

METODOLÓGIA DE CÁLCULO PARA UNIONES ATORNILLADAS A TRACCIÓN EXCÉNTRICA

Granados, F., Domínguez, Ja.

Dpto. de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sevilla
Av. Reina Mercedes, s/n 41012 Sevilla

Resumen.- A pesar de la extensa utilización del tornillo como elemento de unión en sistemas mecánicos, las aproximaciones que existen para efectuar el diseño cuando el tornillo trabaja a tracción son muy restringidas, sea por su complejidad de cálculo, por los errores cometidos, o por el pequeño número de uniones que el modelo contempla y es capaz de simular. El propósito de este trabajo es la construcción de un modelo básico, de amplia aplicación, fácil de implementar en el diseño y que mantenga los errores cometidos por debajo de un determinado nivel. Se estudiarán para ello los casos límites que puedan presentarse, formulando modelos adecuados y extendiendo su aplicación al resto de los casos. La solución así obtenida se compara con la proporcionada por el M.E.F.

Abstract.- Bolted joints are extensively used in mechanical system. There are different simplified methods to calculate joints under tensile loads. Some of them are simple and easy to apply, but restricted to very specific geometries. Other, more general, are not accurate enough or are complicated to be applied extensively in design. This work presents a model to analyse tension joints, very easy to apply, which can be used with different geometries and accurate enough for design. Two extreme cases of tension joints will be analysed: very thick and very thin plates, compared to the width or the distance to the load. A model will be used for each case and the results of these two will be used to approximate intermediate thicknesses. The results of this method are finally compared to those obtained with the F.E.M.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando en una unión atornillada la sollicitación provoca esfuerzo axial en el tornillo, se dice que la unión es a tracción. Si la disposición de los tornillos es tal que la fuerza sollicitante puede suponerse actuando sobre el eje del tornillo, la unión se clasifica como excéntrica.

Es a este último grupo, el de la tracción excéntrica, al que pertenecen la mayoría de las uniones que aparecen en los sistemas mecánicos, siendo los ejemplos muy numerosos: bridas, uniones en T, uniones de ejes, etc.

Para muchas de estas tipologías de unión existen aproximaciones desarrolladas con vistas a su aplicación en casos muy concretos.

Así, Argeskov [Argeskov, 1977] ha desarrollado un modelo de cálculo de uniones en T, Sawa y Maruyama [Sawa, 1985a] proponen una aproximación para el cálculo de bridas con contacto interno parcial, Sawa, Kumano, Gonda y Kanai [Sawa, 1985b] presentan un procedimiento de cálculo para cierres de depósitos, Agatanovic [Agatanovic, 1985] construye un modelo para unión de alas o flancos cuando estos fueran suficientemente esbeltos. Estas aproximaciones, de aplicación muy específica, son en algunos casos difíciles de aplicar para el diseño, por exigir un volumen de cálculo elevado.

Existen además procedimientos desarrollados por otros autores (Simon, 1979) para simular el comportamiento de la unión con el Método de los Elementos Finitos, o con el de los Elementos de Contorno (Tanaka, 1986). Estos métodos permiten mejores aproximaciones, pero tienen el inconveniente de necesitar mayor potencia de cálculo, tiempo de ordenador...

El propósito de este trabajo es presentar una metodología básica de cálculo que permita contemplar una gran variedad de uniones con tornillos a tracción, con la menor dificultad posible en su implementación para el diseño, y con errores limitados a un valor aceptable.

Para ello, van a dividirse las uniones a tracción en dos grupos: aquellas con una relación ancho alto muy pequeña, y otras con esa misma relación muy grande. Los casos intermedios se obtendrán extrapolando las soluciones anteriores.

Considerese la unión de la figura 1, en la que se supondrá tensión plana. En el punto de aplicación de la fuerza se ha impedido el desplazamiento horizontal, y el rozamiento entre el casquillo y el soporte se considera despreciable. Además, el tornillo se ha modelado mediante dos resortes, uno a tracción y otro a torsión.

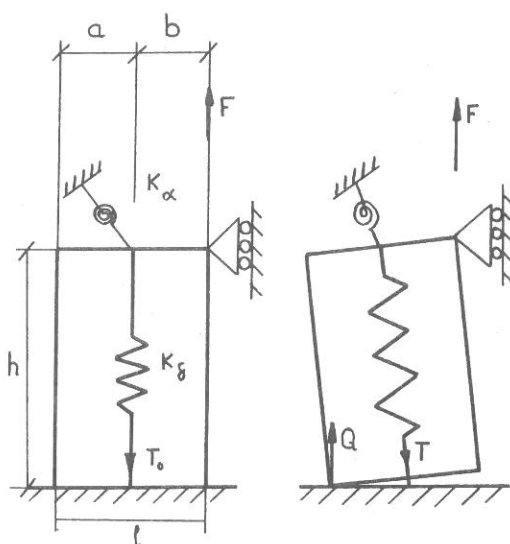


Fig. 1.1. Definición del problema.

