

SIMULACION DEL EFECTO DE MEMORIA EN METALES SOMETIDOS A CARGA CICLICA IRREGULAR

Navarro, A. y Domínguez, J.

E.T.S. Ingenieros Industriales de Sevilla.

Resumen. La determinación de la vida a fatiga de un elemento mecánico sometido a cargas que varían de forma irregular suele hacerse aplicando un criterio de daño, y determinando paso a paso el daño producido por cada ciclo. Cuando es previsible que tenga influencia la secuencia de aplicación de la carga, la determinación del daño por ciclo debe hacerse mediante simulación directa. Aquí se hace un análisis de la simulación del efecto de memoria exhibido por los metales al ser sometidos a carga cíclica irregular. Se muestran posibles errores que pueden presentarse cuando se emplean algunos de los algoritmos aceptados comúnmente y se comparan algunos resultados de predicción de vida por dichos procedimientos con los obtenidos, empleando un método más lento desde el punto de vista computacional, pero que no presenta ese tipo de errores.

1. INTRODUCCION

Basados en la propuesta de utilización de la curva ϵ -N para el estudio de la fatiga térmica [1,2] y a bajo número de ciclos, se ha desarrollado, a partir de los años 60, el método de las deformaciones locales [3] para determinar la duración del periodo de iniciación de la grieta en los elementos mecánicos sometidos a fatiga. Dicho método no se basa más que en la determinación de la evolución de las deformaciones y tensiones en los puntos potenciales de aparición de una grieta. A partir de la historia de las deformaciones, se recurre a la curva ϵ -N para determinar la duración del proceso de iniciación.

Si la carga aplicada es de amplitud constante, o consiste sólo en varios bloques, cada uno de ellos de amplitud constante, la aplicación del método es sencilla. Se determinan las amplitudes de deformaciones correspondientes a las de carga producidas. Esta puede hacerse experimentalmente, por algún método numérico, por ejemplo, elementos finitos elastoplásticos, o por algún procedimiento simplificado, como son los métodos de Neuber, Stowell, etc. [4-8]. Entrando en la curva ϵ -N directamente, si la amplitud es constante en toda la vida, incluyendo el efecto de las tensiones medias en caso necesario [9], ó aplicando un criterio de daño, si las amplitudes varían por bloques, puede determinarse de forma aproximada la duración del periodo de iniciación de la grieta.

Si la carga evoluciona de forma irregular, - la aplicación del método es algo más compleja. Cabe distinguir dos tipos de cargas irregulares

a efectos de aplicar el método de una forma u otra.

Un caso es aquel en el que la secuencia de aplicación de las cargas tiene poca o prácticamente ninguna influencia en la vida del elemento. Esto es, las amplitudes de deformaciones, tensiones medias de los ciclos y número de ellos de cada amplitud es prácticamente independiente del orden de aplicación, ó su dependencia tiene poca influencia en la vida a fatiga. En este caso, lo más rápido desde el punto de vista de cálculo, es el empleo de algún método de contar ciclos [10,11], para determinar los ciclos equivalentes de carga. Posteriormente, se convertirán en ciclos de deformaciones, por alguno de los procedimientos indicados para cargas de amplitud constante. Finalmente, se emplea algún criterio de daño, que suele ser el lineal [12,13], obteniéndose así un valor aproximado de la vida del elemento.

Cuando la secuencia de aplicación tiene influencia en la evolución de las deformaciones y tensiones, y por tanto en la duración del proceso de iniciación de la grieta, el empleo de algún método de contar ciclos previamente a la determinación de las deformaciones puede producir errores importantes. En estos casos debe procederse a la simulación del proceso de carga, reproduciendo los ciclos de histéresis producidos durante el proceso de carga, como se muestra en la Fig. 1. En dicha figura puede observarse como afecta la secuencia de carga a la tensión media de los ciclos. Empleando algún criterio de daño puede calcularse el daño producido por cada ciclo de histeresis, y por tanto la duración aproximada del proceso de nucleación.

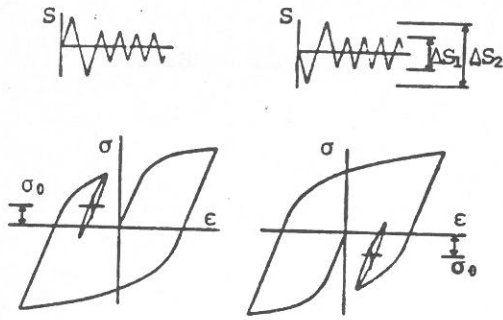


Fig. 1: Efecto de Secuencia.

