

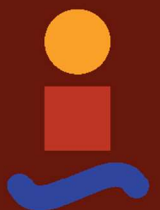
Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

**La Teoría de Colas y su aplicación durante
la pandemia COVID-19.**

Autor: José María Puyol Aliaga

Tutor: Pablo Aparicio Ruiz

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla



Sevilla, 2022



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

La Teoría de Colas y su aplicación durante la pandemia COVID-19.

Autor:

José María Puyol Aliaga

Tutor:

Pablo Aparicio Ruiz

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Trabajo Fin de Grado:
La Teoría de Colas y su aplicación durante la pandemia COVID-19.

Autor: José María Puyol Aliaga

Tutor: Pablo Aparicio Ruiz

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2022

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría dar las gracias a mi tutor, Pablo Aparicio Ruiz, por su amabilidad y colaboración durante estos meses de trabajo. La elaboración de este proyecto habría sido imposible sin su ayuda y sin el tiempo que me ha dedicado.

Infinitas gracias a mi padre; por el apoyo que constantemente nos hace sentir tanto a mí como a mis hermanos y por la oportunidad de estudiar lo que siempre he querido. Sus palabras y su manera de vivir la vida han sido imprescindibles cuando la motivación y las ganas de levantarse tras el enésimo revés escaseaban.

Por último, pero no por ello menos importante, no quiero olvidarme de mis amigos. Son los grandes artífices de que esta etapa universitaria que acaba haya sido absolutamente inolvidable para mí.

José María Puyol Aliaga

Alumno de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2022

Resumen

A nadie le gusta esperar. Se dice que, en general, la sociedad actual vive en la cultura de la inmediatez. La gente detesta esperar al autobús, a que por fin salga agua caliente del grifo, a que un agente quede disponible cuando llaman a su compañía telefónica o de seguros; se siente que se está perdiendo el tiempo cuando toca esperar en la cola del supermercado, cuando pasan varios minutos y el ascensor sigue sin llegar, etc. Son innumerables los ejemplos de momentos en los que uno debe armarse de paciencia y esperar su turno en el día a día.

Ingenieros de todo el mundo buscan y estudian constantemente formas de reducir los tiempos de espera de todo tipo de situaciones, y es que las esperas se traducen irremediamente en inconvenientes: acumulación de gente en larguísimas colas, tiempo perdido inútilmente, mala imagen de la empresa que ocasiona la espera y, por tanto, potencial pérdida de clientes, estrés, lucro cesante y un largo etcétera. Como cabía prever, conseguir reducir el tiempo de espera en una situación determinada requiere una inversión, y de la importancia de conocer de antemano si las medidas propuestas conseguirán el efecto deseado o no para así no malgastar dinero nace la necesidad de unos modelos y técnicas que analicen la situación en cuestión.

La Teoría de Colas trabaja en el campo de la ingeniería de organización y estudia desde el punto de vista de las matemáticas y la estadística los diversos factores decisivos a la hora de mejorar los tiempos de espera como son, por citar algunos, el tiempo medio de servicio o la capacidad máxima del sistema sin llegar al colapso.

Sin embargo, la pandemia COVID-19 que desgraciadamente tanto ha afectado a nuestras vidas también ha hecho lo propio con muchas empresas y organizaciones. Esta se ha erigido como un claro agente transformador de los modelos de gestión motivado por las medidas impuestas por los gobiernos y la reconfiguración de los recursos y de los espacios.

Este Trabajo de Fin de Grado tiene como objetivo conocer las herramientas de estudio de sistemas donde se generan líneas de espera, así como realizar una simulación por eventos discretos en Python y analizar los resultados obtenidos de un punto de vacunación contra la COVID-19 implementado en la Facultad de Derecho y Ciencias del Trabajo de la Universidad de Sevilla en 2021.

Abstract

Nobody enjoys waiting. It is said that, in general, today's society lives in a culture of immediacy. Everyone hates waiting for the bus, for hot water to finally come out of the tap, for an agent to become available when you call your phone or insurance company; you feel that you are wasting your time while waiting in line at the supermarket checkout, when several minutes go by and the elevator still does not arrive, etc. There are countless examples of situations where you have to wait patiently until it's your turn on a daily basis.

Engineers from all over the world are constantly looking for and studying ways to reduce waiting times in situations of all kinds, since these inevitably translate into inconveniences: accumulation of people in very long queues, time uselessly wasted, bad image of the company and therefore, potential loss of customers, stress, loss of profit and so on. As expected, reducing the waiting time in a given situation requires an investment, and the importance of knowing in advance whether the proposed measures will achieve the desired effect or not, so as not to waste money, gives rise to the need for models and techniques to analyze the situation to be improved.

Queuing Theory works in the field of organizational engineering and studies from the point of view of mathematics and statistics the various decisive factors that come into play when trying to improve waiting times, such as the average service time or the maximum capacity of the system without reaching collapse.

However, the COVID-19 pandemic that unfortunately has affected our lives in a huge way has also affected many companies and organizations. It has become a clear transforming agent of the management models motivated by the measures imposed by governments and the reconfiguration of resources and spaces.

This Final Degree Project aims to learn about the tools used to study systems where waiting lines are generated, as well as to develop a discrete event simulation and analyze the obtained results from a vaccination point against COVID-19 implemented in the Faculty of Law and Labour Sciences of the University of Seville in 2021.

Índice

Agradecimientos	vii
Resumen.....	ix
Abstract.....	xi
Índice.....	xiii
Índice de Figuras	xv
1 Introducción.....	1
1.1 <i>La pandemia COVID-19</i>	1
1.1.1 Cronología de una pandemia	1
1.1.2 Medidas requeridas para reducir el riesgo	4
1.1.3 El impacto de la COVID-19 en el tejido empresarial.....	5
1.1.4 La crisis de los contenedores.....	7
1.2 <i>Objetivos generales de la Teoría de Colas e influencia en la COVID-19</i>	9
2 Estado del Arte	11
2.1 <i>Principios Generales de Teoría de Colas</i>	11
2.2 <i>Elementos existentes en la Teoría de Colas</i>	12
2.2.1 Flujo de entrada	12
2.2.2 Cola.....	13
2.2.3 Disciplina de cola	13
2.2.4 Mecanismo de servicio	14
2.2.5 Flujo de salida	15
2.2.6 Congestión	15
2.2.7 Balance de masa.....	16
2.2.8 Capacidad del sistema	16
2.2.9 Ley de Little.....	17
2.2.10 Redes de colas	18
2.2.11 Resumen de la nomenclatura.....	20
2.2.12 Notación de Kendall	20
2.3 <i>Teoría de Colas aplicada en la vida real</i>	21
2.3.1 Sistemas de colas en la industria	21
2.3.2 Sistemas de colas en el sector servicios	22
3 Desarrollo.....	25
3.1 <i>Descripción del sistema</i>	26

3.2	<i>Simulación por eventos discretos del Punto de Vacunación</i>	27
3.2.1	Componentes del modelo	27
3.2.2	Programación en Python de la simulación	27
3.2.2.1	Librerías.....	27
3.2.2.2	Definición de variables e inicialización	27
3.2.2.3	Rutina de tiempos	28
3.2.2.4	Rutina de eventos: llegada y salida de pacientes	28
3.2.2.5	Generación de tiempos de llegada y tiempos de servicio.....	32
3.2.2.6	Notación de Kendall del caso	32
3.2.2.7	Ejecución de la simulación.....	33
4	Resultados	35
4.1	<i>Aclaraciones previas</i>	35
4.2	<i>Datos obtenidos</i>	36
4.3	<i>Análisis de resultados</i>	37
4.4	<i>Capacidad máxima del sistema</i>	38
4.5	<i>Estudio de escenarios alternativos</i>	39
4.5.1	Número total de personas vacunadas	39
4.5.2	Utilización media de los servidores.....	40
4.5.3	Tiempo medio de espera	41
4.5.4	Determinación de la configuración óptima	41
4.5.5	Confirmación de configuración óptima	42
4.6	<i>Comparativa con otros casos similares</i>	43
4.6.1	Largas colas en el vacunódromo del Estadio de la Cartuja	43
4.6.2	Uso de software en el punto de vacunación del C.S. Infanta Mercedes de Madrid	45
5	Conclusiones	47
5.1	<i>Potencial de las simulaciones de sistemas de colas</i>	48
5.2	<i>Otras aplicaciones de la Teoría de Colas relacionadas con la COVID-19</i>	48
5.2.1	Gestión del riesgo de contagio en los comercios minoristas	48
5.2.2	Estrategia de asignación de camas en el Hospital Infantil de Nanjing	49
5.3	<i>Líneas futuras</i>	49
	Bibliografía	53

Índice de Figuras

Figura 1.1: Concierto en el WiZink Center de Madrid. 6 de marzo de 2020	2
Figura 1.2: Evolución de los fallecimientos diarios en España desde el inicio de la pandemia.....	3
Figura 1.3: Evolución de la vacunación contra la COVID-19 en España en 2021	4
Figura 1.4: Carteles recordando mantener la distancia de seguridad en un supermercado	5
Figura 1.5: Medida aplicada por Inditex ante la COVID-19.....	6
Figura 1.6: Datos del descenso de ingresos en clubes de fútbol a consecuencia de la COVID-19.....	7
Figura 1.7: Imágenes del buque Ever Given encallado en el Canal de Suez.....	8
Figura 1.8: Evolución del coste de envío de un contenedor desde China a EE. UU. y Europa entre los años 2019 y 2021.....	8
Figura 1.9: Ejemplo de cola de espera virtual	10
Figura 1.10: Datos queue-it.com	10
Figura 2.1: Estructura básica de un modelo de colas	11
Figura 2.2: Análisis interno y externo de un sistema.....	12
Figura 2.3: Ejemplo de mensaje de Windows al saturarse el procesador del PC	14
Figura 2.4: Distintos parámetros de tiempo en el análisis interno	14
Figura 2.5: Distintas configuraciones de sistemas multicanal	16
Figura 2.6: Diagrama de ejemplo de 3 estaciones dispuestas en serie	18
Figura 2.7: Diagrama de ejemplo de split con n estaciones	18
Figura 2.8: Diagrama de ejemplo de join con n estaciones.....	19
Figura 2.9: Bullwhip effect.....	22
Figura 3.1: Diagrama del punto de vacunación contra la COVID-19 dispuesto en la Facultad de Derecho de la Universidad de Sevilla. Septiembre de 2021.....	26
Figura 3.2: Diagrama de flujos de las distintas posibilidades que existen ante la llegada de un individuo al sistema.....	29
Figura 3.3: Diagrama de flujos de las distintas posibilidades que existen tras la salida de un individuo del sistema	31
Figura 4.1: Captura de pantalla de la hoja de cálculo de Excel formateada para unos resultados visualmente más limpios	36
Figura 4.2: Tabla resumen de resultados promedio de la simulación	37
Figura 4.3: Tabla resumen de resultados promedio en el caso de congestión límite	38

Figura 4.4: Tabla variación número total de personas vacunadas	40
Figura 4.5: Tabla variación utilización media de los servidores.....	41
Figura 4.6: Tabla variación tiempo medio de espera	41
Figura 4.7: Gráfico inoculaciones en función del número de servidores.....	42
Figura 4.8: Gráfico grado de utilización de los servidores en función del número de habilitados	43
Figura 4.9: Disposición de los <i>boxes</i> o servidores en el vacunódromo del Estadio de la Cartuja	44
Figura 4.10: Largas colas de gente esperando para vacunarse en el exterior del Estadio de la Cartuja. Junio de 2021	44
Figura 4.11: Equipo necesario para el uso del software de gestión de turnos en contraposición con un dispensador de turnos tradicional	45

1 INTRODUCCIÓN

A finales del año 2019 la palabra “*coronavirus*” comenzó a abrir y protagonizar los telediarios de todo el mundo. Eran noticias sobre una extraña neumonía muy contagiosa la cual se estaba propagando preocupantemente en China. Sin embargo, la gran mayoría de la población se limitó a continuar con sus vidas sin mayor miramiento dado que en aquel momento, resultaba inimaginable que un elemento con un tamaño de apenas 100 nanómetros de radio pudiese llegar a tener una capacidad de impacto tan sumamente grande en la sociedad.

Al cabo de unas semanas se desencadenó la pandemia del coronavirus SARS-CoV-2. Los gobiernos de países de todo el mundo aplicaron medidas drásticas y restricciones de libertad de la ciudadanía con el fin de mitigar la saturación del sistema sanitario, generando a la vez grandes conflictos sociales, políticos y económicos.

1.1 La pandemia COVID-19

1.1.1 Cronología de una pandemia

Diciembre 2019 Se comienzan a investigar varios casos de personas enfermas con una neumonía viral; la mayoría de los pacientes tienen en común que habían estado días atrás en un mercado mayorista de mariscos en la ciudad china de Wuhan (Llaneras, 2021).

Enero 2020 Se confirma que el agente causante de la enfermedad es un nuevo tipo de coronavirus. Este empieza a propagarse y se descubren casos en Tailandia, Japón, Australia, Vietnam, Corea del Sur y Francia entre otros países. A finales de mes, China ordena guardar cuarentena a gran parte de su población y la Organización Mundial de la Salud declara que el brote cumple con los criterios para declarar una emergencia de salud pública de importancia internacional (Organización Mundial de la Salud, 2020).

El 31 de enero de 2020, España registra el primer caso de coronavirus dentro de sus fronteras: una persona alemana en la isla de La Gomera (Islas Canarias).

Febrero 2020 La OMS denomina oficialmente a la enfermedad como “COVID-19”. El virus comienza a extenderse a gran velocidad por Europa, siendo Italia el país más castigado al principio. A partir de aquí, se desencadena la expansión del coronavirus por todo el mundo. España confirma el primer contagio local en Sevilla.

Marzo 2020 A principios de mes se conoce el primer fallecimiento a causa del coronavirus en España. Mientras tanto, eventos multitudinarios como manifestaciones, conciertos y competiciones deportivas continúan teniendo lugar (Figura 1.1), lo que a la postre provocaría una gran polémica a nivel social y político.

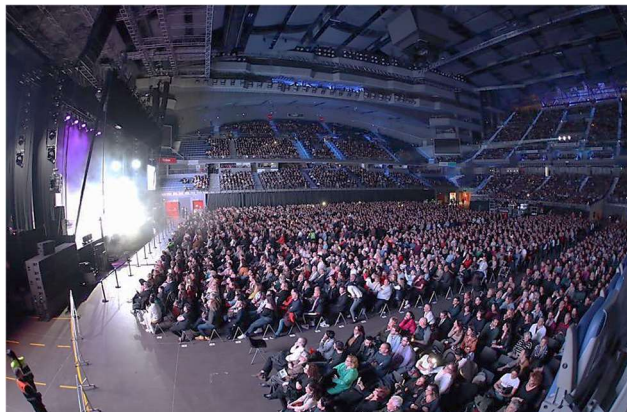


Figura 1.1: Concierto en el Wizink Center de Madrid. 6 de marzo de 2020
(Fuente: wizinkcenter.es)

El 11 de marzo de 2020, la OMS declara la COVID-19 como pandemia mundial (Muñoz, 2021). Dos días más tarde, el presidente del Gobierno de España, Pedro Sánchez, anuncia la decisión de aplicar el Estado de Alarma durante 15 días en todo el territorio nacional: a partir del 15 de marzo todos los españoles guardarían confinamiento domiciliario no pudiendo así circular libremente por las calles salvo por casusas de fuerza mayor. La actividad de todo comercio no esencial queda temporalmente suspendida.

Durante estas semanas, la escalada de casos es exponencial a pesar de que más tarde se descubriría que tan solo se estaba detectando 1 de cada 10 contagios. Los hospitales tienen dificultades para absorber la ingente cantidad de enfermos que les llegan. La falta de material sanitario de protección se convierte en un gran problema y el coronavirus comienza a hacer mella en las residencias de ancianos.

Abril 2020 Se alcanza el pico de contagios y fallecimientos en los primeros días de abril mientras eventos de la talla de los Juegos Olímpicos de Tokio o el Oktoberfest son cancelados.

Tras varias prórrogas del Estado de Alarma, el Gobierno de España anuncia un plan de desescalada después de comprobar que las cifras representativas de la incidencia del virus en el país se han estabilizado. Este plan se conforma por cuatro fases para acabar desembocando en la denominada “nueva normalidad”.

Junio 2020 El 21 de junio finaliza el Estado de Alarma en España (Vivas and Castro, 2021). Se da comienzo así a la ya mencionada nueva normalidad caracterizada por la obligatoriedad de ciertas medidas mínimas de prevención como el uso de mascarillas en cualquier lugar público. Paralelamente, se trata de reactivar la economía y el turismo tras meses de auténtica pesadilla.

Agosto 2020 Continúan multiplicándose los rebrotes por todo el territorio nacional hasta el punto de colocar a España a la cabeza de la segunda ola en Europa. En el lado positivo, durante este mes se comienza a estudiar el plan de vacunación una vez estas estén listas.

Octubre 2020 Una vez superado el temor de que la vuelta al colegio de forma presencial supusiese un importante foco de transmisión que finalmente no se cumplió, desafortunadamente los números de la segunda ola no logran descender del todo. El día 25 de este mes, el Gobierno declara un nuevo Estado de Alarma dada la gravedad de la situación e implanta el toque de queda (Vilaso, 2021). Como puede observarse en la Figura 1.2, la segunda ola prácticamente se solapa con la tercera, la cual se dispararía a partir de finales de diciembre.

