INICIACIÓN DE GRIETAS POR FRETTING FATIGA EN CONTACTO ESFÉRICO

C. Navarro, F. J. García-Lomas, J. Domínguez

Universidad de Sevilla Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales Escuela Superior de Ingenieros. c/ Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

Resumen.

En este artículo se propone un método para calcular la vida a fatiga por fretting. Dicho método combina la iniciación con la propagación de grietas, obteniendo, además de la vida total, un número de ciclos de iniciación y de propagación. El modelo se aplica a una serie de ensayos de fretting fatiga en los cuales la probeta no llegó a romperse, pero sí se iniciaron grietas. Estos ensayos se realizaron sobre una aleación de aluminio (Al 7075-T6) y el tipo de contacto usado era esférico. Las probetas ensayadas fueron analizadas, realizando fotografías de las grietas que se habían iniciado. Diferentes leyes de crecimiento han sido utilizadas para modelar el comportamiento de las grietas.

Abstract.

This paper proposes a method for estimating the total fatigue life in fretting fatigue. It compares the fatigue life of some specimens obtained in a series of fretting fatigue tests with the estimates of total fatigue life using a model that separately takes into account the initiation and propagation of the crack. These fatigue tests were conducted on an aluminum alloy (Al 7075-T6) and the contact pads used were spherical. In these tests, the cracks initiate and then stop at a certain point. The specimens were later analyzed to make photographs of the initiated cracks. Different laws of crack growth have been used to model the behaviour of cracks.

1. INTRODUCCIÓN.

La fatiga por fretting es un fenómeno que puede ocurrir en multitud de componentes de máquinas y estructuras como uniones atornilladas y roblonadas, acoplamientos con ajuste a presión, cadenas, etc. [1]. En estos casos se producen pequeños desplazamientos entre distintos puntos de dos piezas en contacto bajo presión generando unas tensiones tangenciales asociadas a las normales en las superficie. Estas tensiones locales se superponen a las tensiones globales de todo el componente, produciendo un efecto similar al de los concentradores de tensión. Debido a estas tensiones aparecen grietas en la zona de contacto mucho antes que si no hubiera contacto entre las partes, grietas que pueden desarrollarse posteriormente hasta la fractura final.

Un aspecto importante en el diseño de componentes mecánicos sometidos a fatiga por fretting es la predicción de la vida a fatiga y muchos recursos se dedican actualmente para conseguir este objetivo [2,3].

Se acepta en general que el proceso de fatiga por fretting debe ser estudiado considerando dos fases: la iniciación de las grietas y la propagación de éstas hasta el fallo. Algunos métodos para estimar la vida a fatiga están basados en el mecanismo de iniciación y usan los resultados obtenidos en algunos ensayos con probetas y carga simétrica, junto con criterios de fatiga multiaxial. Estos métodos se usan más cuando la fase de iniciación es predominante. Otro procedimiento consiste en utilizar la mecánica de la fractura elástica-lineal, que será tanto más aplicable cuanto más pequeña sea la vida de iniciación comparada con la de propagación o cuando haya grietas ya iniciadas [4]. También se puede combinar la iniciación con la propagación definiendo un valor fijo para la longitud de grieta de iniciación. Esta longitud es una forma de definir hasta dónde llega la iniciación y desde dónde se puede considerar que se produce la propagación. La vida total sería la suma del número de ciclos necesario para iniciar una grieta más los ciclos que tarda en propagarse la grieta desde esa longitud definida hasta la rotura [5]. Siguiendo este camino, un paso más hacia delante es combinar la iniciación con la propagación, al igual que en el caso anterior, pero en lugar de definir previamente una longitud fija para la iniciación, ésta se obtiene del propio proceso de cálculo. Existen diferentes métodos de llevar a cabo esta combinación desarrollados por distintos autores [6,7,8] para componentes con entallas,

aunque no han sido aplicados hasta ahora al caso de fatiga por fretting.

