

FRETTING FATIGA EN CONTACTO ESFÉRICO

Carlos Navarro, Mercedes García, Jaime Domínguez

Universidad de Sevilla

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales

Escuela Superior de Ingenieros, c/ Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

Resumen. Este artículo describe distintos tipos de ensayos de fretting fatiga y distintos tipos de geometrías para ensayar con sus ventajas e inconvenientes, centrándose en el contacto cilíndrico y esférico. Diferencias prácticas se pueden observar entre estos dos tipos de ensayos en el alineamiento de los indentadores, el nivel de las cargas a aplicar, la rigidez del sistema, la forma de la grieta, etc. Se describen las cargas y la distribución de tensiones bajo la zona de contacto en el caso esférico. Este estado de tensiones es multiaxial y no proporcional, por lo tanto se necesitan criterios multiaxiales apropiados para caracterizar el campo de tensiones. A partir de estos criterios se define una tensión equivalente que se relaciona más adelante con la iniciación de la grieta. Además, se describe un método semianalítico para calcular el factor de intensidad de tensiones usando una función de peso.

Abstract. This paper describes different types of fretting fatigue tests and different types of geometries to use in the tests. Mainly cylindrical and spherical contact are compared. Practical differences between the two tests can be seen in the alignment of the pads, the level of the loads to apply, the rigidity in the test rig, the shape of the crack, the localization of the site of the initiation of the crack, etc. The loads applied in the spherical contact and the stress distribution under the contact zone in this case are described. This stress state is multiaxial and non-proportional, therefore appropriate multiaxial criteria are needed to characterize the stress field. An equivalent stress is derived from these criteria and later related to the initiation of the crack. At the same time, using the calculated stresses, a semianalytical approach using a weight function for the determination of the stress intensity factor is described.

1. INTRODUCCIÓN

Es bien conocido desde hace tiempo que las máquinas hay que diseñarlas a fatiga. Un caso especial de fatiga es el fretting fatiga, también muy común en las máquinas (uniones atornilladas y roblonadas, acoplamientos con ajuste a presión, cadenas, etc. [1,2]). Sin embargo, tradicionalmente no se le ha prestado al fretting la atención que merece. En los últimos años sí se han publicado más artículos y libros sobre ello. En el fretting se producen pequeños deslizamientos entre piezas en contacto bajo presión generando unas tensiones tangenciales. Estas tensiones locales se superponen a las tensiones globales de todo el componente, produciendo un efecto similar al de los concentradores de tensión. Debido a estas tensiones aparecen grietas en la zona de contacto mucho antes que si no hubiera contacto entre las partes. Grietas que pueden desarrollarse posteriormente hasta la fractura final.

Al igual que pasa con otras materias en el diseño de componentes, los ensayos son imprescindibles. Para conocer mejor qué pasa cuando dos cuerpos entran en contacto produciéndose fretting fatiga y poder predecir vidas de componentes y realizar diseños no basta con

estudiar teóricamente las tensiones, es necesario realizar ensayos. Los modelos no son perfectos y siempre hay factores que no se pueden controlar o conocer.

Estos ensayos se pueden dividir en dos categorías: (i) ensayos en los que se prueban los componentes reales (o piezas con la misma geometría) sometidos a las cargas que soportan en la vida real; (ii) y ensayos en los que se utiliza una geometría conocida y sencilla en la que se puedan aplicar más fácilmente los distintos modelos de comportamiento. Entre los primeros los más típicos y estudiados son los de la raíz de álabe de una turbina, pero también entraría cualquier ensayo sobre un componente en el que se produzca fretting como por ejemplo el ajuste de un eje a presión. Con el segundo tipo se pueden hacer a su vez dos clasificaciones distintas: (a) según el tipo de montaje y (b) según la geometría de las superficies que entran en contacto.

