

PREDICCIÓN DE VIDA A FATIGA POR FRETTING INCLUYENDO TENSIONES RESIDUALES

J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez

Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales,
Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España.
Tel. +34 954481365
E-mail: cnp@us.es

RESUMEN

Este artículo analiza el comportamiento de piezas sometidas a laser y shot peening ante ensayos de fatiga por fretting. En estos ensayos el material era aluminio Al 7075-T651 y los elementos de contacto tenían forma esférica. La vida a fatiga por fretting se estima teniendo en cuenta las tensiones residuales inducidas por los tratamientos de laser y shotpeening y su relajación durante el ensayo. Estas tensiones residuales se midieron y se introdujeron en el modelo como tensiones dependientes del número de ciclos. Dos tipos de relajación fueron usadas: plástica y relajación debida a la fatiga. El modelo para estimar la vida la calcula como la combinación de la vida empleada en la fase de iniciación más la vida asociada a la fase de propagación. La longitud de transición no se fija a priori sino que depende de las condiciones particulares de carga, geometría y propiedades del material del problema analizado. Las estimaciones de vida se comparan con los resultados experimentales con el objeto de entender el efecto de la relajación de tensiones sobre la vida. También se mostrará qué tratamiento es más efectivo a la hora de incrementar la vida a fatiga por fretting y por qué.

ABSTRACT

This paper analyzes the behaviour of laser and shot-peened specimens subjected to fretting fatigue tests. The material was aluminium Al 7075-T651 and the contact pads had a spherical geometry. Fretting fatigue life is estimated taking into account the residual stress induced by the laser and shot-peening treatments and its relaxation during the test. This residual stress was measured and introduced in the model as cycle dependent stresses. Two types of relaxation were introduced: plastic and fatigue relaxation. The model to estimate life predicts the total life as a combination of the life spent during the initiation phase and the life associated with the propagation phase. The transition length is not previously fixed, but it depends on the particular load conditions, geometry and material properties of the analyzed problem. All these life estimations are compared to the experimental results in order to understand the effect of stress relaxation on life. Also, it will be shown what kind of treatment is more effective on increasing fretting life and why.

KEY WORDS: Fretting fatigue, residual stresses, stress relaxation, shot peening, laser peening, life prediction model.

1. INTRODUCCIÓN

La fatiga por fretting puede aparecer cuando dos elementos entran en contacto y hay fricción entre ellos como consecuencia de las fuerzas aplicadas. Este fenómeno puede aparecer en prácticamente cualquier máquina o estructura, aunque no es siempre la causa final de rotura [1]. El efecto es la aparición de una concentración de tensiones en la zona de contacto y la degradación de la superficie que provoca una iniciación de grietas más temprana.

Hay muchos parámetros que afectan a la fatiga por fretting [2], y controlando éstos se puede ejercer una influencia en su comportamiento. Uno de estos parámetros es la tensión residual que puede aparecer en una pieza por numerosos motivos. Dependiendo del signo de estas tensiones su efecto puede ser perjudicial o beneficioso. Algunos tratamientos, como el laser o shot peening, introducen tensiones residuales de

compresión que mejoran la vida a fatiga. Por lo tanto también se pueden aplicar a piezas sometidas a fatiga por fretting, incrementando su resistencia.

En el análisis de la vida a fatiga, y en concreto también en la fatiga por fretting, se suelen distinguir dos fases: la iniciación de grietas y su posterior crecimiento hasta la rotura. Diferentes modelos se han propuesto para estimar la vida combinando estas fases. En algunos casos la separación entre la iniciación y la propagación se hace de forma arbitraria. En este trabajo se empleará un modelo donde la longitud de grieta de transición no se fija previamente sino que depende de las condiciones particulares de carga, geometría y propiedades del material del problema analizado [3], [4]. De esta forma este modelo puede aplicarse fácilmente a distintas situaciones sin tener que ser modificado.

Este artículo desarrolla un modelo para la predicción de la vida a fatiga por fretting donde el efecto de las

tensiones residuales también está incluido. Este modelo se aplica a una serie de este tipo de ensayos donde las probetas han sido tratadas previamente con laser y shot peening [5].