Definiendo g como la relación entre la longitud del casquillo y la altura, es decir:

$$g = b / h \quad (1.1)$$

, con lo cual pueden considerarse dos casos extremos:

- Casquillo muy corto ($g \ll 1$),
- Casquillo muy largo ($g \gg 1$).

En el primero de los casos, la rigidez del casquillo ante el tipo de sollicitación indicado en la figura 1, será mucho mayor que la rigidez del tornillo, mientras que en el segundo el casquillo se deformará mucho más que el tornillo, siendo en este caso su rigidez mucho menor.

A continuación se presentan modelos de cada uno de estos dos casos extremos, analizando posteriormente lo que ocurre en la zona intermedia, concluyendo de esta manera con un modelo completo para el análisis de la unión.

2. CASQUILLO MUY CORTO

Consideremos una unión en la que la relación ancho alto (figura 1.1) sea muy pequeña. Dado el tipo de sollicitación considerada, y suponiendo que el tornillo y el casquillo han sido fabricados con materiales cuyas características mecánicas sean del mismo orden de magnitud, la rigidez del casquillo será mucho mayor que la del tornillo.

De esta manera, si el apriete previo en el tornillo (T_0) fuera nulo, la deformación se produciría según se muestra en la figura 1.1, esto es, el casquillo se comportaría, aproximadamente, como un sólido rígido, con un movimiento de giro y traslación respecto al punto de aplicación de la fuerza, y el tornillo se deformaría en base a su rigidez a tracción y a flexión, las cuales pueden obtenerse según Sawa [Sawa, 1976].

Desde el punto de vista del equilibrio, cuando se aplica la sollicitación F , aparece en el tornillo una tensión T , y una fuerza de contacto entre casquillo y soporte de valor Q , además de un momento que se opone al giro (M), siendo este último debido a la zona de contacto entre el casquillo y la cabeza del tornillo.

El equilibrio de fuerzas y momentos puede escribirse como:

$$T = F + Q \quad (2.1)$$

$$F \times l = T \times a + M \quad (2.2)$$

Llamando θ al ángulo girado por el casquillo, y con la definición dada anteriormente de K y K , puede escribirse:

$$T = T_0 + K_\gamma \times \theta \times a \quad (2.3)$$

$$M = K_\alpha \times \theta \quad (2.4)$$

La primera de estas ecuaciones indica que la tensión en el tornillo es debida al apriete previo (T_0), mas una componente causada por su deformación, que, a su vez, puede relacionarse con el ángulo girado mediante relaciones geométricas.

Combinando las ecuaciones anteriores se llega fácilmente a:

$$T = F + Q \quad (2.5)$$

$$F \times l = T \times a + (K_\alpha / K_\gamma) \times (T - T_0) / a \quad (2.6)$$

, o, en forma adimensional:

$$V = U - 1 \quad (2.7)$$

$$U \times \alpha = -\lambda \times (U - U_0) / g^2 + 1 \quad (2.8)$$

, donde:

$$U = T / F, \quad V = Q / F, \quad U_0 = T_0 / F$$

$$\alpha = a / l, \quad \beta = b / l, \quad g = h / l$$

$$\lambda = K_\alpha / (K_\gamma \times h \times h), \quad p = a / b$$

De las ecuaciones 2.7 y 2.8 puede eliminarse U , lo que conduce a:

$$V = \frac{1 + U_0 \times \lambda / g^2}{\alpha + \lambda / g^2} \quad (2.9)$$

La ecuación anterior es válida para peques valores de U_0 , esto es, para los casos en que el apriete previo es muy pequeño comparado con la sollicitación, puesto que es entonces cuando puede suponerse que el casquillo se deforma como un sólido rígido. Este comportamiento puede observarse en la figura 2.1, en la que se ha representado la distribución de presiones de contacto entre casquillo y soporte, obtenidas mediante el M.E.F.

