

CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA ANTE CARGAS DE
DE AMPLITUD VARIABLEJ. Domínguez^{*} y J. Zapatero^{**}

^{*}Universidad de Sevilla
Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales
E.T.S.I.I., Avda. Reina Mercedes, s/n, 41012 Sevilla

^{**}Universidad de Málaga
Departamento de Ingeniería Mecánica
E.T.S.I.I., Pl. El Ejido, s/n, 29013 Málaga

Resumen. En este trabajo se presenta una visión de los métodos para la predicción de la velocidad de crecimiento de grietas por fatiga ante cargas de amplitud variable. En primer lugar se analiza brevemente un aspecto importante, diferenciador del comportamiento de los metales ante cargas de este tipo en comparación con las cargas de amplitud constante, como es el efecto de secuencia. Seguidamente se indican los pasos necesarios para tratamiento de los registros de carga desde el punto de vista de fatiga, antes de ser empleados en la simulación o el ensayo de elementos sometidos a cargas como las analizadas. Este tratamiento permitirá obtener registros de carga representativos de los producidos durante la vida del elemento objeto de estudio. Se presentan también algunos modelos numéricos empleados en la simulación del efecto de secuencia. Finalmente, se muestran algunos métodos de análisis del crecimiento de grietas ante cargas de amplitud variable, usando tanto procedimientos ciclo a ciclo como otros con tratamiento global desde un punto de vista estadístico.

Abstract. This paper shows a short overview of methods to predict the fatigue crack growth under variable amplitude loading in metals. First of all it is analyzed a very important aspect that makes different the fatigue crack growth in metals under variable amplitude loading. It is the sequence effect. The necessary steps to transform the real loading histories into a history to be applied during simulation or testing are described. This new loading history must be representative of all those which can be produced during the life of the system under loading. Some numerical models to simulate the sequence effect are also considered. Finally, some methods to analyse the fatigue crack growth under irregular and random loading, either cycle by cycle or global statistical methods, are described.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis del crecimiento de grietas por fatiga se hace normalmente a partir de datos obtenidos en ensayos con carga de amplitud constante. Sin embargo, las condiciones a que está sometida una estructura real son distintas a las de los ensayos. Las cargas aplicadas sobre las estructuras son normalmente de amplitud variable y la mayoría de las veces aleatorias.

La extrapolación del conocimiento y de los datos experimentales obtenidos en crecimiento de grietas con carga de amplitud constante a los casos reales de carga no es un problema sencillo. Por un lado, si las cargas son aleatorias o semialeatorias, no se conocerán exactamente las solicitaciones que van a producirse en el futuro y deberán definirse estadísticamente. Además, durante el crecimiento de una grieta con cargas de amplitud variable se produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad

de la carga. En este caso, el incremento de longitud en cada ciclo no tiene que ser igual al que se produce para las mismas cargas con amplitud constante. Dicho incremento depende, no sólo de los valores máximo y mínimo del ciclo y de la longitud de la grieta, sino también de la historia previa de carga.

Cuando a un elemento se somete a ciclos con ΔK constante y se le aplica una sobrecarga, como se muestra en la Figura 1a, se produce una disminución de la velocidad de crecimiento de la grieta, que puede ser más o menos instantánea. A medida que la grieta continúa creciendo, la velocidad va aumentando y, al cabo de cierto número de ciclos, vuelve a los valores previos a la sobrecarga. El valor de la reducción de velocidad de crecimiento y la duración del efecto dependen de la magnitud de la sobrecarga y su relación con el valor máximo de los ciclos de amplitud constante.

Efecto de secuencia se produce también cuando, durante un proceso de carga de amplitud constante, se aplica un ciclo en el que la carga mínima es menor que los mínimos de los ciclos de amplitud constante. En este caso aparece lo que se denomina aceleración del crecimiento: la velocidad de crecimiento durante los ciclos inmediatamente posteriores al mínimo será superior a la previa. En general, puede apreciarse efecto de secuencia siempre que existan dos ciclos sucesivos que difieran sustancialmente en su valor máximo, en el mínimo o en ambos. En cada caso, la duración del efecto dependerá de diversos factores.

Con este comportamiento del material es muy difícil extrapolar los valores y modelos obtenidos mediante el estudio del crecimiento ante cargas de amplitud constante, al caso de cargas de amplitud variable.

En general, en la predicción del crecimiento de grietas ante cargas de amplitud variable, incluyendo las aleatorias, pueden distinguirse varios aspectos cuya consideración es importante: el análisis y predicción de las cargas que van a producirse; el establecimiento de un modelo que permita reproducir el comportamiento del material ante estas solicitaciones; y la aplicación de dicho modelo considerando al proceso de carga previsto. Esto último puede hacerse mediante la simulación ciclo a ciclo del proceso de fatiga, hasta que se produzca el fallo, o de una forma global, a partir de la definición estadística del proceso de carga, determinando la vida esperada del elemento y, dependiendo del modelo estadístico, su distribución. A continuación se tratará cada uno de estos aspectos mencionados.

2. EFECTO DE SECUENCIA.

El efecto de la secuencia de las cargas sobre el crecimiento de grietas fue puesto de manifiesto en la década de los 60. Diversos trabajos experimentales [1] demostraron que la aplicación de una sobrecarga origina una velocidad de crecimiento en los ciclos posteriores a ella mucho menor que la que se produce si no existe dicha sobrecarga. En determinadas condiciones, la sobrecarga puede llegar a detener completamente el crecimiento de la grieta [2].

La figura 1 muestra esquemáticamente el comportamiento de una grieta después de una sobrecarga. Antes de ella, con ciclos de amplitud constante (Fig. 1a), la velocidad de crecimiento es constante $(da/dN)_1$ (Fig. 1c). Al producirse la sobrecarga (K_{2max}), se produce una modificación progresiva de la velocidad de crecimiento de la grieta. Durante la sobrecarga e inmediatamente después de ella, con ciclos iguales a los iniciales, se produce un incremento de la velocidad de crecimiento. La extensión de la grieta sobre la que se produce el aumento de velocidad y el valor de dicho incremento depende de diversos factores, entre los que sobresale el nivel de tensiones, la relación de sobrecarga r_{OL} y si las condiciones de propagación son de tensión plana o de deformación plana [3]. Seguidamente, comienza a producirse una reducción progresiva de la velocidad de crecimiento hasta llegar a un mínimo. Dicha desaceleración continúa hasta que la grieta ha crecido cierta distancia d a través de la zona plástica producida por la sobrecarga, denominada distancia de retraso ("delay distance").

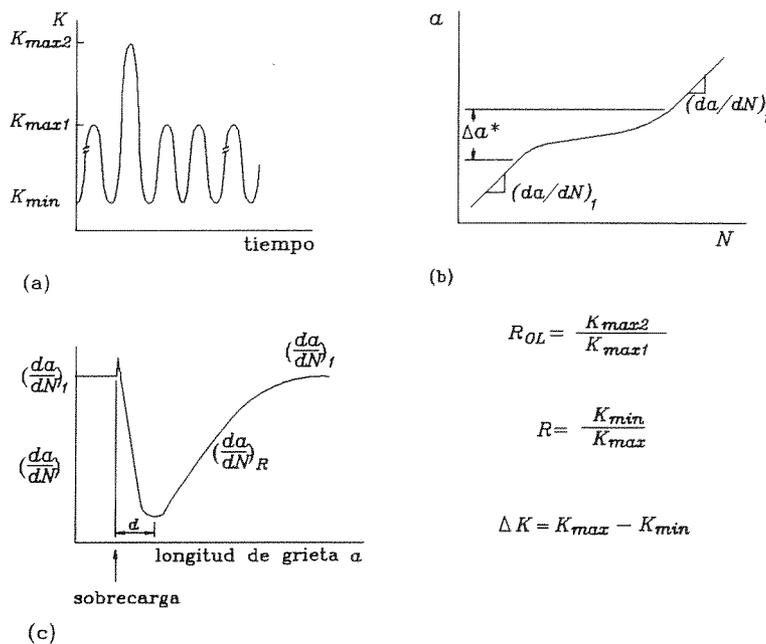


Fig. 1. Efecto de secuencia en el crecimiento de una grieta después de una sobrecarga.

El valor de esta distancia es próximo al 25% del tamaño de la zona plástica producida por la sobrecarga [4]. Este fenómeno de disminución progresiva de la velocidad durante el crecimiento posterior a la sobrecarga se denomina retardo atrasado ("delayed retardation").

Una vez alcanzado el mínimo, la velocidad de crecimiento comienza a aumentar hasta llegar de nuevo al valor previo a la sobrecarga (da/dN)₁, estabilizándose en ese valor. La distancia sobre la que se producen los efectos transitorios de la sobrecarga Δa^* (Fig 1b), depende de diversos factores, entre los que se incluyen: estado de tensiones, ΔK , R , R_{OL} , microestructura del material y condiciones ambiente [3,5,6].