Evolución de los fallecimientos diarios en España desde el inicio de la pandemia

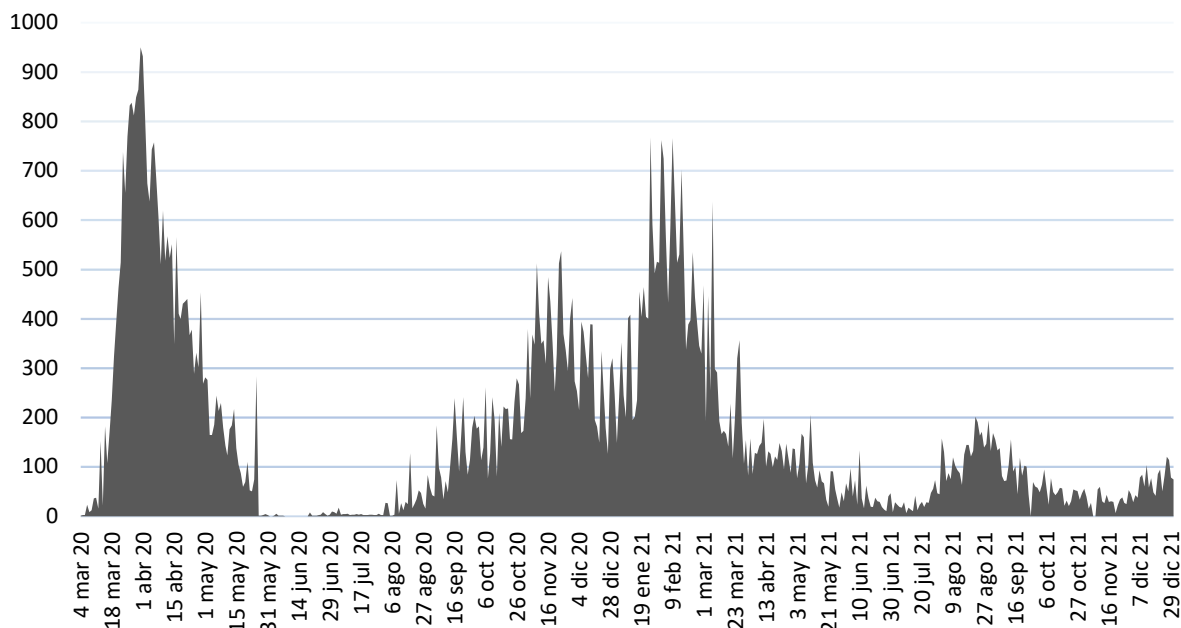


Figura 1.2: Evolución de los fallecimientos diarios en España desde el inicio de la pandemia (Fuente: Ministerio de Sanidad, Consumo y Bienestar Social)

Diciembre 2020 Se confirma la efectividad de las vacunas siendo Reino Unido el país europeo pionero en comenzar a administrarlas masivamente a la población. El 27 de diciembre recibe una dosis el primer ciudadano español y se inicia el plan de vacunación en España. Mientras tanto, el virus continúa imparables a pesar de las restricciones y aparecen nuevas variantes del coronavirus más infecciosas aún.

Año 2021 El nuevo año comenzó con la explosión de la tercera ola. En 2021, nuevas olas y variantes del virus se fueron sucediendo mientras que, paralelamente, la vacunación masiva continuó a buen ritmo alcanzando alrededor del 80% de la población española vacunada con la pauta completa a finales de año (Figura 1.3). Este dato, muy superior al porcentaje de población vacunada en otros países europeos de nuestro entorno, hizo que España se convirtiese en ejemplo de vacunación en el mundo entero (Jiménez, 2021).

Evolución de la vacunación contra la COVID-19 en España en 2021

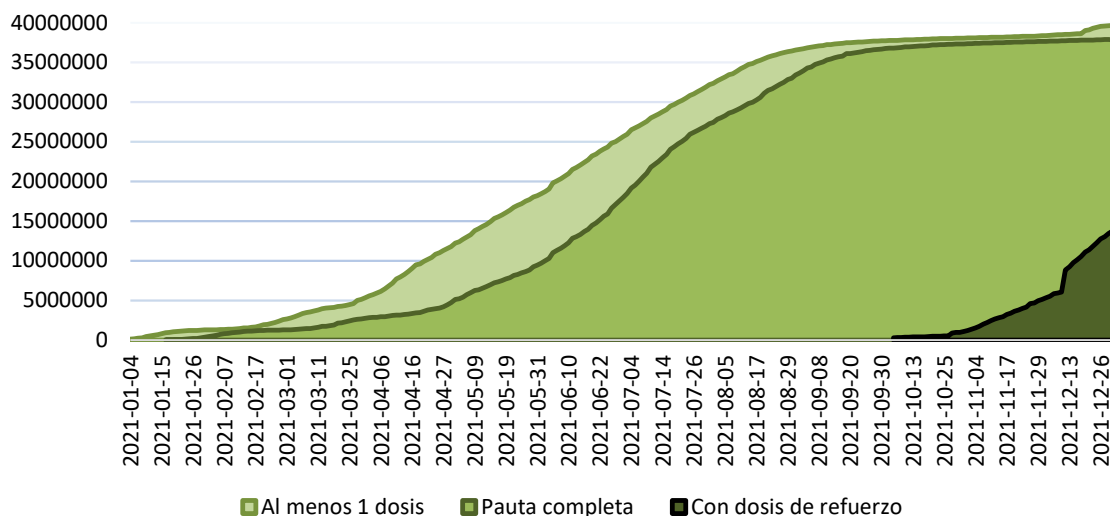


Figura 1.3: Evolución de la vacunación contra la COVID-19 en España en 2021 (Fuente: Ministerio de Sanidad, Consumo y Bienestar Social)

1.1.2 Medidas requeridas para reducir el riesgo

De acuerdo con la Organización Mundial de la Salud, las principales medidas básicas contra la propagación del virus son (Organización Mundial de la Salud, 2020a):

- Mantener una distancia interpersonal de seguridad de, al menos, 1 metro y medio
- Utilizar mascarilla homologada en público, especialmente en lugares cerrados o cuando resulte difícil mantener la distancia de seguridad
- Lavarse las manos con frecuencia
- Quedarse en casa si aparecen síntomas compatibles con la enfermedad (fiebre, tos, dificultad al respirar...) o en caso de duda tras haber estado en contacto con un positivo
- Priorizar espacios abiertos o con buena ventilación

Durante el período en el que no estuvo permitido circular por las calles salvo por causa de fuerza mayor entre los meses de marzo y junio de 2020, toda actividad económica no esencial quedó suspendida. Solo aquellos comercios de primera necesidad tales como tiendas de alimentación, farmacias, gasolineras, etc. pudieron permanecer abiertos, eso sí, con considerables alteraciones con respecto a su *modus operandi* habitual (Montes, 2020).

Por ejemplo, en el caso de los supermercados, estos implementaron numerosos cambios en la disposición y en el funcionamiento de sus tiendas para poder continuar prestando servicio a la ciudadanía durante el confinamiento con seguridad. Estas modificaciones, extrapolables a muchos otros comercios que también basan su actividad en las tiendas físicas, van desde medidas a priori un tanto obvias hasta otras más innovadoras (Sangha, 2020):

- Limitación del número total de clientes en el interior de las instalaciones para que se pueda circular con facilidad; cuando se alcanza ese límite, se adopta la política de entrada y salida “one-in-one-out” (solo se permite el ingreso una vez que otra persona ha salido).
- Uso de señalización en el suelo para fomentar la distancia social y crear flujos de personas que se muevan en la misma dirección en determinadas zonas de la tienda como las cajas o las puertas de acceso.
- Instalación de pantallas de protección de metacrilato en mostradores y cajas de cobro para preservar la salud a los empleados.
- Reserva de ciertas franjas horarias a lo largo del día para los clientes más vulnerables como personas mayores o con problemas de salud.
- Promoción y refuerzo del canal de venta online mediante la mejora de la experiencia de compra por Internet y la contratación de más personal para los equipos de entrega a domicilio.
- Implementación de un servicio “click & collect” para aprovechar la flexibilidad que ofrece el comercio online. Este método de compraventa consiste en que los clientes realizan su compra por Internet y ellos mismos la recogen en la tienda física.



Figura 1.4: Carteles recordando mantener la distancia de seguridad en un supermercado (Fuente: Reuters)

Como se puede observar, tanto los supermercados como el resto de comercios esenciales tuvieron que adaptarse a las circunstancias y tratar de sacar el máximo provecho del margen de acción que encontraron. En el siguiente punto se analiza no solo las medidas aplicadas por este tipo de establecimientos en pro de la protección de la salud sino, desde un punto de vista más general, los efectos de la pandemia del coronavirus a las distintas organizaciones y cómo reaccionaron estas para combatir los daños.

1.1.3 El impacto de la COVID-19 en el tejido empresarial

Pocas instituciones escapan de los graves efectos que ha provocado la irrupción sorpresiva del coronavirus. Como tantos otros riesgos, una pandemia de esta envergadura era algo que se pensaba de forma muy remota; los pocos que fueron suficientemente cautos en el pasado como para trazar algún tipo de plan de contingencia y continuidad ante un acontecimiento de esta naturaleza, lo más probable es que sus medidas de minimización de daños no fuesen adecuadas ni suficientes.

En líneas generales y dejando a un lado el aspecto sanitario, las principales consecuencias que está generando el coronavirus son económicas. Muchas empresas vieron cómo sus ventas caían hasta en un 50% durante el primer trimestre del año 2020 sobre todo por el cese total o parcial de cualquier tipo de actividad presencial que habitualmente desarrollasen (Banco Mundial, 2021). Firmas como Inditex registraron pérdidas a raíz de la pandemia por primera vez en su historia y se vieron forzadas a realizar cambios en su modelo de negocio para asegurar la viabilidad.

En el caso de la compañía textil, esta apostó enérgicamente por su negocio online mediante una fuerte inversión en integración tecnológica, digitalización y adaptación. Una medida que resultó ser muy efectiva dado que en el segundo trimestre de dicho año sin ir más lejos, Inditex volvía a la senda de los beneficios y alcanzaba un incremento en ventas por Internet del 77%. A mediados de 2021 el canal de ventas online suponía ya el 32% de la facturación total de la empresa cuando antes de la pandemia se estimaba llegar en 2022 únicamente al 25% (Osorio, 2020), lo que confirmaba que el cambio de rumbo en la estrategia fue un completo acierto. Adicionalmente, se tomó la decisión de cerrar algunas de las miles de tiendas físicas que tienen repartidas por el mundo y agrandar muchas otras que sí que mantendrían en funcionamiento con el fin de abaratar los costes fijos de la empresa.



Figura 1.5: Medida aplicada por Inditex ante la COVID-19 (Fuente: Inditex)

Inditex trató de aprovechar todo el margen de acción que encontraron tras la explosión de la pandemia a través de la maximización de sus líneas de negocio y una excelente gestión de la situación en términos de rapidez de respuesta y capacidad de adaptación a las circunstancias. Además, demostraron tener también cierta conciencia social al ceder su potente infraestructura logística y de aprovisionamiento al servicio de la emergencia sanitaria (*Inditex logra superar los 1.100 millones de euros de beneficio*, 2021), lo que facilitó enormemente la adquisición y transporte de material sanitario. Todo esto hizo que Inditex se erigiese como un claro ejemplo de gestión y reacción ante dificultades para empresas de todo el mundo.

Las empresas que menos han acusado la pandemia tienen en común ciertas directrices que pueden ser resumidas en los siguientes puntos:

- Ante eventos de esta envergadura, una Junta Directiva estable, coherente y segura de sus acciones y prioridades estratégicas es un factor fundamental para asegurar un próspero devenir de la compañía. Como dijo una vez el gurú Peter Drucker, “la mejor organización no asegura los resultados, pero una estructura equivocada es garantía de fracaso” (Stein, 2010).

La enfermedad no ha hecho más que acelerar la transformación digital que ya se llevaba produciendo desde hace varios años, y esta transición resulta infinitamente más fácil con unos buenos líderes que hagan las veces de guías en el camino. En esta misma línea, la llegada del teletrabajo, en la mayoría de los casos de forma temporal pero en otros muchos lugares parece que para quedarse, abre no sin polémica nuevas puertas para empleados y empleadores. Aprovechando la tecnología, esta nueva modalidad de trabajo es capaz de entrañar numerosas ventajas para ambos si se implementa correctamente al igual que otras también surgidas a raíz de la emergencia sanitaria tales como el *smart working*, el *crowd employment*, el *job sharing* o el *casual work* (“Los Cambios En La Organización de Las Empresas Provocados Por El Coronavirus,” 2021).

- Estas empresas tienen una menor cantidad de costes fijos. Por citar un ejemplo, en el ámbito del fútbol se ha comprobado que la pandemia golpeó con más fuerza al FC Barcelona por este motivo. El informe anual de fútbol que realiza la auditora inglesa Deloitte ‘Money League’ recomienda a los clubes apostar por fórmulas que den un mayor peso a los ingresos no presenciales dado que la fuente de ingresos proveniente de los días de partido es mucho más variable como se pudo comprobar durante muchos meses entre 2020 y 2021 (Deloitte, 2021).
- En cuanto a las organizaciones cuya actividad depende de su cadena de suministro, aquellas que cuentan con proveedores de distintas regiones o países e instalaciones alternativas sufren menos las consecuencias de la pandemia (Hernández, 2020); de esta forma están menos expuestas al riesgo de ver su actividad parada por completo si surge un foco de coronavirus en algún lugar de la cadena. Asimismo, otra de las claves en este sentido es una gestión de inventarios eficiente.

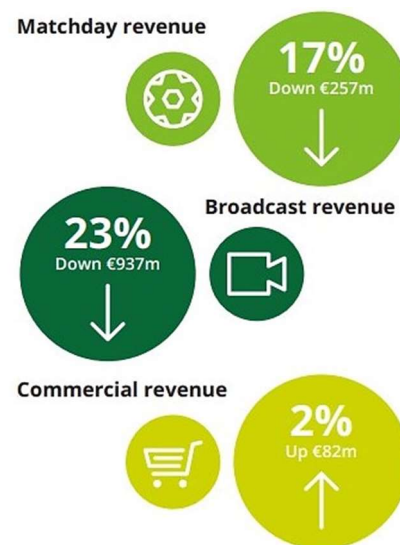


Figura 1.6: Datos del descenso de ingresos en clubes de fútbol a consecuencia de la COVID-19 (Fuente: Deloitte)

1.1.4 La crisis de los contenedores

Como consecuencia del coronavirus, en el año 2021 surgió un nuevo y grave conflicto: la denominada “crisis de los contenedores”. En resumen, el problema radica en un repentino crecimiento del comercio en general tras superarse lo peor de la pandemia; la demanda ha estado acumulándose durante meses y la oferta no es capaz de absorberla.

Se ha producido un efecto dominó que comenzó con el cambio de reglas del juego a consecuencia de la pandemia. Durante los primeros meses de la misma, la prioridad número uno fue la distribución de material sanitario principalmente desde China al resto del mundo. Esto, sumado a paradas de producción generalizadas, cancelaciones de pedidos y cierres perimetrales en muchos países, ha provocado que una gran cantidad de contenedores se hayan quedado en los distintos puertos de destino: si no por ausencia de tiempo y/o mercancía para llenarlos y que su retorno fuese rentable, por las restricciones al tránsito entre fronteras impuestas por los gobiernos. Es decir, el problema no radica en falta de contenedores sino en que estos están mal repartidos por el mundo.

A su vez, una serie de catalizadores han agravado el conflicto a lo largo de 2021:

- En primer lugar, el atasco del Canal de Suez en marzo ocasionado por el encallamiento del megabuque Ever Given, de 400 metros de eslora y capaz de transportar hasta 20.000 contenedores en un mismo viaje. El Canal de Suez es la principal vía de comunicación por mar entre Europa y Asia, y por él circulan entre 50 y 100 cargueros diariamente, o lo que es lo mismo, aproximadamente el 20% del tráfico marítimo comercial a nivel mundial (Gladstone, 2021). El navío estuvo imposibilitando el paso de otros barcos portacontenedores durante seis días, provocando graves efectos en la economía mundial además de causar un gran revuelo mediático.



Figura 1.7: Imágenes del buque Ever Given encallado en el Canal de Suez
(Fuente: Getty Images)

- En segundo lugar, un brote de coronavirus en China que precipitó el cierre del tercer puerto marítimo con más tránsito de contenedores del mundo en agosto de 2021 supuso un nuevo golpe para las cadenas de suministro (“Un brote de COVID en China desata el efecto mariposa en el comercio mundial,” 2021).
- Por último, las fuertes subidas en el precio de la electricidad, del gas natural y del combustible en general de las que tanto se ha hablado en 2021 tampoco contribuyen al apaciguamiento de esta crisis de abastecimiento.

Este colapso de la cadena de suministro ha traído consigo escasez mundial en multitud de productos y sobre todo, un consecuente disparo de costes en el transporte marítimo: en septiembre de 2021, cuando el precio medio de envío de un contenedor alcanzó su máximo histórico, este llegó a costar hasta 10 veces más con respecto a las mismas fechas en 2019 como se puede observar en el gráfico de la Figura 1.8 (M. López, 2021). La forma en la que los ciudadanos de a pie sufren esta crisis es a través de un importante aumento de precios en los bienes de importación.

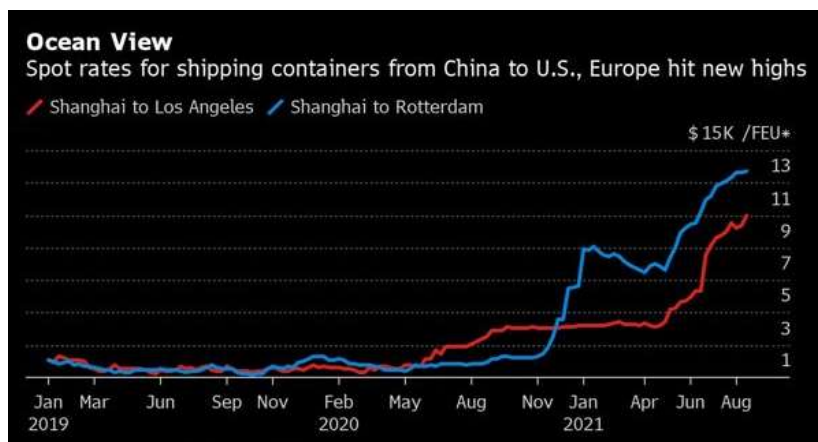


Figura 1.8: Evolución del coste de envío de un contenedor desde China a EE. UU. y Europa entre los años 2019 y 2021
(Fuente: Drewery World Container Index)

¿Cuándo finalizará este conflicto de precios desorbitados y desabastecimiento? Es difícil de pronosticar, aunque es cierto que todo debería volver a la normalidad con el paso del tiempo y a medida que se vaya dejando atrás la pandemia por completo. En lo que sí que coinciden la mayoría de los expertos es en que esta crisis debe servir como punto de inflexión para un cambio de modelo.