2. ENSAYOS Y TENSIONES RESIDUALES

Los ensayos de fatiga por fretting se realizaron sobre una aleación de aluminio 7075-T651, cuyas propiedades se muestran en [5]. El esquema del ensayo se muestra en la figura 1 y es explicado con más detalle en [5]. La fuerza normal, N , es constante y las fuerzas axial, P , y tangencial, Q , variables. En estos ensayos los elementos de contacto eran esféricos con un radio de 100mm.

Las tensiones residuales debidas a los tratamientos de shot y laser peening fueron medidas mediante la técnica del agujero ciego e introducidas en el modelo como una tensión media dependiente del número de ciclos. La variación de las tensiones residuales en función del número de ciclos, es decir, su relajación, es debida al menos a dos factores: deformación plástica y relajación debida a la fatiga. Las tensiones son usualmente altas cerca de la superficie, por lo tanto las tensiones residuales de compresión inducen una plastificación rebajando el efecto beneficioso del laser y shot peening. Por otro lado, incluso sin plastificación sigue habiendo una relajación de tensiones residuales debido a la fatiga [6]. La distribución de tensiones residuales iniciales así como las relajadas después de 20.000 ciclos de carga se pueden ver en [5].

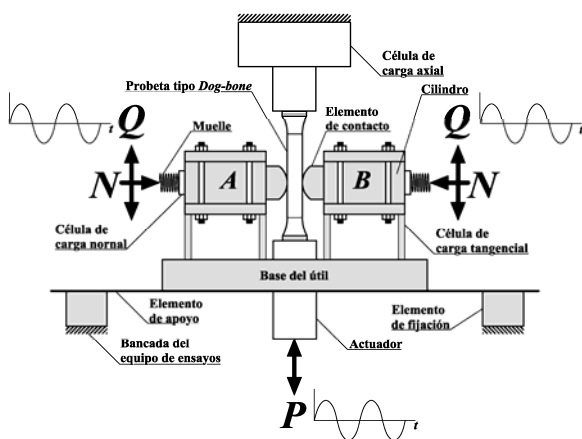


Figura 1. Esquema del útil de ensayos utilizado

3. MODELO

El modelo que se ha utilizado para predecir la vida de las probetas ensayadas era similar al desarrollado por Chen [7], pero con algunas modificaciones. Estas modificaciones se incorporan para introducir, tanto en la fase de iniciación como en la de propagación, el efecto que causa las tensiones residuales y su relajación.

3.1 Modelo de elementos finitos

En primer lugar, se va mostrar el modelo de elementos finitos que se ha utilizado, y del que se obtendrán los estados de tensión y deformación necesarios para poder calcular las fases de iniciación y propagación. Posteriormente se explicará el modo en el que se han resuelto ambas fases del crecimiento de grieta. La figura 2 muestra un esquema del MEF usado.