Cuando el apriete es pequeño ($U_0 \ll 1$), la distribución tiende a una forma muy estrecha y con valores elevados, es decir, se aproxima a una carga puntual, cuya resultante sería Q , aplicada en el extremo. Al aumentar el apriete, la distribución se ensancha, y adquiere un aspecto más uniforme, lo cual indica que el contacto no se realiza en forma puntual. En este caso, la expresión 2.9 deja de tener validez, ya que el casquillo no puede suponerse girando como un sólido rígido. Cuando esto sucede, la carga en el tornillo permanece prácticamente constante e igual al apriete, y la fuerza de contacto entre casquillo y soporte sería igual a la diferencia entre el apriete y la sollicitación. Matemáticamente:

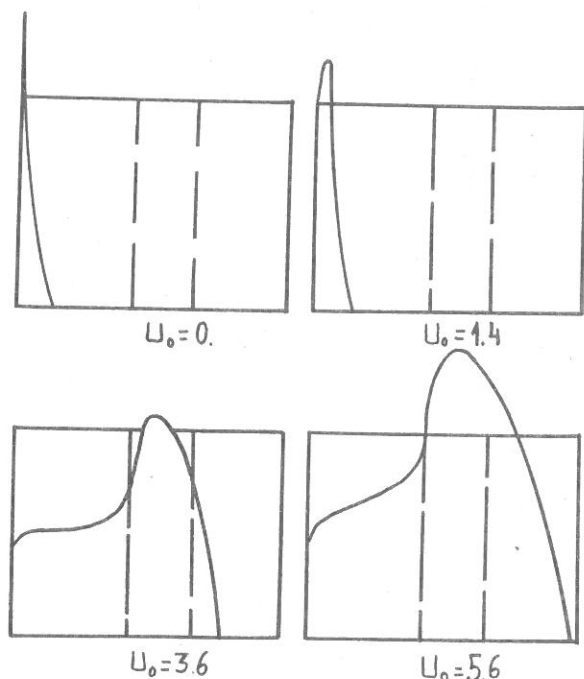


Fig. 2.1. Presiones de contacto.

$$V = U_0 - 1 \quad (2.10)$$

Con las expresiones 2.9 y 2.10 conocemos los valores de la tensión en el tornillo, o de la reacción, para aprietes muy grandes o muy pequeños. Para los casos intermedios de U realizaremos una aproximación como la de la figura 2.2. Esta aproximación consta de un tramo lineal, correspondiente a la ecuación 2.10, y de una cubica, en la forma:

$$V = C_1xU + C_2x^2U + C_3x^3U + C_4 \quad (2.11)$$

Para determinar los parámetros de la cubica se imponen las condiciones:

$$V(U_0=0) = V^* \quad (2.12)$$

$$V'(U_0=0) = V^{*'} \quad (2.13)$$

$$V(U_0=U_i) = U_0 - 1 \quad (2.14)$$

$$V'(U_0=U_i) = 1 \quad (2.15)$$

Los valores de V^* y $V^{*'}$ corresponden al caso de $U_0 \ll 1$, y pueden obtenerse en base a la ecuación 2.9, anteriormente comentada. Las condiciones 2.14 y 2.15 corresponden a valores de $U_0 \gg 1$, y para su aplicación requieren de la obtención de un valor determinado del apriete (U_i), en el que puedan suponerse correctas.

Dicho valor puede estimarse suponiendo que, en una zona de tamaño el mínimo entre $2x_a$ y $2x_b$, centrada con el tornillo, el casquillo permaneciera en contacto, con una distribución uniforme de compresión debida al apriete.

El valor mínimo de U_0 , para que esta distribución tenga lugar, puede calcularse fácilmente a partir de las ecuaciones de equilibrio, y toma la forma:

$$U = \max(3/(2x\alpha), 3/(2x\beta)) \quad (2.16)$$

Con el procedimiento hasta aquí indicado puede construirse fácilmente la curva de la figura 2.2, que describe en su totalidad el comportamiento de la unión para pequeños valores de g .

3. CASQUILLO MUY LARGO

Supongamos ahora que la relación anchura altura es muy elevada, es decir:

$$g \gg 1$$

Esta hipótesis se refleja en la mayoría de las construcciones reales en un valor de g igualmente elevado, es decir, cuando el casquillo es mucho más largo que alto, la distancia del eje del tornillo a la sollicitación suele ser mucho mayor que la altura.

La relación anterior supone que el casquillo se deformaría bajo la acción de la carga en un orden de magnitud mucho mayor que en el caso de $g \ll 1$, y, al tener una relación canto longitud muy pequeña, su ecuación de comportamiento podría aproximarse a la elástica de una viga (figura 3.1).