No solo es cuestión de evitar que se repitan situaciones similares, sino también de que el mundo occidental se autoproteja de su, hoy en día, fuerte dependencia de China en temas de aprovisionamiento. El país asiático es el principal productor de muchas materias primas y está creciendo tanto que cada vez dan más importancia al consumo propio y no tanto a las exportaciones (Gutiérrez, 2021). Por tanto, las ventajas económicas que hoy en día supone para muchas empresas europeas trasladar la producción a China es bastante probable que desaparezcan en los próximos años.

Con todo, se extrae la conclusión de que el nuevo diseño de la cadena de suministro del futuro ha de ser más corta (acercar producción y consumo para tener así una cadena más difícil de romper), más respetuosa con el medio ambiente y más eficiente, para lo que presumiblemente la Teoría de Colas jugará un papel importante en todos sus eslabones.

1.2 Objetivos generales de la Teoría de Colas e influencia en la COVID-19

Como se verá en detalle en el estado del arte, cualquier situación en la cual se generen colas puede reducirse a un sistema conformado por un flujo de entrada, una línea de espera, un servicio y un flujo de salida. Partiendo de esta premisa, algunos de los principales objetivos de la Teoría de Colas son:

1. Identificar la capacidad del sistema, es decir, el número máximo de clientes por unidad de tiempo que pueden ser atendidos sin llegar a colapsar.
2. Analizar dónde se encuentra el cuello de botella del proceso, e intentar mejorarlo para aumentar la capacidad del sistema.
3. Calcular cuántos servidores que atienden clientes se necesitan en función de lo congestionado que se encuentre el proceso (Ludeña, 2021).
4. Estudiar el efecto que causarían las posibles modificaciones en la configuración del sistema.
5. Identificar el método adecuado de selección de clientes en cola: en función del orden de llegada, aleatoriamente, según la prioridad de cada cliente, etc.
6. Calcular el tiempo medio de permanencia en la cola y en el conjunto del sistema por parte de cada uno de los clientes.

En definitiva, el objetivo de la Teoría de Colas es encontrar la solución óptima global en términos de tiempo y costes de una determinada situación en la cual se generen esperas utilizando para ello modelos y herramientas matemáticas.

Con la súbita irrupción del coronavirus en el mundo, la Teoría de Colas ha cobrado gran importancia en la gestión de ciertas problemáticas tales como las colas en los supermercados y farmacias, la estrategia utilizada en los puntos de vacunación o la asignación de camas a los enfermos en los hospitales. Si bien es cierto que las líneas de espera han sido y serán siempre objeto de estudio por el

potencial margen de ahorro de dinero y tiempo que implican, con la pandemia COVID-19 se suman también motivos de salud. Se deben evitar las aglomeraciones de personas puesto que el virus se propaga por vía aérea, y la aplicación de Teoría de Colas resulta clave para alcanzar dicho fin.

Incluso con la enorme importancia que ha adquirido Internet en estos tiempos de crisis sanitaria, sobre todo debido a que posibilita la realización de trámites burocráticos o compras de cualquier tipo sin necesidad de presencialidad, la Teoría de Colas ha continuado jugando un papel importante como se verá a continuación: la Figura 1.9 muestra una captura de pantalla real del momento en el que un usuario es redireccionado a una sala de espera virtual durante el proceso de compra de unos billetes de tren a través de la página web de la principal operadora ferroviaria en España, Renfe.

En un caso como este, donde cierto trayecto tiene una alta demanda y muchos internautas acceden a la misma página web a la vez, esta irremediamente corre el riesgo de colapsar. Además, para ser justos con la venta de billetes el orden de llegada de los distintos clientes es muy importante, y entonces una solución como la que brinda la empresa danesa Queue-it con su sala de espera online es necesaria.

En esta misma línea, un sistema de gestión de colas online como este a buen seguro también es de utilidad en otras situaciones de características similares relacionadas con la COVID-19 como pueden ser la asignación de citas médicas, citas para vacunaciones o para tests de detección de contagios.

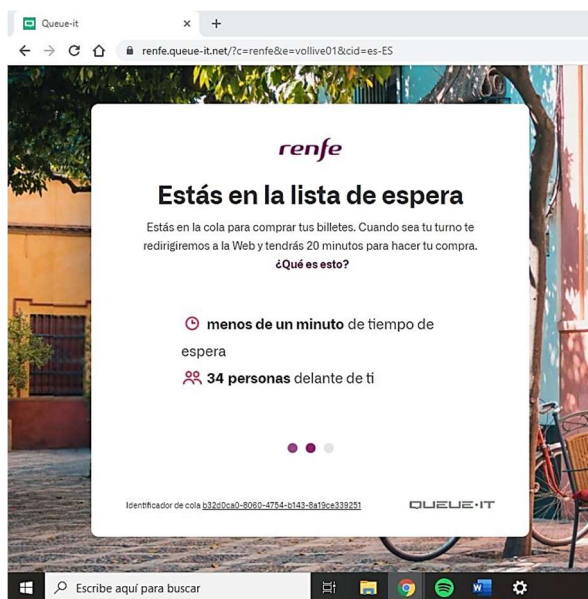


Figura 1.9: Ejemplo de cola de espera virtual (Fuente: Renfe)



Figura 1.10: Datos queue-it.com (Fuente: queue-it.com)

Esta compañía justifica su producto con datos como los mostrados en la Figura 1.10, y es que según Queue-it, el 88% de las empresas tienen fuertes pérdidas económicas por cada hora que su página web no se encuentra operativa.

Según ellos, el 79% de los usuarios no vuelven a un lugar en el que han experimentado problemas en el proceso de compra, y el 65% de las empresas necesitan un tiempo medio de una hora para reparar el *website* caído (Queue-it, 2010). Por tanto, estos datos demuestran que el colapso de una página web es algo de todo menos deseable por motivos económicos y también de insatisfacción del cliente.

La sala de espera virtual promete evitar esto entrando en escena cuando el sistema detecta que hay un gran volumen de tráfico al mismo tiempo; además, tiene el objetivo paralelo de tratar justamente a los clientes aplicando el criterio de selección de usuarios en espera *First Come First Serve* (se atiende antes al que llega antes).

2 ESTADO DEL ARTE

Se entiende por *Teoría de Colas* al estudio de las colas o líneas de espera de un sistema desde la perspectiva de las matemáticas y la estadística. También llamadas *buffers* por su traducción al inglés, las colas se forman cuando llegan clientes a un determinado sistema demandando un servicio de una manera más rápida al ritmo al que pueden ser atendidos, no quedándoles más remedio que esperar sin poder continuar otra actividad hasta que por fin sean servidos. Aunque pueda sonar paradójico, las colas en muchos casos son necesarias para las empresas desde el punto de vista económico, y es que la ausencia de las mismas podría significar un exceso de capacidad innecesario (*Eficientización*, 2020). Para alcanzar el objetivo principal en un caso de Teoría de Colas, esto es evitar que el sistema dado llegue al colapso, se estudia una serie de factores y parámetros que serán vistos a continuación. Se considera creador al matemático danés Agner Krarup Erlang tras su pionera publicación sobre Teoría de Colas allá por el año 1909 (García Sabater, 2016). Es posible ver inmediatamente la utilidad de la aplicación de esta teoría en infinidad de situaciones cotidianas en supermercados, hospitales, aeropuertos o gasolineras entre otros muchos ejemplos.

2.1 Principios Generales de Teoría de Colas

Estas situaciones que se dan constantemente en lugares como los que se han mencionado donde clientes requieren un servicio concreto, esperan su turno ya sea en líneas o salas de espera, son atendidos de manera ordenada y finalmente se marchan del lugar pueden representarse de una manera muy clara con una estructura básica de un modelo de colas. Estos sencillos modelos teóricos están formados por cuatro componentes perfectamente diferenciables como puede observarse en la Figura 2.1; estos son: un flujo de entrada, una cola o buffer, un mecanismo de servicio y un flujo de salida.

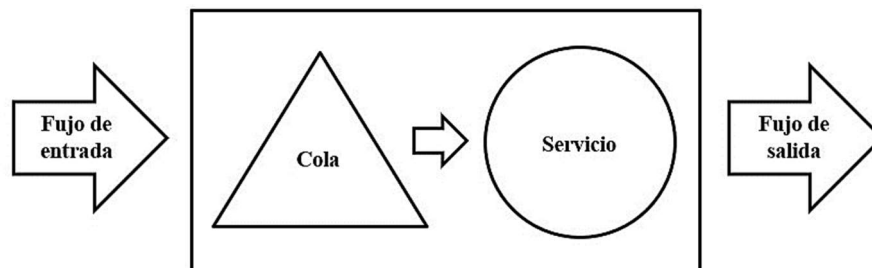


Figura 2.1: Estructura básica de un modelo de colas
(Fuente: elaboración propia)

Hay que apuntar que por “*cliente*” se entiende cualquier ente solicitante de un servicio determinado, ya sean personas en una cafetería, barcos esperando su turno en una esclusa o tareas a realizar por el procesador de nuestro ordenador. En esa misma línea, los “*servidores*” encargados de atender a dichos clientes no tienen por qué ser una única persona o una máquina procesando trabajos uno tras otro. En los ejemplos que recién se han mencionado, quienes prestan el servicio serían el camarero, la esclusa y el procesador respectivamente. Lo importante y lo que hay que tener en cuenta es que la relación cliente-servidor puede presentarse en multitud de configuraciones.

Existen dos formas complementarias de analizar un sistema productivo determinado: externa o internamente. Al analizar un sistema externamente, este se comporta como una caja negra a la que únicamente llega un flujo de entrada y de la que parte un flujo de salida, pero de la que “no se sabe” qué ocurre en su interior (diagrama (a) de la Figura 2.2). Por su parte, el análisis interno se centra en estudiar ese interior que antes era ignorado de manera que los flujos de entrada y salida pasan a un segundo plano. Observando el diagrama (b) de dicha Figura se ve cómo ahora lo que cobra relevancia es el interior de la caja: el triángulo en representación de la cola y el círculo del servicio.

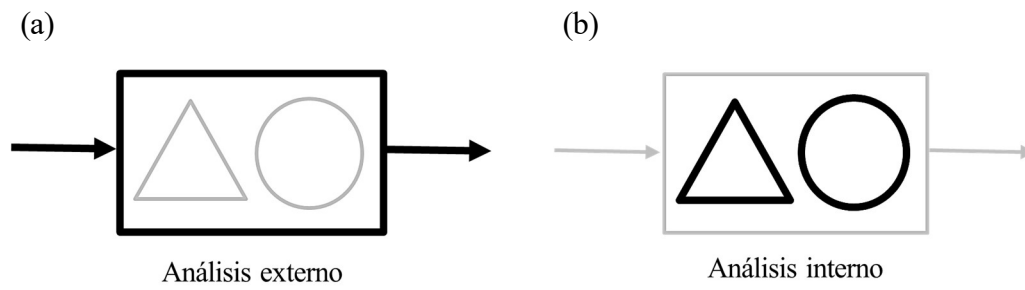


Figura 2.2: Análisis interno y externo de un sistema
(Fuente: elaboración propia)

2.2 Elementos existentes en la Teoría de Colas

2.2.1 Flujo de entrada

Representa cómo los clientes acceden a un sistema. Resulta necesario conocer qué patrón estadístico siguen las llegadas de clientes al sistema con respecto al tiempo. Por lo general, estas son estocásticas e independientes entre sí de modo que el proceso de entrada suele ser de Poisson, lo que significa que los tiempos entre llegadas siguen una distribución exponencial (López Hung and Lai Gen Joa Triay, 2018). Por otro lado, también se ha de tener en cuenta si los clientes llegan de uno en uno o simultáneamente en grupos de un determinado tamaño. Este último caso, consistente en llegadas por lotes o *batches*, se da por ejemplo cuando un grupo de personas procedentes de un vuelo internacional requieren revisión de pasaporte.

El flujo o fuente de entrada de un sistema se caracteriza por su tamaño con respecto al tiempo, de modo que si se denomina $A(t)$ al número de unidades que han entrado en el proceso hasta el instante t , la tasa de entrada del sistema será $\Delta(t) = \frac{A(t)}{t}$. No obstante, a la hora de estudiar un problema de Teoría de Colas no hay que centrarse en un período de tiempo en particular sino que se ha de trabajar con un horizonte temporal que tiende al infinito. Esto significa que por lo que realmente hay que interesarse es por la tasa de entrada media, la cual queda definida como $\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta(t)$.

Además, no es difícil deducir que esta tasa media de entrada también puede obtenerse a través del tiempo medio entre llegadas t_a , siendo $\lambda = \frac{1}{t_a}$.

2.2.2 Cola

La cola o *buffer* es el lugar donde los clientes esperan antes de ser atendidos o donde se acumulan las unidades de producto antes de ser procesadas por una máquina. En muchos casos se supone una cola con capacidad infinita para simplificar el estudio, ya que contemplar un límite máximo de cola solo tiene sentido si este se alcanza a menudo.

2.2.3 Disciplina de cola

Más allá de si la cola del problema a analizar es una fila como las de las cajas de los supermercados o los peajes, una sala de espera donde a simple vista no se puede saber quién es el próximo en ser atendido o de si se trata de una cinta transportadora, hay que estudiar la disciplina de la cola. Esto es el método por el cual los clientes que esperan para ser atendidos van siendo seleccionados, ya sea de uno en uno o en lotes. Los procedimientos más comunes son:

- **FIFO** (*First In First Out*): se presta servicio en función del orden de llegada. Es la regla más usada y la encontramos por ejemplo en una cafetería, donde al llegar uno se pone a la cola y espera su turno pacientemente.
- **LIFO** (*Last In First Out*): se atiende antes al último que haya llegado. A pesar de que a priori puede parecer un método poco lógico, tiene sentido emplearlo en casos como la gestión de stock de almacenes donde la última unidad de carga en llegar al almacén será también la primera en salir de este (*Método LIFO de Gestión Stock: Qué es y cuando se utiliza*, 2019). Lógicamente, para poder utilizar este método, el producto almacenado en cuestión ha de ser no perecedero.
- **SIRO o RSS** (*Service in Random Order o Random Service of Selection*): se selecciona al próximo cliente en ser atendido de manera aleatoria, por lo que el momento de llegada a la cola es intrascendente. Un ejemplo muy simple de SIRO lo encontramos en los barcos pesqueros, cuando al descargar la red repleta de peces los trabajadores van cogiendo estos uno a uno de manera absolutamente aleatoria para clasificarlos, almacenarlos y congelarlos.
- **Priority**: se da cuando existe algún tipo de prioridad en la cola, como puede ser, por ejemplo, el procesamiento antes de los trabajos con menor tiempo de finalización (ECT: *Earliest Completion Time*). A su vez, hay que especificar si existe posibilidad de interrupción (*preemption*) o no, lo que permitiría que, si un trabajo/cliente llega al sistema con mayor prioridad, este pase a ser procesado inmediatamente aunque los servidores estén ocupados.
- **Processor Sharing**: se sirve a todos los clientes a la vez con el consecuente retraso que esto conlleva. Un ejemplo de *processor sharing* aparece frecuentemente cuando tras pedir a un ordenador que realice varias tareas simultáneamente, el procesador no da abasto. Lo que ocurre normalmente en este caso es que el comportamiento general del PC se ralentiza considerablemente mientras se trata de ir dando salida a algunas de estas tareas que habían sido puestas en cola. Sin embargo, a veces inevitablemente el ordenador colapsa pudiendo entonces aparecer el típico

mensaje de “no responde” parecido al mostrado en la Figura 2.3 (afortunadamente esto es ya más inusual debido a que los ordenadores de hoy en día incorporan procesadores cada vez más potentes).

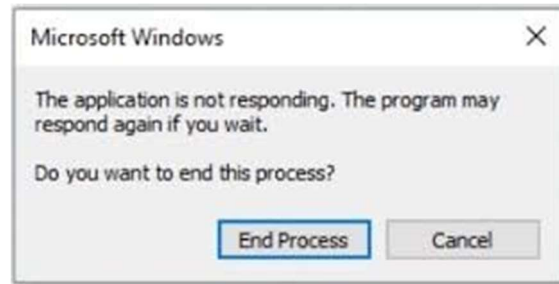


Figura 2.3: Ejemplo de mensaje de Windows al saturarse el procesador del PC
(Fuente: tecnotec.es)

Además, hay que tener en cuenta distintos fenómenos como el rechazo, el cual se da en sistemas finitos donde la cola tiene una capacidad máxima y que de alcanzarse, no se admiten más clientes; el abandono, cuando por ejemplo se excede un tiempo máximo de espera y el cliente decide salir del sistema sin ser servido; por último, se deben considerar todos los problemas que pueden aparecer derivados del comportamiento imperfecto del ser humano que, al no ser máquinas, son capaces de no respetar a otros usuarios y saltarse la cola, etc. (Marín, 2006).

2.2.4 Mecanismo de servicio

Cuando se analiza un sistema internamente, el *tiempo de servicio medio* (t_s) es un parámetro que juega un rol muy importante en el comportamiento del sistema en cuestión. Es el tiempo que tarda un cliente en ser atendido una vez superada la cola en caso de haber tenido que esperar, el tiempo que tarda una máquina en procesar una unidad de trabajo, etc. A partir de este parámetro obtenemos la *tasa de servicio media*, es decir, $\mu = \frac{1}{t_s}$.

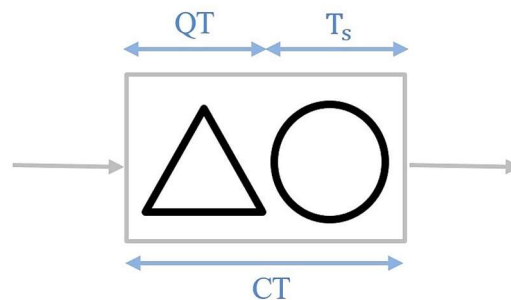


Figura 2.4: Distintos parámetros de tiempo en el análisis interno
(Fuente: elaboración propia)

Como puede observarse en la Figura 2.4, se denomina T_s al tiempo que tarda el cliente en ser atendido, mientras que QT , por sus siglas en inglés “tiempo de cola” (*queue time*), es el tiempo que pasa dicho cliente en el buffer esperando. La suma de ambos parámetros es igual al tiempo de ciclo ($CT = QT + T_s$), que es el tiempo total que pasa el cliente en el sistema desde que llega hasta que lo abandona.