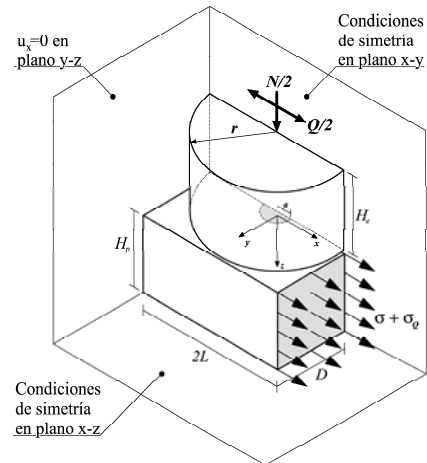


Figura 2. Geometría del modelo de elementos finitos

Para la realización del modelo de elementos finitos, se ha utilizado el código comercial ANSYS® 11.0 SP1. El tipo de elemento estructural utilizado en el modelo es el SOLID185, que consta de 8 nodos y posee tres grados de libertad en cada uno de estos. Los elementos utilizados para simular el par de contacto entre el casquete esférico y el plano son el TARGE170 y el CONTA174, ambos tomados con la opción de 4 nodos por elemento. El algoritmo de contacto usado en el modelo es el Lagrangiano aumentado, que es la opción que viene por defecto, y además con la que se ha obtenido el mejor compromiso entre tiempo de computación y precisión en la solución del modelo. La malla utilizada en las simulaciones consta de 168641 elementos. El comportamiento del material es elastoplástico con endurecimiento cinemático, y para introducir la curva tensión-deformación de este material, se ha utilizado una tabla con 30 puntos de la curva de Ramberg-Osgood dada en [5]. Las distribuciones de tensiones residuales en la parte que simula a la probeta, han sido introducidas mediante el comando ISTRRESS presente en el código ANSYS®. Para modelar la distribución de tensiones residuales en la probeta, se ha supuesto que cualquier dirección contenida en un plano paralelo a aquel donde se desarrolla la zona de contacto es principal, por lo que ambas componentes de la distribución de tensiones residuales pertenecientes a estos planos son iguales. También se ha supuesto que las componentes perpendiculares a estos planos son nulas. Para introducir de una forma correcta una distribución de tensiones en el modelo de elementos finitos, ésta ha de ser autoequilibrada, esto es, que la zona de compresión

ha de ser compensada por una zona de tracción. La distribución de tensiones residuales de tracción que se ha introducido en el modelo para que la distribución sea autoequilibrada es una similar a la descrita por Namjoshi *et al.* [8].

3.2 Cálculo de la fase de iniciación

El primer paso en esta fase consiste en calcular, mediante el modelo de elementos finitos descrito anteriormente, la variación del estado de tensiones y deformaciones durante un ciclo de carga. Para ello se toma el estado de tensiones residuales iniciales, y con éste se evalúan las tensiones y deformaciones durante un ciclo de carga a lo largo de una línea que parte perpendicular a la superficie desde el punto situado en el borde de la zona de contacto, esto es, $x=a$, $y=0$ y $z=0$. El segundo paso es idéntico al primero, excepto que en el modelo de elementos finitos las tensiones residuales introducidas no son las iniciales, sino las relajadas o medidas después de 20.000 ciclos. Una vez que se dispone de la distribución de tensiones y deformaciones en ambos instantes de tiempo a lo largo de la línea anterior, se puede estimar la variación de las tensiones en función del número de ciclos para cada uno de los puntos de la línea [9], que a modo de ejemplo para la componente x del tensor de tensiones viene dada por

$$\sigma_{xx}(N) = \sigma_{xx}^0 N^r, \quad (1)$$

donde N es el número de ciclos transcurridos, y σ_{xx}^0 y r son dos constantes de ajuste de modo que $s_{xx}(1) = s_{xx}^{ini}$ y $s_{xx}(20.000) = s_{xx}^{rel}$, siendo σ_{xx}^{ini} y σ_{xx}^{rel} , las tensiones obtenidas con el modelo de elementos finitos considerando las tensiones residuales iniciales, y las medidas después de 20.000 ciclos de cargas respectivamente. Del mismo modo que se ha hecho con la componente x del tensor de tensiones, se hace con el resto de componentes del tensor de tensiones e igualmente con el de deformaciones. Esto permite estimar la evolución del estado de tensiones y deformaciones con el número de ciclos de carga. Una vez que se conoce el estado de tensiones y su evolución con los ciclos de carga a la largo de la línea en estudio, el siguiente paso es calcular el número de ciclos de iniciación N_{mic} para cada uno de los puntos de la línea. Para obtener N_{mic} se ha utilizado el parámetro SWT [10], ya que ofrece un buen comportamiento cuando se utiliza con aleaciones de aluminio [11], y que se muestra en la ecuación (2). Las constantes de este parámetro se muestran en [5].

$$SWT = \sigma^{\max} \frac{\Delta \varepsilon}{2} = \sigma'_f \varepsilon'_f (2N)^{b+c} + \sigma'_f (2N)^{2b}. \quad (2)$$

Debido a que el estado de tensiones en un punto cambia con el número de ciclos, también lo ha de hacer el parámetro SWT, por lo que la obtención de N_{mic}

directamente mediante la ecuación (2) no es posible. Ya que este parámetro cambia con el número de ciclos, parece adecuado obtener los ciclos de iniciación haciendo uso de la regla de acumulación de daño de Miner [12]. Este proceso de acumulación de daño, se ha realizado de forma discreta aumentando el número de ciclos de 100 en 100. En la figura 3 se muestra el esquema de cálculo utilizado para obtener N_{mic} .