En este artículo se presenta un modelo similar al propuesto por Socie [8], donde se combina la iniciación con la propagación, obteniendo una longitud de grieta de iniciación que no es arbitraria. El modelo se aplica para estimar la vida en una serie de ensayos de fretting fatiga.

2. MODELO DE INICIACIÓN-PROPAGACIÓN.

El método aquí utilizado es una modificación del propuesto por Socie, Morrow y Chen [8] para el análisis a fatiga de componentes con entalla. Dichos autores calcularon dos curvas en función de la profundidad de la grieta; una velocidad de crecimiento de grieta debido a mecanismos de iniciación en fatiga a bajo número de ciclos y la velocidad de crecimiento de grieta durante la fase de propagación usando la mecánica de la fractura elástica lineal. La primera se determina hallando, para cada profundidad de la grieta, el número de ciclos necesario para la iniciación de la misma en ese punto y luego calculando la pendiente. De esta forma se obtiene una especie de velocidad de crecimiento de grieta por iniciación. Esta curva es decreciente y para los puntos más cercanos a la superficie es mayor que la velocidad de crecimiento de grietas por propagación, que es creciente. Luego una grieta hipotética, cerca de la superficie, crecería más rápidamente por iniciación que por propagación. A una profundidad determinada las dos curvas se cortan y a partir de ahí la grieta crece más rápidamente por propagación que por iniciación. Según proponían los autores, este punto determina la longitud de grieta de iniciación, la vida de iniciación sería la correspondiente a ese punto y la de propagación sería la integral de la curva da/dN-K desde dicho punto hasta llegar a la rotura.

En vez de calcular de esta forma las vidas de iniciación y propagación $(N_i \text{ y } N_p)$, en este artículo se emplea un método numéricamente equivalente [9]. A lo largo del hipotético camino que seguiría la grieta, se calcula para cada punto el número de ciclos para iniciación, Ni, es decir, el número de ciclos que se necesitarían para iniciar una grieta en ese punto con las tensiones que está soportando. Simultáneamente se calcula el número de ciclos que se requieren para propagar una grieta desde cada punto a lo largo de dicho camino hasta la rotura, N_p , utilizando la mecánica de la fractura elástica lineal. La suma de N_i y N_p proporciona para cada punto el número de ciclos que tardaría en iniciarse en él una grieta y propagarse hasta la rotura. Por lo tanto el mínimo de esa curva es la vida a fatiga del componente. Éstas curvas se muestran en la figura 1. El punto donde se produce el mínimo también define la longitud de iniciación de grieta que coincide exactamente con el calculado en el procedimiento explicado en el párrafo anterior [8].



Fig. 1. Iniciación, propagación y vida total.

3. APLICACIÓN A LA FATIGA POR FRETTING CON CONTACTO ESFÉRICO.

La modificación del método anteriormente explicado consiste en aplicarlo a la fatiga por fretting con contacto esférico. En este caso se tiene una distribución multiaxial de tensiones. Éstas se calculan analíticamente usando las expresiones explícitas obtenidas por Hamilton [10]. Además, la excentricidad de la zona no deslizante debido a la tensión global de la probeta es tenida en cuenta como se muestra en [11]. El primer paso para aplicar este método es localizar el punto de iniciación de la grieta. Experimentalmente se ha comprobado que las grietas se inician en las proximidades del borde del contacto [5]. Este hecho concuerda con los resultados analíticos. Si se aplican diferentes criterios de fatiga multiaxial, (Von Mises, McDiarmid, Simth-Watson-Topper) sobre la superficie y a lo largo del eje de simetría de la zona de contacto, se obtiene como punto más favorable a la iniciación de grietas el límite de la zona de contacto. Aplicando estos criterios a poca profundidad, se obtienen puntos cercanos al límite de la zona de contacto.