2. TIPOS DE MONTAJE

Un tipo de montaje utiliza una máquina universal de ensayo ordinaria con un actuador que agarra la probeta. Ésta a su vez está cargada lateralmente por dos elementos de contacto fijos. Los desplazamientos

relativos entre las superficies de contacto se determina a través del alargamiento de la probeta y la flexibilidad de la máquina. Este tipo de montaje fue usado por Nishioka y Hirakawa [3], Hoepfner y Goss [4], Nowell [5], Szolwinski [6], etc. Otros investigadores usaron una máquina de ensayo a torsión cargando también lateralmente la probeta con elementos de contacto fijos [7]. Las ventajas de éstos es que permiten un fácil control del nivel de tensión global en la probeta y permiten el uso de distintas geometrías de las superficies de contacto. Fenner y Field [8] usaron unos elementos de contacto tipo puente, tenían forma de U y caras planas. El contacto se producía en dos zonas de la probeta a cada lado. Por otro lado, la tensión aplicada a la probeta tiende a abrir la pieza en U y esto introduce un momento no deseado en el elemento de contacto. Milestone [9] usó estos mismos pero con unos elementos de contacto de superficie cilíndrica. Éste tenía la ventaja de que el campo de tensiones se calcula analíticamente. Vincent et al. [9] critican este tipo de montaje y proponen un ensayo donde se le aplica una tensión constante a la probeta y un actuador mueve los elementos de contacto. Este tipo de ensayo, sin embargo, no tiene una tensión axial cíclica que promueva el crecimiento de grietas por fatiga. Wittkowsky et al. [10] proponen otro tipo de máquina, muy parecida a la de Nowell, donde se aplica una carga axial cíclica a la probeta y ésta genera, debido a la flexibilidad de los apoyos de los elementos de contacto, una carga tangencial cíclica en el contacto. En esta máquina sólo hay un actuador que controla la carga axial y además se pueden controlar independientemente las cargas tangencial y normal a ambos lados de la probeta y se pueden medir desplazamientos reales entre la probeta y el elemento de contacto.

3. TIPOS DE GEOMETRÍA

En algunos de los tipos de montaje comentados anteriormente se pueden utilizar distintas geometrías para los elementos de contacto (la probeta es siempre plana). El más utilizado hasta hace poco es la superficie plana, aunque en los últimos años se han venido utilizando más otras geometrías comentadas más adelante.

3.1. Contacto plano

Esta geometría tiene la ventaja de que es muy fácil de fabricar y de montar un ensayo con puente de fretting. Es la más sencilla de modelar y la expresión de las tensiones bajo el contacto es bien conocida. Sin embargo tiene el inconveniente de que en las esquinas aparece una singularidad, las tensiones son infinitas teóricamente. Como esto no es posible, el material se acomoda plásticamente. Ya no se puede suponer que el campo de tensiones bajo la superficie es elástico-lineal. O bien se comete un error al suponer comportamiento elástico o hay que complicar el modelo. Para evitar este

problema recientemente se está estudiando el caso del contacto entre un plano con esquinas redondeadas contra un plano [11]. Las ventajas de este caso son varias. Ya no hay singularidad en las esquinas y no tiene por qué haber plastificación (depende del nivel de carga). Esta geometría es más próxima a la real puesto que en la realidad nunca se tienen aristas vivas, siempre hay un pequeño radio. Para este problema se ha encontrado una expresión analítica de la presión normal en el contacto debido tan solo a una carga normal [11]. También se ha resuelto el problema cuando además se aplica una carga tangencial y otra axial en la probeta. Aunque este problema se ha resuelto o bien numéricamente [12] o bien aproximando las funciones por un desarrollo en serie de Fourier [13].

3.2. Contacto cilíndrico y esférico

Estas dos geometrías son las más usadas en los ensayos si lo que se pretende es poder calcular las tensiones analíticamente.

El cilindro tiene la desventaja de que en la realidad hay menos casos en los que se de este tipo de contacto pero como ya se dijo anteriormente para este tipo de ensayos no se pretende plasmar casos reales sino disponer de una geometría sencilla, fácil de controlar y de la que dispongamos de soluciones analíticas para poder introducir en los modelos de fretting empleados. Este requisito lo cumple muy bien el contacto cilíndrico, se conoce desde hace mucho tiempo una expresión analítica para el campo de tensiones bajo el contacto [14].

