

ESTIMACIÓN DEL LÍMITE DE FATIGA BAJO CONDICIONES DE FRETTING

C. Vallellano, J. Domínguez, A. Navarro y F. J. García-Lomas

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales,
Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla,
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

Resumen. La evidencia experimental muestra que bajo condiciones de fatiga por fretting, los primeros estadios de la propagación de las grietas están fuertemente influenciados por el gradiente de tensiones existente en el material en las proximidades del contacto. Este hecho indica que dicho proceso de crecimiento puede ser abordado mediante herramientas similares a las empleadas para predecir el comportamiento a fatiga de componentes entallados. El presente trabajo analiza la aplicación de varios métodos, actualmente empleados en entallas, a problemas de fatiga por fretting. La capacidad de predicción de dichos modelos es discutida y comparada con resultados experimentales obtenidos empleando probetas de Al-7075-T6 sujetas a fatiga por fretting con contacto esfera-plano.

Abstract. Experimental evidence shows that the initial stages of crack propagation under fatigue fretting situations are highly influenced by the stress gradient generated in the material near the contact zone. This fact suggests that the crack growth process may be analysed using methodologies similar to those used to predict the fatigue behaviour of notched components. The present work analyses the applicability of a number of methods, originally exploited for notched components, to fretting fatigue problems. The capability of such models to predict the fatigue failure is discussed and compared with experimental results obtained with specimens of Al-7075-T6 subjected to fretting fatigue under spherical contact.

1. INTRODUCCIÓN

Numerosos sistemas mecánicos poseen elementos unidos entre sí, con superficies en contacto bajo presión. Cuando estos sistemas se someten a cargas externas variables, la desigualdad de deformaciones en las superficies en contacto puede originar deslizamientos relativos de muy pequeña amplitud entre ellas. Esto da lugar a una variación cíclica de las tensiones locales y a la posible aparición de grietas por fatiga que pueden provocar el fallo de los elementos en contacto. Los efectos locales producidos en la zona de contacto son similares a los generados por las entallas. Este fenómeno es el conocido normalmente como fatiga por fretting. Existen evidencias del fallo de diversos sistemas mecánicos por este motivo. Entre ellos pueden destacarse las uniones atornilladas, las conexiones eje-cubo a presión o las uniones entre el rotor y los álabes de una turbina [1,2]. Bajo estas condiciones de funcionamiento, la resistencia a fatiga de un elemento puede llegar a ser inferior a un tercio o incluso un quinto de la resistencia a fatiga sin condiciones de fretting [3,4].

Para el diseño de sistemas mecánicos sometidos a

fatiga por fretting es necesario la predicción de la resistencia ante las cargas de diseño. Sin embargo, no existen aún procedimientos ni criterios generalmente aceptados para este fin. Se han propuesto diversas aproximaciones, unas basadas en la mecánica de la fractura [3-5] y otras en criterios de fatiga multiaxial [6,7]. Las aproximaciones basadas en la mecánica de la fractura consisten generalmente en la definición de un procedimiento para la obtención del factor de intensidad de tensiones de las grietas iniciadas en la zona de contacto y su comparación con el umbral de crecimiento. En unos casos, se emplea el umbral de grieta larga y en otros se reduce el umbral en función de la longitud de la grieta, a partir de los valores del límite de fatiga y el umbral de grieta larga [4]. Los modelos basados en criterios multiaxiales se aplican de forma similar a los elementos entallados, comparando el estado de tensiones en la superficie [7] o en un volumen pequeño bajo la superficie [6] con el límite de fatiga del material. Aunque los avances en los últimos años han sido importantes en este campo, tanto un tipo como otro de los métodos de predicción mencionados tienen aún muchos aspectos por resolver, y ninguno de ellos se considera aún satisfactorio para su aplicación de forma general.