Adicionalmente, cuando los servidores son máquinas existen tres casos extraordinarios que han de ser considerados a la hora de estudiar un problema de Teoría de Colas ya que alteran el tiempo de servicio de las mismas. Estos son:

1. **Reprocesado:** consiste en volver a procesar aquellas unidades que presentan defectos. Se conoce o se estima una fracción defectuosa p a partir de la cual se calcula el nuevo tiempo de servicio medio que llamamos *tiempo efectivo medio*: $t_e = \frac{t_s}{1-p}$. Cabe anotar que los trabajos defectuosos no pasan por la cola de nuevo.
2. **Paradas planificadas:** son paradas programadas en las máquinas de antemano para *set-ups*, mantenimiento, etc. El *tiempo efectivo medio* queda como sigue: $t_e = t_s + \frac{t_p}{n}$ donde t_p es el tiempo de parada, y n el n° medio de trabajos entre paradas.
3. **Averías:** son paradas no previstas donde una vez resuelta la avería, el trabajo continúa desde donde se quedó. El t_e de este caso se calcula a partir de una *disponibilidad* A de la máquina que a su vez depende de dos datos. Estos son el tiempo entre fallos T_f , que sigue una distribución Exponencial, y el tiempo de reparación del fallo T_r .

$$\text{Así, } A = \frac{t_f}{t_f + t_r}, \text{ y de ahí, } t_e = \frac{t_s}{A}.$$

2.2.5 Flujo de salida

Se refiere a los clientes que van abandonando el sistema una vez han sido atendidos. Análogamente a la fuente de entrada, si se denomina $D(t)$ al número de unidades que han salido del sistema hasta el instante t , entonces la tasa de salida será $TH(t) = \frac{D(t)}{t}$. Sin embargo, como ya se explicó anteriormente, el parámetro que presenta mayor interés en este caso en el estudio del flujo de salida es la tasa de salida media: $th = \lim_{t \rightarrow \infty} TH(t)$.

También $th = \frac{1}{t_d}$ siendo t_d el tiempo medio entre salidas.

2.2.6 Congestión

La congestión ρ de un proceso viene dada por el cociente entre la tasa de entrada media y la tasa de salida media, $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Así, los sistemas que cumplan la condición de estabilidad tendrán una congestión $\rho \leq 1$, es decir $\lambda \leq \mu$ y por tanto $th = \lambda$ ($t_a = t_d$); si por el contrario el sistema se encuentra desbordado y por tanto es inestable, $\rho > 1$, por lo que $\lambda > \mu$ y entonces $th = \mu$.

Este último caso de inestabilidad se traduce en una acumulación cada vez mayor de clientes en la cola que, prolongada en el tiempo, conduce al sistema hasta el colapso. Se puede afirmar por tanto que cualquier proceso inestable acaba siendo antes o después insostenible también.

2.2.7 Balance de masa

Como se ha visto en los puntos sobre los flujos de entrada y salida, 2.2.1 y 2.2.5 respectivamente, se denominan $A(t)$ y $D(t)$ al número de clientes que entran y salen del sistema respectivamente hasta un instante t . Estos dos parámetros junto a $N(t)$, que es el n° de unidades que se encuentran en el sistema en ese instante t (ya sea en cola o siendo atendidos), permiten realizar un balance de masa bastante sencillo:

$$A(t) = D(t) + N(t) \quad (2.1)$$

Este balance ayuda a ver que para que un sistema se mantenga estable en el tiempo es condición imprescindible que $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N(t)}{t} = 0$; lo contrario implica una congestión $\rho > 1$ que antes o después supondría el colapso del sistema.

2.2.8 Capacidad del sistema

Se conoce como *capacidad de un proceso* (th^*) al máximo valor de flujo externo que mantiene el proceso estable ($\rho < 1$). Dicho de otro modo, sería como llevar el sistema al límite de la estabilidad donde aún no se alcanza el colapso, es decir congestión $\rho = 1$, y ver en ese instante cuánto flujo de entrada (o de salida puesto que aún serían equivalentes) está siendo absorbido y procesado por el sistema.

Al aumentar el número de servidores activos (más máquinas procesando trabajos simultáneamente) y pasar así de sistema monocal a multicanal, resulta más difícil alcanzar ese límite en la congestión, lo que se traduce en que el sistema tiene una mayor capacidad. No hay que olvidar que ahora, al calcular la congestión del nuevo sistema, se debe contemplar el mayor número de servidores; si c es el número total de máquinas en funcionamiento (en sistemas monocal, c es igual a 1), entonces $\rho = \frac{\lambda}{c * \mu}$.

Este último caso de sistemas multicanal consiste principalmente en un solo *buffer* que nutre a las distintas c máquinas (diagrama (a) en la Figura 2.5), aunque también podría tratarse de una configuración alternativa consistente en distintas colas para cada canal (diagrama (b) en dicha Figura) (García Sabater, 2016).

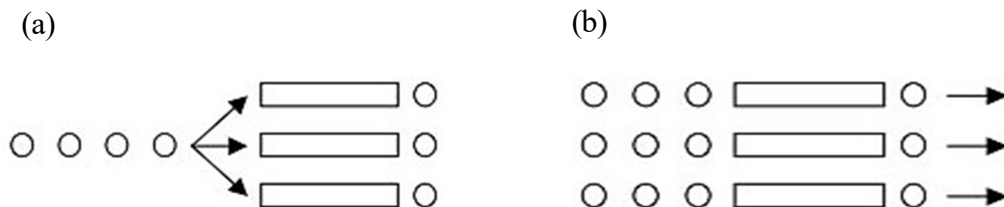


Figura 2.5: Distintas configuraciones de sistemas multicanal
(Fuente: elaboración propia)

Por último, es preciso apuntar que un error común a la hora de tratar con varios servidores es pensar que el tiempo de servicio disminuye. Así, no es cierto que una estación con c máquinas idénticas con tiempo medio de operación t_s equivalga a una estación con una sola máquina con tiempo medio de operación $\frac{t_s}{c}$. El t_s de cada máquina es independiente del número c de máquinas idénticas que se encuentren activas.

2.2.9 Ley de Little

La Ley de Little proporciona una relación muy útil entre el tiempo de espera y el tamaño de la cola (Esteban Velázquez, 2018). Estos parámetros son de suma relevancia en el estudio de un problema de Teoría de Colas:

- w : inventario medio en proceso (o número de clientes en total en el sistema)
- wq : inventario medio en cola o longitud del *buffer* (excluyendo las unidades que están en servicio)
- ct : tiempo de ciclo en promedio. Como vimos anteriormente, equivale a la suma del tiempo de cola más el tiempo de servicio ($ct = qt + t_s$)
- qt : tiempo de cola o tiempo de espera en el sistema para cada cliente (excluyendo el tiempo de servicio)

Así, Little consigue en su fórmula relacionar estos parámetros a través de la tasa de entrada media λ obteniendo:

$$w = \lambda * ct \quad (2.2)$$

Y en referencia a la cola:

$$wq = \lambda * qt \quad (2.3)$$

2.2.10 Redes de colas

Son sistemas más complejos en los que los clientes o trabajos van pasando de una estación a otra. En otras palabras, una red de colas está formado por varios subsistemas donde la fuente saliente de uno de ellos compone, total o parcialmente, la fuente de entrada del siguiente. Existen tres tipos:

- **En serie:** las distintas estaciones están conectadas entre sí en cadena de manera que el flujo de clientes va pasando por todas las estaciones en el mismo orden. En las estaciones en serie el flujo de entrada de cada estación es igual al flujo de salida de la estación anterior. Cabe recordar que en las Figuras que esquematizan sistemas de colas mostradas a lo largo de este documento, se utilizan triángulos para la representación de las colas y, análogamente, círculos para los servicios.

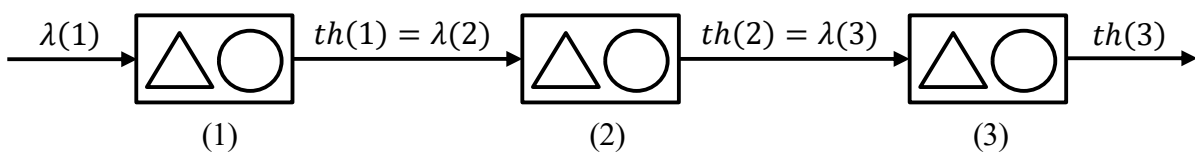


Figura 2.6: Diagrama de ejemplo de 3 estaciones dispuestas en serie
(Fuente: elaboración propia)

- **Split:** el flujo de salida de una estación se divide y abastece a n nuevos subsistemas.

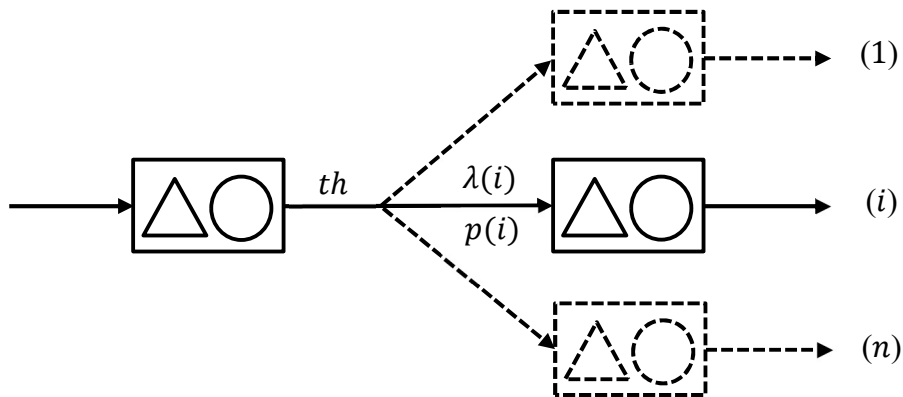


Figura 2.7: Diagrama de ejemplo de split con n estaciones
(Fuente: elaboración propia)

El sumatorio de los flujos de entrada de cada estación i es igual al flujo saliente de la estación origen: $th = \sum_{i=1}^n \lambda(i)$. A su vez, $\lambda(i) = th * p(i)$ donde $p(i)$ es la parte proporcional de flujo th que absorbe cada estación i .

- **Join:** opuestamente al *split*, en el caso *join* el flujo de entrada de una estación está compuesto por la suma de los flujos de salida de las n estaciones previas. De este modo tenemos que $\lambda = \sum_{i=1}^n th(i)$.

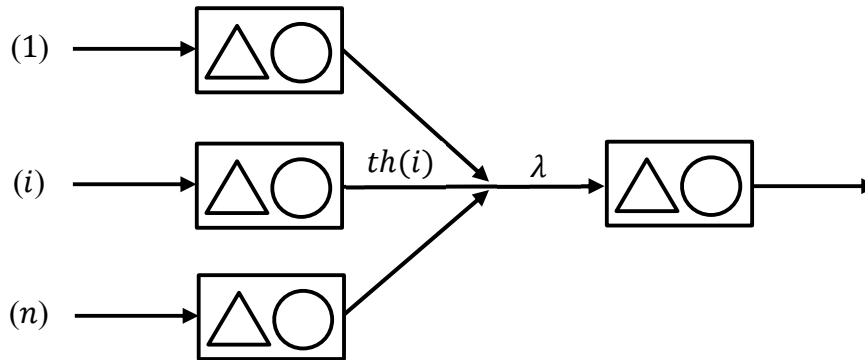


Figura 2.8: Diagrama de ejemplo de join con n estaciones
(Fuente: elaboración propia)

Por otro lado, el estudio de la capacidad en un sistema de redes de colas es algo más complejo que en procesos de una sola etapa. Como se ha visto en el punto 2.2.8, la capacidad de un sistema (th^*) se define como el máximo valor del flujo externo (γ) que mantiene el proceso estable. Así, existirá una estación b de la red la cual, si se incrementase el flujo externo γ , esta se congestionaría antes que el resto de las estaciones ($\rho(b) = 1$). Decimos entonces que la estación b es el *cuello de botella* del proceso global y el flujo externo al cual se congestiona b es la capacidad del sistema: $th^* = \gamma$ (Suñé, Gil and Arcusa, 2004).

La estación cuello de botella es siempre la que tiene una mayor congestión y por tanto la que marca la velocidad del proceso global independientemente de γ , por lo que identificarla no debe suponer grandes dificultades.

Pero ¿cómo se calcula el valor de γ al cual la estación b se congestiona? Es decir, ¿cuál es el máximo flujo externo posible para que el sistema continúe siendo estable? Pues bien, una vez identificado el cuello de botella del proceso, sabiendo que la capacidad de una estación se calcula como $\rho(b) = \frac{\lambda(b)}{c(b) * \mu(b)}$ (ver de nuevo el punto 2.2.8) y poniendo $\lambda(b)$ en función de γ , ya solo quedaría igualar a 1 y despejar γ . Así,

$$\rho(b) = \frac{\lambda(b)}{c(b) * \mu(b)} = \frac{\alpha(b)}{c(b) * \mu(b)} * \gamma = 1 \quad (2.4)$$

donde se ha aplicado que $\alpha(i) = \frac{\lambda(i)}{\gamma}$. Finalmente, tras despejar, queda que la capacidad máxima de la red de colas en cuestión γ es como sigue:

$$\gamma_{m\acute{a}x} = th^* = \frac{c(b) * \mu(b)}{\alpha(b)} \quad (2.5)$$

2.2.11 Resumen de la nomenclatura

$A(t)$: número de unidades que han entrado en el proceso hasta el instante t

$D(t)$: número de unidades que han salido del sistema hasta el instante t

$N(t)$: nº de unidades que se encuentran en el sistema en ese instante t

t_a : tiempo medio entre llegadas

λ : tasa de entrada media

t_s : tiempo medio de servicio

μ : tasa de servicio media

t_d : tiempo medio entre salidas

th : tasa de salida media

ρ : congestión del sistema

ct : tiempo medio de ciclo

qt : tiempo medio de cola

t_e : tiempo efectivo medio

c : número de servidores activos

th^* : capacidad del sistema

w : inventario medio en proceso

wq : inventario medio en cola

γ : flujo externo de entrada al sistema

$\gamma_{m\acute{a}x}$: flujo externo máximo que mantiene el sistema estable en una red de colas

b : estación cuello de botella del sistema

$\alpha(i)$: relación entre flujo de entrada de estación i , $\lambda(i)$, y flujo externo γ

2.2.12 Notación de Kendall

Existe una forma de denominar a los problemas de Teoría de Colas que, inventada por David G. Kendall (1953) (Adan and Resing, 2001), recoge en una única expresión las principales características del sistema en cuestión. La Notación de Kendall se basa en cinco parámetros separados por barras aunque a menudo se utilizan únicamente los tres primeros:

$$A | B | X | Y | Z$$

donde

A: alude a la distribución del tiempo entre llegadas

B: indica el patrón del proceso de servicio

X: es el número de servidores activos (equivalente a c)

Y: número máximo de clientes que caben en el sistema (incluido los que están en servicio)

Z: disciplina de la cola

A su vez, los campos de la A y B suelen adquirir alguno de estos tres posibles valores:

- M: si se trata de una distribución exponencial. La M viene de la palabra inglesa '*memoryless*', es decir, sin memoria
- D: para tiempos entre llegadas/servicios deterministas (son conocidos con exactitud)
- G: en caso de que los tiempos siguen una distribución general

Por ejemplo, el problema $D|M|1|20|SIRO$ implicaría tiempos entre llegadas deterministas, la distribución de los tiempos de servicio exponencial, un solo servidor, capacidad para un total de 20 clientes (19 en cola y 1 en servicio) y disciplina de cola SIRO, es decir, servicio en orden aleatorio.

Como se ha dicho anteriormente, a menudo se ignoran los dos últimos campos, Y y Z, lo cual quiere decir que la capacidad es infinita y la disciplina de la cola es FIFO. Así, $G|D|2$ significaría un caso en el que las llegadas siguen una distribución general, el tiempo de servicio es determinista, que el sistema cuenta con dos canales, la capacidad del mismo es infinita y la disciplina de cola utilizada es FIFO.

2.3 Teoría de Colas aplicada en la vida real

A pesar de que a priori uno puede pensar que este campo de las matemáticas solo es práctico en ciertas situaciones concretas y complejas, la realidad es que la Teoría de Colas encuentra utilidad en multitud de escenarios y contextos cotidianos. Una vez explicados los conceptos teóricos más importantes de Teoría de Colas, a continuación se muestran algunas de las muchas y distintas aplicaciones que tiene este campo de las matemáticas y la estadística tanto en la industria como en el sector servicios.

2.3.1 Sistemas de colas en la industria

La Teoría de Colas juega un papel fundamental en el diseño y la planificación de los sistemas de producción. En todas las fábricas un proceso productivo comienza con un estudio en el cual se tiene en cuenta diversos factores tales como las dimensiones de la planta, las características del producto en cuestión, el orden de las máquinas y sus respectivos tiempos de servicio, en qué lugares de la línea de fabricación pueden permitirse colas y la disciplina de cada una de ellas, dónde se encuentra el cuello de botella del proceso, las tasas de entrada y salida, la capacidad del sistema, etc.

El mundo de la logística y el transporte de mercancías es otro ámbito que sin lugar a dudas se rige en gran medida por la Teoría de Colas. La gestión de inventarios y almacenes, el transporte de cargas por tierra, mar o aire o la logística de aprovisionamiento por citar solo algunos ejemplos son tareas donde una mala planificación en términos de tiempos de espera en cualquiera de las distintas fases trae consigo fatales consecuencias.

En una cadena de suministro o un canal de distribución, cuando existe un pequeño error en etapas tempranas de la misma, este se va magnificando cada vez más y más a lo largo de la cadena hasta el punto de suponer en muchas ocasiones enormes pérdidas económicas. Este fenómeno es conocido como *'bullwhip effect'* o efecto látigo (*Cómo controlar el 'bullwhip effect' o efecto látigo en logística*, 2019), y demuestra que una correcta aplicación de conocimientos de Teoría de Colas se suele traducir en el ahorro de muchos disgustos y grandes cantidades de dinero para una empresa.

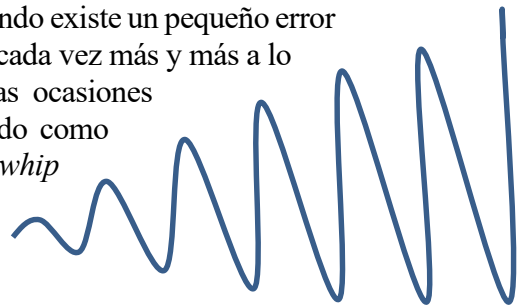


Figura 2.9: Bullwhip effect
(Fuente: elaboración propia)

2.3.2 Sistemas de colas en el sector servicios

En lo que respecta al sector servicios, se pueden clasificar los distintos sistemas de colas en cuatro grandes grupos según el tipo de servicio que prestan: servicio comercial, servicio de transporte, servicio interno y servicio social.

