

USO DE METODOS ENERGETICOS PARA LA CONSIDERACION DEL ENDURECIMIENTO EN MODELOS DE CIERRE DE GRIETAS.

Bohórquez, L., Domínguez, J.

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales
E.T.S. de Ingenieros Industriales (Universidad de Sevilla)
Avenida Reina Mercedes s/n.
41012- SEVILLA

Resumen. En este trabajo se ensaya un método de cálculo de la tensión en el borde de una grieta creciendo por fatiga, mediante la aproximación de la densidad de energía de deformación, propuesta por G. Glinka [1], con objeto de estudiar la influencia que el endurecimiento por deformación tiene sobre el cierre inducido por plasticidad. Para ello se parte del modelo de Newman, modificándolo adecuadamente [2].

El modelo propuesto por Newman considera un comportamiento rígido-plástico perfecto del material, suponiendo una distribución uniforme de tensiones en la zona plástica. Debido al comportamiento real del material la distribución de tensiones en dicha zona no puede ser uniforme, alcanzándose valores muy superiores a los del límite de fluencia, que influyen sensiblemente en las tensiones de cierre. En este trabajo se aproxima la distribución real de tensiones mediante el citado método de la densidad de energía de deformación aplicándolo al modelo de las bandas en fluencia de Newman.

Abstract. In this work, a fatigue growing crack tip stress assessment method, based on the equivalent strain density approximation, developed by G. Glinka, is used in order to study the influence of the strain hardening on the plasticity induced closure. To achieve this, we have used the Newman's model, modifying it to account for the idea pointed out above.

Newman supposed a rigid-plastic material behaviour using a uniform stress distribution in the plastic zone ahead of the crack tip. Due to the real material behaviour the stress distribution in this zone cannot be uniform, developing stresses very much higher than the yielding one, that influence strongly on the closure stresses. In this work, the real stress distribution is approached, using the already pointed out energetic method applying it to the Newman's yielding strip model.

1. INTRODUCCION.

El concepto de cierre de grieta nace de la observación experimental del comportamiento de las superficies de una fisura sometida a cargas cíclicas. Se comprueba que éstas pueden permanecer en contacto incluso cuando la grieta está sometida a tensiones de tracción [3].

Los factores que influyen con más o menos intensidad sobre este fenómeno son varios y de naturaleza diversa. Entre ellos puede citarse el cierre por plasticidad: debido al comportamiento elasto plástico del material, al someter al espécimen a carga positiva, se producen unas deformaciones plásticas de tracción en el borde de la grieta. Al crecer ésta, la deformación residual del material que formaba parte de la zona plástica permanece, pasando dicho material a formar parte de las superficies de la grieta. El alargamiento residual fuerza a las

superficies a entrar en contacto antes de alcanzarse la tensión nominal nula. Como primera aproximación al problema, se podría decir que la tensión remota que está aplicada justo en el instante del contacto es la tensión de apertura S_{op} . Cuando la grieta sigue descargándose el material de las superficies se ve obligado a comprimirse, quedando sometido a una tensión residual (fig.1.1), que de alguna manera está relacionada con S_{op} , como veremos más adelante.

Otro factor que contribuye al efecto de cierre es la rugosidad de la superficie de la grieta. El crecimiento de ésta nunca se produce en línea recta, apareciendo irregularidades que dan un aspecto de sierra a la superficie de la fisura. La altura de las irregularidades depende mucho del tipo de material, nivel de carga y de la microestructura, siendo mayores en materiales con superior tamaño de grano. En la fase de

descarga de un ciclo de variación de la tensión, cuando la apertura de la grieta es del orden de la altura de los dientes, una pequeña componente en modo II del desplazamiento de las superficies provoca el contacto entre éstos, anticipando el instante en que se produce el cierre (Fig 1.2). Aunque este fenómeno siempre está presente, su efecto solo es apreciable en materiales que

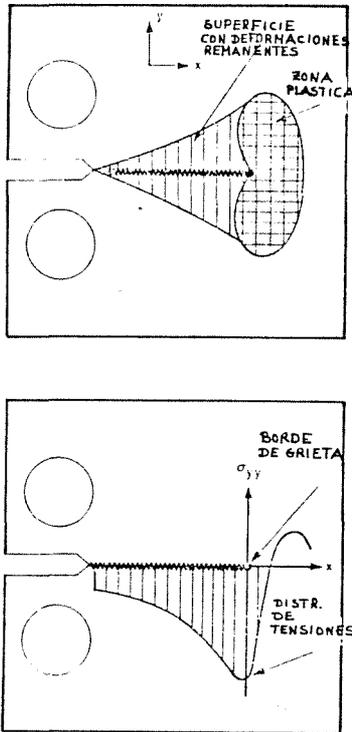


Fig. 1.1 Cierre por plasticidad

producen alto grado de rugosidad sometidos a bajos niveles de carga.

