

# Una propuesta de aprendizaje basada en el Ciclo de Mejora en el Aula Virtual (CIMAV) de Matemáticas

## A learning proposal based on Improvement Cycle in Virtual Classroom-ICIVC of Mathematics

INMACULADA CONCEPCIÓN MASERO MORENO

<https://orcid.org/0000-0002-4023-8916>

*Universidad de Sevilla*

*Departamento de Economía Aplicada III*

*[imasero@us.es](mailto:imasero@us.es)*

DOI: <http://dx.doi.org/10.12795/9788447231003.99>

Pp.: 2148-2167



Esta obra se distribuye con la licencia Creative Commons  
Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0  
Internacional (CC BY-NC-ND 4.0.)

## Introducción

Las circunstancias en las que se ha desarrollado el segundo cuatrimestre del curso 2019/2020 han sido muy diferentes a las de cualquier otro curso anterior. La pandemia COVID-19 nos ha llevado al confinamiento, y nos hemos visto obligados a desarrollar nuestra docencia en un escenario virtual. Este nuevo escenario es la causa que me han llevado a desarrollar el presente Ciclo de Mejora en el Aula (CIMA).

En el momento en que comienza el confinamiento, la docencia de la asignatura de la asignatura Matemáticas II de segundo curso de GADE pasa a ser on line, lo que me lleva a un planteamiento docente diferente, tanto de la parte presencial como de la no presencial. El ciclo que expongo aquí surge como como una propuesta para adaptar la enseñanza presencial de esta asignatura a la docencia no presencial en la plataforma de enseñanza virtual de la Universidad de Sevilla. Por ello, este ha sido un *Ciclo de Mejora en el Aula Virtual (CIMAV)*.

La asignatura tiene asignados 6 créditos ECTS de formación obligatoria y en ella se abordan diferentes herramientas que permiten resolver problemas económicos de optimización. El grupo en el que realiza el ciclo pertenece al turno de tarde y tiene matriculados 53 estudiantes. Durante la docencia virtual se ha mantenido el horario de las clases, los martes de 16:00 a 18:00 y los miércoles de 18:00 a 20:00.



## Mapa de contenidos

El diseño de este CIMAV gira entorno al aprendizaje enfocado a que el alumnado sea capaz de aplicar la Optimización Matemática Estática en aquellos problemas económicos que buscan maximizar o minimizar una función económica.

En este Grado, las asignaturas de Matemáticas están asociadas a las materias que facilitan el desarrollo de las competencias específicas instrumentales del mismo. De hecho, pertenecen al módulo de Formación Básica y están asociadas al desarrollo de una competencia específica modular: “*conocer y aplicar los conceptos básicos de Matemáticas*”. En particular, el contenido que nos ocupa, la Optimización Matemática Estática, es uno de los bloques más importantes de las Matemáticas para la Economía y la Empresa. Esto se debe a su enorme aplicación en este ámbito, ya que permite dar respuesta a las necesidades de eficiencia, elección y toma de decisiones, asignación de recursos, etc. Por ello, el desarrollo de su enseñanza debe estar unido inexcusablemente a la exposición de la importancia de los conceptos y las herramientas de optimización a través de ejercicios prácticos y aplicaciones económicas que muestren su utilidad en este campo. Esto va a permitir que la enseñanza de la Optimización Matemática Estática se enfoque en el desarrollo de determinadas competencias clave.

En la segunda fase del Proyecto Tuning se proponen unos competenciales para el área de Administración y Dirección de Empresa. Entre las competencias clase que recoge el informe (González y Wagenaar, 2006), he señalado las que se pueden asociar al aprendizaje del contenido del CIMAV. Así, las competencias clave genéricas serían:

- capacidad para aplicar los conocimientos a la práctica



- capacidad para adaptarse a nuevas situaciones y entre las competencias clave específicas del área:
- ser capaz de fundamentar los principios que habrán de aplicarse para encontrar la solución a un problema, sobre todo a nivel táctico u operativo
- defender la solución propuesta
- preparar la toma de decisiones, sobre todo a nivel táctico u operativo.

