

# Trabajo Fin de Máster

## Máster en Ingeniería Aeronáutica

### Estudio mediante EF de las Constantes de Johnson en Extrusión en Frío

Autor: Jorge Herena Panadero

Tutor: Francisco Javier Doblas Charneco

**Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Aeronáutica

# **Estudio mediante EF de las Constantes de Johnson en Extrusión en Frío**

Autor:

Jorge Herena Panadero

Tutor:

Francisco Javier Doblás Charneco

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Máster: Estudio mediante EF de las Constantes de Johnson en Extrusión en Frío

Autor: Jorge Herena Panadero

Tutor: Francisco Javier Doblás Charneco

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mi tutor*



# Agradecimientos

---

El presente trabajo fin de máster representa la llegada a meta de un duro y tedioso camino que no ha sido fácil recorrer.

Quisiera dar las gracias a mi familia. En especial a mis padres, que han permitido que esto fuese posible, y han sabido llevar la situación tanto en las buenas como en las malas. Gracias por la paciencia y el apoyo.

Gracias a Luís, por su impecable labor en este trabajo, así como la entrega e ilusión que ha mostrado en todo momento.

*Jorge Herena Panadero*

*Estudiante de Máster en Ing. Aeronáutica*

*Sevilla, 2021*



# Resumen

---

Este trabajo tiene por objeto comprobar la generalidad del valor de las constantes de Johnson y la expresión propuesta para el cálculo de la deformación real, que a menudo se encuentran en la literatura. No hay justificación alguna cuando se dan estos valores y la expresión, y es la razón por la que se ha llevado a cabo el análisis de dichas constantes. Para ello, se plantea el problema de extrusión directa sin rozamiento (y sin problema térmico) de una preforma de sección circular, con sección de salida también circular.

En primer lugar, se ha realizado un planteamiento teórico del problema en el que se detallan las características del mismo, para así establecer la base del problema que se va a estudiar. Así mismo, se ha justificado la necesidad del estudio, presentando en qué parte del problema aparecen las constantes de Johnson y la deformación real.

Por otro lado, para la resolución numérica del problema mediante EF, se ha usado DEFORM-F2, mediante el cual se ha obtenido la fuerza de extrusión, que es la que nos permite hallar la deformación real y a partir de ella el valor de las constantes. Así mismo, se ha estudiado la relación entre las constantes que definen el material y dichas constantes de Johnson.

El problema se ha realizado para matrices de extrusión rectas, y también para matrices con un cierto ángulo, con el objetivo de ver la influencia del ángulo de la matriz en los resultados. Dichos resultados se ajustan bastante a lo propuesto en la literatura para matrices de extrusión con ángulo recto, mientras que si el ángulo de la matriz entra en juego, los resultados no son tan prometedores.



# Abstract

---

The object of this project is to verify the generality of the Johnson parameters and the proposed expression for the calculation of real deformation, which are often found in the literature. There is no justification when these parameters and the expression are given, and it is the reason why the analysis of these constants has been carried out. For this, a problem of direct extrusion without friction (and without the thermal problem), of a preform with a circular section, with an outlet section that is also circular, is posed.

At first, a theoretical approach to the problem has been carried out, detailing its characteristics, in order to establish the basis of the problem to be studied. The need for the study has been justified, presenting in which part of the problem the Johnson parameters and the real deformation appear.

On the other hand, for numerical resolution of the problem using FE, DEFORM-F2 has been used, through which the extrusion force has been obtained, which is what allows us to find the real deformation, and finally, the value of the constants. In addition, the relationship between the parameters that define the material and those constants has been studied.

The problem has been carried out for extrusion die without angle, and also for dies with a certain angle, in order to see the influence of the die angle on the results. These results are quite consistent with what is proposed in the literature when the angle is not considered, while when the die angle takes part in the process, the results are not so promising.

# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xiv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Problema objeto de estudio</i>	1
1.2 <i>Comportamiento del material</i>	2
1.3 <i>Cálculo de la fuerza de extrusión</i>	3
1.4 <i>Justificación del uso de deformación media y tensión media de fluencia</i>	4
<b>2 No Uniformidad de Deformaciones: Constantes de Johnson</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Justificación de las constantes de Johnson</i>	5
2.2 <i>Necesidad de estudio del problema</i>	6
<b>3 Problema y Método de Estudio</b>	<b>8</b>
3.1 <i>Descripción del modelo empleado para el cálculo</i>	8
3.2 <i>Método numérico de resolución del problema</i>	8
3.3 <i>Postprocesado de resultados numéricos</i>	9
<b>4 Resultados Obtenidos por EF</b>	<b>10</b>
4.1 <i>Descripción de los casos estudiados</i>	10
4.2 <i>Curva ideal de la fuerza de extrusión</i>	11
4.3 <i>Curva obtenida por EF de la fuerza de extrusion</i>	12
4.3.1 <i>Casos representativos</i>	12
4.3.2 <i>Valor numérico de la fuerza de extrusion</i>	15
4.4 <i>Valores de la fuerza obtenidos</i>	17
<b>5 Cálculo de los Coeficientes</b>	<b>20</b>
5.1 <i>Método de cálculo de los coeficientes</i>	20
5.2 <i>Resultados de los cálculos de a y b</i>	21
<b>6 Análisis de Resultados</b>	<b>23</b>
6.1 <i>Matrices a 90°</i>	23
6.1.1 <i>Análisis de la influencia de la velocidad de extrusion</i>	23
6.1.2 <i>Análisis de la influencia del coeficiente de resistencia</i>	25
6.2 <i>Influencia del ángulo de la matriz</i>	26
<b>7 Conclusiones y Perspectiva de Futuro</b>	<b>28</b>
<b>Referencias</b>	<b>29</b>
<b>Anexo 1</b>	<b>30</b>
<b>Anexo 2</b>	<b>35</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 4.1 Constantes de los materiales usados para la resolución numérica	11
Tabla 4.2 Valor de la fuerza media para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ y $D_f = 30, 40, 50, 60$ y $70$ mm.	14
Tabla 4.3 Valor de la fuerza media para $K = 200$ MPa.	18
Tabla 4.4 Valor de la fuerza media para $K = 400$ MPa.	18
Tabla 4.5 Valor de la fuerza media para $K = 600$ MPa.	19
Tabla 4.6 Valor de la fuerza media para $K = 800$ MPa.	19
Tabla 5.1 Constantes de Johnson para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ y $\alpha = 90^\circ$ .	21
Tabla 5.2 Constantes de Johnson para $K = 200$ MPa, $n = 0,50$ y $\alpha = 90^\circ$ .	22
Tabla 5.3 Constantes de Johnson para los materiales usados en la resolución numérica	22
Tabla 6.1 Materiales para los que se ha simulado la extrusión a $100$ mm/s.	23

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1.1. Esquema del problema.	2
Figura 1.2. Curva típica de comportamiento de los metales.	2
Figura 1.3. Curva de comportamiento en la región plástica de los metales.	3
Figura 1.4. Balance de los volúmenes de material durante el proceso.	4
Figura 2.1. Problema general de regresión lineal.	6
Figura 2.2. Particularización de la regresión lineal.	7
Figura 3.1. Elementos de un modelo realizado en DEFORM-2D.	9
Figura 4.1. Matrices de un modelo realizado en DEFORM-2D.	11
Figura 4.2. Comportamiento de la fuerza de extrusión.	12
Figura 4.3. Fuerza de extrusión para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ , $D_f = 30$ mm y $\alpha = 90^\circ$ .	13
Figura 4.4. Defecto de cola de pescado al final de la extrusión.	13
Figura 4.5. Fuerza de extrusión para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ y $D_f = 30, 40, 50, 60, 70$ mm.	14
Figura 4.6. Fuerza de extrusión para $K = 200$ MPa, $D_f = 30$ mm y $n = 0,05, 0,15, 0,30, 0,50$ .	15
Figura 4.7. Fuerza de extrusión para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ y $\alpha = 90^\circ$ .	17
Figura 4.8. Fuerza de extrusión para $K = 200$ MPa, $n = 0,50$ y $\alpha = 90^\circ$ .	17
Figura 5.1. Coeficientes a y b a partir de una regresión lineal.	21
Figura 5.2. Regresión lineal para $K = 200$ MPa, $n = 0,05$ y $\alpha = 90^\circ$ .	21
Figura 5.3. Regresión lineal para $K = 200$ MPa, $n = 0,50$ y $\alpha = 90^\circ$ .	22
Figura 6.1. Influencia de la velocidad de extrusión sobre a.	24
Figura 6.2. Influencia de la velocidad de extrusión sobre b.	24
Figura 6.3. Influencia del coeficiente de resistencia K sobre a.	25
Figura 6.4. Influencia del coeficiente de resistencia K sobre b.	25
Figura 6.5. Influencia de $\alpha$ sobre a.	26
Figura 6.6. Influencia de $\alpha$ sobre b.	26
Figura 6.7. Influencia del coeficiente de resistencia K sobre b.	27

# 1 INTRODUCCIÓN

---

*Si he visto más lejos ha sido porque he subido a  
hombros de gigantes.*

*-Issac Newton-*

Tradicionalmente se han utilizado diversos métodos para calcular la deformación real y la fuerza de extrusión. La siguiente ecuación, propuesta por Johnson, ha sido una de las más utilizadas.

$$\Delta\varepsilon' = a + b\Delta\varepsilon \quad (1.1)$$

Donde  $\Delta\varepsilon'$  es la deformación real de extrusión,  $a$  y  $b$  son constantes experimentales que varían según el ángulo del troquel y  $\Delta\varepsilon$  es la deformación media de extrusión. Los valores típicos de dichas constantes según la literatura son  $a = 0.8$  y  $b \in (1,2, 1,5)$ . Esta indica que ambos parámetros tienden a aumentar si aumenta el ángulo del troquel, pero no hay una justificación de esa deducción empírica [9].

## 1.1 Problema objeto de estudio

El problema objeto de estudio en este trabajo es el análisis simple de la extrusión. De este problema se pretende obtener el valor de la fuerza de extrusión, y a partir de ella realizar el análisis de los parámetros de Johnson, como se detallará en los siguientes apartados.

Para el análisis simple de extrusión, todos los aspectos de la realidad son tenidos en cuenta mediante ecuaciones o factores muy simples. El punto de partida es un balance energético ideal que establece que todo el trabajo de las fuerzas exteriores se emplea en deformar plásticamente la preforma.

Para hacer del problema real de extrusión un problema tratable, los siguientes factores son simplificados en este análisis:

- Comportamiento del material;
- Forma de la matriz de extrusión;
- Rozamiento entre las distintas partes móviles del proceso de extrusión;
- Forma de la sección de salida; y
- No uniformidad de la deformación.

De todas ellas, se analizará el comportamiento del material, la forma de la matriz de extrusión y el problema fundamental de este estudio, la no uniformidad de las deformaciones. Por ello, el problema a resolver es el proceso de extrusión de una preforma de sección circular, con sección de salida también circular, suponiendo que no existe rozamiento entre la preforma y la matriz, a una velocidad de avance del pistón conocida y para matrices de  $90^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$ .

El problema es axilsimétrico, permitiendo formulación en 2D y así reducir la complejidad de cálculo (ahorro de tiempo y espacio de memoria), y disminuir la componente de error numérico al simplificar y reducir el número de las ecuaciones del problema. El esquema del proceso de extrusión simulado sería el de la figura 1.1.

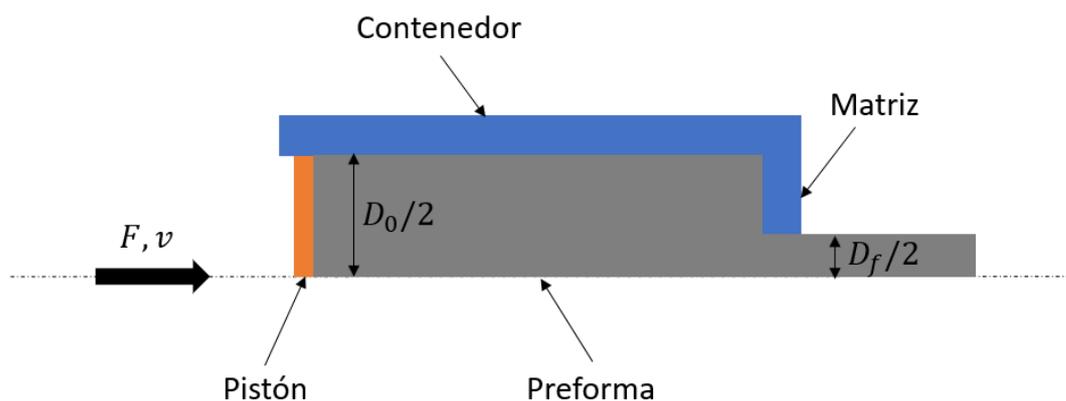


Figura 1.1. Esquema del problema.

Donde  $D_0$  es el diámetro inicial de la sección transversal,  $D_f$  el diámetro final de la sección transversal,  $v$  la velocidad de avance del pistón y  $F$  la fuerza ejercida por el pistón.

## 1.2 Comportamiento del material

En cuanto al comportamiento del material durante el proceso de extrusión, la curva típica de tensión/deformación para los metales (en su gran mayoría) consta de una región elástica y otra plástica [8]. Dicho comportamiento puede diferenciarse claramente en la siguiente figura:

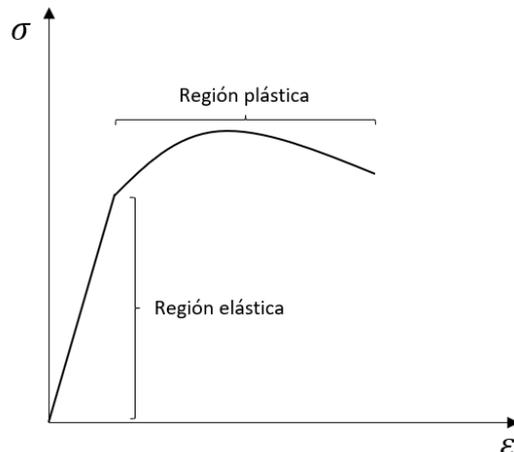


Figura 1.2. Curva típica de comportamiento de los metales.

En el conformado de metales es de interés fundamentalmente la región plástica debido a que en estos procesos el material se deforma plástica y permanentemente. En la región plástica, el comportamiento del material viene dado por la ecuación 1.2.

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (1.2)$$

Donde  $K$  es el coeficiente de resistencia y  $n$  el coeficiente de endurecimiento por deformación.

El comportamiento descrito se puede observar en la siguiente figura 1.3.

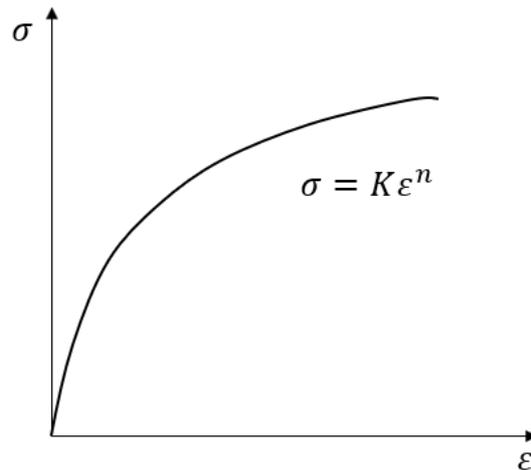


Figura 1.3. Curva de comportamiento en la región plástica de los metales.

### 1.3 Cálculo de la fuerza de extrusión

En general, el problema de extrusión se suele hacer de forma global y a partir de la tensión media de fluencia y la uniformidad de deformaciones.

La tensión de fluencia media es una magnitud de punto (no instantánea o de estado). Se trata de una magnitud asociada al proceso. Si todos los puntos experimentaran una deformación y tensión por igual, tendrían también la misma tensión de fluencia media.

Por tanto, la tensión media de fluencia se define como aquella tensión constante que trabajando entre los mismos límites de deformación que el proceso real, ejerce el mismo trabajo ( $W_{p1}$ ) que las tensiones y las deformaciones reales ( $W_{p2}$ ).

$$W_{p1} = \bar{\sigma}_{YS} \Delta\varepsilon \quad (1.3)$$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_f - \varepsilon_0 \quad (1.4)$$

$$W_{p2} = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} \sigma \cdot d\varepsilon \quad (1.5)$$

De dónde se puede obtener que:

$$\bar{\sigma}_{YS} = \frac{1}{\Delta\varepsilon} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} \sigma \cdot d\varepsilon \quad (1.6)$$

Ahora, a partir de la ley de comportamiento, al integrar la ecuación de la tensión media de fluencia (ecuación 1.6), se obtiene:

$$\bar{\sigma}_{YS} = \frac{K\Delta\varepsilon}{1+n} \quad (1.7)$$

Al aplicar una determinada fuerza  $F$ , el pistón de sección transversal  $A_0$ , recorre una distancia  $\Delta x$  y por tanto desplaza un volumen de material de la preforma  $V_0$ , saliendo entonces por la matriz un volumen de material  $V_f$ :



Figura 1.4. Balance de los volúmenes de material durante el proceso.

De esta forma, el trabajo de las fuerzas exteriores viene dado por:

$$W_{ext} = F \Delta x = p A_0 \Delta x = p V_0 \quad (1.8)$$

Y el trabajo total de la deformación plástica es:

$$W_{def} = K_x \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} \sigma d\varepsilon V_f = K_x \bar{\sigma}_{YS} \Delta\varepsilon V_f \quad (1.9)$$

Finalmente, debido a que hay conservación de volumen en deformación plástica y por tanto  $V_0 = V_f$ , y que  $K_x = 1$  se tiene:

$$p = \bar{\sigma}_{YS} \Delta\varepsilon \quad (1.10)$$

$$\Delta\varepsilon = \ln \frac{A_0}{A_f} \quad (1.11)$$

$$A_0 = \pi \left( \frac{D_0}{2} \right)^2, A_f = \pi \left( \frac{D_f}{2} \right)^2 \quad (1.12)$$

La fuerza del pistón en el proceso de extrusión es simplemente:

$$F = p A_0 \quad (1.13)$$

## 1.4 Justificación del uso de deformación media y tensión media de fluencia

Hay que aclarar que el uso la tensión media de fluencia (en lugar del valor instantáneo) está justificado ya que, en un proceso de extrusión, la sección transversal de la preforma se va reduciendo y el material va experimentando un endurecimiento por deformación de forma gradual. Por tanto, resulta más práctico hacerlo con el valor medio que con los valores instantáneos. Además, dado que el objetivo del trabajo es obtener las constantes de Johnson que permitan con los datos simples de la extrusión estimar razonablemente la fuerza, el uso de las anteriores está más que justificado.