Entre los factores que afectan al cierre, también cabe citar los mecanismos de oxidación, presión de fluidos en el interior de la fisura y transformación de fase del material. Una descripción más detallada de estas y otras fuentes de cierre de grieta pueden verse en la bibliografía [4].

El fenómeno del cierre de grieta toma especial relevancia en la teoría del crecimiento de grietas por fatiga al poder explicar en parte, al menos de modo cualitativo, el efecto que tienen sobre la velocidad de crecimiento el ambiente, las características metalúrgicas, las condiciones de carga, etc.

Paris [5], basandose en observaciones experimentales, modeló el crecimiento de grieta por fatiga en términos de la amplitud del factor de intensidad de tensiones ΔK , mediante una ley exponencial del tipo:

$$da/dN = C_0 \cdot \Delta K^N \quad (1.1)$$

Donde a es la longitud de la grieta, N el número de ciclos, y C_0 y N son constantes a determinar mediante ensayos.

Experimentalmente se comprueba que C_0 depende, para un mismo material, de las condiciones ambientales y especialmente del coeficiente de asimetría de la carga R y del espesor del sistema en cuestión:

$$da/dN = F(\Delta K, R, t, T, \text{ambiente}) \quad (1.2)$$

Donde t es el espesor del espécimen y T la temperatura.

Elber, al observar experimentalmente el fenómeno del cierre de grieta, justifica la dependencia de C_0 respecto a R y el espesor t , diciendo que mientras que la grieta esté cerrada no existe singularidad en el borde físico de ésta y por tanto en la porción del ciclo en que esto ocurre no se produce crecimiento alguno. Esto se traduce en que el parámetro que gobierna el crecimiento de la grieta no es ΔK sino ΔK_{ef} siendo

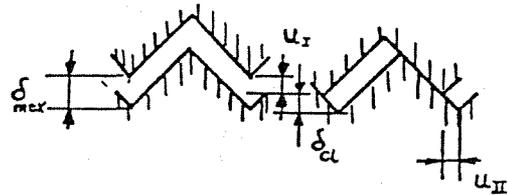


Fig. 1.2 Cierre por rugosidad.

$$\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{op} \quad (1.3)$$

Donde K_{op} es el factor de intensidad de tensiones en el momento de la apertura de la grieta.

Es decir, Elber propone una ley de la forma:

$$da/dN = C \cdot \Delta K_{ef}^N \quad (1.4)$$

Experimentalmente se comprueba que, para al menos algunos casos estudiados y en el rango de velocidades de crecimiento en el que se cumple la ley de Paris, al representar da/dN en función de ΔK_{ef} , las curvas para diferentes valores de R se funden en una sola. En otras palabras, mientras que C_0 en la ecuación (1.1) depende de R , y por tanto habrá una curva para cada valor de este parámetro, la ecuación (1.4) es la misma para distintos valores de R [6]. O lo que es lo mismo:

$$da/dN = F(\Delta K_{ef}, T, \text{ambiente}) \quad (1.5)$$

Uno de los principales problemas que surge a la hora de tener en cuenta el fenómeno de cierre en el análisis de crecimiento de grietas es la determinación de los valores de K_{op} . Incluso en el terreno experimental existen discrepancias sobre cómo debe ser medido y los resultados pueden variar apreciablemente dependiendo del método

empleado. En el área de los métodos analíticos, existen diversos procedimientos que aproximan con mayor o menor éxito cada una de las partes del fenómeno, sin que ninguno de ellos termine de cerrar el problema en la actualidad.

2. MODELO DE NEWMAN.

Newman, empleando el modelo de Dugdale, ha desarrollado un método numérico para la determinación de los valores de K_{op} ante distintas condiciones de carga. Para ello modifica el citado modelo de Dugdale considerando la deformación remanente en las superficies de la grieta. El principal cambio introducido por Newman sobre el modelo de Dugdale, además de la discretización de la zona plástica en elementos rígido plásticos

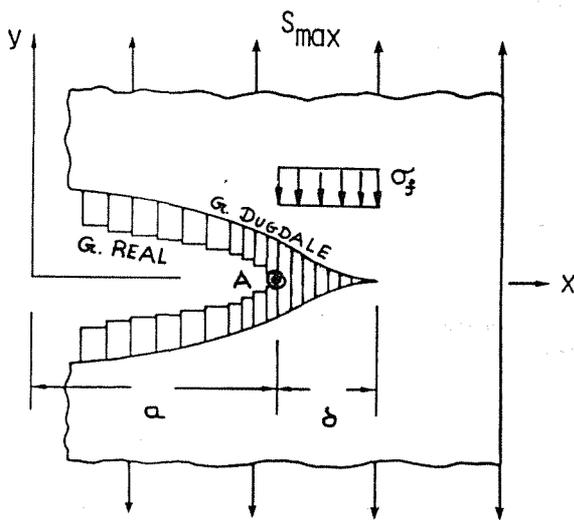


Fig. 2.1 Discretización de la zona plástica y superficie de la grieta en el modelo de Dugdale.