En este contexto que delimitan estas competencias asociadas al aprendizaje de la Optimización Estática, cobra especial relevancia la definición de Goñi (2008) de **competencia matemática** como “el uso del conocimiento matemático para resolver problemas o situaciones relevantes desde el punto de vista social” (p. 80). Por supuesto, el logro de la competencia matemática está asociado al desarrollo de un importante número de capacidades y habilidades como la matematización (OCDE, 2013) que se identifica con la resolución de problemas y sus distintas fases (García, 2011).

En este CIMAV, la matematización o resolución de problemas se sitúa en el contexto económico-empresarial, por lo que la enseñanza que se propone en el mismo está enfocada al desarrollo de la *competencia matemática en el contexto particular de la Economía y la Empresa*. Desde este planteamiento se propone el mapa de contenidos que aparece en la figura 1.

El mapa recoge las tres fases en las que se puede organizar la resolución de problemas (OCDE, 2004, en García, 2011) adaptada al área en el que se desarrolla la docencia, el área económico-empresarial:

- Fase de matematización horizontal: traducir problemas económicos (primer bloque: azul claro) a términos matemáticos (segundo bloque: verde). Identificar el



- objetivo (maximizar el beneficio, la producción, el ingreso o la utilidad; minimizar los costes, el nivel de contaminación, el consumo o los impuestos), las variables (la producción, las materias primas o los gases contaminantes emitidos), las restricciones (limitación o disponibilidad de almacenaje, recursos, horas, abastecimiento, etc).
- Fase de matematización vertical: plantear cuestiones que utilizan conceptos y procedimientos de la Optimización Matemática Estática (tercer bloque: rosa). Identificar el tipo de problema (no lineal o lineal), las condiciones para encontrar una solución y el instrumento matemático para la resolución (Condiciones de Kunh-Tucker en Programación no lineal y el Método del Simplex y de las Penalizaciones, Análisis de Sensibilidad en Programación Lineal).
  - Fase de validación y reflexión: reflexionar sobre el proceso de matematización y sus resultados e interpretar los críticamente en términos económicos y validar el proceso (cuarto bloque: azul claro). Interpretación de los resultados matemáticos en términos económicos y sus implicaciones.

Además, me he permitido añadir en esta última fase los resultados del estudio matemático (multiplicadores y análisis de sensibilidad) de las diversas posibilidades que o escenarios que podrían surgir en torno a las condiciones del contexto inicial del problema económico y su interpretación económica (precios sombra, alternativas de producción o venta que generan los mismos resultados, eliminación de factores o procesos, etc).



