

# Algoritmos de análisis para gramáticas de inserción de árboles: Relaciones.

Vicente Carrillo  
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos  
Universidad de Sevilla  
carrillo@lsi.us.es

## Resumen

*Tree Insertion Grammar* (TIG) es un compromiso entre *Context Free Grammar* (CFG) y *Tree Adjoining Grammar* (TAG) que puede ser analizada con un coste temporal de  $\mathcal{O}(n^3)$ . En la literatura, tan sólo han sido descritos dos algoritmos de análisis para TIGs, basados en los ya conocidos CYK y Earley para CFGs. En este informe se describen en detalle los analizadores para TIGs presentados en [7, 5, 4], así como las relaciones formales existentes entre ellos. El objetivo es definir *la espina dorsal* del núcleo de una taxonomía de analizadores basados en el algoritmo de *Earley*, similar a las ya existentes para CFGs [20] y TAGs [1] [9].

## 1 Introducción

Las gramáticas de adjunción de árboles (*Tree Adjoining Grammar*, TAG) [14] constituyen un formalismo naturalmente lexicalizado muy adecuado para la descripción de la sintaxis de los lenguajes naturales. Como contrapartida, el proceso de análisis para este formalismo implica mayores costes computacionales que el mismo proceso para las gramáticas independientes del contexto (*Context Free Grammar*, CFG): la complejidad temporal en el caso peor de los analizadores para TAG es de  $\mathcal{O}(n^6)$ , donde  $n$  es la longitud de la cadena de entrada, frente a la complejidad  $\mathcal{O}(n^3)$  que presentan los analizadores para CFG. En los últimos años, se han descrito muchas aproximaciones que intentan mejorar las prestaciones de los analizadores para TAG: unas basadas en la compilación de los árboles elementales en autómatas de estados finitos [13], otras que aplican ciertos filtros a los algoritmos de análisis [6, 8, 11] y otras, como la empleada en este trabajo, basadas en restricciones sobre el formalismo [15].

Las gramáticas de inserción de árboles (*Tree Insertion Grammar*, TIG) [15] constituyen un compromiso entre CFG y TAG que combina la eficiencia de análisis de las primeras con la fuerte lexicalización de las segundas, ya que, al igual que ocurre con las CFGs, cualquier TIG se puede analizar con un coste temporal de  $\mathcal{O}(n^3)$  en el peor caso y, por otra parte, al ser las TIGs una subclase de las TAGs, se encuentran naturalmente lexicalizadas. La importancia del formalismo TIG se fundamenta en el hecho de que la mayoría de las gramáticas de adjunción de árboles de amplia cobertura se corresponden en su mayor parte con dicho formalismo. Esta afirmación se puede comprobar en la gramática del inglés XTAG [12], donde el 99% de los árboles y adjunciones posibles son compatibles con el formalismo TIG.

La mayoría de los analizadores para TAG y TIG son extensiones de analizadores bien conocidos para CFG. En la literatura podemos encontrar multitud de analizadores para TAG, algunos usan una estrategia ascendente [2, 10, 17], otros utilizan estrategias ascendentes predictivas de manera similar al algoritmo de Earley para CFG [2, 16] y otros, como [11, 8], usan una adaptación para TAG del conocido filtro *left corner* para CFG con objeto de aumentar las prestaciones de los analizadores predictivos.

Podría pensarse que los analizadores para TIG pueden ser derivados directamente de los analizadores para TAG, dadas las similitudes entre ambos formalismos. Sin embargo, los aspectos que los diferencian son lo suficientemente significativos como para hacer que tal adaptación no sea sencilla de realizar. Como ilustración, podemos considerar la enorme diferencia existente entre el analizador de tipo Earley para TAG y el analizador de tipo Earley para TIG definido en [15]. En [7] se presentan un conjunto de analizadores para TIG, concretamente cuatro, tres que usan estrategia ascendente y uno ascendente predictivo. En este trabajo ampliamos esta red de analizadores para TIG, introduciendo un nuevo analizador que aplica un filtro de tipo *left corner* a una variante del analizador ascendente predictivo presentado en [7].

El informe se encuentra estructurado de la siguiente manera. Una primera sección donde se introducen los conceptos y la notación necesarios. Dada la longitud del trabajo, hemos preferido dividir el bloque principal en dos partes.

En la primera parte se describen en detalle algunos de los analizadores para TIGs presentados en [7] y las relaciones formales existentes entre ellos. Como punto de partida definiremos un esquema basado en el conocido algoritmo CYK para CFGs. A continuación definiremos un esquema ascendente basado en *Earley* que nos permita ampliar la clase de gramáticas sobre la que pueda actuar. Y concluiremos el conjunto de esquemas de estrategia

ascendente con la presentación de un analizador con recorrido bidireccional de la cadena de entrada al estilo del propuesto por de Vreught y Honig para CFGs [21]. Como punto final de esta primera red de analizadores, introduciremos una variante del esquema basado en el algoritmo de *Earley* para TIGs [15] y estableceremos las relaciones formales existentes entre ellos.

En la segunda parte se define el concepto de *left corner* en el contexto del formalismo TIG, el cual se aplica para obtener una versión ascendente y dos predictivas de algoritmos basados en LC para TIG. También se presentará una variante predictiva que servirá como esquema intermedio para mostrar la relación existente entre los dos analizadores predictivos definidos. Para terminar demostraremos las relaciones existentes entre estos esquemas y los presentados en la primera parte.

## 2 Notación

Una TIG es una 5-tupla  $(V_N, V_T, S, \mathbf{I}, \mathbf{A})$ , donde  $V_N$  es un conjunto de símbolos no terminales,  $V_T$  es un conjunto de símbolos terminales,  $S \in V_N$  es el axioma,  $\mathbf{I}$  es un conjunto finito de *árboles iniciales* finitos y  $\mathbf{A}$  es un conjunto finito de *árboles auxiliares* finitos. Al conjunto  $\mathbf{I} \cup \mathbf{A}$  se le denomina *árboles elementales*. Nos referiremos a la raíz de un árbol elemental  $\gamma$  como  $\mathbf{R}^\gamma$ . En cada árbol elemental, los nodos de la frontera se etiquetan con símbolos terminales, la palabra vacía ( $\varepsilon$ ) o símbolos no terminales marcados para sustitución, excepto un nodo en cada árbol auxiliar, cuya etiqueta es la misma que la de la raíz y que se denomina nodo *pie*. Denotaremos como  $\mathbf{F}^\beta$  al nodo pie de un árbol auxiliar  $\beta$ . Denominamos *espina* al camino de la raíz al pie de un árbol auxiliar. Usaremos  $label(M^\gamma)$  para denotar la etiqueta asociada al nodo  $M^\gamma$ .

Los árboles auxiliares en los cuales todo nodo frontera está a la izquierda (derecha) del nodo pie se denominan *árboles auxiliares izquierdos (derechos)*. El resto de árboles auxiliares se denominan *árboles wrapping*. Usaremos  $\mathbf{A}_L$  y  $\mathbf{A}_R$  para denotar los conjuntos de árboles auxiliares izquierdos y derechos, respectivamente.

Una derivación TIG comienza con un árbol inicial cuya raíz está etiquetada por  $S$ . Este árbol se extiende repetidamente usando las operaciones de *adjunción* y *sustitución*. La *adjunción* inserta un árbol auxiliar  $\beta$  en el nodo  $M^\gamma$  de un árbol  $\gamma$  que tenga la misma etiqueta que  $\mathbf{R}^\beta$ . En concreto,  $M^\gamma$  es reemplazado por  $\beta$  y  $\mathbf{F}^\beta$  es reemplazado por el subárbol dominado por  $M^\gamma$ . Usaremos  $\beta \in adj(M^\gamma)$  para denotar que un árbol  $\beta \in \mathbf{A}$  puede ser adjuntado en un nodo  $M^\gamma$ , es decir,  $M^\gamma$  es un nodo de adjunción. Si la adjunción

no es obligatoria en  $M^\gamma$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{adj}(M^\gamma)$ , donde  $\mathbf{nil}$  es un símbolo vacío. La adjunción de un árbol auxiliar izquierdo (derecho) se denomina *adjunción izquierda (derecha)*. Usaremos  $\beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$  ( $\beta \in \text{radj}(M^\gamma)$ ) para denotar que  $\beta \in \mathbf{A}_L$  ( $\beta \in \mathbf{A}_R$ ) se puede adjuntar en el nodo  $M^\gamma$ , es decir,  $M^\gamma$  es un nodo de adjunción izquierda (derecha). Si una adjunción izquierda (derecha) no es obligatoria en el nodo  $M^\gamma$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma)$  ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(M^\gamma)$ ). La *sustitución* es una operación obligatoria y reemplaza un nodo marcado para sustitución  $M^\gamma$  con una copia de un árbol inicial  $\alpha$  cuya raíz esté etiquetada igual que  $M^\gamma$ . Usamos  $\alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$  para indicar que el nodo  $M^\gamma$  puede ser sustituido por el árbol  $\alpha \in \mathbf{I}$ .

TIG no permite: (1) árboles auxiliares *wrapping*, (2) la adjunción de un árbol auxiliar izquierdo (derecho) en la espina de un árbol auxiliar derecho (izquierdo) y (3) la adjunción en los nodos raíz y pie de los árboles auxiliares. Para incrementar los árboles que se pueden generar, TIG permite un número arbitrario de adjunciones simultáneas sobre un mismo nodo. La adjunción simultánea es una operación esencialmente ambigua y provoca la creación de muchos árboles diferentes. Fácilmente se pueden imaginar variantes de TIG donde la adjunción simultánea esté más limitada. Para no incrementar la ambigüedad de la derivación, hemos elegido para la definición de los esquemas la variante de TIG presentada en [18], que como máximo permite una adjunción izquierda y otra derecha sobre un mismo nodo. Además, para mantener los árboles que se pueden generar mediante adjunción simultánea, permitiremos la adjunción en los nodos raíz y pie de los árboles auxiliares.

Con objeto de representar los árboles de análisis parciales, definimos una producción  $N^\gamma \rightarrow N_1^\gamma \dots N_g^\gamma$  para cada nodo  $N^\gamma$  y sus secuencia ordenada de  $g$  hijos  $N_1^\gamma \dots N_g^\gamma$  en un árbol elemental. Denotaremos el conjunto de producciones asociado a un árbol elemental  $\gamma$  como  $\mathcal{P}(\gamma)$ . Por razones técnicas, consideramos las producciones adicionales  $\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha$ ,  $\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta$  y  $\mathbf{F}^\beta \rightarrow \perp$  para cada árbol inicial  $\alpha$  y cada árbol auxiliar  $\beta$ . Para mantener la capacidad generativa de la gramática, se prohíbe la adjunción y sustitución en los nodos  $\top$  y  $\perp$ .

Los *esquemas de análisis sintáctico* [20] constituyen un método general para la especificación de algoritmos de análisis sintáctico, que surge como una formalización de trabajos presentados sobre analizadores deductivos [19]. Entre sus ventajas fundamentales se encuentran:

- Definición de los analizadores sin tener en cuenta las estructuras de datos y de control que se usarán en su implementación.
- Permite establecer de una manera fácil las relaciones entre distintos algoritmos mediante el análisis de ciertas relaciones formales.

El uso de *sistemas de análisis* para la especificación de analizadores sintácticos nos permite explotar todas las propiedades de los sistemas deductivos, entre otras, la posibilidad de establecer relaciones entre distintos sistemas. En [3] se pueden encontrar todas las definiciones necesarias para comprender y aplicar los esquemas de análisis sintáctico y la notación referente a ellos empleadas a lo largo de este informe.

### 3 Esquema basado en CYK

El primer esquema que veremos, que denominaremos **CYK<sup>i</sup>**, presenta una estrategia de análisis ascendente con lectura unidireccional, de izquierda a derecha, de la cadena de entrada. Se trata de una extensión del algoritmo CYK definido originalmente para gramáticas independientes del contexto. El esquema **CYK<sup>i</sup>** fue introducido en [7] y se basa en el presentado en forma algorítmica para las SLTIG en [18].

El esquema **CYK<sup>i</sup>** sólo es aplicable a la clase de gramáticas de inserción de árboles  $CNF_{TIG}$  cuyos árboles elementales presentan las siguientes restricciones: (i) un nodo interno, salvo el nodo pie, dominará directamente un máximo de dos nodos y (ii) los nodos etiquetados con símbolos terminales, la palabra vacía o el nodo *bottom* no tendrán nodos hermanos.