Las condiciones de contorno de esta viga serían las de un extremo libre, con una carga F , y el otro extremo (punto O de la figura 3.1) con desplazamiento, momento y pendiente de la deformada nula (dichas condiciones de contorno fueron ampliamente discutidas y validadas en un artículo previo [Granados, 1988]). La posición del punto O estaría entonces situada entre el tornillo y el extremo del casquillo opuesto al de aplicación de la fuerza. Su cálculo puede efectuarse a partir de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad. Para ello, y llamando Δ a la longitud que no permanece en contacto, o, lo que es lo mismo, a la distancia entre O y F , se tiene, de las ecuaciones de equilibrio:

$$T = F + Q \quad (3.1)$$

$$F \times \Delta = (\Delta - b) \times T \quad (3.2)$$

y, de la compatibilidad:

$$(T - T_0)/K_\xi = Fx(\Delta - b)^2 \times (a - (\Delta - b)/3)/(2 \times EI) - T_x(\Delta - b)^3/(3 \times EI) \quad (3.3)$$

donde E es el módulo de elasticidad del material del casquillo, e I , la inercia de la sección de la viga equivalente considerada.

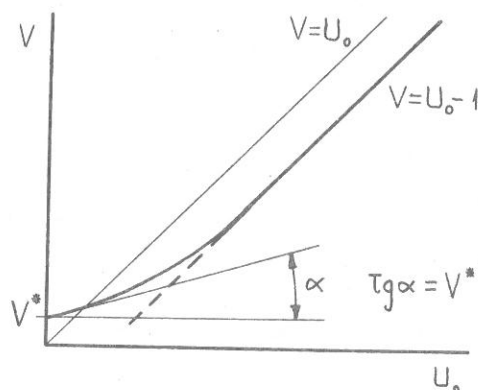


Fig. 2.2. Influencia del apriete en la reacción.

Estas ecuaciones pueden ponerse en forma adimensional como:

$$V = \Delta / (\Delta - b) \quad (3.4)$$

$$U = b / (\Delta - b) \quad (3.5)$$

$$U_0 = \psi \times g^3 \times (X-1)^3 - X \times (1 - U_0) \quad (3.6)$$

, donde:

$$\psi = K_s \times \beta^3 \times h^3 / (6 \times EI)$$

$$X = \Delta / b$$

Conocido U_0 , puede resolverse la ecuación 3.6 para calcular X , con lo que pueden obtenerse los valores de V y U a partir de las expresiones 3.4 y 3.5 respectivamente.

Con la aproximación anterior pueden modelarse las uniones cuando la relación longitud altura es mucho mayor que la unidad, lo que, junto con el modelo descrito para el caso de $g \ll 1$ va a permitir construir un modelo completo válido para cualquier valor de g .

4. MODELO GENERAL DE COMPORTAMIENTO

Supongamos que se necesita diseñar una unión con una relación longitud altura próxima a la unidad. Para esta situación las aproximaciones desarrolladas en los capítulos 2 y 3 no serían aplicables, siendo necesario recurrir a otros procedimientos.

Con objeto de salvar esta dificultad, es posible emplear una extrapolación de los dos procedimientos vistos hasta ahora. La forma de realizarlo se muestra en la figura 4.1, en la que la zona izquierda de la curva ($g < g_0$) corresponde a la aproximación del caso en que $g \ll 1$, mientras que la zona de la derecha ($g > g_0$) corresponde al caso de $g \gg 1$, que, como se puede observar, es lineal en g .

Se tiene entonces formulado un modelo completo para el análisis de la unión, que incluye todas las relaciones geométricas posibles. Con objeto de cuantificar el orden de los errores incurridos con este procedimiento, se desarrolló un extenso estudio de la aproximación, en el que sus resultados fueron comparados con los proporcionados por el M.E.F [Granados, 1989]. Alguno de estos resultados se exponen a continuación.

Comparación con el M.E.F.

El modelo de Elementos Finitos empleado es el que aparece en la figura 4.2. En dicho modelo se consideró tensión plana, y se emplearon elementos de contacto para la interfase casquillo sopote. El tornillo se modeló como una serie de resortes, y el casquillo como elementos bidimensionales de 8 g.d.l. (2 en cada nodo), afinando la malla en la zona donde se preveía que existiría contacto. En algunos elementos se emplearon 3 nudos, para compatibilizar la zona más fina de la malla con el resto.