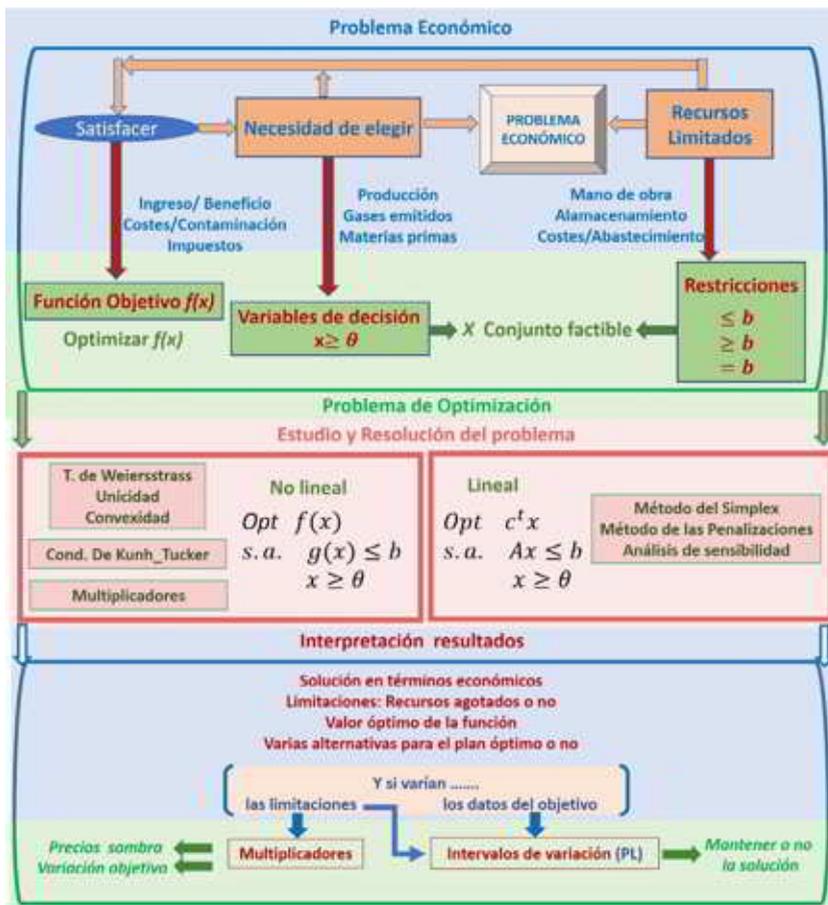


Figura 1. Mapa Conceptual

## Modelo metodológico

El modelo metodológico del CIMAV ha sido planteado desde el escenario de virtualidad en el que hemos tenido que desarrollar nuestra docencia en el segundo cuatrimestre.

Para ello he tenido en cuenta los siguientes aspectos respecto a la **docencia presencial**. En este nuevo planteamiento de **clases presenciales on line** a través de la



plataforma de enseñanza virtual de la Universidad de Sevilla, el estudiante no puede caer en algo tan tentador como es ser un receptor pasivo de la información. Por ello, el modelo metodológico debe recoger su papel activo dentro de la clase como participante en la misma, asumiendo la dirección del aprendizaje a través de su participación, tanto planificada como espontánea durante la clase on line. Esto implica una reprogramación de la planificación docente, especialmente de:

- las actividades de aprendizaje, que en este caso se plantean dentro del “*aprendizaje basado en problemas*”
- y de las intervenciones del docente, que pasa a un segundo plano como guía y planificador de la clase on line.

El **trabajo no presencial** cobra ahora especial relevancia, ya que, en este contexto, el estudiante debe sentirse “acompañado por el docente” para poder continuar “inmerso” y “conectado” en la enseñanza-aprendizaje de la asignatura. Por ello, es importante conseguir “homogeneidad” en la planificación temporal del trabajo presencial y no presencial. En este caso, he creído lo más adecuado a la situación incorporar el modelo de “Aula Inversa”. Este enfoque propone incorporar el estudio teórico y básico al trabajo previo que se realiza en el aula con el docente (Bergmann y Sams, 2012). De esta forma, el trabajo presencial, aunque virtual en este caso, se dedica a trabajar de forma práctica y guiada por el docente aquellos conceptos ya preparados por el estudiante. Este trabajo también incorpora la resolución de dudas, la detección de errores y el afianzamiento de lo aprendido. Uno de los aspectos más valorados de este modelo es que el espacio de trabajo común del grupo con el docente se transforma en una oportunidad para dinamizar el aprendizaje incorporando metodologías activas.



Para esto, es necesario que el docente desarrolle una planificación adecuada al ritmo de aprendizaje al alumnado y que le proporcione los materiales más idóneos para que pueda avanzar progresivamente en el aprendizaje de la materia. Los materiales pueden ser de distintos tipos, en este caso se han utilizado lecturas, apuntes teóricos de la asignatura, ejercicios resueltos, problemas de enunciado económico resueltos y vídeos.

El modelo propuesto, intenta establecer un hilo conductor entre la clase presencial on line y el trabajo no presencial del estudiante. Para ello, antes de cada clase se planifica la lectura y trabajo de los aspectos teóricos o prácticos que se trabajarán en la sesión presencial on line y/o el visionado de 1 o dos vídeos. Además de este trabajo, el estudiante tiene propuesto para cada clase un calendario de trabajo que consiste en la resolución de problemas y preparación de exposiciones para realizar en la clase presencial on line.

El modelo se configura en tres partes:

1. una pequeña recepción (10 min) que completa compartiendo un pequeño guion sobre los diferentes puntos que se abordarán en la clase
2. la parte central, que engloba tres bloques que abordan desde un perfil teórico y/o práctico el desarrollo de la clase (también se ha indicado el bloque de inicio de cada clase).
3. el cierre de la clase que he denominado con un pequeño *resumen* en que se facilitan las indicaciones para el trabajo no presencial y la preparación de la próxima clase.