Las grietas comienzan a crecer formando un ángulo pequeño con la superficie para luego girar a una profundidad, que en estos ensayos es aproximadamente de 20 µm, y formar un ángulo de unos 70°-80°. Dado que el ángulo en la segunda fase no difiere mucho de los 90°, en los cálculos que se van a realizar se supondrá que la grieta crece perpendicularmente a la superficie. Comparando las vidas obtenidas al aplicar este método a grietas que se inician en el límite de la zona de contacto v puntos próximos a él, creciendo perpendicularmente a la superficie, se observa que la vida es algo inferior cuando se supone que la grieta se inicia en el borde de la zona de contacto. Esto implica que teniendo en cuenta la iniciación junto con la propagación a la hora de buscar el punto más crítico para la iniciación de las grietas, la posición más crítica es el borde de la zona de contacto y

en consecuencia es el que se ha escogido para todos los cálculos.

De los distintos criterios de fatiga multiaxial existentes, en este trabajo se ha utilizado el criterio de McDiarmid [12]

$$\frac{\Delta \tau_{\max}}{2} + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \sigma_{\max} = \sigma_{eq} \tag{1}$$

donde $\Delta \tau_{max}$ es el máximo incremento de las tensiones tangenciales, σ_{max} es la tensión normal máxima en la dirección perpendicular al plano donde $\Delta \tau$ es máxima, *t* es el límite de fatiga a torsión y σ_{TS} es la tensión de rotura. Junto con la curva deformación-número de ciclos

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \left(2N_i\right)^b + \varepsilon'_f \left(2N_i\right)^c \tag{2}$$

donde $\Delta \varepsilon$ es la deformación normal obtenida en ensayos con probetas sin entalla y ciclo simétrico, *E* es el módulo de Young, N_i es el número de ciclos para iniciación y el resto son constantes que dependen del material. Los valores para estas constantes se han obtenido de [9], $\sigma'_f = 1917$ MPa, b = -0.176, $\varepsilon'_f = 0.8$, c = -0.839, para el material Al 7075-T6.

Con objeto de combinar ambas ecuaciones se aplica el criterio de McDiarmid al caso de una probeta sin entalla a la que se le aplican ciclos de tracción-compresión de valor $\pm \sigma$. En este caso el plano donde se producen las mayores tensiones tangenciales máximas es el que forma 45° con la dirección de aplicación de la carga. En dicho plano la amplitud de las tensiones tangenciales es $\sigma/2$ y la máxima tensión normal en la dirección perpendicular a dicho plano es $\sigma/2$, con lo que la tensión equivalente de McDiarmid en este caso es

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma}{2} + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \frac{\sigma}{2} = \sigma \cdot f \tag{3}$$

donde

$$f = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{t}{2\sigma_{TS}} \right) \tag{4}$$

Por otro lado, la curva deformación-número de ciclos en función de la tensión aplicada es

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma'_f}{E} \left(2N_i\right)^b + \varepsilon'_f \left(2N_i\right)^c \tag{5}$$

Si ahora se multiplica la ecuación (5) por el factor f de la ecuación (4) obtenemos

$$\frac{\sigma_{eq}}{E} = f \cdot \left(\frac{\sigma'_f}{E} \left(2N_i\right)^b + \varepsilon'_f \left(2N_i\right)^c\right)$$
(6)

Por lo tanto, cuando se calcula el número de ciclos para iniciación de un punto cualquiera, se calculará primero la tensión equivalente de McDiarmid con la ecuación (1). Comparando las ecuaciones (2) y (6) se obtiene la siguiente relación

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{1}{f} \frac{\sigma_{_{eq}}}{E} \tag{7}$$

Igualando las ecuaciones (7) y (2) se obtiene una relación entre la tensión equivalente de McDiarmid y el número de ciclos para iniciación.

Como ya se dijo anteriormente, las grietas se inician con un ángulo pequeño y rápidamente giran formando un ángulo de 70°-80°. Sin embargo, con objeto de calcular el factor de intensidad de tensiones se supondrá que la grieta crece perpendicularmente a la superficie por debajo de ese punto. El hecho de que el ángulo de la primera parte de la grieta (*a* en la figura 2) sea muy diferente de 90° no afectará al cálculo del factor de intensidad de tensiones en la segunda parte (*b* en la figura 3) incluso para valores altos de *a/b* (*a/b* ~ 10) [13].



