una descripción a partir de la composición de quarks de  $K^-$ , pero este tratamiento presenta una dificultad extrema asociada a la descripción de los estados ligados de quarks  $s$  y  $u$  en el kaón. Por ello, y dado que el mesón  $K$  es una partícula de espín 0, resulta más sencillo describir dicho vértice hadrónico a partir de la ecuación de Klein-Gordon.

Siguiendo este segundo procedimiento, representamos el diagrama  $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$  como se ve en la figura 3.3, donde también se han etiquetado los momentos internos y externos de cada partícula que interviene. La configuración genérica (círculo) que se aprecia en el vértice hadrónico, simplemente indica que, como el mesón  $K^-$  posee una estructura interna más elemental de quarks, no sabemos de antemano cómo interacciona con el propagador  $W^-$ . Por ello, para el vértice hadrónico se escribe un factor:  $\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} F^\mu$ . El término  $F^\mu$  es un cuadvectores dependiente del momento del mesón  $K^-$  que describe la interacción en el vértice hadrónico con el propagador. Su expresión general es:

$$F^\mu = f_K p^\mu, \quad (3.23)$$

donde  $p^\mu$  es el cuadrivector momento del kaón y  $f_K$  es una función escalar de Lorentz dependiente del cuadrimomento transferido, que se denomina *factor de forma* del kaón.

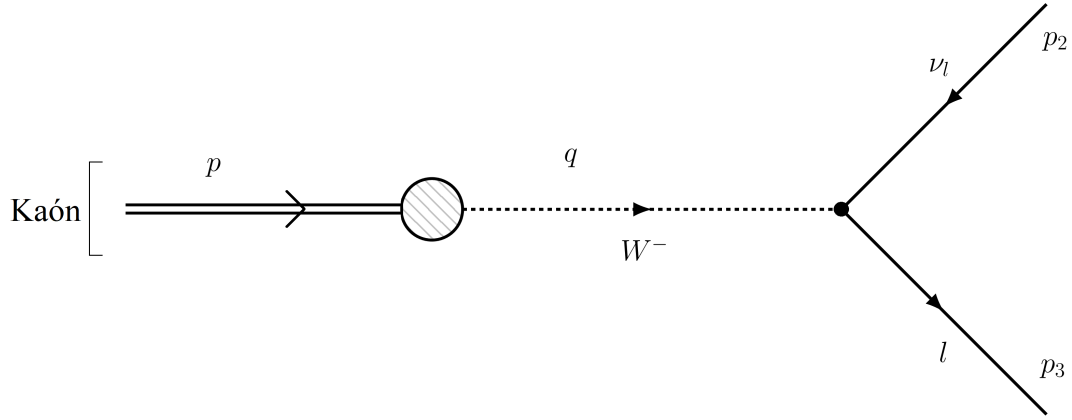


Figura 3.3: Diagrama de Feynman de  $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$  con los momentos de cada partícula.

Analizamos el diagrama de la figura 3.3 y aplicamos las reglas de Feynman para calcular la amplitud de decaimiento del proceso, con el objetivo de hallar la probabilidad  $\Gamma$  de que ocurran tales modos de decaimiento (en el Apéndice B se presenta el cálculo detallado de la amplitud de transición con todos los pasos intermedios). Así, se obtiene:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_W)^2} [\bar{u}(3) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] f_K p^\mu, \quad (3.24)$$

siendo el factor de forma  $f_K$  desconocido en principio.

Aplicando las propiedades de las trazas y las matrices de Dirac (ver eq. A.20) y haciendo la media, se llega a la siguiente expresión:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{8} \left[ f_K \left( \frac{g_w}{M_W} \right)^2 \right]^2 [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)] \quad (3.25)$$

Teniendo en cuenta que  $p = p_2 + p_3$  junto con  $p^2 = m_K^2$  y  $p_3^2 = m_\ell^2$ , y sabiendo que el antineutrino carece de masa:  $p_2^2 = m_\nu^2 = 0$ , reescribimos:

$$p \cdot p_2 = p_3 \cdot p_2; \quad p \cdot p_3 = p_2 \cdot p_3 + m_\ell^2. \quad (3.26)$$

Además,

$$p^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2(p_2 \cdot p_3) \longrightarrow 2(p_2 \cdot p_3) = (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (3.27)$$

Sustituyendo en los resultados de la ecuación 3.25, se llega a:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_w}{2M_W} \right)^4 f_K^2 m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2) \quad (3.28)$$

Para obtener la probabilidad de decaimiento, aplicamos la Regla de Oro de Fermi para las desintegraciones del tipo  $1 \rightarrow 2 + 3$ :

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2m_1} \left[ \left( \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3), \quad (3.29)$$

donde S es un producto de factores estadísticos:  $\frac{1}{j!}$  por cada grupo de  $j$  partículas idénticas en el estado final [1].

Integrando sobre todos los momentos, se obtiene:

$$\Gamma = \frac{S}{m_K} \left( \frac{1}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p - p_2 - p_3) d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{p}_3. \quad (3.30)$$

Por simplicidad, suponemos que la partícula que decae, el mesón  $K^-$ , está en reposo. De este modo, se tiene:

- $E_1 = m_1 = m_K$  y  $\mathbf{p} = 0$ .
- La masa del antineutrino se considera nula, i.e.,  $m_\nu = 0$ , por consiguiente, su energía es  $E_2 = |\mathbf{p}_2|$ .
- El leptón sí tiene masa, i.e.,  $m_\ell \neq 0$ , luego  $E_3 = \sqrt{m_\ell^2 + \mathbf{p}_3^2}$ .

Expresando la función delta  $\delta$  haciendo uso de lo anterior:

$$\delta^4(p - p_2 - p_3) = \delta(m_K - E_2 - E_3) \delta^3(-\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3), \quad (3.31)$$

se puede reescribir la integral como:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{S}{m_K} \frac{1}{2(4\pi)^2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta^4(p - p_2 - p_3)}{|\mathbf{p}_2| \sqrt{m_\ell^2 + \mathbf{p}_3^2}} d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{p}_3 = \\ &= \frac{S}{m_K} \frac{1}{2(4\pi)^2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta\left(m_K - |\mathbf{p}_2| - \sqrt{m_\ell^2 + \mathbf{p}_2^2}\right)}{|\mathbf{p}_2| \sqrt{m_\ell^2 + \mathbf{p}_2^2}} d^3 \mathbf{p}_2. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Ahora la expresión únicamente depende de  $\mathbf{p}_2$  y para resolverla introducimos las coordenadas esféricas, denotando  $|\mathbf{p}_2| = \rho$ . Se tiene entonces que:

$$d^3\mathbf{p}_2 = |\mathbf{p}_2|^2 d|\mathbf{p}_2| \sin\theta d\theta d\phi, \quad \int \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi. \quad (3.33)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{S}{m_K} \frac{1}{2(4\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta\left(m_K - \rho - \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}\right)}{\rho \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \sin\theta d\theta d\phi = \\ &= \frac{S}{8\pi m_K} \int_0^\infty \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta\left(m_K - \rho - \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}\right)}{\sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (3.34)$$

A continuación, realizamos un cambio de variable

$$E = \rho + \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}, \quad (3.35)$$

siendo  $E$  la energía total de las partículas finales. Entonces, derivando:

$$\frac{dE}{d\rho} = \frac{d}{d\rho} \left( \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2} + \rho \right) = \frac{\rho}{\sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}} + 1 = \frac{\rho + \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}}{\sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}} = \frac{E}{\sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}}, \quad (3.36)$$

y evaluando la delta de Dirac:

$$\delta\left(m_K - \rho - \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2}\right) = \delta(m_K - E) = \delta(E - m_K), \quad (3.37)$$

e introduciendo estos resultados, la expresión final para la probabilidad de decaimiento resulta:

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_K} \int_{m_K}^\infty |\mathcal{M}|^2 \frac{\rho}{E} \delta(E - m_K), \quad (3.38)$$

cuya solución es la fórmula de la probabilidad de decaimiento con  $\rho = \mathbf{p}_2$ :

$$\Gamma = \frac{S |\mathcal{M}|^2}{8\pi m_K^2} \rho. \quad (3.39)$$

Despejando  $\rho$  de la relación (3.35) y teniendo en cuenta la conservación de la energía del

proceso, la energía total de los estados finales debe ser igual a la energía inicial  $E = m_K$ ,

$$E = \rho + \sqrt{m_\ell^2 + \rho^2} \rightarrow (m_K - \rho)^2 = m_\ell^2 + \rho^2 \rightarrow$$

$$m_K^2 + \rho^2 - 2\rho m_K = m_\ell^2 + \rho^2 \rightarrow \rho = \frac{1}{2m_K} (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (3.40)$$

En nuestro caso, como las partículas finales son distintas, el factor  $S$  es simplemente

1. Sustituyendo en (3.39) la expresión obtenida para la amplitud media  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  (3.28):

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{\pi m_K^3} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2)^2. \quad (3.41)$$

Comparando los dos modos de decaimiento posibles  $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  y  $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ :

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_K^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_K^2 - m_\mu^2)^2} = \frac{(0,511)^2 (493,677^2 - 0,511^2)^2}{(105,7)^2 (493,677^2 - 105,7^2)^2} = 2.57 \times 10^{-5}. \quad (3.42)$$

Las masas anteriores tienen unidades de MeV (sistema natural de unidades). Si procedemos de forma análoga para el pión  $\pi$ , se obtiene:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = \frac{(0,511)^2 (139,57^2 - 0,511^2)^2}{(105,7)^2 (139,57^2 - 105,7^2)^2} = 1.28 \times 10^{-4}. \quad (3.43)$$

Estos valores concuerdan con los datos experimentales [6, 27]:

$$\left[ \frac{\Gamma(K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \right]_{exp} = 2.488(09) \times 10^{-5}, \quad \left[ \frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \right]_{exp} = 1.230(4) \times 10^{-4}. \quad (3.44)$$

Los resultados previos indican que tanto el pión como el mesón  $K$  prefieren el modo leptónico del  $\mu^-$  sobre el  $e^-$ . En un principio, este hecho puede parecer sorprendente puesto que la masa del muón es mucho mayor que la del electrón y, de acuerdo con las consideraciones de la densidad de estados finales, se favorecen los decaimientos en los que en el estado final se crean partículas más ligeras.

Los modos leptónicos de  $K$  y  $\pi$  suponen una excepción a esta norma. Este hecho puede entenderse teniendo en cuenta que, tanto el pión como el kaón, tienen espín 0, por lo que, para conservar el espín y el momento lineal, leptón  $\ell$  y antineutrino  $\bar{\nu}_\ell$  deben emitirse



con espines opuestos y helicidades iguales. La interacción débil sólo acopla partículas con quiralidad negativa (“*left-handed*”) o antipartículas con quiralidad positiva (“*right-handed*”). Por otra parte, puede demostrarse que en el límite de partículas sin masa, quiralidad y helicidad son equivalentes.<sup>2</sup>

Así pues, en el proceso de decaimiento del kaón, las propiedades del  $\bar{\nu}_\ell$ , helicidad positiva (suponiendo  $m_\nu = 0$ ) y la conservación del momento lineal y angular conducen a que el leptón emitido también debe poseer helicidad positiva.