En el modelo que aparece en la figura 2, se observa en la parte central de la clase un bloque que se dedica a las exposiciones de los estudiantes, lo que permite poner de manifiesto e identificar los errores más comunes a la hora de estudiar un problema junto a los procesos desarrollados en la resolución y que no han sido suficientemente

asimilados a partir del trabajo en clases anteriores y/o en el trabajo no presencial de los estudiantes. Durante las exposiciones, los estudiantes asumen el papel de presentadores y guías en el aprendizaje de aquellos conocimientos relacionados con la utilidad y aplicabilidad de la Optimización Estática en el contexto económico-empresarial.

Dentro de esta parte central de la clase, he situado otro bloque con la realización de un cuestionario teórico-práctico sobre los conceptos y herramientas que se abordan en la clase. Lo más relevante de esta actividad es la puesta en común de los resultados.

El tercer bloque de esta parte central de la clase se dedica a avanzar en la materia a partir del trabajo no presencial introduciendo el estudio de problemas con condiciones diferentes.



Figura 2: Modelo metodológico

El fin de este modelo pedagógico es que el estudiante no solo tome las riendas de su propio aprendizaje sino de la clase magistral, y sea el que ayuda al grupo a entender la resolución de los problemas tanto económicos como matemáticos. El compartir durante la clase me parece un principio básico para enriquecer el aprendizaje del grupo. Además, el estudiante que expone asume su parte de responsabilidad con él mismo y con el grupo, ya que se compromete a exponer y defender su propuesta de resolución.

## Secuencias de actividades

En este CIMA, las actividades que propongo para las exposiciones son la resolución de ejercicios prácticos propuestos en la asignatura, tanto económicos como matemáticos. Comenzaremos por los problemas de enunciado matemático para que el estudiante pueda tener práctica y destreza en la resolución de estos problemas a la hora de enfrentarse a los de enunciado económico.

La tabla 1 recoge la **programación** que he seguido con la secuencia de actividades, en la que he incluido una **evaluación formativa y continua**, en una doble vertiente evaluadora:

- en las **tareas de aprendizaje-evaluación** que, además, se utilizan para identificar y trabajar en clase las posibles deficiencias en cualquiera de los pasos que intervienen en la resolución de un problema, tanto matemático como económico
- a través de los **cuestionarios**.

Tabla 3. Secuencia de actividades del ciclo de mejora

Clase	Actividades en el aula on line	Actividades para el Trabajo no presencial
1ª	<p><b>Cuestionario Inicial.</b></p> <p>A partir de la resolución gráfica y analítica de un problema no lineal (PNL) con restricciones de desigualdad (ejercicio 26) se introducen para introducir las condiciones de Kuhn- Tucker en problemas con restricciones de desigualdad y no negatividad. Resolución (resolución docente/grupo) gráfica y analítica de dos ejercicios matemáticos (30 y 31a).</p>	<p>Ver un vídeo sobre las condiciones de Kuhn-Tucker problemas con restricciones de no negatividad y resolver el ejercicio 35b.</p> <p>Resolución del Ejercicio 32b.</p>
2ª	<p>Exposición por parte de los estudiantes: 35b (estudio) y 32b (estudio), yo empiezo la búsqueda del óptimo y hay que terminarlo en casa.</p> <p>Cuestionario sobre el estudio de los problemas con restricciones de desigualdad.</p>	<p>Resolución Ejercicios: 31b, 32a y 34 (determinar el número de unidades a producir de cada producto para maximizar los beneficios de la empresa).</p> <p>Terminar 32b.</p> <p>Ver un vídeo sobre Lingo.</p>
3ª	<p>Exposición: 32b, 31b, 32a y 34.</p> <p>Un cuestionario sobre Lingo.</p> <p>Resolución del problema 36 pero con una sola restricción a través de la salida de lingo (resolución docente/grupo).</p>	<p>Resolución Problemas con Lingo: 36, 37, 38, 39 (determinar la política de producción óptima de camisetas, el valor aproximado de la cantidad total producida si no se pudiesen fabricar más de un número determinado de camisetas de manga corta) y 40.</p> <p>Vídeo de repaso sobre el estudio de los ejercicios de optimización con restricciones de desigualdad.</p> <p>Vídeo sobre soluciones básicas factibles.</p>