El presente trabajo analiza la capacidad de varios métodos, tradicionalmente empleados en fatiga en entallas, para evaluar la resistencia a fatiga de componentes bajo condiciones de fretting. Las predicciones de los distintos modelos se comparan con resultados experimentales obtenidos con probetas de Al-7075-T6 sujetas a fatiga por fretting con contacto esfera-plano.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Dos de los métodos clásicos empleados para tener en cuenta la influencia del gradiente de tensiones en la resistencia a fatiga de componentes entallados son los propuestos por Neuber [8] y Peterson [9]. Ambos se encuadran dentro un grupo más amplio denominados métodos de distancia crítica. Dichos métodos se basan en suponer que el fallo por fatiga de un componente entallado se produce cuando el valor de una determinada tensión efectiva, representativa de la distribución de tensiones existente en el material $\sigma(\eta)$, a una cierta distancia (d) de la raíz del concentrador, supera el límite de fatiga del material (σ_{FL}). Neuber considera como tensión efectiva la media de las tensiones existentes en el material hasta dicha distancia crítica ($\bar{\sigma}(d)$). Peterson, por su parte, emplea como tensión representativa simplemente la tensión real existente en el material justo a esta distancia ($\sigma(d)$). En los dos casos, la distancia crítica d se determina experimentalmente y es considerada una característica del material, aunque su valor depende del modelo considerado.

En una revisión reciente sobre estos modelos, Taylor y sus colaboradores [10] han propuesto expresiones analíticas para estimar d basadas en conceptos de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL). Así, para el modelo de Neuber, denominado por los autores 'método de la línea' (ML), se propone un valor de $d = 2a_0$. Para el modelo de Peterson o 'método del punto' (MP), se tiene que $d = a_0/2$. El parámetro a_0 es el parámetro definido originariamente por El-Haddad *et al.* [12] como

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{th\infty}}{\sigma_{FL}} \right)^2 \quad (1)$$

donde σ_{FL} es el límite de fatiga del material y $K_{th\infty}$ el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) umbral de grieta grande.

Un método alternativo a lo anterior es intentar reproducir el comportamiento observado en la propagación de grietas pequeñas por fatiga. Como ponen de manifiesto los diagramas experimentales de Kitagawa-Takahashi (K-T) [11, 12], en el régimen de grieta pequeña, la tensión umbral (σ_{th}) necesaria para el crecimiento de las grietas en un material disminuye progresivamente a medida que aumenta su

longitud (a). Esta evolución puede expresarse alternativamente en términos del FIT umbral, reflejando así un aumento progresivo del $K_{th}(a)$ desde el régimen de grieta pequeña hasta el de grieta grande donde se hace constante e igual a $K_{th\infty}$. La base por tanto de este método es comparar en cada instante la fuerza conductora de una grieta, sujeta a un determinado gradiente de tensiones existente en el material, con la tensión umbral dada por el diagrama K-T.

La fuerza conductora de una grieta bajo un gradiente de tensiones puede representarse indistintamente en términos del FIT o en términos de tensión, basándose en las relaciones existentes entre ambas dadas por la MFEL. Resulta, por tanto, inmediato definir una cierta tensión equivalente para una grieta de longitud a sujeta a una distribución de tensiones arbitraria como

$$\sigma_{eq}(a) = \frac{K(a)}{\sqrt{\pi a}} \quad (2)$$

donde $K(a)$ es el FIT en función de la longitud de grieta. $\sigma_{eq}(a)$ representa por tanto la tensión uniforme a la que debería estar sometida una grieta de longitud a en un medio infinito para tener un FIT igual al de la grieta en el componente real.

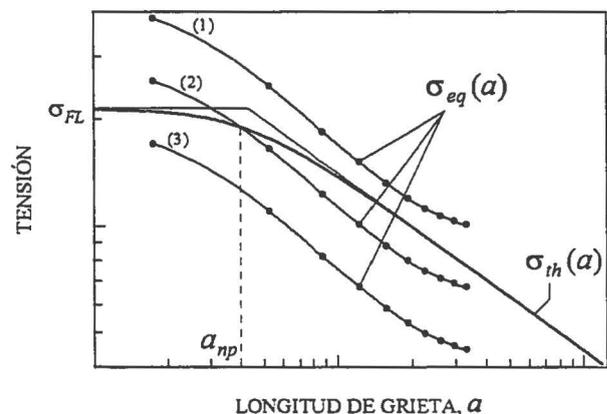


Fig. 1: Tensión equivalente vs. diagrama de Kitagawa: (1) falla; (2) y (3) no falla.