Sin embargo, la interacción débil sólo es posible con leptones “*left-handed*” (quiralidad negativa). En el límite en que la masa de dicho leptón se considere nula, la helicidad del mismo sería negativa. De esta forma, el modo  $e^- \bar{\nu}_e$  nunca podría ocurrir, puesto que no sería posible conservar el promedio del momento angular. El pequeño valor de la masa del electrón rompe con la equivalencia entre quiralidad y helicidad y, consiguientemente, el electrón “*left-handed*” (izquierdas) producido en el proceso de decaimiento del kaón, tiene una pequeña componente con helicidad positiva, de modo que las propiedades de conservación de momento lineal y momento angular se respeten y el proceso, aunque claramente suprimido, tiene lugar. La considerable mayor masa del muón rompe completamente la equivalencia entre quiralidad y helicidad y explica por qué dicho decaimiento es más probable [1, 17].

Aunque esta justificación parece sugerir que la violación de la paridad en la fuerza débil causa esta supresión del modo electrónico frente al muónico, la razón fundamental radica en la conservación del momento angular y en la estructura vectorial de la interacción débil. Por lo que, incluso una interacción descrita por una corriente de tipo puramente vector, produciría la misma supresión.

Por ejemplo, si se generaliza la expresión del vértice leptónico, se describe entonces mediante un factor  $(C_V + C_A \gamma^5)$ , donde  $C_V$  y  $C_A$  son constantes reales. Siguiendo el mismo procedimiento, resultaría la misma expresión para la probabilidad de decaimiento salvo un término  $(C_V^2 + C_A^2)$ :

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{2\pi m_K^3} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^4 (C_V^2 + C_A^2) m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (3.45)$$

El caso original se obtendría haciendo  $C_V = 1$  y  $C_A = -1$ . Sin embargo, si hacemos

---

<sup>2</sup>Los conceptos de quiralidad y helicidad se explican en la sección A.3 del Apéndice A.

$C_A = 0$ , se mantiene una expresión para  $\Gamma$  similar a 3.41, y por tanto la misma supresión del modo electrónico. Del mismo modo, si se tiene  $C_V = 0$ , también se produce esta supresión. Así, se confirma que la causa responsable de que se prefiera el decaimiento muónico frente al electrónico es la naturaleza vectorial de la corriente débil. Cualquier interacción que presente una estructura vector, ya sea vector polar, vector axial o una combinación de ambas, produciría la misma preferencia por el modo muónico que tienen  $K$  y  $\pi$ . Además, que la “ratio” del mesón  $K$  (3.42) sea un orden de magnitud menor que la del mesón  $\pi$  (3.43) se debe a que la masa del kaón  $m_K$  es bastante mayor que la del pión  $m_\pi$ , suprimiendo aún más el modo leptónico del electrón [24].

Por otra parte, atendiendo al formalismo de la interacción débil en el Modelo de Quarks, se tiene que ahora las constantes de decaimiento  $f_\pi$  y  $f_K$  son prácticamente análogas salvo un factor  $\cos(\theta_C)$  y  $\sin(\theta_C)$ , respectivamente, puesto que el modo leptónico del kaón conlleva un cambio de extrañeza  $S$  pero el del pión no. Estudiando el “branching ratio”  $BR$  del modo leptónico de ambos mesones, se tiene entonces que:

$$BR(K^-/\pi^-)_\ell = \frac{\Gamma(K^- \rightarrow \ell \bar{\nu}_\ell)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \ell \bar{\nu}_\ell)} = \tan^2(\theta_C) \left(\frac{m_\pi}{m_K}\right)^3 \left(\frac{m_K^2 - m_\ell^2}{m_\pi^2 - m_\ell^2}\right)^2. \quad (3.46)$$

Sustituyendo el valor de  $13,02^\circ$  para el ángulo de Cabibbo y las masas correspondientes para el modo electrónico y el muónico, se obtiene  $BR(K^-/\pi^-)_e = 0,19$  y  $BR(K^-/\pi^-)_\mu = 0,96$ . Experimentalmente, se ha obtenido que los ratios tienen los valores  $BR(K^-/\pi^-)_e = 0,26$  y  $BR(K^-/\pi^-)_\mu = 1,34$ , produciendo un valor de  $15,4^\circ$  para el ángulo de Cabibbo [1]. De los resultados anteriores de los  $BR$  se aprecia como  $BR(K^-/\pi^-)_\mu \simeq 5BR(K^-/\pi^-)_e$ . Esto último es consecuencia del término  $(m_K^2 - m_\ell^2)^2$  de la ecuación (3.41), pues la diferencia de masas entre el kaón con respecto al electrón es mucho mayor que con respecto al muón (análogamente para el pión  $(m_\pi^2 - m_\ell^2)^2$ ).

Asimismo, si tenemos en cuenta las expresiones (3.9) y (3.41) junto con los datos empíricos extraídos de [22] para la semivida promedio:  $\tau(\pi^-) = 2.6033(05) \times 10^{-8}$  s y  $\tau(K^-) = 1.2380(20) \times 10^{-8}$  s, se puede calcular el valor numérico de  $f_\pi$  y  $f_K$  [24].

Considerando el factor de Cabibbo para la corriente hadrónica débil, reescribimos  $\Gamma$  para cada mesón como:

$$\Gamma(\pi^-) = \frac{f_\pi^2}{\pi m_\pi^3} \left(\frac{g_w}{4M_W}\right)^4 \cos^2(\theta_C) m_\ell^2 (m_\pi^2 - m_\ell^2)^2, \quad (3.47)$$

$$\Gamma(K^-) = \frac{f_K^2}{\pi m_K^3} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^4 \sin^2(\theta_C) m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2)^2. \quad (3.48)$$

Sabiendo que  $\theta_C = 13,02^\circ$  y  $\hbar = 6.582 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$ , despejamos la constante de decaimiento para cada mesón. Además, sustituyendo para el modo muónico las masas de cada partícula  $m_K = 493.677 \text{ MeV}$ ,  $m_\ell \equiv m_\mu = 105.7 \text{ MeV}$ ,  $m_K = 139.57 \text{ MeV}$  donde corresponda, se obtiene:

$$f_\pi = 0.132 \text{ GeV} \simeq 0,95m_\pi; \quad f_K = 0.196 \text{ GeV} \simeq 0,4m_K. \quad (3.49)$$

El hecho de que  $f_\pi \approx m_\pi$  mientras que  $f_K \simeq 0,4m_K$  es consecuencia directa del cambio de extrañeza en el decaimiento leptónico del mesón  $K$ .

Si consideramos la matriz CKM para describir la corriente débil hadrónica, como se hace en el Modelo Estándar, en lugar de la matriz Cabibbo-GIM, podemos reescribir las expresiones (3.47) y (3.48) como:

$$\Gamma(\pi^-) = \frac{f_\pi^2 |V_{ud}|}{\pi m_\pi^3} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_\ell^2 (m_\pi^2 - m_\ell^2)^2, \quad (3.50)$$

$$\Gamma(K^-) = \frac{f_K^2 |V_{us}|}{\pi m_K^3} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2)^2. \quad (3.51)$$

Entonces, se aprecia que  $|V_{ud}| = 0,97370(14) \simeq \cos^2(\theta_C)$  y  $|V_{us}| = 0,2245(8) \simeq \sin^2(\theta_C)$ <sup>3</sup>.

De esta forma, el estudio realizado en este capítulo nos ha permitido entender los motivos que afectan a la probabilidad de ocurrencia de los distintos modos de decaimiento, centrándonos en la supresión del modo leptónico del electrón frente al del muón para kaones cargados, y comparándolo con el decaimiento análogo en piones. Además, también nos ha servido para determinar el valor de los factores de forma  $f_K$  y  $f_\pi$ , constantes que inicialmente desconocíamos.

---

<sup>3</sup>Valores de  $|V_{ud}|$  y  $|V_{us}|$  extraídos de [22].

## 4 Violación CP

Los conceptos de paridad y violación de paridad han sido utilizados varias veces en los capítulos anteriores. Nuestro objetivo en este capítulo es proporcionar una descripción detallada de estas propiedades. Antes de comenzar con la descripción de los mesones  $K$  neutros y la violación CP, resulta útil dar unas pinceladas sobre el concepto de paridad y qué papel jugaron los kaones en el descubrimiento de su violación en la fuerza débil.

Cuando ciertas propiedades de una partícula no cambian al someterla a un conjunto de transformaciones, se dice que esa partícula tiene una simetría. De acuerdo con el Teorema de Noether, cada simetría se asocia a una magnitud física que se conserva, las cuales se describen mediante operadores hermíticos. Hay dos simetrías discretas importantes que conviene discutir en relación con los mesones  $K$ , ya que en la interacción fuerte y en la electromagnética se conservan, pero pueden violarse en la interacción débil. Estas dos simetrías son la inversión espacial P y la conjugación de carga C.

En la invariancia frente a la inversión espacial o simetría P (también denominada paridad) se invierte el signo de las coordenadas espaciales de las partículas. En consecuencia, los términos pseudoescalares y los vectores polares cambian su signo (ejemplos de vectores polares son la posición  $\vec{r}$  y el momento lineal  $\vec{p}$ ), mientras que los escalares y los vectores axiales o pseudovectores lo conservan (ejemplos de vectores axiales son el momento angular orbital  $\vec{l}$  o el espín  $\vec{s}$ ). Esta simetría se describe mediante el operador paridad  $\hat{P}$ . La paridad intrínseca o paridad-P  $\eta_P(A)$  se determina empíricamente y se asocia con la estructura interna de la partícula A, pudiendo ser sus valores  $\pm 1$ . Para fermiones y bosones se tiene  $\eta_P(f) = -\eta_P(\bar{f})$  y  $\eta_P(b) = \eta_P(\bar{b})$ , respectivamente [7].

De forma similar, la invariancia frente a la conjugación de carga o simetría C, transforma partículas A en antipartículas  $\bar{A}$  y viceversa, de modo que cambia el signo de la carga y del resto de números cuánticos internos (número bariónico  $B$ , número leptónico  $L$ , extrañeza  $S$ , etc.), dejando intactos la masa, la energía, el momento y el espín. El operador asociado es  $\hat{C}$ . Nuevamente,  $\eta_C(A) = \pm 1$ . En este caso, sólo las partículas neutras tienen la paridad-C  $\eta_C(A)$  bien definida [7].

Estas dos simetrías parecían conservarse siempre en los procesos donde intervenían

interacciones fundamentales. Sin embargo, el hallazgo de los mesones  $K$  trajo consigo las primeras evidencias de que la interacción débil podía violar las simetrías P y C.

### Enigma $\tau$ - $\theta$

Tras las primeras observaciones de los mesones  $K$  en los años 50, existían dos procesos de decaimiento de este tipo de partículas, por entonces llamadas partículas  $V$ , que desconcertaban a los científicos de la época. La confusión era tal que en un principio se consideró que ambos decaimientos correspondían a partículas  $V$  distintas, a las que denominaron  $\tau$  y  $\theta$ , como se mencionó en el capítulo 2.