En la figura 4.3 se comparan los resultados de la aproximación con los obtenidos con elementos finitos, para variaciones de diferentes parámetros. Puede observarse que las diferencias son en todos los casos inferiores al 15 %.

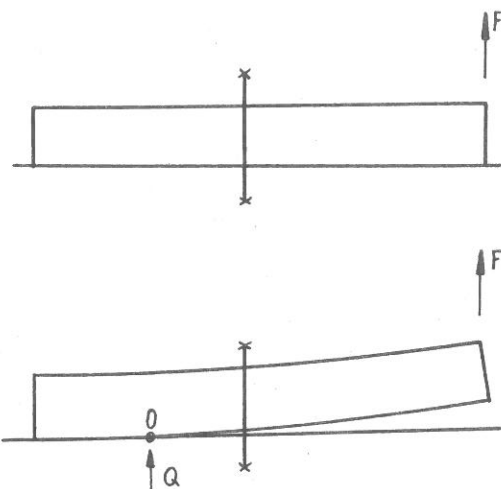


Fig. 3.1. Modelo para casquillo muy largo.

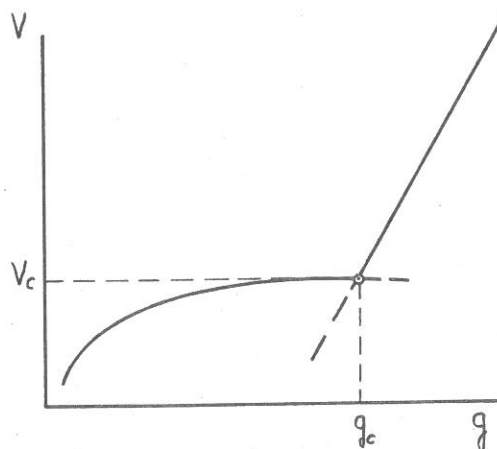


Fig. 4.1. Modelo global de comportamiento.

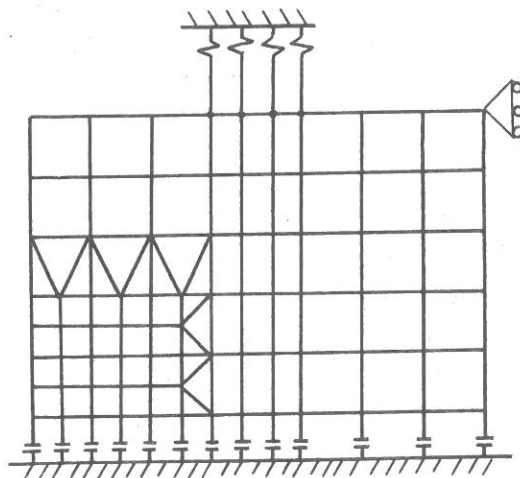


Fig. 4.2. Modelo de Elementos Finitos.