Al comparar la tensión equivalente $\sigma_{eq}(a)$ con el diagrama K-T es posible encontrar una de las tres situaciones mostradas en la Figura 1. Si σ_{eq} es igual o superior a la tensión umbral dada por el diagrama K-T (curva (1)) la grieta será capaz de propagarse en el material hasta provocar el fallo del componente. Si, en cambio, σ_{eq} comienza siendo superior al diagrama K-T pero en algún instante pasa a ser inferior (curva (2)), significará que una grieta previamente nucleada en el material crecerá una cierta distancia y se detendrá, sin provocar el fallo del componente. La longitud máxima de esta grieta no-propagante (a_{np}) vendrá dada por la intersección de ambas curvas. Por último, si σ_{eq} es siempre inferior al diagrama K-T (curva (3)) indicará que ninguna de las grietas nucleadas serán capaces de crecer, al menos más allá de

las primeras barreras microestructurales existentes en el material, y por tanto el componente no fallará.

En este trabajo se van a explorar dos tensiones equivalentes basadas en la MFEL. La primera de ellas supone que la grieta se encuentra en un medio infinito [16], la cual viene dada por

$$\sigma_{eq}^{MI}(a) = Y \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a \frac{\sigma(\eta)}{\sqrt{a^2 - \eta^2}} d\eta \quad (3)$$

donde Y es un factor de corrección que depende de la forma de la grieta. El superíndice MI corresponde a las siglas de 'Medio Infinito'. La segunda, supone que la grieta crece desde una superficie libre, es decir, en un Medio Semi-infinito (MS), cuya expresión es [16]

$$\sigma_{eq}^{MS}(a) = Y \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a \frac{(1 + f(\eta/a)) \sigma(\eta)}{\sqrt{a^2 - \eta^2}} d\eta \quad (4)$$

donde $f(\epsilon)$ es un polinomio de la forma

$$f(\epsilon) = (1 - \epsilon^2) [0.2945 - 0.3912 \epsilon^2 + 0.7685 \epsilon^4 - 0.9942 \epsilon^6 + 0.5094 \epsilon^8] \quad (5)$$

Finalmente, se analizarán también los resultados suponiendo unas tensiones equivalentes como las sugeridas por Neuber y Peterson, denominadas respectivamente σ_{eq}^N y σ_{eq}^P :

$$\sigma_{eq}^N(a) = \frac{1}{a} \int_0^a \sigma(\eta) d\eta \quad (6)$$

$$\sigma_{eq}^P(a) = \sigma(\eta = a) \quad (7)$$

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados experimentales analizados en el presente trabajo corresponden a ensayos de fatiga por fretting empleando contacto esfera-plano. Dichos ensayos se encuentran descritos en detalle en la referencia [13]. El dispositivo de ensayos empleado permitía aplicar, de manera independiente y controlada, una carga axial cíclica sobre una probeta de sección rectangular y una carga tangencial cíclica conjuntamente a una carga normal constante a las esferas en contacto con la probeta. El material empleado fue Al 7075-T6, cuyas propiedades mecánicas se muestran en la Tabla 1. En dicha tabla, D es el tamaño medio de grano en la dirección perpendicular a la superficie de la probeta.

σ_{FL} (10^6 ciclos) (MPa)	$K_{th\infty}$ (MPa \sqrt{m})	D (μm)	a_0 (μm)
214	2.0	35	27.8

Tabla 1: Características mecánicas del Al-7075-T6.

La Tabla 2 muestra la vida a fatiga obtenida en los ensayos para distintas situaciones de carga. Los ensayos fueron realizados manteniendo constante la carga normal (N) y el rango de la carga tangencial (Q) en el contacto y variando la tensión axial (σ_{ax}) sobre la probeta (véase Figura 2). El coeficiente de asimetría de las cargas aplicadas fue $R = -1$.