Una vez explicado esto, es necesario añadir que se tiene una estimación de la deformación media experimentada por el material y a partir de ella se puede estimar la tensión media de fluencia, aunque ambas magnitudes no coincidirán de ninguna manera con los verdaderos valores de la deformación media ni la tensión media de fluencia, pero es un problema que se deja para estudios posteriores [9].

# 2 NO UNIFORMIDAD DE DEFORMACIONES: CONSTANTES DE JOHNSON

---

*Lo importante en ciencia no es tanto obtener nuevos hechos como descubrir nuevas formas de pensar sobre ellos.*

*-William Lawrence Bragg-*

Es claro que la ecuación 1.10 subestima la fuerza de extrusión, si tenemos en cuenta lo mencionado respecto a las fuerzas que intervienen en el proceso. Este hecho fue tratado de diversas formas, pero fue Johnson quien estudió el problema y propuso que la causa de este fenómeno estaba basada en la no uniformidad de las deformaciones durante el proceso de extrusión. Entonces, como se explicaba en los primeros párrafos del trabajo, propuso introducir una deformación aumentada, llamada deformación real, que recoja el fenómeno, planteando la ecuación lineal que se indicaba al comienzo (ecuación 1.1).

De la misma forma, como se advirtió en el apartado anterior, los libros de introducción a la fabricación usan indistintamente las constantes, pero no se ha encontrado detalle de la justificación que hay detrás de dichos valores.

## 2.1 Justificación de las constantes de Johnson

Prueba de que no hay detalle acerca del procedimiento para obtener los valores de  $a = 0.8$  y  $b \in (1,2, 1,5)$ , son los diversos artículos consultados para la realización de este trabajo, en los que no se puede sacar ninguna conclusión de cómo se han obtenido dichos parámetros ni más detalle de los valores mencionados. Los artículos que han sido consultados son:

- W. Johnson. “Extrusion through Wedge-Shaped Dies. Part I”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1955
- W. Johnson. “Extrusion through Wedge-Shaped Dies. Part II”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1955
- W. Johnson. “Extrusion through Square Dies of Large Reduction”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956
- W. Johnson. “Experiments in Plane-Strain Extrusion”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956
- W. Johnson. “The Plane Strain Extrusion of Short Slugs”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1957
- W. Johnson. “Experiments in the Cold Extrusion of Rods of Non-Circular Section”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1958
- W. Johnson, P.B. Mellor, D.M. Woo. “Extrusion through Single Hole Staggered and Unequal Multi-Hole Dies”. Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1957

- W. Johnson. "Partial Sideways Extrusion from a Smooth Container". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956

Igualmente, no se da información acerca de los materiales para los que son válidos los valores ni de cómo elegir el valor de  $b$ . De hecho, lo único que se puede sacar en claro referente al procedimiento para la obtención de dichos valores es que Johnson resolvió los problemas mediante la técnica de las "líneas de deslizamiento". Esta supone un material plástico perfecto con un límite de fluencia perfectamente definido [2].

## 2.2 Necesidad de estudio del problema

A partir de lo mencionado en el apartado anterior, es donde surge la necesidad de estudiar el problema de estas constantes de Johnson, es decir, estudiar si los parámetros indicados son acertados de forma general o hay aspectos del problema que habría que matizar en función de ciertas condiciones.

Para ello se plantea inicialmente un doble objetivo:

- Comprobar que la relación  $\Delta\varepsilon' = a + b\Delta\varepsilon$  tiene sentido.
- Determinar si existe una relación entre las constantes de Johnson ( $a$  y  $b$ ) y las constantes del material ( $K$  y  $n$ ), con la obtención de unas expresiones:

$$a = a(K, n) \quad (2.1)$$

$$b = b(K, n) \quad (2.2)$$

En cuanto al segundo de los objetivos (determinar si existe una relación entre las constantes de Johnson y las constantes del material), se necesita un estudio más complejo a partir de las simulaciones realizadas, que se mostrará en los siguientes apartados.

Respecto al primer objetivo, resulta relativamente sencillo realizar tal comprobación, en la que se pueda verificar que  $\Delta\varepsilon'$  y  $\Delta\varepsilon$  siguen una relación lineal o "aproximadamente lineal".

Para ello, como planteamiento general:

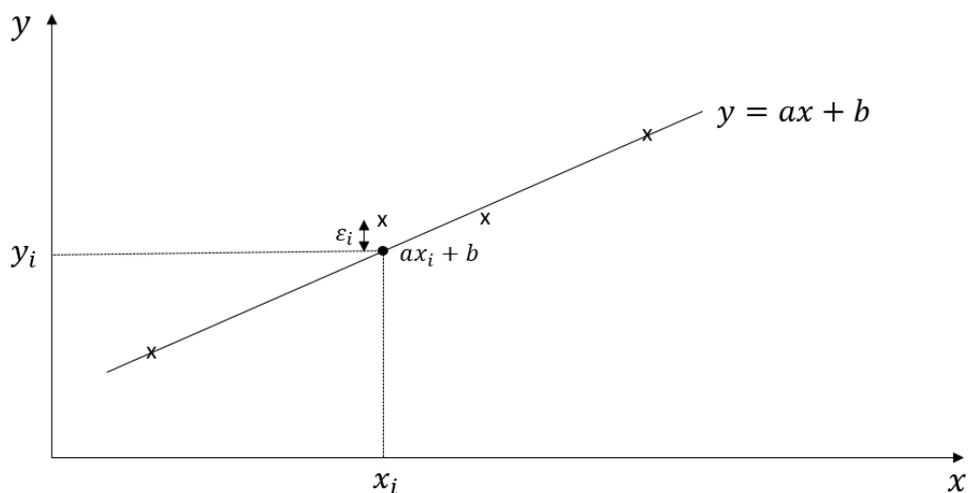


Figura 2.1. Problema general de regresión lineal.

$$\varepsilon_i = |ax_i + b - y_i| \quad (2.3)$$

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a} = 0; a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b} = 0; a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.6)$$

Y por tanto, los parámetros que definirían la regresión serían:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{vmatrix} \quad (2.7)$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum y_i & n \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (2.8)$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum x_i & \sum y_i \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (2.9)$$

Ahora bien, para particularizar el problema al caso en consideración, se tendría:

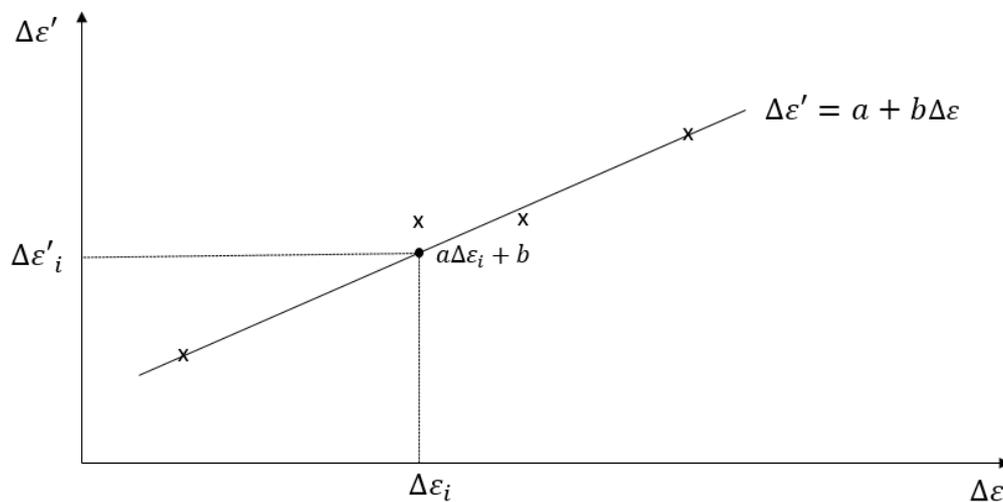


Figura 2.2. Particularización de la regresión lineal.

Esta regresión nos permitirá comprobar si efectivamente la relación entre la deformación real y la deformación media es lineal.

# 3 PROBLEMA Y MÉTODO DE ESTUDIO

---

*Imaginada la hipótesis, menester es someterla a la sanción de la experiencia, para lo cual escogemos experimentos u observaciones precisas, complejas y concluyentes.*

*-Santiago Ramón y Cajal-*

Una vez se ha presentado la justificación y definición del problema, conviene explicar el método que se ha seguido para realizar el estudio y la metodología a seguir para resolver dicho problema. Para ello se van a mostrar los detalles de la descripción del modelo empleado, el método numérico usado para resolver el problema y finalmente cómo se ha realizado el posprocesado de los resultados.

## 3.1 Descripción del modelo empleado para el cálculo

En línea con lo mencionado en el apartado 1, el modelo que se va a usar para obtener los resultados numéricos necesarios, se define mediante las siguientes características:

- Modelo bidimensional axilsimétrico;
- Cámara cilíndrica (sección circular);
- Pistón rígido con velocidad constante;
- Matriz circular a 45°, 60°, 75° y 90°;
- Preforma cilíndrica;
- Rozamiento cámara-preforma nulo;
- Ley de comportamiento del material  $\sigma = K\varepsilon^n$ ; y
- Problema mecánico sin resolución del problema térmico.

## 3.2 Método numérico de resolución del problema

Para resolver dicho problema, se han llevado a cabo ciertos experimentos de procesos de extrusión mediante elementos finitos con el software DEFORM-2D, y más en concreto con el paquete DEFORM-F2, especialmente orientado a procesos de conformado.

Este enfoque está basado en el método de los elementos finitos con formulación de flujo (planteamiento euleriano).

A modo de ejemplo, en la figura 3.1, se tiene un modelo generado en DEFORM-2D en el que se pueden apreciar cada uno de los elementos creados para llevar a cabo la simulación.

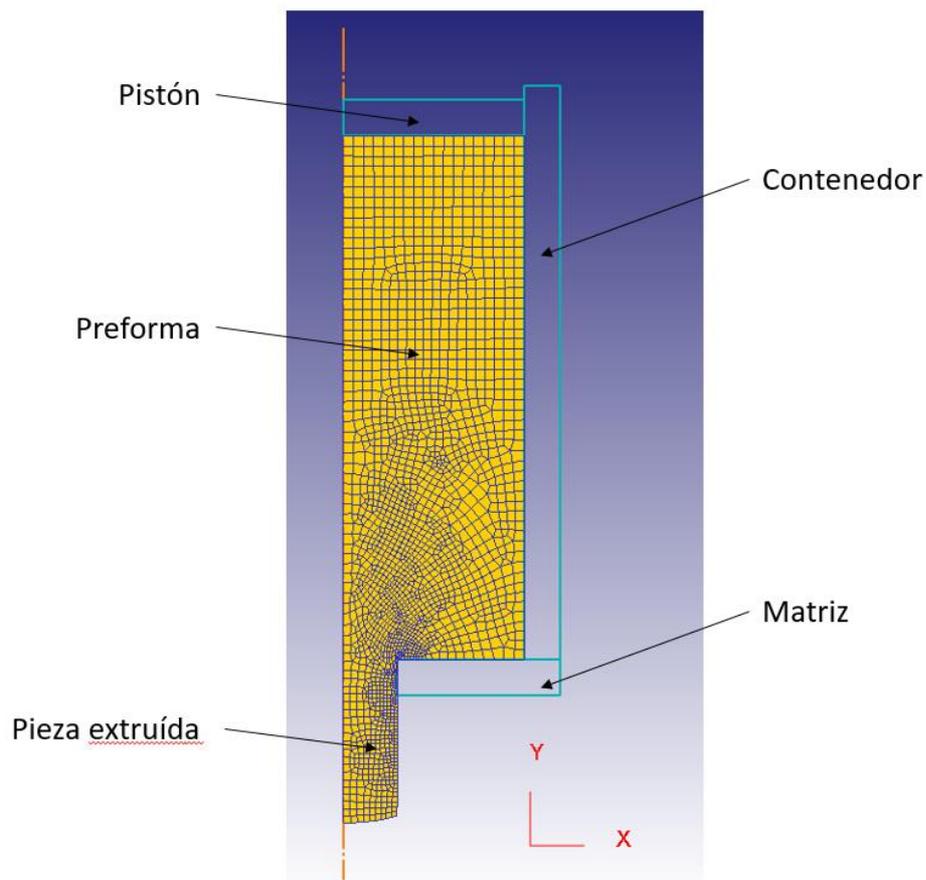


Figura 3.1. Elementos de un modelo realizado en DEFORM-2D.

En cuanto a la preforma, es necesario indicar que se ha usado una longitud total de 150 mm, con un diámetro inicial de 50 mm, y en cuanto a la carrera del pistón, se han usado 140 mm, que eran suficientes para obtener los resultados de interés para solucionar el problema.

### 3.3 Posprocesado de resultados numéricos

Fundamentalmente, el resultado obtenido de forma numérica en el estudio que se pretende realizar es la fuerza del problema de extrusión. A partir de dicha fuerza se realizará el estudio presentado en el apartado 2, con el fin de comprobar que la ecuación presentada por Johnson para la deformación real se puede generalizar para toda situación, y en segundo lugar, hacer el análisis de dependencia entre el valor de las constantes indicadas por Johnson. Para ello, se han empleado hojas de cálculo Excel y funciones en VBA que permiten obtener las conclusiones del problema, a partir de los datos que arroja DEFORM-F2 y que puede extraerse en formato “.txt”, para tratarse tal y como se ha indicado.

En el capítulo 4 se presentarán todos los detalles de cómo se ha llevado a cabo este posprocesado y las razones de por qué se ha realizado de tal forma.

# 4 RESULTADOS OBTENIDOS POR EF

---

*Las ciencias aplicadas no existen, solo las aplicaciones de la ciencia.*

*-Louis Pasteur-*

**E**n este apartado del trabajo, una vez se ha realizado la formulación teórica y justificación del problema, y se ha definido el método de estudio, así como el proceso para resolver dicho problema, se está en condiciones de pasar al detalle del planteamiento realizado para el método de elementos finitos.

Se va a realizar una descripción de los casos estudiados y el criterio seguido para ello, el análisis del comportamiento ideal de la fuerza de extrusión, así como el de la obtenida por el método de elementos finitos, y por último los resultados de dichos valores obtenidos para cada uno de los casos estudiados.

## 4.1 Descripción de los casos estudiados

En primer lugar, se va a realizar el análisis del problema de extrusión con matriz de ángulo  $\alpha = 90^\circ$ , dada una velocidad  $v$  del pistón constante, con un diámetro de preforma  $D_0$  fijo, para una serie de valores de diámetro final  $D_f$  y un conjunto de materiales caracterizados por  $K$  y  $n$ .

Para definir los materiales, se ha utilizado la ley de comportamiento explicada anteriormente (ecuación 1.2) y las combinaciones de  $K$  y  $n$  que se van a detallar a continuación.

En la figura 4.1, se pueden ver las matrices usadas para simular estos casos.

Por tanto, concretando los valores de los parámetros mencionados se tiene:

- $\alpha = 90^\circ$ ;
- $v = 50$  mm/s;
- $D_0 = 100$  mm;
- $D_f = 30, 40, 50, 60$  y  $70$  mm (figura 4.1); y
- Materiales definidos por los valores de  $K$  y  $n$  (tabla 4.1).

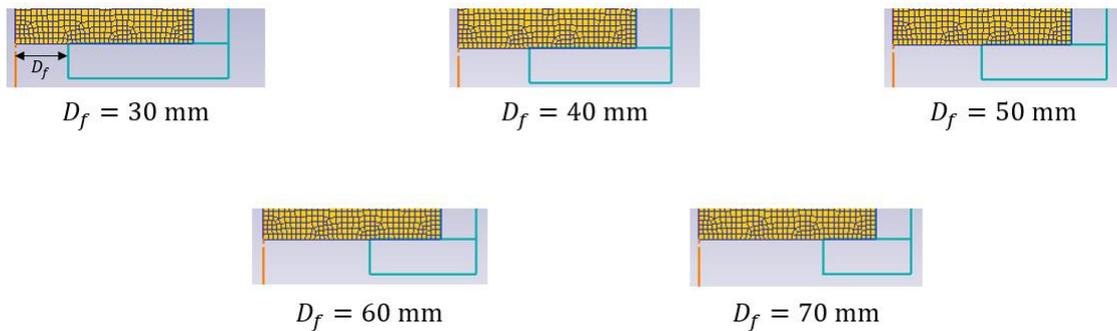


Figura 4.1. Matrices de un modelo realizado en DEFORM-2D.

Tabla 4.1 Constantes de los materiales usados para la resolución numérica

$K$ (MPa)	$n$
200	0,05
200	0,15
200	0,30
200	0,50
400	0,05
400	0,15
400	0,30
400	0,50
600	0,05
600	0,15
600	0,30
600	0,50
800	0,05
800	0,15
800	0,30
800	0,50

## 4.2 Curva ideal de la fuerza de extrusión

En cuanto al comportamiento de la fuerza de extrusión, en la figura 4.2 se puede observar que, al comienzo del proceso, para que la extrusión tenga lugar, el pistón debe ejercer una fuerza (distinta de cero, como se indica a veces en la literatura) que es igual al valor de la fuerza de rozamiento ( $F_r$ ). A partir de dicho punto, la fuerza crece hasta un cierto valor, que se alcanza cuando se produce el llenado de la matriz ( $x_m$ ), y a partir del cual, el valor de la fuerza de extrusión comienza a descender, conforme el proceso de extrusión tiene lugar hasta que este llega a su fin, llegando en este punto al valor de la fuerza de extrusión sin tener en cuenta el rozamiento.