El dominio del esquema **CYK<sup>i</sup>** viene dado por:

$$\mathcal{I}_{\text{CYK}^i} = \{[M^\gamma, i, j, code] \mid M^\gamma \in V_N, \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, code \subseteq \{L, R\}\}$$

La función del parámetro *code* es indicar si sobre el nodo  $M^\gamma$  se ha completado una adjunción izquierda y/o derecha o no se ha completado ninguna adjunción, y puede tomar uno de los siguientes valores:

- $\emptyset$  si no ha completado ninguna adjunción en el nodo  $M^\gamma$ ,
- $\{L\}$  si se ha completado una adjunción de un árbol auxiliar izquierdo en el nodo  $M^\gamma$ ,
- $\{R\}$  si se ha completado una adjunción de un árbol auxiliar derecho en el nodo  $M^\gamma$ ,
- $\{L, R\}$  si se ha completado las adjunciones de un árbol auxiliar izquierdo y otro derecho en el nodo  $M^\gamma$ .

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i} = \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompUna}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompBin}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Radj}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1]}{[N^\gamma, j, j+1, \emptyset]} \quad N^\gamma \rightarrow a \in \mathcal{P}(\gamma)$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\varepsilon} = \frac{}{[N^\gamma, j, j, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} N^\gamma \rightarrow \varepsilon \in \mathcal{P}(\gamma) \\ \text{ó } N^\gamma \rightarrow \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompUna}} = \frac{[O^\gamma, i, j, \text{code}]}{[M^\gamma, i, j, \emptyset]} \quad M^\gamma \rightarrow O^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma)$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompBin}} = \frac{\begin{array}{l} [O_1^\gamma, i, j, \text{code}] \\ [O_2^\gamma, j, k, \text{code}'] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]} \quad M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma)$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ),
- (iii) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}'$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \in \text{code}'$ ),
- (iv) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}'$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \in \text{code}'$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{LAdj}} = \frac{\begin{array}{l} [P^\beta, i, j, \emptyset] \\ [M^\gamma, j, k, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \{L\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\beta) = \top \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ L \notin \text{code} \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{RADj}} = \frac{\begin{array}{l} [P^\beta, j, k, \emptyset] \\ [M^\gamma, i, j, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \{R\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\beta) = \top \\ \beta \in \text{radj}(M^\gamma) \\ R \notin \text{code} \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}} = \frac{[P^\alpha, i, j, \emptyset]}{[M^\gamma, i, j, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\alpha) = \top \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \end{array}$$

Los pasos deductivos  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Scan}}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^\varepsilon$  son los que inician el reconocimiento ascendente. También se incluye en este caso los nodos pies de los árboles auxiliares, ya que en los árboles auxiliares TIGs no es necesario transmitir la información del subárbol escindido.

Una vez reconocido el subárbol dominado por un nodo, los pasos  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompUna}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompBin}}$  permiten continuar el reconocimiento ascendente. Cuando se ha reconocido un árbol auxiliar izquierdo (resp. derecho), el paso  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{LAdj}}$  ( $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{RAdj}}$ ) efectúa la adjunción en un nodo de adjunción izquierda (resp. derecha), siempre que el reconocimiento lo haya alcanzado y no haya sido ya adjuntado por la izquierda (resp. derecha). La condición que acompaña a ambos pasos de completación comprueba que el nodo que domina el subárbol que se va a completar no presente adjunción (izquierda y/o derecha) obligatoria y, en el caso de presentarla, que se haya efectuado.

Por último, la operación  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}}$  sustituye un árbol inicial que ha sido completamente reconocido en todos los nodos de sustitución donde se puede sustituir dicho árbol.

El conjunto de ítems finales se define como:

$$\mathcal{F}_{\text{CYK}^i} = \{[P^\alpha, 0, n, \emptyset] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(P^\alpha) = \top, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

## 4 Esquema ascendente basado en Earley

Este esquema, al que vamos a denominar **buE<sup>i</sup>**, es una adaptación para TIGs del esquema ascendente basado en Earley (*bottom-up Earley* para CFGs descrito en [20]). Fue presentado en [7] y se puede obtener a partir de una generalización del esquema **CYK<sup>i</sup>**. El interés de este esquema radica en que se trata de un reconocedor con estrategia ascendente que elimina la restricción impuesta por el esquema anterior sobre la forma que deben tener los árboles elementales.

El dominio del esquema **buE<sup>i</sup>** es:

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^i} = \mathcal{I}_{\text{buE}^i}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{buE}^i}^{(ii)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^i}^{(i)} = \{[M^\gamma \rightarrow \delta \bullet \nu, i, j, \emptyset] \mid M^\gamma \rightarrow \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A},$$

$$0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon\}$$

donde el valor  $\emptyset$  indica que no se ha completado ninguna adjunción en el nodo  $M^\gamma$ .

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^i}^{(ii)} = \{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, code] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, code \subseteq \{L, R\}\}$$

donde  $code = \emptyset$  si no se completó ninguna adjunción sobre  $M^\gamma$ ,  $code = \{L\}$  si se completó una adjunción izquierda sobre  $M^\gamma$ ,  $code = \{R\}$  si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$  y  $code = \{L, R\}$  si se completó una adjunción izquierda y otra derecha sobre  $M^\gamma$ .

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{RAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, i, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, i, \emptyset]} \quad \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j+1, \emptyset]} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^\varepsilon = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \\ \text{ó label}(M^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}} = \frac{[M^\gamma \rightarrow \omega \bullet, j, k, code] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \emptyset]}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma)$  y  $L \notin code$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$  y  $L \in code$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(M^\gamma)$  y  $R \notin code$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(M^\gamma)$  y  $R \in code$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{LAdj}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \emptyset] \quad [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, code]}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, k, \{L\} \cup code]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ L \notin code \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{RAdj}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, \emptyset] \quad [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, code]}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, k, \{R\} \cup code]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{radj}(M^\gamma) \\ R \notin code \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Subs}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, j, k, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \emptyset]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

El paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}}$  inicia el reconocimiento desde todos los subárboles de los árboles elementales. El paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Scan}}$  reconoce la presencia de un símbolo terminal en la cadena de entrada. Mientras  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^\varepsilon$  refleja el hecho de que se puede saltar sobre nodos etiquetados con  $\varepsilon$  y nodos pie sin tener que reconocer nada. El paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}}$  continúa el reconocimiento ascendente cuando se ha completado el reconocimiento de un subárbol. El resto de pasos funcionan de forma análoga a los homónimos del esquema anterior.

El conjunto de ítems finales es:

$$\mathcal{F}_{\text{buE}^i} = \{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, 0, n, \emptyset] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

#### 4.1 Una variante del esquema ascendente basado en Earley

Si estudiamos con atención el esquema  $\text{buE}^i$  podemos observar ciertas deficiencias, las cuales son debidas esencialmente a que el paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}}$  inicia el reconocimiento de todos los subárboles, sin comprobar que la raíz del mismo sea un nodo que presente una restricción de adjunción izquierda obligatoria. Ello provoca un doble problema, el primero es de prestaciones del analizador, ya que puede reconocer subárboles que no son correctos y cuya incorrección no se detecta hasta que se lleva a cabo un paso de compleción de subárbol. Y de éste se deriva el segundo problema, debido a que el paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}}$  debe conocer las adjunciones que se han efectuado antes de realizar la compleción, lo que obliga al analizador a llevar esta información. Sin embargo, si se controla el inicio del reconocimiento de cada subárbol obtendríamos un doble beneficio: (1) aumentaríamos la eficiencia eliminando del reconocimiento subárboles que de partida sabemos que son incorrectos y (2) el parámetro *code* se simplificaría, ya que sólo debe indicar si tuvo lugar una adjunción derecha sobre el nodo.

El esquema que proponemos, al que denominaremos  $\text{buE}^k$ , pretende paliar estos problemas. Se obtiene modificando las condiciones laterales de los pasos  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}}$ , el paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$  y la forma del parámetro *code* del esquema  $\text{buE}^i$ .

El dominio del esquema  $\text{buE}^k$  es:

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^k} = \mathcal{I}_{\text{buE}^k}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{buE}^k}^{(ii)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^k}^{(i)} = \{[M^\gamma \rightarrow \delta \bullet \nu, i, j, false] \mid M^\gamma \rightarrow \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon\}$$

$$\mathcal{I}_{\text{buE}^k}^{(ii)} = \{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, radj] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, radj \in \{true, false\}\}$$

donde  $radj = false$  si no se completó ninguna adjunción derecha sobre el nodo  $M^\gamma$  y  $radj = true$  si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$ .

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{RAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}} = \frac{\gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}}{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, i, false]} \quad \mathbf{nil} \in \text{ladj}(N^\gamma)$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}} = \frac{\begin{matrix} [a, j, j+1] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \end{matrix}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j+1, false]} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^\varepsilon = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j, false]} \quad \begin{matrix} \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \\ \text{ó label}(M^\gamma) = \perp \end{matrix}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}} = \frac{\begin{matrix} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, radj] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \end{matrix}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]}$$

donde se debe cumplir que si  $radj = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(M^\gamma)$ .

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, j, false]} \quad \beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{RAdj}} = \frac{\begin{matrix} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false] \end{matrix}}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, k, true]} \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)$$

$$\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}} = \frac{\begin{matrix} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \end{matrix}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

El conjunto de ítems finales se define mediante:

$$\mathcal{F}_{\text{buE}^k} = \{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, 0, n, false] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

## 5 Esquema basado en de Vreught y Honig

En esta sección definimos el esquema  $\mathbf{dVH}^i$  con estrategia ascendente y recorrido bidireccional de la cadena de entrada, que está basado en el algoritmo para gramáticas independientes del contexto definido por De Vreught y Honig en [21]. La ventaja fundamental que ofrece este esquema es que permite obtener mayor información parcial para entradas incorrectas, lo cual es muy ventajoso para su empleo como analizador sintáctico superficial.

Modificamos la forma general de regla punteada usada en los esquemas de tipo Earley, e introducimos un punto adicional para delimitar la parte reconocida dentro de una regla. Entonces el dominio del esquema  $\mathbf{dVH}^i$  se define mediant:

$$\mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i} = \mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i}^{(ii)}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i}^{(i)} = \{ & [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet \omega, i, j, \emptyset] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \delta \omega \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ & 0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon \text{ ó } \omega \neq \varepsilon \} \end{aligned}$$

donde el valor  $\emptyset$  indica que no se ha completado ninguna adjunción en el nodo  $M^\gamma$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i}^{(ii)} = \{ & [M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, j, code] \mid M^\gamma \rightarrow \delta \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ & 0 \leq i \leq j, code \subseteq \{L, R\} \} \end{aligned}$$

donde  $code = \emptyset$  si no se completó ninguna adjunción sobre  $M^\gamma$ ,  $code = \{L\}$  si se completó una adjunción izquierda sobre  $M^\gamma$ ,  $code = \{R\}$  si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$  y  $code = \{L, R\}$  si se completó una adjunción izquierda y otra derecha sobre  $M^\gamma$ .

El conjunto de pasos deductivos viene dado por:

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Con}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{RAdj}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1]}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j+1, \emptyset]} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^\varepsilon = \frac{\text{label}(M^\gamma) = \varepsilon}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j, \emptyset]} \quad \text{ó } \text{label}(M^\gamma) = \perp$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Comp}} = \frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, j, \text{code}]}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, i, j, \emptyset]}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(M^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(M^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Con}} = \frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet \delta' \omega, i, j', \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \delta \bullet \delta' \bullet \omega, j', j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \delta' \bullet \omega, i, j, \emptyset]}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{LAdj}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, j, k, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, k, \{L\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ L \notin \text{code} \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{RAAdj}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, j, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, k, \{R\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{radj}(M^\gamma) \\ R \notin \text{code} \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Subs}} = \frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \bullet \nu, j, k, \emptyset]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

Los pasos deductivos  $\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Scan}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^\varepsilon$  son los que inician el reconocimiento ascendente desde los nodos etiquetados con símbolos terminales que coincida con algún símbolo de la cadena de entrada y nodos etiquetados con la palabra vacía o nodos *bottom*, respectivamente.

La función del paso  $\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Comp}}$  es continuar el reconocimiento del superárbol respecto a un nodo una vez que el subárbol dominado por él ha sido completamente reconocido. Se acompaña una condición lateral a este paso para garantizar que el nodo que domina el subárbol no presente adjunción obligatoria y, en el caso de presentarla, que se haya efectuado.

El paso  $\mathcal{D}_{\text{dVHi}}^{\text{Con}}$  concatena dos fragmentos adyacentes en una regla que reconocen segmentos colindantes en la cadena de entrada. Obsérvese como en ambos antecedentes el componente *adj* se encuentra a *false*, esto es debido a que ninguno de ellos representa el reconocimiento completo de un subárbol dominado por un nodo, y tal como se establece en la definición del dominio de este esquema, esta es una condición necesaria para completar una adjunción en un nodo.