Test	N (N)	Q (N)	σ_{ax} (MPa)	Ciclos ($\times 10^3$)	a (μm)
T32	20	± 15	± 83	549 (F)	-
T33	20	± 15	± 70	516 (F)	-
T34	20	± 15	± 56	1540 (NF)	150
T35	20	± 15	± 63	2940 (NF)	110
T36	20	± 15	± 59	1777 (NF)	150

(F): fallo de la probeta a los ciclos indicados
(NF): parada del ensayo sin fallo a los ciclos indicados

Tabla 2: Cargas empleadas, número de ciclos aplicados y longitudes de grietas observadas.

Las probetas que no fallaron han sido analizadas mediante técnicas metalográficas. El procedimiento consiste en empastillar la zona de estudio de la probeta e ir puliéndola progresivamente. Conforme profundiza el pulido, se ataca químicamente la superficie para visualizar las grietas y la microestructura del material y se fotografía la zona de interés. Dicho procedimiento permite determinar la zona de iniciación de las grietas, la longitud y la forma real de las mismas y su dirección preferente de propagación.

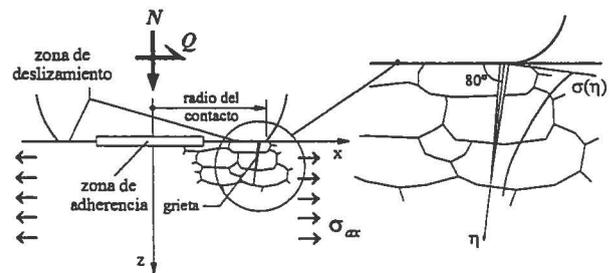


Fig. 2: Esquema de la zona de contacto.

Los resultados de dicho análisis se pueden resumir en los siguientes puntos. (1) Las grietas se nuclean dentro de la región de contacto, concretamente en la zona donde existe deslizamiento parcial entre ambas superficies. La zona de iniciación se sitúa en los alrededores del plano de simetría de la zona de contacto. (2) Dichas grietas se inician formando un ángulo pequeño con la superficie pero giran rápidamente para continuar creciendo a un ángulo entre 65° - 90° respecto de la superficie. El giro de las grietas se produce invariablemente dentro del primer grano del material, a una profundidad en torno a los $20 \mu m$. (3) Se observa que, de entre todas las existentes, la grieta principal aparece generalmente muy cerca del límite exterior de la zona de deslizamiento (véase esquema

en Figura 2). La forma de dicha grieta es aproximadamente semielíptica. La relación de aspecto a/c observada está comprendida entre 0.5 y 0.6, siendo a la longitud de la grieta en profundidad y $2c$ la longitud en la superficie de la probeta. Finalmente, (4) en los ensayos que superaron el millón de ciclos sin romper, se observan las grietas principales detenidas en las proximidades de los límites de grano. Esto último concuerda perfectamente con el hecho de que los bordes de grano actúan como barreras al crecimiento por fatiga de las grietas, bien reduciendo su velocidad de propagación o incluso deteniéndolas completamente. La Tabla 2 recoge las longitudes máximas de las grietas encontradas en los ensayos. Las Figuras 3 y 4 muestran fotografías de las grietas detectadas en los ensayos T35 y T36 respectivamente, próximas al plano de simetría del contacto, donde se ponen de manifiesto algunas de las observaciones mencionadas.

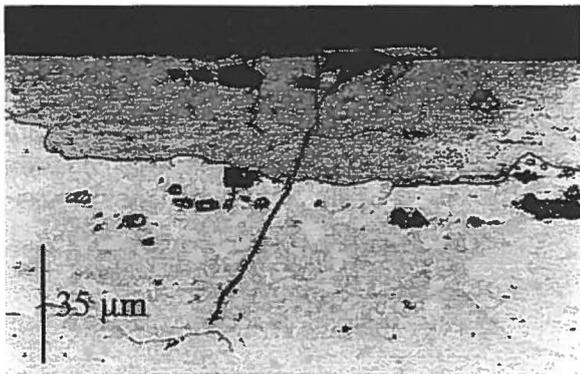


Fig. 3: Grietas en el ensayo T35.