4ª	Exposición: 36, 40. Cuestionario repaso estudio problema y condiciones de K-T. Resolución de dudas. Cuestionario sobre vídeo (Programación Lineal, soluciones básicas factibles). Ejercicio 44 (resolución docente/grupo).	Resolución Ejercicio 41,43. Vídeo: Simplex.
5ª	Exposición: 39, 41. Cuestionario sobre soluciones básicas (Resolución de dudas). Ejercicio 43 (resolución docente/grupo).	Resolución Ejercicio 42, 44b, 45 (resolución gráfica).
6ª	Exposición: 42, 44 b, 45. Cuestionario sobre el método del simplex. Resolución analítica pb 45 (resolución docente/grupo).	Resolución Ejercicio 46a. Planteamiento matemático del problema económico 47 (plan de producción de coches para maximizar el beneficio) y 48 (producción diaria de mesas y sillas que maximiza el beneficio).
7ª	Exposición: 46a, y planteamiento problema 47 y 48. Cuestionario sobre el simplex. Resolución problema económico 47 (resolución docente/grupo).	Resolución Problemas 48, 55a (resolución simplex). Planteamiento 50 (producción de dos tipos de TV para minimizar los gastos), 52 (planificación tiempo de estudio de varias asignaturas para maximizar la puntuación global aprobando cada asignatura), 53 (plan de inversión en para maximizar el beneficio), 54 (plan óptimo de fabricación de cinturones y zapatos para maximizar el beneficio). Vídeo: Análisis de sensibilidad.

8ª	Exposición: 55a y planteamiento problema 52, 53 y 54. Cuestionario sobre el análisis de sensibilidad. Resolución (resolución docente/grupo): 55b y c (análisis de sensibilidad).	Vídeo: Lingo en PL. Problema 57(producción óptima que maximiza el ingreso, unicidad de la solución, disponibilidad de recursos, precios sombra de una unidad adicional de madera o de metal, intervalo de variación del precio de las guitarras para que no varíe la producción que maximiza el ingreso) y 58 (niveles de producción óptimos y el coste mínimo, elección entre opciones de limitación de horas entre las dos divisiones, análisis si cambia el nivel de producción óptimo, intervalo de variación de las limitaciones manteniendo óptima la base).
9ª	Exposición: 57, 58. Cuestionario sobre Lingo y PL. Resolución de dudas/puesta en común y/o debate. <b>Cuestionario final.</b>	

La mecánica de las exposiciones es la siguiente: en la clase anterior solicito voluntarios y se hace un reparto consensuado entre los interesados. Si la resolución de alguno de los ejercicios es extensa, lo exponen dos estudiantes, así uno siempre está en la retaguardia por si algo falla. Comparten su resolución a través de la plataforma de enseñanza virtual y la van explicando. También responde a las preguntas de los compañeros y resuelven las dudas que surgen.

## Cuestionario inicial-final

Dado que el CIMAV comienza una vez que el alumado ya ha trabajado en la resolución de algunos problemas económicos, me ha parecido interesante plantear algunas preguntas sobre el planteamiento de un problema

económico. Como he señalado al explicar el planteamiento del mapa conceptual, transformar un problema económico en un problema matemático, es decir, modelizarlo matemáticamente es el primer paso de la resolución y por lo tanto, relevante no solo en el hecho de ser correcto sino en que el estudiante haya comprendido cada relación y elemento para poder interpretarlo después. He problema es el siguiente

*Una empresa fabrica dos tipos de camisetas: de manga larga y de manga corta. El coste de fabricar  $X$  camisetas de manga larga es  $X^2$  y el coste de fabricar  $Y$  camisetas de manga corta es  $2Y$ . Las condiciones presupuestarias de la empresa obligan a que el coste total de fabricación de las camisetas de manga larga no exceda al de fabricación de las camisetas de manga corta. Además, para no saturar el mercado, no pueden fabricarse más de 50 camisetas de manga corta. Formule el problema para determinar cuántas camisetas de manga larga y de manga corta se deben fabricar si el objetivo de la empresa es maximizar el número total de camisetas a producir. Indique cómo resolvería el problema.*

## Aplicación del CIMAV

El ciclo se ha desarrollado con normalidad dentro del entorno de la enseñanza virtual y ajustándose a la planificación expuesta. En este nuevo contexto de enseñanza on line, el recibir al estudiante antes de clase cobra especial relevancia, ya que hemos perdido el contacto visual con el grupo y con cada estudiante en particular que se producía al entrar del aula. Este saludo o bienvenida ha sido uno de los momentos en los que he podido llegar a aquellos estudiantes más retraídos o aislados debido al anonimato que favorece la no presencialidad.