Recordemos que, por una parte, en la fotografía 2.1, se observaba el decaimiento  $\theta^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  y años más tarde también se había constatado la existencia del proceso  $\theta^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ . Por otro lado, la fotografía 2.4 mostraba la desintegración de  $\tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$ . El estudio de estos dos procesos concluía que las partículas  $\tau$  y  $\theta$  eran idénticas pues tenían las mismas masas, las mismas vidas medias, etc., pero dado que los decaimientos tenían distinta paridad, era *imposible* que fueran las mismas partículas; no se concebía que la paridad fuera violada. Esto hecho fue conocido como el *enigma  $\tau$ - $\theta$*  [28]. En la expresión que sigue se muestra el análisis de la paridad en ambos procesos:

$$\begin{aligned}\theta^+ \rightarrow \pi^+\pi^0 &\Rightarrow \eta_P(\pi^+) \eta_P(\pi^+) = 1, \\ \tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^- &\Rightarrow \eta_P(\pi^+) \eta_P(\pi^+) \eta_P(\pi^-) = -1.\end{aligned}\tag{4.1}$$

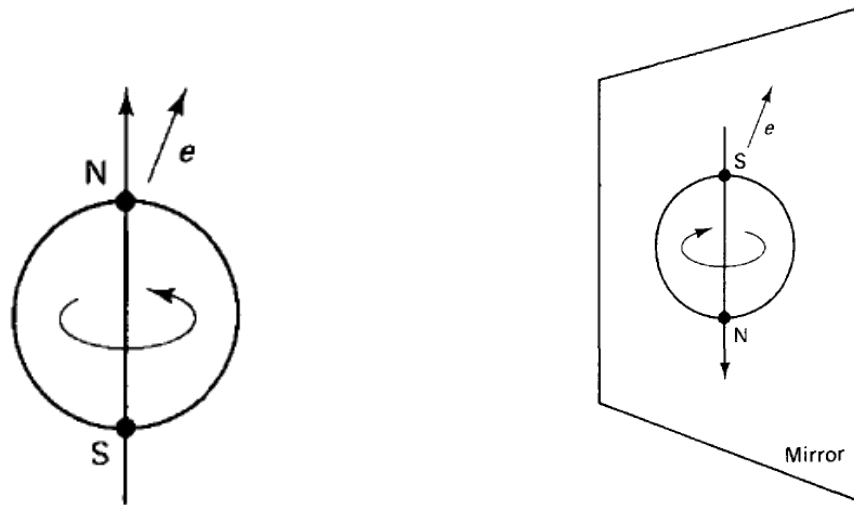
En 1956, Lee y Yang estudiaron a fondo estos procesos (y muchos más), concluyendo que no había ninguna evidencia para afirmar que la paridad se conservara en la interacción débil, por lo que las partículas  $\tau$  y  $\theta$  debían ser la misma y la violación de la paridad en esta interacción era una realidad más que plausible.

El experimento clave que corroboró esta hipótesis, realizado por Wu y Ambler [29], consistió en analizar la emisión  $\beta$  del  $^{60}\text{Co}$  polarizado (por ser semejante a la del neutrón):



Utilizando un campo magnético externo, polarizaron los espines de un cristal de cobalto radioactivo previamente enfriado a 0.01 K, minimizando así su despolarización por agitación térmica. Cuando el núcleo de cobalto decae, se miden las direcciones y sentidos de

los electrones emitidos. Wu y Ambler notaron que, preferentemente, los  $e^-$  se emitían en el sentido del campo magnético  $\vec{B}$  y, por lo tanto, en la dirección positiva del momento angular del  $^{60}\text{Co}$ . Esto es, si el campo apuntaba al norte, los  $e^-$  se emitían en es mismo sentido. Para que la paridad se conserve, si se repite el mismo experimento alineando el espín nuclear nuevamente, pero ahora en sentido sur, los  $e^-$  deberían, asimismo, salir orientados hacia el sur. No obstante, se observó que este no era el caso y los electrones seguían mostrando preferencia por emitirse en sentido norte, constatado así la violación de simetría P en la interacción débil [1, 28, 29].



(a)  $e^-$  emitido en la dirección del campo.      (b)  $e^-$  emitido dirección opuesta al campo.

Figura 4.1: Evidencia de la violación P en el experimento de Wu [1].

Hasta mediados de los 50, los científicos consideraban que la mitad de los neutrinos tendrían helicidad positiva y la otra mitad helicidad negativa. La implicación verdaderamente importante que tuvo descubrir la violación P en la fuerza débil fue que sólo existían neutrinos con helicidad negativa y antineutrinos con helicidad positiva.

Siguiendo la misma línea de razonamiento, si aplicásemos la conjugación de carga a un neutrino (que tiene helicidad negativa), nos daría un antineutrino. Pero como la paridad-C no cambia el espín, el  $\bar{\nu}$  resultante mantendría la helicidad negativa del  $\nu$  original. Y ya hemos confirmado mediante el experimento de Wu que esto no es posible, pues sólo existen antineutrinos con helicidad positiva. Por ende, la interacción débil también presenta violación de simetría C.

Tras descubrir que la fuerza débil no respetaba las simetrías P y C e intentando unificar las propiedades de las fuerzas fundamentales, se formuló que la combinación de ambas simetrías o simetría CP era lo que realmente debía conservarse.

No obstante, en 1964, el estudio de los decaimientos de mesones  $K^0$  evidenció la violación CP en la interacción débil. La siguiente sección presenta una descripción detallada del decaimiento de los mesones  $K^0$ , la violación CP y sus implicaciones.

## 4.1. Decaimiento de mesones $K$ neutros

Volvamos a la época entre 1953 y 1955, relatada en el capítulo 2. El concepto de extrañeza acababa de surgir y la propuesta de Nishijima se basaba en clasificar los mesones  $K$  en dobletes de carga, uno para las partículas  $K^+$  y  $K^0$  asignándoles un valor de extrañeza  $S = 1$ , y otro para las correspondientes antipartículas  $K^-$  y  $\bar{K}^0$ , con  $S = -1$ .

La teoría parecía clara pero, en el laboratorio, ¿cómo era posible distinguir  $K^0$  ( $S = 1$ ) de  $\bar{K}^0$  ( $S = -1$ )? Esta pregunta, planteada por Fermi, obtuvo su respuesta al formularse un nuevo concepto: los *estados mixtos* (o *mezcla*) de las partículas.

Recordemos que los mesones  $K$  son los mesones más ligeros que contienen el quark  $s$  y se producen por interacción fuerte. Por ello,  $K^0$  ( $d\bar{s}$ ) y  $\bar{K}^0$  ( $s\bar{d}$ ) son autoestados de la interacción fuerte (autoestados de extrañeza), pero se denominan estados de sabor. Sin embargo, ya vimos que los mesones  $K$  únicamente decaen mediante interacción débil. Esta última interacción es la que permite mezclar los kaones neutros, tal y como se muestra en la figura 4.2. Para entender esta nueva hipótesis sobre “mezcla de partículas”, utilizamos el mismo ejemplo que expone Pais en su libro [9]:

Si al decaimiento  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , con amplitud  $A$ , le aplicamos una conjugación de carga  $C$ , el decaimiento resultante es  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , también de amplitud  $A$ . Se observa que el estado final es el mismo para ambos procesos, pero el inicial no, al tener diferente extrañeza. Esto es debido a que la extrañeza no tiene por qué conservarse en la fuerza débil. Entonces, se tiene que  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  se mezclan como  $K^0 \leftrightarrow \pi^+ + \pi^- \leftrightarrow \bar{K}^0$ .

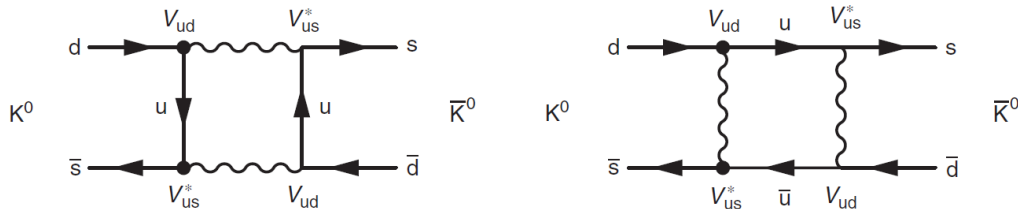


Figura 4.2: Diagrama de Feynman de la mezcla de mesones  $K$  neutros [30].

Según explica Thomson en su libro [30]: “Los estados físicos en mecánica cuántica son autoestados del hamiltoniano de una partícula libre. Hasta el momento, sólo se han usado

estados estacionarios independientes para describir cada partícula. Sin embargo, debido a la mezcla entre  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ , según se propague  $K^0$ , puede transformarse en  $\bar{K}^0$ , y viceversa. Por esta razón, el sistema  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  debe considerarse como un todo.” Los estados físicos del mesón  $K$  neutro son los estados estacionarios del hamiltoniano combinado del sistema  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ . Luego, los kaones neutros se propagan como combinaciones lineales de los estados de sabor  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , del tipo  $|K\rangle = \alpha|K^0\rangle + \beta|\bar{K}^0\rangle$ . Esta combinaciones conforman los estados físicos que se propagan, conocidos como kaón de vida corta  $K_S^0$  (“*short-lived*” o “*K-short*”) y kaón de vida larga  $K_L^0$  (“*long-lived*” o “*K-long*”). Por lo tanto, los mesones  $K$  neutros se propagan como las partículas físicas  $K_S^0$  y  $K_L^0$ , las cuales tienen modos de decaimiento y vidas medias diferenciados. Experimentalmente,  $\tau(K_L^0) \approx 570 \tau(K_S^0)$  [22]:

$$\tau(K_S^0) \equiv \tau_S = 8.954(4) \times 10^{-11} \text{ s}, \quad \tau(K_L^0) \equiv \tau_L = 5.116(21) \times 10^{-8} \text{ s}. \quad (4.3)$$

Además, estudios empíricos posteriores indicaron que la masa de  $K_L^0$  es ligeramente mayor que la de  $K_S^0$  (ver eq. 4.4). Esta diferencia es ínfima en comparación con las masas de  $K_S^0$  y  $K_L^0$  (o  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ ) que son del orden de 500 MeV. Al tener masas bien definidas,  $K_S^0$  y  $K_L^0$  también se designan como autoestados de masa [30].

$$\Delta m = m(K_L^0) - m(K_S^0) = 3.498 \times 10^{-12} \text{ MeV} = 0.5293 \times 10^{10} \hbar \text{s}^{-1}. \quad (4.4)$$

Si la interacción débil fuera invariante frente a la simetría CP, los estados físicos  $K_S^0$  y  $K_L^0$  serían equivalentes a los autoestados CP del mesón  $K$  neutro. Cabe destacar que esta fue la suposición inicial, pues todo este desarrollo fue concebido varios años antes al descubrimiento de la violación P y C en la interacción débil. De este modo, haciendo uso de los operadores  $\hat{P}$ ,  $\hat{C}$  y  $\hat{C}\hat{P}$ , se tiene:

$$\hat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad \hat{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (4.5)$$

$$\hat{C}|K^0(d\bar{s})\rangle = e^{i\zeta}|\bar{K}^0(s\bar{d})\rangle \quad \hat{C}|\bar{K}^0(s\bar{d})\rangle = e^{i\zeta}|K^0(d\bar{s})\rangle, \quad (4.6)$$

donde  $\zeta$  es un factor de fase no observable. Por convenio, se toma  $\zeta = \pi$  [30], por lo que:

$$\hat{C}|K^0(d\bar{s})\rangle = |\bar{K}^0(s\bar{d})\rangle \quad \hat{C}|\bar{K}^0(s\bar{d})\rangle = |K^0(d\bar{s})\rangle \quad (4.7)$$

$$\hat{C}\hat{P}|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle \quad \hat{C}\hat{P}|\bar{K}^0\rangle = +|K^0\rangle. \quad (4.8)$$



Por consiguiente, se definen las siguientes combinaciones como autoestados de CP:

$$|K_1\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |K_2\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (4.9)$$

Esto implicaba que, *considerando* que la paridad conjunta CP se conserve en la interacción débil,  $K_1 \equiv K_S^0$  sólo puede decaer en estados pares, es decir, con CP=+1, mientras que  $K_2 \equiv K_L^0$  sólo decae a estados impares con CP=-1. Así,  $K_1$  puede decaer a  $\pi^+\pi^-$  (con amplitud  $A/\sqrt{2}$ ) pero  $K_2$  no (amplitud nula). En consecuencia,  $K_1$  y  $K_2$  tienen vidas medias diferentes  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , respectivamente [9, 31].