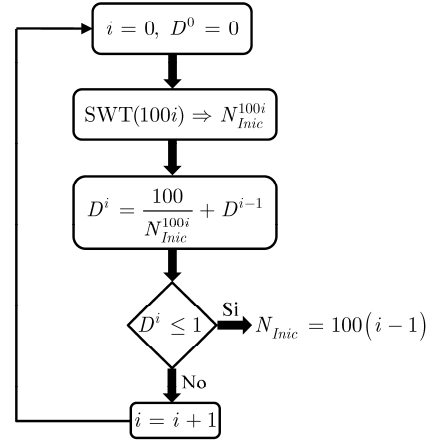


Figura 3. Esquema del proceso de cálculo para N_{mic}

Inicialmente ($i=1$), es necesario calcular mediante el parámetro SWT el número de ciclos de iniciación, que corresponde para el caso donde se han realizado 100 ciclos de carga. Con el valor de $SWT(100)$ se obtiene N_{inc}^{100} , posteriormente se calcula el daño acumulado por el material como, $D = D^0 + 100 / N_i^{100}$, donde hay que tener en cuenta que el daño inicial del material es nulo, por lo que D^0 . Si el valor de D es mayor que la unidad, el material ha fallado, por lo que en esta situación donde $i=1$, se tiene que el número de ciclos de iniciación está entre 0 y 100 ciclos, pero para ser conservativo se toma $N_{mic} = 0$. Si no es así, esto es $D < 1$, se aumenta el número de ciclos transcurridos en 100 unidades, y se vuelve a repetir el proceso anterior hasta que $D > 1$, y de esta forma se obtiene el número de ciclos de iniciación como $N_{mic} = 100(i-1)$.

3.3 Cálculo de la fase de propagación

Para calcular el factor de intensidad de tensiones (FIT) se ha considerado que la grieta crece perpendicular a la superficie, suposición que puede ser usada sin cometer un gran error en los cálculos. El FIT se ha obtenido haciendo uso de la técnica de las funciones de peso, en concreto se ha tomado la función de peso definida por Shen *et al.* [13] para grietas semielípticas que crecen desde una superficie. El FIT para una determinada longitud de grieta l se obtiene mediante la expresión dada por

$$K_I = \int_0^l w(s) \sigma_n(s) ds, \quad (3)$$

donde $\sigma_n(s)$ es la distribución de tensiones normales al plano de la grieta, que se ha calculado mediante el modelo de elementos finitos. En el trabajo de Shin *et al.* [13], esta distribución de tensiones normales es constante a lo largo de la dirección y de la grieta, y únicamente varía con la coordenada de integración s . Esta situación no modela lo que realmente ocurre teóricamente en un contacto del tipo esfera-plano, pues en este caso la distribución de tensiones normales a la superficie de la grieta varía con ambas coordenadas s e y . Para evitar este problema, la distribución de tensiones $\sigma_n(s)$ se toma igual a las distribución dada por $\sigma_{xx}(x=a, y=0, z=s)$ desarrolladas en el contacto esfera-plano. Además, cualquier estimación de vida realizada con la distribución dada por $\sigma_{xx}(x=a, y=0, z=s)$ será conservadora, ya que esta distribución es la que alcanza mayores valores en toda la superficie de la grieta.

En los casos en estudio debido a la relajación de las tensiones residuales, $\sigma_n(s)$ variará con el número de ciclos, por lo que se tendrán dos curvas diferentes que relacionan el FIT con la longitud de grieta l , una para la situación en la que las tensiones residuales son las iniciales, y otra cuando las tensiones residuales son las relajadas. En esta situación para cada longitud de grieta l se tienen dos FIT, uno correspondiente a 0 ciclos de carga (σ_{res} iniciales) y otro correspondiente a 20.000 ciclos de cargas (σ_{res} relajadas), y debido a que la variación del FIT es a causa del cambio de las tensiones residuales, parece lógico relacionar cada par de puntos correspondientes a cada longitud de grieta l de forma similar a como se hizo con la ecuación (1).

$$K_I(N) = K_I^0 N^r, \quad (4)$$

donde de nuevo N es el número de ciclos transcurridos y K_I^0 y r son dos constantes de ajuste para que $K_I(1) = K_I^{ini}$ y $K_I(20.000) = K_I^{rel}$, donde los FIT K_I^{ini} y K_I^{rel} son los obtenidos considerando las tensiones residuales iniciales y relajadas respectivamente.