Una ventaja del modelo que aparece en la figura 2 es su flexibilidad para adaptarse a las necesidades que han surgido durante el desarrollo de la clase. Así, siempre dentro de un margen adecuado, el bloque de las exposiciones ha extendido su duración en función del debate que ha surgido en torno a los problemas que han expuesto los estudiantes.

Lo mismo ha ocurrido con el cuestionario, que también ha servido en alguna clase para comprobar el grado de asimilación del contenido de los vídeos que integraban parte del trabajo no presencial. En otras, se ha realizado una vez terminadas las exposiciones de la clase, sirviendo de base para corregir errores e incidir en las herramientas matemáticas. De esta forma, ha sido posible introducir adecuadamente al estudiante en la última parte dedicada a trabajar sobre nuevos problemas o a ampliar la teoría. En alguna clase también se han realizado en los últimos 30 minutos para comprobar el nivel de comprensión de los contenidos que se han trabajados durante la sesión.

Una de las actividades que han surgido de manera espontánea ha sido a partir de un cuestionario realizado al final de la clase y en el que los estudiantes no obtuvieron buenas calificaciones. Una vez finalizado y observada la calificación total (no por pregunta), propuse a los estudiantes que habían superado el cuestionario la exposición de su elección de respuesta en una de las preguntas (en cada pregunta hay tres/cuatro posibles respuestas y solo una es correcta). Para ello les envié por correo la pregunta asignada y las tres posibles respuestas.

En algunas sesiones, la exposición ha necesitado de más tiempo que ha sido reducido de la parte de avance en la materia, compensándose en la siguiente sesión. Para ello, ha sido necesario incluir en los materiales la resolución de algunos ejercicios, lo que ha facilitado el trabajo



posterior de debate y comentario docente/grupo. Hay que señalar que el alumnado ha agradecido disponer de este material, ya que ha facilitado que pueda seguir el desarrollo de las diferentes operaciones de la resolución de los problemas. Esto ha repercutido positivamente en la comprensión de la explicación del proceso desarrollado en la resolución, y ha promovido la participación durante dicha explicación.

Creo que la secuencia de actividades ha favorecido que el estudiante sea capaz de:

- escribir un problema económico en términos matemáticos
- elegir la herramienta adecuada de optimización para resolverlo distinguiendo entre problemas no lineales y lineales
- aplicar la herramienta matemática para obtener una solución (Condiciones de Kuhn-Tucker y Simplex)
- interpretar los resultados matemáticos en términos económicos y analizar cómo afectarían al objetivo del problema diferentes los diferentes cambios que se puedan hacer en las condiciones del problema (interpretación económica de los multiplicadores, precios sombra).

El logro de estos objetivos ha estado unido a un proceso continuo en el que se ha potenciado el diálogo y debate en el aula sobre el análisis de los ejercicios y problemas económicos, la toma de decisiones sobre las herramientas que se deben utilizar, las condiciones en las que se utilizan y la aplicación de la teoría de la Optimización Matemática Estática a la práctica económico-empresarial. Creo que a esto ha contribuido fundamentalmente el hecho de que el modelo metodológico se centre en el aspecto práctico de las actividades del CIMAV, que necesita de un análisis de las condiciones propias de cada práctica y de la resolución de problemas.



Para valorar el desarrollo de las sesiones he observado el resultado de los cuestionarios en la puntuación global de los mismos, cuyas puntuaciones se han mantenido entre 51,88 puntos y 72 puntos, salvo en el caso expuesto anteriormente y que ha dado pie a una nueva actividad de aprendizaje.

En referencia a los resultados del cuestionario inicial-final, la primera pregunta hacía referencia al problema matemático y la segunda a la forma de plantear su resolución.