Los pasos deductivos deductivos  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{LAdj}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{RAAdj}}$  funcionan de forma análoga a sus homónimos en el esquema **buE<sup>i</sup>**.

La función del paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{Subs}}$  es continuar el reconocimiento del superárbol respecto a un nodo de sustitución una vez completado el análisis de un árbol inicial que se pueda sustituir en él.

El conjunto de items finales se define mediante:

$$\mathcal{F}_{\text{dVH}^i} = \{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha \bullet, 0, n, \emptyset] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

Si somos totalmente minuciosos, los pasos  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{LAdj}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{RAAdj}}$  no están formulados desde una perspectiva totalmente bidireccional, ya que una adjunción izquierda y/o derecha no se efectúa sobre un nodo hasta que no se completa el subárbol que domina el mismo. Sin embargo, este tipo de algoritmo nos permite expandir mediante una adjunción izquierda (resp. derecha) una regla cuando se haya reconocido un prefijo (resp. sufijo) de la misma, es decir, el punto izquierdo (resp. derecho) que delimita la parte reconocida está al comienzo (resp. final) de la regla. Teniendo esto en cuenta, podríamos plantear un nuevo esquema **dVH<sup>k</sup>** cuyas reglas sean iguales a las del esquema anterior, excepto las dos mencionadas.

El dominio del esquema **dVH<sup>k</sup>** se ve alterado respecto al de **dVH<sup>i</sup>** por el hecho de que las adjunciones sobre un nodo se pueden efectuar sin tener que reconocer la regla completa, por lo que no es necesario introducir nuevos subdominios en el esquema anterior para distinguir posibles adjunciones izquierdas o derechas. Por tanto, el conjunto de ítems para el nuevo esquema se define mediante:

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^k} = \mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(ii)} \cup \mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(iii)} \cup \mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(iv)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(i)} = \mathcal{I}_{\text{dVH}^i}^{(i)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(ii)} = \mathcal{I}_{\text{dVH}^i}^{(ii)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(iii)} = \{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet \nu, i, j, \text{code}] \mid M^\gamma \rightarrow \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A},$$

$$0 \leq i \leq j, \text{code} \subseteq \{L\}\}$$

donde  $\text{code} = \emptyset$  si no se completó ninguna adjunción sobre  $M^\gamma$  y  $\text{code} = \{L\}$  si se completó una adjunción izquierda sobre  $M^\gamma$ .

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^k}^{(iv)} = \{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet, i, j, \text{code}] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \delta \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A},$$

$$0 \leq i \leq j, \text{ code} \subseteq \{R\}$$

donde  $\text{code} = \emptyset$  si no se completó ninguna adjunción sobre  $M^\gamma$  y  $\text{code} = \{R\}$  si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$ .

El conjunto de pasos deductivos viene dado por:

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k} = \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Con}} \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{RAAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^\varepsilon = \mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Subs}} = \mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{Con}} = \frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet \delta' \omega, i, j', \text{code}] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \delta \bullet \delta' \bullet \omega, j', j, \text{code}'] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \delta' \bullet \omega, i, j, \text{code} \cup \text{code}']}$$

donde  $\text{code} \in \{L\}$  y  $\text{code}' \in \{R\}$ .

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{LAdj}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet \nu, j, k, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet \nu, i, k, \{L\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ L \notin \text{code} \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}^k}^{\text{RAAdj}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet, i, j, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet \delta \bullet, i, k, \{R\} \cup \text{code}]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{radj}(M^\gamma) \\ R \notin \text{code} \end{array}$$

Y su conjunto de ítems finales también es igual al del esquema  $\text{dVH}^i$ :

$$\mathcal{F}_{\text{dVH}^k} = \mathcal{F}_{\text{dVH}^i}$$

## 6 Esquema basado en Earley

Aquí presentamos un algoritmo eficiente de análisis *left-to-right* para TIGs que combina predicciones descendentes con reconocimiento ascendente, como el algoritmo de Earley para CFGs. Una variante de este esquema, al que denominaremos **Earley**<sup>i</sup>, lo introducimos en [7] y se obtiene mediante una

adaptación del analizador mostrado en [15] a la restricción impuesta en este trabajo que obliga a que como máximo se efectúe una adjunción izquierda y otra derecha sobre un nodo.

El dominio del esquema **Earley**<sup>i</sup> es igual al del esquema **buE**<sup>k</sup> :

$$\mathcal{I}_{\text{Earley}^i} = \mathcal{I}_{\text{buE}^k}$$

El conjunto de pasos deductivos del esquema viene dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{Earley}^i} = & \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Ini}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjPred}} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RadjPred}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAAdjComp}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}} \cup \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsComp}} \end{aligned}$$

### Inicio

El reconocimiento comienza con la predicción de todo árbol inicial cuya raíz sea el axioma:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Ini}} = \frac{\alpha \in \mathbf{I}}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]} \quad label(\mathbf{R}^\alpha) = S$$

### Reconocimiento

Los pasos deductivos de reconocimiento son iguales a los del esquema **buE**<sup>k</sup>:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\varepsilon}$$

Los pasos deductivos que establecen la estrategia ascendente predictiva del algoritmo de Earley son los correspondientes a predicciones y compleciones. Para el caso de las TIGs, vamos a distinguir cuatro tipos de predicciones con sus correspondientes pasos de compleción asociados: subárbol, adjunción izquierda, adjunción derecha y sustitución.

### Predicción de subárbol

Si el reconocimiento alcanza un nodo que no presenta adjunción izquierda obligatoria, el análisis debe continuar el reconocimiento descendente del subárbol dominado por dicho nodo:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \quad \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma)$$

## Compleción de subárbol

Este paso deductivo de completación de subárbol es igual al del esquema **buE<sup>k</sup>**:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}}$$

## Predicción de adjunción izquierda

Cuando el reconocimiento alcanza un nodo adjuntable por la izquierda, el análisis debe lanzar el reconocimiento de todos los árboles auxiliares que se pueden adjuntar en él:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjPred}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]} \quad \beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$$

## Compleción de adjunción izquierda

Una vez que se ha completado el reconocimiento de un árbol auxiliar izquierdo, debemos continuar el reconocimiento del árbol donde se ha efectuado la adjunción:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]} \frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, k, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]} \quad \beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$$

## Predicción de adjunción derecha

Cuando se completa el reconocimiento de un subárbol dominado por un nodo adjuntable por la derecha, el análisis debe lanzar el reconocimiento de todos los árboles auxiliares que se pueden adjuntar en él:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAdjPred}} = \frac{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]} \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)$$

## Compleción de adjunción derecha

El paso deductivo de completación de adjunción derecha es igual al del esquema **buE<sup>k</sup>**:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAdjComp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{RAdj}}$$

## Predicción de sustitución

Cuando el reconocimiento alcanza un nodo marcado para sustitución, el análisis debe lanzar el reconocimiento de todos los árboles iniciales que se pueden sustituir en él:

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

### Compleción de sustitución

El paso deductivo de completión de sustitución es igual al del esquema  $\text{buE}^k$ :

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsComp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$$

El conjunto de ítems finales es igual al del esquema  $\text{buE}^k$ :

$$\mathcal{F}_{\text{Earley}^i} = \mathcal{F}_{\text{buE}^k}$$

## 7 Relaciones entre esquemas

**Teorema 7.1** *Relación entre los esquemas  $\text{CYK}^i$  y  $\text{buE}^i$   
Se mantienen las siguientes relaciones entre esquemas:*

$$\text{CYK}^i \xRightarrow{\text{sc}} \text{CYK}_1^i \xRightarrow{\text{ir}} \text{CYK}_2^i \xRightarrow{\text{sr}} \text{ECYK}^i \xRightarrow{\text{ext}} \text{buE}^i$$

*Prueba*

El esquema  $\text{CYK}_1^i$  se obtiene desdoblado el paso de sustitución del esquema  $\text{CYK}^i$  en cuatro.

El dominio del nuevo esquema es igual al del  $\text{CYK}^i$ :

$$\mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i} = \mathcal{I}_{\text{CYK}^i}$$

El conjunto de pasos deductivos es:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i} = & \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompUna}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompBin}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Radj}} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsUna}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_1} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_2} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_3} \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^\varepsilon = \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompUna}} = \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompUna}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompBin}} \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompBin}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{LAdj}} = \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{LAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Radj}} = \mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Radj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsUna}} = \frac{[P^\alpha, i, j, \emptyset]}{[M^\gamma, i, j, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\alpha) = \top \\ M^\gamma \rightarrow O^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(O^\gamma) \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_1} = \frac{\begin{array}{l} [P^\alpha, i, j, \emptyset] \\ [O_2^\gamma, j, k, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\alpha) = \top \\ M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(O_1^\gamma) \end{array}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_2} = \frac{\begin{array}{l} [O_1^\gamma, i, j, \text{code}] \\ [P^\alpha, j, k, \emptyset] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\alpha) = \top \\ M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(O_2^\gamma) \end{array}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_3} = \frac{\begin{array}{l} [P^\alpha, i, j, \emptyset] \\ [P^{\alpha 1}, j, k, \emptyset] \end{array}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(P^\alpha) = \top \\ \text{label}(P^{\alpha 1}) = \top \\ M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \in \mathcal{P}(\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(O_1^\gamma) \\ \alpha 1 \in \text{subst}(O_2^\gamma) \end{array}$$

El conjunto de items finales es idéntico al del esquema  $\mathbf{CYK}^i$ :

$$\mathcal{F}_{\text{CYK}_1^i} = \mathcal{F}_{\mathbf{CYK}^i}$$

Para demostrar que  $\mathbf{CYK}^i \xrightarrow{\text{sc}} \text{CYK}_1^i$  hay que probar que:

1.  $\mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i} \subseteq \mathcal{I}_{\text{CYK}^i}$
2.  $\vdash_{\text{CYK}_1^i}^* \subseteq \vdash_{\text{CYK}^i}^*$

Lo primero es cierto por definición, ya que los dominios de ambos esquemas son iguales:

$$\mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i} = \mathcal{I}_{\text{CYK}^i}$$

Para demostrar que  $\vdash_{\text{CYK}_1^i}^* \subseteq \vdash_{\text{CYK}^i}^*$  nos basta con probar que  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i} \subseteq \mathcal{D}_{\text{CYK}^i}$ . Vamos a ver sólo los pasos de sustitución, el resto de pasos son idénticos en ambos esquemas:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsUna}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[P^\alpha, i, j, \emptyset]}{[O^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompUna}}$

$$\frac{[O^\gamma, i, j, \text{code}]}{[M^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_1}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[P^\alpha, i, j, \emptyset]}{[O_1^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompBin}}$

$$\frac{\frac{[O_1^\gamma, i, j, \emptyset]}{[O_2^\gamma, j, k, \text{code}]}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_2}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[P^\alpha, j, k, \emptyset]}{[O_2^\gamma, j, k, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{CYK}^i}^{\text{CompBin}}$

$$\frac{\frac{[O_1^\gamma, i, j, \text{code}]}{[O_2^\gamma, j, k, \emptyset]}}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{SubsBin}_3}$  es equivalente a una secuencia formada por dos pasos  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[P^\alpha, i, j, \emptyset]}{[O_1^\gamma, i, j, \emptyset]} \quad \frac{[P^{\alpha 1}, j, k, \emptyset]}{[O_2^\gamma, j, k, \emptyset]}$$

seguidos de otro  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_1^i}^{\text{CompBin}}$

$$\frac{[O_1^\gamma, i, j, \emptyset]}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]} \quad \frac{[O_2^\gamma, j, k, \emptyset]}{[M^\gamma, i, k, \emptyset]}$$

El esquema  $\text{CYK}_2^i$  se obtiene incluyendo reglas de producción en los items del esquema  $\text{CYK}_1^i$ .