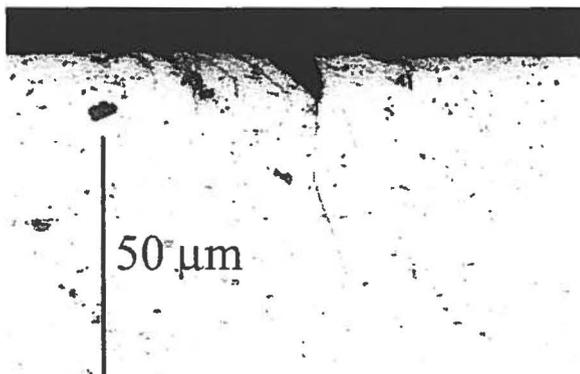


Fig. 4: Grietas en el ensayo T36.

4. APLICACIÓN Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El primer paso para la aplicación de los métodos presentados en §2 a los ensayos experimentales será determinar las tensiones generadas en la zona de contacto en cada caso. Éstas se han calculado usando las expresiones analíticas obtenidas por Hamilton [14]. Además se ha tenido en cuenta la excentricidad de la zona de adherencia debida a la carga axial so-

bre la probeta [15], suponiendo deformación plana en la zona de contacto. De acuerdo con las observaciones experimentales discutidas en §3, las distribuciones de tensión se han obtenido en el límite exterior de la zona de deslizamiento en el plano de simetría del conjunto y en un plano perpendicular al anterior que forma 80° con la superficie (véase esquema en Figura 2). La tensión empleada en los cálculos que siguen ha sido la tensión normal máxima a este plano obtenida en un ciclo completo de carga.

Test	EXP.	ML $[\bar{\sigma}(d^\dagger)/\sigma_{FL}]$	MP $[\sigma(d^\dagger)/\sigma_{FL}]$
T32	F	F [1.00]	F [1.20]
T33	F	NF [0.93]	F [1.13]
T34	NF	NF [0.85]	F [1.05]
T35	NF	NF [0.89]	F [1.09]
T36	NF	NF [0.87]	F [1.07]

F: Falla ; NF: No Falla ; $d^\dagger = 2a_0$; $d^\ddagger = a_0/2$

Tabla 3: Predicciones usando el Método de la Línea (ML) y el Método del Punto (MP).

La Tabla 3 muestra las predicciones obtenidas con el método de la línea y el método del punto propuestos por Taylor. Entre corchetes se indica el cociente entre la tensión efectiva a la distancia correspondiente, según el método, y el límite de fatiga del material. Si dicho cociente es igual o superior a la unidad significa que el método considerado predice el fallo del componente, lo cual se indica con la sigla F. Si, por el contrario, el valor es inferior a la unidad indica que el componente no falla (NF). Los valores del límite de fatiga (σ_{FL}) y del parámetro a_0 considerados están recogidos en la Tabla 1.

Como se puede apreciar, el método de la línea tiende a subestimar los resultados experimentales mientras que el método del punto los sobreestima. No obstante, las diferencias en ambos casos con respecto a lo obtenido en los ensayos no parecen ser excesivas, teniendo en cuenta que discrepancias en fatiga de un 10% o un 20% son en muchos casos inevitables. Desde el punto de vista práctico, ambos modelos, junto con la metodología aquí desarrollada, permiten tener una estimación bastante razonable a cerca del fallo por fatiga de un componente bajo condiciones de fretting.