monodimensionales, es la de ampliar dicha discretización a las superficies de la fisura con objeto de poder simular las deformaciones plásticas que la grieta va dejando tras sí en su avance (Fig 2.1). Los elementos situados en la zona plástica tendrán una longitud igual al desplazamiento de la grieta de Dugdale en el punto correspondiente. Su longitud variará cuando la tensión en dicho punto alcance el límite de fluencia. Los situados en las superficies de la grieta tendrán una longitud inicial igual al desplazamiento de la grieta de Dugdale en el borde real de la misma, en el momento en que pase por dicho punto y esté aplicada la carga máxima (punto A de la figura 2.1).

Mientras en un punto de la superficie el desplazamiento de la grieta de Dugdale sea superior a la longitud del elemento, éste no afectará para nada al análisis. En el momento en que el desplazamiento iguala a la longitud, dentro de un semiciclo de descarga, se considera que las superficies de la grieta real entran en contacto. A partir de ese instante el desplazamiento de la grieta ficticia se mantiene igual a la longitud del

elemento y éste pasa a sufrir la tensión de compresión necesaria para mantener el desplazamiento existente entre las superficies.

Este desplazamiento sólo se verá alterado cuando la tensión en el elemento supere la de fluencia del material. A partir de entonces, el punto de la superficie de la grieta de Dugdale comenzará a desplazarse, acortándose el elemento, quedando sometido a una tensión igual al límite elástico.

Un esquema general del funcionamiento del modelo puede ser el siguiente:

1. Cálculo del tamaño de la zona plástica aplicando la condición de Dugdale en el momento de la carga máxima.

$$K_s(a+\delta) + K_\sigma(a+\delta) = 0 \quad (2.1)$$

Siendo $K_\sigma(a+\delta)$ el factor de intensidad de tensiones en la grieta de Dugdale (de longitud $2(a+\delta)$) debido a la presión $\alpha \cdot \sigma_y$ (Fig. 2.1.)

2. Discretización de la zona plástica en un determinado número de elementos, que pueden ser de ancho variable.

3. Cálculo de la longitud de los elementos. Dicha longitud será el desplazamiento de la grieta de Dugdale sometida a la tensión remota máxima S_{max} , más la distribución de presiones $\alpha \cdot \sigma_y$ sobre la zona plástica. Es decir;

$$L_i = S_{max} \cdot f(x_i) + \sum_{j=1}^k \alpha \cdot \sigma_y \cdot g(x_i, x_j) \quad (2.2)$$

Donde k es el número de elementos que forman la zona plástica, $f(x_i)$ es el desplazamiento en el punto de coordenada x_i de la grieta de Dugdale debido a una tensión remota unidad, y $g(x_i, x_j)$ el desplazamiento en el punto x_i debido a una presión unidad actuando en el elemento situado en x_j , σ_y es el límite de fluencia considerado y α es el coeficiente para tener en cuenta las condiciones de tensión plana, deformación plana o intermedias, que se producen en la zona plástica durante la tracción. Para determinadas geometrías existen expresiones analíticas de $f(x_i)$ y $g(x_i, x_j)$.

4. Rotura del número necesario de elementos que simulen el crecimiento deseado de la grieta. Esto se simula haciendo desaparecer la tensión en dichos elementos, los cuales pasan a formar parte de la estela con una longitud igual a la longitud que tenían en el momento de la rotura.

5. Reajuste de la zona plástica al haber crecido la grieta y consiguiente recálculo de las longitudes.

6. Aplicación de la carga mínima S_{min} para el cálculo de la distribución de tensiones en la zona plástica y en aquellos elementos de las superficies que entren en contacto debido a las deformaciones remanentes.

Para ello se usa la ecuación (2.2) aunque en este caso se impone la longitud de los elementos y se determina la tensión. Es decir, se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum \sigma_j \cdot g(x_i, x_j) = S_{min} \cdot f(x_i) - L_i^* \quad (2.3)$$

Con las siguientes restricciones:

en la zona plástica: $-\sigma_y \leq \sigma_j \leq \alpha \sigma_y$

en la superficie: $-\sigma_y \leq \sigma_j \leq 0$

Donde la diferencia de valores de fluencia en tracción y compresión para los elementos de la zona plástica se justifica porque la singularidad en tracción aproxima el estado a uno de deformación plana, mientras que en compresión, al desaparecer la singularidad, el estado se considera próximo a uno de tensión plana.