Fig. 2. Grieta quebrada.

Solamente se va a calcular la contribución del modo I en el crecimiento de la grieta ya que es casi perpendicular a la superficie y en esta situación el factor de intensidad de tensiones del modo II es pequeño comparado con el del modo I [4]. Éste se calcula usando una función de peso calculada para una grieta en un problema plano propuesta por Bueckner [14].

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \left(1 + m_1 \cdot \frac{t}{a} + m_2 \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right)$$
(8)

donde *a*, *t* y *W* se muestran en la figura 3 y m_1 y m_2 son funciones que dependen del cociente a/W. Con esta función de peso el factor de intensidad de tensiones se puede obtener de la expresión:

(9)

$$K_{I} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{0}^{u} w(t) \cdot \sigma_{x}(t) dt$$

donde σ_x es la tensión normal en la dirección perpendicular al plano de la grieta. Este factor de intensidad de tensiones tiene que ser corregido para tener en cuenta que la grieta es tridimensional y también su relación de aspecto. La relación de aspecto de la grieta es aproximadamente 0.5 y esto lleva a un factor de corrección de 0.78, [15].



Fig. 3. Sección de la probeta.

Distintas leyes de crecimiento de la grieta han sido consideradas. Los datos experimentales de crecimiento de grieta se han tomado del programa NASA/FLAGRO [16] para el Al 7075-T6. Estos datos coinciden con otras fuentes para grietas largas [17,18] pero no para grietas cortas, donde como se sabe puede haber crecimiento por debajo del umbral de crecimiento de grietas largas. La función usada en el programa NASA/FLAGRO, ecuación (10), incluye el efecto del coeficiente de asimetría de la carga, R, el valor crítico del factor de intensidad de tensiones, K_c , y el umbral de crecimiento, ΔK_{th} . En este caso el umbral de crecimiento es un valor constante que no depende de la longitud de grieta. Este umbral puede ser corregido por el efecto de la zona plástica en la punta de la grieta multiplicándolo por un factor que depende de la longitud de grieta y de propiedades del material, ecuaciones (11) y (12), [19].

$$\frac{da}{dN} = \frac{5.3465(1-R)^{-2.84} \Delta K^{2.836} (\Delta K - (1-R)\Delta K_{th})^{0.5}}{((1-R)K_c - \Delta K)^{0.5}}$$
(10)

$$\Delta K_{ih} = \Delta K_{ih\infty} \cdot \sqrt{\frac{a}{a+d}} \tag{11}$$

$$d = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th\infty}}{\Delta \sigma_f} \right)^2 \tag{12}$$

donde *a* es la longitud de grieta, $\Delta K_{th\infty}$ es el umbral de crecimiento de grieta para grietas largas con R = 0 y $\Delta \sigma_f$ es el límite de fatiga. La figura 4 muestra la velocidad

de crecimiento en función del rango del factor de intensidad de tensiones para tres modelos distintos de crecimiento. El primero es la ley de Paris, ecuación (13), para R = -1 y con los datos de [16], el segundo es el obtenido de NASA/FLAGRO, ecuación (10), y el tercero es NASA/FLAGRO modificado con el factor explicado anteriormente, ecuaciones (10), (11) y (12).

$$\frac{da}{dN} = 4.2151 \cdot 10^{-12} \ \Delta K^{3.517} \tag{13}$$



Fig. 4. Leyes de crecimiento [16].