Una desventaja tanto del contacto cilíndrico como de los anteriores es la indeterminación del lugar de iniciación de la grieta en un ensayo. Los campos de tensiones y las grietas que aparecen en estos casos se estudian como problemas bidimensionales. Una grieta idealmente atraviesa la probeta de parte a parte. En la realidad, en el ensayo, esto es cierto cuando la grieta tiene ya cierta longitud pero no en la iniciación. Una grieta no se inicia a la vez a todo lo ancho sino que se inicia en un punto, empezará a crecer con forma semi-elíptica y luego se irá transformando hasta su forma final. Además, el punto de iniciación está indeterminado, no se sabe a priori dónde estará. Esto implica que si se pretende estudiar el lugar de iniciación habrá que mirar en todo el ancho de la probeta lo cual lleva mucho tiempo. Este hecho hace más difícil el estudio teórico y experimental de la iniciación de grietas en contacto cilíndrico.

En el contacto esférico también se dispone de una solución analítica para las tensiones bajo la zona de contacto [15], aunque ésta no es exacta cuando se tienen condiciones de deslizamiento parcial. La razón es que existe un pequeño deslizamiento en la dirección perpendicular a la de aplicación de la carga que en la aproximación analítica se supone igual a cero.

La superficie esférica es más ventajosa usarla si se quiere estudiar también la iniciación. En este caso el lugar más probable para la iniciación no es una línea (como en el cilíndrico) sino un punto. A partir de ahí la grieta irá creciendo naturalmente con forma semi-elíptica. Si se realiza un ensayo en el que no se parta la probeta, ésta se puede analizar para determinar en qué lugar se han iniciado grietas, con qué forma y en qué dirección. Esto es mucho más sencillo en el contacto esférico puesto que el contacto es solamente una zona circular del orden de 1 milímetro de diámetro. Además las grietas se habrán iniciado en la parte central de la zona de contacto. Para hacer este estudio se corta la probeta, se empastilla y se va puliendo poco a poco de forma que se pueda ver cómo la grieta penetra en la probeta.

Otra diferencia que se puede apreciar entre estas dos geometrías radica en el alineamiento de los elementos de contacto. En este aspecto tiene una clara ventaja el contacto esférico. No importa en qué posición se coloque la esfera frente al plano, el contacto será igual. Sin embargo, en el contacto cilíndrico hay que asegurar que la generatriz del cilindro se mantenga paralela al plano cuando hace contacto. En caso contrario, en el extremo del cilindro que toque antes con el plano se producirán unas tensiones más altas y en el otro extremo más bajas, sin saber exactamente su valor. Esto hace necesario idear una forma de aplicar la carga correctamente.

El nivel de cargas que hay que aplicar con estas dos geometrías también difiere debido a que la zona de contacto en el caso cilíndrico es mucho mayor. Por ejemplo, aplicando una carga normal se quiere obtener una presión máxima en el contacto de 150 MPa. En el caso del contacto cilíndrico sería necesario aplicar una carga normal de 1774 N mientras que en el contacto esférico sería 110 N. Evidentemente es más sencillo y barato aplicar cargas del orden de 100 N que de 1000 N.

Bramhall [16] y Nowell [5] observaron una ventaja en la relación entre las dimensiones y cargas con la tensiones del contacto cilíndrico a la hora de estudiar el efecto de la escala. De la teoría de Hertz se sabe que

$$p_0 \propto \sqrt{\frac{N}{R}} \quad a \propto \sqrt{NR} \quad (1)$$

donde N es la carga normal, R es el radio del cilindro, a el semiancho de la zona de contacto y p_0 es el máximo de la presión en el contacto. De forma que se puede variar proporcionalmente la carga y el radio del cilindro, y por lo tanto a , manteniendo constante la presión máxima. En concreto se puede aumentar al doble la carga y el radio, el tamaño de la zona de contacto aumenta también al doble y sin embargo p_0 no cambia. Esto significa que se puede aumentar la extensión del campo de tensiones sin aumentar su magnitud.