Es importante resaltar que, en caso de no tener rozamiento, el punto en el que se alcanza el llenado de la matriz se puede interpretar como el punto en el que se alcanza el régimen estacionario (se alcanza el valor de la fuerza necesaria para realizar la extrusión, pues no se tiene rozamiento), tras una pequeña zona de régimen transitorio.

Este hecho es de relevancia, pues como ya se ha comentado, para el análisis realizado en este trabajo no se tendrá en cuenta el rozamiento, de forma que el comportamiento de la fuerza de extrusión será el contemplado en el párrafo anterior.

En conclusión, se podría decir que, para el caso sin rozamiento la fuerza consta de una pequeña zona de régimen

transitorio, hasta alcanzar el régimen estacionario. Esta hipótesis hay que matizarla, pues como se podrá comprobar en las simulaciones, hay casos en los que el régimen transitorio se extiende más allá del comienzo del proceso, de la misma forma que hay casos en los que en el régimen estacionario se tienen oscilaciones del valor de la fuerza que se alejan de un comportamiento constante. Estos hechos son debidos a fenómenos y defectos que se producen durante el proceso de extrusión, que lógicamente no están contemplados en el comportamiento teórico y se encuentran fuera del objetivo de este trabajo.

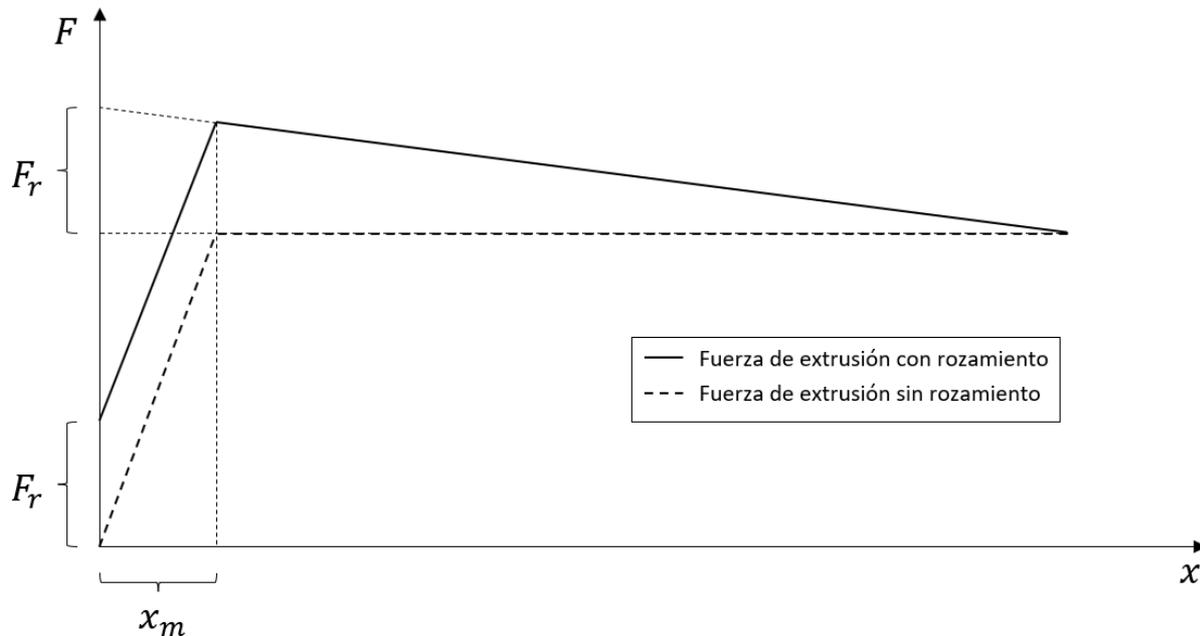


Figura 4.2. Comportamiento de la fuerza de extrusión.

### 4.3 Curva obtenida por EF de la fuerza de extrusion

El comportamiento ideal de la fuerza de extrusion para el caso sin rozamiento, como se ha indicado en el apartado anterior, consta fundamentalmente de dos zonas. Una primera zona de régimen transitorio, hasta alcanzar un cierto valor, que se mantendrá constante en la segunda zona, de régimen estacionario.

Como es de esperar, el comportamiento de la fuerza de extrusion calculado numéricamente puede mostrar ciertas variaciones o “anomalías” respecto al caso ideal o teórico, en función de algunos factores como pueden ser el material ( $K$ ,  $n$ ) o el ángulo de la matriz ( $\alpha$ ).

Por tanto, el objetivo de este apartado es mostrar estas desviaciones respecto al caso teórico o ideal y obtener así una relación entre las variables que intervienen en el problema, y dichas desviaciones.

#### 4.3.1 Casos representativos

Por ejemplo, comenzando por el comportamiento a nivel cualitativo, en la figura 4.3 se puede observar el valor de la fuerza de extrusion sacada directamente de DEFORM-F2, calculada numéricamente para el caso de  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $D_f = 30$  mm.

Lo primero que resalta a la vista del comportamiento son tres aspectos fundamentalmente. En primer lugar, que la primera zona asociada al régimen transitorio es prácticamente instantánea, hecho que podrá justificarse a posteriori debido a que en este caso la matriz es con ángulo de  $90^\circ$  y por tanto el llenado se produce de forma instantánea. En segundo lugar, se puede observar que si bien en la zona de régimen “estacionario”, el valor de la fuerza de extrusión puede considerarse constante, existe una fluctuación alrededor de un cierto valor medio. Esta fluctuación puede considerarse intrínseca al cálculo numérico y a que los procesos en la realidad no son perfectos, como muestra el modelo teórico. Por último, y en tercer lugar, llama la atención el comportamiento

descendente (con una oscilación bastante pronunciada) del valor de la fuerza de extrusión al final de la carrera del pistón. Este hecho puede ir asociado a dos razones: por un lado, el número de elementos de cálculo cada vez es menor y a partir de cierto punto el modelo no converge correctamente, y por otro lado, comienzan a aparecer defectos (por ejemplo, la cola de pescado) como se puede observar en la figura 4.4, que hacen que surjan ciertos problemas de cálculo numérico.

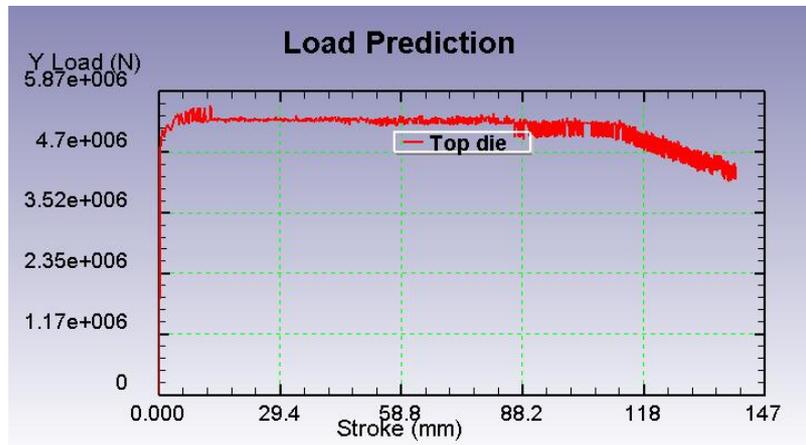


Figura 4.3. Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$ ,  $D_f = 30$  mm y  $\alpha = 90^\circ$ .

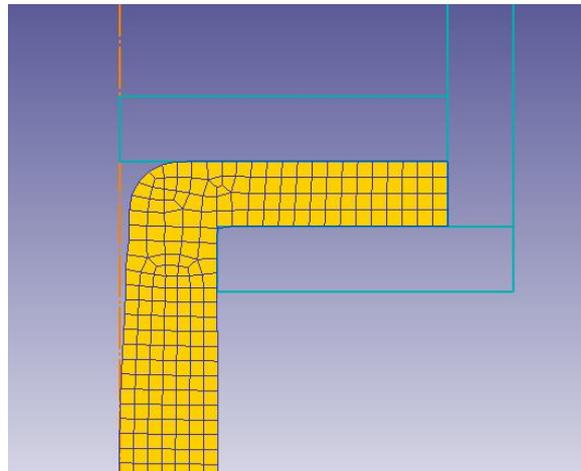


Figura 4.4. Defecto de cola de pescado al final de la extrusión.

Por otro lado, siguiendo con el caso mostrado, se puede observar claramente una tendencia en el valor de la fuerza de extrusión al aumentar  $D_f$ . Como era de esperar, el valor de la fuerza disminuye al aumentar el diámetro de salida, ya que al experimentar una menor reducción de sección transversal, la deformación experimentada es menor y por tanto, dicho valor de la fuerza de extrusión también es menor como era de esperar. Este comportamiento puede observarse en la figura 4.4, donde se muestra el valor numérico de la fuerza de extrusión para el caso de  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $D_f = 30, 40, 50, 60$  y  $70$  mm. Así mismo, el valor numérico medio de la fuerza de extrusión elegido en cada caso se recoge en la tabla 4.1. El criterio con el que se elige este valor medio será justificado en el siguiente punto de este apartado, ya que forma parte del posprocesado de los datos.

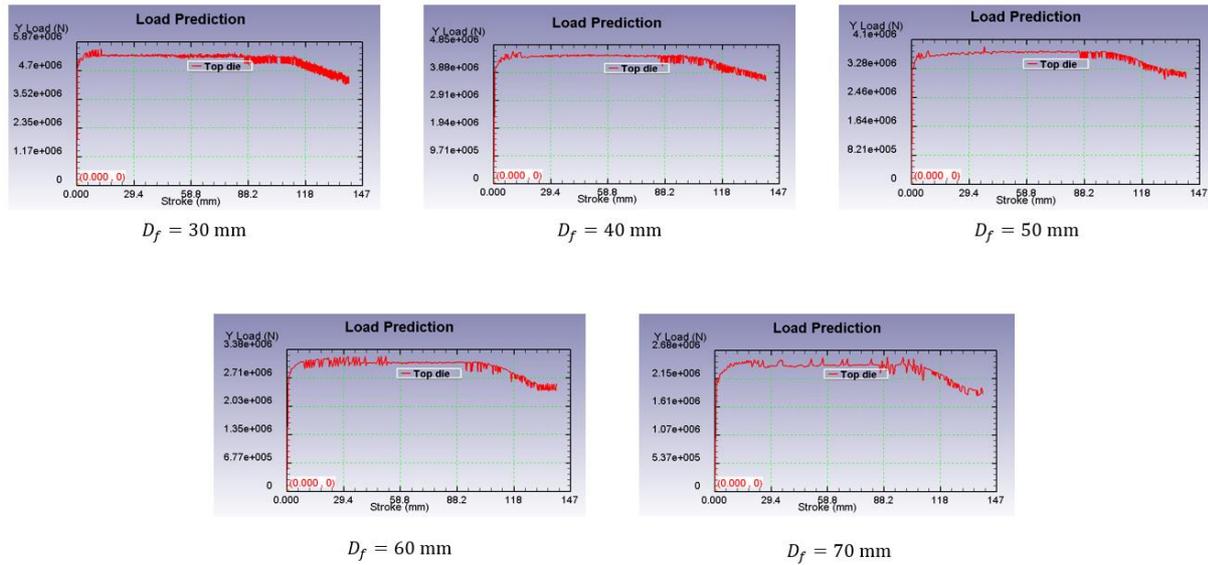


Figura 4.5. Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $D_f = 30, 40, 50, 60, 70$  mm.

Además, en la figura 4.5 puede observarse que las oscilaciones en el régimen estacionario varían dependiendo del caso. Por otro lado, el punto del recorrido del pistón a partir del cual el valor numérico de la fuerza de extrusión pierde sentido al no converger correctamente (por el motivo comentado anteriormente) no siempre es el mismo.

Tabla 4.2 Valor de la fuerza media para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $D_f = 30, 40, 50, 60$  y  $70$  mm.

$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
30	5,29
40	4,47
50	3,74
60	3,07
70	2,41

Otra de las tendencias que puede observarse con claridad es el comportamiento del valor numérico de la fuerza de extrusión cuando aumenta el coeficiente de endurecimiento por deformación. Para ello, se presenta en la figura 4.6 dicho comportamiento, donde puede observarse como a medida que aumenta dicho coeficiente, la subida hasta la zona de régimen “estacionario” no es tan directa.

Además puede observarse en dicha figura que al aumentar el coeficiente de endurecimiento por deformación, la zona de régimen “estacionario” va perdiendo el comportamiento de carácter constante, hasta el punto en el que para el caso de  $n = 0,50$ , la tendencia general no puede considerarse constante, de forma que hay que tomar alguna decisión para elegir un único valor para la fuerza media que represente dicho caso. Esto último, será tratado en el siguiente punto.

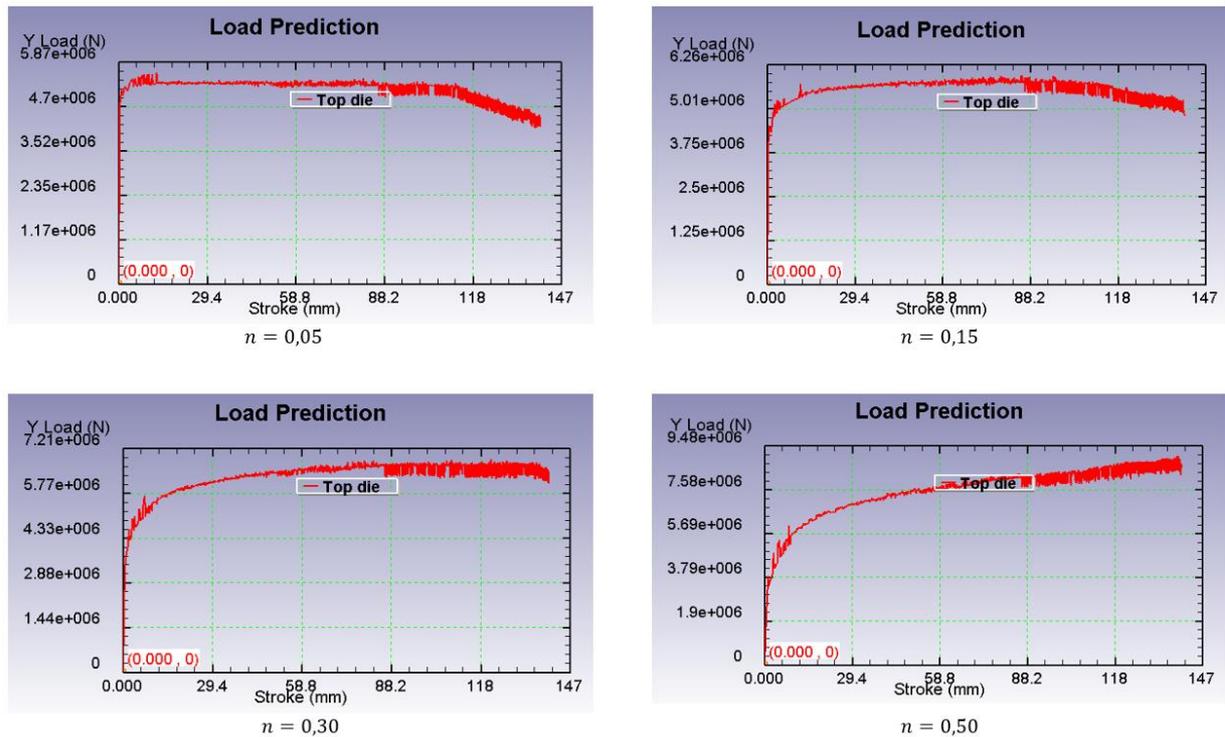


Figura 4.6. Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $D_f = 30$  mm y  $n = 0,05, 0,15, 0,30, 0,50$ .

No se ha presentado nada acerca de la variación de la fuerza de extrusión con el coeficiente de resistencia debido a que no hay un cambio del comportamiento cualitativo de dicha fuerza al aumentar este coeficiente.

Por último, es necesario indicar que se han realizado todas las simulaciones indicadas en el apartado 4.1, es decir, 16 materiales distintos estudiados en el proceso de extrusión para 5 matrices (con ángulo de  $90^\circ$ ), con distintos diámetros de salida que hacen un total de 80 simulaciones. Todos los resultados serán presentados en en el anexo 1 de la forma que se detalla en el siguiente punto.

#### 4.3.2 Valor numérico de la fuerza de extrusión

Como ya se ha podido intuir al observar la figura 4.5 y 4.6, dependiendo del caso simulado, el comportamiento de la fuerza de extrusión puede ser más o menos parecido al comportamiento teórico, dependiendo de los valores de los parámetros que intervienen en el problema, por ejemplo, como se acaba de mencionar en el apartado anterior, el coeficiente de endurecimiento  $n$  o el diámetro de salida  $D_f$ .

Este hecho, obliga a reflexionar fundamentalmente en tres aspectos:

- La oscilación del valor numérico de la fuerza de extrusión en la zona de régimen “estacionario”;
- La tendencia creciente de esta zona en algunos casos, como se puede observar para el caso de  $n = 0,5$  en la figura 4.6; y
- El comportamiento de la última parte de la gráfica, en la que la simulación comienza a proporcionar valores numéricos de fuerza que no son representativos (carácter descendente y con oscilaciones pronunciadas).

El primero de los aspectos mostrados es quizás el menos preocupante, ya que dichas oscilaciones son prácticamente despreciables en el rango de valores de fuerza que está el problema. Nótese que los valores numéricos de la fuerza de extrusión para el problema que aborda el caso de estudio son del orden de la decena de 5 MN, mientras que las oscilaciones que se mencionan son del orden de 0,0001 N.