1. Servicio comercial:

Los sistemas de servicio comercial son aquellos en los cuales los clientes, por lo general humanos, reciben un determinado servicio proporcionado por una organización comercial. En esta categoría el tipo de relación *servidor-cliente* más común es de persona a persona, como ocurre por ejemplo en una cafetería (los camareros son los servidores) o en las cajas de los supermercados (donde se aprecia además que los canales de servicio están dispuestos en paralelo). Sin embargo, también existen otras configuraciones de dicha relación posibles como ocurre por ejemplo en los túneles de lavado donde tanto los servidores como los clientes son máquinas, las máquinas de cobro de los parkings públicos donde esta vez los servidores son máquinas automáticas, o los sistemas que se crean cuando una empresa facilita soporte técnico a domicilio a sus clientes (es el servidor quien va hacia el cliente y no al revés como suele ocurrir).

2. Servicio de transporte:

Por su parte, en el grupo de los sistemas de servicio de transporte los vehículos pueden adquirir tanto el rol de servidores (taxis, autobuses, ascensores, etc.) como de clientes (caso de peajes o aviones pidiendo permiso para despegar).

3. Servicio interno:

La Teoría de Colas también se utiliza, cada vez más, con fines organizativos. Son muchas las empresas que utilizan estos conocimientos para gestionar parte de su plantilla e intentar así ser lo más eficientes posible. Esto se ve muy claro en equipos de mantenimiento o inspección, donde las máquinas a reparar o los objetos/lugares a inspeccionar actúan como clientes, y los empleados

encargados de realizar estas tareas como servidores. Son los denominados sistemas de servicio interno (Esteban Velázquez, 2018).

4. Servicio social:

Por último, la categoría de sistemas de servicio social permite ver que en prácticamente cualquier contexto resulta de suma utilidad la aplicación de Teoría de Colas: hospitales, bibliotecas, juzgados, comisarías, etc. Todos estos escenarios se reducen al fin y al cabo a un problema de eficiencia donde la realización de un análisis mediante un modelo y el estudio de ciertos parámetros clave como la tasa de entrada y de servicio o la cantidad de trabajos/clientes en proceso ayuda inmensamente a lograr un sistema optimizado y eficiente.

Además, conocer en qué punto del sistema se alcanza antes la congestión total y por qué ocurre así, saber cómo varía el comportamiento del mismo ante un cambio del método de selección de clientes de la cola, dónde convendría colocar más canales de servicio o determinar la mejor distribución de las distintas etapas de la red de colas es información muy valiosa en aras de mejorar todo el proceso objeto de estudio, tanto desde el punto de vista de la institución que ofrece el servicio, la cual haría un mejor uso de los fondos públicos, como de los clientes, quienes lógicamente quedarían más satisfechos con el servicio recibido.

3 DESARROLLO

A lo largo del año 2021 se llevó a cabo en España el programa de vacunación masiva contra el coronavirus. Millones de ciudadanos españoles acudieron progresivamente a hospitales, centros de salud y puntos de vacunación improvisados repartidos por toda la geografía del país de acuerdo con una estrategia de vacunación por etapas donde se priorizó a grupos poblacionales de riesgo tales como personas residentes en centros de mayores o personal sanitario (Grupo de Trabajo Técnico de Vacunación COVID-19, 2020).

Ante un plan nacional de inmunización de esta magnitud, y con el tiempo apremiando al estar en juego la salud de muchas personas, la eficiencia se convierte en un aspecto absolutamente clave para el éxito del mismo. Así, no es difícil imaginar la importancia que adquiere el estudio individual de los distintos lugares de administración de vacunas como sistemas desde el punto de vista de la Teoría de Colas. Algunos de los objetivos específicos que se persiguen con estos análisis son:

- Agilizar el proceso global y detectar aquellos lugares que lo lastran utilizando para ello indicadores de rendimiento
- Optimizar el uso de los recursos disponibles: personal sanitario, viales, espacio utilizado, personal de seguridad, etc.
- Minimizar la generación de filas no solo para una mayor satisfacción del ciudadano y una mayor precisión en el sistema de citas, sino sobre todo por ser estas un claro lugar de riesgo de contagio (Organización Mundial de la Salud, 2020b)

Todo lo anterior justifica el estudio desarrollado a continuación: un modelo de simulación por eventos discretos en Python del punto de vacunación contra la COVID-19 implementado en la Facultad de Derecho y Ciencias del Trabajo de la Universidad de Sevilla en 2021.

Las simulaciones por eventos discretos nos permiten replicar el comportamiento de ciertas situaciones del mundo real con el fin de encontrar posibles mejoras que llevar a la práctica a partir de los datos obtenidos (Pensa, 2020). Son de gran utilidad con la mayoría de los procesos que se realizan en las organizaciones, dado que estos pueden ser descritos como una serie de eventos separados y discretos, que van alterando el estado general del sistema y se van sucediendo a lo largo de un espacio temporal determinado.

3.1 Descripción del sistema

El punto de vacunación objeto de estudio ubicado en la Facultad de Derecho era un sistema multicanal de fila única compuesto por seis puestos activos con sendos enfermeros vacunando simultáneamente. Las personas que llegaban al sistema aguardaban su turno en la cola y se les iba asignando un puesto a medida que estos quedaban libres. Tras recibir la inoculación, cada individuo debía esperar por 15 minutos por precaución ante una posible reacción adversa en una sala de reposo improvisada situada al fondo del recinto antes de partir y salir del sistema.

A continuación, se puede ver una representación gráfica del sistema descrito:

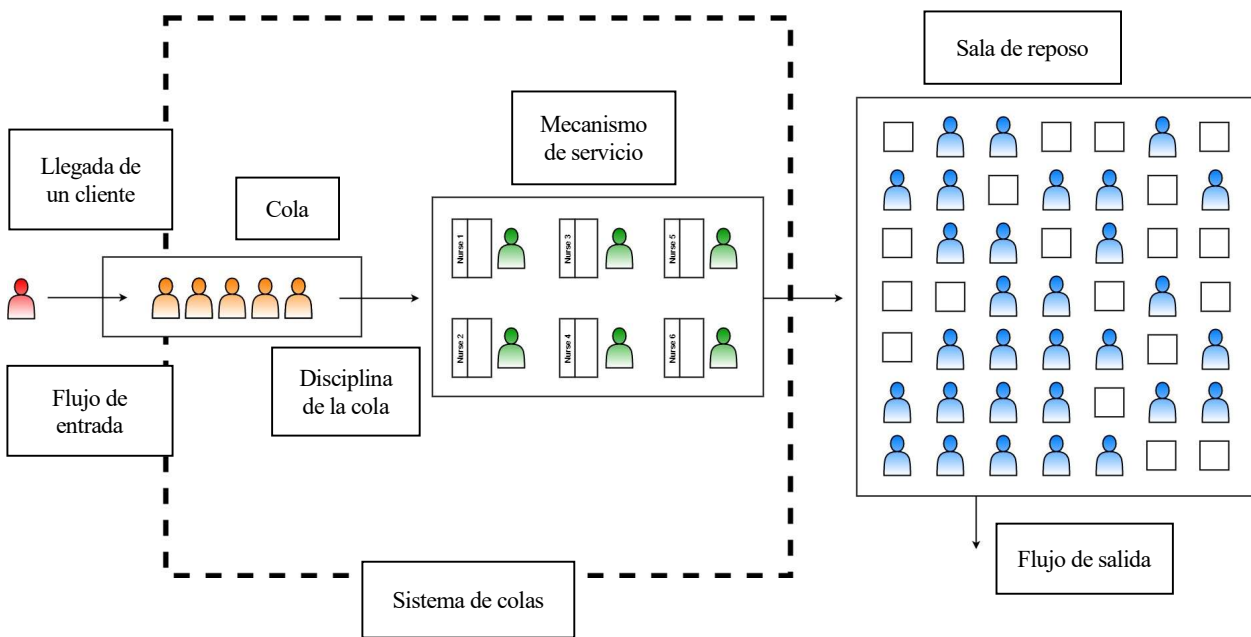


Figura 3.1: Diagrama del punto de vacunación contra la COVID-19 dispuesto en la Facultad de Derecho de la Universidad de Sevilla. Septiembre de 2021
(Fuente: elaboración propia)

En la simulación no se tendrá en cuenta la sala de reposo final. Como se puede apreciar en la Figura 3.1, esta no se incluye dentro del área delimitada por la línea de puntos que identifica el sistema de colas a analizar. Esto es porque se ha comprobado que esta zona de espera disponía de suficientes sillas como para que fuera imposible que se llenase por completo. En el caso más extremo, teniendo en cuenta los tiempos de servicio de cada puesto, suponiendo que todos los recién vacunados respetasen los 15 minutos finales de espera y aunque los seis puestos de vacunación trabajasen a pleno rendimiento, la sala de reposo no alcanzaría su 100% de ocupación. Por tanto, este elemento no supone un factor a tener en cuenta dado que no tiene capacidad de impacto alguna en el problema.

La Notación de Kendall del caso es $M | D | 6 | 70 | \text{FIFO}$ como se explicará luego con más detalle.

3.2 Simulación por eventos discretos del Punto de Vacunación

3.2.1 Componentes del modelo

Los modelos de simulación por eventos discretos como este se componen por los siguientes seis elementos principales (Jain, 2020), los cuales se desarrollarán posteriormente:

1. **Variables de estado:** recogen la información necesaria para describir el estado del sistema en un instante determinado.
2. **Reloj de simulación:** variable que indica el tiempo o momento en el que se encuentra la simulación.
3. **Contadores estadísticos:** conjunto de variables que acumulan información sobre el rendimiento del sistema. Algunos ejemplos son el número total de llegadas al sistema, el número de individuos vacunados en cada puesto o el número total de personas que tuvieron que pasar por la cola antes de ser servidos.
4. **Fase de inicialización:** subprograma que inicializa el modelo en el instante 0.
5. **Rutina de tiempos:** subprograma que actualiza el reloj de simulación tras determinar el siguiente evento en ser considerado.
6. **Rutina de eventos:** subprograma que actualiza la simulación con el evento determinado por la rutina de tiempos; en esta simulación, o bien una nueva llegada al sistema, o bien el servicio y correspondiente salida de un individuo.

3.2.2 Programación en Python de la simulación

3.2.2.1 Librerías

En este problema, las únicas librerías utilizadas son *NumPy* y *Pandas*:

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
```

3.2.2.2 Definición de variables e inicialización

Se ha definido una *clase* denominada *Simulacion_Vacunacion* que recoge todos los subprogramas requeridos para la simulación.

El número de servidores, las variables de estado, el reloj de simulación, los contadores estadísticos y otras variables del modelo se definen con el constructor de la clase (`__init__`), donde aquellas de tipo *array* contienen sendas componentes para cada uno de los servidores.

```

4 class Simulacion_Vacunacion:
5     def __init__(self):
6         self.N=6                                #number of servers
7         self.clock=0.0                          #simulation clock
8         self.state=[0]*self.N                  #current state of servers (binary)
9         self.num_arrivals=0                    #total number of arrivals
10        self.t_arrival=self.gen_int_arr()       #time of next arrival
11        self.t_departure=[float('inf')]*self.N #departure times from servers
12        self.num_of_departures=[0]*self.N      #num of ppl served by each server
13        self.dep_sum=[0]*self.N                #sum of service times by each server
14        self.num_in_q=0                        #current number of people in queue
15        self.number_in_queue=0                 #people who had to wait in line (counter)
16        self.total_wait_time=0.0              #total wait time
17        self.num_in_system=0                  #current number of people in system

```

3.2.2.3 Rutina de tiempos

La siguiente función programada dentro de la *clase* es la rutina de tiempos. Como se ha comentado anteriormente, este subprograma actualiza el reloj de simulación después de comparar y averiguar cuál es el siguiente evento programado: una nueva llegada (*arrival*) o un servicio con su consecuente salida (*nurse*). Esta función hace de guía del modelo puesto que marca el paso de la simulación.

Cabe apuntar que cuando anteriormente se definieron los tiempos de salida en cada puesto (línea 11 de código), se hizo inicializándolos en el infinito con el objetivo de garantizar que el primer evento en ser considerado sea un evento de llegada.

```

20     def time_adv(self):                          #timing routine
21         aux=min(self.t_departure)
22         t_next_event=min(self.t_arrival,aux)   #determines time of next event
23         self.total_wait_time+=(self.num_in_q*(t_next_event-self.clock))
24         self.clock=t_next_event                #simulation clock advances
25
26         low=10000
27         for x in range(self.N):                #saves server with lowest dep time
28             if self.t_departure[x]<low:
29                 low=self.t_departure[x]
30                 servernumber=x
31
32         next=min(self.t_arrival,low)           #determines next event
33         if next==self.t_arrival:
34             self.arrival()                     #1: arrival
35
36         else:
37             self.nurse(servernumber)          #2: nurse (departure)

```

3.2.2.4 Rutina de eventos: llegada y salida de pacientes

En cuanto a la rutina de eventos, si el evento a considerar por parte de la simulación es la llegada de un nuevo individuo al sistema, hay que atender a las distintas opciones que se le presentan a este

teniendo en cuenta dos factores: el número de personas en cola y el estado de cada uno de los servidores en ese momento.

Cuando en el instante de la llegada no hay cola, se comprueba si existe algún enfermero libre al que asignar el nuevo paciente. En caso afirmativo, se programa su tiempo de salida. En caso negativo, el individuo tendrá que esperar por lo que la longitud de la cola se incrementa en uno. En el caso particular de que varios puestos de vacunación estén libres, se ha establecido que la asignación del servidor se realiza de forma aleatoria.

Estas alternativas se ven más fácilmente con la ayuda de un diagrama de flujos donde se puede observar que con cada llegada, los contadores estadísticos se actualizan y que, en todos los caminos posibles, la siguiente llegada queda ya programada:

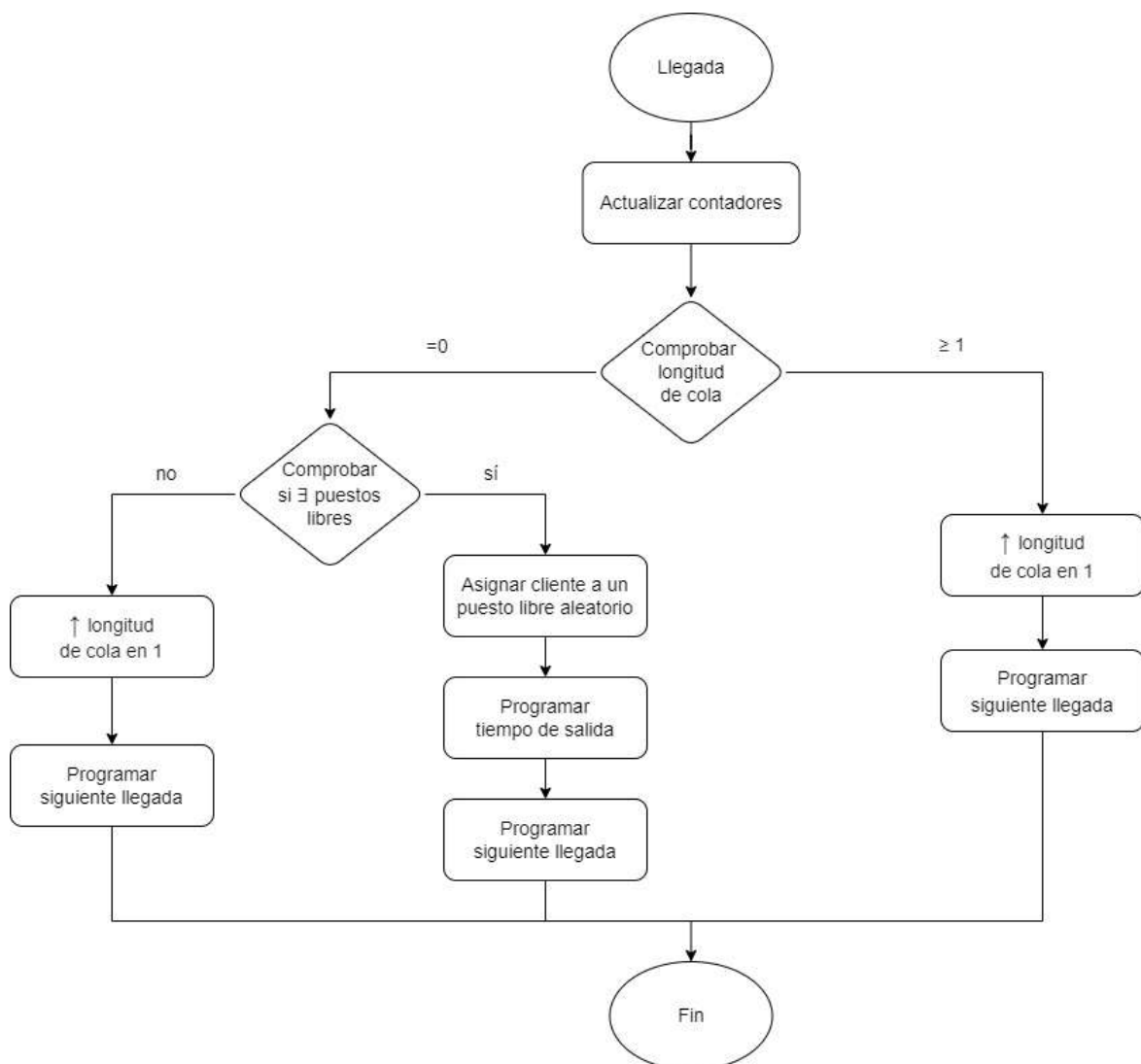


Figura 3.2: Diagrama de flujos de las distintas posibilidades que existen ante la llegada de un individuo al sistema (Fuente: elaboración propia)

El diagrama de flujos mostrado en la Figura 3.2 traducido a lenguaje Python queda como sigue:

