

## INFLUENCIA DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION EN LAS TENSIONES DE CIERRE BAJO CARGAS DE AMPLITUD CONSTANTE.

Bohórquez Jiménez, L. Domínguez Abascal, J.  
Dpto. de Ingeniería Mecánica y de los Materiales de la Universidad de Sevilla  
Av/ Reina Mercedes s.n.

**Resumen.** - En este trabajo se analiza la influencia que, sobre el cálculo de las tensiones de cierre de grieta, usando el modelo de Dugdale, tiene el considerar o no el endurecimiento por deformación del material en la zona plástica del borde de grieta. Para ello se ha utilizado una versión modificada del programa FAST2, que utiliza el procedimiento propuesto por Newman [Newman, 1981], el cual, en su versión original, supone un comportamiento rígido-plástico perfecto del material. En el trabajo se hace un estudio comparativo para diferentes leyes de tensión-deformación (sustituyendo el comportamiento rígido-plástico perfecto por una ley plástica con un bajo nivel de endurecimiento por deformación)

**Abstract.** - In this work, we study the influence of accounting for the strain hardening on the opening stress calculation using the Dugdale's Model. To achieve this, we have utilized a changed version of the Newman's program FAST2 which, in its original version, assumed a perfectly rigid-plastic behaviour of the material. In the paper a comparative study has been made for different stress-strain laws (replacing the perfectly rigid-plastic behaviour by plastic law with small amounts of strain hardening)

### 1. INTRODUCCION.

El concepto de cierre de grieta nace de la observación experimental del comportamiento de las superficies de una fisura sometida a cargas cíclicas. Se comprueba que éstas pueden permanecer en contacto incluso cuando la grieta está sometida a tensiones de tracción [Elber, 1971].

Los factores que influyen con más o menos intensidad sobre este fenómeno son varios y de naturaleza diversa. Entre ellos puede citarse el cierre por plasticidad: debido al comportamiento elasto plástico del material, al someter al espécimen a carga positiva, se producen unas deformaciones plásticas de tracción en el borde de la grieta. Al crecer esta, la deformación residual del material que formaba parte de la zona plástica permanece, pasando dicho material a formar parte de las superficies de la grieta. El alargamiento residual fuerza a las superficies a entrar en contacto antes de alcanzarse la tensión nominal nula (como primera aproximación al problema, se podría decir que la tensión remota que está aplicada justo en el instante del contacto es la tensión de apertura  $S_{op}$ ). Cuando la grieta sigue descargándose el material de las superficies se ve obligado a comprimirse, quedando sometido a una tensión residual (fig. 1.1), que de alguna manera está relacionada con  $S_{op}$ , como veremos más adelante.

Otro factor que contribuye al efecto de cierre es la rugosidad de la superficie de la grieta. El crecimiento de ésta nunca se produce en línea recta, apareciendo irregularidades que dan un aspecto de sierra a la superficie de la fisura. La altura de

las irregularidades depende mucho del tipo de material, nivel de carga y de la

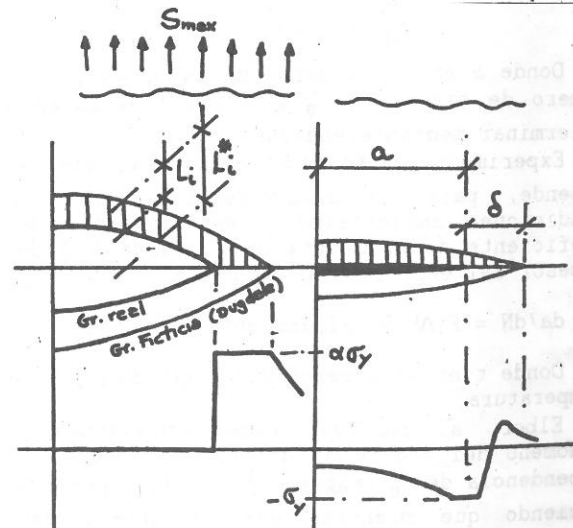


Figura 1.1 Discretización en el modelo de Newman.

microestructura, siendo mayores en materiales con superior tamaño de grano. En la fase de descarga de un ciclo de variación de la tensión, cuando la apertura de la grieta es del orden de la altura de los dientes, una pequeña componente en modo II del desplazamiento de las superficies provoca el contacto entre estos, anticipando el instante en que se produce el cierre (Fig 1.2). Aunque este fenómeno siempre está presente, su efecto solo es apreciable en materiales que producen alto grado de rugosidad sometidos a bajos niveles de carga.