El segundo aspecto que se plantea es si puede generar algo más de problema. Si se observa el caso de  $n = 0,5$  en la figura 4.6, la zona donde el comportamiento debería ser prácticamente constante, el valor numérico de la fuerza de extrusión tiene una clara tendencia creciente, que si bien no es excesivamente pronunciada, dista en algunos casos bastante de un comportamiento constante.

En tercer y último lugar, el comportamiento de la última parte de la simulación hace que dichos valores puedan “falsear” el valor numérico de la fuerza de extrusión, y si es tenido en cuenta, aleje los resultados mostrados de la realidad.

Dado estos tres aspectos, es necesario realizar un procesado (en Excel) de los datos obtenidos de DEFORM-F2 con el objetivo de obtener un valor numérico (único) de la fuerza de extrusión para cada uno de los casos estudiados. Este valor es el que se ha denominado “fuerza media” ( $F_{med}$ ) y se obtiene a partir de una serie de consideraciones.

Por un lado, tras analizar los casos estudiados, se ha fijado un rango útil de la carrera del pistón, es decir, el intervalo en el que los valores de la fuerza es lo suficientemente representativa. Como se puede observar en los resultados mostrados en la figura 4.6, este rango depende del caso estudiado, de forma que ha seleccionado con la intención de descartar del cálculo del valor de  $F_{med}$  la zona previa al régimen estacionario, en la que hay ciertas oscilaciones, y la última parte del rango en la que los valores numéricos de la fuerza de extrusión dejaba de ser representativa.

Por otro lado, una vez seleccionado el rango del recorrido, se ha decidido coger como valor representativo de la fuerza de extrusión, en cada caso, la media de los valores de dicha fuerza en cada uno de los puntos dentro del rango definido dentro del recorrido. Aquí se incluyen los casos que se comentaban antes, que mostraban cierta tendencia creciente ya que al no hacerlo de forma muy acentuada no suponen un problema para el cálculo de la fuerza de extrusión media.

En la figura 4.7, se puede observar a modo de ejemplo, el resultado en Excel para un material y los cinco diámetros de salida, para los que se simula cada uno de los materiales. Se ha optado por representar las simulaciones agrupadas con tal criterio porque se cree que es como más claros pueden mostrarse los resultados y, además facilita la comparación entre casos.

Por otro lado, en la figura 4.8 se incluye otro ejemplo en el que el comportamiento de la fuerza de extrusión, obtenida numéricamente, dista más del comportamiento teórico que se explicaba anteriormente. Esto sucede en la mayoría de los casos en la realidad, y por tanto, han de ser mostrados. En esta misma figura se pueden apreciar perfectamente los fenómenos que se mencionaban antes en la zona de “régimen estacionario”.

Sobre cada una de las gráficas, en el rango seleccionado aparece una recta que marca el valor de  $F_{med}$  en dicho rango, para cada uno de los casos.

Como aclaración, hay que añadir que en el apartado anterior se presentaron los datos extraídos directamente de DEFORM-F2, con el objetivo de mostrar la interfaz del programa. Además, se mostraron diversos casos de forma aislada ya que no se había justificado el procesado de los datos que ha sido tratado en este apartado.

De ahora en adelante y en cuanto a los resultados que se han añadido al anexo 1, aparecerán en el formato procesado en Excel, y agrupados por material, tal y como se muestra en la figura 4.7.

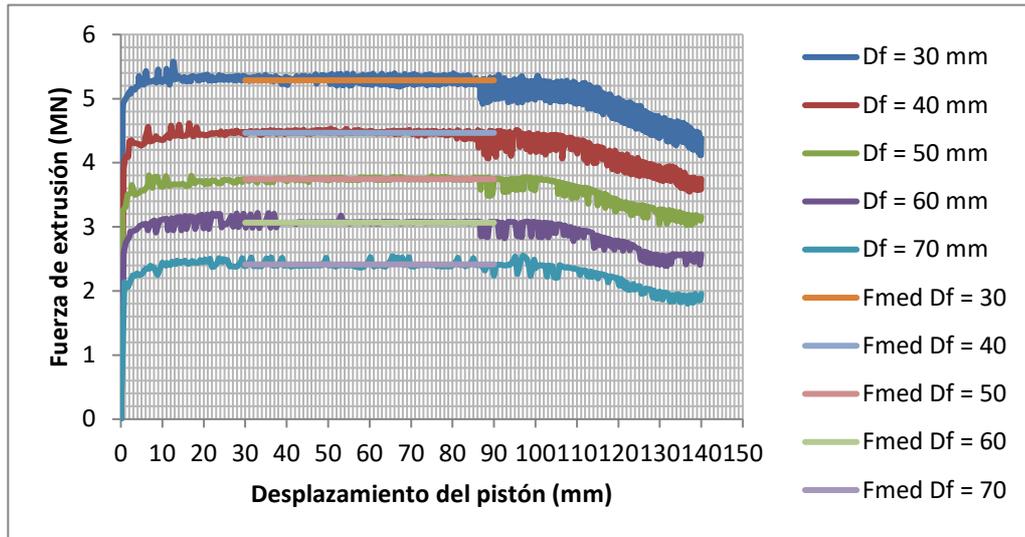


Figura 4.7. Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

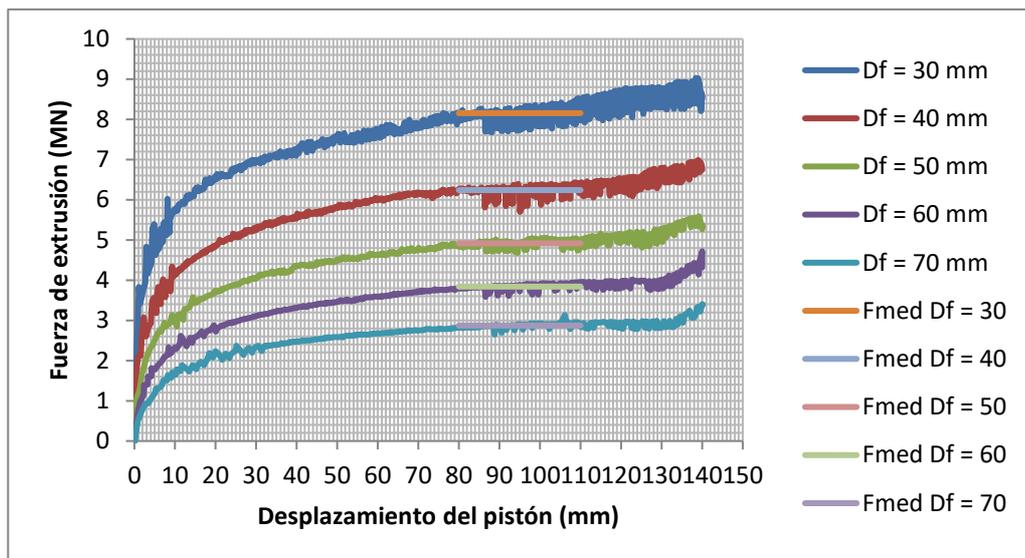


Figura 4.8. Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

#### 4.4 Valores de la fuerza obtenidos

A continuación, se muestra una recopilación de los valores de  $F_{med}$  obtenidos para cada una de las simulaciones realizadas, mostrando todos los materiales y todos los posibles valores de diámetro de salida en cada uno de dichos materiales. Véase que la tendencia explicada en el apartado 4.3.1, se cumple en todos los casos, así como los aspectos que se comentaban en el apartado 4.3.2.

Tabla 4.3 Valor de la fuerza media para  $K = 200$  MPa.

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,05	30	5,29	0,15	30	5,76
0,05	40	4,47	0,15	40	4,73
0,05	50	3,74	0,15	50	3,89
0,05	60	3,07	0,15	60	3,13
0,05	70	2,41	0,15	70	2,42

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,30	30	6,62	0,50	30	8,15
0,30	40	5,25	0,50	40	6,24
0,30	50	4,24	0,50	50	4,92
0,30	60	3,33	0,50	60	3,84
0,30	70	2,56	0,50	70	2,87

Tabla 4.4 Valor de la fuerza media para  $K = 400$  MPa.

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,05	30	10,59	0,15	30	11,52
0,05	40	8,95	0,15	40	9,46
0,05	50	7,48	0,15	50	7,80
0,05	60	6,13	0,15	60	6,26
0,05	70	4,8	0,15	70	4,86

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,30	30	13,19	0,50	30	15,75
0,30	40	10,47	0,50	40	12,26
0,30	50	8,45	0,50	50	9,58
0,30	60	6,65	0,50	60	7,48
0,30	70	5,09	0,50	70	5,53

Tabla 4.5 Valor de la fuerza media para  $K = 600$  MPa.

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,05	30	15,88	0,15	30	17,21
0,05	40	13,43	0,15	40	14,18
0,05	50	11,24	0,15	50	11,65
0,05	60	9,22	0,15	60	9,37
0,05	70	7,18	0,15	70	7,24

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,30	30	19,78	0,50	30	23,82
0,30	40	15,74	0,50	40	18,32
0,30	50	12,67	0,50	50	14,38
0,30	60	9,97	0,50	60	11,19
0,30	70	7,63	0,50	70	8,32

Tabla 4.6 Valor de la fuerza media para  $K = 800$  MPa.

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,05	30	21,14	0,15	30	23,01
0,05	40	17,87	0,15	40	18,94
0,05	50	14,98	0,15	50	15,57
0,05	60	12,29	0,15	60	12,55
0,05	70	9,69	0,15	70	9,67

$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)	$n$	$D_f$ (mm)	$F_{med}$ (MN)
0,30	30	26,39	0,50	30	31,85
0,30	40	20,94	0,50	40	24,58
0,30	50	16,92	0,50	50	19,48
0,30	60	13,28	0,50	60	15,10
0,30	70	10,16	0,50	70	11,22

# 5 CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES

---

*La formulación de un problema, es más importante  
que su solución*

*-Albert Einstein-*

**E**n este capítulo, con las fuerza de extrusión obtenida en cada uno de los casos que se han mostrado en el capítulo anterior, llega el momento de obtener los coeficientes  $a$  y  $b$  para comprobar el primero de los aspectos que se planteaban al inicio del trabajo, es decir, verificar que los valores que propuso Johnson guardan relación con la realidad y en caso de que difieran, observar en qué casos son más o menos acertados.

Se va a presentar tanto el método seguido para el cálculo de dichos coeficientes, así como los resultados obtenidos a partir de la fuerza de extrusión calculada numéricamente.

## 5.1 Método de cálculo de los coeficientes

A partir de la fuerza de extrusión calculada numéricamente ( $F_{med}$ ), es posible obtener la deformación real, mediante de las ecuaciones que se obtuvieron en el capítulo 1. Por tanto, recapitulando se tendría la siguiente secuencia:

$$\Delta\varepsilon' = \frac{p}{\bar{\sigma}_{YS}} = \frac{\frac{F_{med}}{A_0}}{\frac{K\Delta\varepsilon^n}{1+n}} = \frac{(1+n) F_{med}}{K A_0 \left(\ln \frac{A_0}{A_f}\right)^n} \quad (5.1)$$

Entonces, una vez calculada esta deformación real ( $\Delta\varepsilon'$ ), se puede representar frente a la deformación teórica ( $\Delta\varepsilon$ ) para diferentes valores del área de salida (el área de entrada permanecerá igual en todos los casos por simplicidad del problema, además de que variarla no aportaría valor añadido al estudio de este trabajo).

Si la idea de Johnson es acertada, los puntos obtenidos en dicha representación deberían quedar alineados en una recta cuyos parámetros son precisamente las constantes de Johnson ( $a$  y  $b$ ), tal y como se muestra en la figura 5.1.

Antes de realizar tales representaciones, se espera que la alineación entre dichos puntos no sea total, y por tanto, se debe realizar un análisis de regresión lineal para determinar la recta correspondiente, tal y como se indicaba en el apartado 2.

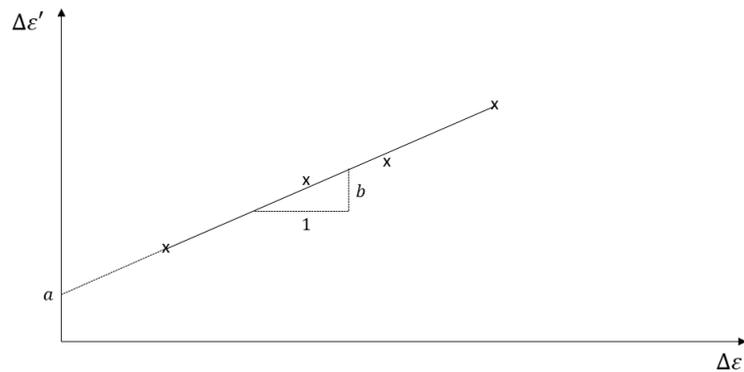


Figura 5.1. Coeficientes  $a$  y  $b$  a partir de una regresión lineal.

## 5.2 Resultados de los cálculos de $a$ y $b$

A continuación, en las figuras 5.2 y 5.3, se van a mostrar las regresiones obtenidas para dos materiales ( $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $K = 200$  MPa,  $n = 0,50$ ). De nuevo, se presenta un caso en el que el comportamiento obtenido a partir de los resultados numéricos se acerca bastante al comportamiento teórico, y otro caso en el que esto no ocurre de forma plena.

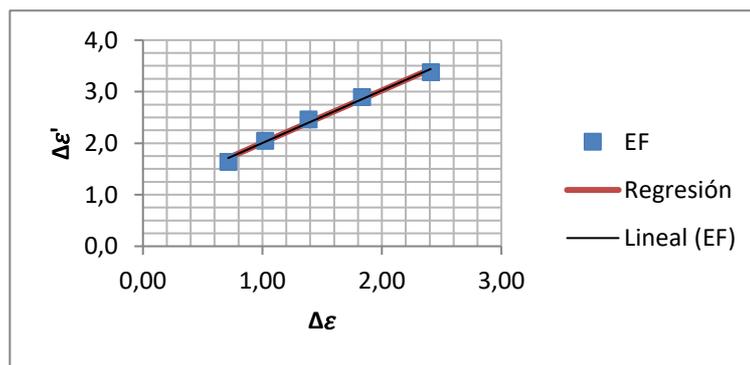


Figura 5.2. Regresión lineal para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

Tabla 5.1 Constantes de Johnson para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

$a$	$b$
0,98	1,02

Una vez presentados los primeros resultados respecto a las constantes de Johnson, hay dos aspectos que se deben resaltar.

En primer lugar, y dando respuesta a una de las cuestiones que hasta ahora estaba abierta, se verifica la relación lineal entre la deformación media y la deformación real. Si se observan las figuras 5.2 y 5.3, se puede comprobar como los puntos obtenidos guardan una relación lineal prácticamente perfecta. Este hecho permite confirmar que la relación que propuso Johnson era acertada, en lo que a su linealidad se refiere.

En segundo lugar, los resultados para las constantes muestran unos valores muy prometedores. Como se puede observar en la tabla 5.1, se ha obtenido un valor de 0,98 para  $a$ , que se puede considerar bastante ajustado al que propuso Johnson de 0,8. Por otro lado, en el caso de  $b$ , Johnson propuso un intervalo de valores entre 1,2 y 1,5, y si bien es verdad que el valor obtenido es de 1,02, y no está estrictamente contenido en dicho intervalo, puede considerarse más que válido.

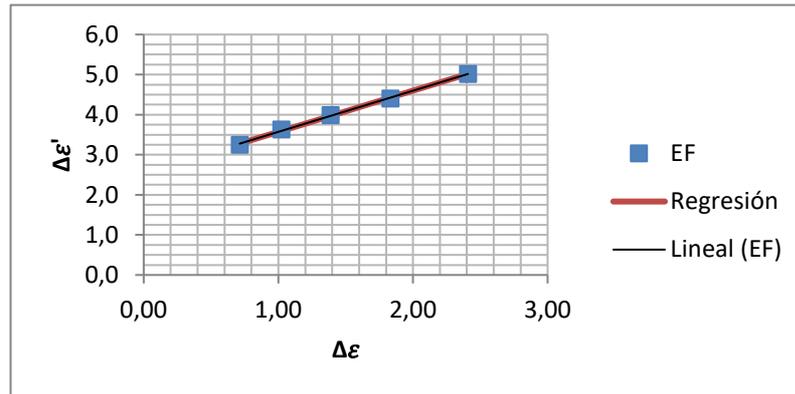


Figura 5.3. Regresión lineal para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

Tabla 5.2 Constantes de Johnson para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

$a$	$b$
2,55	1,03

En la figura 5.3, se puede volver a observar como la relación entre los puntos es claramente lineal, por lo que se reafirma lo mencionado en el caso anterior, y en cuanto a las constantes, se tiene en la tabla 5.2 un valor de 2,55 para  $a$  y de 1,03 para  $b$ . Aquí habría que resaltar que el valor de  $b$  vuelve a ajustarse bastante bien a lo indicado por Johnson, y en el caso de  $a$  se desvía algo más que el valor del caso anterior, pero no resulta un valor desorbitado frente al de Johnson.

En este punto hay que indicar que este valor de  $a$  representa uno de los casos más alejados de 0,8, lo que implica que dentro de la selección de materiales que se han usado para simular los procesos de extrusión, en ningún caso se ha obtenido un valor totalmente inapetible respecto a los presentados por Johnson, y de esta forma se puede verificar su propuesta.

A continuación, en la tabla 5.3, se presentan todos los resultados obtenidos para  $a$  y  $b$ , asociados a cada material. Las respectivas regresiones lineales serán añadidas en el anexo 2, pues no tiene valor añadido incluirlas en este capítulo ya que el ajuste entre los puntos, para todos los casos, es claramente lineal.