En aquellos puntos donde se violen las restricciones se impondrán los valores límites de éstas y se dejará como variable a calcular L_i^* , que, en los puntos de la zona plástica y en los de la superficie que entren en fluencia, será el nuevo valor de L_i . En los puntos de la superficie que queden descargados, L_i^* no es más que el desplazamiento de la grieta ficticia.

7. Cálculo de S_{op} . El criterio para el cálculo de la tensión de apertura S_{op} se basa en considerar que su valor será la mínima tensión nominal que produzca desplazamientos en el borde de la grieta ficticia iguales o superiores a los existentes con S_{min} pero suponiendo nulas las tensiones de contacto.

Ante un nuevo ciclo se volverá a repetir todo el proceso anterior.

Incluso en las situaciones reales modelables como problemas planos aparecen fenómenos que son esencialmente tridimensionales y que influyen claramente sobre el valor de las tensiones de cierre. Puede mencionarse: crecimiento no uniforme del frente de la grieta; variación del estado de tensiones entre las superficies del espécimen y los puntos de su interior; etc. Para tener en cuenta estos factores en el análisis, habría que recurrir a modelos tridimensionales, los cuales, si bien ganan en fiabilidad, necesitan de medios y tiempos aún prohibitivos en nuestros días.

Para reproducir de algún modo el efecto de la diferencia entre el estado de tensiones en el interior y la superficie del espécimen, Newman afecta a la tensión de fluencia del ensayo de tracción del material de un factor multiplicador α que habrá que ajustar de forma experimental y estará comprendido entre 1 (tensión plana) y 3 (deformación plana).

El modelo de Newman, por lo tanto, supone una distribución uniforme de tensiones en las zonas plásticas monotónica y cíclica a la hora del cálculo del tamaño de la zona plástica y de las tensiones de contactos en las superficies de la grieta en los instantes de máxima y mínima carga respectivamente.

No obstante, Newman, para tener en cuenta de alguna manera el endurecimiento del material,

usa como tensión de fluencia la media entre la tensión de fluencia propiamente dicha y la tensión de rotura. Si se tiene en cuenta que la tensión de rotura es un valor ficticio correspondiente al cociente de la carga de rotura y la sección inicial de la probeta en un ensayo de tracción, es fácil concluir que la verdadera tensión de rotura será superior a dicho valor, por lo que se encuentra aún menos justificación a la aproximación de Newman.

3. INTRODUCCION DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION.

Con objeto de minimizar la incertidumbre sobre los resultados debido al hecho de no tener en cuenta factores físicos involucrados en el fenómeno, se ha modificado el modelo de manera que tenga en cuenta el endurecimiento por deformación en la distribución de tensiones en la zona plástica.

El problema fundamental a resolver para incluir el efecto del endurecimiento por deformación, es la determinación de la distribución de tensiones y deformaciones en la zona plástica del borde de la grieta. En el modelo de Newman, para resolver los puntos 1, 3, 5 y 6 del apartado anterior, es necesario conocer la distribución de

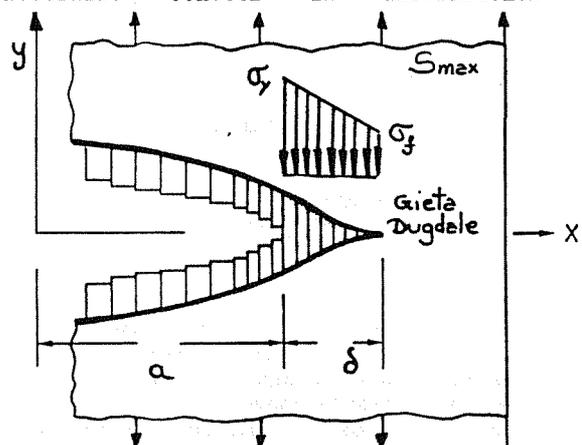


Fig. 3.1 Zona plástica y distribución de presiones en el modelo del presente trabajo para el cálculo del tamaño de ésta.

tensiones producidas ante las cargas máximas (puntos 1, 3 y 5.) y mínimas, punto 6 de un ciclo de carga. Dichas tensiones serán empleadas en vez de la tensión de fluencia σ_{yd} , utilizada en el modelo que no considera el endurecimiento.

En trabajos anteriores [7] se ha abordado el problema del cálculo de las tensiones en el borde de la grieta usando una ley experimental que relaciona la deformación en el borde con la amplitud del factor de intensidad de tensiones del ciclo de carga [8]. A partir de la deformación, mediante la ley de comportamiento del material, se obtenía la tensión y, suponiendo una ley lineal de variación de tensiones en la zona plástica se calculaban las tensiones en dicha zona.