Entre los factores que afectan al cierre, también cabe citar los mecanismos de

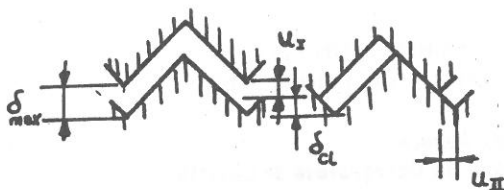


Figura 1.2 Cierre por rugosidad.

oxidación, presión de fluidos en el interior de la fisura y transformación de fase del material. Una descripción más detallada de estas y otras fuentes de cierre de grieta pueden verse en la bibliografía [Banerjee, S., 1984].

El fenómeno del cierre de grieta toma especial relevancia en la teoría del crecimiento de grietas por fatiga al poder explicar en parte, al menos de modo cualitativo, el efecto que tienen sobre la velocidad de crecimiento el ambiente, las características metalúrgicas y las condiciones de carga, etc.

Paris [Paris, P.C. 1963], basándose en observaciones experimentales, modeló el crecimiento de grieta por fatiga en términos de la amplitud del factor de intensidad de tensiones  $\Delta K$ , mediante una ley exponencial del tipo:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \cdot \Delta K^N \quad (1.1)$$

Donde  $a$  es la longitud de la grieta,  $N$  el número de ciclos, y  $C_0$  y  $N$  son constantes a determinar mediante ensayos.

Experimentalmente se comprueba que  $C_0$  depende, para un mismo material, de las condiciones ambientales y especialmente del coeficiente de asimetría de la carga  $R$  y del espesor del espécimen en cuestión.

$$da/dN = F(\Delta K, R, t, T, \text{ambiente}) \quad (1.2)$$

Donde  $t$  es el espesor del espécimen y  $T$  la temperatura.

Elber, al observar experimentalmente el fenómeno del cierre de grieta, justifica la dependencia de  $C_0$  respecto a  $R$  y el espesor  $t$ , diciendo que mientras que la grieta esté cerrada no existe singularidad en el borde físico de ésta y por tanto en la porción del ciclo en que esto ocurre no se produce crecimiento alguno. Esto se traduce en que el parámetro que gobierna el crecimiento de la grieta no es  $\Delta K$  sino  $\Delta K_{ef}$  siendo

$$\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{op} \quad (1.3)$$

Donde  $K_{op}$  es el factor de intensidad de tensiones en el momento de la apertura de la grieta.

Es decir, Elber propone una ley de la forma

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K_{ef}^m \quad (1.4)$$

Experimentalmente se comprueba que, para al menos algunos casos estudiados y en el rango de velocidades de crecimiento en el que se cumple la ley de Paris, al representar  $da/dN$  en función de  $\Delta K_{ef}$ , las curvas para diferentes valores de  $R$  se funden en una sola. En otras palabras, mientras que  $C_0$  en la ecuación 1.1 depende de  $R$ , y por tanto habrá una curva para cada valor de este parámetro, la ecuación 1.4 es la misma para distintos valores de  $R$  [Schijve, J. 1979]. O lo que es lo mismo:

$$da/dN = F(\Delta K_{ef}, T, \text{ambiente}) \quad (1.5)$$

Uno de los principales problemas que surge a la hora de tener en cuenta el fenómeno de cierre en el análisis de crecimiento de grietas es la determinación de los valores de  $K_{op}$ . Existen discrepancias sobre cómo debe ser medido experimentalmente y los resultados pueden variar apreciablemente dependiendo del método empleado.

## 2. MODELO DE NEWMAN

Newman, empleando el modelo de Dugdale, ha desarrollado un método numérico para la determinación de los valores de  $K_{op}$  ante distintas condiciones de carga. Para ello modifica el citado modelo de Dugdale considerando la deformación remanente en las superficies de la grieta. El principal cambio introducido por Newman sobre el modelo de Dugdale, además de la discretización de la zona plástica en elementos rígido plásticos monodimensionales, es la de ampliar dicha discretización a las superficies de la fisura con objeto de poder simular las deformaciones plásticas que la grieta va dejando tras sí en su avance (Fig 1.1). Los elementos situados en la zona plástica tendrán una longitud igual al desplazamiento de la grieta de Dugdale en el punto correspondiente. Su longitud variará cuando la tensión en dicho punto alcance el límite de fluencia. Los situados en las superficies de la grieta tendrán una longitud inicial igual al desplazamiento de la grieta de Dugdale en el borde real de la misma, en el momento en que pase por dicho punto y esté aplicada la carga máxima.