Tabla 5.3 Constantes de Johnson para los materiales usados en la resolución numérica

$K$ (MPa)	$n$	$a$	$b$	$K$ (MPa)	$n$	$a$	$b$
200	0,05	0,98	1,02	600	0,05	0,97	1,03
200	0,15	1,17	1,07	600	0,15	1,17	1,07
200	0,30	1,61	1,09	600	0,30	1,60	1,09
200	0,50	2,55	1,03	600	0,50	2,45	1,02
400	0,05	0,97	1,03	800	0,05	0,99	1,02
400	0,15	1,17	1,07	800	0,15	1,17	1,07
400	0,30	1,61	1,09	800	0,30	1,60	1,09
400	0,50	2,47	1,00	800	0,50	2,51	1,00

# 6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

*El que ha llegado tan lejos que ya no se confunde, ha dejado también de trabajar*

*-Max Planck-*

**E**n este capítulo, se va a realizar el análisis de los resultados obtenidos, para poder comprobar la relación que existe entre el material ( $K$  y  $n$ ) y las constantes de Johnson ( $a$  y  $b$ ). Por otro lado, hay que recordar que, hasta ahora todos los casos que se han analizado, han sido para ángulo de matriz  $\alpha = 90^\circ$  y velocidad del pistón  $v = 50$  mm/s. Por tanto, parece interesante el análisis de los resultados al variar estos dos parámetros, para obtener así una conclusión final más completa y sólida.

En primer lugar, se va a analizar la relación entre los resultados y la velocidad del pistón para el caso de  $\alpha = 90^\circ$ , así como la relación con el coeficiente de resistencia  $K$ . En segundo lugar, se analizará la influencia del ángulo de la matriz en los resultados.

## 6.1 Matrices a $90^\circ$

Para los mismos casos que se han mostrados en los apartados anteriores, se va a realizar el análisis de como afecta la variación de la velocidad de extrusión, y como afecta la variación del coeficiente de resistencia  $K$ .

### 6.1.1 Análisis de la influencia de la velocidad de extrusion

En primer lugar, para ver como afecta la velocidad de extrusión, se han realizado las simulaciones a 100 mm/s para los materiales definidos en la tabla 6.1, y las mismas matrices (rectas) de los apartados anteriores, con diámetros de salida de 30, 40, 50, 60 y 70 mm.

Tabla 6.1 Materiales para los que se ha simulado la extrusión a 100 mm/s.

$K$ (MPa)	$n$
200	0,05
400	0,15
600	0,30
800	0,05

Los resultados obtenidos se han procesado tal y como se hizo en los casos anteriores, y con la finalidad de tener un resultado de comparación mucho más claro, se han presentado en la figura 6.1, en la que se puede observar la relación entre  $a$  y la velocidad de extrusion. De la misma forma se ha hecho para el caso de  $b$  en la figura 6.2.

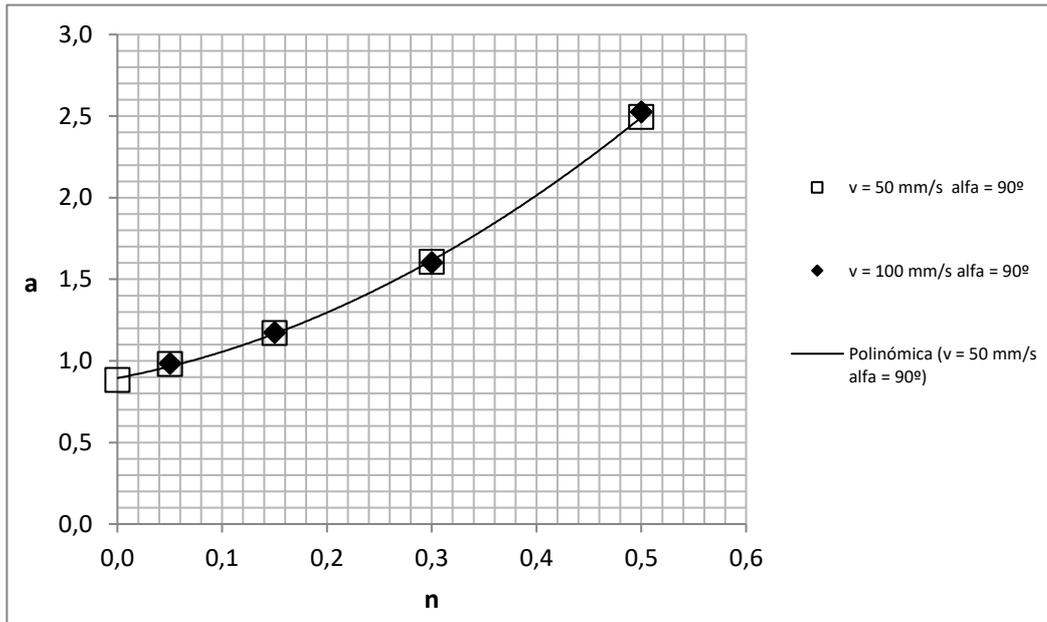


Figura 6.1. Influencia de la velocidad de extrusión sobre  $a$ .

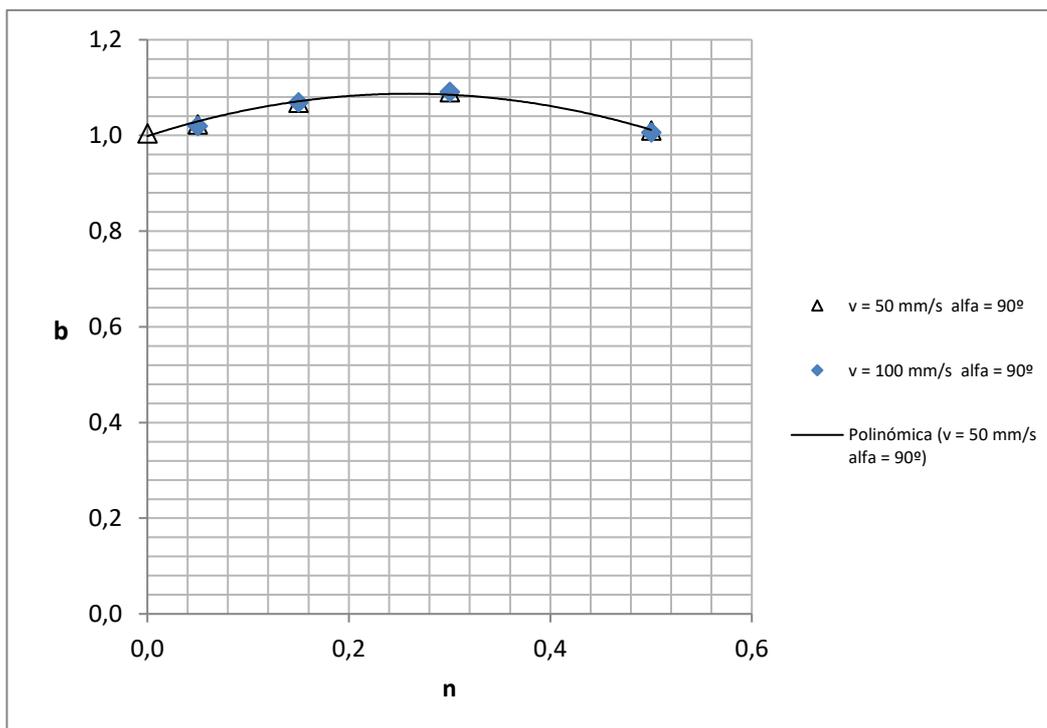


Figura 6.2. Influencia de la velocidad de extrusión sobre  $b$ .

Como se puede apreciar en ambas figuras, la independencia de los resultados con la velocidad de extrusión es clara. Por tanto, se tiene otro resultado a destacar; ni  $a$  ni  $b$  dependen de la velocidad de extrusión. Este hecho era esperable ya que la tensión no depende de la velocidad de deformación, que es como se modelan los procesos en frío.

### 6.1.2 Análisis de la influencia del coeficiente de resistencia

Ahora se pasa a analizar la influencia del coeficiente de resistencia  $K$  en el resultado de los parámetros  $a$  y  $b$ .

Para ello, se han representado las constantes  $a$  (figura 6.3) y  $b$  (figura 6.4), en función del coeficiente de resistencia  $K$  para los casos de 50, 200, 400, 600 y 800 MPa.

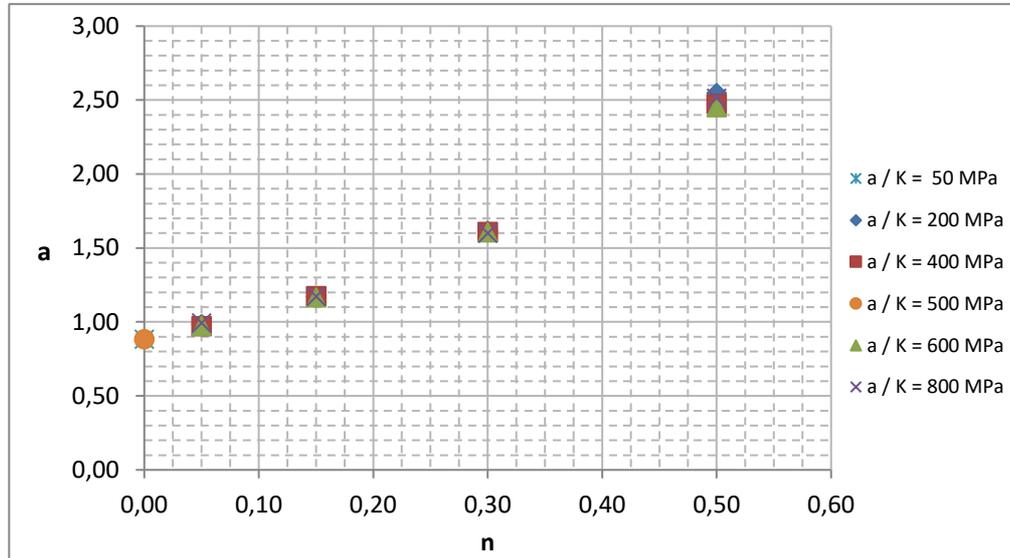


Figura 6.3. Influencia del coeficiente de resistencia  $K$  sobre  $a$ .

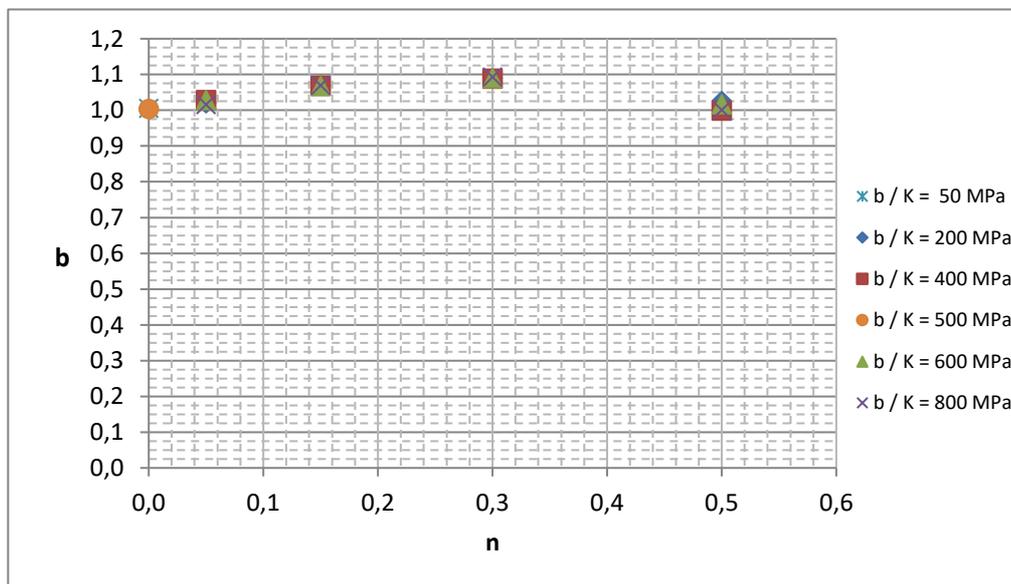


Figura 6.4. Influencia del coeficiente de resistencia  $K$  sobre  $b$ .

De nuevo, se puede observar de forma clara que ninguna de las constantes de Johnson se ven afectadas por el coeficiente de resistencia  $K$ . Por tanto, otro resultado a destacar; ni  $a$  ni  $b$  dependen del coeficiente de resistencia  $K$ .

## 6.2 Influencia del ángulo de la matriz

Finalmente, como se comentaba en la introducción de este capítulo, se va a presentar la relación entre el ángulo de la matriz y los coeficientes  $a$  y  $b$ . Para ello, se han simulado los casos de diámetro de salida de 30, 40, 50, 60 y 70 mm, con ángulos de matriz de  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  (figura 6.7) y  $90^\circ$ , para una velocidad de 50 mm/s, ya que se ha comprobado que la velocidad no influye en el resultado.

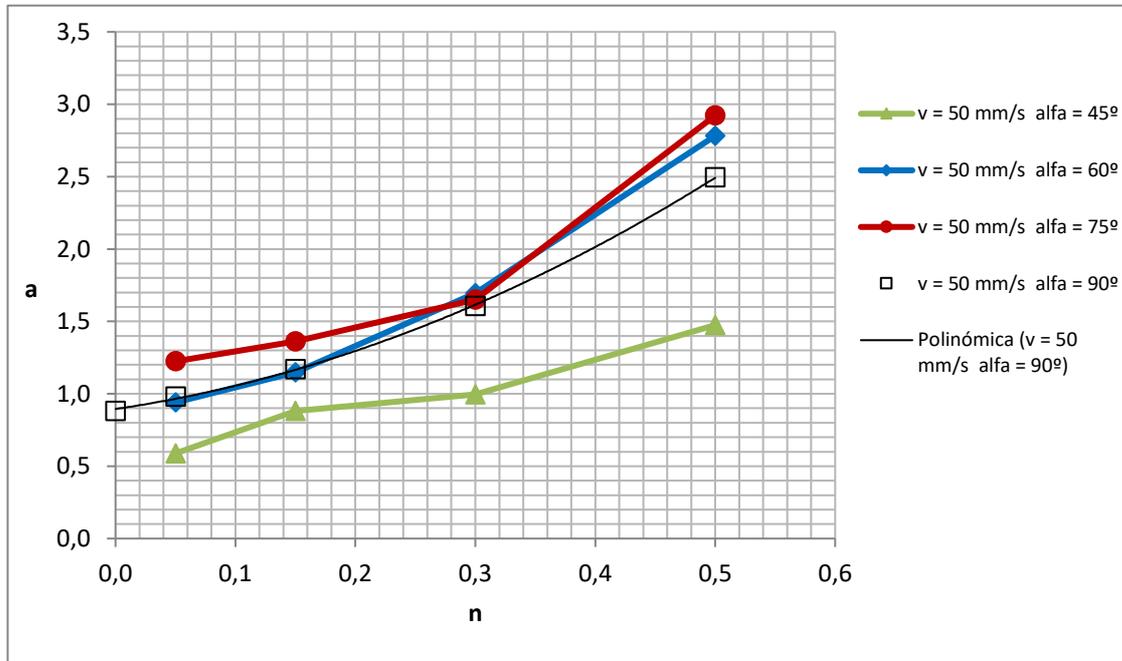


Figura 6.5. Influencia de  $\alpha$  sobre  $a$ .

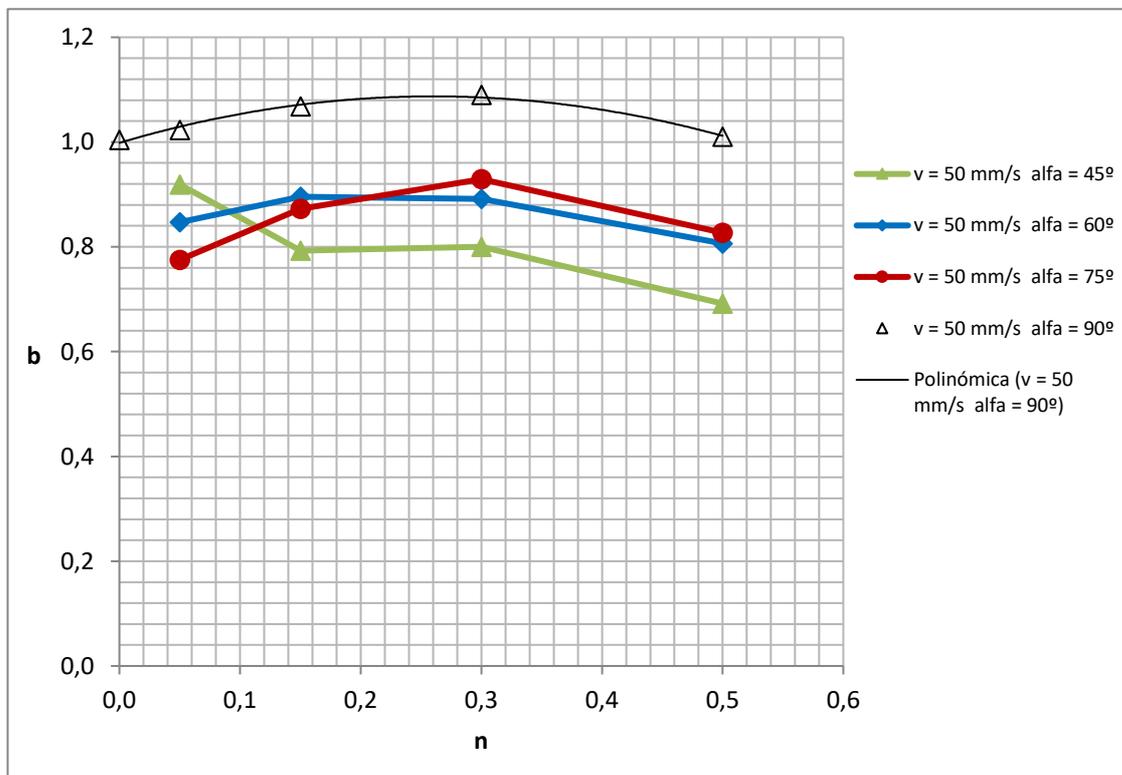


Figura 6.6. Influencia de  $\alpha$  sobre  $b$ .