Aunque este procedimiento es una primera aproximación al problema, el método tiene ciertos inconvenientes, entre los que cabe destacar: uso de una ley $\Delta\epsilon - \Delta K$ que nos obliga a realizar, para cada material, experimentos sofisticados para la medición de tensiones en el borde de grieta (microscopía SEM, técnicas de estereovisión, etc) [9], y uso de técnicas estadísticas avanzadas para su correlación con el ΔK (lo que haría perder valor al método analítico frente a la experimentación directa) y; limitación a la hora de reproducir la distribución de tensiones real en la zona plástica, al ceñirse el método al cálculo de tensiones en un solo punto.

En el presente artículo se introduce y presentan los resultados de un primer intento de empleo de la llamada "aproximación de la densidad de energía de deformación" desarrollada por G. Glinka [1] que propone un procedimiento para la obtención de expresiones que nos permitan calcular las tensiones en un sólido elasto-plástico.

Como primera aproximación al método, nos limitaremos a aplicarla para el cálculo de la tensión en el borde de la grieta, manteniendo la hipótesis de trabajos anteriores de una distribución lineal de tensiones en la zona plástica (fig. 3.1).

Básicamente la aproximación está basada en lo siguiente:

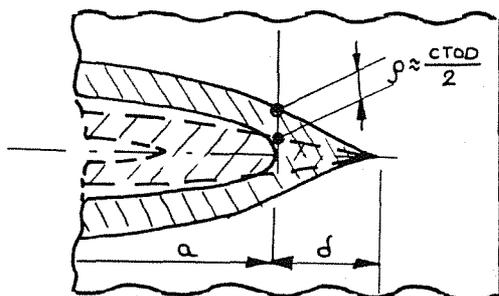


Fig. 3.2 Radio de grieta considerado en el modelo.

Hutchinson [10] demostró que la densidad de energía de deformación, dada por la siguiente expresión,

$$W = \int \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} \tag{3.1}$$

en la zona plástica del borde de una grieta es independiente de que se considere una ley de comportamiento lineal o bilineal. Es decir que la densidad de energía de deformación de un material elastoplástico es la misma que si ese material evolucionase de forma elástica indefinidamente.

$$W_{\sigma} = W_{\epsilon} \tag{3.2}$$

El trabajo de Hutchinson no considera el fenómeno de la redistribución de tensiones que se presenta en las grietas y entallas agudas. Para tener esto en cuenta Glinka [11] modifica la expresión (3.2) introduciendo un coeficiente en la misma.

$$W_{\sigma} = C_p \cdot W_{\epsilon} \tag{3.3}$$

que en grietas puede ser considerado con un valor de 2.

$$W_{\sigma} = 2 \cdot W_{\epsilon} \tag{3.4}$$

Para la evaluación del término W_{ϵ} partimos de la solución elástica de una grieta roma de radio ρ , que particularizada en el borde es:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 0 \\ \sigma_y &= 2 \cdot K / (\pi \cdot \rho)^{1/2} \\ \sigma_z &= 0 \dots\dots\dots \text{en tensión plana, o} \\ \sigma_z &= \nu \cdot \sigma_y \dots\dots\dots \text{en deformación plana} \\ \tau_{ij} &= 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

siendo

$$\epsilon_{ij} = (1+\nu)/E \cdot \sigma_{ij} - \nu/E \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij} \Rightarrow \epsilon_{ij} = f(\sigma_y(K))$$

así pues:

$$W_{\epsilon} = f(K) \tag{3.6}$$

Empleando una ley de comportamiento del tipo:

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + \left[\frac{\Delta\sigma}{E_p} \right]^{1/n} \tag{3.7}$$

es posible evaluar el término W_{σ} en función de σ_y por lo que se obtiene una ecuación de la forma:

$$W_{\sigma}(\sigma_y) = 2 \cdot W_{\epsilon}(K) \tag{3.8}$$

Para la aplicación a nuestro problema de cierre en fatiga hemos hecho las siguientes consideraciones: se establece la ecuación (3.8) en forma incremental y; (Fig.3.2) la consideración del radio de la grieta como el desplazamiento de la grieta ficticia de Dugdale en el punto correspondiente al borde de la grieta real ($\rho = 1/2$ C.T.O.D.). Es decir, para evaluar las correspondientes densidades de energía de deformación sólo consideramos la parte del ciclo en la que la grieta está realmente abierta y para la evaluación del radio de la grieta (producido indefectiblemente por la plastificación del borde) se usa el valor del C.T.O.D. predicho por el modelo de Dugdale, implementado ya en el método de Newman.