Para el cálculo del número de ciclos de propagación se ha considerado que el modo principal de crecimiento de grieta es el I, y para ello se ha utilizado de la ley de Paris, donde el rango del FIT ΔK_I , se ha tomado igual a la parte positiva del rango del FIT, esto es $\Delta K_I = K_I^{\max}$.

$$\frac{dl}{dN_p} = C(K_I^{\max}(N_p))^n \quad (5)$$

La integración directa de la ecuación (5) no es posible, ya que tal y como se muestra en esta ecuación, K_I^{\max} depende del número de ciclos de propagación N_p mediante la relación dada por la ecuación (4), por lo que se hace necesario utilizar algún método numérico. En

este caso, se ha utilizado el método de integración numérica de Runge-Kutta mediante la función *dsolve* implementada en el software de cálculo MAPLE®.

3.4 Cálculo del número de ciclos a fatiga N_f

El último paso consiste en sumar las dos curvas obtenidas, las cuales en función de la longitud de grieta l dan los ciclos de iniciación N_{inic} y propagación N_p , obteniéndose una curva N_f tal y como la que se muestra en la figura. La longitud de grieta a la cual se produce el mínimo de N_f es la longitud de iniciación l_i , y ese mínimo N^* de la suma de las vidas de iniciación y propagación, es la vida del componente.

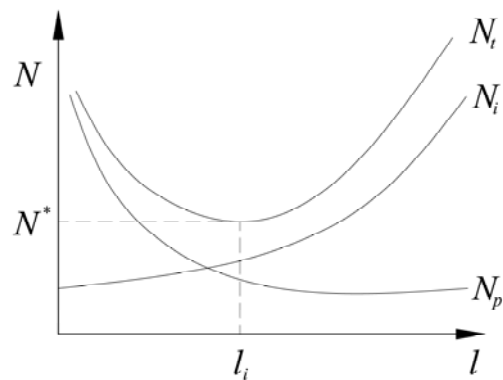


Figura 4. N_i , N_p y N_f en función de l

4. RESULTADOS

El modelo anteriormente descrito para estimar la vida a fatiga por fretting, se ha aplicado a una serie de ensayos realizados en [5]. En estos ensayos las probetas han sido tratadas con shot y laser peening, pero que su rugosidad superficial original ha sido modificada.

En la tabla 1 se muestran los resultados experimentales de estos ensayos, además de las carga axial σ , normal N y tangenciales Q_a y Q_b impuestas. También se incluyen el tipo de tratamiento aplicado en cada uno de los ensayos, donde SP A y SP B corresponden a dos diferentes tipos de shot peening, y LP 1GW y LP 2GW corresponden a tratamientos de laser peening con intensidades de 1GW/cm² y 2GW/cm² respectivamente.

Tabla 1. Vida de los ensayos realizados con la rugosidad modificada

| Trat. | Tipo ensayo | σ | Q_a | Q_b | N | N_f |
|-------|---------------|----------|-------|-------|------|----------|
| SP A | 90/1100/1200 | 90.6 | 1072 | 1090 | 1200 | 283522 |
| SP A | 100/1100/1200 | 102.1 | 1099 | 1099 | 1200 | 191755 |
| SP A | 110/900/1000 | 108.6 | 906 | 903 | 1000 | 238394 |
| SP A | 125/900/1000 | 123.7 | 859 | 900 | 1000 | 196035 |
| SP A | 125/600/650 | 123.9 | 562 | 602 | 650 | 588006* |
| SP B | 90/1100/1200 | 89.9 | 1047 | 1086 | 1200 | 630914 |
| SP B | 100/1100/1200 | 101.1 | 1097 | 1103 | 1200 | 282083 |
| SP B | 110/900/1000 | 112.0 | 900 | 906 | 1000 | 1236088* |
| SP B | 125/900/1000 | 122.8 | 571 | 602 | 1000 | 201385 |