Otros aspectos resaltables del efecto de secuencia producido por las sobrecargas son:

1. Valores de R_{OL} suficientemente altos, normalmente entre 2 y 3, pueden llegar a producir la detención de la grieta.
2. Varias sobrecargas consecutivas aumentan el efecto de retardo, reduciéndose además el "delayed retardation", pudiendo llegar a desaparecer.
3. El aumento del valor de R produce generalmente una reducción del efecto de retardo. Valores negativos de R reducen también el efecto de secuencia, siendo menor la influencia de la sobrecarga a medida que disminuye R [7].
4. El incremento de longitud producido por la sobrecarga es superior al generado por un ciclo con el mismo ΔK con carga de amplitud constante.
5. En el caso de grietas pequeñas, el efecto de secuencia indicado es menos acusado. Incluso, dependiendo de la longitud de la grieta y condiciones de carga, puede desaparecer por completo.

Cuando durante un proceso de carga de amplitud constante se aplica un ciclo con el mínimo menor al resto ("underload"), se produce el efecto contrario: la velocidad de crecimiento de la grieta aumenta [8]. Este efecto de aceleración es menor que el de retardo producido por una sobrecarga, dependiendo su importancia del valor del mínimo aplicado. Igualmente, se ha comprobado que una "underload" inmediatamente después de una sobrecarga reduce el efecto de ésta [9]. Inmediatamente antes de una sobrecarga puede no tener influencia o puede reducir el efecto que produce la sobrecarga, dependiendo de las condiciones de carga.

Si, después de un bloque de ciclos de carga de amplitud constante se aplica otro de menor amplitud, se produce un efecto de retardo muy similar al generado por varias sobrecargas consecutivas [10]. Si las cargas del primer bloque son menores que las del segundo, el efecto es el contrario, produciéndose durante los primeros ciclos del

segundo bloque una velocidad de crecimiento mayor de la que ocurre con las mismas cargas y amplitud constante.

Desde que se observó la existencia del efecto de secuencia, se han propuesto diversos mecanismos como responsables del mismo. En el caso de materiales metálicos, los mecanismos más sobresalientes son los que se describen brevemente a continuación.

2.1. Cierre de grieta plástico.

Mientras una grieta ideal sometida a carga de tracción cierra cuando se descarga totalmente, las grietas producidas por fatiga cierran durante la descarga, antes de llegar a ser nula la tensión. Igualmente, durante la carga posterior, la grieta no se abre hasta que el valor de la misma alcanza determinado valor, denominada tensión de apertura (S_{op}).

Esta diferencia de comportamiento puede explicarse considerando la plasticidad que se forma en el frente de la grieta durante el proceso de crecimiento por fatiga (Figura 2). Cuando la grieta crece, el frente va dejando detrás de sí una zona de material deformado plásticamente, con deformación residual de tracción, denominada estela plástica ("plastic wake"). La deformación residual acumulada en dicha zona actúa como una cuña, generando unas tensiones residuales de compresión sobre la grieta.

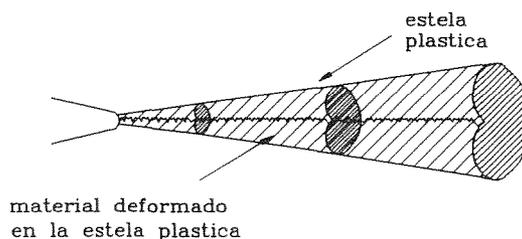


Fig. 2. Zonas plásticas del borde de grieta y estela plástica.

Al producirse una sobrecarga, se genera una zona plástica mayor, con deformaciones residuales de tracción mayores justo delante del borde de la grieta (figura 3). Al volver a aplicarse los ciclos de menor amplitud, el redondeamiento del borde de grieta producido por la sobrecarga hace que S_{op} disminuya inicialmente, aumentando la velocidad de crecimiento respecto a los valores producidos antes de la sobrecarga. Cuando la grieta crece a través de esta zona plástica con mayores deformaciones acumuladas, se generan mayores presiones entre las superficies de la grieta, aumentando S_{op} , con la consiguiente disminución de la velocidad de crecimiento [3]. Igualmente, entre dos bloques de carga, al producirse un cambio de amplitud de los ciclos se produce un cambio no instantáneo de las tensiones de

cierre que permite explicar, al menos en parte, los efectos de secuencia producidos.

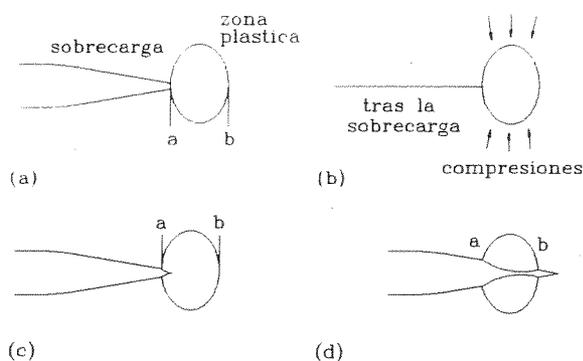


Fig. 3. Esquema del avance de una grieta a través de una zona plástica producida por sobrecarga.

En general, puede decirse que el cierre de grieta plástico es el principal causante de los efectos de secuencia [3,11]. Sin embargo, no permite explicar toda la variedad de comportamiento producido con distintos materiales, condiciones ambientales, niveles y tipos de carga, y longitudes de grieta. Otros aspectos relativos al cierre de grieta por fatiga pueden encontrarse en la bibliografía [12,13].

2.2. Ramificación y deflexión de la grieta.

En algunas aleaciones metálicas con tendencia a deformación en bandas paralelas ("planar slip"), durante una sobrecarga e inmediatamente después de ella, puede producirse la bifurcación o una deflexión de la grieta [14,15], volviendo posteriormente, después de cierto avance, a la dirección de propagación previa a la sobrecarga. La variación de orientación de la grieta y el avance a lo largo de una trayectoria inclinada ("deflected path") hace que el crecimiento se produzca en modo mixto, con combinación de los modos I y II, produciéndose una reducción del factor de intensidad de tensiones. Diversos análisis permiten decir que la reducción será del orden del 25% [5].

Algunos autores consideran que la ramificación o deflexión es uno de los causantes del efecto de secuencia. Sin embargo, se ha comprobado experimentalmente que, mientras unas veces se detecta retardo durante el avance de la grieta con trayectoria inclinada [15], otras, la grieta crece a mayor velocidad durante el avance con esta trayectoria, comenzando el retardo una vez que vuelve a la trayectoria original, perpendicular al eje de carga [14]. En este último caso, no está clara la razón por la que, habiéndose producido

una reducción del factor de intensidad de tensiones se produce una aceleración.

Fleck [3], a partir del análisis de diversos resultados experimentales obtenidos por él mismo y otros autores, llega a la conclusión que este fenómeno no es una causa dominante de retardo cuando los valores de ΔK son altos. Con niveles bajos de ΔK , si se produce ramificación o deflexión, puede ser una de las causas de retardo, conjuntamente con otros mecanismos como el cierre plástico u otras formas de cierre que se describen posteriormente.

2.3. Cierre de grieta inducido por el óxido.

La presencia de una atmósfera corrosiva produce la oxidación de las nuevas superficies generadas durante el crecimiento de la grieta. Con valores de ΔK próximos al umbral de crecimiento por fatiga, la apertura de la grieta en modo mixto, la rugosidad de las superficies y el cierre de grieta plástico producen una continua rotura y nueva formación de la capa de óxido mediante un mecanismo de "fretting". Las partículas de óxido desprendidas producen un efecto de cuña, aumentando el factor de intensidad de tensiones a que se produce el cierre o la apertura K_{op} , reduciendo el valor de $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$. La consecuencia, es una reducción de la velocidad de crecimiento [16].

El cierre de grieta producido por el óxido se ve potenciado en determinadas condiciones, como son: ambientes oxidantes, pequeños valores de R y ΔK , superficies de grieta rugosas, bajo límite elástico del material y cualquier otra que potencie la oxidación, contacto y deslizamiento entre las superficies [12,17]. Su efecto sobre la tensión de cierre y la velocidad de crecimiento de la grieta es importante para valores de ΔK próximos al umbral y pequeños valores de R , donde es mayor el cierre producido y menor el cierre plástico, y, cualquier variación de K_{op} tiene mayor influencia sobre da/dN . Por ello, su efecto sobre la vida a fatiga, normalmente sólo es significativo con estas condiciones de carga.

En cuanto al efecto de secuencia producido por este mecanismo, sólo se presenta adicionalmente a otros que hagan descender la velocidad de crecimiento a valores próximos al umbral, después de una sobrecarga. En estos casos, al producirse la sobrecarga, la disminución de ΔK_{eff} a valores próximos al umbral ΔK_{lb} , activa los mecanismos de crecimiento que incrementan el valor del cierre producido por el óxido [6].

2.4. Cierre de grieta inducido por la rugosidad.

Con niveles bajos de tensión, como ocurre con niveles

próximos al umbral, la zona plástica tiene dimensiones menores que una dimensión microestructural característica, por ejemplo, el tamaño de grano. En estas condiciones, el crecimiento de grieta se produce a lo largo de un solo sistema de deslizamiento, típico mecanismo de la fase I de crecimiento. Esta forma de crecimiento da origen a una superficie muy irregular, que, conjuntamente con el desplazamiento de las superficies de la grieta en modo II y la falta de ajuste entre las irregularidades de las superficies, origina un aumento del valor de K_{cl} [5,18].