Test	EXP.	N	P	MI	MS
T32	F	F [1.42]	NF [0.77]	F [1.00]	F [1.16]
T33	F	F [1.32]	NF [0.64]	NF [0.88]	F [1.04]
T34	NF	F [1.15]	NF [0.51]	NF [0.75]	NF [0.89]
T35	NF	F [1.24]	NF [0.58]	NF [0.82]	NF [0.96]
T36	NF	F [1.19]	NF [0.54]	NF [0.78]	NF [0.92]

F: Falla ; NF: No Falla ; [mínimo valor de σ_{eq}/σ_{th}]

Tabla 4: Predicciones usando las tensiones equivalentes σ_{eq}^N , σ_{eq}^P , σ_{eq}^{MI} y σ_{eq}^{MS} .

En la Tabla 4 se muestran las predicciones obtenidas comparando las distintas tensiones equivalentes

propuestas en §2 con la tensión umbral σ_{th} dada por el diagrama de Kitagawa en cada instante. Para las tensiones equivalentes derivadas de la MFEL, σ_{eq}^{MI} y σ_{eq}^{MS} , se ha considerado un factor de corrección por la forma de la grieta de $Y = 0.8$. Dicho valor corresponde a la media de los valores teóricos que se obtienen para grietas semielípticas con relaciones de aspecto a/c de 0.5 ($Y = 0.78$) y 0.6 ($Y = 0.83$) [17], iguales a las observadas experimentalmente.

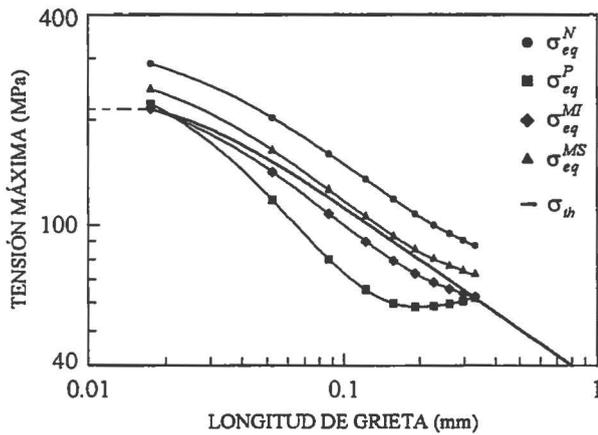


Fig. 5: Resultados para el ensayo T33.

Dado que no se dispone del diagrama de Kitagawa experimental para este material, se ha empleado una evolución aproximada de la tensión umbral como la propuesta en la referencia [18],

$$\sigma_{th}(a) = \sigma_{FL} \frac{(a_0)^{\frac{1}{2}}}{(a^f - a_0^f - l_0^f)^{\frac{1}{2f}}} \quad (8)$$

donde σ_{FL} es el límite de fatiga del material, a es la longitud de grieta, a_0 el parámetro definido por El-Haddad (Eq. 1) y l_0 la distancia media a la que se encuentra la primera barrera microestructural del material. En los cálculos siguientes se toma $l_0 = D/2$. El exponente f controla la transición entre el régimen de grieta pequeña y el de grieta grande. El valor de f empleado ha sido de 2.5, con el que se obtiene una evolución adecuada para numerosos materiales [18].

La Figura 5 muestra, para el ensayo T33, la evolución de las tensiones equivalentes σ_{eq}^N , σ_{eq}^P , σ_{eq}^{MI} y σ_{eq}^{MS} conforme la grieta avanza en profundidad junto con la evolución estimada del diagrama de Kitagawa (Eq. 8). Por razones de espacio no se incluyen los gráficos de los demás ensayos, no obstante las tendencias que se observan en la Figura 5 son bastante representativas. Como se puede ver, los resultados obtenidos empleando tensiones equivalentes del tipo Neuber (σ_{eq}^N) y Peterson (σ_{eq}^P) sobreestiman y subestiman los resultados experimentales en torno a un 20% y 30% respectivamente. Sin embargo, las tensiones equivalentes σ_{eq}^{MI} y σ_{eq}^{MS} presentan unas predicciones más acordes con los ensayos. Parece