Con estas consideraciones llegamos a las ecuaciones siguientes:

$$\Delta W_{\sigma} = \frac{\sigma_y}{2E} + \frac{2}{n+1} \sigma_y \left[\frac{2 \cdot \sigma_y}{E_p} \right]^{1/n}$$

$$\Delta W_s = \frac{2 \cdot \Delta K_{ef}^2}{\pi \cdot \rho \cdot E}$$

$$\Delta W_{\sigma} = 2 \cdot \Delta W_s \quad (3.9)$$

Las suposiciones básicas que se adoptan pues, son: leyes exponenciales de tensión frente a deformación, hipótesis de que el incremento de energía de deformación durante la parte abierta del ciclo es igual al que se produciría si el material evolucionase elásticamente, así como una distribución lineal de tensiones en la zona plástica.

Es decir, la condición que se impone para la determinación del tamaño de la zona plástica es la condición de Dugdale pero usando una distribución de tensiones lineal cuyos valores extremos son: la tensión σ_y obtenida de las ecuaciones (3.9) y una tensión igual al límite de fluencia del 0.2% en el extremo de la zona plástica.

Esta suposición lleva implícito que la distribución de deformaciones en la zona plástica es exponencial, lo cual está basado en resultados experimentales y de elementos finitos que muestran que esta suposición no se aleja mucho de la realidad, pudiéndose tomar como suficientemente válida.

4. RESULTADOS.

Para analizar el efecto de la consideración del endurecimiento por deformación en las tensiones de cierre de grieta obtenidas, se han considerado dos leyes de comportamiento del material. Para cada ley considerada se han determinado las tensiones de cierre con distintas condiciones de carga.

Los límites elásticos y las constantes de la ecuación (3.7) son:

$$\sigma_f = 505 \text{ Mpa}; E_p = 3500 \text{ Mpa}; n = 0.200$$

$$\sigma_f = 750 \text{ Mpa}; E_p = 1700 \text{ Mpa}; n = 0.020$$

Estas dos leyes se han seleccionado de forma que cubran un rango amplio de leyes de comportamiento cíclico de aceros y aleaciones ligeras.

La simulación del crecimiento se ha realizado sobre una probeta de grieta central (C.C.P.) de 60 mm de ancho por 3 mm de espesor sometida a una distribución uniforme de presiones. Se han considerado condiciones de tensión plana ($\alpha=1$). En la tabla I se indican los parámetros del modelo de crecimiento empleado. La velocidad de crecimiento da/dN en función de ΔK_{ef} se ha incluido en el programa en forma de tabla de puntos, indicados en la tabla II, haciéndose la interpolación lineal entre ellos.

Se ha aplicado una carga de amplitud constante, con distintos valores del coeficiente de asimetría R de los ciclos, definido por:

$$R = S_{min}/S_{max} \quad (4.1)$$

En todos los casos se ha mantenido el mismo valor de la tensión nominal máxima en relación a la fluencia del material.

$$S_{max}/\sigma_f = 0.1 \quad (4.2)$$

El valor de ΔK empleado en la comprobación ha sido $6 \text{ Mpa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Los valores empleados del coeficiente de asimetría son: R = 0.0; 0.1; 0.3; 0.5 y 0.7.

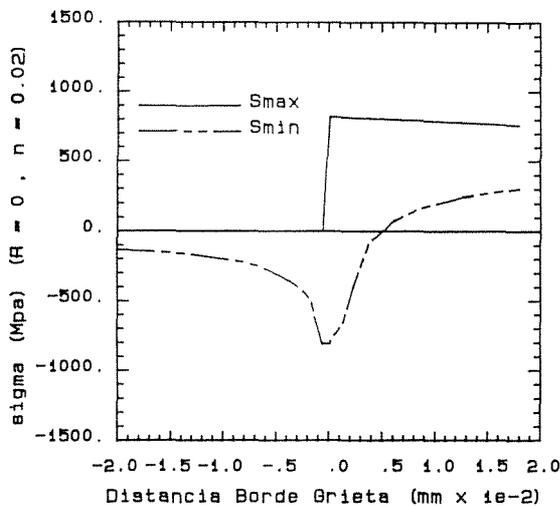
Para conseguir la constancia de S_{max}/σ_y para el valor de ΔK fijado, en los tres materiales y para los distintos R se ha ajustado en cada caso el valor de la longitud de la grieta.