El problema que se presenta cuando se hace la simulación es la necesidad de resolver un problema elasto-plástico, para conocer las variaciones de tensiones y deformaciones para cada incremento de cargas producido. El empleo de un método numérico para resolver cada paso se convierte en prohibitivo. En estos casos se aplica uno de los procedimientos simplificados indicados anteriormente o una curva carga-deformación (P-ε), determinada previamente para el elemento objeto de el estudio. El uso de estos métodos puede presentar problemas al implementarlos en el ordenador de forma simple debido al efecto de memoria que presentan los materiales al deformarse cíclicamente.

2. EL EFECTO DE MEMORIA Y SU SIMULACION

La simulación de la evolución de las tensiones y deformaciones exige en primer lugar, conocer la curva de comportamiento del material durante procesos de carga del tipo que se se está aplicando. Normalmente se emplea a tal efecto, la curva de comportamiento cíclico, sin tener en cuenta el periodo transitorio de endurecimiento o ablandamiento cíclico. Suele aproximarse por una ecuación del tipo:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{k'}\right)^{1/n'} \quad (1)$$

donde E es el módulo de elasticidad, y K' y n' son constantes determinadas a partir de los resultados de ensayos de cargas cíclicas controlando la deformación y midiendo la tensión [14].

La forma de la curva de los lazos de histéresis suele considerarse igual a la de comportamiento cíclico pero amplificada con un factor de 2. Esto es:

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2k'}\right)^{1/n'} \quad (2)$$

Esta aproximación se considera aceptable para la mayoría de los metales más comúnmente empleados [15,16], aunque existen algunos en los que no es válida, por separarse apreciablemente de la realidad [17-20].

Conocida la curva de comportamiento, habrá que aplicar uno de los procedimientos simplificados de cálculo de las deformaciones en el fondo de la entalla, por ejemplo el de Neuber, que es uno de los más empleados. Este criterio establece que el coeficiente teórico de concentración de tensiones y los coeficientes de concentración de tensiones y deformaciones están relacionados mediante la expresión:

$$K_t^2 = K_\sigma K_\epsilon \quad (3)$$

En el caso de tensiones nominales elásticas, puede expresarse:

$$\Delta\epsilon \Delta\sigma = K_t^2 \frac{\Delta S^2}{E} \quad (4)$$

donde Δε e Δσ son los incrementos de deformaciones y tensiones en el fondo de la entalla respectivamente, siendo ΔS el incremento de tensiones nominales. Dicha ecuación no es más que una hipérbola equilátera en unos ejes Δσ - Δε, cuyo origen sea cada pico o valle previo al incremento producido.

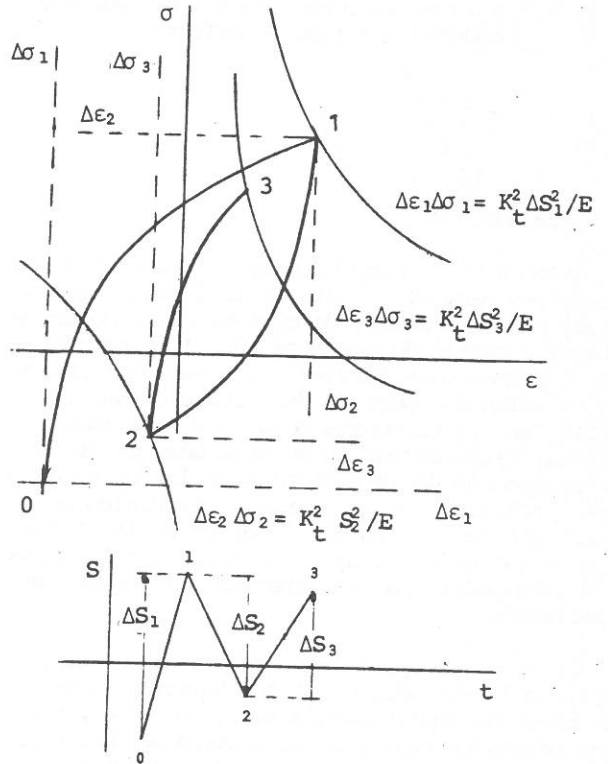


Fig. 2: Aplicación de la Regla de Neuber.