| | | | | | | |
|---------|---------------|-------|------|------|------|----------|
| SP B | 125/600/650 | 125.3 | 888 | 895 | 650 | 1056374* |
| LP 1 GW | 90/1100/1200 | 92.1 | 1045 | 1088 | 1200 | 159956 |
| LP 1 GW | 100/1100/1200 | 100.3 | 1095 | 1107 | 1200 | 142113 |
| LP 1 GW | 110/900/1000 | 111.4 | 901 | 899 | 1000 | 133337 |
| LP 1 GW | 125/900/1000 | 126.4 | 896 | 894 | 1000 | 90418 |
| LP 1 GW | 125/600/650 | 126.1 | 580 | 605 | 650 | 148956 |
| LP 2 GW | 90/1100/1200 | 88.2 | 1030 | 1097 | 1200 | 491557 |
| LP 2 GW | 100/1100/1200 | 101.2 | 1101 | 1099 | 1200 | 201975 |
| LP 2 GW | 110/900/1000 | 113.2 | 901 | 897 | 1000 | 170656 |
| LP 2 GW | 125/900/1000 | 126.6 | 878 | 900 | 1000 | 169456 |
| LP 2 GW | 125/600/650 | 124.7 | 570 | 599 | 650 | 213555 |

* Ensayos donde el fallo se ha producido fuera de la zona afectada por fretting

El motivo por el que se ha evitado aplicar el modelo descrito a los ensayos realizados en [5] con probetas cuya rugosidad es la original, es que bajo estas condiciones, se hace necesario incluir el efecto de la rugosidad en el modelo de elementos finitos.

De las figuras 5 a 8 se muestran las predicciones que ofrece el modelo desarrollado para cada uno de los diferentes tratamientos de shot y laser peening utilizados en los ensayos. Todos los gráficos mostrados están en escala logarítmica y lo que se representa es la predicción de vida del modelo en frente a la vida experimentada en los ensayos. También se muestran dos bandas inclinadas que corresponden a unas relaciones entre la vida experimental y la predicción de $N_{pred} = 2N_{exp}$ y $N_{pred} = N_{exp} / 2$ respectivamente. Las flechas corresponden con ensayos donde el fallo se ha producido fuera de la zona afectada por fretting.

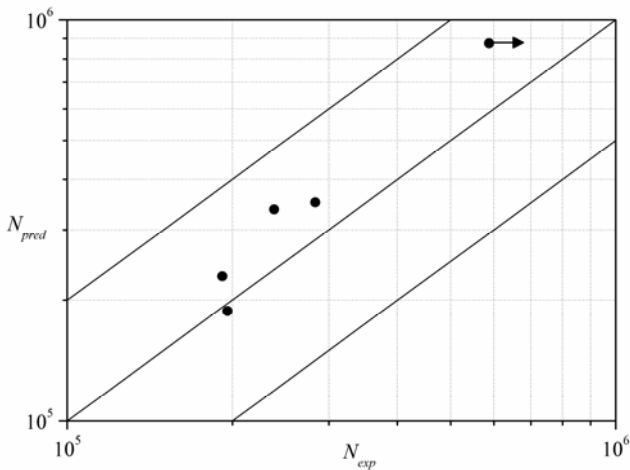


Figura 5. Predicciones para las probetas tratadas con shot peening tipo A

En la figura 5 se observa cómo las predicciones de vida N_{pred} para los ensayos de las probetas tratadas con el shot peening tipo A caen dentro de la banda comprendida entre $N_{pred} = 2N_{exp}$ y $N_{pred} = N_{exp} / 2$. De las cinco predicciones realizadas, tres de ellas son no conservadoras, prediciendo por lo tanto una vida mayor que la realmente experimentada. En lo que se refiere al ensayo tipo 125/600/650, al no haberse producido la

rotura de la probeta por la zona de contacto, se puede concluir que N_{exp} podría ser mayor, de producirse el fallo por la zona afectada por fretting, aunque no se sabe en qué cantidad, por lo que en principio no se puede concluir el carácter de la predicción es este caso. Por último comentar la buena exactitud en la predicción del modelo para el caso del ensayo tipo 125/900/1000, donde el error producido es de un 4%.