Dado que, típicamente, la designación de partícula se asigna a aquellos estados físicos con una semivida definida, es más correcto expresar los estados de sabores como combinaciones lineales de los autoestados CP [9]:

$$|K^0\rangle = \frac{|K_1\rangle + |K_2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\bar{K}^0\rangle = \frac{|K_1\rangle - |K_2\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (4.10)$$

No obstante, ambas combinaciones de estados (4.9 y 4.10) pueden utilizarse dependiendo del proceso específico que estemos analizando.

Generalmente, los mesones  $K$  neutros decaen por interacción débil en dos o en tres piones (además de en estados semi-leptónicos). Al comienzo de este capítulo, comentábamos en el enigma  $\tau$ - $\theta$  que el modo  $2\pi$  tiene P=+1 y CP=+1 mientras que el de  $3\pi$  tiene P=-1 y CP=-1 (ambos procesos tienen C=+1). Luego, se concluyó que  $K_1$  decae siempre en  $2\pi$  mientras  $K_2$  lo hace en  $3\pi$ , suponiendo que la simetría CP fuera exacta. Ahora, dado que la desintegración en  $2\pi$  es mucho más abundante y más rápida porque libera más energía que el modo  $3\pi$ , tiene una vida media más corta, así  $\tau_2 \gg \tau_1$ .

Puesto que, como se ha indicado anteriormente, la masa de  $K_L^0$  es levemente mayor que  $K_S^0$ ,  $K_L^0$  es más pesado y no se mueve tan rápidamente como  $K_S^0$ . No obstante, la mayor estabilidad de  $K_L^0$  permitía explicar que su alcance fuera mayor ( $\tau_L \equiv \tau_2$  mayor que  $\tau_S \equiv \tau_1$ ). De hecho, esto era lo que los científicos observaban en el laboratorio: únicamente distinguían entre un kaón de vida corta y un kaón de vida larga.

Sin embargo, al año siguiente, en 1956, se resolvió el enigma  $\tau$ - $\theta$  descubriéndose la violación de paridad P y C en la interacción débil y postulando que la simetría invariante era la CP. El escepticismo acerca de esta hipótesis estaba presente en la comunidad científica. Por ello, durante los siguientes años, se estudiaron en profundidad los distintos

modos de decaimiento de los mesones  $K$  neutros, analizando la invariancia CP.

En 1964, el grupo de Cronin y Fitch, obtuvo la primera evidencia de violación CP en la interacción débil al observar un decaimiento de  $K_L^0$  en dos piones:  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  [32]. El experimento que descubrió la violación CP consistía en una fuente que emitía un haz de kaones neutros, el cual seguidamente era colimado y atravesaba una cámara de helio con un conjunto de detectores. Como se ha comentado anteriormente,  $K_L^0$  puede alcanzar una mayor distancia de propagación al tener una semivida mayor que  $K_S^0$ . Esto implica que al detector situado en el extremo final de la cámara únicamente llegaba un haz de mesones  $K_L^0$  puro. La gran mayoría de desintegraciones detectadas eran decaimientos en  $3\pi$ . Sin embargo, también midieron algunos decaimientos de  $K_L^0$  en  $2\pi$ . Los modos  $K_L^0 \rightarrow 2\pi$  eran muchísimo menos numerosos; de un total de 22 700 decaimientos detectados, sólo 45(9) correspondían al modo  $2\pi$  [32]. Además, estos procesos se caracterizaban porque el valor de CP a ambos lados de los mismos no coincidía, ergo se violaba la simetría CP:

$$CP(K_L^0) = -1, \quad CP(\pi^+ \pi^-) = +1. \quad (4.11)$$

La violación CP se observa en el formalismo de los mesones  $K$  neutros de formas distintas. La primera de ellas consiste en una *violación CP indirecta*. En este caso, la violación CP se produce durante el proceso de mezcla entre  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ . Nótese que la ecuación (4.12) indica que los estados  $K_S^0$  y  $K_L^0$  no son autoestados puros de CP<sup>1</sup>, sino que se redefinen como una combinación de los autoestados  $K_1$  y  $K_2$ , para incluir una pequeña parte  $\epsilon$  del otro autoestado CP [30]:

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|K_1\rangle + \epsilon |K_2\rangle), \quad |K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|K_2\rangle + \epsilon |K_1\rangle), \quad (4.12)$$

donde  $\epsilon$  es un parámetro (número complejo) que mide la desviación de la invariancia CP en la mezcla y cuyo valor se determina empíricamente:  $2.228(11) \times 10^{-3}$  [22].

La otra posibilidad es que la violación CP se produzca durante el decaimiento (*violación CP directa*). En este caso sí se mantiene la correspondencia entre los autoestados CP y los autoestados de masa  $K_S^0 \equiv K_1$  y  $K_L^0 \equiv K_2$ . La intensidad de la violación en la desintegración se parametriza mediante  $\epsilon'$ , siendo  $\epsilon' = \Gamma(K_2 \rightarrow \pi\pi) / \Gamma(K_2 \rightarrow \pi\pi\pi)$ .

---

<sup>1</sup>Recordemos que antes de descubrir la violación CP, se pensaba que los autoestados de masa  $K_S^0$  y  $K_L^0$  eran equivalentes a los autoestados CP  $K_1$  y  $K_2$ , respectivamente.

Experimentalmente, se ha demostrado que la violación directa de CP contribuye en menor medida que la indirecta [30]:

$$\Re\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) = 1.66(23) \times 10^{-3}. \quad (4.13)$$

Aparte de en los kaones neutros, la violación CP no se volvió a observar en otras partículas hasta el descubrimiento de los mesones  $B$  y  $D$ . Su efecto es tan pequeño que aún no se ha encontrado una manera “natural” de incluirlo en el formalismo débil, pero hay varias teorías. En el Modelo Estándar, una de ellas se basa en definir la fase  $\delta$  de la matriz CKM como compleja para incluir los efectos producidos por la violación CP. Pese a ello, aún no hay una forma unívoca de determinar este factor ni el resto de elementos de la matriz CKM [1].

Los decaimientos más comunes de  $K_S^0$  y  $K_L^0$  se muestran en la siguiente tabla:

Mesón $K_S^0$	$BR$	Mesón $K_L^0$	$BR$
$\pi^+\pi^-$	69.2 %	$\pi^+\pi^-$	0.20 %
$\pi^0\pi^0$	30.7 %	$\pi^0\pi^0$	0.09 %
$\pi^0\pi^0\pi^0$	$< 2.6 \times 10^{-8}$	$\pi^0\pi^0\pi^0$	19.5 %
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$3.5 \times 10^{-7}$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	12.5 %
$\pi^\pm e^\mp \nu_e$	$7.04 \times 10^{-4}$	$\pi^\pm e^\mp \nu_e$	40.55 %
$\pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu$	$4.69 \times 10^{-4}$	$\pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu$	27.04 %

Tabla 4.1: Modos de decaimiento y  $BR$  de  $K_S^0$  y  $K_L^0$  [30][22].

Otro gran ejemplo donde se aprecia la violación CP es en los decaimientos semi-leptónicos de  $K_L^0$ . En la tabla 4.1 se observa que alrededor de un 33% de los mesones  $K_L^0$  decaen en tres piones pero otro 40% lo hacen o bien en  $\pi^- e^+ \nu_e$  o en  $\pi^+ e^- \bar{\nu}_e$ . Nótese que si al primer proceso se le aplica una operación CP se obtiene el segundo. Si la simetría CP fuera invariante, ambos modos semileptónicos serían equiprobables. Sin embargo, los datos experimentales parecen indicar que  $K_L^0$  muestra una leve preferencia por decaer en el  $e^+$  sobre el  $e^-$ , permitiendo discernir entre materia y antimateria claramente. Este hecho sugiere que la violación CP puede ser responsable de que predomine la materia sobre la antimateria en el universo [1]. No obstante, la violación CP en kaones no es lo suficientemente relevante para explicar esta asimetría. Aquí entran en juego los neutrinos.

Los estudios más recientes en Física de Partículas se centran en estudiar las oscilaciones de neutrinos u *oscilaciones de sabor*, proceso en el que estos leptones, producidos originalmente con un determinado sabor  $e$ ,  $\mu$  o  $\tau$ , pueden ser medidos con otro sabor al propagarse. En este caso, se ha comprobado que el impacto de la violación CP es mayor que en los kaones neutros, principalmente, por dos motivos. El primero ya se ha comentado y se debe a que el efecto de violación CP en mesones  $K$  es mínimo. La otra razón tiene que ver con la limitación temporal que supone el rápido decaimiento de mesones  $K$  frente a los neutrinos, pues los neutrinos no decaen y abundan más que los kaones en el Universo. La violación CP provoca que un  $\nu_\mu$  se transforme en un  $\nu_e$  con mucha mayor frecuencia de la que un  $\bar{\nu}_\mu$  lo hace en un  $\bar{\nu}_e$ , o viceversa. De hecho, por cada 90 oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , se producen sólo 15 del tipo  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  [33], ilustrando claramente la asimetría materia-antimateria.

#### 4.1.1. Oscilaciones de mesones $K$

Se ha comprobado que los kaones neutros se originan como autoestados de sabor y decaen de la misma forma (modos semi-leptónicos) o como autoestados CP (modos hadrónicos), debido al efecto de mezcla, pero se propagan como estados de masa. Este hecho (que es similar para los neutrinos), resulta en un fenómeno que sucede independientemente de la violación CP, conocido como *oscilaciones de sabor* [30]. En el caso de los kaones neutros, una partícula inicialmente  $K^0$  se transforma en  $\bar{K}^0$  durante su propagación y viceversa. Debido al cambio de extrañeza en las oscilaciones partícula-antipartícula de los kaones, también se designan como *oscilaciones de extrañeza*.