El proceso de aplicación es el representado en la Fig. 2. A partir, por ejemplo, de un valle se determina mediante las ecuaciones (2) y (4), y el valor de ΔS₁ el punto 1, que es la intersección de la curva que representa la rama del lazo de histéresis con la hipérbola equilátera representada por la ecuación (4), en el sistema de coordenadas Δσ₁-Δε₁. Igualmente se hará para el resto de los picos y valles del registro, empleando los sistemas de coordenadas correspondientes, como se muestra en la figura. Si en el registro se produce un pico mayor que

el anterior, habrá que tener en cuenta el efecto de memoria del material, como se muestra en la Fig. 3. Esto es, después del valle 2, al al-

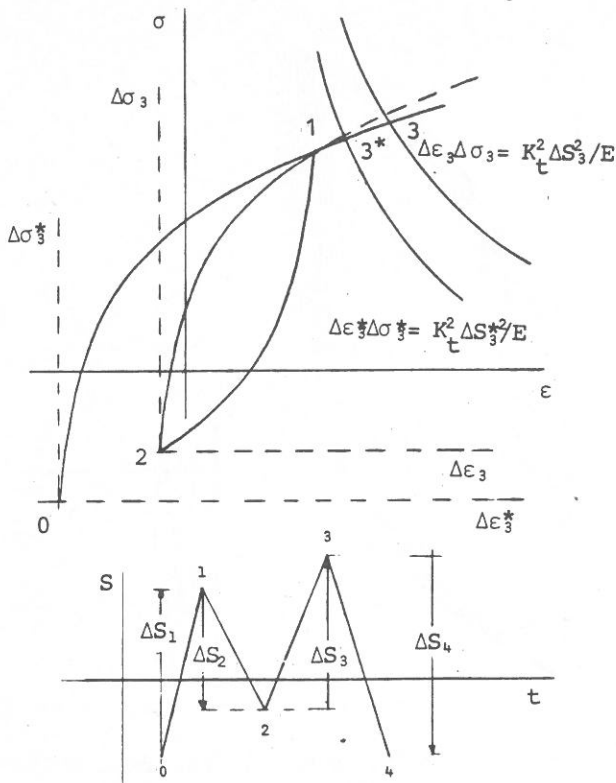


Fig. 3: Efecto de Memoria.

canzar la curva de comportamiento con origen en 2 el punto 1, cambia su pendiente, volviendo a comportarse como si procediera del punto 0. En este caso, de acuerdo con los métodos de simulación más comúnmente empleados [21,22], el punto 3 será la intersección de la curva de comportamiento con origen en 0, con la hipérbola con origen en 2, definida por la ecuación:

$$\Delta \epsilon_3 \Delta \sigma_3 = K_t^2 \frac{\Delta S_3^2}{E} \quad (5)$$

Sin embargo, otra opción que a partir de ahora se denominará como B ó segunda, frente a la otra que será la primera ó A, es emplear como hipérbola de control, no la anterior, sino otra con origen en 0 y definida por la ecuación:

$$\Delta \epsilon_3 \Delta \sigma_3 = K_t \frac{\Delta S_3^{*2}}{E} \quad (6)$$

donde

$$\Delta S_3^* = \Delta S_1 - \Delta S_2 + \Delta S_3 = S_3 - S_0 \quad (7)$$

En este caso, el punto 3 pasará a su otro distinto, por ejemplo el 3*.

De las dos opciones presentadas, la primera puede predecir comportamientos inestables ante una carga irregular que se repita periódicamente. Por ejemplo, si se intenta determinar en el gráfico $\sigma-\epsilon$ el punto correspondiente a la tensión $S_4 = S_0$ de la Fig. 3, el punto obtenido a partir del 3, será distinto del 0. Eso

mismo ocurrirá cada vez que se repita el ciclo de carga S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 , con lo que aparecerá un aumento ficticio progresivo de la deformación que hará inestable al proceso. Eso no ocurrirá si se determina el punto 4 a partir del 3*, ya que, al ser $\Delta S_3^* = \Delta S_4^*$, el punto 0 será la intersección entre la curva de comportamiento con origen en 3* y la hipérbola con el mismo origen e ΔS_4 como valor del incremento de la tensión nominal.