Este tipo de cierre de grieta, como en el caso del inducido por el óxido, puede influir apreciablemente en el efecto de secuencia cuando una sobrecarga haga descender la velocidad de crecimiento a valores próximos al umbral. Entonces, se activan los mecanismos de crecimiento que incrementan el valor del cierre inducido por la rugosidad.

3. REGISTROS REALES DE CARGA

Aunque en algunos casos los equipos y estructuras pueden estar sometidos a cargas de amplitud aproximadamente constante, estas son normalmente de amplitud variable. La mayoría de las veces, estas cargas tienen además un carácter aleatorio o semi aleatorio.

Unas veces, la aleatoriedad o la irregularidad es tan pequeña que este aspecto puede despreciarse en el análisis a fatiga, considerando las cargas con amplitud constante, o al menos con variación lenta y conocida de esta amplitud.

Otras estructuras y sistemas mecánicos están sometidos a cargas cuya amplitud varía aleatoriamente. Ejemplos son los aviones, barcos, automóviles, estructuras offshore, aerogeneradores, etc. En los primeros, por ejemplo en las alas, se producen durante el vuelo variaciones importantes de las cargas debido a maniobras y a la turbulencia [19]. Variaciones que se superponen a la carga debida al peso del avión. Además de estas variaciones, se produce un ciclo tierra-aire-tierra, de mayor o menor amplitud, dependiendo de la configuración del avión.

En las estructuras offshore, las cargas de fatiga se producen debido al oleaje. En los elementos tubulares, las tensiones en un punto en cada instante dependen de la geometría y dimensiones del elemento, del estado del mar y de que ocurra o no una resonancia estructural. Durante la vida de la estructura, las tensiones pueden representarse mediante la sucesión de diversos estados del mar. En edificios altos y chimeneas, el viento produce fuerzas aleatorias cuya magnitud y el carácter de las fluctuaciones depende de la forma de la estructura, orientación respecto a la dirección del viento

y velocidad del mismo. En el caso de los generadores eólicos, además de las fuerzas consideradas en los edificios altos y chimeneas, se producen otras producidas por la rotación de las palas, unas con amplitud constante y otras con variación aleatoria de la misma.

En realidad, las cargas no son totalmente aleatorias, son semialeatorias, algunas veces mezcladas con cargas deterministas. Por ejemplo, en los aviones, las cargas producidas por el ciclo tierra-aire-tierra no se presentan seguidas, sino con cargas superpuestas durante el vuelo y otras durante el movimiento, el tiempo de estancia en tierra. Además, las sobrecargas producidas por turbulencia no se distribuyen de forma totalmente aleatoria durante las distintas zonas de vuelo.

Obtención de un Registro Representativo

Para predecir el comportamiento de una grieta en una estructura, es necesario conocer las sollicitaciones a que va a estar sometida y disponer de una historia de cargas de las mismas características que la esperada en la estructura. Dicha historia debe incluir ciclos de distintos niveles en la misma proporción en que se espera van a producirse en la estructura. Además, si los efectos de secuencia son significativos, estos ciclos deben ordenarse en secuencias que produzcan los mismos efectos que los esperados. En muchos casos, para reducir la duración del proceso de cálculo o ensayo, es importante conseguir que la historia representativa produzca los mismos efectos, pero con un número de ciclos muy inferior al real.

En general, el método seguido para obtener las historias representativas consta normalmente de varios pasos [20,22]:

1. Obtención, mediante simulación o a partir de medidas previas, de los diversos tipos de registros que pueden producirse, su duración y la frecuencia relativa con que se presenta cada uno. Ello exige el análisis y clasificación de las condiciones de carga esperadas. Para cada una de dichas condiciones deben obtenerse, registros representativos. Estos registros pueden obtenerse mediante medida en prototipos en las mismas circunstancias, mediante inferencia, a partir de las medidas en estructuras similares o modelos previos, o a través de la simulación.
2. Determinación mediante algún método de contar ciclos, de los ciclos -picos y valles, o rangos-significativos a efectos de fatiga y determinación del espectro, entendido como tal una representación estadística de los ciclos que pueden producirse durante la vida de una estructura.

El espectro puede representarse como en la figura 4a, que para cada rango representa el número de ciclos con valor superior al mismo, o mediante una tabla en la que se indican el número de rangos o los ciclos producidos de cada amplitud. Dicha tabla puede incluir también los valores medios de estos o indicar sus mínimos y máximos [22].

3. Manipulación del espectro, teniendo en cuenta que los datos obtenidos corresponden sólo un caso de los posibles en la estructura en cuestión e intentando reducir en lo posible el número de ciclos a considerar en el análisis o ensayo.

Los ciclos de mayor rango, de los que sólo existe uno o varios en el espectro, puede que no se produzcan en algunas estructuras, en las que una grieta crecerá más rápidamente por ser menor el efecto de retardo. Para considerar esta posibilidad, deben eliminarse del espectro los valores más altos que no se produzcan más que varias veces en la vida de la misma. Esta operación se denomina normalmente "clipping" (fig. 4b).

La decisión sobre los niveles altos que deben ser eliminados del espectro debe tomarse después de analizar, mediante ensayos o simulación con distintos niveles de clipping, el efecto que producirá tal decisión.

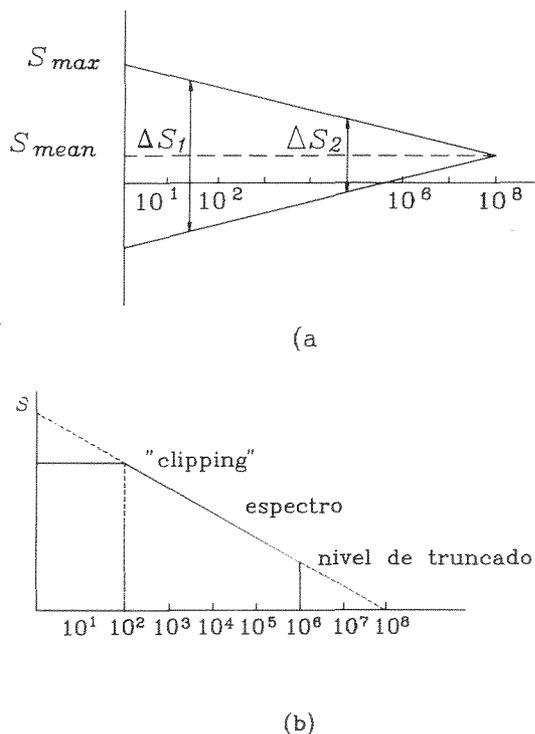


Fig. 4. Ejemplo de espectro de cargas con indicación de niveles truncado de truncado y "clipping".

Otra operación que se hace con el espectro, antes de obtener la historia representativa, es la denominada truncado.

El número de ciclos incluidos en el espectro no tiene que corresponder a toda la vida de la estructura o componente. No obstante, el tiempo considerado en el espectro debe ser suficientemente grande para incluir al menos uno o varios ciclos del nivel más alto no eliminado mediante clipping. Este es el período denominado período de retorno.

4. Reconstrucción de la historia de cargas representativa, mediante combinación en el orden adecuado para representar el efecto de secuencia, si lo hay, de los ciclos o rangos del espectro manipulado.

En este proceso debe tenerse en cuenta que las cargas se producen en la realidad de forma semialeatoria, y que los ciclos mayores no irán normalmente distribuidos aleatoriamente, sino agrupados en períodos correspondientes a condiciones de carga desfavorables, por ejemplo, tormentas, malas carreteras, etc. Además, las cargas deterministas deberán incluirse también con la secuencia adecuada.

Con objeto de permitir una mejor comparación de diferentes diseños, de considerar posibles mejoras, analizar la dispersión de la vida a fatiga, comparar métodos de predicción del crecimiento de grietas y/o para hacer comparables ensayos realizados en distintos laboratorios, se han definido registros típicos ("standard"), representativos de distintos tipos de elementos o estructuras [23,24]. La palabra standard no debe interpretarse como una especificación a cumplir. Es más una norma general, diseñada para ser usada en ensayos y simulaciones, de forma que los resultados de diversas investigaciones sean comparables. Unos son muy cortos y corresponden sólo a un tipo de estado de carga de la estructura correspondiente. Otros incluyen los registros representativos de toda la vida de la estructura o componente. Estos últimos se han obtenido mediante un proceso similar al descrito previamente.

4. MODELOS DE RETARDO Y ACELERACIÓN DEL CRECIMIENTO.

En la bibliografía se encuentran numerosos modelos analíticos que intentan tener en cuenta el efecto de secuencia producido cuando se aplican cargas de amplitud variable. Entre ellos destacan, sobre todo por ser los más utilizados y haber servido de base para otros muchos, los propuestos por Wheeler [25] y por Willemborg [26] y los basados en el concepto de cierre de grieta [27], permitiendo todos ellos estimar el retardo en el crecimiento.