Este mismo efecto se puede conseguir en el contacto esférico aunque con una variación mayor de la carga normal. Del contacto de Hertz se sabe que

$$p_0 \propto \sqrt[3]{\frac{N}{R^2}} \quad a \propto \sqrt[3]{NR} \quad (2)$$

En este caso a es el radio de la zona de contacto. Si se aumenta 4 veces la carga y 2 veces el radio de la esfera se consigue aumentar al doble el radio de la zona de contacto y mantener constante el máximo de la presión.

4. ESTADO TENSIONAL. CONTACTO ESFÉRICO

En la figura 1 se muestra un esquema de las cargas en este tipo de contacto.

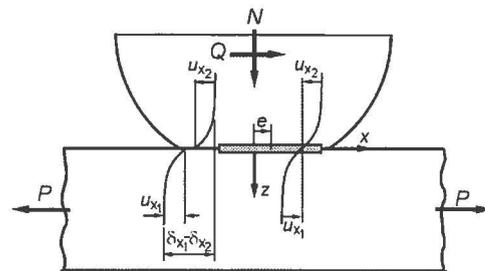


Fig. 1. Esquema de la zona de contacto.

Las tensiones normales y tangenciales en el contacto entre una esfera y un plano cuando hay aplicadas una carga normal, N , tangencial, Q , y axial, σ_a , en la pieza plana son bien conocidas, [17].

$$p(r) = \frac{3N}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (3)$$

$$q_x = \frac{3\mu N}{2\pi a^3} (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}} = \mu p(r) \quad r_c < r < a \quad (4)$$

$$q_x = \frac{3\mu N}{2\pi a^3} (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{c}{a} \frac{3\mu N}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{r_c^2}{c^2}} \quad r < r_c \quad (5)$$

$$r_c = \sqrt{(x - e)^2 + y^2} \quad (6)$$

$$\frac{c}{a} = \left(1 - \frac{Q}{\mu N}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

$$e = \frac{4\sigma_a a}{\pi\mu p_0} \frac{1}{(1 + \nu)(4 - 3\nu)} \quad (8)$$

donde a es el radio de la zona de contacto, c es el radio de la zona no deslizante y e la excentricidad de esta

última. Esta excentricidad ha sido calculada suponiendo tensión plana debida a la carga axial. Estudios recientes realizados con elementos finitos muestran que esta suposición está más cerca de la realidad, [18].

Una vez conocidas las tensiones normales y tangenciales en la superficie se pueden calcular las tensiones en cualquier punto de los sólidos en contacto utilizando la solución de Hamilton y Goodman [19]. Las expresiones explícitas fueron obtenidas más tarde por Hamilton [20] y por Sackfield y Hills [15], las cuales son más sencillas de manejar.

Es evidente que el estado de tensiones bajo la zona de contacto es multiaxial y por lo tanto será necesario emplear algún criterio de fatiga multiaxial. Por ejemplo el criterio de McDiarmid [21], propone como tensión equivalente

$$\sigma_{eq} = \frac{\Delta\tau_{max}}{2} + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \sigma_{max} \tag{9}$$

donde $\Delta\tau_{max}$ es el máximo incremento de las tensiones tangenciales, σ_{max} es la tensión normal máxima en la dirección perpendicular al plano donde $\Delta\tau$ es máxima, t es el límite de fatiga a torsión y σ_{TS} es la tensión de rotura. La figura 2 muestra la evolución de este parámetro adimensionalizado con t para unas cargas determinadas, a lo largo del eje de simetría del contacto y a diferentes profundidades.

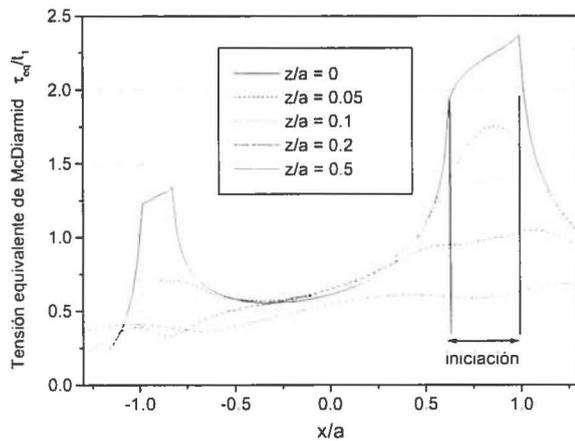


Fig. 2. Parámetro de McDiarmid.