Mientras en un punto de la superficie el desplazamiento de la grieta de Dugdale sea superior a la longitud del elemento, éste no afectará para nada al análisis. En el momento en que el desplazamiento iguale a la longitud, dentro de un semiciclo de descarga, se considera que las superficies de la grieta real entran en contacto. A partir de ese instante el desplazamiento de la grieta ficticia se mantiene igual a la longitud del elemento y éste pasa a sufrir la tensión de compresión necesaria para mantener el desplazamiento existente entre las superficies.

Este desplazamiento solo se verá alterado cuando la tensión en el elemento supere la de fluencia del material, a partir de entonces, el punto de la superficie de la grieta de

Dugdale comenzará a desplazarse, acortándose el elemento, quedando sometido a una tensión igual al límite elástico.

Un esquema general del funcionamiento del modelo puede ser el siguiente:

1. Cálculo del tamaño de la zona plástica aplicando la condición de Dugdale en el momento de la carga máxima.

$$K_g(a+\delta) + K_\sigma(a+\delta) = 0 \quad (2.1)$$

Siendo  $K_\sigma(a+\delta)$  el factor de intensidad de tensiones en la grieta de Dugdale (de longitud  $2(a+\delta)$ ) debido a la presión  $\alpha \cdot \sigma_y$  (Fig. 2.1.)

2. Discretización de la zona plástica en un determinado número de elementos, que pueden ser de ancho variable.

3. Cálculo de la longitud de los elementos. Dicha longitud será el desplazamiento de la grieta de Dugdale sometida a la tensión remota máxima  $S_{max}$ , más la distribución de presiones  $\alpha \cdot \sigma_y$  sobre la zona plástica. Es decir:

$$L_1 = S_{max} \cdot f(x_i) + \sum_{j=1}^k \alpha \cdot \sigma_y \cdot g(x_i, x_j) \quad (2.2)$$

Donde  $k$  es el número de elementos que forman la zona plástica,  $f(x_i)$  es el desplazamiento en el punto de coordenada  $x_i$  de la grieta de Dugdale debido a una tensión remota unidad, y  $g(x_i, x_j)$  el desplazamiento en el punto  $x_i$  debido a una presión unidad actuando en el elemento situado en  $x_j$ .  $\sigma_y$  es el límite de fluencia considerado y  $\alpha$  es el coeficiente para tener en cuenta las condiciones de tensión plana, deformación plana o intermedias, produciéndose en la zona plástica durante la tracción. Para determinadas geometrías existen expresiones analíticas de  $f(x_i)$  y  $g(x_i, x_j)$ .

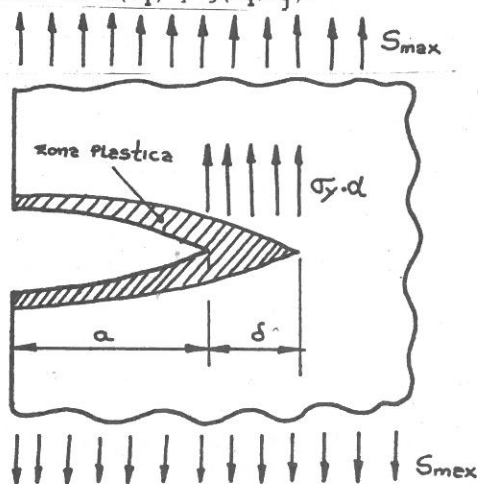


Figura 2.1 Zona plástica y distribución de presiones en el modelo de Newman para el cálculo del tamaño de ésta.

4. Rotura del número necesario de elementos que simulen el crecimiento deseado de la grieta. Esto se simula haciendo desaparecer la tensión en dichos elementos, los cuales pasan a formar parte de la estela con una longitud igual a la longitud que tenían en el momento de la rotura.

5. Reajuste de la zona plástica al haber crecido la grieta y consiguiente recálculo de las longitudes.

6. Aplicación de la carga mínima  $S_{min}$  para el cálculo de la distribución de tensiones en la zona plástica y en aquellos elementos de las superficies que entren en contacto debido a las deformaciones remanentes.