A partir de ellos se han desarrollado otros más sofisticados. Unos permiten incluir otros efectos, como la aceleración; otros se ajustan mejor a determinados materiales y tipos de carga; otros incluyen la posibilidad de tratamiento de grietas cortas; etc. [28-34].

4.1. Modelo de Willemborg

Willemborg establece la magnitud del retardo como una función del factor de intensidad de tensiones necesario para anular el efecto de la zona plástica creada por la sobrecarga. Definiendo a_p como se indica en la figura 5:

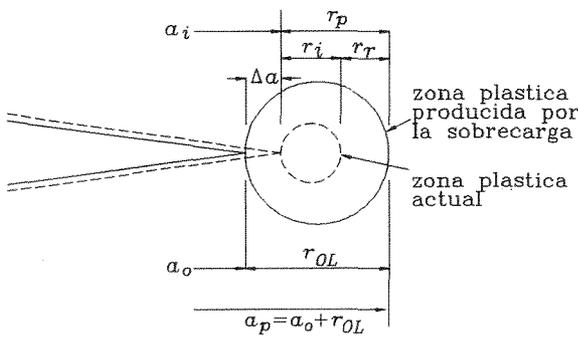


Fig. 5. Zona plástica del borde de grieta.

$$a_p = a_o + r_{OL} \tag{1}$$

en el ciclo i , el factor de intensidad de tensiones necesario para crear una zona plástica $r_p = a_p - a_i = r_{OL} - \Delta a$, cumplirá la ecuación:

$$r_p = r_{OL} - \Delta a = c \left(\frac{K_{max}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \tag{2}$$

o escrito de otra forma:

$$K_{max} = \sigma_{ys} \sqrt{\frac{r_{OL} - \Delta a}{c}} = K_{max}^{OL} \left(i - \frac{\Delta a}{r_{OL}} \right)^{1/2} \tag{3}$$

donde K_{max}^{OL} es el factor de intensidad de tensiones máximo producido por la sobrecarga previa.

El modelo considera que se produce una tensión residual de compresión debida a la sobrecarga:

$$S_r = S_{maxr} - S_{maxi} \tag{4}$$

con el factor de intensidad de tensiones correspondiente:

$$K_r = K_{maxr} - K_{maxi} \tag{5}$$

donde S_{maxi} es la tensión máxima del ciclo i , y K_{maxi} el factor de intensidad de tensiones asociado a dicha tensión.

De acuerdo con ello, los valores efectivos máximo y mínimo del factor de intensidad de tensiones se pueden definir:

$$K_{maxeff} = K_{maxi} - K_r = 2K_{maxi} - K_{maxr} \tag{6}$$

$$K_{mineff} = K_{mini} - K_r = K_{mini} + K_{maxi} - K_{maxr} \tag{7}$$

donde K_{maxeff} y K_{mineff} se harán iguales a cero si se obtienen valores negativos.

El rango efectivo del factor de intensidad de las tensiones será:

$$\Delta K_{eff} = K_{maxeff} - K_{mineff} \tag{8}$$

y el coeficiente de asimetría efectivo:

$$R_{eff} = \frac{K_{mineff}}{K_{maxeff}} \tag{9}$$

que pueden ser sustituidos en la ecuación de Forman para obtener la velocidad de crecimiento en el ciclo i :

$$\frac{da}{dN} = A \frac{(\Delta K_{eff})^n}{(1 - R_{eff})K_c - \Delta K_{eff}} \tag{10}$$

Posteriormente al modelo original de Willemborg se han propuesto otros muchos, basados en la idea de las tensiones residuales. Entre las variantes más interesantes que incluyen la posibilidad de considerar aceleración y/o efectos de cargas de compresión posteriores a las sobrecargas, están los modelos propuestos por Johnson [30] y Chang et al. [34]. Estos, sin embargo, exigen la determinación experimental de algunos parámetros no necesarios en el modelo de Willemborg y otros derivados de él.

4.2. Modelos Basados en el Cierre de Grieta

Estos modelos consideran el concepto del cierre de grieta comentado en el apartado 2 para determinar la magnitud del retardo por sobrecarga. Los primeros propuestos se basan en la determinación experimental de la tensión de apertura S_{ep} con ensayos de amplitud constante y la utilización de expresiones que aproximan su evolución después de una sobrecarga a los resultados experimentales. Un ejemplo, puede ser el propuesto por Bell y Wolfman [35]. Proponen una ecuación de crecimiento del tipo:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K_{eff}) \tag{11}$$

con

$$\Delta K_{Ic} = K_{max} - K_{p} = (S_{max} - S_{p}) f(a) \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

La determinación de S_{op} se basa en ecuaciones empíricas. Por ejemplo, al aplicar cargas de amplitud constante S_2 , después de un grupo de sobrecargas, la tensión de apertura se puede expresar:

$$S_{op} = S_{op1} - (S_{op1} - S_{op2}) \left(\frac{\Delta a}{r_{OL}} \right)^b \quad \text{para } 0 \leq \Delta a < r_{OL} \quad (13)$$

donde r_{OL} es el tamaño de la zona plástica creada por la sobrecarga o grupo de ellas e Δa es el incremento de longitud producido desde la sobrecarga, S_{op1} y S_{op2} son las tensiones de apertura correspondientes, a cargas de amplitud constante con valores iguales a la sobrecarga y a S_2 , respectivamente. El parámetro b es un coeficiente a ajustar experimentalmente, que depende del tipo de material.

Posteriormente, se han desarrollado otros modelos que incluyen esquemas numéricos más complicados para determinar la tensión de cierre de grieta ciclo a ciclo [28,29]. Estos definen las tensiones de cierre y su evolución a partir de modelos simplificados del comportamiento de la grieta. Uno de los métodos más prometedores es el "strip yield model", desarrollado inicialmente por Newman [28], basado en el modelo de Dugdale, que permite buenas aproximaciones incluso para el caso de grietas pequeñas [31].

4.3. The Strip Yield Model

Usando el modelo de Dugdale, se puede determinar el tamaño de la zona plástica y el desplazamiento de las superficies de la grieta resolviendo dos problemas elásticos (Fig. 6): una grieta de longitud $a+r_0$ sometida a la tensión nominal σ ; y la misma grieta con unas tensiones $-\sigma^*$ en el tramo de la grieta correspondiente a la zona plástica. Newman propone un valor para σ^* :

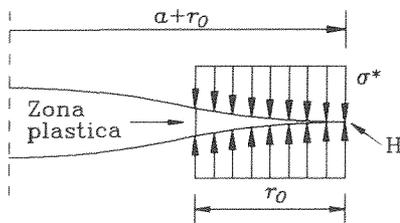


Fig. 6. Modelo de Dugdale

$$\sigma^* = \alpha \sigma_0 \quad (14)$$

con σ_0 igual a la media de los límites de fluencia y rotura del material y siendo α un coeficiente para

diferenciar los estados de tensión. Para estados de tensión plana $\alpha = 1$; para deformación plana $\alpha = 3$; y en estados intermedios $1 < \alpha < 3$.

Este modelo exige el conocimiento de una solución de K_I y de los desplazamientos para la geometría y longitud de grieta objeto de estudio, ante las dos hipótesis de carga indicadas.

Comparando la grieta real de longitud $2a$ con la ideal del modelo de Dugdale de longitud $2(a+r_0)$ (Fig. 7), la longitud $2L(x)$ se supone que corresponde al alargamiento total del material situado en la línea vertical correspondiente a la coordenada x . Es decir el aumento de distancia entre dos puntos situados en una misma vertical, a una distancia x al pasar la grieta entre ellos. Cuando la grieta crece, el alargamiento residual total del material, a una distancia $x < a$, una vez que el borde de la grieta a pasado, es $L_c(x)$ (Fig. 7).

El estudio numérico distingue dos zonas en el elemento: una de comportamiento elástico, fuera de la línea de la grieta de Dugdale (A en la figura 7); y otra, de comportamiento rígido plástico (B). Esta última zona se considera dividida en elementos de longitud L y ancho W , que pueden alargarse o acortarse plásticamente en función de las tensiones producidas en cada ciclo. El ancho W puede ser el mismo para cada elemento, o variable, con valores menores para los más próximos al borde (Fig. 8).

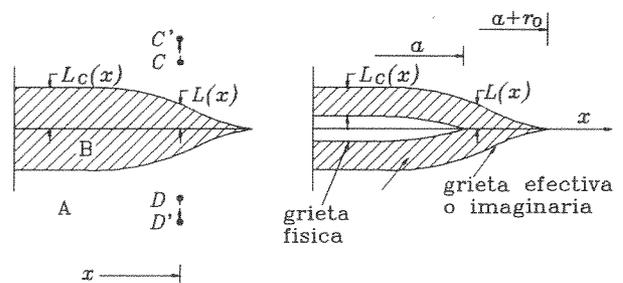


Fig. 7. Zona elástica (A) y rígido plástica (B) del modelo.