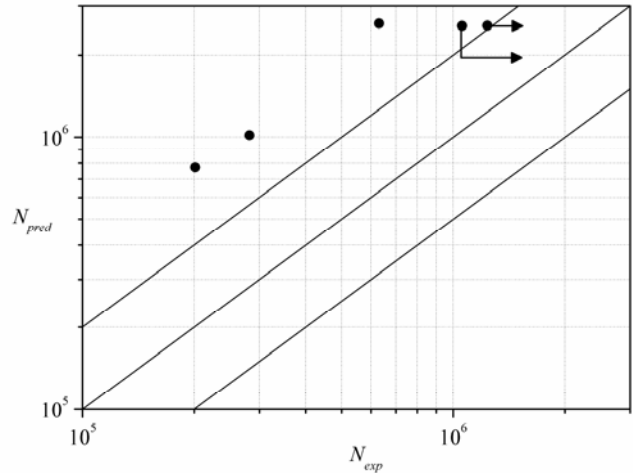


Figura 6. Predicciones para las probetas tratadas con shot peening tipo B

En la figura 6 se muestra cómo las predicciones para los tres ensayos que han tenido un fallo por la zona de contacto, se encuentran por encima de la banda definida por $N_{pred} = 2N_{exp}$ por lo que en este caso las predicciones arrojadas por el modelo no son demasiado buenas. En lo que se refiere a las probetas que han tenido un fallo fuera de la zona de contacto, se pueden obtener conclusiones similares a las expuestas anteriormente para el shot peening tipo A.

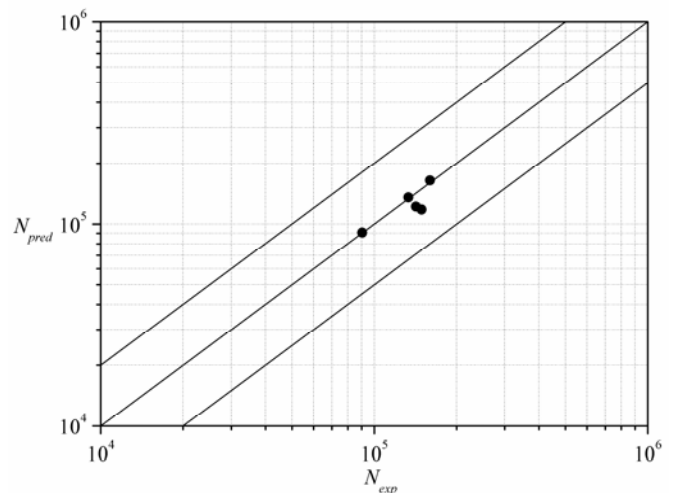


Figura 7. Predicciones para las probetas tratadas con laser peening de $1GW/cm^2$

Viendo los resultados arrojados por el modelo para el tratamiento $1\text{GW}/\text{cm}^2$, figura 7, se puede decir que tres de las cinco predicciones realizadas son muy buenas, cometiéndose un error máximo en la predicción para estos tres casos del 3%. Las otras dos predicciones ofrecen valores conservativos, pero también con estimaciones de vida bastantes cercanas a las experimentales, siendo en estos casos el error máximo cometido en la predicción de entorno al 26%.

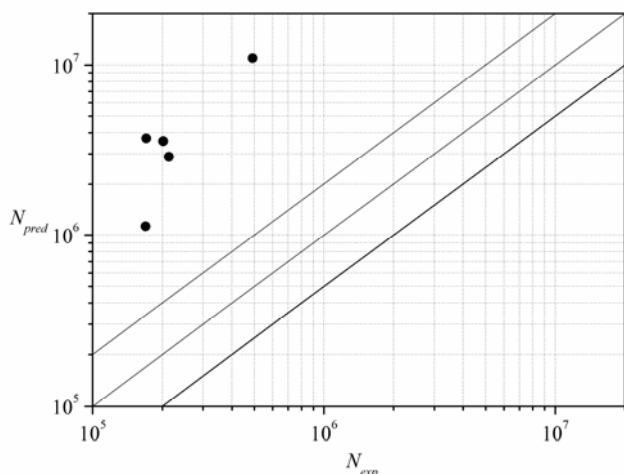


Figura 8. Predicciones para las probetas tratadas con laser peening de $2\text{GW}/\text{cm}^2$