Para ello se usa la ecuación 2.2 sólo que en este caso se impone la longitud de los elementos y se determina la tensión. Es decir, se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum \sigma_j \cdot g(x_i, x_j) = S_{min} \cdot f(x_i) - L_1^* \quad (2.3)$$

Con las siguientes restricciones:

$$\text{En la zona plástica: } -\sigma_y \leq \sigma_j \leq \alpha \sigma_y$$

$$\text{En la superficie: } -\sigma_y \leq \sigma_j \leq 0$$

Donde la diferencia de valores de fluencia en tracción y compresión para los elementos de la zona plástica se justifica porque la singularidad en tracción aproxima el estado a uno de deformación plana, mientras que en compresión, al desaparecer la singularidad, el estado se considera próximo a uno de tensión plana.

En aquellos puntos donde se violen las restricciones se impondrán los valores límites de éstas y se dejará como variable a calcular  $L_1^*$ , que, en los puntos de la zona plástica y en los de la superficie que entren en fluencia, será el nuevo valor de  $L_1$ . En los puntos de la superficie que queden descargados,  $L_1^*$  no es más que el desplazamiento de la grieta ficticia.

7. Cálculo de  $S_{op}$ . El criterio para el cálculo de la tensión de apertura  $S_{op}$  se basa en considerar que su valor será la mínima tensión nominal que produzca desplazamiento en el borde de la grieta ficticia iguales o superiores a los existentes con  $S_{min}$  pero suponiendo nulas las tensiones de contacto.

Ante un nuevo ciclo se volverá a repetir todo el proceso anterior.

Incluso en las situaciones reales modelables como problemas planos aparecen fenómenos que son esencialmente tridimensionales y que influyen claramente sobre el valor de las tensiones de cierre. Puede mencionarse: crecimiento no uniforme del frente de la grieta; variación del estado de tensiones entre las superficies del espécimen y los puntos de su interior; etc. Para tener en cuenta estos factores en el análisis, habría que recurrir a modelos

tridimensionales, los cuales, si bien ganan en fiabilidad, necesitan de medios y tiempos aún prohibitivos en nuestros días.

Para tener en cuenta la diferencia entre el estado de tensiones en el interior y la superficie del espécimen, Newman afecta a la tensión de fluencia del ensayo de tracción del material de un factor multiplicador  $\alpha$  que habrá que ajustar de forma experimental y estará comprendido entre 1 (tensión plana) y 3 (deformación plana)

El modelo de Newman, por lo tanto, supone una distribución uniforme de tensiones en las zonas plásticas monotónica y cíclica a la hora del cálculo del tamaño de la zona plástica y de las tensiones de contactos en las superficies de la grieta en los instantes de máxima y mínima carga respectivamente.

No obstante, Newman, para tener en cuenta de alguna manera el endurecimiento del material, usa como tensión de fluencia la media entre la tensión de fluencia propiamente dicha y la tensión de rotura. Si se tiene en cuenta que la tensión de rotura es un valor ficticio correspondiente al cociente de la carga de rotura y la sección inicial de la probeta en un ensayo de tracción, es fácil concluir que la verdadera tensión de rotura será superior a dicho valor, por lo que se encuentra aún menos justificación a la aproximación de Newman.

### 3. INTRODUCCION DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION.

Con objeto de minimizar la incertidumbre sobre los resultados debido al hecho de no tener en cuenta factores físicos involucrados en el fenómeno, se ha modificado el programa FAST2 de manera que tenga en cuenta el endurecimiento por deformación en la distribución de tensiones en la zona plástica

El problema fundamental a resolver para incluir el efecto del endurecimiento por deformación, es la determinación de la distribución de deformaciones en la zona del borde de la grieta. A partir de ésta y de la ley de comportamiento del material pueden obtenerse los valores de las tensiones producidas en dicha zona. En el modelo de Newman, para resolver los puntos 1, 3, 5 y 6 del apartado anterior, es necesario conocer la distribución de tensiones producidas ante las cargas máximas, puntos 1, 3 y 5 y mínimas, punto 6 de un ciclo de carga. Dichas tensiones serán empleadas en vez de  $\sigma_y$ , utilizada cuando no se considera el endurecimiento. Un procedimiento posible para aproximar la distribución de tensiones después de la variación de la carga es emplear algún método analítico aproximado de los existentes en la bibliografía para calcular las tensiones en la zona plástica, como el propuesto por Glinka [Glinka, G. 1985]. Otra posibilidad es usar uno de estos procedimientos para estimar sólo las tensiones en el borde de la grieta y suponer alguna ley de variación de éstas en la zona plástica.