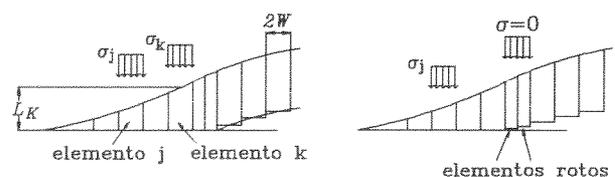


Fig. 8. Discretización de la zona plástica y la estela.

El proceso completo de simulación del comportamiento y cálculo de las tensiones de cierre, para cada

incremento de longitud de la grieta, será el siguiente:

- A. Aplicación de la carga y determinación del tamaño de zona plástica, mediante el modelo de Dugdale.
- B. Discretización de la zona B de la figura 7 (Fig. 8).
- C. Cálculo de los valores de L_i ; esto es, los desplazamientos de la superficie de la grieta de Dugdale ante las cargas de este modelo. El segundo estado de carga se resuelve como superposición de n casos, correspondientes a una tensión σ_j en cada uno de los elementos en que se ha discretizado la zona plástica.

$$L_i = Sf(x_i) - \sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j) \quad i = 1 \dots n \quad (15)$$

donde L_i es la longitud del elemento i , igual al desplazamiento de la superficie de la grieta de Dugdale, $Sf(x_i)$ es el desplazamiento producido en el punto x_i por la tensión nominal S y el término de la derecha representa la suma de los desplazamientos producidos en el punto i por las tensiones a que están sometidos todos los elementos, incluyendo el i . La función $g(x_i, x_j)$ es, el desplazamiento en el punto x_i , producido por una tensión unidad en el elemento j . La tensión σ_j tomará los valores $\sigma_j = \alpha \sigma_o$ en la zona plástica y $\sigma_j = 0$ en la superficie.

- D. Rotura del número necesario de elementos de la zona plástica para simular el crecimiento deseado. Esta se simula haciendo desaparecer la tensión en la zona de los elementos rotos (Fig. 8).
- E. Determinación de la nueva zona plástica, con la nueva longitud real de la grieta.
- F. Nueva discretización de la zona plástica usando el mismo número de elementos que previamente a la rotura.
- G. Cálculo de los nuevos valores de L_i , con la carga máxima aplicada. Si la carga no ha modificado los límites de la zona plástica producida por alguna carga previa, esta determinación se hace mediante solución del sistema de ecuaciones empleado en el apartado C. Estará sometido a las siguientes restricciones:

En la zona plástica $-\sigma_o \leq \sigma_j \leq \alpha \sigma_o$
 En la superficie $-\sigma_o \leq \sigma_j \leq 0$

La diferencia de valores de fluencia en tracción ($\alpha \sigma_o$) y en compresión ($-\sigma_o$) para los elementos de la zona plástica se justifica porque la singularidad en el borde de grieta en tracción hace que se esté más próximo a condiciones de deformación plana que en compresión, que se considera en tensión plana.

Para la solución del sistema de ecuaciones anterior, supuestos los L_i calculados en el punto C, en los puntos donde se violen las restricciones de σ_j se impondrán los valores límites de estas y se dejará L_i como variable a calcular. En los puntos en que σ_i se mantenga dentro de los límites indicados, L_i tendrá la misma longitud que previamente y la incógnita será σ_j .

- H. Aplicación de la carga mínima y nueva solución de la ecuación anterior, con la nueva carga, para determinar los desplazamientos plásticos residuales (L_i).
- I. Cálculo de la tensión de apertura de la grieta (S_{op}). Puede definirse como la mínima tensión nominal para la que todos los puntos de la superficie sufren unos desplazamientos iguales o mayores a los producidos por una carga en la superficie de la grieta igual a las presiones de contacto [31].

Ante un nuevo ciclo se volverá a repetir todo el proceso anterior, desde el punto C.

En todo el proceso indicado, se han hecho varias simplificaciones, además de las propias del modelo de Dugdale. Una es la consideración de comportamiento rígido perfectamente plástico en la zona discretizada del material. Otra es la suposición de estado monodimensional de tensiones en todos los elementos en que se ha discretizado la zona B de la Fig. 7. Con objeto de distinguir estados de tensión plana, deformación plana, o intermedios, se ha modificado la tensión de fluencia mediante el parámetro multiplicador α .

5. MÉTODOS DE PREDICCIÓN DEL CRECIMIENTO DE LA GRIETA CON CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE.

Para determinar la evolución de una grieta, el primer paso es seleccionar una ley de crecimiento, que será del tipo:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R, \dots) \quad (16)$$

Con cargas de amplitud constante, la integración de esta ecuación resulta directa. Será más o menos complicada dependiendo de la expresión de la ley de crecimiento y del factor de intensidad de tensiones en función de la longitud de grieta.

Con carga de amplitud variable, el proceso de integración se hace más complejo, ya que habrá que considerar la variabilidad de los ciclos de carga, la existencia de ciclos superpuestos, que puede hacer necesario el uso de un método de contar ciclos, y la consideración del efecto de secuencia. De forma general,

los procedimientos se pueden clasificar en dos grupos: aquellos que emplean aproximaciones basadas en determinación ciclo a ciclo del crecimiento; y los que a partir de una definición estadística de las cargas, determinan el valor esperado de la vida a fatiga.

Entre los métodos ciclo a ciclo pueden distinguirse a su vez dos grupos: los que hacen la integración lineal, sin tener en cuenta el efecto de secuencia, y los que consideran algún tipo de efecto de secuencia.

En cualquier caso, el análisis ciclo a ciclo debe incluir una serie de pasos que genéricamente se indican a continuación:

1. Definición de la geometría del elemento y longitud inicial de la grieta a_0 .
2. Determinación, para la geometría considerada, de la función $f(a)$ que permitirá determinar K , en función de la longitud de grieta y de la tensión nominal S :

$$K_I = f(a) S \sqrt{\pi a} \quad (17)$$
3. Definición de la ley de crecimiento y del modelo de retardo a aplicar.
4. Definición de los parámetros del modelo de crecimiento, por ejemplo K_c , K_{th} , exponentes, coeficientes, etc.
5. Obtención del registro de tensiones. Incluirá en caso necesario una subrutina para contar ciclos y otra generación de la señal a considerar en el análisis.
6. Determinación de K_{max} e ΔK a partir de $f(a)$, de la longitud de la grieta, ΔS y S_{max} .
7. Aplicación del modelo de retardo en caso necesario. Incluirá el cálculo ciclo a ciclo de los parámetros del modelo a incluir en la ecuación de crecimiento. Por ejemplo, en los modelos basados en el cierre de la grieta, habrá que calcular ΔK_{eff} .
8. Determinación del incremento de longitud producido en cada ciclo, en función de los parámetros calculados, y cálculo de la nueva longitud a_i .
9. Comprobación de que $a_i < a_f$ y vuelta al punto 5 para continuar el proceso con un nuevo ciclo.

Este proceso puede considerarse general para cualquier método de predicción empleado. Los programas numéricos, que aplican estos métodos pueden no incluir alguno de los bloques mencionados, con lo que habrá que suministrarle los datos necesarios para suplir su ausencia. Por ejemplo, puede no incluir método alguno de contar ciclos, o por el contrario, puede incluir

módulos más completos, con varios métodos de contar ciclos y generar el espectro. Puede emplear también distintas leyes de crecimiento, etc.

5.1. Análisis del crecimiento con acumulación lineal.

De los métodos de análisis del crecimiento de grieta, el más simple es la acumulación lineal, sin consideración del efecto de secuencia. En ese caso debe emplearse un método de contar ciclos, por ejemplo rain-flow. Organizada la secuencia de ciclos de rain-flow a aplicar, solo habrá que determinar ciclo a ciclo los valores de K_{max} , K_{min} y el incremento de longitud producido en el ciclo (da/dN).

La ley de crecimiento debe ser aquella que mejor se adapte al material y tipo de carga aplicada. Como ley más general, puede mencionarse la representada por la ecuación [36]:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(1-R)^m \Delta K^n (\Delta K - \Delta K_{th})^p}{[(1-R)K_c - \Delta K]^q} \quad (18)$$

Donde R es el coeficiente de asimetría del ciclo, ΔK_{th} es el umbral de crecimiento y ΔK_c es el factor crítico de intensidad de tensiones, C , m , n , p y q son constantes que dependen del material. Asignándole determinados valores a estos parámetros, pueden obtenerse leyes bien conocidas como la de París, Walker o Forman.

Los métodos que no incluyen efectos de secuencia tienden a producir resultados conservativos en general [34]. Cuando las historias de carga producen efectos de secuencia poco importantes, los resultados suelen ser suficientemente aproximados en comparación con los de modelos que incluyen este efecto y normalmente, aunque no siempre [30], más conservativos.

Debido a que los resultados son generalmente conservativos, que los errores, si no hay sobrecargas importantes, no son muy grandes, y que son de fácil aplicación, su uso con cargas aleatorias sin sobrecargas importantes es bastante frecuente.

5.2. Análisis mediante métodos basados en el modelo de Willemborg.

La diferencia de estos métodos con los procedimientos de acumulación lineal radica en los pasos 5 y 7 del proceso.