razonable pensar que las condiciones a las que se encuentra sometida una grieta creciendo desde la superficie de contacto sean intermedias entre las de un medio semi-infinito, debido a la existencia de una 'superficie libre', y la de medio infinito, debido a la presencia del elemento de contacto. No obstante, a la vista de los resultados obtenidos, las predicciones obtenidas usando la hipótesis de medio semi-infinito (σ_{eq}^{MS}) muestran una mejor concordancia con los ensayos analizados. En la Tabla 4 se muestra entre corchetes el valor mínimo del cociente σ_{eq}/σ_{th} obtenido en cada caso. En los casos en que un determinado método no concuerde con los resultados experimentales (resaltado en negrilla), dicho valor es un índice del mínimo error teórico estimable.

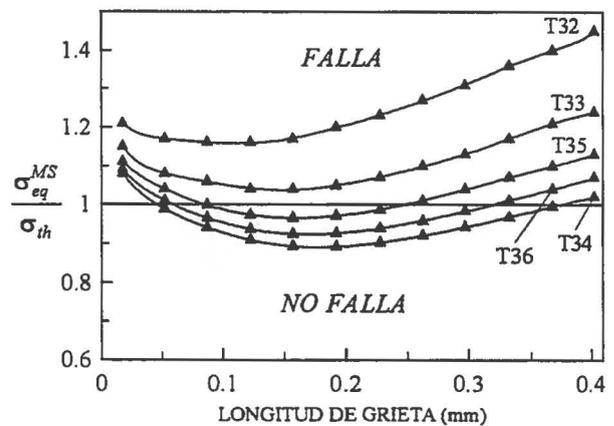


Fig. 6: Predicciones obtenidas con σ_{eq}^{MS} .

En la Figura 6 se muestra el cociente entre σ_{eq}^{MS} y la tensión umbral σ_{th} en función de la longitud de grieta. Como se puede observar, los ensayos T32 y T33 presentan siempre un valor de $\sigma_{eq}^{MS}/\sigma_{th}$ superior a la unidad, indicando que la tensión que asiste a la grieta en cada instante es superior a la tensión umbral para hacerla crecer en el material y, por tanto, el componente fallará. En los demás casos, se observa que las curvas $\sigma_{eq}^{MS}/\sigma_{th}$ toman valores inferiores a 1 para una cierta longitud de grieta, indicando que una grieta nucleada en el material crecerá hasta dicha distancia y se detendrá, convirtiéndose en una grieta no-propagante para esas condiciones de carga sobre el componente.

Finalmente, como se puede apreciar también en la Figura 6, para los ensayos T34, T35 y T36 se predicen unas longitudes máximas de grietas no-propagantes de 50, 90 y 60 μm respectivamente. Estas longitudes de grietas concuerdan tan sólo razonablemente con las observadas en los ensayos (véase Tabla 2). Tales discrepancias son esperables en modelos simplistas como los analizados aquí dada la inherente dispersión existente en los tamaños de grano del material y en las propiedades mecánicas involucradas en el problema. Un acuerdo más preciso sólo sería posible mediante análisis estadísticos.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han analizado diferentes modelos para evaluar la resistencia a fatiga de componentes sujetos a situaciones de fretting. Para los ensayos de fatiga por fretting analizados, los dos métodos de distancia crítica propuestos por Taylor, el Método del Punto y el Método de la Línea, permiten obtener una estimación razonable sobre el fallo o no del componente, dentro de la dispersión esperable en este tipo de problemas. En términos prácticos, la característica más relevante de estos modelos es su simplicidad de implementación. No obstante, tienen la desventaja de no poder predecir la existencia o no de grietas no-propagantes en el material.

Este inconveniente se evita empleando métodos más realistas basados en la comparación de la tensión equivalente que asiste a la grieta en cada instante con la tensión umbral dada por el diagrama de Kitagawa-Takahashi. Siguiendo esta metodología se han analizado cuatro alternativas. Las menos ajustadas a los resultados experimentales analizados han sido aquellas en las que se han empleado tensiones equivalentes del tipo Neuber y Peterson. No obstante, las tensiones equivalentes basadas en la MFEL presentan unas estimaciones bastante acordes con dichos ensayos. En particular, la tensión equivalente definida bajo la hipótesis de medio semi-infinito muestra una notable concordancia con los resultados experimentales tanto en la predicción del fallo o no del componente como en las longitudes de grietas no-propagantes.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la DGICYT la financiación de este trabajo a través del proyecto PB97-0696-C02-01.