Para este último tratamiento de laser peening con $2\text{GW}/\text{cm}^2$ de intensidad, se observa cómo todas las predicciones son de un orden de magnitud mayor que la vida experimentada por las probetas en los ensayos de fatiga por fretting, siendo por lo tanto el comportamiento del modelo en esta situación bastante no conservativo.

5. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados ofrecidos por el modelo, se puede decir que éste ofrece buenos resultados para los tratamientos de shot peening tipo A y de laser peening de $1\text{GW}/\text{cm}^2$. Curiosamente, estos tratamientos son los dos que dentro de su clase (shot peening o laser peening), tenían el campo de tensiones residuales con valores menores [5], en lo que a tensiones de compresión se refiere. Por el contrario, el modelo tiene un mal comportamiento con los tratamientos de shot peening tipo B y de laser peening de $2\text{GW}/\text{cm}^2$. Uno de los motivos que se le puede achacar al mal comportamiento del modelo con estos dos últimos tratamientos, es que la relajación de tensiones residuales simulada, no coincide con la que realmente experimentan las probetas, debiendo de ser mayor la sufrida en los ensayos realizados. Anteriormente se asumió que la relajación de las tensiones residuales con el número de ciclos debía seguir el comportamiento definido por la ecuación (1), pero es posible que a lo

largo de los ensayos los tratamientos de shot peening tipo B y de laser peening de $2\text{GW}/\text{cm}^2$ sufran una relajación algo distinta a la definida por esta ecuación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Educación y Ciencia de España la financiación de esta investigación a través del proyecto DPI2007-66995-C03-01.

REFERENCIAS

- [1] Waterhouse R.B and Lindley, T.C. (1994) *ESIS Publication 18*. MEP, London.
- [2] Dobromirski, J. M. (1992) Variables of Fretting Process: Are There 50 of Them?, Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment, ASTM International.
- [3] Navarro C, García M, Domínguez J. A procedure for estimating the total life in fretting fatigue. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* **26**, 459-468, 2003.
- [4] Navarro C, Muñoz S, Domínguez J. On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment. *Int J Fatigue* **30**, 32-44, 2008.
- [5] Vázquez J, Navarro C, Domínguez J. Experimental results in fretting fatigue with shot and laser peened specimens. XXVII Encuentro del Grupo Español de Fractura, Oporto, 17-19 Marzo 2010.
- [6] James, M. R. (1987) Relaxation of Residual Stresses - An Overview, *Adv. in Sur. Treat., Technol., Appl., Eff.*, **4**, 349-365.
- [7] Chen, W. C. (1979) A Model for Joining the Fatigue Crack Initiation and Propagation Analysis, Doctoral Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [8] Namjoshi, S. A., Jain, V. K. and Mall S. (2002) Effects of Shot-Peening on Fretting-Fatigue Behavior of Ti-6Al-4V, *Journal of engineering materials and technology*, 124, pp. 222-228.
- [9] Champoux, R. L., Underwood, J. H and Kapp, J. A. (1988) Analytical and Experimental Methods for Residual Stress Effects in Fatigue, ASTM STP 1004.
- [10] Smith, R. N., Watson, P. and Topper, A. (1970) A Stress Strain Function for the Fatigue of Metals, *J. of Materials JMSLA*, 5, pp. 767-778.
- [11] Zhao, T. and Jiang, Y. (2008) Fatigue of 7075-T651 Aluminum Alloy *International Journal of Fatigue*, 30, pp. 834-849.
- [12] Miner, M. A. (1945) Cumulative Damage In Fatigue, *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 12, pp. A159-A164.
- [13] Shen, G., Plumtree, A. and Glinka, G. (1991) Weight Function for the Surface Point of Semi-elliptical Surface crack in a Finite Thickness Plate, *Engineering Fracture Mechanics*, 40, pp. 167-176.