4. DATOS EXPERIMENTALES.

Los ensayos con los que se va a comparar el modelo aquí presentado fueron realizados por Wittkowsky et al. [20], de los que se han escogido algunos en donde se paró el ensayo sin que llegara a romperse la probeta pero donde sí aparecieron grietas. El material usado era Al 7075-T6 y sus principales propiedades mecánicas se muestran en la tabla 1. El tamaño de grano perpendicular a la superficie medido según la norma ASTM E 112-88, [21], era aproximadamente de 35 µm.

Tabla 1. Propiedades mecánicas del Al 7075-T6.

UTS (MPa)	σ _{v0.2} (MPa)	ν	
572	503	0.33	
E (GPa)	$\Delta K_{\rm th} (R = 0) \text{ MPa m}^{-1/2}$		
72	2.2		

Las cargas aplicadas en cada ensayo se muestran en la tabla 2, donde Q es la carga tangencial variable, σ es la carga axial variable y N es la carga normal constante. El análisis de estos ensayos ha sido realizado posteriormente. También se muestra en la tabla el número de ciclos, N_{fi} , a los que se paró el ensayo y la

máxima profundidad de grieta que se encontró una vez analizadas las probetas.

Test	N (N)	Q (N)	σ(MPa)	N _f (ciclos)	Prof. (µm)
T1	13	±7	±83	10 ⁷	40
T2	20	±16	±62.5	$2.19\ 10^6$	65
T3	20	±15	±56	$1.54 \ 10^6$	150
T4	20	±15	±63	$2.94 \ 10^6$	110
T5	20	±15	±59	$1.78 \ 10^6$	150

Tabla 2. Cargas en los ensayos de fretting.

En la figura 5 se muestra un esquema del montaje del ensayo con las cargas que se aplican. Este montaje se explica más detalladamente en [22].



Fig. 5. Esquema del puente de fretting.

5. RESULTADOS.

Las probetas correspondientes a los cinco ensayos mencionados fueron analizadas con objeto de determinar las dimensiones de las grietas en el caso de que hubieran aparecido. Así, las probetas fueron cortadas y empastilladas, luego se iban puliendo y cada cierta distancia (\sim 30 µm) se atacaban químicamente y se fotografiaban. De esta forma se puede obtener la forma y dimensiones de la grieta y el lugar donde se inicia. En las figuras 6 y 7 se muestran varias fotografías de las grietas resultantes de los ensayos T1 y T4. En estas fotografías se pueden apreciar los límites de grano así como las grietas que aparecieron en estos ensayos.

Los ensayos T1 y T2 se pararon con una longitud de grieta de entre 40 y 60 μ m, mientras que los otros tres están entre 110 y 150 μ m. También se puede observar en estas fotografías que las grietas se han parado alrededor de un límite de grano. En el ensayo T1, por ejemplo, en el primer límite de grano y en el T4 en el segundo. En algunos puntos se sobrepasa ligeramente el límite de grano y en otros se para antes, de forma que en su conjunto la grieta se para próxima a un límite de grano.

En estas fotografías también se puede comprobar el hecho de que la grieta se inicia formando un ángulo

pequeño respecto a la superficie y luego gira para formar un ángulo de 70°-80°. El giro de la grieta se produce siempre dentro del primer grano. También se puede ver que hay una grieta principal y varias alrededor más pequeñas, las cuales no llegan a las 10 μ m de profundidad. Todas ellas se encuentran dentro de la zona de contacto, lo que quiere decir que la grieta principal no nace exactamente en el límite de esta zona aunque sí próxima a él.



Fig. 6. Grieta en el ensayo T1.



Fig. 7. Grieta en el ensayo T4.

En la figura 8 se muestra la huella dejada sobre la probeta en el ensayo T4 y donde se ha marcado el camino que ha seguido la grieta. En la huella hay una zona circular exterior que es la zona de contacto y otra zona circular interior excéntrica que delimita la zona no deslizante. Los puntos blancos marcan los lugares donde se ha fotografiado y medido la grieta. Se puede comprobar una vez más que la grieta aparece cerca del límite de la zona de contacto.