En lo que a la generación de la secuencia de ciclos a analizar respecta, la diferencia está en el método de contar ciclos. Para poder considerar el efecto de secuencia, los ciclos deben aplicarse al modelo de retardo en el mismo orden en que se producen. Por ello,

el método empleado debe almacenar los ciclos, manteniendo el orden.

Entre los métodos más completos que emplean el concepto de tensiones residuales del modelo de Willemborg, pueden citarse el propuesto por Chang [34] y el MPYZ [30], propuesto por Johnson. Incluyen el efecto de los mínimos de carga para reducir la influencia de las sobrecargas. El principal inconveniente para el uso de estos modelos es la necesidad de introducir varios parámetros, que deben ajustarse experimentalmente para cada material. Como ejemplo representativo puede considerarse el modelo MPYZ, cuyas características más sobresalientes se indican a continuación.

La ley de crecimiento empleada en cada ciclo es una modificación de la ecuación de Forman:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K^n}{(1-R_{eff})^m K_c - \Delta K} \quad \Delta K > \Delta K^*_{th} \quad (19)$$

$$\frac{da}{dN} = 0 \quad \Delta K \leq \Delta K^*_{th} \quad (20)$$

en la que $m=1$ para $R_{eff}>0$ y $m=2$ para $R_{eff}<0$ y ΔK^*_{th} es el umbral de crecimiento para cada ciclo, definido posteriormente. R_{eff} se define:

$$R_{eff} = \frac{K_{min} - K_R}{K_{max} - K_R} = \frac{K_{min,eff}}{K_{max,eff}} \quad (21)$$

donde K_R es el factor de intensidad de tensiones residual asociado al modelo MPYZ, que se definirá posteriormente. Si R_{eff} supera un R_{max} determinado se limitará su valor a dicho máximo, definido:

$$R_{max} \leq 0.6 + \frac{0.2 r}{t} \quad (22)$$

donde t es el espesor de material y r es el tamaño de zona plástica, definido por:

$$r = \frac{1}{\alpha \pi} \left(\frac{K_{max}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (23)$$

siendo α igual a 1 para tensión plana y 3 para deformación plana.

El umbral para cada ciclo (ΔK^*_{th}) se obtiene a partir de ΔK_{th} , obtenido en ensayos con $R=0$ y amplitud constante, mediante la expresión:

$$\Delta K^*_{th} = (1 - R_{eff}) \Delta K_{th} \quad (24)$$

K_R se obtiene a partir de K_R^w , que es equivalente al K_R del modelo de Willemborg. Su expresión para un ciclo

es:

$$K_R = \phi_R K_R^w = \phi_R \left[K_{max}^{OL} \left(1 - \frac{\Delta a}{r_{OL}} \right)^{1/2} - K_{maxi} \right] \quad (25)$$

con r_{OL} , Δa , K_{max}^{OL} y K_{maxi} , definidos previamente en el modelo de Willemborg. El término ϕ_R ajusta el retardo de acuerdo a varios parámetros del registro de carga y del material. Su expresión es:

$$\phi_R = [1.0 - (K_{th}/K_{max})] / [(\psi - 1.0)(1.0 - R_L)] \quad (26)$$

donde $\psi=B/A$ es un parámetro característico del material, dependiente de B , que representa la relación K_{max}^{OL}/K_{max} por encima de la cual no hay crecimiento y de A , que representa la relación K_{max}^{OL}/K_{max} por debajo de la cual no hay retardo. $R_L=S_{UL}/S_{max}^{OL}$, es un parámetro de la historia de carga en el instante de la carga S_{UL} (figura 9), que trata de considerar la disminución del retardo generado cuando las sobrecargas se producen con valores de R menores.

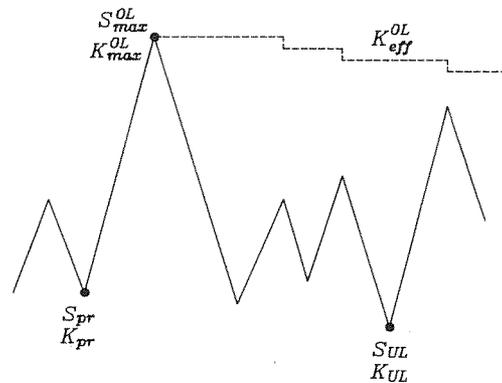


Fig. 9. Picos y valles a considerar en el modelo MPYZ.

Si el valor máximo de un ciclo i produce una zona plástica r_i tal que $\Delta a + r_i > r_{OL}$ (figura 5), este máximo pasa a ser la nueva sobrecarga. Dicho ciclo producirá un incremento de longitud superior al que produciría si la carga fuera de amplitud constante. Para tener en cuenta este fenómeno, denominado normalmente aceleración, ϕ_R pasa a ser:

$$\phi_R^* = (1.0 - R_L) \quad (27)$$

Si ocasionalmente se produce un mínimo K_{UL} menor que el mínimo valor de K antes de la última sobrecarga (K_{pr} en la figura 9) o menor que la última K_{UL} producida después de la sobrecarga, disminuirá el efecto de retardo.

Este efecto se considera modificando K_R^w , pasando a ser K_R^{w1} :

$$K_R^{w1} = \frac{K_{eff}^{OL} - K_{max}}{Z - Y} (Z - \beta) \quad (28)$$

donde β se expresa

$$\beta = \frac{K_{pr} - K_{TL}}{K_{max}^{ol} \left(1 - \frac{\Delta a}{r_{ol}} \right)^{1/2} - K_{TL}} \quad (29)$$

Los procedimientos asociados al modelo de Willemborg, aunque producen resultados bastante aceptables, son muy empíricos, con poco fundamento en los mecanismos reales de retardo y necesitan la determinación experimental, mediante un proceso complicado, de varios parámetros dependientes del material. Por ello, aunque se emplean con materiales muy concretos, es complicado su uso de forma general.

5.3. Análisis basado en el concepto de cierre de grieta.

Existen varios procedimientos para el análisis del crecimiento de grietas mediante métodos basados en el cierre de grieta. Unos emplean modelos empíricos para determinar la K_{op} en cada ciclo [37], mientras otros hacen uso de alguna de las distintas variantes del strip yield model [28,32,38].

El uso de estos métodos elimina la necesidad de aplicación de un método de contar ciclos, ya que pueden calcular directamente el crecimiento a partir de ciclos que incluyan otros menores durante el semiciclo de carga [28,32]. Respecto a los basados en tensiones residuales, tienen la ventaja de necesitar un número menor de parámetros a definir experimentalmente.

Las leyes de crecimiento empleadas pueden ser de cualquier tipo, bien sea la tipo París con ΔK_{eff} , propuesta por Elber [39], o una más complicada, como la propuesta por Newman [28]:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eff}^n \frac{1 - \left(\frac{\Delta K_o}{\Delta K_{eff}} \right)^2}{1 - \left(\frac{K_{max}}{D} \right)^2} \quad (30)$$

donde D es el factor crítico de intensidad de tensiones y ΔK_o se define

$$\Delta K_o = \Delta K_{th} \frac{1 - \frac{S_{op}}{S_{max}}}{1 - R} \quad (31)$$

En los métodos basados en modelos empíricos, además de una expresión para la S_{op} del tipo de las propuestas por de Koning [37], dependientes de las tensiones máximas y mínimas producidas en cada ciclo y los precedentes, es necesario definir la ley de evolución de dicha S_{op} cuando la grieta crece dentro de la zona plástica.

Los métodos basados en el strip yield model son los que producen generalmente mejores resultados y necesitan menor número de parámetros y funciones a determinar experimentalmente. Tienen dos inconvenientes: es necesario conocer previamente las funciones $f(x_i)$ y $g(x_i, x_j)$, definidas en el punto 4.3 para la geometría y forma de carga de que se trate, y el tiempo de cálculo ciclo a ciclo de la evolución de S_{op} hace excesivamente lento el análisis.

El primer problema va resolviéndose progresivamente con el desarrollo de aproximaciones para nuevos casos [33]. Para disminuir el tiempo de cálculo, puede emplearse un procedimiento en el que no se determine S_{op} más que cada cierto número de ciclos o incremento de longitud. Puede comprobarse que se comete muy poco error si se considera la tensión de apertura constante por tramos y el cálculo y actualización de las tensiones de apertura se hace cada vez que la grieta ha crecido una longitud igual a un porcentaje comprendido entre el 1 y el 5% del tamaño de la zona plástica creada [28,33].

El proceso seguido entre una actualización y otra es como sigue. Después de un ciclo de cálculo de S_{op} , de acuerdo con el proceso indicado en el punto 4.3, se conocen S_{op} , las longitudes de los elementos L_p , el tamaño de zona plástica, etc. Conocida S_{op} y las tensiones máxima y mínima de cada ciclo, puede determinarse el incremento de longitud Δa , producido en cada uno y el incremento Δa^* producido desde la última actualización. Durante esos ciclos se almacenan los valores de la máxima tensión producida S_{max} , la mínima tensión producida entre todos los ciclos previos al de la máxima tensión (S_{minb}) y la mínima posterior a la máxima almacenada (S_{mina})(figura 10). Alcanzado el valor límite para la actualización Δa_{lim}^* , se aplica el proceso de cálculo de las tensiones de cierre del punto 4.3..