Cuando este parámetro es mayor que la unidad indica que se iniciarán grietas. Se observa que las grietas se iniciarán más rápidamente cerca del límite de la zona de contacto y que existe un fuerte gradiente de tensiones porque prácticamente a una profundidad de 0.2 veces el radio de la zona de contacto ya no se inician grietas.

Pero el campo de tensiones es aún más complejo. Aunque las cargas aplicadas varíen proporcionalmente, las tensiones producidas por éstas no lo hacen. En un

trabajo publicado por Domínguez [22] se muestra este hecho, figura 3.

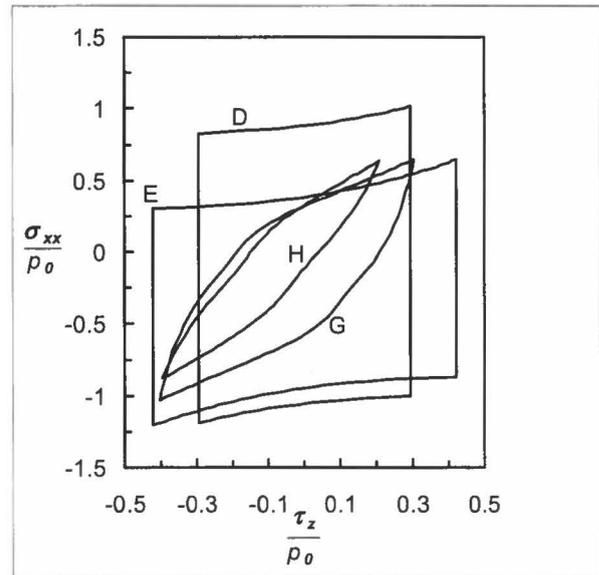


Fig. 3. Relación entre σ_{xx} y τ_x para cuatro puntos diferentes.

Esta figura muestra la variación de la tensión σ_{xx} frente a τ_x a lo largo de un ciclo de carga y en distintos puntos para unas cargas determinadas. D ($y = z = 0, x = 0.87 a$), E ($y = z = 0, x = 0.71 a$), G ($y = 0, z = 0.05 a, x = 0.71 a$) y H ($y = 0, z = 0.1 a, x = 0.71 a$). A medida que aumenta la profundidad la no proporcionalidad va disminuyendo. Diferentes autores [23,24] han señalado que este desfase entre las tensiones puede provocar un mayor daño al material que si fueran en fase.

5. INICIACIÓN-PROPAGACIÓN

5.1. Iniciación

A partir de cada criterio de fatiga multiaxial se puede obtener una tensión equivalente para luego relacionarla con la curva típica del material, $\epsilon-N$.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \epsilon'_f (2N_i)^c \tag{10}$$

donde $\Delta\epsilon$ es la deformación normal obtenida en ensayos con probetas sin entalla y ciclo simétrico, E es el módulo de Young, N_i es el número de ciclos para iniciación y el resto son constantes que dependen del material.

Particularizando el criterio de McDiarmid, ecuación 9, para un ensayo de fatiga con $R = -1$ se obtiene una relación entre las dos curvas.

$$\frac{\sigma_{eq}}{E} = f \cdot \left(\frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \epsilon'_f (2N_i)^c \right) \tag{11}$$

donde

$$f = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \right) \tag{12}$$

De esta forma, dadas las tensiones en un punto se puede conocer cuánto tiempo tardaría una grieta en iniciarse.

5.2. Crecimiento

También se puede calcular cuántos ciclos tardaría una grieta en propagarse desde una longitud determinada hasta otra longitud o hasta la rotura. Para ello se necesita: a) alguna forma de poder calcular las tensiones debidas a las cargas aplicadas; b) poder calcular el factor de intensidad de tensiones (FIT) a partir de las tensiones; c) por último se necesita una ley de crecimiento para relacionar la velocidad de crecimiento con el FIT.