```

40  def arrival(self):
41      self.num_arrivals+=1
42      self.num_in_system+=1
43
44      if self.num_in_q==0:                #queue=0, 2 possible cases
45          flag=0
46          for x in range(self.N):
47              if self.state[x]!=1:
48                  flag=1
49          if flag==0:                    #1: all servers are busy so arrival joins queue
50              self.num_in_q+=1
51              self.number_in_queue+=1
52              self.t_arrival=self.clock+self.gen_int_arr()
53
54          else:                          #2: at least 1 server is idle
55              idle=[]
56              for x in range(self.N):
57                  if self.state[x]==0:
58                      idle.append(x)
59              random=np.random.choice(idle)
60              self.state[random]=1
61              aux=self.gen_service_time_nurse()
62              self.dep_sum[random]+=aux
63              self.t_departure[random]=self.clock+aux
64              self.t_arrival=self.clock+self.gen_int_arr()
65
66      else:                                #queue>0, arrival joins queue
67          self.num_in_q+=1
68          self.number_in_queue+=1
69          self.t_arrival=self.clock+self.gen_int_arr()

```

Por su parte, si la rutina de tiempos identifica que el siguiente evento programado se trata de una salida de un paciente del sistema, se efectúa la misma actualizando contadores estadísticos. Acto seguido se presta servicio a una nueva persona de la cola con lo que la longitud de esta disminuye en una unidad, y se programa el nuevo tiempo de salida en el puesto de vacunación correspondiente.

En caso de que esto sea imposible por no haber nadie esperando en ese momento, simplemente se marca el estado de dicho puesto como libre y el tiempo de salida se establece en el infinito para que este no interfiera en la determinación del siguiente evento a ser considerado (de igual manera que se hizo en la rutina de inicialización).

El diagrama de flujos en caso de considerarse una salida queda como sigue:

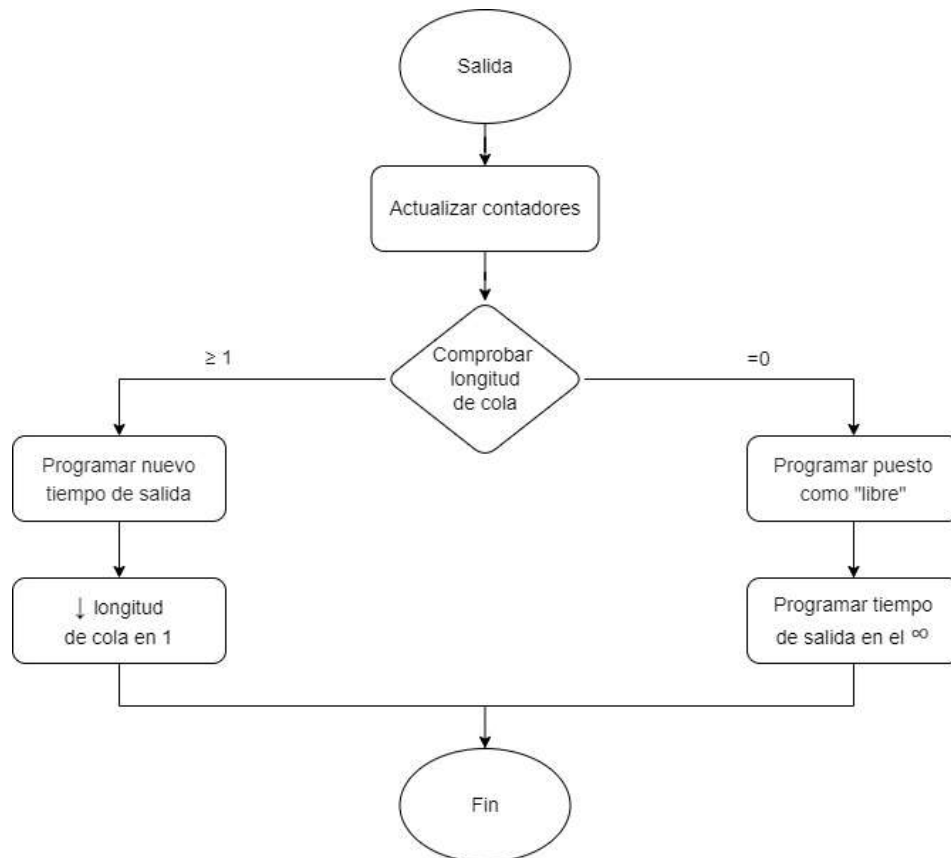


Figura 3.3: Diagrama de flujos de las distintas posibilidades que existen tras la salida de un individuo del sistema
(Fuente: elaboración propia)

Homológicamente a la función de llegada, a partir del diagrama de flujos de la Figura 3.3 se codifica una nueva función en Python dentro de la *clase* que recoge las dos opciones posibles tras un evento de salida del sistema:

```

72  def nurse(self, servernumber):
73      self.num_of_departures[servernumber]+=1
74      self.num_in_system-=1
75
76      if self.num_in_q>0:           #1: queue>0, set new departure
77          aux=self.gen_service_time_nurse()
78          self.dep_sum[servernumber]+=aux
79          self.t_departure[servernumber]=self.clock+aux
80          self.num_in_q-=1
81
82      else:                          #2: queue=0, make nurse idle
83          self.state[servernumber]=0
84          self.t_departure[servernumber]=float('inf')
  
```

3.2.2.5 Generación de tiempos de llegada y tiempos de servicio

A pesar de que el programa de vacunación contra el coronavirus en España incluye un sistema de citas según el cual los ciudadanos van siendo estratégicamente convocados a vacunarse en el lugar que corresponda, generalmente, en las simulaciones por eventos discretos de situaciones como la de este caso, la fuente de entrada se modela asumiendo que el proceso de llegadas sigue una distribución de probabilidad discreta cuyos eventos se asemejan a la distribución de Poisson.

En Python, lo anterior se programa a través de una función dentro de la *clase* que utiliza el método de la transformada inversa para generar tiempos entre llegadas t_a exponenciales (Andhika Viadinugroho, 2021) donde se ha estimado una tasa media de llegadas λ al sistema de 2 personas por minuto (es decir, $t_a \cong 0,5$). Esta valoración se basa en la cantidad de servidores activos a la vez ($c = 6$) y en la presunción de que la convocatoria a la ciudadanía a través de las citas se realiza teniendo en cuenta el volumen de flujo externo que el sistema puede absorber sin desbordarse.

En cuanto a los tiempos de servicio por parte de los servidores, teóricamente estos deberían ser deterministas, es decir, el tiempo que tardan siempre todos los enfermeros en administrar una dosis a cualquier persona no tiene una incertidumbre significativa y, por tanto, se estima que es siempre igual a cierto valor.

Sin embargo, la realidad no es tan perfecta. Personas aprensivas que tardan más tiempo en ser servidas o posibles incidencias en el proceso de identificación del ciudadano previamente a la inoculación hacen que exista una pequeña variabilidad en el servicio individual a cada persona que no debe ser ignorada.

Así, la simulación se ha programado considerando una función que genera tiempos de servicio t_s aleatorios dentro de un estrecho rango con una media estimada de 2 minutos y 20 segundos ($\mu \cong 0,426$). Este tiempo de servicio incluye tanto la identificación del individuo ya en el puesto al que fue asignado como la inoculación.

```

87     def gen_int_arr(self):           #function to generate interarrival times
88         return (-np.log(1-(np.random.uniform(low=0.0,high=1.0))))*0.5)
89
90     def gen_service_time_nurse(self): #function to generate service times
91         return (np.random.uniform(low=1.9,high=2.8))

```

Hay que apuntar que se ha confirmado que estas estimaciones de tiempos utilizadas para la generación del flujo de entrada y en el proceso de servicio gozan de similitud con la realidad tras haber contrastado estos *inputs* con un enfermero amigo que estuvo trabajando en el lugar durante varios meses.

3.2.2.6 Notación de Kendall del caso

Llegados a este punto, y como el proceso de servicio sí es determinista en el largo plazo, que es donde se centra el interés del problema, se puede afirmar que la Notación de Kendall de la situación simulada en este estudio es M | D | 6 | 70 | FIFO como ya se avanzó anteriormente.

En resumen: procesos de llegada y servicio de Poisson y determinista respectivamente, seis servidores

trabajando simultáneamente, capacidad máxima del sistema de 70 personas (aunque esto nunca supondrá un problema) y *First In First Out* como método utilizado de selección de clientes de la cola.

3.2.2.7 Ejecución de la simulación

Una vez que ya se tienen todas las funciones necesarias para ejecutar la simulación dentro de la *clase*, solo queda el último paso: ejecutar el modelo.

Se ha decidido realizar 100 iteraciones del modelo con el fin de lograr unos resultados más fiables. Cada una de estas repeticiones simula una jornada completa de 14 horas del Punto de Vacunación en funcionamiento. Los datos resultantes de todas ellas se van almacenando en una hoja de cálculo, con lo que al final se obtiene un archivo Excel con valiosa información para un posterior análisis. Los parámetros que incluye esta hoja de resultados son:

- Número total de personas vacunadas en la jornada
- Tiempo medio entre llegadas
- Grado de utilización medio de los seis servidores o puestos de vacunación
- Porcentaje de clientes que tuvieron que esperar
- Tiempo medio de espera en la cola