6. REFERENCIAS

- [1] Waterhouse, R. B. and Lindley, T. C. (Eds.), *Fretting Fatigue*,ESIS Publication 18, Mech. Eng. Publ. (1994)
- [2] Hoepfner, D. W., Chandrasekaran, V. and Elliot, C. B. (Eds.), *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices*, ASTM STP 1367 (2000).
- [3] Hattori, T., Nakamura, M. and Watanabe, T., "Fretting Fatigue Analysis by Using Fracture Mechanics", ASME Paper No. 84-WA/DE-10 (1984).
- [4] Araujo, J. A. and Nowell, D., "Analysis of Pad Size Effects in Fretting Fatigue Using Short Crack Arrest Methodologies", *Int. J. Fatigue*, 21, 947-956 (1999).
- [5] Giannakopoulos, A. E., Lindley, T. C. and Suresh, S., "Aspects of Equivalence Between Contact Mechanics and Fracture Mechanics: Theoretical Connections and Life-Prediction Methodology for Fretting-Fatigue", *Acta Mater.*, 46, 2955-2968, (1998).
- [6] Dang Van, K. and Maitournam, M. H., "On a New Methodology for Quantitative Modeling of Fretting Fatigue", in [2], pp. 538-552.
- [7] Fouvry, S., Kapsa, P. and Vincent, L., "A Multi-axial Fatigue Analysis of Fretting Contact Taking Into Account the Size Effect", in [2], pp. 167-182.
- [8] H. Neuber, *Theory of Notch Stresses*. J.W. Edwards Publisher Inc., Ann Arbor, Michigan (1946).
- [9] R. E. Peterson, "Notch Sensitivity", in *Metal Fatigue* (G. Sines & J. L. Waisman (eds.)). McGraw-Hill, New York. 293-306 (1959).
- [10] Taylor, D., "Geometrical Effects in Fatigue: A Unifying Theoretical Model", *Int. J. Fatigue*, 21, 413-420 (1999).
- [11] H. Kitagawa and S. Takahashi, "Application of Fracture Mechanics to Very Small Cracks". *Int. Conf. Mech. Behaviour of Materials (ICM2)*, ASM, 627-631 (1976).
- [12] M. H. El-Haddad, T. H. Topper and K. N. Smith, "Prediction of Non Propagating Cracks", *Engng. Fract. Mech.* 11, 573-584 (1979).
- [13] Wittkowsky, B. U., Birch, P. R., Domínguez, J., and Suresh, S., "An experimental Investigation of Fretting Fatigue with Spherical Contact in 7075-T6 Aluminum Alloy", in [2], pp 213-227.
- [14] Hamilton, G. M., "Explicit Equations for the Stresses Beneath a Sliding Spherical Contact", *Proc. Inst. Mech. Engng.*, 197 C, 53-59 (1983).
- [15] Navarro, C. and Dominguez, J., "Contact conditions and stresses Induced During Fretting Fatigue", *Proc. of Computational Methods Contact Mechanics IV*, 453-462 (1999).
- [16] Hartranft, R.J. and Sih, G.C., "Alternating Method Applied to Edge and Surface Crack Problems" pp. 179-238, in *Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems* (Ed. G.C. Sih), Noordhoff Int. Publ., Leyden (1973).
- [17] Irwin, G. R., "Crack-Extension Force for a Part-Through Crack in a Plate", *J. Appl. Mech.* 29, 651-654 (1962).
- [18] C. Vallellano. "Crecimiento de Grietas Pequeñas por Fatiga en Componentes con Concentradores de Tensión", *PhD. Thesis*. Universidad de Sevilla (1999).