- a) En el caso del contacto esférico existen unas expresiones analíticas. La distribución de tensiones tangenciales no es exacta pero es una buena aproximación.
- b) El FIT se puede calcular con una función de peso propuesta por Bueckner [25] para una grieta pasante.

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \left(1 + m_1 \cdot \frac{t}{a} + m_2 \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right) \tag{13}$$

donde a , t y W se muestran en la figura 3 y m_1 y m_2 son funciones que dependen del cociente a/W .

El FIT calculado de esta forma solamente tiene en cuenta el modo I. El motivo es que la grieta es casi perpendicular a la superficie y en esta situación el factor de intensidad de tensiones del modo II es pequeño comparado con el del modo I [26]. Con esta función de peso el factor de intensidad de tensiones se puede obtener de la expresión:

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a w(t) \cdot \sigma_v(t) dt \tag{14}$$

donde σ_v es la tensión normal en la dirección perpendicular al plano de la grieta. En el contacto esférico se tienen grietas semielípticas por lo que se multiplica el FIT obtenido por un factor para tener en cuenta este hecho [27].

- c) La ley de crecimiento se obtiene de la literatura, de ensayos realizados sobre el material en cuestión. Esta ley de crecimiento se modifica para tener en cuenta que cuando la grieta es corta hay un crecimiento por debajo del umbral de grietas largas.

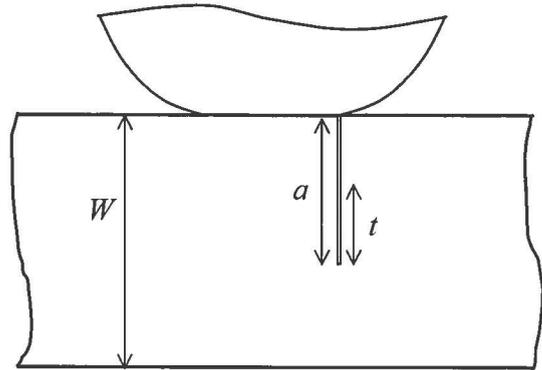


Fig. 3. Sección de la probeta.

En artículos recientes [28] se ha presentado un método que combina estos dos fenómenos (iniciación y propagación) para obtener una estimación de la vida a fatiga en fretting. Consiste básicamente en calcular, para cada punto a lo largo del camino hipotético que va a seguir la grieta, el número ciclos que tardaría en iniciarse una grieta y sumarle el número de ciclos que tardaría en propagarse esa grieta hasta la rotura del componente. La vida estimada del componente será la correspondiente al punto que de un número menor de ciclos.

5. CONCLUSIONES

Se han comparado diferentes tipos de ensayo de fretting fatiga y diferentes geometrías, haciéndose más hincapie en las diferencias entre el contacto esférico y cilíndrico. Dependiendo de qué se quiera estudiar unos serán más útiles que otros. Para analizar y comprender mejor el fenómeno del fretting recientemente se está utilizando el contacto cilíndrico y esférico. Si se quiere estudiar la iniciación en fretting el contacto esférico ofrece más ventajas.

Se ha mostrado la complejidad del estado tensional en fretting, siendo éste multiaxial y con las tensiones variando con un desfase, aunque las cargas varíen en fase. Este hecho es más perjudicial para el componente.

Se ha mostrado cómo obtener una estimación del número de ciclos para la iniciación a partir de un criterio de fatiga multiaxial y la curva $\epsilon-N$ propia del material. Independientemente se propone utilizar una función de peso para calcular el FIT y con éste el número de ciclos que tarda en propagarse una grieta por fretting.

6. REFERENCIAS

[1] Waterhouse R B and Lindley T C (Eds.) Fretting Fatigue, ESIS Publication 18, Mech. Eng. Publ. (1994).