Utilizando el método de cálculo expuesto en el apartado 2, se calculó para cada uno de los cinco ensayos antes

mostrados el número de ciclos necesario para iniciar una grieta y propagarla hasta la profundidad indicada en la tabla 2. En la figura 9 se muestran estos resultados utilizando como ley de crecimiento la de Paris mostrada en la figura 5.



Fig. 8. Huella en el ensayo T4.

Obsérvese que todas las vidas calculadas son inferiores a la real, a diferencia de lo que pasa con otros ensayos donde la probeta sí llegó a romperse y las vidas estimadas son mayores que las reales [23]. En estos otros ensayos los niveles de tensiones eran mayores que los aquí analizados.



Fig. 9. Número de ciclos estimado.

Utilizando cualquiera de las otras dos leyes de crecimiento mostradas en la figura 4 se llega a un número de ciclos infinito. Para la ley obtenida del programa NASA/FLAGRO los valores del factor de intensidad de tensiones ni siquiera llegan a alcanzar el umbral de crecimiento de grieta como se puede

comprobar de las figuras 5 y 10. En esta última se representan los valores del rango del factor de intensidad de tensiones calculado en cada ensayo según las ecuaciones (8) y (9).



Fig. 10. Factor de intensidad de tensiones.

El origen de esta discordancia con los resultados experimentales es que para grietas cortas existe crecimiento por debajo del umbral de crecimiento de grietas largas. Es por esta razón por la que la ley de crecimiento obtenida para grietas largas mostrada en la figura 4, que no refleja este aspecto, da vida infinita para estos ensayos. Las otras dos leyes, sin embargo, (Paris y la de grietas largas modificada) dan crecimiento por debajo de dicho umbral. El resultado usando la ley de Paris ya se ha mostrado en la figura 9. El que todas las vidas estimadas hasta alcanzar la longitud final medida sean menores de las reales, quiere decir que o bien el mecanismo por el que la grieta se para no está aquí recogida o además de esto la ley de Paris sobreestima la velocidad de crecimiento en estos ensayos.

La curva para grietas largas que se ha modificado para tener en cuenta la zona plástica parece que recoge este comportamiento de grieta pequeña. Pero aplicando el modelo con esta ley de comportamiento el resultado que se obtiene es que no hay fase de propagación. La grieta, según el modelo, crecería por mecanismos de iniciación. Esto implica que usando cualquiera de las dos curvas presentadas con umbral de crecimiento, el resultado es el mismo puesto que no hay propagación. Para cada uno de los cinco ensayos se calculó, usando tan sólo la curva iniciación, qué longitud de grieta debería encontrarse en el momento de parar el ensayo. Estos resultados se muestran en la tabla 3. Se observa que las longitudes estimadas son del mismo orden que las reales, aunque no presentan la misma tendencia. Esto último puede ser debido a que la curva de iniciación no recoge la interacción de la grieta con los límites de grano.

Tabla 3.	. Longitudes	de	grieta	real	y	estimada.
----------	--------------	----	--------	------	---	-----------

Ensayo	a _{real} (μm)	a _{est} (μm)
T1	40	90
T2	65	76
T3	150	60
T4	110	77
T5	150	64

6. CONCLUSIONES.

Se ha empleado un método para calcular la vida a fatiga por fretting combinando la iniciación con la propagación de las grietas, sin definir a priori hasta dónde se considera iniciación y hasta dónde propagación. Se ha aplicado en una serie de ensayos en los que se habían iniciado grietas pero éstas se pararon y la probeta no llegó a romperse.

En la fase de propagación se han estudiado distintas leyes de crecimiento de grieta. Con la ley de Paris se puede estimar el número de ciclos necesarios para que grieta crezca hasta la longitud medida la experimentalmente. El número de ciclos obtenido es siempre menor que el que se obtiene en los ensayos porque en la realidad la grieta se para antes de que se pare el ensavo y esta ley no refleja la parada de las grietas. Utilizando leyes de propagación para grietas largas, con y sin incluir el efecto de la plasticidad en la punta de la grieta, resulta que no hay fase de propagación, solamente iniciación. Calculando las longitudes de grieta que deberían encontrarse para el número de ciclos ensayado, se obtienen unas longitudes del mismo orden que las reales, pero tampoco reflejan la parada de las grietas.