Las oscilaciones de sabor se miden gracias a los modos de desintegración semileptónicos de kaones neutros, pues son una muestra directa de la composición de quarks de estos mesones [30]. Esto se aprecia en los diagramas de Feynman de la siguiente figura:

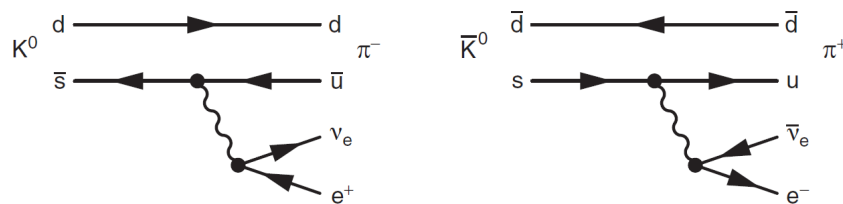


Figura 4.3: Modos semileptónicos del electrón de mesones  $K$  neutros [30].

De acuerdo con la mecánica cuántica, la evolución temporal para  $K_S^0$  y  $K_L^0$  en el

sistema de referencia en reposo, viene dado por:

$$|K_S^0(t)\rangle = |K_S^0\rangle e^{-(im_S - \Gamma_S/2)t} = \theta_S |K_S^0\rangle, \quad (4.14)$$

$$|K_L^0(t)\rangle = |K_L^0\rangle e^{-(im_L - \Gamma_L/2)t} = \theta_L |K_L^0\rangle, \quad (4.15)$$

con  $m_S$  y  $m_L$  las respectivas masas de  $K_S^0$  y  $K_L^0$ , y  $\theta_S = e^{-(im_S - \Gamma_S/2)t}$  y  $\theta_L = e^{-(im_L - \Gamma_L/2)t}$ . Asimismo, recordemos que  $\Gamma_S = 1/\tau_S$  y  $\Gamma_L = 1/\tau_L$ .

Despreciando el impacto de violación CP por ser un efecto muy pequeño ( $\epsilon \approx 0$ ), y suponiendo un haz puro de  $K^0$ , se define la evolución temporal del estado  $|K^0\rangle$  como:

$$|K(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\theta_S |K_S^0\rangle + \theta_L |K_L^0\rangle) \approx \frac{1}{2} (\theta_S + \theta_L) |K^0\rangle + \frac{1}{2} (\theta_S - \theta_L) |\bar{K}^0\rangle. \quad (4.16)$$

Como las masas  $m(K_L^0) \equiv m_L$  y  $m(K_S^0) \equiv m_S$  son ligeramente diferentes, las partes oscilatorias de  $\theta_L$  y  $\theta_S$  serán distintas también, permitiendo así que un haz puro de  $K^0$  desarrolle una componente  $\bar{K}^0$  [30].

La probabilidad (o intensidad) de oscilación para cada partícula es:

$$P(K^0_{t=0} \rightarrow K^0_t) = |\langle K^0 | K(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} |\theta_S + \theta_L|^2, \quad (4.17)$$

$$P(K^0_{t=0} \rightarrow \bar{K}^0_t) = |\langle \bar{K}^0 | K(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} |\theta_S - \theta_L|^2, \quad (4.18)$$

donde  $|\theta_S \pm \theta_L|^2 = |\theta_S|^2 + |\theta_L|^2 \pm 2\Re(\theta_S \theta_L^*)$ , siendo  $|\theta_S|^2 = e^{-\Gamma_S t}$  y  $|\theta_L|^2 = e^{-\Gamma_L t}$ .

El último término  $2\Re(\theta_S \theta_L^*)$  puede reescribirse como  $2\Re(e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2 - i\Delta m t})$ , y aplicando la identidad de Euler, queda:  $2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t)$ , donde  $\Delta m = m_L - m_S$ .

Sustituyendo el resultado previo en las ecuaciones (4.17) y (4.18), se obtiene:

$$P(K^0_{t=0} \rightarrow K^0_t) = \frac{1}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t)], \quad (4.19)$$

$$P(K^0_{t=0} \rightarrow \bar{K}^0_t) = \frac{1}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} \cos(\Delta m t)]. \quad (4.20)$$

Sabiendo que  $\Delta m = 3.498 \times 10^{-12}$  MeV, se calcula el periodo de oscilación:

$$T = \frac{2\pi\hbar}{\Delta m} \simeq 1.18 \times 10^{-9} \text{ s}. \quad (4.21)$$

Se aprecia que  $T > \tau_S$ , por lo que, tras un sólo periodo de oscilación,  $K_S^0$  y las

componentes oscilatorias de (4.19) y (4.20) habrán decaído completamente, quedando únicamente un haz puro de  $K_L^0$ . Por ende, como consecuencia de la escasa diferencia de masas  $\Delta m$  entre  $K_S^0$  y  $K_L^0$ , el comportamiento oscilatorio (definido por el coseno en las expresiones (4.19) y (4.20)) entre  $K_S^0$  y  $K_L^0$ , y por tanto, entre  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , no es muy pronunciado: la diferencia de masas  $\Delta m$  está asociada a la rapidez con que  $K^0$  oscila a  $\bar{K}^0$  [31]. Por ello, el estudio de oscilaciones de sabor en los mesones  $K$  neutros proporciona una herramienta muy útil para determinar dicha diferencia de masas [30].

Para un haz puro, originalmente formado por mesones  $K^0$ , que se propaga en el tiempo, la figura 4.4 muestra la evolución de la probabilidad o intensidad de que  $K^0$  oscile a  $\bar{K}^0$ , y viceversa. Como comentábamos, se observa una estructura oscilatoria poco marcada debida al pequeño valor de  $\Delta m$  (4.4).

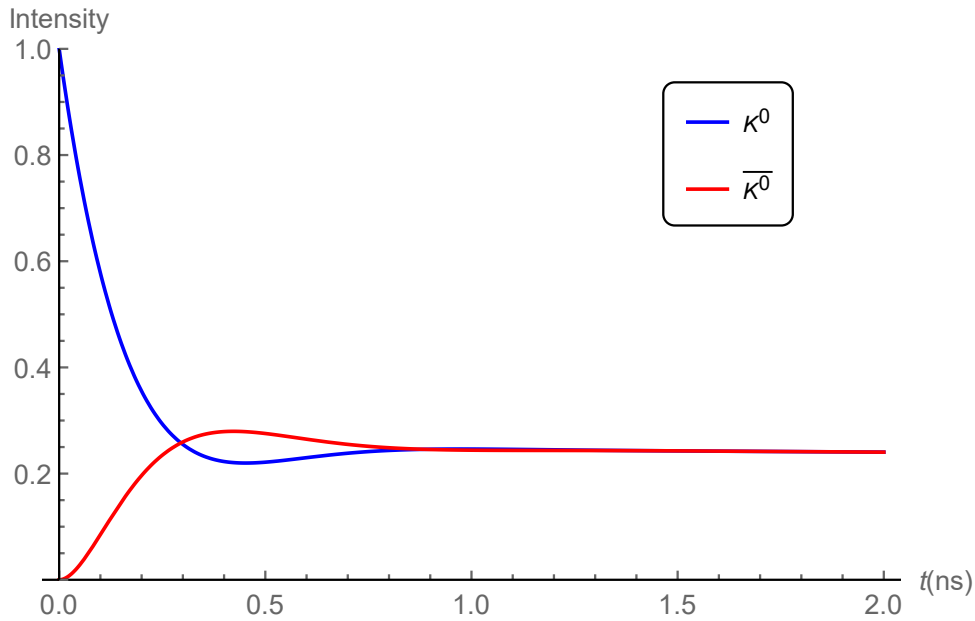
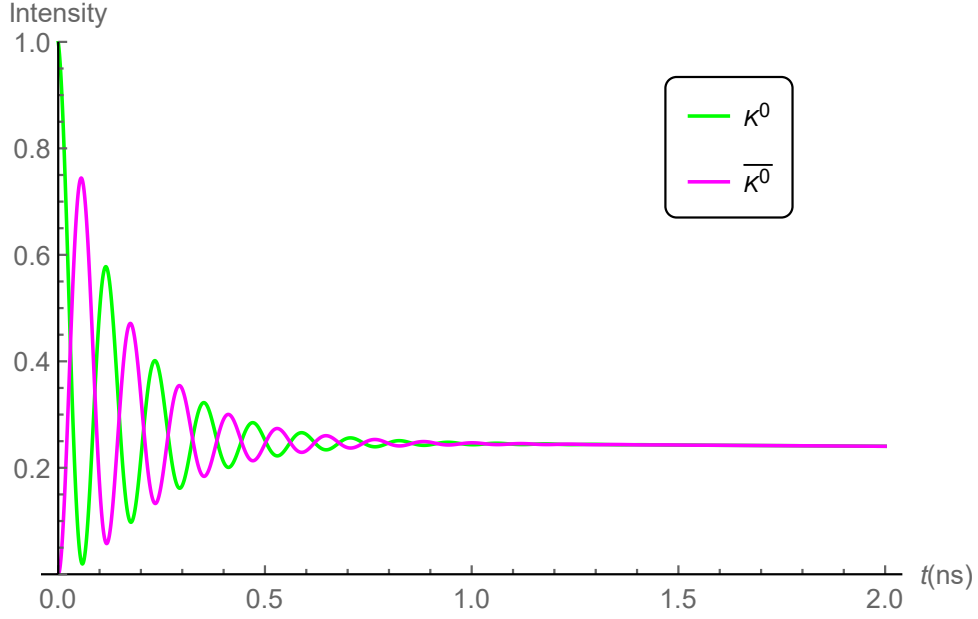


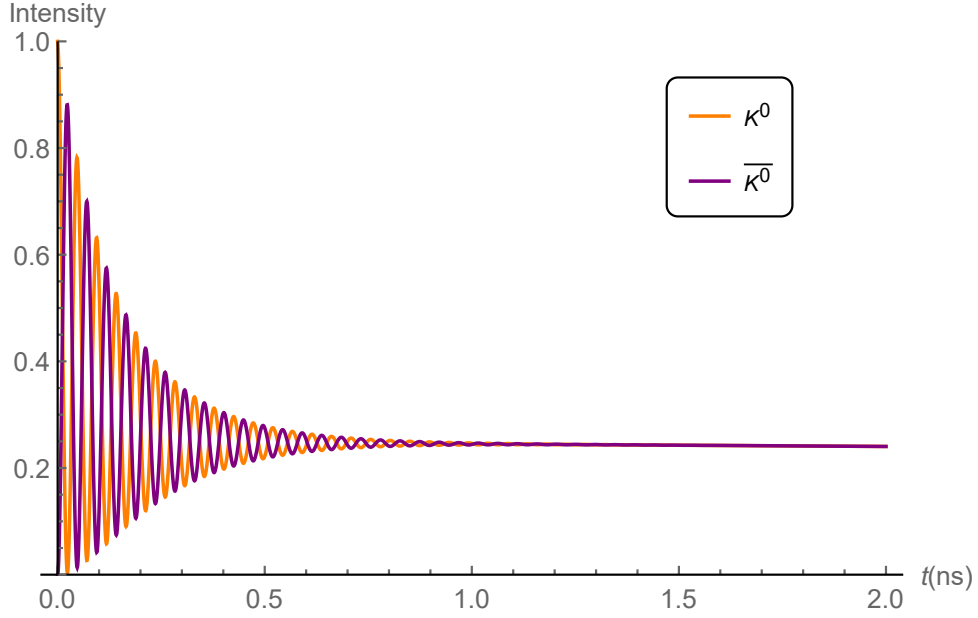
Figura 4.4: Oscilaciones de kaones neutros para un haz inicial puro de  $K^0$ .