La primera escalera tiene cuatro niveles en relación a la formulación del problema matemático:

1. Formula mal el problema: error en la función objetivo y restricciones, no incluye la no negatividad de las variables.
2. Error en la función objetivo o en las restricciones y no incluye la no negatividad de las variables.
3. Plantea bien la función objetivo y las restricciones, pero no incluye la no negatividad.
4. Plantea bien el problema.

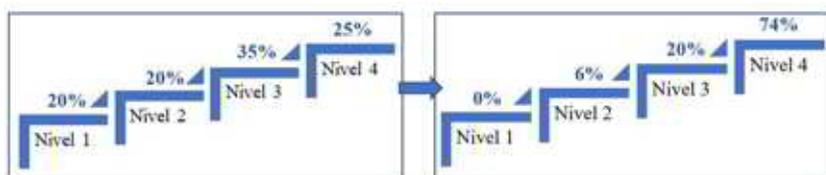


Figura 3. Escalera 1

La segunda escalera hace referencia al proceso de estudio del problema y la herramienta de resolución y las respuestas se han clasificado en torno a cuatro niveles:

1. No hace un estudio de la existencia de solución, la unicidad y la convexidad del problema. No indica cómo resolverlo.

2. No hace un estudio completo. No indica cómo resolverlo o lo hace mal.
3. Hace el estudio completo y no indica cómo resolverlo o lo hace mal o bien no hace el estudio completo pero indica cómo resolverlo
4. Hace el estudio completo. Indica cómo resolverlo o lo hace mal.

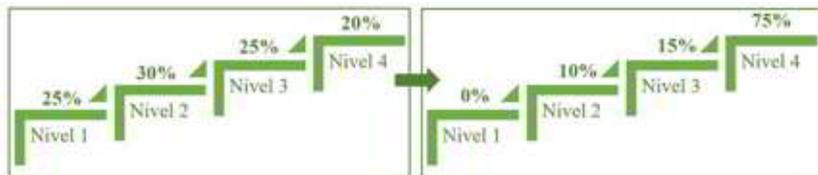


Figura 4. Escalera 2

Independientemente del tipo de docencia que se plantee el próximo curso, creo que se puede mantener el CIMAV propuesto introduciendo algunos cambios o mejoras. Por ejemplo, el número de ejercicios prácticos y problemas debería reducirse en algunas sesiones, ya que permitiría realizar un debate más amplio sobre los puntos conflictivos que surgen al resolver estos problemas. Esto ocurre sobre todo en las últimas sesiones, en las que se abordan problemas cuya resolución incluye la mayoría de las herramientas y técnicas trabajadas en la Programación Lineal.

También plantearía facilitar de manera progresiva y según el avance del grupo una serie de ejercicios y problemas resueltos por mí. Creo que esto proporciona cercanía al estudiante, facilita su atención en clase y promueve el desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis que necesita para completar la resolución en aquellos puntos que le resulten más problemáticos.

También me gustaría introducir el trabajo en grupo en la resolución de los cuestionarios. Esta es una práctica



habitual que ya he desarrollado en los CIMA de cursos anteriores en el aula presencial, obteniendo muy buenos resultados. Creo que sería muy enriquecedor y me permitiría llegar a todos los estudiantes, de la misma manera que me lo ha permitido en la docencia presencial en el aula.



**Palabras Clave:** Ciclo de Mejora en el Aula Virtual (CIMAV), metodologías activas, aprendizaje, aula inversa, Matemáticas para la Economía y la Empresa.

## Referencias bibliográficas.

- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). Flip your classroom: Reach every student in every class every day. International society for technology in education.
- García, M. del M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula. Tesis doctoral. Universidad de Almería.
- González, J. & Wagenaar, R. G. (Eds.) (2003): Tuning Educational Structures in Europe. Informe Final. Fase Uno. Bilbao: Publicaciones de la Universidad de Deusto.
- Goñi, J. M. (2008). El desarrollo de la competencia matemática. Barcelona: Graó.
- OCDE (2004). Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas. París: OCDE.
- OCDE (2013). PISA 2012. Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español volumen I: resultados y contexto. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Secretaría de Estado de Educación, Formación Profesional y Universidades. Dirección General de Evaluación y Cooperación Territorial. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Madrid.