- [2] Hoepfner D W, Chandrasekaran V and Elliot C B (Eds.) *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices*, ASTM STP 1367, (2000).
- [3] Nishioka, K. y Hirakawa, K., "Fundamental investigation of fretting fatigue-part 2. Fretting fatigue testing machine and some test results". *Bulletin of the JSME*, 12, 180-187, (1969).
- [4] Hoepfner, D.W. y Goss, G.L., "A fretting fatigue damage threshold concept", *Wear*, 27, 175-187, (1974).
- [5] Nowell, D. "An analysis of fretting fatigue", Doctor of Philosophy Thesis, Oxford University, (1988).
- [6] Szolwinski, M.P., "Mechanics of fretting fatigue crack initiation", master's thesis, Purdue University, W. Lafayette, IN, (1995).
- [7] Endo, K. Goto, H. y Fukunaga, T. "Behaviors of frictional force in fretting fatigue", *Bulletin of the JSME*, 17, 647-654, (1974).
- [8] Fenner, A.J. y Field, J.E., "A study of the onset of fatigue damage due to fretting", *Proceedings N. E. Coast Institute of Engineers and Shipbuilders*, 76, 183, (1960).
- [9] Milestone, W.D., "Fretting and fretting fatigue in metal to metal contacts", *Proceedings AIAA Structural dynamics and materials conference*, Denver, 86, (1970).
- [10] Wittkowsky B U, Birch P R, Domínguez J y Suresh S., "An apparatus for quantitative fretting-fatigue testing", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 22, 307-320, (1999).
- [11] Ciavarella, M., Hills, D.A. y Mono, G., "The influence of rounded edges on indentation by a flat punch", *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers*, 212 Part C, 319-328, (1998).
- [12] Navarro, C., Mugadu, A., Hills, D.A. y Domínguez, J., "The influence of underlying tension on stabilising partial slip in complete and nearly complete contacts", enviado a la revista *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (octubre 2001).
- [13] Murthy, H., "Modeling of fretting fatigue and life prediction in blade/disk contacts", master's thesis, Purdue University, W. Lafayette, IN, (2000).
- [14] Johnson K.L., *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, (1985).
- [15] Sackfield, A. y Hills, D., "A Note on the Hertz Contact Problem: a Correlation of Standard Formulae," *Journal of Strain Analysis*, 18, 195-197, (1983).
- [16] Bramhall, R., "Studies in fretting fatigue", Doctor of Philosophy Thesis, Oxford University, (1973).
- [17] Navarro, C. y Domínguez J., "Contact conditions and stresses induced during fretting fatigue", *Computational Methods in Contact Mechanics IV*, 453-462, (1999).
- [18] Tur, M., Fuenmayor, J. y Ródenas, J.J., "Influence of bulk stress on contact conditions and stresses during fretting fatigue", enviado a la revista *Journal of Strain Analysis*, (enero 2002).
- [19] Hamilton, G. M. and Goodman, L. E., "The Stress Field Created by a Circular Sliding Contact," *Journal of Applied Mechanics*, 33, 371-376, (1966).
- [20] Hamilton, G. M., "Explicit Equations for the Stresses Beneath a Sliding Spherical Contact," *Proc. of the Institution of Mechanical Engineering* 197C, 53-59, (1983).
- [21] McDiarmid, D. L., "A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 17, 1475-1484, (1994).
- [22] Domínguez, J., "Cyclic variations in friction forces and contact stresses during fretting fatigue", *Wear*, 43-53, (1998).
- [23] McDiarmid, D.L., "Mean stress effect in biaxial fatigue where the stresses are out-of phase and at different frequencies, fatigue under biaxial an multiaxial loading", *ESIS 10, Mech. Eng. Publ.*, 321-335, (1991).
- [24] Fatemi, A. y Socie, D., "A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 11, 145-165, (1988).
- [25] Bueckner, H. J., *Methods of analysis and solutions of crack problems*. pp. 306-307, Sih, G.C. (Eds). Noordhoff International Publishing, Leyden, (1973).
- [26] Faanes, S. y Fernando, U. S., "Life Prediction in Fretting Fatigue using Fracture Mechanics", *ESIS Publication*, 18, 149-159, (1994).
- [27] Suresh, S., *Fatigue of Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, (1998).
- [28] Navarro, C., García, M. y Domínguez, J., "A procedure for estimating the total life in fretting fatigue", enviado a la revista *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, (enero 2002).