Sin embargo, para ver hasta que punto afecta el valor de  $\Delta m$  al comportamiento ondulatorio de los kaones neutros, las figuras 4.5a y 4.5b ilustran el perfil ondulatorio para  $10 \Delta m$  y  $25 \Delta m$ , respectivamente. Se observa que a mayor diferencia de masas, más acentuada es la estructura oscilatoria.

Por otro lado, estas últimas expresiones de las probabilidades de oscilación para kaones (4.19) y (4.20) son parecidas a las de los de neutrinos. Se diferencian en que, para los mesones  $K$  neutros, la amplitud de la oscilación disminuye a un ritmo definido por la media aritmética de  $\Gamma_S$  y  $\Gamma_L$ . Las oscilaciones de neutrinos, entre otros parámetros,



(a) Oscilaciones para  $10 \Delta m$ .

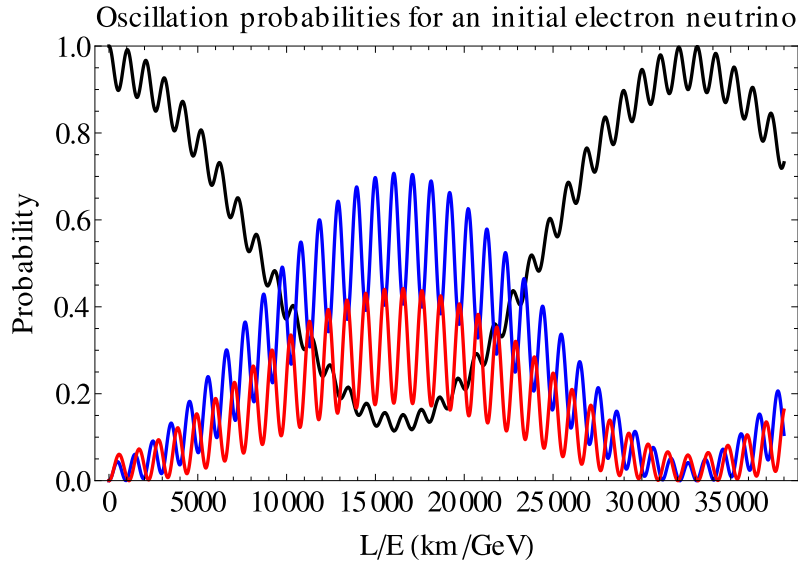


(b) Oscilaciones para  $25 \Delta m$ .

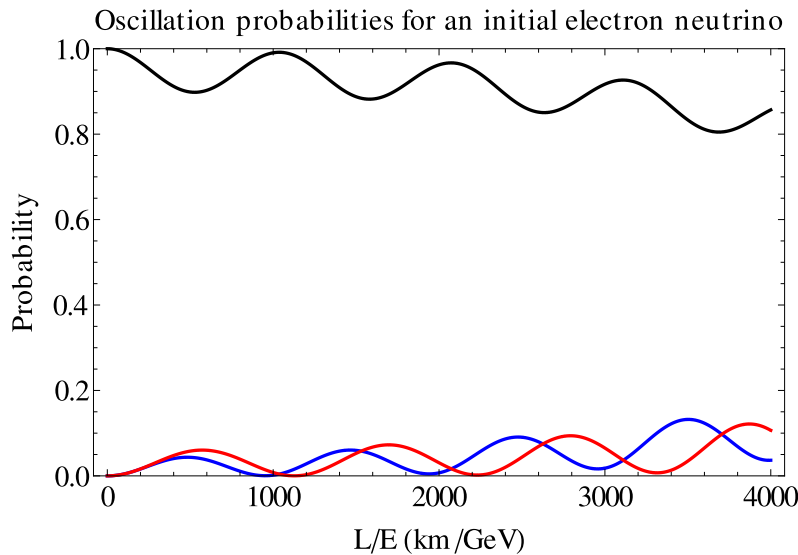
Figura 4.5: Oscilaciones de kaones neutros con  $\Delta m$  modificada.

dependen ampliamente de un término  $\sin^2 \left( \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E} \right)$  que caracteriza las oscilaciones de manera similar a los mesones  $K$ , siendo  $\Delta m_{ij}$  un término equivalente al  $\Delta m$  de  $K_S^0$  y  $K_L^0$ . En ese caso,  $\Delta m_{ij}$  está asociado a las diferencias entre los estados de masa de los neutrinos que son tres ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ) debido a los tres sabores leptónicos, (el kaón sólo tiene dos:  $K_S^0$  y  $K_L^0$ ). Asimismo, en el término  $\sin^2 \left( \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E} \right)$ , el factor  $L$  hace referencia a la distancia recorrida por los neutrinos y  $E$  a su energía. Así, por analogía con la ecuación de los kaones, el cociente  $L/E$  de los neutrinos vendría a ser “el equivalente” al tiempo.

El comportamiento oscilatorio se percibe con mayor claridad en los neutrinos, no sólo porque estos no decaen como sí hacen los kaones, sino también porque  $\Delta m_{ij}$  es mucho más elevado<sup>2</sup> que el  $\Delta m$  de los kaones, a pesar de que los neutrinos son partículas extremadamente ligeras. Esto, junto a los valores de  $L$  y  $E$  de relevancia en los estudios con neutrinos, permiten observar una estructura oscilatoria más pronunciada, la cual es más apreciable a mayor rango de  $L/E$  (gráficas 4.6a y 4.6b).



(a) Oscilaciones para un rango largo de  $L/E$ .



(b) Oscilaciones para un rango corto de  $L/E$ .

Figura 4.6: Oscilaciones de neutrinos [34]. El color negro corresponde al neutrino electrónico, el rojo al muónico y el azul al tauónico.

<sup>2</sup>Aproximadamente se tiene que para neutrinos:  $\Delta m_{21}^2 = 7.53 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  ( $\Delta m_{21} = 8.68 \times 10^{-3} \text{ eV}$ ,  $|\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| = 2.44 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  ( $\Delta m_{31} = 9.32 \times 10^{-2} \text{ eV}$ ), los cuales son bastante más altos que  $\Delta m$  para kaones ( $3.498 \times 10^{-12} \text{ MeV}$ ) [22].



## 5 Conclusiones

Tras una breve introducción en el primer capítulo sobre los mesones  $K$  y sus propiedades, en el segundo capítulo se ha explicado detalladamente como surgió el concepto de extrañeza ([3, 9, 12]) tras la primera observación de estas partículas. Los kaones tuvieron un papel clave a la hora de asentar los cimientos del Modelo de Quarks, permitiendo así, clasificar las partículas conocidas (hadrones) de acuerdo a sus propiedades y ordenarlas mediante los grupos de simetría. Además, se comprobó que la razón que había tras esta ordenación, era que dichas partículas poseían una estructura aún más fundamental, basada en combinaciones de quarks.

No obstante, experimentos recientes ( $Q_{weak}$  [13, 14]), han demostrado que ciertas propiedades de las partículas, como la masa en el protón, no pueden explicarse únicamente mediante sus quarks de valencia y se requiere la existencia de un mar de quarks.

En el tercer capítulo se ha introducido en detalle el formalismo general de la interacción débil y su descripción en el contexto del Modelo de Quarks. Esto nos ha servido para definir las corrientes débiles tanto leptónicas como hadrónicas. Seguidamente, se ha llevado a cabo un estudio exhaustivo de los modos leptónicos de kaones cargados, donde se ha hecho uso del formalismo anterior junto con diagramas de Feynman para calcular la probabilidad de decaimiento del proceso  $K^- \rightarrow \ell + \bar{\nu}_\ell$ . Posteriormente, se han comparado los resultados con el decaimiento análogo del pión, concluyéndose que, para ambos mesones, el modo leptónico del electrón está mucho más suprimido que el del muón. Esto es debido a la conservación del momento angular y a la estructura tipo vector de la corriente débil. Por otro lado, la diferencia principal entre los llamados factores de forma  $f_\pi$  y  $f_K$  tiene que ver con el cambio de extrañeza que se produce en el modo leptónico del kaón.

Finalmente, en el cuarto capítulo, se explican las simetrías P y C y como gracias a los mesones  $K$  se descubrió que ambas podían ser violadas ([29]). Del mismo modo, el decaimiento de kaones neutros fue clave al descubrir la violación CP ([32]). Este fenómeno ha resultado esencial para intentar comprender la propia evolución del Universo. En la actualidad, uno de los campos de mayor interés en Física es el análisis de la violación CP en procesos con neutrinos, y su impacto en la asimetría materia-antimateria.

# Apéndice A

## A.1. Transformaciones de Lorentz y Cuadrivectores

Las *Transformaciones de Lorentz* (TL) son las expresiones matemáticas encargadas de relacionar un suceso observado desde dos sistemas de referencia inerciales distintos, en base a los postulados de la Teoría de Relatividad Especial. Para el caso particular de dos sistemas inerciales moviéndose uno respecto a otro en la dirección  $x$ , podemos expresar:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (\text{A.1})$$

La forma más sencilla de expresar las TL es utilizando los cuadrivectores: vectores de cuatro componentes que permiten apreciar fácilmente qué magnitudes son escalares, es decir, invariantes frente a las TL (formulación covariante) [35].

$$(ct, x, y, z) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = X^\mu \quad (E, cp_x, cp_y, cp_z) = (p^0, p^1, p^2, p^3) = P^\mu \quad (\text{A.2})$$

Se definen cuadrivectores:

- Contravariante (índice arriba):  $X^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, \mathbf{x}) \rightarrow (t, \vec{\mathbf{x}})$
- Covariante (índice abajo):  $X_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, -\mathbf{x}) \rightarrow (t, -\vec{\mathbf{x}})$

La relación entre los mismos viene dada por el tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  que define la métrica del espacio-tiempo de Minkowski [35].

$$A_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} A^\nu \equiv g_{\mu\nu} A^\nu, \quad A^\mu = \sum_{\nu=0}^3 g^{\mu\nu} A_\nu \equiv g^{\mu\nu} A_\nu. \quad (\text{A.3})$$

con  $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ , siendo:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Además, se cumple lo siguiente:

- Norma de un cuadrivector  $X^\mu$ :  $X^2 = X^\mu X_\mu = X_\mu X^\mu = x_0^2 - \mathbf{x}^2$
- Producto escalar de dos cuadrivectores  $A^\mu = (a^0, \mathbf{a})$  y  $B^\mu = (b_0, \mathbf{b})$ :  $A \cdot B = A^\mu B_\mu = A_\mu B^\mu = a_0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ . El escalar resultante se dice que es un invariante de Lorentz.