Como se puede observar en la figura 6.5 y 6.6, es evidente que el ángulo de matriz afecta al valor de  $a$  y  $b$ , pero no hay una tendencia clara que permita sacar una conclusión de dicha influencia. Por tanto, la tendencia teórica generalizada de Johnson que se indicaba en el capítulo 1 no se puede verificar con los resultados obtenidos.

De hecho, en el caso de  $a$  parece que se puede apreciar una tendencia algo más homogénea y aproximable incluso por una tendencia lineal (grosso modo). Sin embargo, en el caso de  $b$  no se puede sacar una conclusión respecto a la tendencia que sigue frente al ángulo de la matriz.

Como referencia, para el caso de matriz recta, se han obtenido las dos expresiones polinómicas para  $a$  y  $b$ , mostradas respectivamente en las ecuaciones 6.1 y 6.2.

$$a = 3,96n^2 + 1,21n + 0,89 \quad (6.1)$$

$$b = -1,31n^2 + 0,68n + 0,99 \quad (6.2)$$

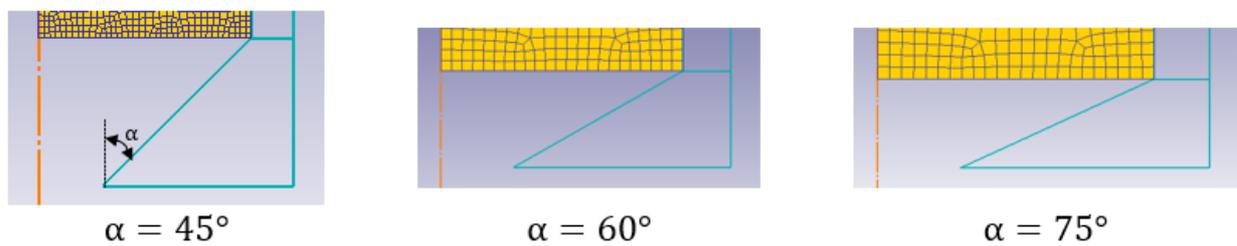


Figura 6.7. Influencia del coeficiente de resistencia  $K$  sobre  $b$ .

# 7 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVA DE FUTURO

---

*Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano.*

*-Isaac Newton-*

Las principales conclusiones obtenidas tras la realización de este trabajo son:

- 1) Se ha realizado el análisis de un problema de extrusión directa por MEF, para la obtención de las constantes de Johnson, a partir de la fuerza de extrusión calculada de forma numérica.
- 2) No hay justificación alguna de los valores que se indican en la literatura para el valor de dichas constantes.
- 3) El valor de la fuerza de extrusión calculado a partir de la deformación media subestima el valor real de la fuerza de extrusión. Las constantes de Johnson entran en juego a partir de la relación entre ambas deformaciones.
- 4) Para el caso de matriz recta, se ha comprobado que efectivamente la relación entre ambas deformaciones es lineal, ya que el ajuste de mínimos cuadrados es casi perfecto. En cuanto a los valores de las constantes, se ha visto que se obtienen unos valores bastante semejantes a los propuestos por la literatura, por lo que parece adecuado su uso. Dichos valores son independientes del coeficiente de resistencia y solo dependen del coeficiente de endurecimiento por deformación.
- 5) Dicha dependencia con el coeficiente de deformación es homogénea para todos los casos.
- 6) Para el caso de matriz con un cierto ángulo, se ha visto que los resultados cambian, ya que no hay una clara tendencia entre las constantes y el coeficiente de endurecimiento por deformación, por lo que no se puede definir un comportamiento determinado.

En cuanto a los posibles análisis futuros se propone:

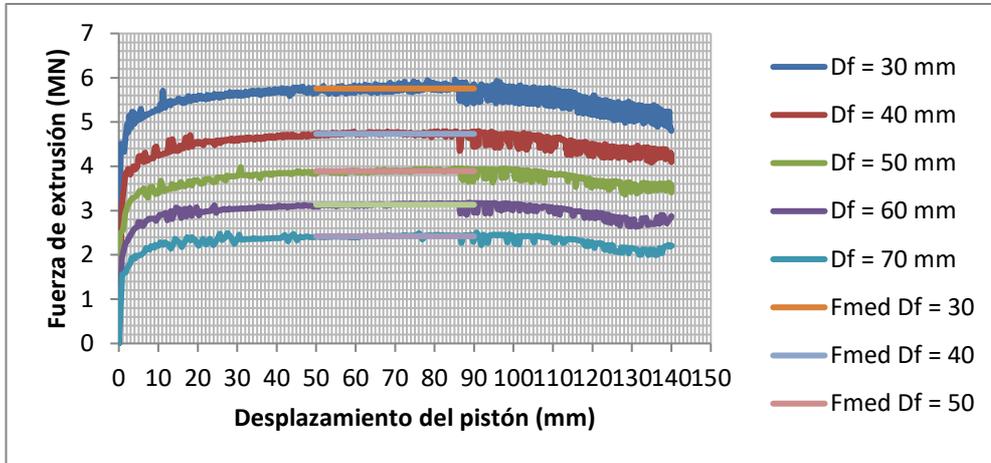
- 1) Estudio de los fenómenos que aparecen en la fuerza de extrusión calculada numéricamente.
- 2) Usar otras leyes de comportamiento del material para estudiar como influye en el valor de las constantes.
- 3) Tener en cuenta el problema térmico y la fuerza de rozamiento.
- 4) Aumentar el rango de los materiales analizados.

# REFERENCIAS

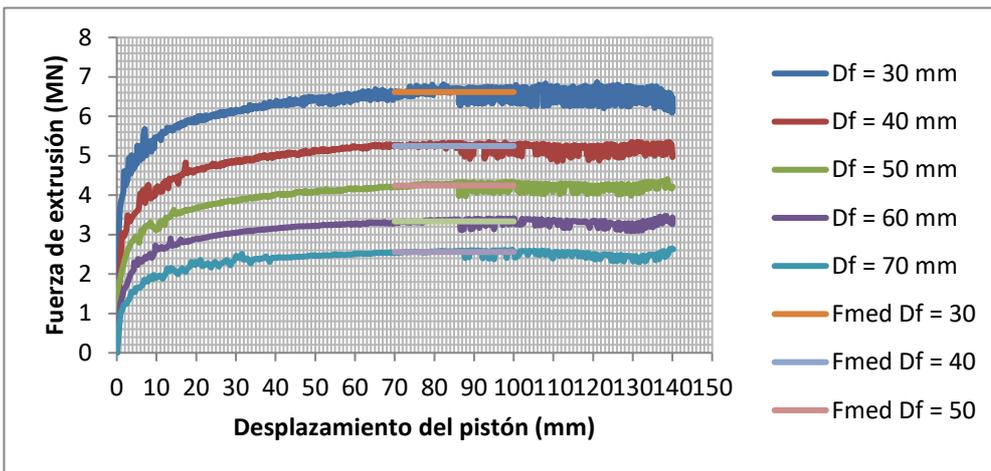
---

- [1] W. Johnson. "Extrusion through Wedge-Shaped Dies. Part I". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1955
- [2] W. Johnson. "Extrusion through Wedge-Shaped Dies. Part II". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1955
- [3] W. Johnson. "Extrusion through Square Dies of Large Reduction". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956
- [4] W. Johnson. "Experiments in Plane-Strain Extrusion". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956
- [5] W. Johnson. "The Plane Strain Extrusion of Short Slugs". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1957
- [6] W. Johnson. "Experiments in the Cold Extrusion of Rods of Non-Circular Section". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1958
- [7] W. Johnson, P.B. Mellor, D.M. Woo. "Extrusion through Single Hole Staggered and Unequal Multi-Hole Dies". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1957
- [8] W. Johnson. "Partial Sideways Extrusion from a Smooth Container". Department of Mechanical Engineering, University of Sheffield, 1956
- [9] Mikell Groover. "Fundamentos de Mnufactura Moderna". 3ª edición. McGraw-Hill, 2007
- [10] John A. Schey. "Procesos de manufactura". 3ª edición. McGraw-Hill, 2007

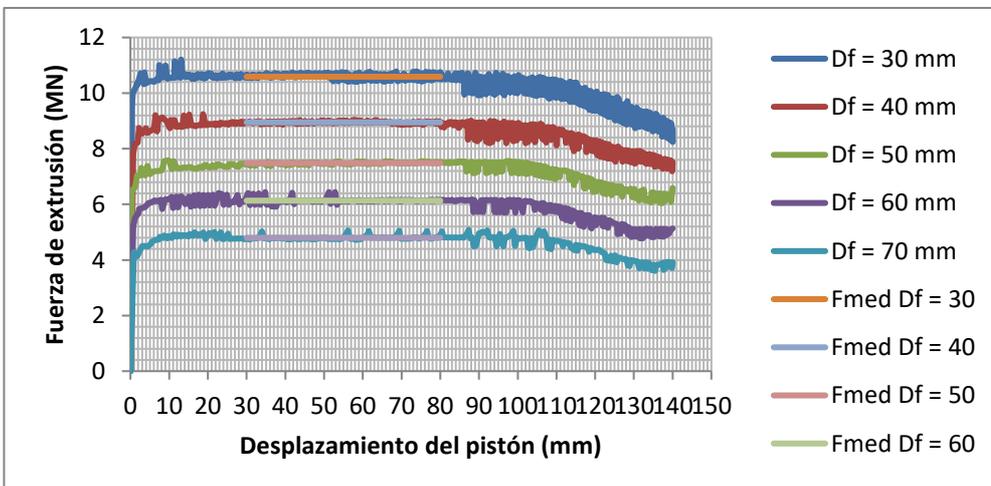
# ANEXO 1



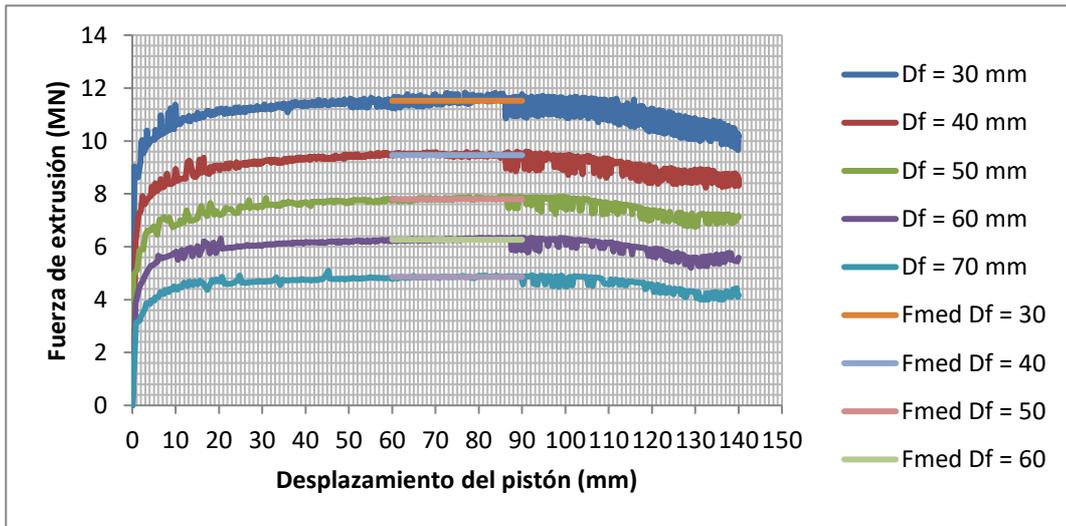
Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



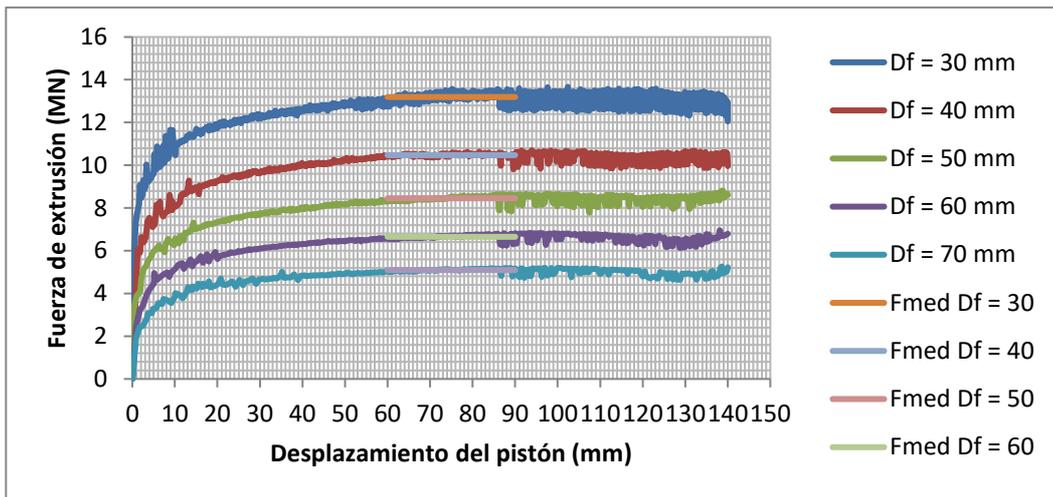
Fuerza de extrusión para  $K = 200$  MPa,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



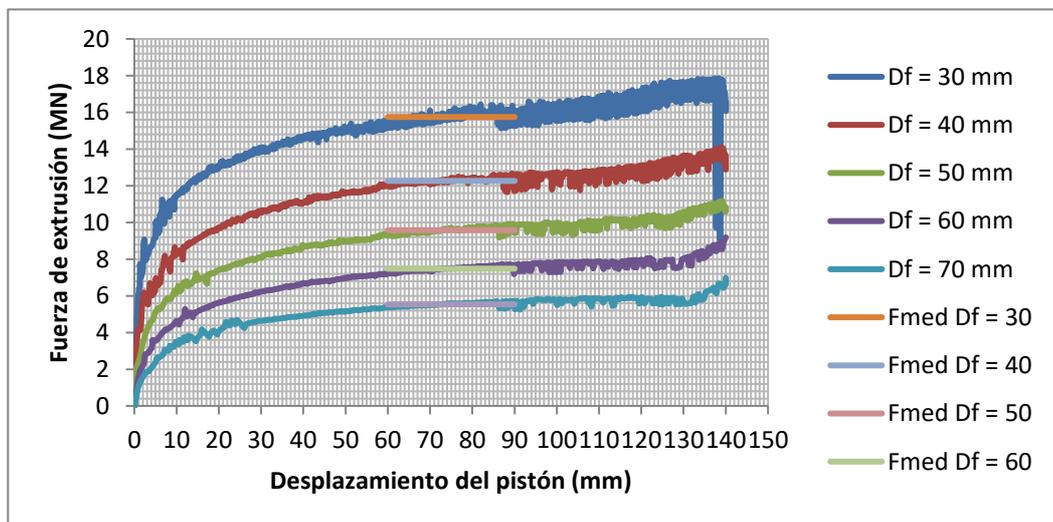
Fuerza de extrusión para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



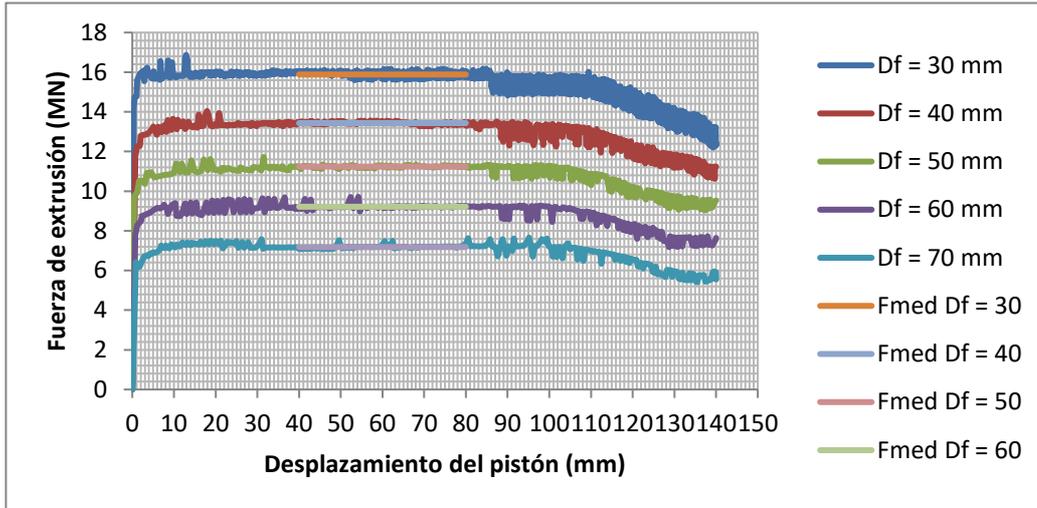
Fuerza de extrusión para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



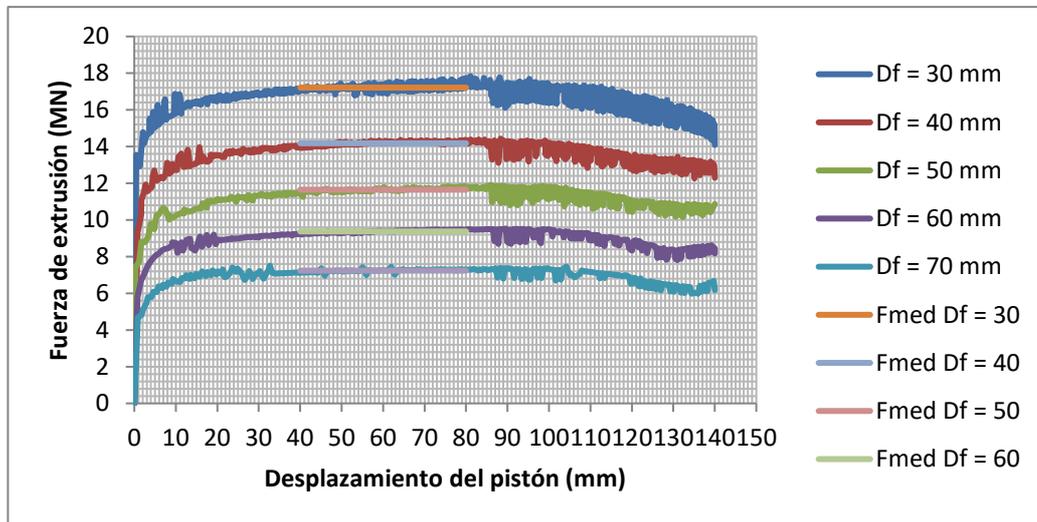
Fuerza de extrusión para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