En este trabajo, como primera aproximación al problema, se han obtenido las deformaciones en el borde mediante la ecuación propuesta por Davison [Davidson, D.L. 1984] del tipo:

$$\Delta \epsilon_p = B_0 \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \quad (3.1)$$

Una vez calculada la deformación plástica en el borde de la grieta se obtiene, mediante la ley de comportamiento (3.2) la tensión en dicho borde.

$$\Delta \sigma = K_0 \cdot (\Delta \epsilon_p / 2)^n \quad (3.2)$$

A lo largo de la zona plástica se ha supuesto que las tensiones varían linealmente, hasta alcanzar en el borde de la grieta de Dugdale el límite de fluencia del 0.2%. (Fig. 3.1)

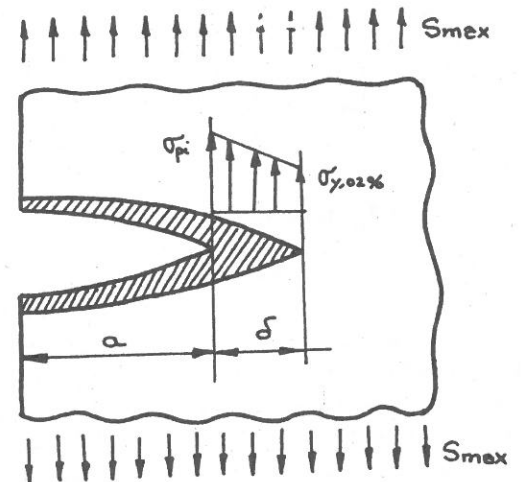


Figura 3.1 Zona plástica y distribución de presiones en el modelo del presente trabajo para el cálculo del tamaño de ésta.

Las suposiciones básicas que se adoptan pues, son: leyes exponenciales de tensión-deformación y de deformación en el borde de grieta- $\Delta K$ , así como una distribución lineal de tensiones en la zona plástica.

Es decir, la condición que se impone para la determinación del tamaño de la zona plástica es la condición de Dugdale pero usando una distribución de tensiones lineal cuyos valores extremos son: la tensión correspondiente al diagrama tensión deformación para la deformación en la punta de la grieta que determina la ley empírica de Davison (Ec. 3.1) y una tensión igual al límite de fluencia del 0.2% en el extremo de la zona plástica.

Esta suposición lleva implícito que la distribución de deformaciones en la zona plástica es exponencial, lo cual no es intuitivo, pero está basada en resultados experimentales y de elementos finitos que muestran leyes de tensiones casi lineales.

4. RESULTADOS.

Para analizar el efecto de la consideración del endurecimiento por deformación en las tensiones de cierre de grieta obtenidas, se han considerado distintas leyes de comportamiento del material. Para cada ley considerada se han determinado las tensiones de cierre con distintas condiciones de carga.

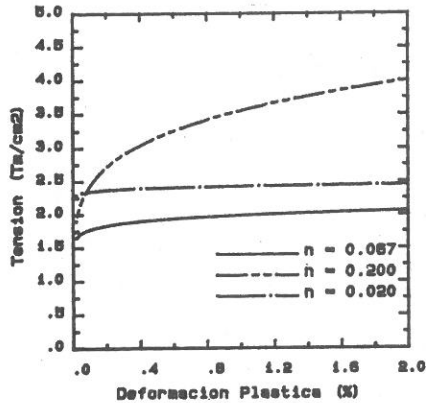


Figura 4.1 Leyes de comportamiento empleadas

Se han seleccionado tres leyes de comportamiento. En la figura 4.1 se muestran las curvas tensión-deformación de cada una de ellas. Los límites elásticos y las constantes de la ecuación (3.1), correspondientes a cada una de estas tres leyes son:

- $\sigma_y = 510. \text{ Mpa}; K_0 = 1550. \text{ Mpa}; n = 0.067$
- $\sigma_y = 505. \text{ Mpa}; K_0 = 3500. \text{ Mpa}; n = 0.200$
- $\sigma_y = 750. \text{ Mpa}; K_0 = 1700. \text{ Mpa}; n = 0.020$

La de menor exponente se ha utilizado como referencia, por su comportamiento prácticamente igual al elástico - perfectamente plástico. Las otras dos se han seleccionado de forma que cubran un rango amplio de leyes de comportamiento cíclico de aceros y aleaciones ligeras.