Por lo tanto, las TL para las componentes contravariantes y covariantes, respectivamente, pueden expresarse [35] en la forma:

$$X'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu X^\nu, \quad X'_\mu = \Lambda_\mu{}^\nu X_\nu. \quad (\text{A.5})$$

En general,  $\Lambda^\mu{}_\nu \neq \Lambda_\mu{}^\nu$ . Gracias a todo esto, se pueden definir los siguientes operadores:

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left( \frac{\partial}{c\partial t}, \vec{\nabla} \right), \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left( \frac{\partial}{c\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \quad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \nabla^2 \equiv \square. \quad (\text{A.6})$$

## A.2. Ecuación de Dirac: Matrices y espinores

La ecuación de Dirac es una función de onda relativista que permite describir partículas fermiónicas ( $s = 1/2$ ). En el sistema natural de unidades  $c = \hbar = 1$ , tiene esta expresión:

$$i\partial_t \Psi = -i \left( \alpha_1 \frac{\partial}{\partial x^1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x^2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x^3} \right) \Psi + \beta m \Psi \equiv \hat{H} \Psi. \quad (\text{A.7})$$

Los coeficientes  $\alpha_i$  y  $\beta$  son matrices. En la base de Dirac-Pauli<sup>1</sup> dichas matrices son:

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma}_i \\ \boldsymbol{\sigma}_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

siendo  $\boldsymbol{\sigma}_i$  las matrices de Pauli:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

A partir de los coeficientes anteriores y utilizando notación en cuadrivectores, se

---

<sup>1</sup>La representación de Dirac-Pauli es la más común, pero otras representaciones son posibles, como la que hace uso de la base de Weyl.

obtienen las *Matrices de Dirac* o *Matrices Gamma*  $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma}^i) = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$ :

$$\gamma^0 \equiv \beta, \quad \gamma^i \equiv \beta\alpha_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.10})$$

Las matrices de Dirac  $\gamma^\mu$  satisfacen la relación de anticonmutación [35]:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}\mathbb{1} \quad (\text{A.11})$$

- $\gamma^i$  es unitaria y antihermítica:  $(\gamma^i)^{-1} = (\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i$
- $\gamma^0$  es unitaria y hermítica:  $(\gamma^0)^{-1} = (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0$

Entonces la ecuación de Dirac, sabiendo que  $\beta^2 = \mathbb{1}$ , se reformula como [35]:

$$i \left( \gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 \gamma^k \frac{\partial}{\partial x^k} \right) \Psi - m\Psi = 0. \quad (\text{A.12})$$

Usando la notación abreviada conocida como *notación "slash" de Feynman* [35], definimos el siguiente operador:

$$\not{\partial} = \gamma_\mu \partial^\mu = \gamma^\mu \partial_\mu = \gamma^0 \partial_t + \boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\nabla}. \quad (\text{A.13})$$

Por lo que la ecuación de Dirac resulta:

$$(i\not{\partial} - m) \Psi = 0. \quad (\text{A.14})$$

Asimismo, para partículas libres, usando que  $\hat{p}^\mu \rightarrow i\partial^\mu \Rightarrow \hat{\boldsymbol{p}} \rightarrow i\boldsymbol{\not{\partial}}$  [35], la ecuación de Dirac queda:

$$(\hat{\boldsymbol{p}} - m) \Psi = 0. \quad (\text{A.15})$$

Las soluciones de esta ecuación tienen forma de onda plana y  $\Psi$  se representan como autovectores de 4 componentes, conocidos como *espinores de Dirac* [35]. La notación más habitual para representar los espinores de Dirac es  $u(\boldsymbol{p}, s)$  y  $v(\boldsymbol{p}, s)$ .

El espinor  $u(\boldsymbol{p}, s)$  corresponde a la solución con valores de energía positivos, que describen partículas, mientras que el espinor  $v(\boldsymbol{p}, s)$  está asociado a valores negativos de la energía, relacionados con las antipartículas [18]. La dos componentes superiores (inferiores) de cada espinor de Dirac está relacionado con los dos posibles estados de la

tercera componente de espín  $s_z = \pm 1/2$ . [21] Las soluciones adjuntas de Dirac se definen como  $\bar{u} \equiv u^\dagger \gamma^0$  y  $\bar{v} \equiv v^\dagger \gamma^0$ , respectivamente. Los espinores  $u(\mathbf{p}, s)$  y  $v(\mathbf{p}, s)$  y sus adjuntos cumplen la ecuación de Dirac [18]:

$$\begin{aligned} (\not{p} - m)u(\mathbf{p}, s) &= 0, & (\not{p} + m)v(\mathbf{p}, s) &= 0, \\ \bar{u}(\mathbf{p}, s)(\not{p} - m) &= 0, & \bar{v}(\mathbf{p}, s)(\not{p} + m) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

La normalización de espinores es [35]:

$$\bar{u}(\mathbf{p}, s)u(\mathbf{p}, s) = 1, \quad \bar{v}(\mathbf{p}, s)v(\mathbf{p}, s) = -1. \quad (\text{A.17})$$

Relación de completitud [35]:

$$\sum_s |u_\alpha(\mathbf{p}, s)\bar{u}_\beta(\mathbf{p}, s) - v_\alpha(\mathbf{p}, s)\bar{v}_\beta(\mathbf{p}, s)| = \delta_{\alpha\beta}. \quad (\text{A.18})$$

Además de las cuatro matrices gamma, existe una quinta matriz importante  $\gamma^5$ , cuya expresión es:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.19})$$

y cumple que:  $\gamma^5\gamma^5 = 1$ .

## Covariantes bilineales

Los covariantes bilineales  $\bar{u}\hat{\mathcal{O}}u$  son muy útiles para la descripción de un lagrangiano de interacción, al proporcionar información sobre sus propiedades de transformación bajo TL.

Expresiones de $\hat{\mathcal{O}}$	Carácter $\bar{u}\hat{\mathcal{O}}u$	Nº. Matrices
$\hat{\mathcal{O}}^S = \mathbb{1}$	Escalar (S)	1
$\hat{\mathcal{O}}_\mu^V = \gamma_\mu$	Vectorial (V)	4
$\hat{\mathcal{O}}_{\mu\nu}^T = \hat{\sigma}_{\mu\nu} - \hat{\sigma}_{\nu\mu}$	Tensorial (T)	6
$\hat{\mathcal{O}}_\mu^A = \gamma_5\gamma_\mu$	Vector axial (A)	4
$\hat{\mathcal{O}}^P = \gamma_5$	Pseudo-vector (P)	1

Tabla A.1: Covariantes bilineales. [35], [36]

$$\text{con } \hat{\sigma}^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu).$$

## Teoremas de trazas de las matrices de Dirac

La amplitud media  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  de un proceso de decaimiento puede calcularse haciendo uso de las trazas de las matrices de Dirac:

$$\sum_{spins} [\bar{u}(a) \Gamma_1 u(b)] [\bar{u}(a) \Gamma_2 u(b)]^* = \text{Tr} [\Gamma_1 (\not{p}_b + m_b c) \cdot \bar{\Gamma}_2 (\not{p}_a + m_c c)]. \quad (\text{A.20})$$

Una demostración detallada de esta herramienta matemática puede encontrarse en la sección 7.7 de la referencia [1].

A continuación, se enumeran las principales identidades de las matrices y los teoremas de las trazas:

1.  $\text{Tr}(A + B) = \text{Tr}(A) + \text{Tr}(B)$
2.  $\text{Tr}(\alpha A) = \alpha \text{Tr}(A)$
3.  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA) \longrightarrow \text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(CAB) = \text{Tr}(BCA)$
4.  $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4$
5.  $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \longrightarrow \not{a} \not{b} + \not{b} \not{a} = 2a \cdot b$
6.  $\gamma^\mu \gamma^\nu = 4$
7.  $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \longrightarrow \gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\not{a}$
8.  $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \longrightarrow \gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4a \cdot b$
9.  $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \longrightarrow \gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2\not{c} \not{b} \not{a}$
10. Si se multiplica un número impar de matrices  $\gamma^\mu$ , la traza de la matriz resultante es siempre 0.  $\longrightarrow \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu) = \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) = 0$
11.  $\text{Tr}(\mathbf{1}) = 4$
12.  $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \longrightarrow \text{Tr}(\not{a} \not{b}) = 4a \cdot b$
13.  $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}) \longrightarrow$   
 $\text{Tr}(\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4(a \cdot bc \cdot d - a \cdot cb \cdot d + a \cdot db \cdot c)$
14.  $\text{Tr}(\gamma^5) = 0$

$$15. \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0 \rightarrow \text{Tr}(\gamma^5 \not{a} \not{b}) = 0$$

$$16. \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \rightarrow \text{Tr}(\gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma$$

$$\text{con } \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = \begin{cases} -1, & \text{si } \mu\nu\lambda\sigma \text{ es una permutación par de } 0123, \\ +1, & \text{si } \mu\nu\lambda\sigma \text{ es una permutación impar de } 0123, \\ 0, & \text{si hay dos índices iguales.} \end{cases}$$

### A.3. Helicidad y Quiralidad

En las expresiones de la corriente débil aparece el operador  $\gamma^5$ , que indica la quiralidad de las partículas. A menudo, quiralidad y helicidad son conceptos confundidos. Por este motivo, es conveniente hacer un paréntesis y explicar con detalle en qué consiste cada uno.

La helicidad se define como la proyección del espín de una partícula en la dirección de su momento  $\vec{p}$ . En el marco de la TCC, el operador de proyección de espín se expresa:

$$\mathcal{P}_\pm(s) = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_s \not{s}), \quad (\text{A.21})$$

donde  $\not{s} \equiv \gamma_\mu s^\mu$ , siendo  $s^\mu = (s^0, \vec{s})$  el denominado cuadrivector de espín (ver Ref. [36], [1] y [35] para detalles). En el caso en que se tome como dirección de proyección de espín la dirección del movimiento, el operador previo se denomina helicidad, y viene determinado por la expresión:

$$\hat{\Lambda}_h(p) = \frac{1}{2p} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.22})$$

En el límite no relativista, se reduce a  $\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{p}}{2p}$ . Para un fermión de espín 1/2, los estados de helicidad serían +1/2 (helicidad positiva), si la dirección de su espín coincide con la dirección de su movimiento, y -1/2 (helicidad negativa) en el caso contrario [21]. En general, si la partícula tiene una masa distinta de cero, la helicidad no es un invariante de Lorentz.

La quiralidad es una propiedad de los espinores que se utilizan para definir partículas y se representa por los autoestados del operador  $\gamma^5$ , con valores propios  $\pm 1$ . Los estados

de quiralidad son designados como positivo o derecha (R) y negativo o izquierda (L), y sus proyectores son:

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}\psi, \quad \psi_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}\psi. \quad (\text{A.23})$$

A diferencia de la helicidad, la quiralidad es siempre un invariante de Lorentz. Sin embargo, cuando la partícula fermiónica carece de masa, helicidad y quiralidad coinciden. El factor  $\frac{1 - \gamma^5}{2}$  es responsable de que la interacción débil presente estructura V-A, provocando a su vez que se viole la conservación de P y C en esta interacción. Todo esto implica que sólo los leptones con quiralidad negativa (izquierda) pueden reaccionar a la fuerza débil.



# Apéndice B

## B.1. Amplitud de transición $\mathcal{M}$ en el proceso $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$

El decaimiento leptónico  $K^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$  puede observarse en la figura 3.2. La asignación de cuadvectores momento a cada partícula se muestra en la figura 3.3:

- mesón inicial  $K^-$ : masa  $m_K$  y cuadri-momento  $p$ .
- bosón intercambiado  $W^-$ : masa  $M_W$  y cuadri-momento  $q$ .
- antineutrino final  $\bar{\nu}_\ell$ : masa  $m_\nu = 0$  y cuadri-momento  $p_2$ .
- leptón final  $\ell^-$ : masa  $m_\ell$  y cuadri-momento  $p_3$ .