Teniendo en cuenta esta posible inestabilidad producida por emplear distinto origen de coordenadas para la curva de comportamiento y para la hipérbola, debe rechazarse la primera opción. Los métodos de simulación más rápidos y empleados, de los existentes actualmente, emplean algoritmos que reproducen el efecto de memoria, pero no permiten el cambio del origen de coordenadas para la hipérbola. Por ello, si se emplean debe hacerse con cuidado, asegurándose que el error cometido en la determinación de la duración del elemento no superará unos límites razonables.

3. RESULTADOS

Para poder evaluar las posibles diferencias producidas en la simulación y predicción de la vida a fatiga empleando uno y otro procedimiento, se han implementado dos programas, uno para cada opción. Con ellos, se han pasado algunos casos de carga, comparando los resultados.

El material empleado ha sido uno con características cíclicas y de fatiga, iguales a las del MAN-TEN [23], que se presentan en la Tabla 1. Donde b, σ'_f, c y ϵ'_f son constantes del material, correspondientes a la curva $\epsilon-N$ del mismo,

Tabla 1. Características del Acero MAN-TEN Utilizadas en la Simulación.

$E = 203000 \text{ MPa}$	$b = -0.095$
$\sigma'_y = 330 \text{ MPa}$	$\sigma'_f = 930 \text{ MPa}$
$k' = 1110 \text{ MPa}$	$e = -0.47$
$n' = 0.19$	$\epsilon'_f = 0.26$

definida por la ecuación:

$$\epsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b + \epsilon'_f (2N)^c \quad (8)$$

donde ϵ_a es la componente alterna de la deformación y N el número de ciclos de iniciación de la grieta. Como punto para la determinación de las deformaciones y la vida se ha considerado el fondo de una entalla situada en un elemento, de forma que se produce un coeficiente de concentración de tensiones $K_t = 3$.

En la Fig. 4 se muestra el tipo de registro empleado en la simulación, siendo $S_{\max} = -S_{\min} = 300 \text{ MPa}$. Se ha elegido este por ser un

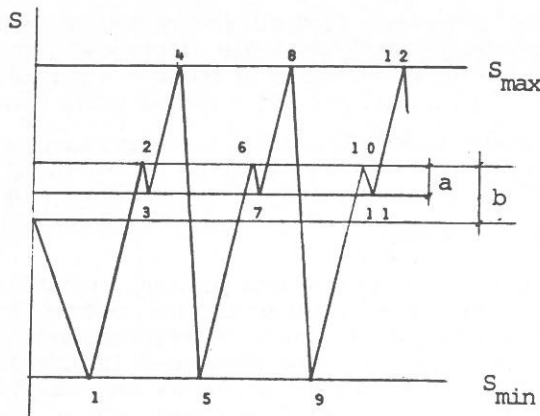


Fig. 4: Registro Empleado en la Simulación.

tipo en el que se acentúan los problemas indicados anteriormente, ya que se producirán todos los errores en el mismo sentido, al tener durante el periodo de carga una pequeña interrupción en el crecimiento. Dicha interrupción hará que la opción A produzca un cierto desplazamiento en las tensiones y deformaciones. En las Figs. 5 y 6 se muestra la evolución de las tensiones y deformaciones para dos casos con ciclos intermedios de amplitud de S (a) igual a 30 MPa, pero con diferentes valores del pico (b) de esos ciclos intermedios. En la Fig. 5 se representa la evolución cuando b es igual a 15 MPa y en 6 cuando b es igual a 250 MPa. En la primera figura aparece un progresivo aumento tanto de la deformación como de la tensión media, mientras