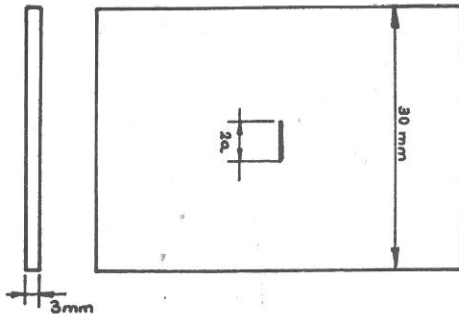


Figura 4.2 Especimen empleado.

La simulación del crecimiento se ha realizado sobre una probeta de grieta central como la de la figura 4.2, en la que se indican también las dimensiones. Se han considerado condiciones de tensión plana ( $\alpha=1$ ). En la tabla I se indican los

parámetros del modelo de crecimiento empleado. La velocidad de crecimiento da/dN en función de  $\Delta K_{ef}$  se ha incluido en el programa en forma de tabla de puntos, indicados en la tabla I, haciéndose la interpolación lineal entre ellos.

Se ha aplicado una carga de amplitud constante, con distintos valores de  $\Delta K$  y del coeficiente de asimetría R de los ciclos, definido por:

$$R = K_{min}/K_{max} \quad (4.1)$$

En todos los casos se ha mantenido el mismo valor de la tensión nominal máxima en relación a la fluencia del material.

$$S_{max}/\sigma_y = 0.1$$

Los valores de  $\Delta K$  empleados en la comprobación han sido 6 y 10  $\text{Mpa}\cdot\text{m}^{-1/2}$ . Cada uno de estos valores de  $\Delta K$  se ha aplicado con cinco coeficientes de asimetría distintos:  $R = 0.0; 0.1; 0.3; 0.5$  y  $0.7$ .

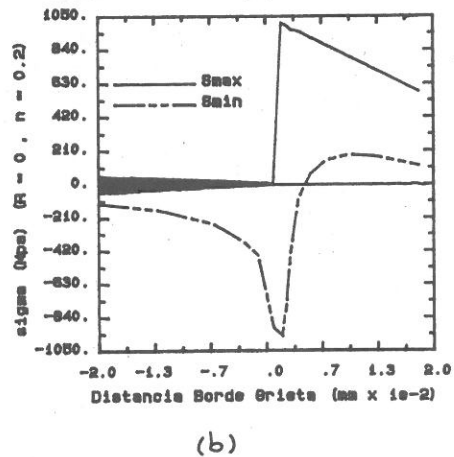
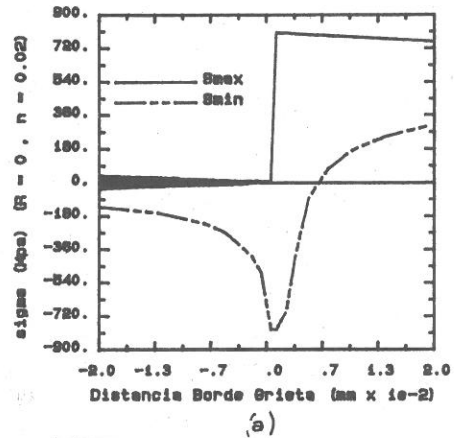


Figura 4.3 Distribución de tensiones en la superficie y borde de grieta ( $R = 0$ ).

Para conseguir la constancia de  $S_{max}/\sigma_y$  para los diferentes valores de  $\Delta K$ , en los tres materiales y para los distintos R se ha ajustado en cada caso el valor de la longitud de la grieta.

En la figura 4.3 se muestran las distribuciones de tensión obtenidas en las proximidades del borde de la grieta para las cargas máximas y mínimas con  $R=0$  y  $\Delta K=6 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{-1/2}$ . La figura 4.3.a muestra la ley