```

95 s = Simulacion_Vacunacion()
96 df=pd.DataFrame(columns=['People vaccinated','Average interarrival time',
    'Average utilization of nurses','% that had to wait
    in line','Average waiting time'])
97
98 for i in range(100):
99     np.random.seed(i)
100
101     s.__init__()
102     while s.clock <= 840: #14h*60min=840
103         s.time_adv()
104
105     total_departures = sum(s.num_of_departures)
106     aux=0
107     for k in range(s.N):
108         aux += s.dep_sum[k]/s.clock
109     avg_utilization = aux/s.N
110
111 a=pd.Series([total_departures,s.clock/s.num_arrivals, avg_utilization,
    (s.number_in_queue/s.num_arrivals)*100,
    s.total_wait_time/s.number_in_queue],index=df.columns)
112     df=df.append(a,ignore_index=True)
113
114 df.to_excel('Resultados_Vacunacion.xlsx')
```


4 RESULTADOS

En este capítulo se analizarán los resultados obtenidos con el modelo de simulación desarrollado para el punto de vacunación temporal situado en la Facultad de Derecho de la Universidad de Sevilla. A su vez, se simularán otros escenarios con configuraciones alternativas y donde los recursos disponibles son empleados de distinta manera con el fin de comparar los *outputs* y extraer conclusiones.

4.1 Aclaraciones previas

Antes de valorar los resultados, es pertinente hacer una serie de aclaraciones sobre los mismos:

1. Como se ha explicado en el capítulo anterior, el modelo creado realiza un total de 100 simulaciones equivalentes a 100 jornadas de vacunación con el fin de conseguir unos datos más fiables. Cada una de estas simulaciones arroja una fila de resultados en la hoja de cálculo con lo que, al ejecutar el modelo, se generan una gran cantidad de datos brutos que han de ser limpiados previamente a su interpretación.

Así, se ha realizado la media aritmética de estas 100 filas de datos de modo que al final lo que se obtiene son los resultados de una única simulación promedio sobre los que se desarrolla el posterior análisis.

2. El parámetro “*porcentaje que tuvo que esperar en cola*” no es más que la proporción de personas que pasaron por la línea de espera en comparación con el total de individuos que llegaron al sistema. Se asume que este número de llegadas es igual al “*número total de personas vacunadas*”, es decir, nadie abandona el lugar antes de tiempo por motivos tales como una larga longitud de la fila por citar algún ejemplo.

Esta última casuística sería perfectamente programable en el modelo a través de una estimación de la probabilidad que tiene un individuo de abandonar el sistema sin ser servido en caso de que el número de personas en cola fuese mayor a un determinado valor x ; sin embargo, al tratarse de un asunto sanitario donde la ciudadanía acude con citas, no se ha creído conveniente incluirla.

3. Para el cálculo del “*tiempo medio de espera*” se han tenido en cuenta únicamente a los pacientes que pasaron por la fila.
4. La “*utilización media de los servidores*” se refiere al nivel de aprovechamiento promedio conjunto de los seis enfermeros donde un 100% implicaría que se ha estado vacunando sin parar ni un

instante. Tiene sentido realizar la media de los seis puesto que se ha considerado que los tiempos de servicio de todos ellos son iguales y deterministas.

Si la tasa de servicio μ de alguno de los enfermeros fuese claramente distinta a la de los demás como ocurre, por ejemplo, en situaciones donde uno de los servidores se encuentra en proceso de aprendizaje, entonces se consideraría la utilización media de cada uno de ellos por separado.

4.2 Datos obtenidos

El modelo de simulación devuelve en primera instancia una gran cantidad de datos que hay que formatear antes de ser interpretados y extraer cualquier tipo de conclusiones. La Figura 4.1 muestra una parte de la hoja de cálculo de Excel donde puede apreciarse que los respectivos *outputs* de las distintas replicaciones de la simulación difieren muy ligeramente entre sí:

		People vaccinated	Average interarrival time	Average utilization of nurses	% that had to wait in line	Average waiting time
3	0	1603	0,52	75,05%	42,57	0,85
4	1	1677	0,50	78,65%	45,84	0,87
5	2	1702	0,49	79,21%	50,97	1,13
6	3	1647	0,51	76,84%	47,06	1,21
7	4	1603	0,52	75,01%	41,90	0,94
8	5	1721	0,49	80,57%	47,42	0,89
9	6	1616	0,52	75,50%	40,46	0,79
10	7	1714	0,49	80,02%	46,70	0,82
11	8	1732	0,48	80,62%	51,58	1,14
12	9	1731	0,48	81,17%	56,97	1,27
13	10	1679	0,50	77,83%	45,08	0,90
14	11	1708	0,49	80,12%	46,67	0,87
15	12	1703	0,49	79,64%	52,19	1,18
16	13	1653	0,50	77,47%	44,75	1,06
17	14	1635	0,51	76,60%	38,45	0,87
18	15	1653	0,51	77,02%	43,77	1,18
19	16	1660	0,50	77,89%	44,06	0,89
20	17	1728	0,49	80,60%	52,63	1,07
21	18	1726	0,49	80,45%	51,33	1,12
22	19	1684	0,50	78,78%	42,54	0,97
23	20	1599	0,53	74,82%	42,56	1,09
24	21	1656	0,51	77,41%	42,22	0,89
25	22	1672	0,50	78,22%	45,75	1,13
26	23	1688	0,50	78,82%	49,06	1,39
27	24	1680	0,50	78,49%	42,65	0,90
28	25	1635	0,51	76,67%	43,54	0,86

Figura 4.1: Captura de pantalla de la hoja de cálculo de Excel formateada para unos resultados visualmente más limpios
(Fuente: elaboración propia)

El último paso previo a la lectura de resultados es la realización de las respectivas medias aritméticas con el objetivo de alcanzar la simulación promedio como se explicó en las aclaraciones realizadas anteriormente. Tras este proceso, los resultados finales a analizar recogidos en una tabla quedan como sigue:

Número total de personas vacunadas	1.675,94
Porcentaje que tuvo que esperar en cola	46,31 %
Tiempo medio de espera (minutos)	1,02
Utilización media de los servidores	78,37 %
Tasa media de entrada (personas/minuto)	2,01

Figura 4.2: Tabla resumen de resultados promedio de la simulación
(Fuente: elaboración propia)

4.3 Análisis de resultados

Entre los resultados de la Figura 4.2 destacan las casi 1.700 personas que el modelo de simulación calcula que pueden ser inoculadas cada jornada de 14 horas de duración con únicamente 6 enfermeros activos simultáneamente. Este dato representa un ritmo de vacunación realista y acorde con la realidad si se pone en contexto, y es que según fuentes consultadas, la capacidad máxima (es decir, funcionando a pleno rendimiento) del punto de vacunación más grande de Sevilla, el vacunódromo implementado en el Estadio de la Cartuja, ascendía a entre 6.000 y 7.000 inoculaciones diarias con los 16 *boxes* que se habilitaron inicialmente trabajando a la vez (M. J. López, 2021).

Es importante recalcar que este dato del nivel de vacunación se alcanza con una utilización media de los servidores que no llega al 80%. En otras palabras: teóricamente, el sistema aún podría absorber un mayor flujo de entrada respecto al establecido. Sin embargo, convocar a más pacientes para aumentar así el volumen de llegadas no siempre sería conveniente porque, aparte de que la fuente de entrada no se comporta de forma lineal a lo largo del día (a pesar de las citas, acude menos gente a vacunarse a primera hora de la mañana y a la hora de comer), es crucial que en el ambiente de trabajo no se respire demasiado estrés y exista cierto margen para que el sistema no colapse a las primeras de cambio ante incidencias de cualquier tipo.

Resulta interesante comprobar que calculando matemáticamente la congestión del sistema como se explicó en el Capítulo 2 se obtiene el mismo valor de utilización media que a través de la simulación:

$$\rho = \frac{\lambda}{c * \mu} = \frac{2}{6 * 0,426} = 0,783 = 78,3 \% \quad (4.1)$$

En cuanto al proceso de espera del sistema, con una tasa de entrada media de prácticamente 2 personas por minuto (equivalente a un tiempo medio entre llegadas t_a de medio minuto tal y como fue

programado), la simulación reporta que aproximadamente el 46% de los vacunados han de pasar por la cola previamente a recibir la dosis. Esto entra dentro de lo que cabía prever; no obstante, el dato más positivo entre los resultados obtenidos radica en que estos pacientes únicamente deben aguardar su turno durante un tiempo medio de cola qt que oscila entre los 45 segundos y el minuto y medio antes de ser asignados a un puesto de vacunación, con lo que se consigue que la línea de espera nunca alcance una longitud excesiva.

Llegados a este punto, ya se tienen los datos necesarios para calcular otro parámetro de gran relevancia en el estudio de un sistema de colas: el tiempo medio de ciclo, ct . El tiempo total que cada individuo pasa en promedio en el sistema no es más que la suma del tiempo medio de cola y el tiempo medio de servicio, con lo que se tiene que en el punto de vacunación de la Facultad de Derecho, el tiempo medio de ciclo es de 3 minutos y 22 segundos, el cual ha sido calculado como sigue (en sistema decimal):

$$ct = qt + t_s = 1,02 + 2,35 = 3,37 \text{ s} \quad (4.2)$$

Por último, cabe destacar que no tiene sentido realizar un análisis en busca de cuellos de botella debido a que se ha considerado que todos los servidores trabajan al mismo ritmo. Por tanto, si llega un volumen de trabajo inasumible y estos se desbordan, lo hacen todos a la vez.

4.4 Capacidad máxima del sistema

El cálculo de la capacidad máxima th^* del sistema se realiza imponiendo en la fórmula matemática de la congestión utilizada recientemente una utilización media límite igual a la unidad ($\rho = 1$):

$$th^* = \lambda^* = \frac{c*\mu}{\rho} = \frac{6*0,426}{1} = 2,553 \text{ pers./min.} \quad (4.3)$$

Esto quiere decir que el sistema es capaz de absorber una tasa de entrada máxima de $\lambda^* = 2,553$ personas por minuto ($t_a^* \cong 0,392 \text{ s}$) sin colapsar. Simulando este caso límite con el modelo desarrollado se obtienen los siguientes resultados:

Número total de personas vacunadas	2.102,94
Porcentaje que tuvo que esperar en cola	94,79 %
Tiempo medio de espera (minutos)	9,17
Utilización media de los servidores	98,30 %
Tasa media de entrada (personas/minuto)	2,553

Figura 4.3: Tabla resumen de resultados promedio en el caso de congestión límite
(Fuente: elaboración propia)

Con este *input*, la utilización media de los servidores lógicamente se aproxima al 100%. Se observa que el número total de personas vacunadas por día aumenta en un 25,48% hasta superar los 2.100 pacientes, mientras que ahora la gran mayoría de la gente ha de pasar por la cola con un tiempo medio de espera mucho más variable con media ligeramente superior a los 9 minutos.

A pesar de los evidentes peores resultados en lo que respecta al proceso de espera, estos no son disparatados gracias a que en el caso de congestión límite $\rho = 1$, el sistema aún continúa siendo estable (la inestabilidad comienza a partir de $\rho > 1$).

Sin embargo, como se ha explicado anteriormente y aunque el ritmo de vacunación sea mayor, no es conveniente trabajar en estos niveles de congestión por peligro de desborde del sistema ante cualquier mínima incidencia.

4.5 Estudio de escenarios alternativos

Una vez se ha estudiado tanto el comportamiento real del punto de vacunación como su evolución al imponer un flujo de entrada límite que congestione el sistema al máximo, es interesante analizar también nuevos escenarios donde ciertos recursos son empleados de distinta manera.

Así, se ha simulado un juego de situaciones con el fin de observar cómo varían los resultados en función de dos parámetros configurables que hacen las veces de *inputs*. Estos son:

1. El número de enfermeros habilitados, de 2 a 8 servidores
2. La tasa de entrada al sistema en un rango desde 1 hasta 3 personas por minuto

Se recuerda que este último parámetro puede ser modificado por parte de la organización a conveniencia dado que se basa en el sistema de asignación de citas.

Por su parte, los *outputs* a analizar serán los siguientes:

1. El número total de personas vacunadas
2. La utilización media de los servidores
3. El tiempo medio de espera en cola, medido en minutos

4.5.1 Número total de personas vacunadas

Como era de esperar, cuanto mayor es tanto el número de puestos de vacunación desplegados como el ritmo de llegada de pacientes al sistema, mayor es también el número de dosis administradas por jornada. Así, en la Figura 4.4 puede observarse cómo varía este número total de inoculaciones donde claramente el mínimo (amarillo) y el máximo (verde oscuro) se encuentran en la diagonal principal de la matriz.

Nº total de personas vacunadas		Tasa de entrada (personas/min)				
		1	1,5	2	2,5	3
Nº de enfermeros	4	836	1.244	1.424	1.426	1.426
	5	832	1.252	1.659	1.781	1.781
	6	831	1.257	1.670	2.075	2.136
	7	836	1.252	1.669	2.096	2.466
	8	835	1.259	1.675	2.095	2.510

Figura 4.4: Tabla variación número total de personas vacunadas
(Fuente: elaboración propia)

Llama la atención que en ciertas filas o columnas de la tabla, el número de inoculaciones permanece prácticamente constante en lugar de variar acorde con los respectivos datos de entrada. Esto ocurre cuando alguno de los dos *inputs* está limitando el sistema.

Por ejemplo, en la columna 1 donde se analizan distintos escenarios para una tasa de entrada de 1 persona por minuto, este flujo de llegadas es tan pequeño que aunque se habiliten más servidores, el número total de “pinchazos” no varía. Esto se refleja a su vez en un grado de utilización de los enfermeros muy bajo como se verá en el siguiente punto.

Homólogamente, en el caso de la fila 1 donde se tienen únicamente 4 servidores, el número de personas vacunadas crece conforme lo hace la tasa de entrada hasta que esta llega a 2 personas por minuto, momento en el cual los 4 enfermeros se encuentran plenamente congestionados y el número total de vacunaciones no continúa aumentando.

4.5.2 Utilización media de los servidores

Atendiendo al grado de utilización media de los enfermeros en función de los dos parámetros de entrada contemplados, se comprueba que los resultados a continuación están íntimamente relacionados con los recién vistos sobre el número total de dosis administradas. No obstante, para este *output* los valores se reparten de modo que la diagonal de la matriz que contiene el máximo y el mínimo es la secundaria.

Se considera que los valores menores que 70% no son convenientes porque representan una configuración para la cual los recursos están siendo aprovechados y se debería aumentar la tasa de entrada o bien disminuir el número de servidores activos.

En esa misma línea, configuraciones con grados de congestión de los servidores del 100% no son aceptables por riesgo de colapso del sistema ante incidencias de cualquier tipo mientras que escenarios con valores entre 80% y 90% son también peligrosos por el mismo motivo.

Así, se ha considerado que lo más adecuado es trabajar con una utilización media de los enfermeros de entre 70% y 80% para que la actividad se desenvuelva con fluidez y sin unos niveles de estrés demasiado altos que permitan absorber cualquier imprevisto.

Utilización media de los servidores		Tasa de entrada (personas/min)				
		1	1,5	2	2,5	3
Nº de enfermeros	4	58,62%	87,23%	100,00%	100,00%	100,00%
	5	46,67%	70,24%	93,01%	100,00%	100,00%
	6	38,83%	58,79%	78,37%	97,03%	100,00%
	7	33,49%	66,96%	66,88%	84,01%	98,85%
	8	29,31%	44,12%	58,55%	73,46%	87,99%

Figura 4.5: Tabla variación utilización media de los servidores
(Fuente: elaboración propia)

4.5.3 Tiempo medio de espera

Por último, en lo que respecta a los tiempos de espera en promedio, estos son asumibles en todos los escenarios estudiados con excepción de aquellos cuyos servidores se encuentran al 100% de su capacidad o próximos; esto es, principalmente cuando se tiene un bajo número de servidores y una alta tasa de entrada. En estos casos, los tiempos de espera de los pacientes que han de pasar por la cola se disparan y provocan que estas configuraciones no sean viables bajo ningún concepto.

Tiempo medio de espera (min)		Tasa de entrada (personas/min)				
		1	1,5	2	2,5	3
Nº de enfermeros	4	0,82	2,34	62,45	133,11	181,49
	5	0,56	0,9	3,16	62,24	122,75
	6	0,42	0,6	1,02	5,8	62,34
	7	0,37	0,44	0,61	1,14	10,67
	8	0,29	0,35	0,46	0,64	1,28

Figura 4.6: Tabla variación tiempo medio de espera
(Fuente: elaboración propia)

4.5.4 Determinación de la configuración óptima

Existen tres configuraciones del número de enfermeros habilitados y la tasa de entrada al sistema que cumplen los dos requisitos indispensables para ser elegibles: tienen un grado de utilización de servidores entre 70% y 80% y su tiempo medio de espera es aceptable. Estas son:

1. 5 servidores y 1,5 personas/minuto
2. 6 servidores y 2 personas/minuto
3. 8 servidores y 2,5 personas/minuto

Todo parece indicar que la elección final entre los 3 escenarios se ha de realizar simplemente atendiendo a cuál de ellos inocula a más pacientes en cada jornada de vacunación. Sin embargo, esto no es del todo así, y es que también se ha de tener en cuenta que en tiempos de pandemia, el personal sanitario (enfermeros) es un recurso muy preciado y limitado.

Así, el número medio de vacunaciones entre el escenario 1 y el 2 se incrementa en 418 personas a costa de añadir un único enfermero más al sistema, mientras que el escenario 3 sirve a 425 personas más que el escenario 2 pero necesitando para ello 2 enfermeros más hasta sumar un total de 8 servidores activos.

Con todo, se concluye que la configuración óptima es la compuesta por 6 enfermeros atendiendo una tasa de entrada de 2 personas por minuto para prestar servicio a un total de 1.670 personas por jornada de vacunación. El grado de congestión medio del escenario es del 78,37% y el tiempo medio de espera es de 1 minuto. Cabe destacar que esta configuración coincide con la empleada en la situación real analizada al principio del presente capítulo.

4.5.5 Confirmación de configuración óptima

Adicionalmente al juego de escenarios contemplado anteriormente, presenta interés la elaboración de gráficos como los mostrados a continuación puesto que confirman que la configuración recién elegida como óptima efectivamente es la mejor. Fijando la tasa de entrada media en 2 personas por minuto, esta vía de análisis estudia cómo varía el número de pacientes vacunados y el grado de utilización de los servidores conforme se habilitan más enfermeros en el sistema.

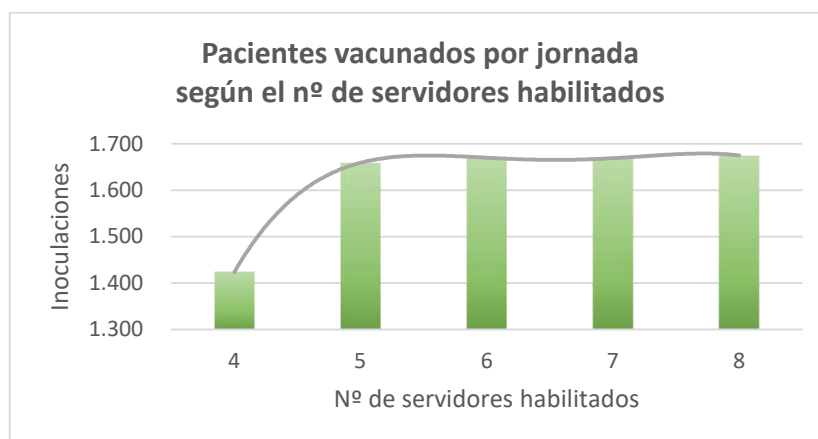


Figura 4.7: Gráfico inoculaciones en función del número de servidores
(Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4.7 se puede ver cómo el número de dosis administradas diariamente crece considerablemente al sumar un quinto enfermero, y a partir de ahí se mantiene constante en torno a los 1.670 pacientes incluso aunque se habiliten nuevos puestos de vacunación. Este gráfico ayuda a descartar la opción de desplegar únicamente 4 servidores e incita a pensar que, a priori y a falta de estudiar la evolución del grado de congestión, para el flujo de entrada considerado tampoco tiene sentido desplazar 7 u 8 efectivos hasta el lugar puesto que estarían siendo desaprovechados.

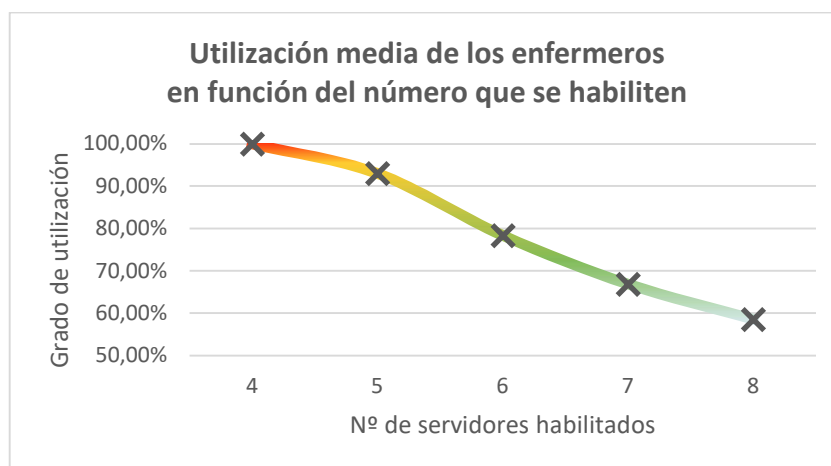


Figura 4.8: Gráfico grado de utilización de los servidores en función del número de habilitados (Fuente: elaboración propia)

Gracias a la información representada en la Figura 4.8 donde se pueden ver los niveles de utilización de los enfermeros según cuántos se habiliten, se confirma que lo más conveniente es desplegar 6 puestos de vacunación en lugar de 5 porque, aunque se comprobó que se alcanzaba prácticamente el mismo número de inoculaciones en ambos casos, trabajar con el respectivo grado de utilización de aproximadamente el 78% es mucho más seguro que hacerlo con el 93% que implicaría disponer de únicamente 5 enfermeros.

Por último, hay que apuntar que este estudio de los diferentes escenarios se ha realizado asumiendo una jornada de funcionamiento del punto de vacunación de 14 horas como se venía haciendo hasta el momento. No obstante, la organización también puede modificar este parámetro en el proceso de realización de previsiones de plazos en los que se podría vacunar a un grupo poblacional determinado, convirtiéndolo así en un dato de entrada adicional para las simulaciones.

Por ejemplo, si se quisiera que el punto de vacunación de la Facultad de Derecho de la U.S. en su configuración óptima actual de servidores y tasa de entrada vacunase a toda la población mayor de 18 años perteneciente al distrito Nervión, es decir aproximadamente 40.000 habitantes (Delegación de Hacienda y Administración Pública, 2017), se tardarían casi 24 días en hacerlo (previsión para 1 sola dosis). Sin embargo, si se ampliase el horario de vacunación de 14 a 16 horas diarias, se reduciría el número de días necesario hasta los 21 días, es decir se conseguiría inocular a todos los adultos del distrito Nervión en 3 días menos.

4.6 Comparativa con otros casos similares

4.6.1 Largos colas en el vacunódromo del Estadio de la Cartuja

Otros puntos de vacunación de Sevilla no han brillado por su eficiencia. Así, en el vacunódromo situado en el Estadio de la Cartuja en más de una ocasión se produjeron importantes aglomeraciones a pesar de que la disposición logística de este sí que fue objeto de elogios por parte de la opinión pública.



Figura 4.9: Disposición de los *boxes* o servidores en el vacunódromo del Estadio de la Cartuja
(Fuente: El Correo de Andalucía)

Los motivos que desencadenaron estas incidencias fueron variados. Desde la organización apuntaron a que las largas colas fueron consecuencia de la falta de puntualidad por parte de muchos pacientes, lo cual desequilibró el sistema y generó aglomeraciones no previstas. No obstante, ese factor también debió ser incluido en la ecuación durante el proceso de convocatoria de la población, por lo que al final se puede decir que la principal casusa de las largas colas se encontró en un puntual y excesivo optimismo en la planificación previa del punto de vacunación.