El dominio de  $\text{CYK}_2^i$  se define mediante:

$$\mathcal{I}_{\text{CYK}_2^i} = \{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, \text{code} \subseteq \{L, R\}\}$$

El conjunto de pasos deductivos es:

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i} = \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{CompUna}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{CompBin}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{Radj}} \cup \\ \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsUna}} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_1} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_2} \cup \mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_3}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1]}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet, j, j+1, \emptyset]} \quad \text{label}(P^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^\varepsilon = \frac{}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet, j, j, \emptyset]} \quad \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{CompUna}} = \frac{[O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}]}{[M^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet, i, j, \emptyset]}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{CompBin}} = \frac{[O_1^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}]}{[M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]} \quad \frac{[O_2^\gamma \rightarrow \delta \bullet, j, k, \text{code}']}{[M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]}$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ),
- (iii) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}'$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \in \text{code}'$ ),
- (iv) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}'$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \in \text{code}'$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{LAdj}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\beta \bullet}, i, j, \emptyset]}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{code}]} \quad \beta \in \text{ladj}(M^\gamma)$$

$$L \notin \text{code}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{RAAdj}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\beta \bullet}, j, k, \emptyset]}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}]} \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)$$

$$R \notin \text{code}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsUna}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, i, j, \emptyset]}{[M^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet, i, j, \emptyset]} \quad \alpha \in \text{subst}(O^\gamma)$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_1} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, i, j, \emptyset]}{[O_2^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{code}]} \quad \alpha \in \text{subst}(O_1^\gamma)$$

$$[M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_2^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_2^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_2} = \frac{[O_1^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}]}{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, j, k, \emptyset]} \quad \alpha \in \text{subst}(O_2^\gamma)$$

$$[M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]$$

donde se debe cumplir:

- (i) ( $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{ladj}(O_1^\gamma)$  y  $L \in \text{code}$ ),
- (ii) ( $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \notin \text{code}$ ) ó ( $\beta \in \text{radj}(O_1^\gamma)$  y  $R \in \text{code}$ ).

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_3} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha \bullet}, i, j, \emptyset]}{[\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha_1 \bullet}, j, k, \emptyset]} \quad \alpha \in \text{subst}(O_1^\gamma)$$

$$[M^\gamma \rightarrow O_1^\gamma O_2^\gamma \bullet, i, k, \emptyset] \quad \alpha_1 \in \text{subst}(O_2^\gamma)$$

El conjunto de ítems finales se define como:

$$\mathcal{F}_{\text{CYK}_2^i} = \{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha, 0, n, \text{code}] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

Probemos ahora la relación  $\text{CYK}_1^i \xrightarrow{\text{ir}} \text{CYK}_2^i$ . Para ello debemos mostrar que existe una función regular  $f : \mathcal{I}_{\text{CYK}_2^i} \rightarrow \mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i}$  tal que:

1.  $\mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i} = f(\mathcal{I}_{\text{CYK}_2^i})$
2.  $\Delta_{\text{CYK}_1^i} = f(\Delta_{\text{CYK}_2^i})$

Una función regular de contracción de items que cumple estas condiciones es la siguiente:

$$f([N^\gamma \rightarrow \delta \bullet, i, j, \text{code}]) = [N^\gamma, i, j, \text{code}]$$

De  $f$  se sigue inmediatamente que  $\mathcal{I}_{\text{CYK}_1^i} = f(\mathcal{I}_{\text{CYK}_2^i})$  y  $\Delta_{\text{CYK}_1^i} = f(\Delta_{\text{CYK}_2^i})$  por inducción en la longitud de las secuencias de derivación.

El esquema **ECYK**<sup>i</sup> se obtiene a partir del esquema **buE**<sup>i</sup>, restringiendo la clase de gramáticas sobre las que se define. De forma que el esquema **ECYK**<sup>i</sup> sólo está definido para la clase de gramáticas de inserción de árboles en las cuales ningún nodo puede tener más de dos descendientes y los nodos etiquetados con símbolos terminales,  $\varepsilon$  o  $\perp$  no tienen nodos hermanos.

Los conjuntos de items, pasos deductivos y finales del esquema **ECYK**<sup>i</sup> son iguales a los del esquema **buE**<sup>i</sup>.

$$\mathcal{I}_{\text{ECYK}^i} = \mathcal{I}_{\text{buE}^i}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i} = \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Radj}} \cup \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Ini}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\varepsilon}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{LAdj}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{LAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Radj}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Radj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{F}_{\text{ECYK}^i} = \mathcal{F}_{\text{buE}^i}$$

Para demostrar la relación **ECYK**<sup>i</sup>  $\xrightarrow{\text{ext}}$  **buE**<sup>i</sup> hay que probar:

1.  $CG_{\text{ECYK}^i} \subseteq CG_{\text{buE}^i}$
2.  $\text{ECYK}^i(G)(a_1 \dots a_n) = \text{buE}^i(G)(a_1 \dots a_n)$   
para toda  $G \in \mathcal{CG}_{\text{ECYK}^i}$  y cadena de entrada  $a_1 \dots a_n$

Lo primero es obvio, ya que la subclase de gramáticas sobre la que se define  $\mathbf{ECYK}^i$  es un subconjunto de la clase de gramáticas de inserción de árboles, sobre la cual está definido el esquema  $\mathbf{buE}^i$ . Lo segundo es cierto por definición, ya que  $\mathbf{ECYK}^i = \mathbf{buE}^i$ .

A continuación probaremos la relación  $\mathbf{CYK}_2^i \xrightarrow{\text{sr}} \mathbf{ECYK}^i$ . Para ello tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{CYK}_2^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{ECYK}^i}$
2.  $\vdash_{\mathbf{CYK}_2^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{ECYK}^i}^*$

Lo primero es cierto porque el dominio del esquema  $\mathbf{CYK}_2^i$ , que solo contempla items con el punto al final de la regla, está contenido en el dominio de  $\mathbf{ECYK}^i$ :

$$\mathcal{I}_{\mathbf{CYK}_2^i} \subset \mathcal{I}_{\mathbf{ECYK}^i}$$

Para demostrar que  $\vdash_{\mathbf{CYK}_2^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{ECYK}^i}^*$  nos basta con probar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{CYK}_2^i} \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}$ . Veamos cada paso:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{CYK}_2^i}^{\text{Scan}}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [a, j, j + 1] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset] \end{array}}{\overline{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet, j, j + 1, \emptyset]}}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{CYK}_2^i}^{\text{e}}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}^{\text{e}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset]}{\overline{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet, j, j, \emptyset]}}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{CYK}_2^i}^{\text{CompUna}}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{code}] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet, j, k, \text{code}]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{CompBin}}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset]}$$

seguido de una secuencia de dos pasos  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [P^\gamma \rightarrow \omega \bullet, j, k, \text{code}'] \\ [N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma P^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsUna}}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma, j, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet, j, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_1}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset]}$$

seguido de uno  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

y de otro  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [P^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{code}] \\ [N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma P^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_2}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset]}$$

seguido de uno  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Comp}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{code}] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

y de otro  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma P^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{SubsBin}_3}$  es equivalente a una secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset]}$$

seguido de dos  $\mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma P^\gamma, i, i, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset]}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^{\alpha^1} \bullet, j, k, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet P^\gamma, i, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma P^\gamma \bullet, i, k, \emptyset]}$$

- El resto de pasos son iguales en ambos esquemas:

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{LAdj}} = \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{LAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{CYK}_2^i}^{\text{Radj}} = \mathcal{D}_{\text{ECYK}^i}^{\text{Radj}}$$

**Teorema 7.2** *Relación entre los esquemas  $\mathbf{dVH}^i$  y  $\mathbf{buE}^i$*

*Se mantienen las siguientes relaciones de refinamiento y contracción de secuencias deductivas entre esquemas:*

$$\mathbf{dVH}^i \xrightarrow{\text{sr}} \mathbf{dVH}_1^i \xrightarrow{\text{sc}} \mathbf{buE}^i$$

*Prueba*

*Primero vamos a definir el esquema intermedio  $\mathbf{dVH}_1^i$  que nos servirá de enlace en esta relación. Se trata de un analizador con un recorrido de la cadena de entrada bidireccional, pero el reconocimiento ascendente comienza con un paso de inicio al igual que el esquema  $\mathbf{buE}^i$ , aunque, a diferencia de este, desde todas las posibles posiciones dentro de cada regla.*

*Su dominio es igual al del esquema  $\mathbf{dVH}^i$ :*

$$\mathcal{I}_{\mathbf{dVH}_1^i} = \mathcal{I}_{\mathbf{dVH}^i}$$

*El conjunto de pasos deductivos viene dado por:*

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Ini}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Con}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{LAdj}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{RAdj}} \cup \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Con}} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Con}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{LAdj}} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{LAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{RAdj}} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{RAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Subs}} = \mathcal{D}_{\mathbf{dVH}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Ini}} = \overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet \omega, j, j, \emptyset]}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{dVH}_1^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1] \overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}}{\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j+1, \emptyset]}} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^\varepsilon}^\varepsilon = \frac{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j, \emptyset]} \quad \begin{array}{l} \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \\ \text{ó label}(M^\gamma) = \perp \end{array}$$

El conjunto de ítems finales es igual al de  $\mathcal{F}_{\text{dVH}_1^\varepsilon}$ :

$$\mathcal{F}_{\text{dVH}_1^\varepsilon} = \mathcal{F}_{\text{dVH}_1}$$

Ahora probaremos la relación  $\text{dVH}^i \xrightarrow{\text{sf}} \text{dVH}_1^i$ . Para ello tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\text{dVH}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\text{dVH}_1^i}$
2.  $\vdash_{\text{dVH}^i}^* \subseteq \vdash_{\text{dVH}_1^i}^*$

Lo primero es cierto porque los dominios de ambos esquemas son iguales:

$$\mathcal{I}_{\text{dVH}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\text{dVH}_1^i}$$

Para demostrar que  $\vdash_{\text{dVH}^i}^* \subseteq \vdash_{\text{dVH}_1^i}^*$  hay que probar que  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i} \subseteq \mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}$ . Veamos cada paso:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^{\text{Scan}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [a, j, j + 1] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset] \end{array}}{\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j + 1, \emptyset]}}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{dVH}^i}^\varepsilon$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^\varepsilon$

$$\frac{\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}}{\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j, \emptyset]}}$$

- El resto de pasos son iguales en ambos esquemas:

$$\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{dVH^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Con}} = \mathcal{D}_{dVH^i}^{\text{Con}}$$

$$\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{LAdj}} = \mathcal{D}_{dVH^i}^{\text{LAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{RAAdj}} = \mathcal{D}_{dVH^i}^{\text{RAAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Subs}} = \mathcal{D}_{dVH^i}^{\text{Subs}}$$

Nos queda probar que  $PSschdVH_1^i \xrightarrow{\text{sc}} \mathbf{buE}^i$ , para lo cual tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{buE}^i} \subseteq \mathcal{I}_{dVH_1^i}$
2.  $\vdash_{\mathbf{buE}^i}^* \subseteq \vdash_{dVH_1^i}^*$

Si establecemos la siguiente equivalencia de ítems:

$$[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \omega, i, j, \text{code}] \in \mathcal{I}_{\mathbf{buE}^i} \equiv [N^\gamma \rightarrow \bullet \nu \bullet \omega, i, j, \text{code}] \in \mathcal{I}_{dVH_1^i},$$

entonces se cumple

$$\mathcal{I}_{\mathbf{buE}^i} \subset \mathcal{I}_{dVH_1^i},$$

ya que, mientras el primero solo reconoce fragmentos que comienzan al principio de las reglas, el segundo no presenta esta limitación.

Para probar que  $\vdash_{\mathbf{buE}^i}^* \subseteq \vdash_{dVH_1^i}^*$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^i} \subseteq \vdash_{dVH_1^i}^*$ . Veamos cada uno de los pasos:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^i}^{\text{Ini}}$  es equivalente a un paso  $\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet \bullet \nu, j, j, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^i}^{\text{Scan}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{dVH_1^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [a, j, j + 1] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma \omega, j, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j + 1, \emptyset]}$$

y de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Con}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \bullet\nu \bullet M^\gamma\omega, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j+1, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \bullet\nu M^\gamma \bullet \omega, i, j+1, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^\varepsilon$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma\omega, j, j, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^\varepsilon$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet \bullet M^\gamma\omega, j, j, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j+1, \emptyset]}$$

y de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Con}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \bullet\nu \bullet M^\gamma\omega, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, j, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \bullet\nu M^\gamma \bullet \omega, i, j, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Comp}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Comp}}$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet\delta\bullet, j, k, \text{code}]}{[N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, k, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Con}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \bullet\nu \bullet M^\gamma\omega, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, k, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \bullet\nu M^\gamma \bullet \omega, i, k, \emptyset]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{LAdj}}$  es equivalente a un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{LAdj}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \bullet\mathbf{R}^\beta\bullet, i, j, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \bullet\delta\bullet, j, k, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \bullet\delta\bullet, i, k, \{L\} \cup \text{code}]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{RAdj}}$  es equivalente a un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{RAdj}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, \emptyset] \\ [M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, j, \text{code}] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \delta \bullet, i, k, \{R\} \cup \text{code}]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buE}^i}^{\text{Subs}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \emptyset]}{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, k, \emptyset]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{dVH}_1^i}^{\text{Con}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [N^\gamma \rightarrow \bullet \nu \bullet M^\gamma \omega, i, j, \emptyset] \\ [N^\gamma \rightarrow \nu \bullet M^\gamma \bullet \omega, j, k, \emptyset] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu M^\gamma \bullet \omega, i, k, \emptyset]}$$