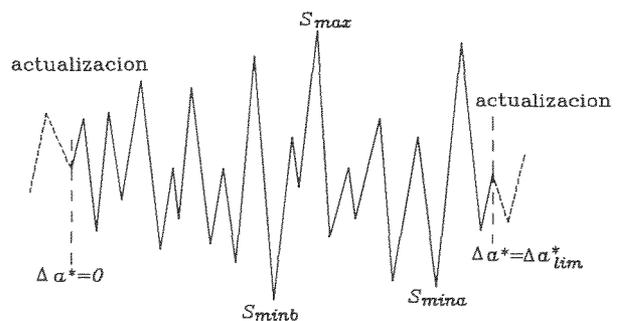


Fig. 10. Secuencia de cargas entre actualizaciones.

A veces, el número de ciclos necesarios para hacer crecer la grieta el porcentaje fijado es muy alto. Puede ponerse también un límite al número de ciclos máximo entre dos actualizaciones, por ejemplo [28], 300 ciclos.

5.4. Otras consideraciones.

Como resumen, puede decirse que se han propuesto muchos modelos para determinar el crecimiento de grietas ante cargas de amplitud variable, unos considerando efectos de secuencia y otros con acumulación lineal. A la hora de decidir sobre un método para análisis del crecimiento de grietas ante cargas de amplitud variable, deben considerarse los factores que afectan a la precisión de la predicción, los datos existentes del material, el coste computacional, etc. En líneas generales puede decirse que los modelos de acumulación lineal pueden ser muy adecuados para una fase inicial de diseño. En un estado más avanzado del proyecto, pueden seguir siendo útiles los métodos lineales, si se tiene experiencia de otros diseños similares en que los resultados han sido aceptables. En otros casos es conveniente la adopción de un método que incluya efectos de secuencia. Entre los existentes, parecen más adecuados, los que hacen uso del cierre de grieta. De ellos, los que emplean modelos empíricos son de más fácil aplicación a distintas geometrías y exigen menor esfuerzo computacional. Sin embargo, los que emplean el strip yield model necesitan menos datos experimentales.

Existen otros muchos métodos de análisis del crecimiento de grieta ciclo a ciclo, aunque puede decirse que los comentados son los más aceptados actualmente.

6. ANÁLISIS GLOBAL ESTADÍSTICO

Una alternativa al análisis ciclo a ciclo es el análisis global, basado en la descripción estadística de las cargas y determinando el incremento de longitud esperado para un número de ciclos determinado, la velocidad media de crecimiento o la vida esperada hasta la rotura.

Los primeros intentos de caracterizar estadísticamente una historia de carga para el análisis del crecimiento de grieta, trataron de definir un rango equivalente (ΔK_{eq} o ΔS_{eq}) que aplicado con amplitud constante produjera una velocidad de crecimiento igual a la media producida con la historia de carga de amplitud variable. Barsom [40] propuso la ley de crecimiento

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{rms}^n \tag{32}$$

donde ΔK_{rms} es la raíz media cuadrática de los ΔK producidos.

Posteriormente, Hudson [41] propuso un modelo en el que la velocidad media puede aproximarse por la ecuación

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K_{rms}^n}{(1-R_{rms})K_c - \Delta K_{rms}} \tag{33}$$

definiendo

$$\Delta K_{rms} = [(S_{max})_{rms} - (S_{min})_{rms}] f(a) \sqrt{\pi a} \tag{34}$$

y

$$R_{rms} = \frac{(S_{min})_{rms}}{(S_{max})_{rms}} \tag{35}$$

Obtuvo resultados comparables a los obtenidos con procedimientos ciclo a ciclo que incluyen efectos de secuencia.

En el caso de procesos aleatorios de carga, estos modelos -incluido el de Barsom con $S_{min}=0$ - tienen la ventaja de permitir la determinación de las ΔS_{eq} a partir de las distribuciones de máximos y mínimos, que son fáciles de obtener. Sin embargo, tienen el inconveniente de no relacionar directamente el crecimiento de las grietas con los rangos o los rangos de rain-flow. Por ello, se han propuesto otros modelos que, a partir de la función de densidad de probabilidad de rangos $p(\Delta S)$, determinan ΔS_{eq} , si la ley de crecimiento puede expresarse separando las variables ΔS y longitud de grieta a [42,43], o una expresión de la velocidad media de crecimiento, en caso contrario. Expresando de una forma general la ley de crecimiento

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta S, a, \dots) \tag{36}$$

el valor esperado de da/dN cuando la grieta tiene una longitud a_i será [99]

$$\frac{da}{dN} \Big|_{a_i} = \int_0^{\infty} f(\Delta S, a_i, \dots) p(\Delta S) d(\Delta S) \tag{37}$$

Integrando esta ecuación puede obtenerse el número de ciclos para pasar de una longitud inicial a_0 hasta otra a_f

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{\int_0^{\infty} f(\Delta S, a, \dots) p(\Delta S) d(\Delta S)} \tag{38}$$

Si la ley de crecimiento $da/dN=f(\Delta S, a, \dots)$ permite la separación de las variables ΔS y a , por ejemplo como en

la ecuación de Paris, la ecuación anterior puede expresarse

$$N = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{g(a) \int_0^{\infty} (\Delta S)^n p(\Delta S) d(\Delta S)} = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{g(a) (\Delta S_{eq})^n} \quad (39)$$

con

$$\Delta S_{eq} = \sqrt[n]{\int_0^{\infty} (\Delta S)^n p(\Delta S) d(\Delta S)} \quad (40)$$

que para $n=2$ corresponde a ΔS_{rms} .

La aproximación general anterior permite emplear cualquier ecuación de crecimiento $da/dN=f(\Delta S, a, \dots)$, incluso considerando el cierre de grieta [44]. Por ejemplo, Zapatero [45], para el análisis del crecimiento de grieta de algunos de los casos ensayados en los programas experimentales de ASTM y SAE [24,46], empleó la modificación de la ecuación de Forman.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K_{eff}^n}{(1-R_m) K_c - \Delta K_{eff}} \quad \Delta k_{eff} > \Delta K_0 \quad (41)$$

$$\frac{da}{dN} = 0 \quad \Delta k_{eff} < \Delta K_0 \quad (42)$$

donde

$$\Delta K_0 = \Delta K_{th} \frac{1 - \frac{S_{op}}{S_{max}}}{1 - \frac{S_{min}}{S_{max}}} \quad (43)$$

$$R_m = \frac{\langle S_{min} \rangle}{\langle S_{max} \rangle} \quad (44)$$

considerando S_{op}/S_{max} constante para todo el registro. Excepto para un registro de carga, que producía tensiones que hacían no aplicable la MFEL, los resultados obtenidos son comparables a los obtenidos con métodos ciclo a ciclo.

Los procedimientos globales expuestos exigen la determinación de la función de densidad de probabilidad de rangos $p(\Delta S)$. Tanto si ΔS representa los rangos de o las diferencias entre mínimos y máximos consecutivos, $p(\Delta S)$ puede aproximarse a partir de los histogramas obtenidos del análisis de los registros. Con algunos tipos de procesos aleatorios, puede aproximarse directamente, a partir de la densidad espectral u otras características estadísticas de los mismos [46,47].

El principal inconveniente de este tipo de modelos es la

dificultad de considerar el efecto de secuencia. En muchos casos, esta dificultad puede ser parcialmente resuelta definiendo un valor equivalente de S_{op} ($S_{op,eq}$), constante durante todo el proceso de crecimiento. Cuando los efectos de secuencia proceden de sobrecargas de tracción de distribución irregular, exógenas al proceso aleatorio, no es posible definir ningún tipo de $S_{op,eq}$, ya que ésta será función del espaciado entre las sobrecargas [43].

De todas formas, son muchos los casos en que los efectos de interacción no son importantes, por ejemplo en vibraciones aleatorias donde los picos más altos de tensión proceden del mismo proceso que el resto. En estas circunstancias, los métodos globales producen resultados tan buenos como otros que emplean simulación ciclo a ciclo, con menor exigencia de parámetros determinados experimentalmente y menor consumo de tiempo computacional.

7. REFERENCIAS

- [1] Hudson C. M. y Hardrath M. F., "Effect of the Changing Stress Amplitude on the Rate of Fatigue Crack Propagation in Two Aluminum Alloys", NASA TN-D-960, 1961.
- [2] Probst E. P. y Hillberry, B. M., "Fatigue Crack Delay and Arrest Due to Single Peak Tensile Overloads", AIAA Paper No. 73-325, 1973.
- [3] Fleck, N. A., "Influence of Stress State on Crack Growth Retardation," Basic Questions in Fatigue: Volume I, ASTM STP 924, J. T. Fong and R. J. Fields, Eds., p. 157-183, 1988.
- [4] Nelson D. V., "Review of Fatigue-Crack-Growth Prediction Methods, Experimental Mechanics, Vol. 17, pp. 41-49, 1977.
- [5] Suresh, S., "Micromechanisms of Fatigue Crack Growth Retardation Following Overloads", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 18, pp.577-593, 1983.
- [6] Suresh, S., Fatigue of Materials, Cambridge University Press, 1991.
- [7] Stephens, R. I., Chen, D. K. y Hom, B. W., "Fatigue Crack Growth with Negative Stress Ratio Following Single Overloads in 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum Alloys," Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595, pp. 27-40, 1976.
- [8] Topper T. H. y Yu, M. T., "The Effect of Overloads on Threshold and Crack Growth", International Journal of Fatigue, Vol. 7, pp. 159-164, 1985.