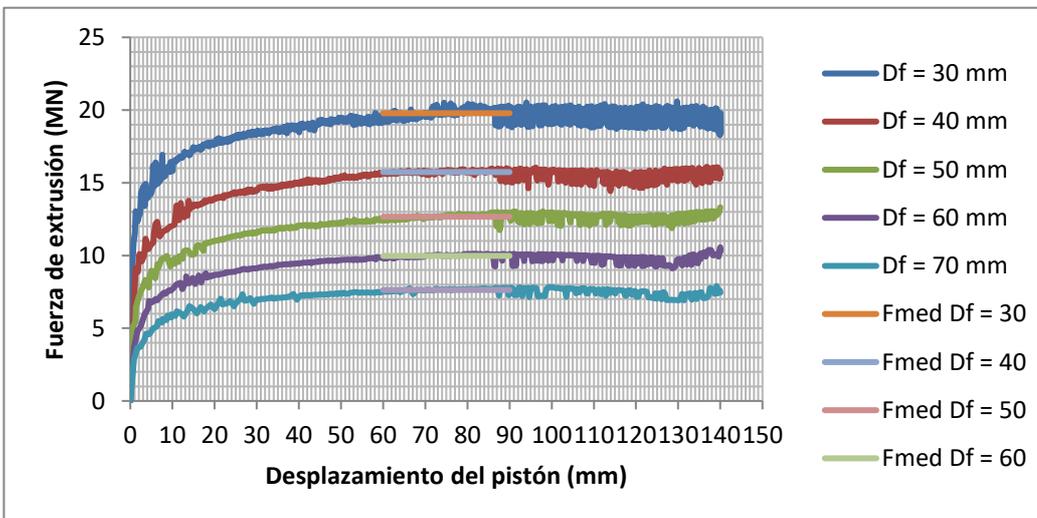
Fuerza de extrusión para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



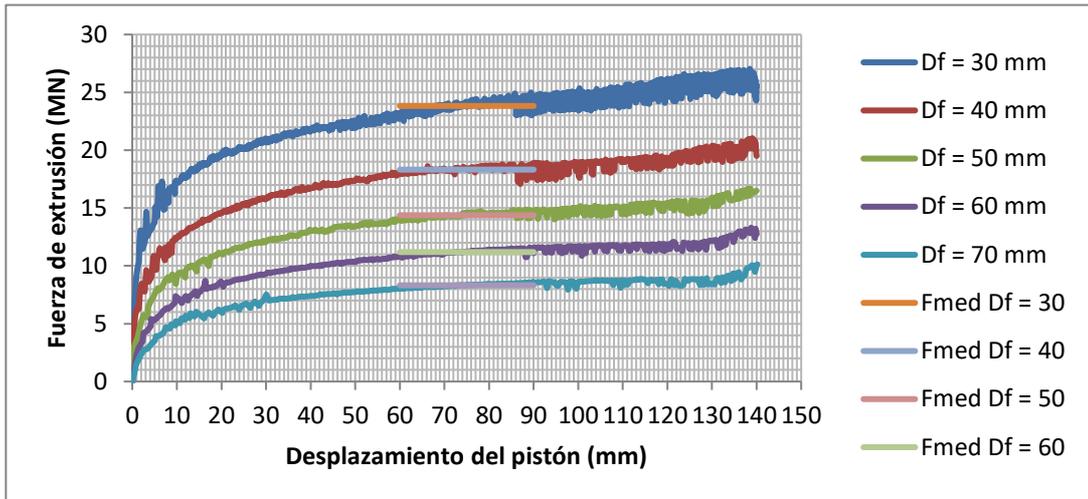
Fuerza de extrusión para  $K = 600$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



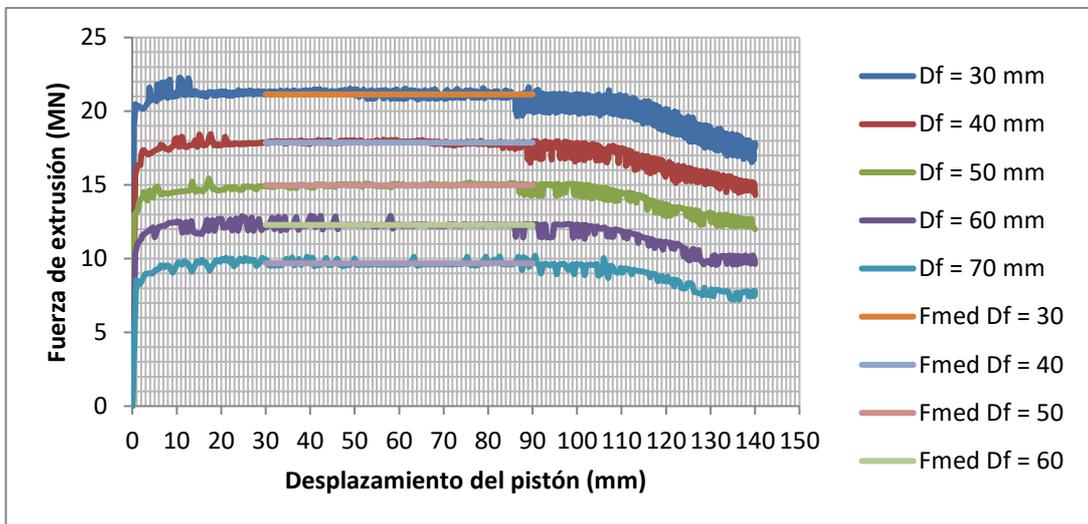
Fuerza de extrusión para  $K = 600$  MPa,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



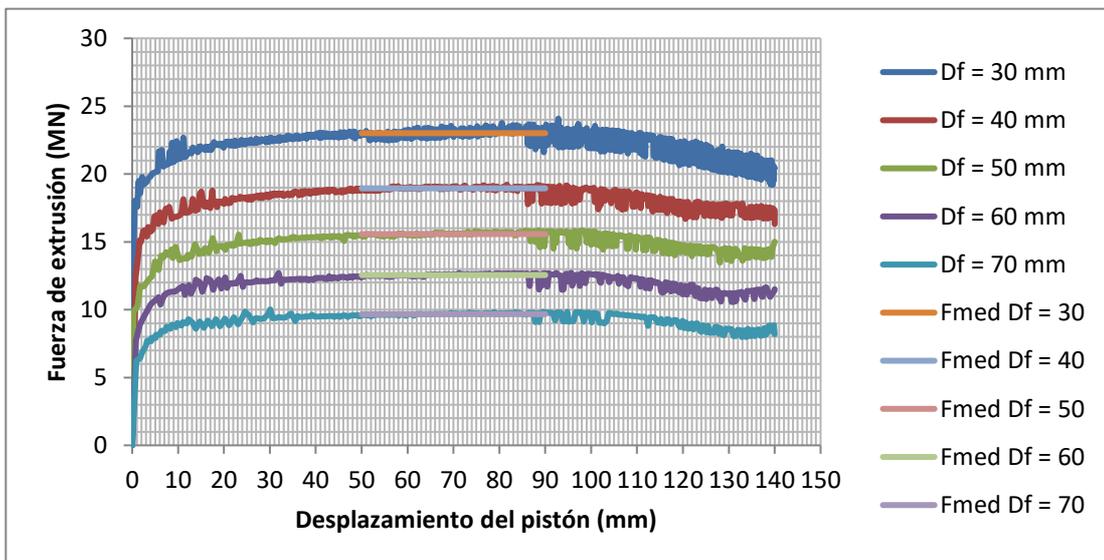
Fuerza de extrusión para  $K = 600$  MPa,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



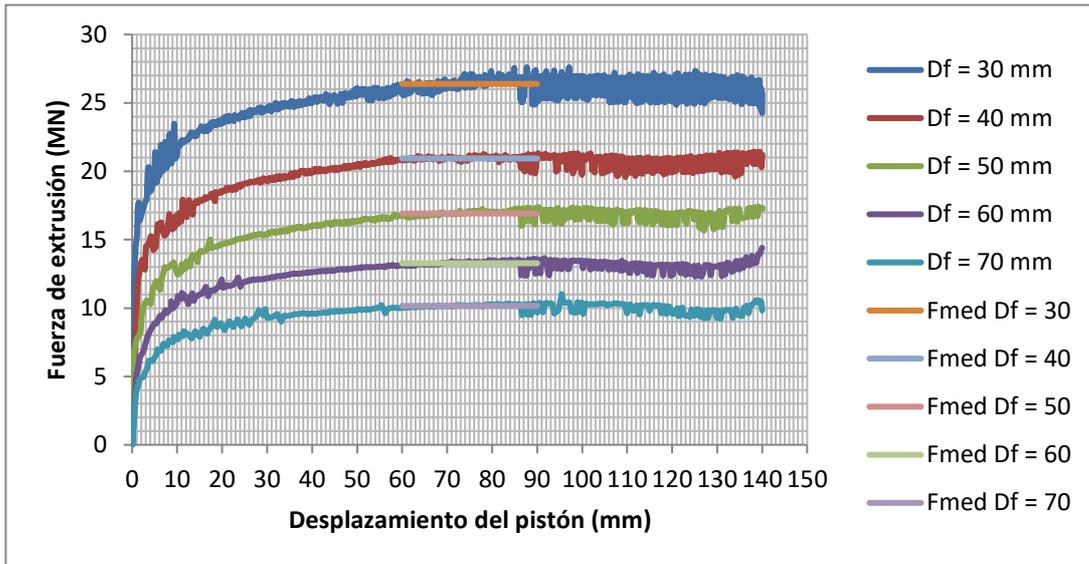
Fuerza de extrusión para  $K = 600 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



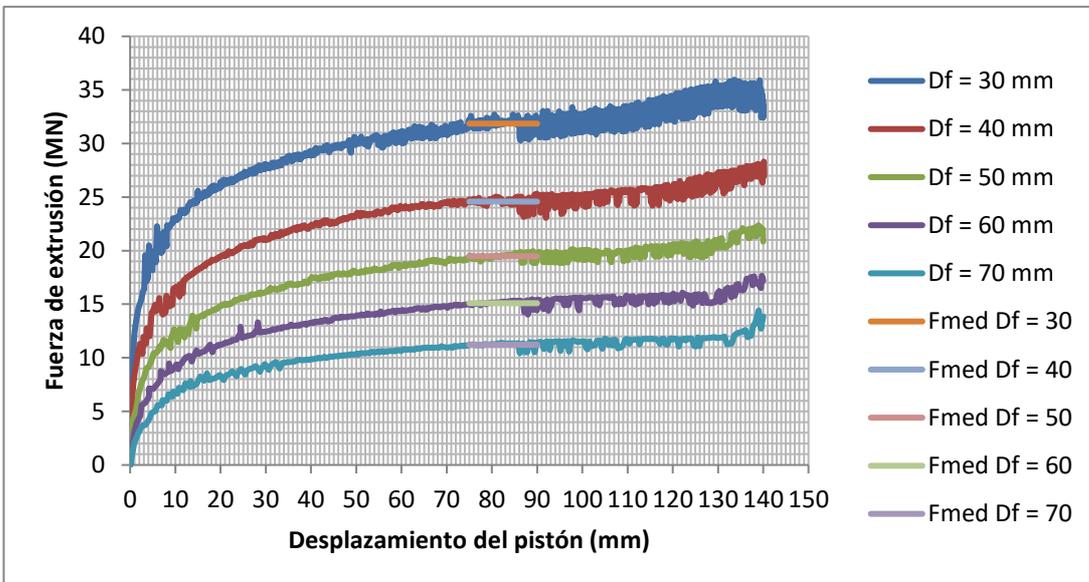
Fuerza de extrusión para  $K = 800 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



Fuerza de extrusión para  $K = 800 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

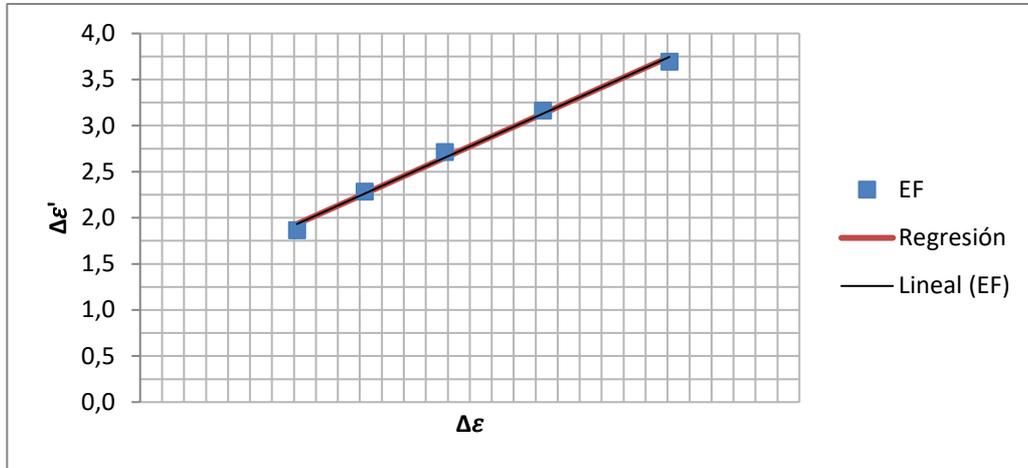


Fuerza de extrusión para  $K = 800$  MPa,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

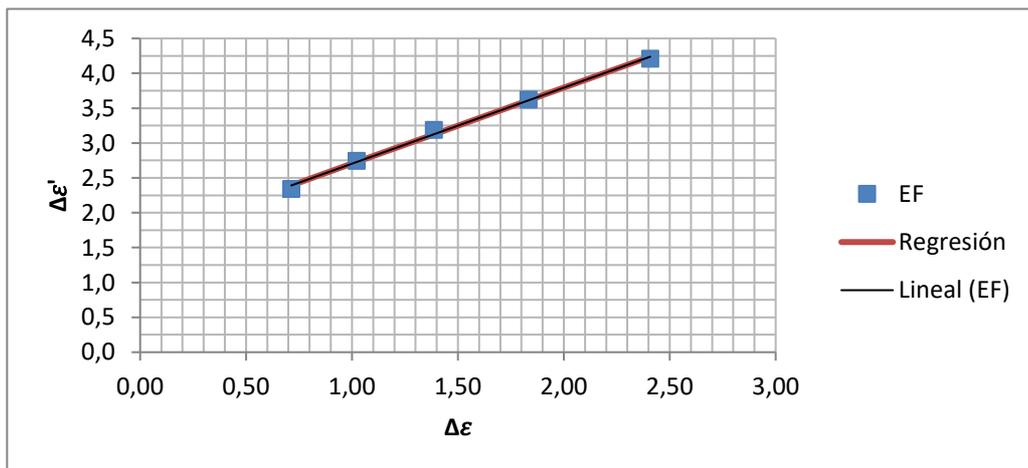


Fuerza de extrusión para  $K = 800$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

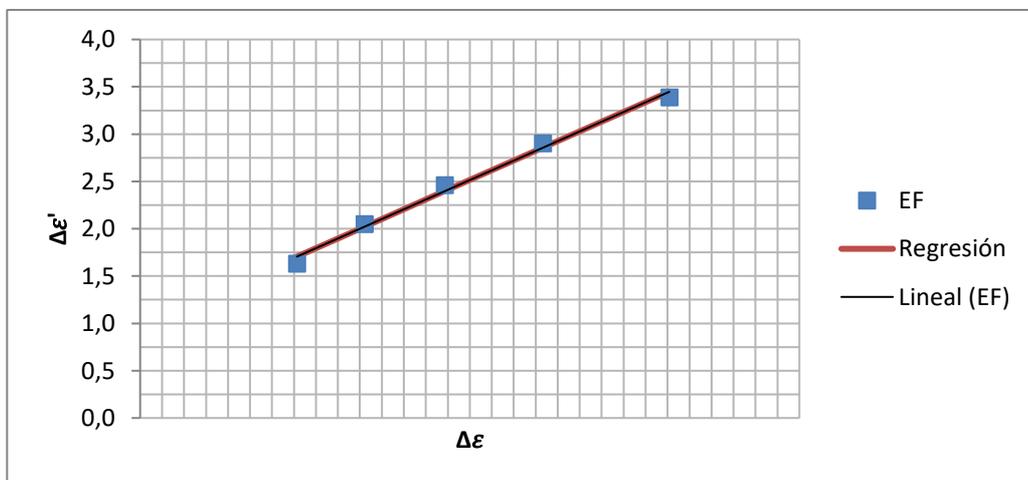
# ANEXO 2



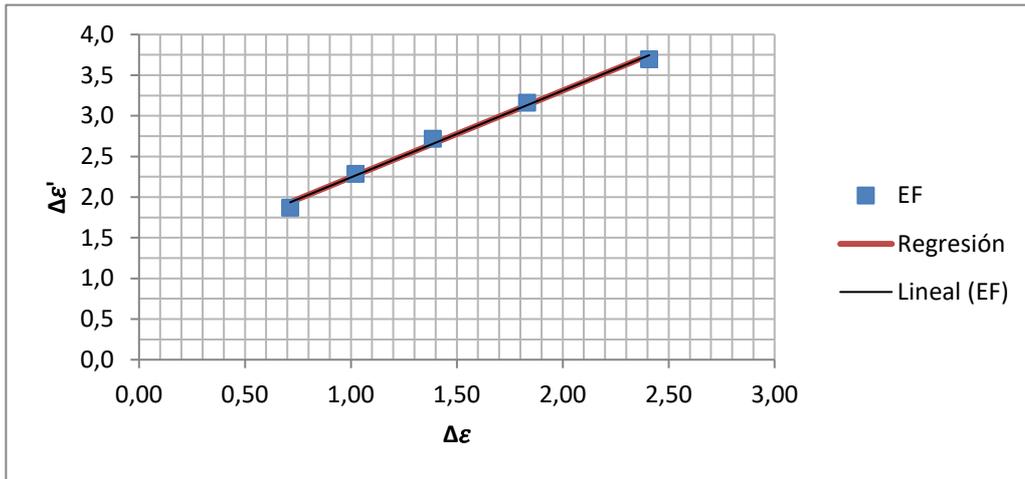
Regresión lineal para  $K = 200 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