### **Teorema 7.3** Relación entre los esquemas $\text{buE}^k$ y $\text{Earley}^i$

Se mantiene la siguiente relación de filtro dinámico entre esquemas:

$$\text{buE}^k \xrightarrow{\text{df}} \text{Earley}^i$$

*Prueba*

Tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\text{Earley}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\text{buE}^k}$
2.  $\vdash_{\text{Earley}^i} \subseteq \vdash_{\text{buE}^k}$

Lo primero es cierto por definición, ya que los dominios de ambos esquemas son iguales:

$$\mathcal{I}_{\text{Earley}^i} = \mathcal{I}_{\text{buE}^k}$$

Para probar que  $\vdash_{\text{Earley}^i} \subseteq \vdash_{\text{buE}^k}$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i} \subseteq \vdash_{\text{buE}^k}$ . Veamos cada uno de los pasos:

- Dado un paso

$$\overline{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Ini}}$$

existe un paso

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, i, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$\vdash_{\text{buE}^k} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, \text{false}]$$

- Dado un paso

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$$

existe un paso

$$\overline{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{\text{buE}^k} [M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]$$

- Dado un paso

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjPred}}$$

existe un paso

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{\text{buE}^k} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]$$

- Dado un paso

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, k, false]}} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}}$$

existe un paso

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, k, false]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]} \vdash_{\text{buE}^k} [M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, k, false]$$

- Dado un paso

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAdjPred}}$$

existe un paso

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false] \vdash_{\text{buE}^k} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}}$$

*existe un paso*

$$\overline{[N^\gamma \rightarrow \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{\text{buE}^k} [\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]$$

- *El resto de pasos mantienen las siguientes equivalencias:*

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAAdjComp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{RAAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsComp}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$$

## 8 Esquema ascendente guiado por la esquina izquierda

De forma similar al esquema **buLC** para TAGs [6], este esquema elimina del dominio de **buE<sup>k</sup>** aquellos items que no aportan nada significativo en el proceso de análisis, y que son los items de la forma:

$$[M^\gamma \rightarrow \bullet \nu, i, i, false]$$

Al posibilitar el esquema **buE<sup>k</sup>** este tipo de items, se provoca un aumento en el número de items deducidos y, por tanto, una merma en el comportamiento práctico del analizador. Por ello proponemos modificar el dominio y los pasos deductivos de dicho esquema para evitar que se generen este tipo de items, obteniendo como resultado el esquema **buLC<sup>i</sup>**.

El dominio del esquema **buLC<sup>i</sup>** es:

$$\mathcal{I}_{\text{buLC}^i} = \mathcal{I}_{\text{buLC}^i}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{buLC}^i}^{(ii)}$$

$$\mathcal{I}_{\text{buLC}^i}^i = \{[M^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet \nu, i, j, false] \mid M^\gamma \rightarrow \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, \\ 0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon\}$$

El subconjunto  $\mathcal{I}_{\text{buLC}^i}^{(ii)}$  se define igual al del esquema  $\mathbf{buE}^k$ :

$$\mathcal{I}_{\text{buLC}^i}^{(ii)} = \mathcal{I}_{\text{buE}^k}^{(ii)}$$

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_{\text{subs}}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_{\text{subs}}} \cup \\ \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{RAAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_t} = \frac{[a, j, j+1]}{[O^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma) \\ \text{label}(M^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \frac{}{[O^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma) \\ \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(M^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_{\text{subs}}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, k, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_n} = \frac{[O^\gamma \rightarrow \delta \bullet, j, k, \text{radj}]}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \nu, j, k, false]}$$

donde se debe cumplir:

- (i)  $\mathbf{nil} \in \text{ladj}(Q^\gamma)$ ,
- (ii) si  $\text{radj} = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_t} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false] \\ [a, j, j+1]}{[Q^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, i, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(Q^\gamma) \\ \text{label}(M^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[Q^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, i, j, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(Q^\gamma) \\ \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(M^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_{\text{subs}}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \text{false}] \\ [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \text{false}] \end{array}}{[Q^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(Q^\gamma) \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_n} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \text{false}] \\ [O^\gamma \rightarrow \delta \bullet, j, k, \text{radj}] \end{array}}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]}$$

donde se debe cumplir:

- (i)  $\beta \in \text{ladj}(Q^\gamma)$ ,
- (ii) si  $\text{radj} = \text{false}$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Scan}} = \frac{\begin{array}{l} [a, j, j+1] \\ [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j+1, \text{false}]} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^\varepsilon = \frac{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}]}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j, \text{false}]} \quad \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(M^\gamma) = \perp$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Comp}} = \frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]}$$

donde se debe cumplir que si  $\text{radj} = \text{false}$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(M^\gamma)$ .

El paso de completación de adjunción derecha es igual a su homónimo del esquema  $\mathbf{buE}^k$ :

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{RAdj}} = \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{RAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \text{false}] \\ [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

La eliminación del dominio de un determinado tipo de ítems provoca que tengamos que reescribir el paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$ , obteniendo los pasos  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_t}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_{\text{subs}}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_n}$ , que se aplican cuando el símbolo que está a la izquierda de la regla (la esquina izquierda) es un terminal, la cadena vacía, un nodo de sustitución o un no terminal, respectivamente. Actuamos de forma análoga

con la regla  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$  para obtener las cuatro reglas:  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_t}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_{\text{subs}}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_n}$  en este esquema. El resto de pasos funcionan de forma análoga a sus homónimos en el esquema  $\text{buE}^k$ , pero los pasos  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Scan}}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^\varepsilon$  y  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}}$  sólo se aplican a nodos que no son hijos izquierdos.

El conjunto de items finales es idéntico al del esquema  $\text{buE}^k$ :

$$\mathcal{F}_{\text{buLC}^i} = \mathcal{F}_{\text{buE}^k}$$

## 9 La relación esquina izquierda en las TIGs

En las siguientes secciones vamos a definir esquemas que usan una extensión del concepto de relación de esquina izquierda (LC), conocido sobre las CFGs, para filtrar las predicciones en el analizador basado en el algoritmo de Earley para TIGs. La complejidad temporal de todos estos algoritmos se mantienen en la cota de  $\mathcal{O}(n^3)$ , pero mejoran sus prestaciones mediante una reducción en el tamaño del *chart*. Antes de describir los nuevos analizadores necesitamos definir el concepto de relación de esquina izquierda en las TIGs.

**Definición 9.1** *Relación de esquina izquierda (LC) en los árboles elementales de TIGs*

La esquina izquierda de un nodo  $O^\gamma$  es su hijo izquierdo  $P^\gamma$  si y sólo si  $\text{ladj}(P^\gamma) = \{\text{nil}\}$ .

La relación esquina izquierda  $>_\ell$  en  $V_N \times \{V_N \cup V_T \cup \{\varepsilon, \perp\}\}$  se define como  $O^\gamma >_\ell P^\gamma$  si hay una producción  $O^\gamma \rightarrow P^\gamma \nu \in \mathcal{P}(\gamma)$  y  $\text{ladj}(P^\gamma) = \{\text{nil}\}$ .

La clausura reflexiva y transitiva de  $>_\ell$  la denotaremos como  $>_\ell^*$ .

En un abuso de notación, vamos a denotar como  $P^\gamma >_\ell \Delta$  si hay una producción  $O^\gamma \rightarrow P^\gamma \nu \in \mathcal{P}(\gamma)$  y existe un  $\beta$  tal que  $\beta \in \text{ladj}(P^\gamma)$ .

La relación LC en las TIGs no va más allá de los límites de un árbol elemental. Es importante señalar que toda relación de LC en las TIGs comienza en un nodo etiquetado con un símbolo no terminal y finaliza en: (1) un nodo adjuntable por la izquierda; (2) un nodo etiquetado con un símbolo terminal,  $\varepsilon$  o  $\perp$ ; (3) ó un nodo marcado para sustitución.

Las diferencias de esta definición respecto a la que presentamos para TAGs en [3] son fundamentalmente dos:

- Al introducir la operación de adjunción, en las fronteras de los árboles elementales de las TIGs pueden aparecer nodos etiquetados con símbolos no terminales marcados para sustitución. Ésto nos obliga a introducir este caso como una posibilidad de finalización en las relaciones LC.

- En las TIGs distinguimos dos tipos de adjunciones: izquierda y derecha. Las segundas no afectan a las relaciones de esquina izquierda, puesto que sólo introducen contextos derechos en los subárboles. Sin embargo, las primeras si rompen las relaciones LC. Por esta causa únicamente tenemos en cuenta los nodos adjuntables por la izquierda como fin de una relación LC.

## 10 Un esquema LC con items predictivos

Este esquema, denominado **pLC<sup>i</sup>** y presentado en [4], se obtiene reemplazando los pasos predictivos en el esquema **Earley<sup>i</sup>** por objetivos que se intentan satisfacer de forma ascendente. La fase ascendente del proceso de reconocimiento es guiada hacia el correspondiente objetivo mediante la relación LC. Por tanto, en el dominio del esquema **pLC<sup>i</sup>** vamos a distinguir dos tipos de items: predictivos y *left corner*, cuya semántica es similar a la de los items de la misma denominación en el esquema **pLC** para TAGs [3].

El conjunto de items de **pLC<sup>i</sup>** se define mediante:

$$\mathcal{I}_{\text{pLC}^i} = \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(ii)} \cup \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(iii)} \cup \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(iv)}$$

El conjunto de items predictivos es:

$$\mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(i)} = \{[M^\gamma, j] \mid \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq j\}$$

Y el conjunto de items *left corner* viene definido por los tres siguientes subconjuntos:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(ii)} = \{[C^\gamma; M^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet \nu, i, j, false] \mid C^\gamma >_\ell^* M^\gamma, M^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(iii)} = \{[C^\gamma; M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, radj] \mid C^\gamma >_\ell^* M^\gamma, M^\gamma \rightarrow \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j, radj \in \{true, false\}\} \end{aligned}$$

donde *radj* = *false* si no se completó ninguna adjunción derecha sobre  $M^\gamma$  y *radj* = *true* si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(iv)} = \{[C^\gamma; M^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false] \mid C^\gamma >_\ell^* M^\gamma, M^\gamma \rightarrow P^\gamma \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j\} \end{aligned}$$

donde  $P^\gamma \triangleright_\ell \Delta$  ó existe un  $\alpha$  tal que  $\alpha \in \text{subst}(P^\gamma)$ . Es decir, el punto sólo aparece al comienzo de la regla cuando el hijo izquierdo sea un nodo adjuntable por la izquierda o un nodo de sustitución, con objeto de lanzar el reconocimiento del árbol auxiliar izquierdo ó del árbol inicial, respectivamente.

Con respecto al conjunto de pasos deductivos, definimos subconjuntos para *reconocimiento* y *compleción* similares a los del esquema **Earley**<sup>i</sup> para TIGs. La relación de esquina izquierda se aplicará a cinco casos de predicción: inicial, subárbol, pie, adjunción izquierda y adjunción derecha. Obsérvese que aparece un filtro sobre la predicciones del pie, aunque este tipo de predicción aparentemente no aparece en el esquema **Earley**<sup>i</sup>. Sin embargo, si nos fijamos con atención el paso de compleción de adjunción izquierda  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAAdjComp}}$  hace una doble función: completa la adjunción izquierda e inicia el reconocimiento del subárbol escindido. Por ello podemos aplicar un filtro sobre esta predicción de pie.

Los pasos de esquina izquierda vienen en tres variedades, según el tipo de nodo en que finalice la relación: terminal, cadena vacía ó nodo *bottom*, y no terminal. Los nodos etiquetados con  $\varepsilon$  y  $\perp$  se incluyen en el mismo caso porque los nodos  $\perp$  en las TIGs se comportan igual que una cadena vacía, debido que no subsumen nada. El último caso es necesario cuando la esquina izquierda es un nodo de adjunción izquierda o está marcado para sustitución.

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{pLC}^i} &= \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_t} \cup \\ &\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Pre}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_t} \cup \\ &\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} \cup \\ &\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{RAAdjComp}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{SubsComp}} \end{aligned}$$

### Filtrado de inicio

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}_t} = \frac{[a, 0, 1]}{[\top; O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 1, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \mathbf{I} \\ \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ \text{label}(P^\alpha) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} = \frac{[\top; O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, \text{false}]}{[\top; O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \mathbf{I} \\ \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ \text{label}(P^\alpha) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LIpre}} = \frac{}{[\top; O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, 0, 0, false]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \mathbf{I} \\ label(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ P^\alpha >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha' \in \text{subst}(P^\alpha) \end{array}$$

En el paso  $\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LI}\varepsilon}$  no incluimos la condición  $label(P^\alpha) = \perp$  porque este paso se aplica exclusivamente a árboles iniciales.