- [9] Marissen, R., Trautman, K. H. y Nowack, H., "The Influence of Compression Loads and of dK/da on the Crack Propagation Under Variable Amplitude Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 863-879, 1984.
- [10] Mc Millan, J.C. y Pelloux, R.M.N., "Fatigue Crack Propagation Under Program and Random Loads", *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, pp. 505-535, 1967.
- [11] Ward-Close, C.M., Blom, A.F. y Ritchie, R.O., "Mechanisms Associated with Transient Fatigue Crack Growth Under Variable-Amplitude Loading: an Experimental and Numerical Study", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 32, pp. 613-638, 1989.
- [12] Suresh, S. y Ritchie, R.O., "Near-Threshold Fatigue Crack Propagation: a Perspective on the Role of Crack Closure", *Fatigue Crack Growth Threshold Concepts*, D. Davidson and R.O. Ritchie, Eds., The Metallurgical Society of AIME, pp. 227-261, 1984.
- [13] Newman, J.C. y Elber, W., (Eds.), *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, ASTM STP 982, 1988.
- [14] Lankford, J. y Davidson, D.L., "The Effect of Overloads Upon Fatigue Crack Tip Opening Displacement and Crack Tip Opening/Closing Loads in Aluminum Alloys", *Advances in Fracture Research*, D. François (Ed.), Vol. 2, pp. 899-906, Pergamon Press, 1981.
- [15] Vecchio, K.S., Hertzberg, R.W. y Jaccard, R., "On the Overload Induced Fatigue Crack Propagation Behavior in Aluminum and Steel Alloys", *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, Vol. 7, pp.181-194, 1984.
- [16] Suresh, S., Zamiski, G.F. y Ritchie, R.O., "Oxide-induced Crack Closure: an Explanation for Near-threshold Corrosion Fatigue Crack Growth Behavior", *Metallurgical Transactions*, Vol. 12 A, pp. 1435-1443, 1981.
- [17] Liaw, P.K., "Overview of Crack Closure at Near-Threshold Fatigue Crack Growth Levels", *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, J.C. Newman, Jr. and W. Elber, Eds., ASTM STP 982, pp. 62-92, 1988.
- [18] Gray, G.T., Williams, J.C. y Thompson, A.W., "Roughness-induced Crack Closure: an Explanation for Microstructurally Sensitive Fatigue Crack Growth", *Metallurgical Transactions*, Vol. 14A, pp. 421-433, 1983.
- [19] De Jonge, J.B., "Assesment of Service Load Experience", *ICAF, Aeronautical Fatigue in the Electronic Era*, A. Berkovits, Ed., pp. 1-42, EMAS, 1989.
- [20] Broek, D., *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [21] Schütz, W. y Heuler, P., "The How and Why of Variable Amplitude Testing", *Fatigue* 87, R.O. Ritchie and E.A. Starke, Jr., Eds, EMAS, pp. 479-494, 1987.
- [22] Ten Have A. A., "European Approaches in Standard Spectrum Development", *Development of Fatigue Loading Spectra*, J. M. Potter and R. T. Watanabe Eds., ASTM STP 1006, pp 17-35, 1989.
- [23] Schütz W., "Standardized Stress-Time Histories — An Overview", *Development of Fatigue Loading Spectra*, J. M. Potter and R. T. Watanabe Eds., ASTM STP 1006, pp 3-16, 1989.
- [24] Chang J. B., "Round-robin Crack Growth Prediction on Center Cracked tension Specimen under Random Spectrum Loading", *Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading*, J. B. Chang and C. M. Hudson, Eds., ASTM STP 748, pp 4-40, 1981.
- [25] Wheeler, O.E., "Spectrum Loading and Crack Growth", *Journal of Basic Engineering*, Transactions of the ASME, Vol. 94, pp. 181-186, 1972.
- [26] Willemborg J. D., Engle R. M. y Wood H. A., "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept. AFFDL-TM-FBR-71-1, 1971.
- [27] Budiansky, B. y Hutchinson, J.W., "Analysis of Closure in Fatigue Crack Growth", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, pp. 267-276, 1978.
- [28] Newman, J.C., "A Crack Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading", *Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading*, J. B. Chang and C. M. Hudson (Eds.), ASTM STP 748, 1981, pp 53-84.
- [29] De Koning, A.U., "A Simple Crack Closure Model for Prediction of Fatigue Crack Growth Rates Under Variable Amplitude Loading, NLR MP 8006 U, 1980.
- [30] Johnson, W.S., "Multi-Parameter Yield Zone Model for Predicting Spectrum Crack Growth", *Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading*, J.B. Chang and C.M. Hudson, Eds., ASTM STP 748, pp. 85-102, 1981.

- [31] Newman J. C. Jr., "A Nonlinear Fracture Mechanics Approach to the Growth of Small Cracks", Behavior of Short Cracks in Airframe Components, AGARD-CP-328, 1983.
- [32] De Koning, A.U. y Liefing, G., "Analysis of Crack Opening Behavior by Application of a Discretized Strip Yield Model", Mechanics of Fatigue Crack Closure, J.C. Newman, Jr. and W. Elber, Eds., ASTM STP 982, pp. 437-458, 1988.
- [33] Wang, G.S. y Blom, A.F., "A Strip Model for Fatigue Crack Growth Predictions under General Load Conditions", Engng Fracture Mech, Vol. 40, pp. 507-533, 1991.
- [34] Chang, J.B., Szamossi, M., y Liu, K-W., "Random Spectrum Fatigue Crack Life Predictions With or Without Considering Load Interactions", Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, J.B. Chang and C.M. Hudson, Eds., ASTM STP 748, pp. 115-132, 1981.
- [35] Bell, P.D. y Wolfman, A., "Mathematical Modeling of Crack Growth Interaction Effects", Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595, pp. 157-171, 1976.
- [36] Fatigue Crack Growth Computer Program, "Nasa/Flagro", L.B. Johson Space Center, JSC-22267, 1986.
- [37] A.U. de Koning y A.J.P. Van Der Wekken, "Corpus: A Program for Analysis of Fatigue Crack Growth and Failure of Centrally Cracked Sheet Specimens - User Manual-", NLR TR 86097 L, 1986.
- [38] G.S. Wang y A.I. Gustavsson, "An analytical Model to Determine Fatigue Crack Closure Stress Levels", Aeronautical Research Institute of Sweden, FFAP-11-869, 1987.
- [39] Elber, W., "The Significance of Fatigue Crack Closure", Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, pp. 230-242, 1971.
- [40] Barsom, J.M., "Fatigue Crack Growth Under Variable-Amplitude Loading in Various Bridge Steels", Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595, pp.217-235, 1976.
- [41] Hudson, C.M., "A Root-Mean_square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading", Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, ASTM STP 748, J.B. Chang and C.M. Hudson, Eds., pp. 3-40, 1981.
- [42] Kam, J y Dover, W., "Fatigue Crack Growth in Offshore Welded Tubular Joints under Real Life Variable Amplitude Loading", Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading, J. Petit, D.L. Davidson, S. Suresh and P. Rabbe, Eds., Elsevier Sci. Publ., 1988, pp. 384-397.
- [43] Zapatero, J. y Domínguez, J., "A Statistical Approach to Fatigue Crack Growth under Random Loading", Fracture Control of Engineering Structures, H.C. van Elst and A. Bakker, Eds., EMAS, 1986, pp. 889-902.
- [44] Veers P. S., Winterstein, R., Nelson, D.V. y Cornell, C.A., "Variable- Amplitude Load Models for fatigue Damage Crack Growth", Development of Fatigue Loading Spectra, J.M. Potter and R.T. Watanabe, Eds., ASTM STP 1006, 1989, pp 172-197.
- [45] Zapatero, J. y Domínguez, J., "A Statistical Approach to Fatigue Life Predictions under Random Loading", Int. J. Fatigue, Vol. 12, 1990, pp. 107-114.
- [46] Tucker L. y Bussa S., "The SAE Cumulative Fatigue Damage Test Program", R.M. Wetzel (Ed.), Fatigue Under Complex Loading: Analysis and Experiments, 1977, pp. 1-53.
- [47] Lindgren, G. y Rychlik, I., "Rain Flow Cycle Distributions for Fatigue Life Prediction under Gaussian Load Process, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., Vol. 10, 1987, pp. 251-260.
- [48] Bishop, N.W.M. y Sherratt, F., "A Theoretical Solution for the Estimation of "Rainflow" Ranges from Power Spectral Density Data", Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., Vol. 13, 1990, pp. 311-326.