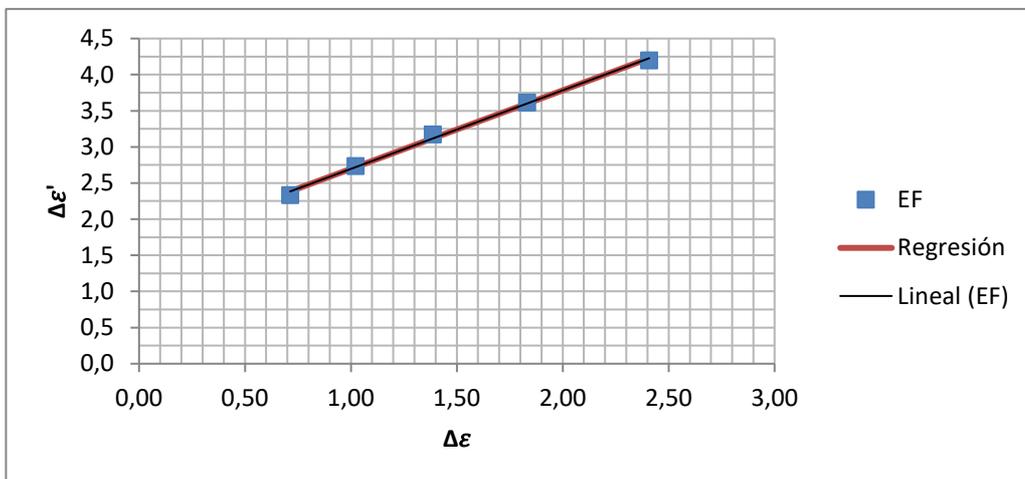
Regresión lineal para  $K = 200 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



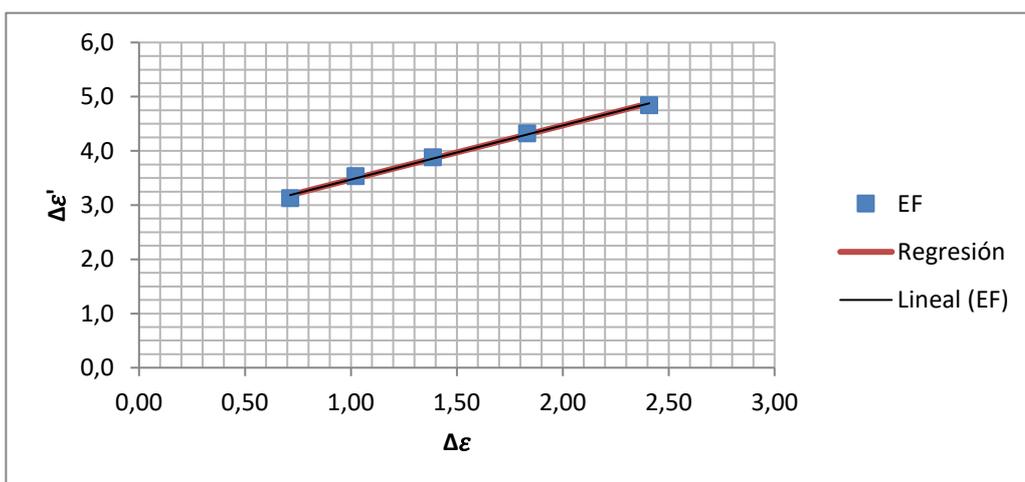
Regresión lineal para  $K = 400 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



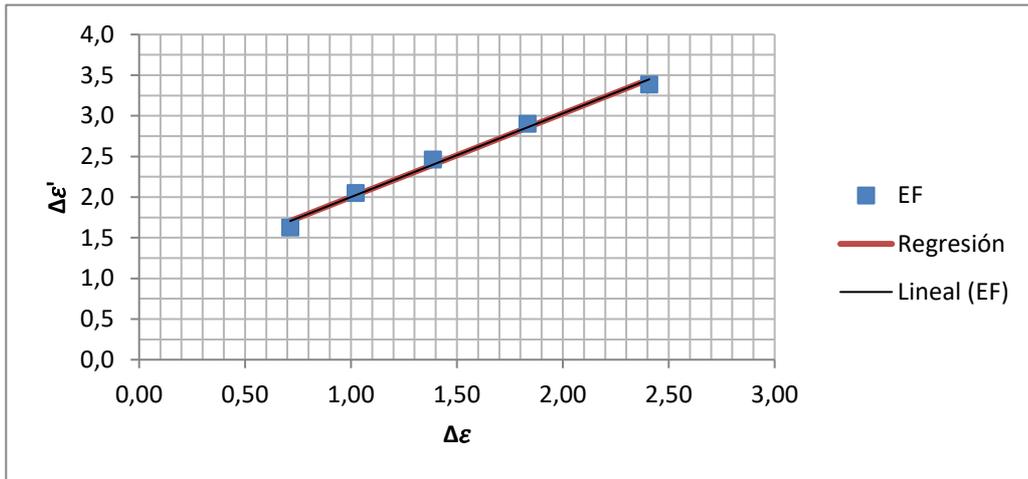
Regressión lineal para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



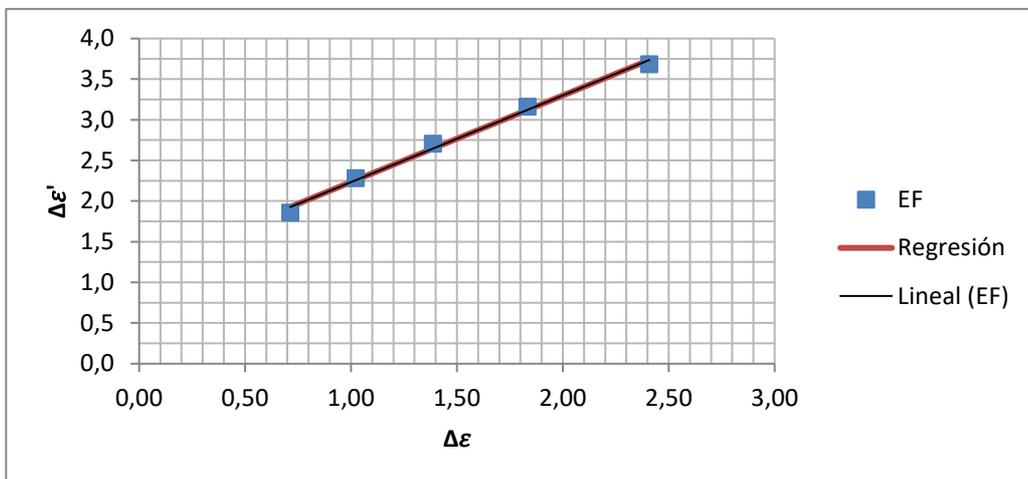
Regressión lineal para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



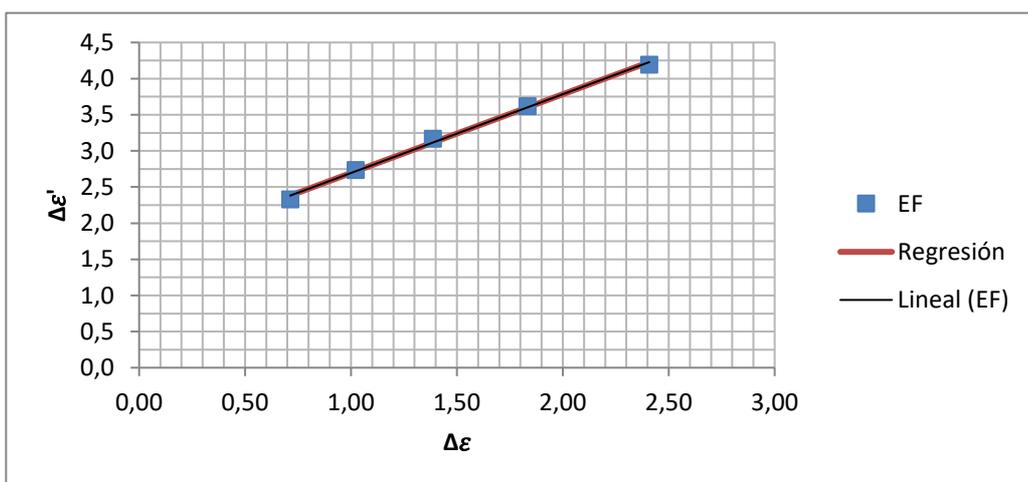
Regressión lineal para  $K = 400$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



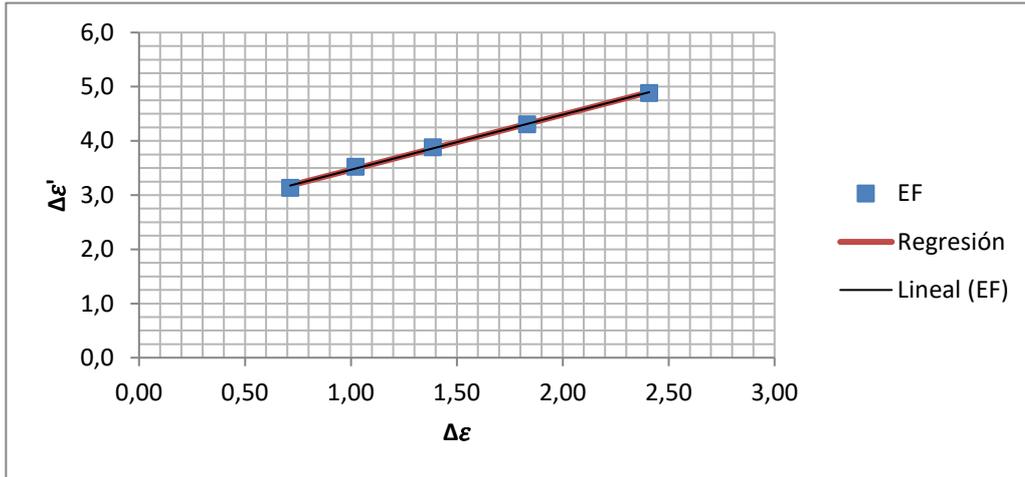
Regresión lineal para  $K = 600 \text{ MPa}, n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



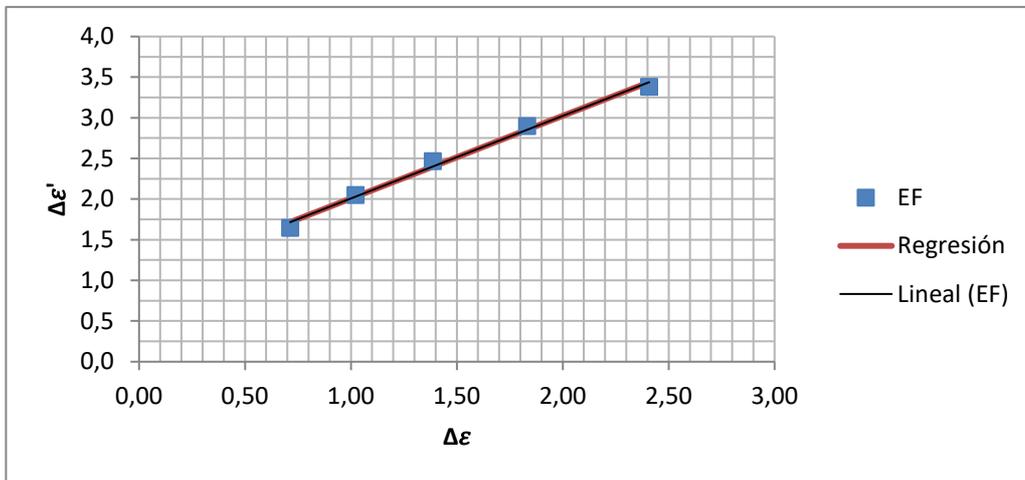
Regresión lineal para  $K = 600 \text{ MPa}, n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



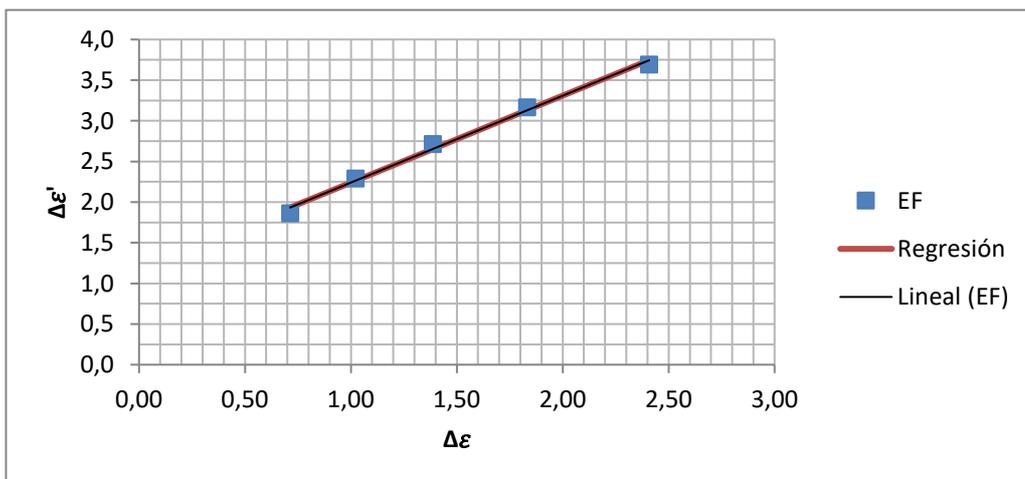
Regresión lineal para  $K = 600 \text{ MPa}, n = 0,30$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



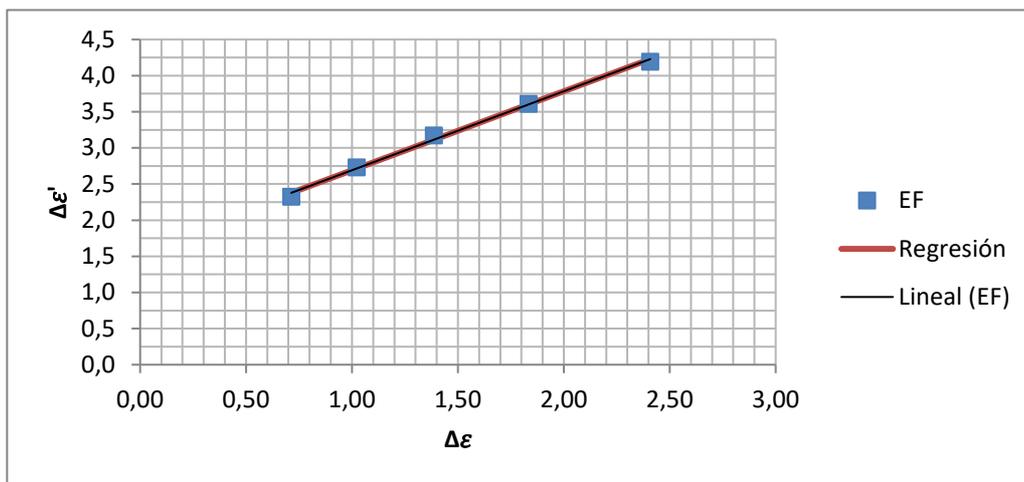
Regressão linear para  $K = 600$  MPa,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



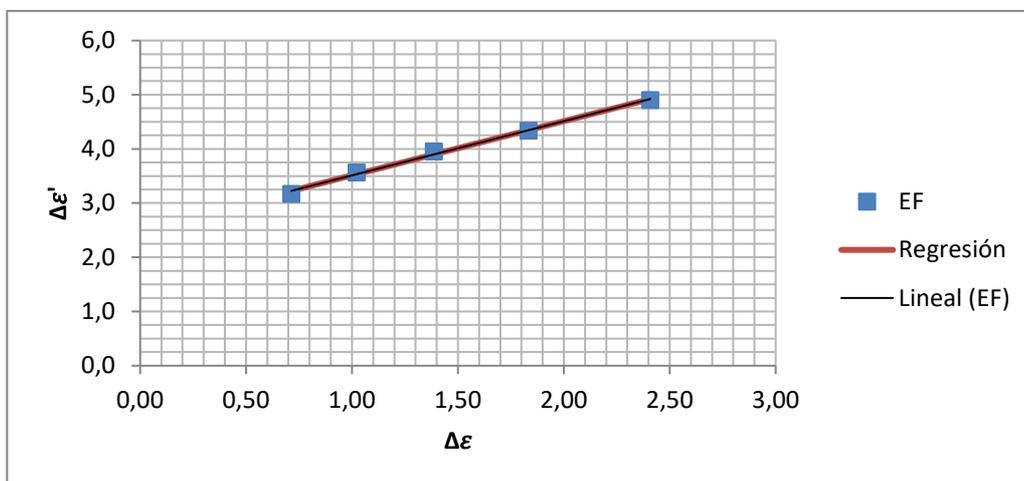
Regressão linear para  $K = 800$  MPa,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



Regressão linear para  $K = 800$  MPa,  $n = 0,15$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



Regresión lineal para  $K = 600 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,50$  y  $\alpha = 90^\circ$ .



Regresión lineal para  $K = 800 \text{ MPa}$ ,  $n = 0,05$  y  $\alpha = 90^\circ$ .