### Reconocimiento

Los pasos de reconocimiento son similares a los del esquema **Earley**<sup>i</sup> pero sólo se aplican a nodos que no son hijos izquierdos.

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1] \quad [C^\gamma; N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j+1, false]} \quad label(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^\varepsilon = \frac{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j, false]} \quad label(M^\gamma) = \varepsilon$$

### Filtrado de predicción de subárbol

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_t} = \frac{[M^\gamma, j] \quad [a, j, j+1]}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ label(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ label(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } label(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Compleción en la esquina izquierda

El paso  $\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_n}$  es el que lleva a cabo las compleciones en los nodos que han sido filtrados por una relación LC.

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LC}_n} = \frac{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, radj]}{[M^\gamma; Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, false]} \quad M^\gamma \neq O^\gamma$$

donde se debe cumplir que si  $radj = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

## Predicción

Este paso realiza la predicción de los nodos que dominan relaciones LC, excepto los nodos raíces de los árboles elementales.

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Pre}} = \frac{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]} \quad \text{label}(M^\gamma) \in V_N$$

## Completación de subárbol

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{Comp}} = \frac{\begin{array}{l} [M^\gamma; M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, radj] \\ [C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \end{array}}{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]}$$

donde se debe cumplir que si  $radj = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

## Filtrado de predicción de adjunción izquierda

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_t} = \frac{\begin{array}{l} [M^\gamma, j] \\ [a, j, j+1] \end{array}}{[\top; O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[\top; O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[\top; O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\beta >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

En el paso  $\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon}$  no incluimos la condición  $\text{label}(P^\beta) = \perp$  porque en un árbol auxiliar izquierdo no se puede dar el caso  $\top >_\ell^* \perp$ .

## Filtrado de predicción de pie

Este conjunto de pasos son el resultado de aplicar un filtro LC al paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}}$ , el cual, como dijimos antes, cumple una función de predicción de pie.

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_t} = \frac{\begin{array}{l} [a, k, k+1] \\ [\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma, j] \end{array}}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k+1, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon} = \frac{[\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [M^\gamma, j]}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} = \frac{[\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [M^\gamma, j]}{[M^\gamma; O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Filtrado de predicción de adjunción derecha

Teniendo en cuenta que los árboles auxiliares derechos se caracterizan porque a la izquierda de la espina no se pueden adjuntar árboles auxiliares izquierdos y en esa parte de su frontera sólo pueden aparecer nodos etiquetados con  $\varepsilon$ , ésto reduce la finalización del filtro LC sobre la raíces de los árboles auxiliares derechos a un solo caso:  $\varepsilon$  ó  $\perp$ .

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} = \frac{[C^\gamma; M^\gamma \rightarrow \delta \bullet, k, l, false] \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)}{[\top; O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, l, l, false]} \quad \text{label}(P^\beta) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\beta) = \perp$$

### Compleción de adjunción derecha

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{RA}_{\text{AdjComp}}} = \frac{[\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [C^\gamma; M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, k, true]} \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)$$

### Filtrado de predicción de sustitución

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_t} = \frac{[M^\gamma, j] \quad [a, j, j+1]}{[\top; O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[\top; O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[\top; O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ P^\alpha >_\ell \Delta \end{array}$$

## Compleción de sustitución

$$\mathcal{D}_{\text{pLC}^i}^{\text{SubsComp}} = \frac{[\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false] [C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

El conjunto de items finales del esquema se define mediante:

$$\mathcal{F}_{\text{pLC}^i} = \{[\top; \top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, 0, n, false] \mid \alpha \in \mathbf{I}, \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S\}$$

## 11 Un esquema LC con items simplificados

Vamos a derivar un nuevo esquema, al que denominaremos  $\mathbf{sLC}^i$ , simplificando los items del esquema  $\mathbf{pLC}^i$  de forma similar a como derivamos el esquema  $\mathbf{sLC}$  para TAGs en [3]. Es decir, al conjunto de *items left corner* de  $\mathbf{pLC}^i$  les eliminamos la parte predictiva y los convertimos en *items Earley* en el esquema  $\mathbf{sLC}^i$ . Evidentemente, esta modificación del dominio conlleva una adaptación del conjunto de pasos deductivos.

El dominio del esquema  $\mathbf{sLC}^i$  presenta dos tipos de items: predictivos y *Earley*. Y se define de la siguiente manera:

$$\mathcal{I}_{\text{sLC}^i} = \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(i)} \cup \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(ii)} \cup \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(iii)} \cup \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(iv)}$$

El conjunto de items predictivos es igual al del esquema anterior:

$$\mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(i)} = \mathcal{I}_{\text{pLC}^i}^{(i)}$$

El conjunto de items *Earley* es similar al del esquema  $\mathbf{Earley}^i$ , pero cierto tipo de items con el punto al comienzo de las reglas son filtrados del dominio. Dicho conjunto viene definido por los siguientes subconjuntos:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(ii)} = \{[M^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet \nu, i, j, false] \mid M^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j, \nu \neq \varepsilon\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(iii)} = \{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, \text{radj}] \mid M^\gamma \rightarrow \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j, \text{radj} \in \{\text{true}, \text{false}\}\} \end{aligned}$$

donde  $\text{radj} = \text{false}$  si no se completó ninguna adjunción derecha sobre  $M^\gamma$  y  $\text{radj} = \text{true}$  si se completó una adjunción derecha sobre  $M^\gamma$ .

$$\mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(\text{iv})} = \{[M^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, \text{false}] \mid M^\gamma \rightarrow P^\gamma \nu \in \mathcal{P}(\gamma), \\ \gamma \in \mathbf{I} \cup \mathbf{A}, 0 \leq i \leq j\}$$

donde  $P^\gamma >_\ell \Delta$  ó existe un  $\alpha$  tal que  $\alpha \in \text{subst}(P^\gamma)$ .

Los pasos deductivos del esquema son:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{sLC}^i} = & \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_t} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_t} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RA}_{\text{adjComp}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{SubsComp}} \end{aligned}$$

### Filtrado de inicio

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_t} = \frac{[a, 0, 1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 1, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \mathbf{I} \\ \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ \text{label}(P^\alpha) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} = \frac{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, \text{false}]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \mathbf{I} \\ \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ \text{label}(P^\alpha) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} = \frac{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, 0, 0, \text{false}]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, 0, 0, \text{false}]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \mathbf{I} \\ \text{label}(\mathbf{R}^\alpha) = S \\ P^\alpha >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha' \in \text{subst}(P^\alpha) \end{array}$$

### Reconocimiento

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Scan}} = \frac{[a, j, j+1]}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}]} \quad \text{label}(M^\gamma) = a$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^\varepsilon = \frac{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, \text{false}]}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, j, \text{false}]} \quad \text{label}(M^\gamma) = \varepsilon$$

### Filtrado de predicción de subárbol

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_t} = \frac{\begin{array}{c} [M^\gamma, j] \\ [a, j, j+1] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Compleción en la esquina izquierda

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LC}_n} = \frac{[O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}]}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, false]} \quad Q^\gamma >_\ell O^\gamma$$

donde se debe cumplir que si  $\text{radj} = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

### Predicción

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]} \quad \text{label}(M^\gamma) \in V_N$$

### Compleción de subárbol

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Comp}} = \frac{\begin{array}{c} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]}$$

donde se debe cumplir que si  $\text{radj} = false$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

### Filtrado de predicción de adjunción izquierda

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_t} = \frac{\frac{[M^\gamma, j]}{[a, j, j+1]}}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\beta >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Filtrado de predicción de pie

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_t} = \frac{\frac{[a, k, k+1]}{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}}{[M^\gamma, j]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[M^\gamma, j]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[M^\gamma, j]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Filtrado de predicción de adjunción derecha

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma \rightarrow \delta \bullet, k, l, false]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, l, l, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{radj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\beta) = \perp \end{array}$$

### Compleción de adjunción derecha

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RAdjComp}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, j, false] \end{array}}{[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, i, k, true]} \quad \beta \in \text{radj}(M^\gamma)$$

### Filtrado de predicción de sustitución

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_t} = \frac{\begin{array}{l} [M^\gamma, j] \\ [a, j, j+1] \end{array}}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} = \frac{[M^\gamma, j]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ P^\alpha >_\ell \Delta \end{array}$$

### Compleción de sustitución

$$\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{SubsComp}} = \frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

El conjunto de items finales es igual al del esquema **Earley**<sup>i</sup>:

$$\mathcal{F}_{\text{sLC}^i} = \mathcal{F}_{\text{Earley}^i}$$

## 12 Un esquema LC

En esta sección definiremos el esquema **LC**<sup>i</sup>, que introducimos en [5], y que se deriva del esquema **sLC**<sup>i</sup> mediante la eliminación del dominio de éste del tipo de item predictivo.

El conjunto de items del esquema **LC**<sup>i</sup> coincide con los items *Earley* del esquema **sLC**<sup>i</sup>:

$$\mathcal{I}_{\text{LC}^i} = \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(\text{ii})} \cup \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(\text{iii})} \cup \mathcal{I}_{\text{sLC}^i}^{(\text{iv})}$$

Para obtener el conjunto de pasos deductivos del esquema, eliminamos el paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$ , que es el que genera los items predictivos, y adaptamos el resto al nuevo dominio. Para realizar esta adaptación basta con sustituir en cada paso donde aparezcan items predictivos como antecedentes por el antecedente del paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{LC}^i} = & \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_t} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LA}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LA}_\varepsilon} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RA}_{\text{AdjComp}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{SubsComp}} \end{aligned}$$

### Filtrado de inicio

Los pasos deductivos de este grupo son iguales a los del esquema  $\text{sLC}^i$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_t} &= \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_t} \\ \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} &= \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon} \\ \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} &= \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} \end{aligned}$$

### Reconocimiento

Los pasos deductivos de reconocimiento son iguales a los del esquema  $\text{sLC}^i$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Scan}} &= \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Scan}} \\ \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^\varepsilon &= \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^\varepsilon \end{aligned}$$

### Filtrado de predicción de subárbol

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_t} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \mathbf{nil} \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Compleción en la esquina izquierda

Este paso deductivo es igual al del esquema  $\mathbf{sLC}^i$ :

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LC}_n} = \mathcal{D}_{\mathbf{sLC}^i}^{\mathbf{LC}_n}$$

### Compleción de subárbol

Este paso deductivo es igual al del esquema  $\mathbf{sLC}^i$ :

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{Comp}} = \mathcal{D}_{\mathbf{sLC}^i}^{\mathbf{Comp}}$$

### Filtrado de predicción de adjunción izquierda

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_t} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \quad [a, j, j+1]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_\varepsilon} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\beta) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_{pre}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\beta \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\beta >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Filtrado de predicción de pie

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_t} = \frac{[a, k, k+1] \quad [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k+1, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_\varepsilon} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\gamma) = \varepsilon \text{ ó } \text{label}(P^\gamma) = \perp \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_{pre}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]} \quad \begin{array}{l} M^\gamma >_\ell^* O^\gamma \\ \beta \in \text{ladj}(M^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \text{ ó } \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

### Filtrado de predicción de adjunción derecha

Este paso deductivo es igual a su homónimo del esquema **sLC<sup>i</sup>**:

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RA}_\varepsilon}$$

### Compleción de adjunción derecha

Este paso deductivo es igual a su homónimo del esquema **sLC<sup>i</sup>**:

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RA}_{\text{AdjComp}}} = \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{RA}_{\text{AdjComp}}}$$

### Filtrado de predicción de sustitución

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_t} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \quad [a, j, j+1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j+1, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = a \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ \text{label}(P^\alpha) = \varepsilon \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} = \frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \top >_\ell^* O^\alpha \\ \alpha \in \text{subst}(M^\gamma) \\ P^\alpha >_\ell \Delta \end{array}$$

### Compleción de sustitución

Este paso deductivo es igual a su homónimo del esquema **sLC<sup>i</sup>**:

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{SubsComp}} = \mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{SubsComp}}$$

El conjunto de items finales es igual al del esquema **sLC<sup>i</sup>**:

$$\mathcal{F}_{\text{LC}^i} = \mathcal{F}_{\text{sLC}^i}$$

### 13 Relaciones entre esquemas

**Teorema 13.1** *Relación entre los esquemas  $\mathbf{pLC}^i$ ,  $\mathbf{sLC}^i$  y  $\mathbf{LC}^i$*   
*Se mantienen las siguientes relaciones de refinamiento de pasos e items:*

$$\mathbf{LC} \xrightarrow{\text{sr}} \mathbf{sLC}^i \xrightarrow{\text{ir}} \mathbf{pLC}^i$$

*Prueba*

Primero vamos a probar la relación  $\mathbf{sLC}^i \xrightarrow{\text{ir}} \mathbf{pLC}^i$ . Debemos probar que existe una función regular  $f : \mathcal{I}_{\mathbf{pLC}^i} \rightarrow \mathcal{I}_{\mathbf{sLC}^i}$  tal que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{sLC}^i} = f(\mathcal{I}_{\mathbf{pLC}^i})$
2.  $\Delta_{\mathbf{sLC}^i} = f(\Delta_{\mathbf{pLC}^i})$

Dada la función regular:

$$f([C^\gamma; N^\gamma \rightarrow \delta \bullet \nu, i, j \mid p, q]) = [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet \nu, i, j \mid p, q]$$

$$f([C^\gamma, j]) = [C^\gamma, j]$$

se sigue inmediatamente que  $\mathcal{I}_{\mathbf{sLC}^i} = f(\mathcal{I}_{\mathbf{pLC}^i})$  y  $\Delta_{\mathbf{sLC}^i} = f(\Delta_{\mathbf{pLC}^i})$  por inducción en la longitud de las secuencias de derivación.