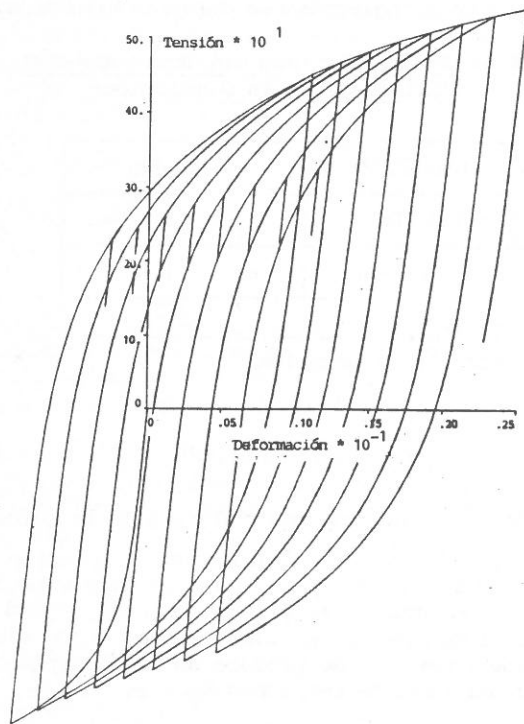


Fig. 5: Opción A. Respuesta Inestable b=15 MPa (a=30 MPa).

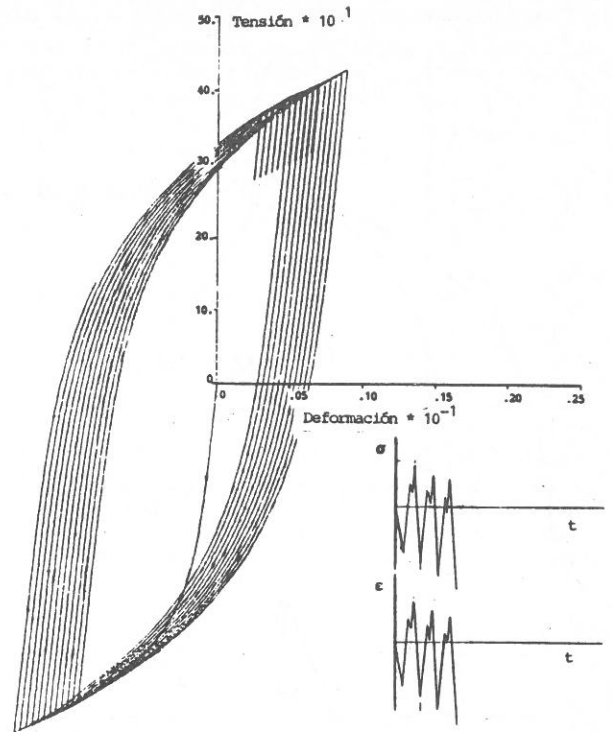


Fig. 6: Opción A: Respuesta Inestable. b=250 MPa. (a=30 MPa).

que en la segunda, lo que se producen son tensiones y deformaciones medias negativas. Sin embargo, se ha comprobado que empleando la opción B de cálculo, tanto la tensión como la deformación media permanecen constantes. Igualmente, en la Fig. 5 se producen amplitudes de los ciclos mayores que en el caso estable, mientras que en la 6 son menores.

Con objeto de evaluar mejor las diferencias en los resultados de una y otra opción, se han calculado las amplitudes de deformaciones y tensiones obtenidas con las dos opciones, para distintos ciclos del tipo representado en la Fig. 4. La Fig. 7 representa un gráfico del error en deformaciones para distintas amplitudes del ciclo pequeño (a), en función del valor del pico de dicho ciclo (b). A fin de obtener una idea mejor del orden de magnitud de estos errores, se han representado los porcentajes de error respecto a la amplitud del ciclo. Esto es:

$$\Delta \epsilon_{\epsilon} = \frac{\Delta \epsilon_B - \Delta \epsilon_A}{\Delta \epsilon_B} 100 \quad (9)$$

En dicha figura puede apreciarse que, para un mismo valor de b, las diferencias aumentan a medida que disminuye a, valor de la amplitud del ciclo intermedio. Esto es razonable, ya que ello equivale a un desplazamiento mayor del origen de coordenadas de la hipérbola en la opción A. Igualmente, se observa que los errores máximos se producen cuando el ciclo pequeño está en la zona de la curva donde $\Delta \epsilon_p$ y $\Delta \epsilon_e$ son del mismo orden. Esto es, en las proximidades del límite elástico. En el caso analizado, teniendo en