En la figura 4.1 se muestran las distribuciones de tensión obtenidas en las proximidades del borde de la grieta para las cargas máximas y mínimas con R=0 y $\Delta K=6 \text{ Mpa} \cdot \text{m}^{1/2}$. La figura 4.1.a muestra la distribución de tensiones para la ley cuasi elasto-plástica perfecta (n=0.02), y la 4.2.b para la de mayor grado de endurecimiento (n=0.20). Puede comprobarse que los picos de tensión, tanto con la carga máxima como con la mínima, son mayores en el caso de n=0.2 que con n=0.02. Con S_{max} , las tensiones en la zona plástica aparecen variando linealmente, de acuerdo con el modelo propuesto, siendo mayor el gradiente para el caso de mayor endurecimiento por deformación. Con S_{min} , aunque son parecidas las distribuciones de tensión en la zona plástica y las superficies de contacto, se aprecian mayores gradientes de tensión en el caso de exponente de endurecimiento de valor más alto. Otro ejemplo de distribución de tensiones en las proximidades del borde se muestra en la figura 4.2, donde sólo se ha variado R con respecto a la anterior. En este caso el valor del coeficiente de asimetría es R=0.3, variando apreciablemente las distribuciones de tensiones de compresión.

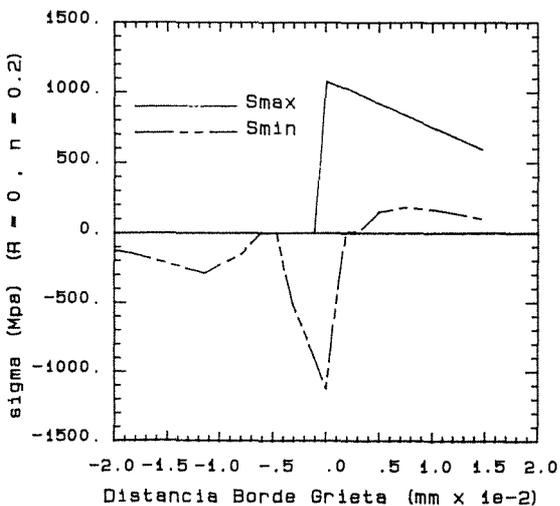
La influencia de la ley de comportamiento en las tensiones de cierre de grieta, para distintos valores de R puede verse en la figura 4.3. En la figura se aprecia una diferencia considerable en los valores obtenidos entre los dos exponentes usados. Mientras que para el comportamiento plástico casi perfecto ($n=0.02$), la evolución de la relación $S_{op}/S_{max}=R_{ef}$ es la esperada, disminuyendo al hacerlo R, al aumentar el exponente de la ley de endurecimiento se produce una inflexión en la tendencia decreciente de S_{op}/S_{max} con R, comenzando a crecer al continuar la disminución de R.

El aumento del valor de R_{ef} cuando R se aproxima a cero está en la línea de los resultados mostrados por Hudak y Davison [12], obtenidos con una aleación ligera 7091, de exponente 0.067 en la ecuación que define la ley de comportamiento.

El aumento de R_{ef} cuando aumenta el valor de n está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros métodos numéricos [13].



(a)



(b)

Fig. 4.1 Distribución de tensiones en la superficie y borde de grieta ($R=0$).

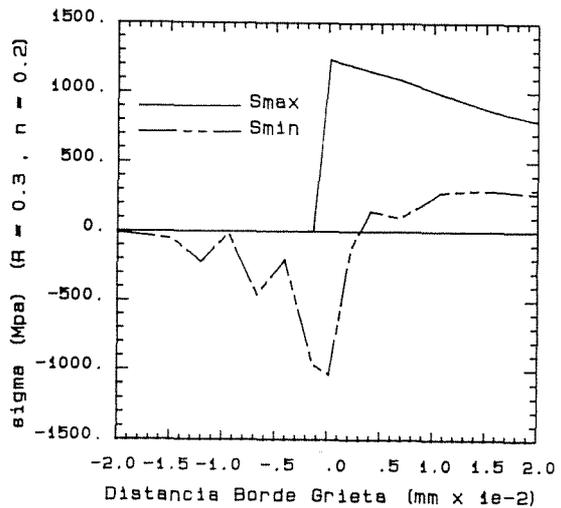
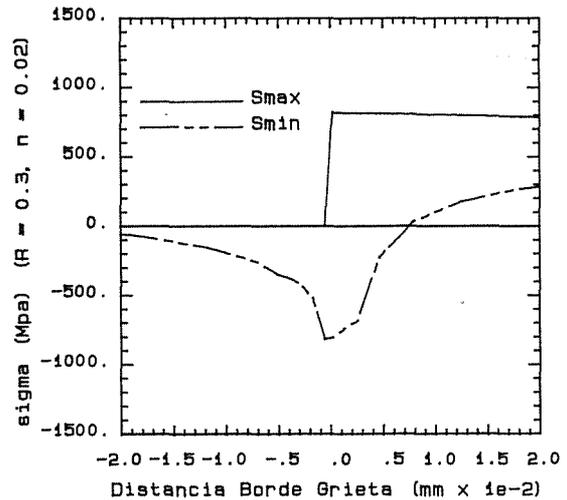


Fig. 4.2 Distribución de tensiones en la superficie y borde de grieta ($R=0.3$).