Ahora probaremos la relación  $\mathbf{LC}^i \xrightarrow{\text{sr}} \mathbf{sLC}^i$ . Para ello tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{sLC}^i}$
2.  $\vdash_{\mathbf{LC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{sLC}^i}^*$

Lo primero es cierto por definición, ya que el dominio del esquema  $\mathbf{LC}^i$  está formado por los conjuntos de items de tipo Earley del esquema  $\mathbf{sLC}^i$ :

$$\mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i} \subset \mathcal{I}_{\mathbf{sLC}^i}$$

Para demostrar que  $\vdash_{\mathbf{LC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{sLC}^i}^*$  hay que probar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i} \subseteq \vdash_{\mathbf{sLC}^i}^*$ . Veamos cada paso:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\text{LC}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{sLC}^i}^{\text{LC}_t}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[a, j, j+1]}$$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j+1, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^\varepsilon}^{\text{LC}^\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{LC}^\varepsilon}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^\varepsilon}^{\text{LC}^\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{LC}^\varepsilon}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^\varepsilon}^{\text{LA}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{LA}_t}$

$$\frac{\frac{[M^\gamma, j]}{[a, j, j + 1]}}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j + 1, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^\varepsilon}^{\text{LA}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^\varepsilon}^{\text{LA}_\varepsilon}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LApre}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LApre}}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_t}$

$$\frac{\begin{array}{c} [a, k, k + 1] \\ [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma, j] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LF}_\varepsilon}$

$$\frac{\begin{array}{c} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma, j] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LFpre}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LFpre}}$

$$\frac{\begin{array}{c} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [M^\gamma, j] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_t}$

$$\frac{\frac{[M^\gamma, j]}{[a, j, j+1]}}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j+1, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{Pre}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma, j]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{sLC}^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}}$

$$\frac{[M^\gamma, j]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]}$$

- El resto de pasos homónimos en ambos esquemas son iguales.

**Teorema 13.2** *Relación entre los esquemas  $\text{buLC}^i$  y  $\text{LC}^i$*

*Se mantiene la siguientes relaciones de refinamiento de pasos y filtros dinámicos:*

$$\text{buLC}^i \xrightarrow{\text{sr}} \text{buLC}_1^i \xrightarrow{\text{df}} \text{LC}_1^i \xleftarrow{\text{df}} \text{LC}^i$$

*Prueba*

*El esquema  $\text{buLC}_1^i$  se obtiene mediante la ampliación del dominio de  $\text{buLC}^i$  con items con el punto al comienzo de la regla cuando el hijo izquierdo sea*

un nodo adjuntable o marcado para sustitución. Por tanto, el conjunto de items para este esquema es igual al del esquema  $\mathbf{LC}^i$ :

$$\mathcal{I}_{\text{buLC}_1^i} = \mathcal{I}_{\text{LC}^i}$$

Hay que adaptar el conjunto de pasos deductivos al nuevo dominio:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i} = & \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_{\text{pre}}} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Comp}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{RAdj}} \cup \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Subs}} \end{aligned}$$

donde todos los pasos son idénticos al los homónimos de  $\mathbf{buLC}^i$ , excepto el paso  $\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Subs}}$  y los nuevos pasos  $\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_{\text{pre}}}$ .

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_t} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_t}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_n} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LC}_n}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_t} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_t}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_n} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_n}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^\varepsilon = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{RAdj}} = \mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{RAdj}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} = \frac{[\top \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \mathbf{nil} \in \text{ladj}(O^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \acute{o} \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LAdj}_{\text{pre}}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \quad \begin{array}{l} \beta \in \text{ladj}(O^\gamma) \\ P^\gamma >_\ell \Delta \acute{o} \exists \alpha \in \text{subst}(P^\gamma) \end{array}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Subs}} = \frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false] \quad [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, false]} \quad \alpha \in \text{subst}(M^\gamma)$$

El conjunto de items finales es igual al del esquema  $\mathbf{buLC}^i$ :

$$\mathcal{F}_{\mathbf{buLC}_1^i} = \mathcal{F}_{\mathbf{buLC}^i}$$

Probemos ahora que  $\mathbf{buLC}^i \xrightarrow{\text{sr}} \mathbf{buLC}_1^i$ , para lo cual se tiene que cumplir que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{buLC}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{buLC}_1^i}$
2.  $\vdash_{\mathbf{buLC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}^*$

Lo primero es cierto por definición, ya que el dominio del esquema  $\mathbf{buLC}_1^i$  está formado por los items del esquema  $\mathbf{buLC}^i$  ampliado con items con el punto a comienzo de la regla. Por tanto:

$$\mathcal{I}_{\mathbf{buLC}^i} \subset \mathcal{I}_{\mathbf{buLC}_1^i}$$

Para demostrar que  $\vdash_{\mathbf{buLC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}^*$  nos basta con probar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i} \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}^*$ . Veamos únicamente los pasos en que difieren:

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i}^{\text{LCsubs}}$  es equivalente a una secuencia formada por una paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{LCpre}}$

$$\frac{}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\frac{[T \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i}^{\text{LAdjsubs}}$  es equivalente a una secuencia formada por una paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{LAdjpre}}$

$$\frac{[T \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\frac{[T \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}}$  está incluido en la inferencia del paso  $\mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Subs}}$ , ya que este último contempla la operación de sustitución en cualquier posición, mientras el primero sólo es válido para sustituciones en nodos que no sean hijos izquierdos. Por tanto:

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}} \subset \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{Subs}}$$

El esquema  $\mathbf{LC}_1^i$  se obtiene desdoblado el paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Comp}}$  del esquema  $\mathbf{LC}^i$  en los pasos  $\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Comp1}}$  y  $\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Comp2}}$ , donde el primero se encarga de completar los subárboles en nodos que no son hijos izquierdos, mientras el segundo las completan en los hijos izquierdos.

El dominio de  $\mathbf{LC}_1^i$  es igual al del esquema original:

$$\mathcal{I}_{\text{LC}_1^i} = \mathcal{I}_{\text{LC}^i}$$

El conjunto de pasos deductivos del nuevo esquema es:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i} = & \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Scan}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^\varepsilon \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_t} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_n} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Comp1}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Comp2}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LA}_t} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LA}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LA}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LF}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LF}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LF}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{RA}_\varepsilon} \cup \\ & \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{RA}_{\text{Comp}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LS}_t} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LS}_\varepsilon} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LS}_{\text{pre}}} \cup \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{SubsComp}} \end{aligned}$$

donde todos los pasos deductivos son iguales a sus homónimos del esquema  $\mathbf{LC}^i$ , excepto los dos nuevos obtenidos mediante el desdoble.

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_t} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_t}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_\varepsilon}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Scan}} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^\varepsilon = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_t} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_t}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon} = \mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LC}_{\text{pre}}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LC}_{\text{pre}}} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LC}_n} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LC}_n} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LA}_t} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_t} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LA}_\varepsilon} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_\varepsilon} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LA}_{\text{pre}}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LA}_{\text{pre}}} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LF}_t} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_t} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LF}_\varepsilon} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_\varepsilon} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LF}_{\text{pre}}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LF}_{\text{pre}}} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{RA}_\varepsilon} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{RA}_\varepsilon} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{RA}_{\text{Comp}}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{RA}_{\text{Comp}}} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LS}_t} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LS}_t} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LS}_\varepsilon} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LS}_\varepsilon} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{LS}_{\text{pre}}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{LS}_{\text{pre}}} \\
\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{SubsComp}} &= \mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\mathbf{SubsComp}}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{Comp}_1} = \frac{
\begin{aligned}
&[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\
&[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}]
\end{aligned}
}{
[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]
}$$

donde se debe cumplir que si  $\text{radj} = \text{false}$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

$$\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\mathbf{Comp}_2} = \frac{
\begin{aligned}
&[M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\
&[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \omega, j, j, \text{false}]
\end{aligned}
}{
[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, k, \text{false}]
}$$

donde se debe cumplir que si  $\text{radj} = \text{false}$  entonces  $\mathbf{nil} \in \text{radj}(O^\gamma)$ .

El conjunto de items finales también es igual al del esquema  $\mathbf{LC}^i$ :

$$\mathcal{I}_{\mathbf{LC}_1^i} = \mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i}$$

Para probar que  $\mathbf{LC}^i \xrightarrow{\text{df}} \mathbf{LC}_1^i$  tenemos que demostrar que:

$$1. \mathcal{I}_{LC_1^i} \subseteq \mathcal{I}_{LC^i}$$

$$2. \vdash_{LC_1^i} \subseteq \vdash_{LC^i}$$

Lo primero es cierto por definición, ya que los dominios de ambos esquemas son iguales:

$$\mathcal{I}_{LC_1^i} = \mathcal{I}_{LC^i}$$

Para probar que  $\vdash_{LC_1^i} \subseteq \vdash_{LC^i}$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{LC_1^i} \subseteq \vdash_{LC^i}$ . Sólo vamos a considerar los dos pasos sobre los que se aplica el filtro dinámico, el resto son idénticos:

- Dado un paso

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{\text{Comp}_1}$$

existe un paso

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{LC^i}^{\text{Comp}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \end{array}}{\vdash_{LC^i} [N^\gamma \rightarrow P^\gamma \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]}$$

- Dado un paso

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \omega, j, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{\text{Comp}_2}$$

existe un paso

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \end{array}}{[N^\gamma \rightarrow \delta M^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{LC^i}^{\text{Comp}}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$\frac{\begin{array}{l} [M^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \omega, j, j, \text{false}] \end{array}}{\vdash_{LC^i} [N^\gamma \rightarrow M^\gamma \bullet \nu, j, k, \text{false}]}$$

Nos queda probar que  $\mathbf{buLC}_1^i \xrightarrow{\text{df}} \mathbf{LC}_1^i$ , para lo cual tenemos que demostrar que:

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{LC}_1^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{buLC}_1^i}$
2.  $\vdash_{\mathbf{LC}_1^i} \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}$

Lo primero es cierto por definición, ya que los dominios de ambos esquemas son iguales:

$$\mathcal{I}_{\mathbf{LC}_1^i} = \mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i} = \mathcal{I}_{\mathbf{buLC}_1^i}$$

Para probar que  $\vdash_{\mathbf{LC}_1^i} \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i} \subseteq \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i}$ . Vamos a ver cada paso:

- Dado un paso

$$\frac{[a, 0, 1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 1, false]} \in \mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\text{LI}_t}$$

existe un paso

$$\frac{[a, j, j+1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j+1, false]} \in \mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{LC}_t}$$

y por tanto, existe la inferencia

$$[a, 0, 1] \vdash_{\mathbf{buLC}_1^i} [O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 1, false]$$

- Dado un paso

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, false]} \in \mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\text{LI}_\varepsilon}$$

existe un paso

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{\mathbf{buLC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$$

y por tanto, existe la inferencia

$$\vdash_{\mathbf{buLC}_1^i} [O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, 0, 0, false]$$

- Dado un paso

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, 0, 0, false]} \in \mathcal{D}_{\mathbf{LC}_1^i}^{\text{LI}_{\text{pre}}}$$

existe un paso

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_{pre}}$$

y por tanto, existe la inferencia

$$\vdash_{buLC_1^i} [O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, 0, 0, false]$$

- Dado un paso

$$\frac{\begin{array}{c} [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \\ [a, j, j + 1] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j + 1, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LC_t}$$

existe un paso

$$\frac{[a, j, j + 1]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j + 1, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_t}$$

y, por tanto, existe la inferencia

$$\frac{\begin{array}{c} [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \\ [a, j, j + 1] \end{array}}{\vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j + 1, false]}$$