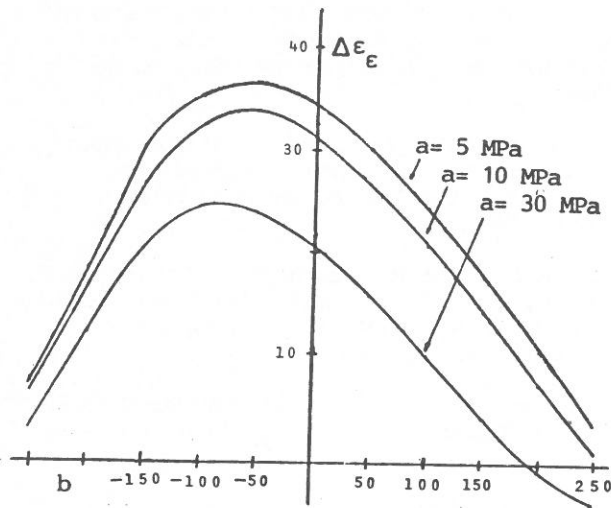


Fig. 7: Error en Deformación

cuenta que el límite elástico del material es - aproximadamente $\sigma'_y = 330$ MPa [23], que $K_t = 3$, que el mínimo del ciclo corresponde a $S_{min} = -300$ MPa y que en el ciclo de histeresis el - límite elástico será el doble (660 MPa), las máximas diferencias se producirán para valores de b próximos a los que cumplan:

$$(b - S_{min}) K_t \approx 660 \text{ MPa} \quad (10)$$

Esto es, valores de b próximos a -90 MPa.

La influencia de un ciclo pequeño de interrupción puede analizarse a partir del parámetro de Smith-Topper-Watson (S.T.W.) [24] correspondiente a dicho ciclo. Parámetro, cuyo valor es:

$$S.T.W. = \sigma_{max} \frac{\Delta \epsilon}{2} \quad (11)$$

y que puede relacionarse directamente con la duración del periodo de iniciación, incluyendo el efecto de la asimetría del ciclo. Para cada amplitud a, el daño producido será mayor cuando - mayor sea σ_{max} y por, tanto b.

Empleando el parámetro de S.T.W. se ha evaluado el daño que produce un ciclo definido por $a = 30$ MPa y $b = 250$ MPa. y se ha comparado con el producido por un ciclo sin interrupción, de amplitud igual a la del ciclo global. El primero produce un daño:

$$D_1 = \frac{1}{N_1} = 1.307 \cdot 10^{-9} \quad (12)$$

despreciable frente al valor $D_g = 4.263 \cdot 10^{-4}$ -

producido por el mayor. De acuerdo con estos valores, la vida de nucleación debe ser aproximadamente $N = 1/D_g = 2346$ ciclos, valor igual al obtenido con la opción B, que es prácticamente el mismo, independientemente de b.

Empleando la opción A, de acuerdo con las - deformaciones obtenidas, la duración para a - igual a 30 MPa dependerá de manera apreciable - del valor de b. Así, con b igual 250 la duración es del orden de un 70% mayor que cuando b es igual a 15 MPa.

Si se intenta determinar la vida en nucleación mediante simulación, ciclo a ciclo, - del daño producido por un bloque de M ciclos, - las diferencias aparecidas se desorbitan al crecer el valor de M. Esto es debido a la diferente evolución de las tensiones medias de los ciclos, como se aprecia en las Fig. 5 y 6, dependiendo del valor de b. Por ejemplo, considerando bloques de 30 ciclos, la vida obtenida con b igual a 250 MPa es del orden de 10 veces la obtenida con b igual a 15 MPa, siendo en ambos casos a igual a 30 MPa. Dicha relación es aproximadamente de 50 veces cuando los bloques se hacen de 100 ciclos.

4. CONCLUSIONES

De todo lo anterior, se puede deducir que - los métodos, de simulación del comportamiento - en el fondo de una entalla, basados en la división de la curva de comportamiento en tramos - rectilíneos a los que se asignan grados de utilización, pueden hacerse inestables bajo determinadas condiciones de carga estable.

Igualmente, bajo cargas cíclicas con ciclos de determinada amplitud, interrumpidos por otros de amplitud bastante menor, pueden dar resultados de amplitudes de deformaciones cíclicas máximas diferentes, dependiendo del punto de interrupción y la amplitud de dichas interrupciones.

Estos comportamientos pueden dar origen a - diferencias apreciables en los resultados de - predicción de vida bajo condiciones de carga - que producen daños sensiblemente iguales.