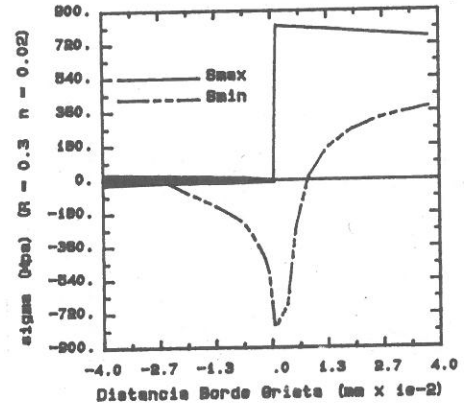
cuasi elasto-plástica perfecta ( $n=0.02$ ), y la 4.3.b la de mayor grado de endurecimiento ( $n=0.20$ ). Puede comprobarse que los picos de tensión, tanto con la carga máxima como con la mínima, son mayores en el caso de  $n=0.2$  que con  $n=0.02$ . Con  $S_{max}$ , las tensiones en la zona plástica aparecen variando linealmente, de acuerdo con el modelo propuesto, siendo mayor el gradiente para el caso de mayor endurecimiento por deformación. Con  $S_{min}$ , aunque son parecidas las distribuciones de tensión en la zona plástica y las superficies de contacto, se aprecian mayores gradientes de tensión en el caso de exponente de endurecimiento de valor más alto. Otro ejemplo de distribución de tensiones en las proximidades del borde se muestra en la figura 4.4, donde sólo se ha variado R con respecto a la anterior. En este caso el valor del coeficiente de asimetría es  $R=0.3$ , variando apreciablemente las distribuciones de tensiones de compresión. La influencia de la ley de comportamiento en las tensiones de cierre de grieta, para distintos valores de R puede verse en la figura 4.5. En este caso se presenta los resultados para  $\Delta K=6 \text{ Mpa}\cdot\text{m}^{-1/2}$ . En la figura se aprecia una diferencia considerable en los valores obtenidos con distintos exponentes. Mientras que con comportamiento plástico cuasi-perfecto ( $n=0.02$ ) la evolución de la relación  $S_{op}/S_{max}=R_{ef}$  es la esperada, disminuyendo al hacerlo R. Al aumentar el exponente de la ley de endurecimiento se produce una inflexión en la tendencia decreciente de  $S_{op}/S_{max}$  con R, comenzando a crecer al continuar la disminución de R. Dicha inflexión es más acentuada cuanto mayor es R.

El aumento del valor de  $R_{ef}$  cuando R se aproxima a cero está en la línea de los resultados mostrados por Hudak y Davison [Davidson, D.L. 1988], obtenidos con una aleación ligera 7091, de exponente 0.067 en la ecuación que defina la ley de comportamiento.

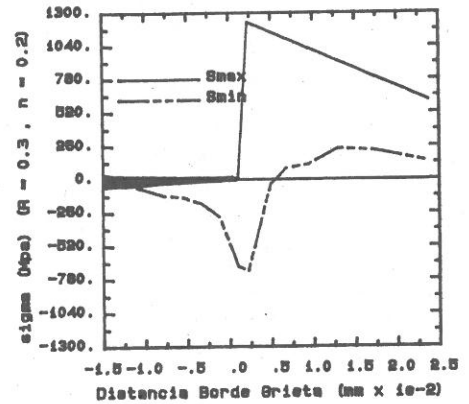
No obstante, en el trabajo de Hudak y Davidson se encuentra otras variaciones del  $R_{ef}$  en función de  $\Delta K$  (aumento de  $R_{ef}$  al disminuir  $\Delta K$ , para un mismo valor de R) no reproducibles con el programa FAST, que pueden ser debidas a otras razones, por ejemplo efectos tridimensionales o acumulación de partículas de óxidos.

El aumento de  $R_{ef}$  cuando aumenta el valor de n para valores de R próximos a cero está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros métodos numéricos [Llorca, J. 1989]. Con valores de R superiores a 0.2 la tendencia de  $R_{ef}$  es la contraria a la existente para valores inferiores a 0.2.  $R_{ef}$  disminuye al crecer n. Ello puede explicarse en parte por la asimetría del ciclo de tensiones en las proximidades del borde de la grieta, que hace disminuir las tensiones de fluencia en compresión, como se aprecia en la figura 4.4. Dicha disminución de tensiones de fluencia en compresión es inexistente cuando no hay endurecimiento por deformación,

con lo que la disminución de longitud al producirse la descarga del ciclo será menor y las tensiones de cierre mayores. En la realidad, esta tendencia será probablemente menor, ya que, dado el gran número de ciclos producidos con grandes deformaciones



(a)



(b)

Figura 4.4 Distribución de tensiones en la superficie y borde de grieta ( $R = 0.3$ ).