Se ha comprobado que para mejorar el modelo empleado cuando se aplica a ensayos con alto número de ciclos es necesario incluir un criterio para predecir cuándo y dónde se para una grieta.

7. REFERENCIAS.

- 1. Waterhouse, R. B. and Lindley, T. C. (1994) *ESIS Publication* 18. MEP, London.
- Harish G. y Farris T.N., "Shell Modeling of Fretting in Riveted Lap Joints", AIAA Journal, 36, 1087-1093, (1998).
- Ruíz C., Boddington P.H.B. y Chen K.C., "An investigation of the fatigue and fretting in a Dovetail Joint", Exp. Mech., 24, 208-217, (1984).
- Faanes, S. y Fernando, U.S., "Life Prediction in Fretting Fatigue using Fracture Mechanics", ESIS Publication 18, 149-159 (1994).
- Szolwinski, M.P. y Farris, T.N., "Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy", Wear, 221, 24-36 (1998).

- Dowling N.E., "Notched member fatigue life predictions combining crack initiation and propagation", Fatigue of Engng. Mater. and Struct, 2, 129-138, (1979).
- Smith R.A. y Miller K.J., "Prediction of fatigue regimes in notched components", Int. J. Mech. Sci., 20, 201-206, (1978).
- Socie, D.F., Morrow, J. and Chen, W.C., "A procedure for estimating the total fatigue life of notched and cracked members" J. Eng. Frac. Mech. 11, 851-859 (1979).
- 9. Chen, W.C., PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, U.S.A. (1979).
- Hamilton, G.M., "Explicit equations for the stresses beneath a sliding spherical contact", Proc. Of the Institution of Mechanical Engineering 197C, 53-59 (1983).
- Navarro, C. y Domínguez J., "Contact conditions and stresses induced during fretting fatigue", Computational Methods in Contact Mechanics IV, 453–462, (1999).
- McDiarmid, D.L., "A shear stress based criticalplane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 17, 1475-1484 (1994).
- Hills D.A., Kelly, P.A., Dai D.N. and Korsunsky A.M.. Solution of Crack Problems: The Distributed Dislocation Technique. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1996).
- Bueckner, H.J. In: Methods of analysis and solutions of crack problems, pp. 306-307, Sih, G.C. (Eds). Noordhoff International Publishing, Leyden (1973).
- 15. Suresh, S., Fatigue of Materials. Cambridge University Press, Cambridge (1998).
- Fatigue Crack Growth Computer Program, NASA/FLAGRO, , L.B. Johson Space Center, JSC-22267 (1986).
- 17. Fatigue and Fracture, ASM Handbook 19 (1996).
- Taylor D. y Jianchun L. Sourcebook on fatigue crack propagation: thresholds and crack closure. EMAS, London (1993).
- 19. El Haddad, M.H., Topper T.H. y Smith K.N. "Prediction of non propagating cracks", Engineering Fracture Mechanics **11**, 573-584 (1979).
- Wittkowsky, B.U., Birch, P.R., Domínguez, J, Suresh, S., "An Experimental Investigation of Fretting Fatigue with Spherical Contact in 7075-T6 Aluminum Alloy", Fretting Fatigue: Current Technology and Practices, ASTM STP 1367, (1999).
- 21. ASTM E 112-88, "Standard test methods for determing average grain size".
- Wittkowsky, B.U., Birch, P.R., Domínguez, J, Suresh, S., "An apparatus for quantitative frettingfatigue testing", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 22, 307 (1999).
- 23. Navarro C. y Domínguez J. "Estimation of the total life in fretting fatigue with spherical contact", The

13th European Conference on Fracture, (2000), San Sebastián, España.