Analizamos el diagrama de la figura 3.3 y aplicamos las reglas de Feynman (presentadas al final de la sección 3.2) para calcular la amplitud de decaimiento  $\mathcal{M}$  del proceso. De las reglas 1-5 de Feynman y empleando unidades naturales, se llega a la expresión de la integral:

$$\int [\bar{u}(3) \left( \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right)^2 \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] \frac{ig_{\mu\nu}}{(M_W)^2} F^\mu \times (2\pi)^4 \delta^4(q - p_2 - p_3) (2\pi)^4 \delta^4(p - q) \frac{d^4q}{(2\pi)^4}. \quad (\text{B.1})$$

Con este desarrollo estamos construyendo una ecuación que nos permitirá calcular la amplitud  $\mathcal{M}$ . Esta integral (B.1) se corresponde a la parte derecha de dicha igualdad.

Integramos como nos indica la regla 6 del cálculo de Feynman y, sabiendo que  $p = q$ , se obtiene lo siguiente:

$$[\bar{u}(3) \left( \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right)^2 \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] \frac{ig_{\mu\nu}}{(M_W)^2} F^\mu (2\pi)^4 \delta^4(p - p_2 - p_3). \quad (\text{B.2})$$

A continuación, de acuerdo con la regla 7 de Feynman, hacemos uso de la función  $\delta, (2\pi)^4 \delta^4(p - p_2 - p_3)$  e igualamos a  $-i\mathcal{M}$  (parte izquierda) para calcular  $\mathcal{M}$ :

$$-i\mathcal{M} = [\bar{u}(3) \left( \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right)^2 \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] \frac{ig_{\mu\nu}}{(M_W)^2} F^\mu. \quad (\text{B.3})$$

Finalmente, se obtiene:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_W)^2} [\bar{u}(3) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(2)] F^\mu. \quad (\text{B.4})$$

con  $F^\mu = f_K p^\mu$ .

Sumando sobre todos los espines posibles de las partículas finales y haciendo el promedio sobre los iniciales, se llega a esta expresión:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left[ \frac{f_K}{8} \left( \frac{g_w}{M_W} \right)^2 \right]^2 p_\mu p_\nu [\bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(2)] [\bar{u}(3) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) v(2)]^*. \quad (\text{B.5})$$

Haciendo uso de los teoremas de trazas de las matrices de Dirac [A.20](#), resulta:

$$\begin{aligned} & [\bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(2)] [\bar{u}(3) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) v(2)] \\ & \equiv \text{Tr} [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_\ell)]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Expandiendo este producto de trazas:

$$\begin{aligned} \text{Tr} [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_\ell)] &= \text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3 + \cancel{\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu m_\ell} - \gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3 \\ & - \cancel{\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_\ell} - \gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3 - \cancel{\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu m_\ell} + \gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3 + \cancel{\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_\ell}]. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Los términos anteriores se han tachado por la propiedad 10 de las trazas (ver Apéndice [A](#)). Usando la propiedad 3, reescribimos como:

$$\begin{aligned} \text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3 - \gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3 - \gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3 + \gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3] &= \\ \text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3] - \text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3] - \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3] + \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3]. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Evaluando cada traza recordando la notación de Feynmann (eq. [A.13](#)) y las propiedades de la sección [A.2](#):

- $\text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3] = (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma] =$   
 $(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4 \left( g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda} \right) = 4 [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu]$

- $-\text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3] = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^5 \gamma^\sigma] =$   
 $-(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\sigma \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu] = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4i\varepsilon^{\sigma\mu\lambda\nu} = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4i\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$
- $-\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_3] = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma] =$   
 $-(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma \gamma^\mu] = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4i\varepsilon^{\lambda\nu\sigma\mu} = -(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4i\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$
- $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^5 \not{p}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_3] = (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^5 \gamma^\sigma] = (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^5 \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma] =$   
 $(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma 4 \left( g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda} \right) = 4 [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu]$

Aunando los cuatro resultados anteriores de las trazas, se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_l)] &= 4 [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu] \\ &- 4i (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} - 4i (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} + 4 [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu] = \\ &8 [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu - ip_2^\lambda p_3^\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}]. \quad (\text{B.9}) \end{aligned}$$

Por lo tanto, queda:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left[ \frac{f_K}{\delta} \left( \frac{g_w}{M_W} \right)^2 \right]^2 p_\mu p_\nu \delta [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu - ip_2^\lambda p_3^\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}]. \quad (\text{B.10})$$

Resolviendo los productos de tensores:

$$\begin{aligned} p_\mu p_\nu [p_2^\mu p_3^\nu - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) + p_3^\mu p_2^\nu - ip_2^\lambda p_3^\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}] &= p_\mu p_\nu p_2^\mu p_3^\nu + p_\mu p_\nu p_3^\mu p_2^\nu \\ &- p_\mu p_\nu g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_3) - \cancel{ip_\mu p_\nu p_2^\lambda p_3^\sigma \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}} = 2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2 (p_2 \cdot p_3). \quad (\text{B.11}) \end{aligned}$$

El término tachado es nulo por la propiedad 16.

Finalmente, se tiene que la expresión del elemento de matriz  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  es:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{8} \left[ f_K \left( \frac{g_w}{M_W} \right)^2 \right]^2 [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2 (p_2 \cdot p_3)]. \quad (\text{B.12})$$

Teniendo en cuenta que  $p = p_2 + p_3$  junto con  $p^2 = m_K^2$  y  $p_3^2 = m_\ell^2$ , y sabiendo que el antineutrino carece de masa:  $p_2^2 = m_\nu^2 = 0$ , reescribimos:

$$p \cdot p_2 = (p_2 + p_3) \cdot p_2 = p_2^2 + p_3 \cdot p_2 \longrightarrow p \cdot p_2 = p_3 \cdot p_2, \quad (\text{B.13})$$

$$p \cdot p_3 = (p_2 + p_3) \cdot p_3 = p_2 \cdot p_3 + p_3^2 \longrightarrow p \cdot p_3 = p_2 \cdot p_3 + m_\ell^2. \quad (\text{B.14})$$

Además,

$$p^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2(p_2 \cdot p_3) \longrightarrow 2(p_2 \cdot p_3) = (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (\text{B.15})$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)] &= [2(p_2 \cdot p_3)(m_\ell^2 + p_2 \cdot p_3) - m_K^2(p_2 \cdot p_3)] = \\ 2(p_2 \cdot p_3) \left[ m_\ell^2 + (p_2 \cdot p_3) - \frac{m_K^2}{2} \right] &= (m_K^2 - m_\ell^2) \left[ m_\ell^2 - \frac{m_K^2}{2} + \frac{(m_K^2 - m_\ell^2)}{2} \right] = \\ (m_K^2 - m_\ell^2) \left[ m_\ell^2 - \cancel{\frac{m_K^2}{2}} + \cancel{\frac{m_K^2}{2}} - \frac{m_\ell^2}{2} \right] &= \frac{m_\ell^2}{2} (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (\text{B.16}) \end{aligned}$$

Y, sustituyendo en la expresión [B.12](#), se obtiene:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_w}{2M_W} \right)^4 f_K^2 m_\ell^2 (m_K^2 - m_\ell^2). \quad (\text{B.17})$$

# Bibliografía

- [1] D. J. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Wiley-VCH, first edition, 2008.
- [2] C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G. P. S. Occhialini, and C. F. Powell. Processes involving charged mesons. *Nature*, 159(4047):694–697, 1947.
- [3] G. D. Rochester and C. C. Butler. Evidence for the existence of new unstable elementary particles. *Nature*, 160(4077):855–857, 1947.
- [4] C. F. Powell. Mesons. *Rep. Prog. Phys.*, 13:350, 1950.
- [5] W. A. Bardeen. Kaons - A micro-physics laboratory - "Will you still need me when I'm 64?" . *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 197:128–135, 2012.
- [6] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group). *Phys. Rev.*, D 98, 0300:22–35, 2018.
- [7] J. Gómez, A. Moro, and J. A. Caballero. Apuntes y material didáctico de Física Nuclear y Partículas. Departamento de FAMN, Universidad de Sevilla, 2020.
- [8] P. Franzini. Elementary Particle Physics Lecture Notes. University of Rome, 2009.
- [9] A. Pais. *Inward Bound: of Matter and Forces in the Physical World*. Oxford University Press, New York, 1986.
- [10] T. D. Lee and C. N. Yang. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Phys. Rev.*, 104:254–258, 1956.
- [11] T. Nakano and K. Nishijima. Charge Independence for V-particles. *Progress of Theoretical Physics*, 10(5):581–582, 1953.
- [12] K. Nishijima. Charge Independence Theory of V Particles. *Progress of Theoretical Physics*, 13(3):285–304, 1955.
- [13] Nuruzzaman. Qweak: First direct measurement of the weak charge of the proton. In *EPJ Web of Conferences*, volume 71, pages 1–8, 2014.
- [14] R. Carlini. Q-weak: A Precision Test of the Standard Model and Determination of the Weak Charges of the Quarks through Parity-Violating Electron Scattering, 2020.
- [15] C. D. Roberts. On mass and matter. *AAPPS Bulletin*, 31(1):1–10, 2021.
- [16] A. Walker-Loud. Dissecting the Mass of the Proton. *American Physical Society (APS)*, Physics(11), 2018.

- [17] F. Halzen and A. D. Martin. *Quarks and Leptons: An Introductory course in Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons, 1984.
- [18] T. W. Donnelly, J. A. Formaggio, and B. R. Holstein. *Foundations of Nuclear and Particle Physics*. Cambridge University Press, 2017.
- [19] R. D. Young. Strangeness in the proton. *Nature*, 544(7651):419–420, 2017.
- [20] B. R. Martin. *Nuclear and Particle Physics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [21] A. Bettini. *Introduction to Elementary Particle Physics*. Cambridge University Press, second edition, 2014.
- [22] P. A. Zyla et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, (2020), 2020. 083C01.
- [23] E. A. Paschos. *Electroweak Theory*. Cambridge University Press, first edition, 2007.
- [24] P. Renton. *Electroweak Interactions: An Introduction to the Physics of Quarks and Leptons*. Cambridge University Press, 1990.
- [25] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, first edition, 1994.
- [26] J. J. Sakurai. *Advanced Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, first edition, 1967.
- [27] K. A. Olive et al. Particle Data Group. *Chin. Phys.*, C38(090001), 2014.
- [28] A. Das, T. Ferbel, and N. Gauthier. *Introduction to Nuclear and Particle Physics*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, second edition, 2003.
- [29] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical Review*, 105(4):1413–1415, 1957.
- [30] M. Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [31] D. H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. Cambridge University Press, fourth edition, 2000.
- [32] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K_2$  meson. *Physical Review Letters*, 13(4):138–140, 1964.
- [33] The T2K Collaboration. Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations. *Nature*, 580(7803):339–344, 2020.
- [34] B. Meszéna. Neutrino Oscillations - Wolfram Demonstrations Project. <https://demonstrations.wolfram.com/NeutrinoOscillations/>, 2011.
- [35] J. A. Caballero. Apuntes de Mecánica Cuántica Relativista. Departamento de FAMN, Universidad de Sevilla, 2021.
- [36] W. Greiner. *Relativistic Quantum Mechanics*. Springer, third edition, 2000.