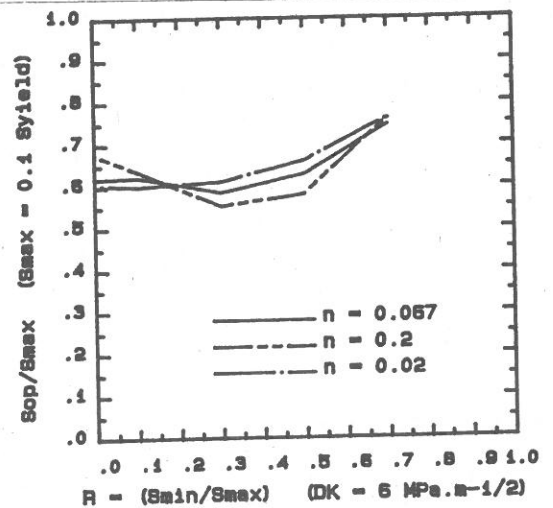


Figura 4.5 Variación de las tensiones de cierre con el factor de asimetría R.

plásticas, habrá relajación de tensiones y las de fluencia en compresión crecerán a costa de las de tracción, aproximándose unas a otras en valor absoluto. Esta aproximación de los valores de las tensiones de fluencia hace crecer los valores de  $S_{op}$ , disminuyendo por tanto la concavidad que se presenta en las curvas  $R_{ef}$ -R para valores altos de n.

## 5. CONCLUSIONES.

Se ha desarrollado un procedimiento simple para incluir el endurecimiento por deformación en el método de predicción de las tensiones de cierre de Newman. Dicho procedimiento debe considerarse una primera aproximación y puede mejorarse modificando la forma de determinar las tensiones en el borde. Ello podría hacerse mediante algún método analítico, como se ha indicado previamente.

A la vista de los resultados de este trabajo se comprueba que el efecto del endurecimiento por deformación, que tiene lugar en gran cantidad de materiales metálicos, sobre las tensiones de cierre, puede representarse en cierta medida con un modelo simple como el desarrollado.

El modelo predice, para valores de R próximos a cero, tensiones de cierre crecientes a medida que lo hace el exponente n de la ley de comportamiento, lo que está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros métodos numéricos. Con valores de R mayores de 0.2 la variación de  $R_{ef}$  con n es inversa a la producida con valores de R menores. Ello puede explicarse por el carácter asimétrico del ciclo de variación de tensiones, cuya asimetría aumenta al hacerlo R. Este hecho debe comprobarse experimentalmente ya que no se conocen datos empíricos que puedan confirmar o refutar éstos obtenidos en el trabajo. No obstante, es muy probable que, la disminución de  $R_{ef}$  con n, para valores altos de R, no sea tan acusada debido a relajación de tensiones en la zona plástica del borde de la grieta.

**TABLA I. Parámetros de crecimiento empleados.**

$B_0$	E	$\Delta K_{th}$	$K_f$	m
0.039	0.792	1.7	30	0.0
	$\Delta K_{ef}$ (Mpa)	da/dN (m/seg)		
	0.22	1.00e-11		
	1.00	2.65e-09		
	2.83	1.00e-08		
	3.67	2.80e-08		
	5.55	3.90e-07		
	20.00	1.00e-04		

- Banerjee, S. (1984) A Review of Crack Closure. *Air Force Wright Aeronautical Laboratories*. Ohio.
- Davidson D.L. and Lankford, J. (1984). Fatigue Crack Growth Mechanics for Ti-6Al-4V (RA) in Vacuum and Humid Air. *Metallurgical Transactions A*. Vol 15A.
- Davidson D.L. (1988) Plasticity Induced Fatigue Crack Closure. *ASTM STP 982*. Philadelphia
- Elber, W. (1971). Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension. *The Significance of Crack Closure*. *ASTM STP 486*.
- Glinka, G. (1985). Energy Density Approach to Calculation of Inelastic Strain-Stress Near Notches and Cracks. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol 22 No. 3 Pergamon Press Ltd.
- Llorca, J., Sanchez-Galvez, V. (1989) Influence of Stress State, Strain Hardening and Load Ratio on Plasticity-induced Fatigue Crack Closure. *Proceeding of Seventh International Conference on Fracture*. University of Houston. Volume 2. Houston.
- Newman, J.C. (1981) A Crack-Closure Model For Predicting Fatigue-Crack Growth Under Aircraft Spectrum Loading. *NASA Technical Memorandum 81941*. Hampton, Virginia.
- Paris, P.C. and Endorgan, F. (1963) A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. *J. bas. Engng Trans. ASME Ser. D*. 83
- Schijve, J. (1979). Four Lectures on Fatigue Crack Growth. II. Fatigue Cracks, Plasticity Effects and Crack Closure. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol II. Pergamon Press Ltd. U.K.