Por todo ello, debe emplearse algún procedimiento de simulación que reproduzca el efecto - de memoria con mayor precisión. Y, en todo caso, si se emplean los métodos más rápidos pero que pueden dar lugar a los errores indicados, habrá que ver en que medida afectan estos a la vida - predicha.

5. REFERENCIAS

1. Coffin L.F.Jr. y Schenectady N.Y. "A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductil Metal". Trans. ASME, Vol. 76, pg. 931. Agosto 1954.
2. Manson S.S. "Behavior of Materials Under Conditions of Thermal Stress". NACA. Tech. Note 2983. 1954.

3. Brose W.R., Dowling N.E. y Wilson W.K. "Notched Member Fatigue Life Prediction by the Local Strain Approach". Fatigue Under Complex Loading, SAE, pg. 55, 1977.
4. Neuber H. "Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Non linear Stress-Strain Law". Journal of Appl. Mech. pag. 544. Dic. 1961.
5. Stowell E.Z. "Stress and Strain Concentration at a Circular Hole in a Infinite Plate". NACA Tech. Note 2073. 1950.
6. Hardrath H.F. y Ohman L. "A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factor due to Notches and Fillets in Flat Plates". NACA Report No. 1117. 1953.
7. Glinka G. y Molski K. "A Method of Elastic-Plastic Stress and Strain Calculation at a Notch Root". Material Science and Engineering, Vol. 50, 1981, pag. 93.
8. Polak J. "Stress and Strain Concentration Factor Evaluation Using the Equivalent Energy Concept". Material Science and Engineering, Vol. 61, pg. 195. 1983.
9. Morrow Jo Dean. "Fatigue Properties of Metals". Fatigue Design Handbook. SAE, 1968.
10. VanLeeuwen H.P. "Damage-Tolerant Aircraft Design" Procee. of the 5th European Conference on Fracture, pag. 753. Lisboa, 1981.
11. Nelson D.V. "Cumulative Fatigue Damage in Metals". Stanford University, Ph. D. 1978.
12. Palmgren A. "Durability of Ball Bearings". ZDVVDI. Vol. 68, N. 14, p. 339. 1924.
13. Miner N.A. "Cumulative Damage in Fatigue". Journal of Appl. Mech. pag. A-159. Sept. 1945.
14. Endo T., Landgraf R.W. y Morrow Jo Dean. "Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve". Journal of Materials. JMLSA, Vol. 4, No. 1, pg. 176, Marzo 1969.
15. Morrow J. "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals". Internal Friction, Damping and Cyclic Plasticity, ASTM STP 378.
16. Manson S.S. "Fatigue: A Complex Subject- Some Simple Aproximations". Expt. Mechanics. Vol. 5, pag. 193, 1965.
17. Jarke C.E., Mindlin H. y Perrin J.S. "Cyclic Stress-Strain Behavior of Two Alloys at High Temperature". Cyclic Stress-Strain Behavior. ASTM STP 519. 1971.
18. Abdel-Raouf H., Plumtree A. y Topper T.H. "Effects of Temperature and Deformation Rate on Cyclic Strength and Fracture of Low-Carbon Steel". Cyclic Stress-Strain Behavior. ASTM STP 519. 1971.
19. Mitchell M.R. "Effects of Graphite Morphology, Matrix Hardness and Structure on the Fatigue Resistance of Gray Cast Iron". Paper No. 750198. SAE Congress, Detroit. Febrero 1975.
20. Ellyin F., Lefebvre D. "Cyclic Response and Inelastic Strain Energy in Low Cycle Fatigue". Int. J. of Fatigue, Vol. 6, No. 1, 1984.
21. Wetzel R.M. "A Method of Fatigue Damage Analysis". Dept. of Civil Engineering. University of Waterloo. Ontario, Canadá. Ph. D. 1971.
22. La Pointe N.R., Richards F.D. y Wetzel R. "A Cyclic Conting Algorithm for Fatigue Damage Analysis". Paper 740178. SAE Congress, Detroit, Febrero 1975.
23. Bussa S., Tucker L. "The SAE Cumulative Fatigue Damage Test Program". Fatigue Under Complex Loading. SAE, pag. 1, 1977.
24. Smith K.N., Topper T.H. y Watson P. "A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals". Journal of Materials, JMLSA, Vol. 5, No. 4, 1970.