Cuanto mayor es la dimensión del sistema a planificar, mayor también es el nivel de incertidumbre y menor la capacidad de control de todos los factores que intervienen en el mismo. Así, en la Cartuja se programó un flujo de entrada de pacientes demasiado grande y arriesgado con el objetivo de acelerar el ritmo de vacunación y aumentar el rendimiento del sistema. Por el contrario, lo que realmente se obtuvo fue un sistema inestable con unos valores de congestión superiores a la unidad ($\rho > 1$).

Según Valdivieso et al., en ocasiones se pudieron observar filas de espera que prácticamente daban la vuelta al complejo deportivo como se puede ver en la Figura 4.5; en aquella jornada, hasta 9.000 personas fueron citadas a lo largo del día (Valdivieso, 2021). Se intentó remediar el problema sumando nuevos profesionales de enfermería al proceso de servicio, es decir, la solución propuesta fue incrementar el número de servidores c con objeto de disminuir la congestión ρ , pero esto no fue suficiente para revertir la situación y las colas no disminuyeron hasta el final de la jornada.



Figura 4.10: Largas colas de gente esperando para vacunarse en el exterior del Estadio de la Cartuja. Junio de 2021
(Fuente: Diario de Sevilla)

4.6.2 Uso de software en el punto de vacunación del C.S. Infanta Mercedes de Madrid

Otros lugares de administración de dosis contra el coronavirus han contado con un recurso diferencial del que no se disponía en el punto de vacunación de la Facultad de Derecho de la Universidad de Sevilla simulado en este proyecto. Es el caso del Centro de Salud Infanta Mercedes de Madrid. Se trata de un software de gestión de turnos el cual permite la automatización de ciertos procesos como la identificación previa de pacientes o el método de selección de personas de la cola.

La mayoría de los puntos de vacunación que utilizaron esta tecnología se encontraron en hospitales y centros de salud, es decir, lugares cuya actividad principal en situaciones normales (no pandemia) está igualmente relacionada con la sanidad y, por tanto, no son puntos de vacunación temporales como tal.

Esta tecnología consiste en una máquina expendedora de *tickets* que determina el turno del nuevo usuario recién llegado al sistema. Acto seguido, este espera hasta que en unas pantallas de información se anuncia que es su turno y también el servidor al que ha sido asignado.



Figura 4.11: Equipo necesario para el uso del software de gestión de turnos en contraposición con un dispensador de turnos tradicional (Fuente: AMH Systems y Expomaquinaria)

En resumen, el uso de este software es similar a la metodología utilizada en las carnicerías de los mercados de alimentación tradicionales por citar algún ejemplo, con la diferencia de que la tecnología mencionada es mucho más completa y presenta numerosas ventajas adicionales como las siguientes:

- Agiliza el proceso de identificación del individuo
- Permite prescindir de la fila tradicional: los usuarios pueden moverse libremente por el lugar o incluso salir del edificio hasta que llegue su turno
- Mejor imagen de la organización y del servicio de atención al cliente
- Es compatible con los teléfonos móviles de los usuarios de manera que estos reciben un aviso directamente en su dispositivo cuando su turno es inminente
- Menor necesidad de personal trabajando activamente en aspectos relacionados con la organización del lugar y el correcto funcionamiento del sistema
- Permite gestionar varias colas distintas para sendos servicios simultáneamente
- Permite seleccionar la disciplina de la cola o método de selección de clientes

- Escalable y configurable: apropiado para situaciones de una complejidad considerable
- Hardware estándar: reutilizable para escenarios futuros de distinto tipo
- Proporciona información estadística útil para la implementación de mejoras en el sistema

Por el contrario, entre los pocos inconvenientes que presenta esta tecnología se encuentran:

- Necesidad de inversión económica inicial
- Difícil de instalar únicamente de forma temporal en ubicaciones como los puntos de vacunación improvisados

5 CONCLUSIONES

Explica el economista y escritor Tim Harford en su libro “El economista camuflado: La economía de las pequeñas cosas” que en las cajas de un supermercado, no vale la pena preocuparse por averiguar qué cola avanza más rápido. Según él, “si fuera obvio cuál es la cola que avanza más rápido, ya todos se hubiesen pasado a ella y, entonces, ya no sería la cola más rápida” (Harford, 2006).

En esa misma línea, la denominada Paradoja de Braess defiende que añadir un camino alternativo o crear nuevos carriles en una red de carreteras congestionada con el fin de mejorar el flujo del tráfico termina provocando el efecto opuesto. Según este modelo teórico, desarrollado en 1968 por el matemático alemán Dietrich Braess, en vez de hacer más fluido el tráfico lo que se consigue es una situación igual o peor a la que se tenía anteriormente (Vanderbilt, 2009).

Sin restar razón a estas teorías, con las cuales no cabe más remedio que estar de acuerdo una vez que se investiga un poco sobre ellas, con este proyecto se ha tratado de demostrar la gran utilidad que presenta el estudio desde el punto de vista de la Teoría de Colas de aquellas situaciones en las que se generan tiempos de espera. Mediante el análisis del problema que causa la cola y el uso de ciertas herramientas como los modelos de simulación se consiguen importantes progresos entre los que destacan el aumento de la eficiencia del sistema, la reducción de costes económicos, una gestión optimizada de los recursos disponibles o la mejora del servicio de atención al cliente en las organizaciones.

En el caso concreto de los puntos de vacunación como el que protagoniza este trabajo, estos se encontraban en un contexto de emergencia sanitaria y por tanto, (en principio) no existían fines lucrativos de ningún tipo. Más bien se trataba de una carrera contrarreloj donde el principal objetivo no era otro que inmunizar al mayor número de personas posible cada día.

Hubo que realizar un importante trabajo previo en términos de planificación logística de los distintos espacios y de estudio de las posibilidades de los procesos de entrada y servicio, además de estimar tanto la ampliación de capacidad necesaria en los puntos de vacunación habituales como el número de puntos de vacunación temporales que se requirieron poner en marcha. Toda esta planificación operativa siempre estuvo sujeta a diversos factores como la disponibilidad de vacunas, las condiciones de almacenamiento y el proceso de distribución de las mismas.

A pesar de las difíciles circunstancias, fue de alabar el esfuerzo que se hizo por parte del Servicio Andaluz de Salud en el punto de vacunación improvisado en la Facultad de Derecho por alcanzar un equilibrio entre productividad y buen trato a la ciudadanía, y se consiguió que la actividad se desarrollase de forma fluida, acorde a lo previsto y sin riesgo de desbordamiento durante los meses en los que el punto estuvo activo.

5.1 Potencial de las simulaciones de sistemas de colas

Las simulaciones son una herramienta clave para la toma de decisiones en multitud de ámbitos, desde industrias manufactureras hasta el sector servicios pasando por el sistema sanitario como en el caso de este proyecto. Estas abren la puerta a la determinación de una gran cantidad de parámetros clave en base a criterios convenientemente seleccionados según el objetivo global del sistema sin correr el riesgo de cometer errores de bulto evitables en la práctica.

En ese sentido, el modelo de simulación por eventos discretos desarrollado en los Capítulos 3 y 4 permite conocer los valores óptimos de variables cruciales como las siguientes:

- Número necesario de enfermeros trabajando simultáneamente en el lugar
- Utilización media que maximice la productividad sin descuidar el trato al cliente
- Capacidad necesaria en la sala de espera
- Horas de las citas para una coherente convocatoria a la población
- Cantidad de horas de funcionamiento necesarias por parte del punto de vacunación para cumplir con los objetivos de vacunación establecidos
- Número total de puntos de vacunación temporales a activar en la provincia de Sevilla

Estos modelos de simulación no solo son útiles para el diseño previo del sistema de colas en cuestión, sino también para la realización de estudios de variabilidad y análisis de errores. Además, permiten experimentar sin restricciones de tiempo, distancias o dinero e incluso simular situaciones irreversibles o no éticas.

5.2 Otras aplicaciones de la Teoría de Colas relacionadas con la COVID-19

5.2.1 Gestión del riesgo de contagio en los comercios minoristas

La Teoría de Colas también ha jugado un papel fundamental en el proceso de búsqueda de soluciones que concilien tanto la seguridad de la población como la viabilidad económica de los comercios tras verse estos últimos gravemente afectados por la pandemia COVID-19. A tal efecto, se han realizado numerosos estudios de la mano de biólogos que analizan la propagación del virus en tiendas físicas de distintos sectores, y que han resultado decisivos en el relanzamiento de la economía.

Una de las conclusiones más interesantes a la que se llegó por medio de modelos matemáticos y probabilísticos fue que las modificaciones a realizar en los comercios con el fin de posibilitar la reapertura tras el confinamiento se debían centrar sobre todo en minimizar el tiempo de interacción entre los clientes en lugar de centrar la atención en que se respete la distancia de seguridad interpersonal de al menos 1,5 metros (Budd C., Calvert K. and Johnson S., 2021).

5.2.2 Estrategia de asignación de camas en el Hospital Infantil de Nanjing

El departamento de rehabilitación del Hospital Infantil de Nanjing, en China, también hizo uso de la Teoría de Colas para diseñar su estrategia de gestión de un recurso tan valioso como preciado en tiempos de pandemia como son las camas de hospital. Estudios empíricos han demostrado que la estrategia de asignación de estas camas repercute directamente en la duración de la estancia hospitalaria de los pacientes e incluso en los índices de mortalidad de estos.

Con la irrupción del coronavirus, el mencionado hospital explicaba en un informe cómo se vieron obligados a pasar en cada habitación de un sistema $M | G | 3 | - | FIFO$ según su notación de Kendall, a una nueva configuración $M | G | 2 | - | Priority$ en donde los servidores son las camas hospitalarias disponibles (Jing Hu *et al.*, 2020). En resumidas cuentas, el cambio que forzó la crisis sanitaria consistió en la reducción del número de camas útiles en cada habitación de 3 a 2 con el objetivo de minimizar el de contagio entre los niños y la modificación del criterio por el cual se aceptaba o no el ingreso de nuevos pacientes, es decir, la disciplina de la cola: se pasó de utilizar el método convencional *First In First Out* a un nuevo criterio basado en la gravedad del paciente.

Gracias a la nueva configuración, se aseguraba que niños con problemas serios de salud recibiesen tratamiento efectivo y a tiempo a la vez que se controlaba en la medida de lo posible el riesgo de infección por coronavirus.

5.3 Líneas futuras

Encuadrada en el marco de una emergencia sanitaria a nivel mundial, la situación objeto de estudio en el presente documento se caracterizaba por encontrarse en un entorno de extrema urgencia. Así, se ha tratado de realizar un análisis del punto de vacunación de la Facultad de Derecho de la Universidad de Sevilla a través de una simulación que reflejase el escenario real con el que se encontraban los pacientes. Esto implicó el descarte en el estudio de dos importantes factores cuyas consideraciones habrían afectado significativamente al sistema:

- La variabilidad de los tiempos de servicio por parte de los enfermeros: como se explicó en las aclaraciones previas al análisis de resultados, dada la urgencia de la situación se asumió que no era momento para aprendices y por tanto, todos los servidores trabajaban al mismo ritmo.
- La componente económica: es evidente que de no haberse tratado de un asunto de manifiesto interés público, este aspecto habría adquirido gran relevancia y la disposición de los recursos se habría visto fuertemente condicionada por este motivo.

Asimismo, a la hora de realizar otros estudios similares a este, y si las circunstancias así lo requieren, sería interesante contemplar también en el modelo de simulación la sala de reposo final donde los pacientes esperan 15 minutos antes de partir. Como se explicó en la descripción del sistema al principio del Capítulo 3, en la simulación desarrollada esta zona de espera fue omitida dado que se comprobó que era imposible que se llenase y por tanto, no tenía capacidad de impacto alguna en el proceso.

Por otra parte, una línea futura de investigación que complementaría al modelo codificado en Python para este proyecto sería la utilización de *softwares* específicos de simulación tales como Arena o Simio por citar algunos ejemplos. La utilización de estos programas presenta una enorme utilidad potencial ya que permiten jugar fácilmente con los parámetros de entrada a través del modelado dinámico y

observar cómo se ve afectado el comportamiento del sistema de una manera mucho más gráfica.

En línea con este proyecto, otro estudio que presentara gran interés es el desarrollo de una nueva simulación que ayude a analizar y mejorar el área de control de seguridad en un aeropuerto determinado. Se trata de un punto por el que irremediablemente han de pasar todas y cada una de las personas que deseen embarcar en un avión, lo que provoca que con frecuencia se generen incómodas colas que ponen en apuros el normal desempeño de la actividad en el lugar.

Dado que todos los pasos requeridos desde que los pasajeros de un vuelo llegan al aeropuerto (registro o *check-in* en el mostrador de la aerolínea, facturación de equipaje, control de seguridad y llegada a la puerta de embarque correspondiente) tienen como referencia la hora prevista para el despegue, esta situación es susceptible de ser representada mediante un modelo de simulación por eventos discretos. Además, la necesidad de reducir al máximo las aglomeraciones a causa de la pandemia COVID-19 es un aliciente adicional para llevar a cabo este estudio.

En definitiva, mientras continúen existiendo situaciones compuestas por un flujo de entrada, una cola, servidores y un proceso de salida en cualquiera de sus variadas formas, la Teoría de Colas seguirá desempeñando un papel fundamental en ámbitos organizativos para que el mundo funcione de la manera en la que lo hace actualmente.

Además, en contra de lo que se puede imaginar, con la era digital donde cada vez más tareas se realizan única y exclusivamente a través de Internet, todo apunta a que en los próximos años esta área de las matemáticas y la estadística también adquirirá gran relevancia en los campos de la informática, las telecomunicaciones y las nuevas tecnologías en general.

Bibliografía

- [1] Adan, I. and Resing, J. (2001) *Queueing Theory*.
- [2] Andhika Viadinugroho, R.A. (2021) “Generate Random Variable Using Inverse Transform Method in Python,” *Towards Data Science* [Preprint].
- [3] Banco Mundial (2021) *Cómo la COVID-19 (coronavirus) afecta a las empresas en todo el mundo*, Banco Mundial.
- [4] Budd C., Calvert K. and Johnson S. (2021) “Assessing risk in the retail environment during the COVID-19 pandemic,” *Royal Society Open Science* [Preprint].
- [5] *Cómo controlar el ‘bullwhip effect’ o efecto látigo en logística* (2019) Mecalux. Available at: <https://www.mecalux.es/blog/efecto-latigo-bullwhip-effect>.
- [6] Delegación de Hacienda y Administración Pública (2017) *Indicadores Demográficos de Sevilla*. Sevilla.
- [7] Deloitte (2021) *Deloitte Football Money League 2021*.
- [8] *Eficientización* (2020) Drew. Available at: <https://www.wearedrew.co/ss4i/produccion-inteligente/teoria-de-colas>.
- [9] Esteban Velázquez, G. (2018) *Modelos de Teorías de Colas*.
- [10] García Sabater, J.P. (2016) *Aplicando Teoría de Colas en Dirección de Operaciones*.
- [11] Gladstone, R. (2021) “Por qué es tan importante el canal de Suez,” *The New York Times*, 27 March. Available at: <https://www.nytimes.com/es/2021/03/27/espanol/que-es-el-canal-de-suez.html>.
- [12] Grupo de Trabajo Técnico de Vacunación COVID-19, de la P. de P. y R. de V. (2020) *Estrategia de vacunación frente a COVID19 en España*.
- [13] Gutiérrez, J. (2021) “Verde, corta y más eficiente: así será la ‘nueva’ cadena tras la crisis de suministros,” *RTVE* [Preprint]. Available at: <https://www.rtve.es/noticias/20211129/futuro-crisis-cadena-suministro/2234042.shtml>.
- [14] Harford, T. (2006) *The undercover economist*. Oxford University Press, Inc.
- [15] Hernández, J.A. (2020) “Pandemia: el desafío para la continuidad de una organización,” *Deloitte*. Available at: <https://www2.deloitte.com/ec/es/pages/strategy/articles/pandemia--el-desafio-para-la-continuidad-de-una-organizacion.html>.
- [16] *Inditex logra superar los 1.100 millones de euros de beneficio* (2021) *Inditex*.
- [17] Jain, B. (2020) “Simulating a Queueing System in Python,” *Towards Data Science*, June.
- [18] Jiménez, Á.L. (2021) “¿Cómo ha conseguido España ser ejemplo de vacunación para el mundo?,” *Con Salud* [Preprint]. Available at: https://www.consalud.es/pacientes/especial-coronavirus/como-conseguido-espana-vacunacion-mundo_105129_102.html.

- [19] Jing Hu *et al.* (2020) *Hospital Bed Allocation Strategy Based on Queuing Theory during the COVID-19 Epidemic*, Tech Science Press.
- [20] Llaneras, K. (2021) “¿Qué salió mal? Cronología de una epidemia explosiva que arrolló España,” *El País*, 13 March. Available at: https://elpais.com/politica/2021/03/12/actualidad/1615559739_648409.html.
- [21] López Hung, E. and Lai Gen Joa Triay (2018) *Teoría de colas aplicada al estudio del sistema de servicio de una farmacia*. 10. Ciudad de la Habana. Available at: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1684-18592018000100002.
- [22] López, M. (2021) “El mundo del transporte marítimo está más loco (y caro) que nunca: De menos de 1.000 a 20.000 dólares para enviar un contenedor,” *Xataka*, 26 August. Available at: <https://www.xataka.com/vehiculos/mundo-transporte-maritimo-esta-loco-carro-que-nunca-1-000-a-20-000-dolares-para-enviar-contenedor>.
- [23] López, M.J. (2021) “Salud inicia la vacunación masiva en el Estadio de la Cartuja de Sevilla,” *Europa Press*, 22 April. Available at: <https://www.europapress.es/esandalucia/sevilla/noticia-arranca-vacunacion-contra-covid-estadio-cartuja-sevilla-podria-llegar-15000-personas-dia-20210422115521.html>.
- [24] “Los cambios en la organización de las empresas provocados por el coronavirus” (2021) *El Confidencial* [Preprint].
- [25] Ludeña, J.A. (2021) “Teoría de colas,” *Economipedia*.
- [26] Marín, A. (2006) *Ampliación de Modelos de Investigación Operativa*. Murcia.
- [27] *Método LIFO de Gestión Stock: Qué es y cuando se utiliza* (2019) *AR Racking*. Available at: <https://www.ar-racking.com/es/actualidad/blog-soluciones-almacenaje/soluciones-de-almacenaje/metodo-lifo-de-gestion-stock-que-es-y-cuando-se-utiliza>.
- [28] Montes, L. (2020) “‘Cerrado por el coronavirus’, qué negocios abren en España y cuáles no,” *Business Insider* [Preprint]. Available at: <https://www.businessinsider.es/cerrado-coronavirus-negocios-abren-espana-cuales-no-600573>.
- [29] Muñoz, M. (2021) “Tras los pasos del coronavirus: cronología de una pandemia que nos cambió la vida,” *El Confidencial* [Preprint]. Available at: https://www.elconfidencial.com/mundo/2021-01-31/cronologia-pandemia-coronavirus_2919820/.
- [30] Organización Mundial de la Salud (2020a) *Brote de enfermedad por coronavirus (COVID-19): orientaciones para el público*, Organización Mundial de la Salud.
- [31] Organización Mundial de la Salud (2020b) *Declaración sobre la segunda reunión del Comité de Emergencias del Reglamento Sanitario Internacional (2005) acerca del brote del nuevo coronavirus (2019-nCoV)*.
- [32] Osorio, V. (2020) “Inditex acelera su digitalización con 2.700 millones tras entrar en pérdidas,” *Expansión* [Preprint].
- [33] Pensa, G. (2020) “Simulación por eventos discretos y cuándo simular,” *Atlas Consultora*, 17 August. Available at: <https://www.atlasconsultora.com/simulacion-por-eventos-discretos-y-cuando-simular/#:~:text=La%20simulaci%C3%B3n%20por%20eventos%20discretos%20es%20una%20herramienta%20para%20simular,el%20estado%20de%20un%20sistema>.
- [34] *Queue-it* (2010). Available at: <https://queue-it.com/>.
- [35] Sangha, R. (2020) “8 steps supermarkets are taking to protect customers and employees during the Coronavirus outbreak,” *Qudini*, 30 March. Available at: <https://www.qudini.com/steps->

supermarkets-are-taking-to-protect-customers-and-employees-during-the-coronavirus-outbreak/.

- [36] Stein, G. (2010) “Peter Drucker en 2010.” Available at: <https://www.eexcellence.es/expertos-en-gestion/guido-stein>.
- [37] Suñé, A., Gil, F. and Arcusa, I. (2004) *Manual practico de diseño de sistemas productivos*.
- [38] “Un brote de covid en China desata el efecto mariposa en el comercio mundial” (2021) *El Economista* [Preprint].
- [39] Valdivieso, C. (2021) “Más de dos horas y media de cola en La Cartuja para vacunarse,” *Diario de Sevilla*, 10 June.
- [40] Vanderbilt, T. (2009) *Traffic: Why We Drive the Way We Do (and What It Says about Us)*. Edited by Vintage.
- [41] Vilasoa, P. (2021) “Cronología de un año de coronavirus en España,” *La Voz de Galicia*, 7 March. Available at: <https://www.lavozdeg Galicia.es/noticia/especiales/aniversario-pandemia/2021/03/05/cronologia-ano-coronavirus-espana/00031614956653588579113.htm>.
- [42] Vivas, C. and Castro, C. (2021) “El año del Covid: cronología de la pandemia en España,” *El Independiente* [Preprint]. Available at: <https://www.elindependiente.com/vida-sana/salud/2021/03/12/el-ano-del-covid-cronologia-de-la-pandemia-en-espana/>.