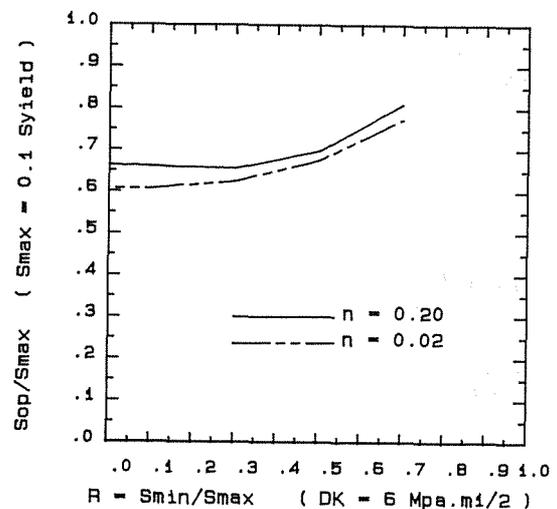


Fig. 4.3 Variación de las tensiones de cierre con el factor de asimetría R.

TABLA I. Parámetros de crecimiento empleados.

B_0	E	ΔK_{th}	K_f	m
0.039	0.792	1.7	30.	0.0

TABLA II. Ley de crecimiento.

ΔK_{ef} (Mpa)	da/dN (m/seg)
0.22	1.00e-11
1.00	2.65e-09
2.83	1.00e-08
3.67	2.80e-08
5.55	3.90e-07
20.00	1.00e-04

5. CONCLUSIONES.

Se ha desarrollado un procedimiento simple para incluir el endurecimiento por deformación en el método de predicción de las tensiones de cierre de Newman. Dicho procedimiento debe considerarse una primera aproximación a los métodos analíticos de determinación de las tensiones en el borde de la grieta, pudiéndose mejorarse mediante el cálculo analítico de las tensiones en toda la zona plástica de la grieta.

A la vista de los resultados de este trabajo se comprueba que el efecto del endurecimiento por deformación, que tiene lugar en gran cantidad de materiales metálicos, sobre las tensiones de cierre, puede representarse en cierta medida con un modelo simple como el desarrollado.

El modelo predice, para valores de R próximos a cero, tensiones de cierre crecientes a medida que lo hace el exponente n de la ley de comportamiento, lo que está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros métodos numéricos.

6. REFERENCIAS

- [1] Glinka, G. (1985). Energy Density Approach to Calculation of Inelastic Strain-Stress Near Notches and Cracks. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol 22 No. 3 Pergamon Press Ltd.
- [2] Newman, J.C. (1981) A Crack-Closure Model For Predicting Fatigue-Crack Growth Under Aircraft Spectrum Loading. *NASA Technical Memorandum 81941*. Hampton, Virginia.
- [3] Elber, W. (1971). Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension. *The Significance of Crack Closure*. ASTM STP 486.
- [4] Banerjee, S. (1984) A Review of Crack Closure. *Air Force Wright Aeronautical Laboratories*. Ohio.
- [5] Paris, P.C. and Endorgan, F. (1963) A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. *J. bas. Engng Trans. ASME Ser. D*. 83
- [6] Schijve, J. (1979). Four Lectures on Fatigue Crack Growth. II. Fatigue Cracks, Plasticity Effects and Crack Closure. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol II. Pergamon Press Ltd. U.K.
- [7] Bohórquez, L. (1989). Influencia del Endurecimiento por Deformación en las Tensiones de Cierre Bajo Carga de Amplitud Constantes. *Anales de la Ingeniería Mecánica*, año 7, Vol. 1. Asociación Española de Ingeniería Mecánica, España.
- [8] Davidson D.L. and Lankford, J. (1984). Fatigue Crack Growth Mechanics for Ti-6Al-4V (RA) in Vacuum and Humid Air. *Metallurgical Transactions A*. Vol 15A.
- [9] Davidson, D. (1983). Fatigue Crack tip Strain in 7075-T6 Aluminium Alloy by Stereoimaging and Their use in Crack Growth Models. *ASTM STP 811*. Philadelphia, USA.
- [10] Hutchinson, J.W. (1968) Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material. *J. Mech. Phys. Solids* 16. USA.
- [11] Glinka, G. (1985). Calculation of Inelastic Notch-Tip Stress-Strain Histories Under Cyclic Loading. *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 22 No. 5. Pergamon Press Ltd. (USA).
- [12] Davidson D.L. (1988) Plasticity Induced Fatigue Crack Closure. *ASTM STP 982*. Philadelphia
- [13] Llorca, J., Sanchez-Galvez, V. (1989) Influence of Stress State, Strain Hardening and Load Ratio on Plasticity-induced Fatigue Crack Closure. *Proceeding of Seventh International Conference on Fracture*. University of Houston. Volume 2. Houston.