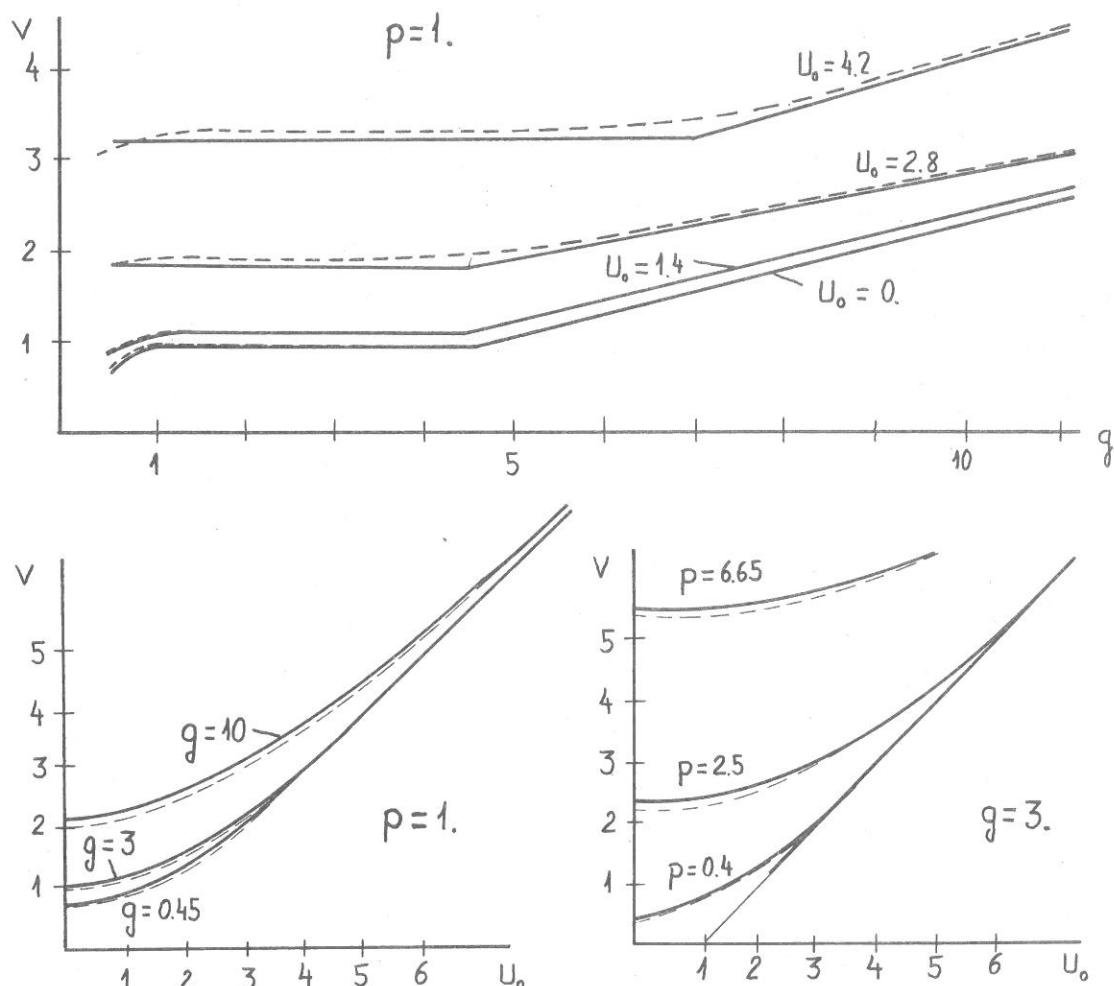


Fig.4.3. Comparaciones entre el M.E.F. (línea de trazos), y la aproximación (línea continua).

5. CONCLUSIONES

A lo largo del artículo se ha expuesto un procedimiento de cálculo de uniones atornilladas a tracción excéntrica, que, con errores suficientemente pequeños, y con facilidad de implementación para el diseño, puede ser fácilmente extendido a unas condiciones de contorno diferentes de las aquí tratadas.

En el caso de que, por ejemplo, el borde del casquillo sobre el que se aplica la carga se considerara empotrado, la extensión del procedimiento es fácil de realizar. Para ello, bastaría con modificar la elástica de la viga empleada, y, considerar que, para valores de $g \ll 1$, la unión se comporta como centrada. Algunos resultados obtenidos con estas condiciones de contorno llevaron a valores de precisión similar a los comentados anteriormente.

Es igualmente sencillo generalizar el procedimiento para casos de cargas cíclicas, solicitaciones debidas a distribuciones de presiones, contactos parciales,...

Queda así definido un modelo suficientemente genérico para el análisis de aquellas uniones atornilladas en las que aparece unión excéntrica.

6. REFERENCIAS

- Agatanovic, P. (1985) Beam model of Bolted Flanged Connections. Eng. Comp., Vol. 2.
- Argeskov, H. (1977) Analysis of Bolted Connections Subject to Tension and Prying. A.S.C.E., Vol. 103. No. ST 11.
- Granados, F., Dominguez, Ja. (1988) Atornilladas con Tracción Excéntrica: Aproximación al Cálculo del Efecto Palanca. VII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Vol. 3.
- Granados, F. (1989) Cálculo y Diseño de Uniones Atornilladas. Proyecto Fin de Carrera. E.T.S.I.I. de Sevilla.
- Sawa, T., Maruyama, K. (1976) On the Deformation of the Bolt Head and Nut in a Bolted Joint. J.S.M.E., Vol. 19, No. 128.
- Sawa, T., Maruyama, H. (1985a) Effects of the Interface Configuration on the Characteristics of Bolted Joints (the case of pipe flanges). J.S.M.E., Vol. 28, No. 245.
- Sawa, T., Kumano, H., Gonda, K., Kanai, F. (1985b) On the Characteristics of Bolted Joints with Gaskets. J.S.M.E., Vol. 28, No. 245.

Simon, W., Hengehold, J. (1979) Finite Element Analysis of Prying Action in Bolted Joints. S.A.E., Report no. 770545.

Tanaka, M. (1986) The Development of a Simple Design System for Bolted Connections, J.S.P.E., Vol. 20, No.2.