- Dado un paso

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LC_\varepsilon}$$

existe un paso

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_\varepsilon}$$

y por tanto, existe la inferencia

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \omega, j, j, false]$$

- Dado un paso

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LC_{pre}}$$

existe un paso

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_{pre}}$$

y por tanto, existe la inferencia

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \omega, j, j, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}] \\ [Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, \text{false}] \end{array}}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{Comp}_2}$$

*existe un paso*

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}]}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_n}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}]}{[Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, \text{false}]} \vdash_{\text{buLC}_1^i} [Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, \text{false}]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \\ [a, j, j + 1] \end{array}}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j + 1, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LA}_t}$$

*existe un paso*

$$\frac{[a, j, j + 1]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j + 1, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_t}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}]}{[a, j, j + 1]} \vdash_{\text{buLC}_1^i} [O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j + 1, \text{false}]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{LC}_1^i}^{\text{LA}_\varepsilon}$$

*existe un paso*

$$\overline{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, \text{false}]} \in \mathcal{D}_{\text{buLC}_1^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, \text{false}] \vdash_{\text{buLC}_1^i} [O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, \text{false}]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LApre}$$

*existe un paso*

$$\frac{}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LCpre}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [a, k, k + 1] \\ [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LFt}$$

*existe un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [a, k, k + 1] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LAdjt}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$\begin{array}{l} [a, k, k + 1] \\ [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array} \vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LF\varepsilon}$$

*existe un paso*

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LAdj\varepsilon}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array} \vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \\ [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LFpre}$$

*existe un paso*

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LAdjpre}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \omega, i, j, false]} \vdash_{buLC_1^i} [O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \delta \bullet, k, l, false]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, l, l, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{RA_\varepsilon}$$

*existe un paso*

$$\overline{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, l, l, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_\varepsilon}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$[M^\gamma \rightarrow \delta \bullet, k, l, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, l, l, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{\begin{array}{l} [N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \\ [a, j, j + 1] \end{array}}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j + 1, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LS_t}$$

*existe un paso*

$$\frac{[a, j, j + 1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j + 1, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_t}$$

*y, por tanto, existe la inferencia*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[a, j, j + 1]} \vdash_{buLC_1^i} [O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j + 1, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LS_\varepsilon}$$

*existe un paso*

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_\varepsilon}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \omega, j, j, false]$$

- *Dado un paso*

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{LC_1^i}^{LS_{pre}}$$

*existe un paso*

$$\overline{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \omega, j, j, false]} \in \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_{pre}}$$

*y por tanto, existe la inferencia*

$$[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false] \vdash_{buLC_1^i} [O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \omega, j, j, false]$$

- *El resto de pasos deductivos cumplen las siguientes equivalencias:*

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^{Scan} = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{Scan}$$

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^\varepsilon = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^\varepsilon$$

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^{LC_n} = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{LC_n}$$

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^{Comp_1} = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{Comp}$$

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^{RAAdjComp} = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{RAAdj}$$

$$\mathcal{D}_{LC_1^i}^{SubsComp} = \mathcal{D}_{buLC_1^i}^{Subs}$$

**Teorema 13.3** *Relación entre los esquemas  $\mathbf{buE}^k$  y  $\mathbf{buLC}^i$*

*Se mantiene la siguiente relación de contracción de secuencias deductivas:*

$$\mathbf{buE}^k \xrightarrow{\text{sc}} \mathbf{buLC}^i$$

*Prueba*

*Tenemos que demostrar que:*

1.  $\mathcal{I}_{\mathbf{buLC}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{buE}^k}$
2.  $\vdash_{\mathbf{buLC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{buE}^k}^*$

*Lo primero es cierto por definición, ya que el dominio del esquema  $\mathbf{buLC}^i$  es igual al del esquema  $\mathbf{buE}^k$  al que le hemos suprimido los items con el punto al comienzo de la regla:*

$$\mathcal{I}_{\mathbf{buLC}^i} \subset \mathcal{I}_{\mathbf{buE}^k}$$

*Para probar que  $\vdash_{\mathbf{buLC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{buE}^k}^*$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i} \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{buE}^k}$ . Veamos cada uno de los pasos:*

- *Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i}^{\text{LC}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^k}^{\text{Ini}}$*

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, \text{false}]}$$

*seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^k}^{\text{Scan}}$*

$$\frac{[a, j, j + 1] \quad [O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, \text{false}]}{[O^\gamma \rightarrow \delta P^\gamma \bullet \nu, j, j + 1, \text{false}]}$$

- *Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\mathbf{buLC}^i}^{\text{LC}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^k}^{\text{Ini}}$*

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, \text{false}]}$$

*seguido de otro  $\mathcal{D}_{\mathbf{buE}^k}^\varepsilon$*

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, \text{false}]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, \text{false}]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LCsubs}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, false] \\ [O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LCn}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, radj] \\ [Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false] \end{array}}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, j, k, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdjt}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}}$

$$\frac{\begin{array}{l} [a, j, j + 1] \\ [O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, false] \end{array}}{[O^\gamma \rightarrow \delta P^\gamma \bullet \nu, i, j + 1, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdj}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, false]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, i, j, false]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdjSubs}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \text{false}]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, \text{false}]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\alpha \bullet, j, k, \text{false}]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, \text{false}]} \\ \frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, i, j, \text{false}]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, i, k, \text{false}]}$$

- Un paso deductivo  $\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{LAdjn}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{LAdj}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, i, j, \text{false}]}{[Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \nu, i, j, \text{false}]}$$

seguido de otro  $\mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}}$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \nu \bullet, j, k, \text{radj}]}{[Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, i, j, \text{false}]} \\ \frac{[Q^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, i, j, \text{false}]}{[Q^\gamma \rightarrow O^\gamma \bullet \omega, i, k, \text{false}]}$$

- El resto de pasos deductivos del esquema  $\text{buLC}^i$  están incluidos en las inferencias de sus homónimos del esquema  $\text{buE}^k$ , ya que estos últimos contemplan las operaciones en cualquier posición, mientras que los pertenecientes a  $\text{buLC}^i$  sólo son aplicables en nodos que no sean hijos izquierdos. Por tanto, se cumple:

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Scan}} \subset \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^\epsilon \subset \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^\epsilon$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Comp}} \subset \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{buLC}^i}^{\text{Subs}} \subset \mathcal{D}_{\text{buE}^k}^{\text{Subs}}$$

**Teorema 13.4** *Relación entre los esquemas Earley<sup>i</sup> y LC<sup>i</sup>*

*Se mantiene la siguiente relación de contracción de secuencias deductivas:*

$$\text{Earley}^i \xrightarrow{\text{sc}} \text{LC}^i$$

*Prueba*

*Tenemos que demostrar que:*

$$1. \mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i} \subseteq \mathcal{I}_{\mathbf{Earley}^i}$$

$$2. \vdash_{\mathbf{LC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{Earley}^i}^*$$

Lo primero es cierto por definición, ya que el dominio del esquema  $\mathbf{LC}^i$  es igual al del esquema  $\mathbf{Earley}^i$  al que le hemos suprimido un subconjunto de los items con el punto al comienzo de la regla:

$$\mathcal{I}_{\mathbf{LC}^i} \subset \mathcal{I}_{\mathbf{Earley}^i}$$

Para probar que  $\vdash_{\mathbf{LC}^i}^* \subseteq \vdash_{\mathbf{Earley}^i}^*$  debemos demostrar que  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i} \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^*$ . Veamos cada uno de los pasos:

- Un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\text{Lit}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, 0, 0, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \nu, 0, 0, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \delta, 0, 0, false]}$$

y de un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, 0, 0, false] \\ [a, 0, 1]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, 0, 1, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{LC}^i}^{\text{Lit}_\epsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^{\text{Ini}}$

$$\overline{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, 0, 0, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \nu, 0, 0, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \delta, 0, 0, false]}$$

y de un paso  $\mathcal{D}_{\mathbf{Earley}^i}^\epsilon$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, 0, 0, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, 0, 0, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LIpre}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Ini}$

$$\overline{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, 0, 0, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, 0, 0, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \nu, 0, 0, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \delta, 0, 0, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LCt}$  es equivalente a una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguida de un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Scan}$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}{[a, j, j + 1]}$$

$$\overline{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j + 1, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LC\varepsilon}$  es equivalente a una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguida de un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LCpre}$  es equivalente a una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$ :

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LC^n}$  es equivalente a una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}$$

seguida de un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Comp}$

$$\frac{[P^\gamma \rightarrow \delta \bullet, j, k, radj]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]} \\ \frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, j, j, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, j, k, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LA_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{LAdjPred}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\beta \rightarrow \bullet M^\beta \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\beta \rightarrow \bullet O^\beta \omega, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Scan}$

$$\frac{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false], [a, j, j + 1]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j + 1, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{LC^i}^{LA_s}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{LAdjPred}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{Earley^i}^{Pred}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\beta \rightarrow \bullet M^\beta \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\beta \rightarrow \bullet O^\beta \omega, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LApre}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjPred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\beta \rightarrow \bullet M^\beta \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\beta \rightarrow \bullet O^\beta \omega, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LFt}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \delta \bullet N^\gamma \nu, i, j, false]} \\ \frac{[O^\gamma \rightarrow \delta \bullet N^\gamma \nu, i, j, false]}{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, j, k, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, k, k, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}{[a, k, k + 1]} \\ \frac{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k + 1, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}^\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [O^\gamma \rightarrow \delta \bullet N^\gamma \nu, i, j, false]}{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, j, k, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, k, k, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow P^\gamma \bullet \nu, k, k, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LF}^{\text{pre}}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{LAdjComp}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \mathbf{R}^\beta \bullet, j, k, false] \quad [O^\gamma \rightarrow \delta \bullet N^\gamma \nu, i, j, false]}{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, j, k, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \bullet M^\gamma \nu, k, k, false]}{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}$$

$$\frac{[M^\gamma \rightarrow \bullet O^\gamma \omega, k, k, false]}{[O^\gamma \rightarrow \bullet P^\gamma \nu, k, k, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RA}^\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAAdjPred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\beta, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\beta \rightarrow \bullet M^\beta \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\beta \rightarrow \bullet O^\beta \omega, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\beta \rightarrow \bullet P^\beta \nu, j, j, false]}{[O^\beta \rightarrow P^\beta \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_t}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\alpha \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\alpha \rightarrow \bullet O^\alpha \omega, j, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}}$

$$\frac{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false], [a, j, j + 1]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j + 1, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LS}_\varepsilon}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}$$

una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\alpha \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\alpha \rightarrow \bullet O^\alpha \omega, j, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]}$$

y un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon$

$$\frac{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow P^\alpha \bullet \nu, j, j, false]}$$

- Un paso  $\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{LSpre}}$  es equivalente a la secuencia formada por un paso  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsPred}}$

$$\frac{[N^\gamma \rightarrow \delta \bullet M^\gamma \nu, i, j, false]}{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}$$

seguido de una secuencia de pasos  $\mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Pred}}$

$$\frac{[\top \rightarrow \bullet \mathbf{R}^\alpha, j, j, false]}{[\mathbf{R}^\alpha \rightarrow \bullet M^\alpha \omega, j, j, false]}$$

$$\frac{[M^\alpha \rightarrow \bullet O^\alpha \omega, j, j, false]}{[O^\alpha \rightarrow \bullet P^\alpha \nu, j, j, false]}$$

- Los pasos deductivos de reconocimiento del esquema  $\text{LC}^i$  están incluidos en las inferencias de sus homónimos del esquema  $\text{Earley}^i$ , ya que estos últimos contemplan las operaciones en cualquier posición, mientras que los pertenecientes a  $\text{LC}^i$  sólo son aplicables en nodos que no sean hijos izquierdos. Por tanto, se cumple:

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Scan}} \subset \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Scan}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^\varepsilon \subset \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^\varepsilon$$

- El resto de pasos son idénticos en ambos esquemas:

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{Comp}} = \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{Comp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{RAdjComp}} = \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{RAdjComp}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{LC}^i}^{\text{SubsComp}} = \mathcal{D}_{\text{Earley}^i}^{\text{SubsComp}}$$

## Referencias

- [1] Alonso, M. A., "Interpretación tabular de autómatas para lenguajes de adjunción de árboles", *Tesis doctoral*, Universidade da Coruña, España, 2000.
- [2] Alonso, M. A., Cabrero, D., de la Clergerie, E. y Vilares, M., "Tabular algorithms for TAG parsing", En *Proc. of EAACL'99*, páginas 150–157, Bergen, Noruega, 1999.

- [3] Carrillo, V., "Esquemas basados en left corner sin prefijo válido para TAGs: Relaciones", Informe Interno LSI-2002-03, Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos, Universidad de Sevilla, 2002.
- [4] Carrillo, V., Alonso, M. A. y Díaz, V. J., "Análisis eficiente de gramáticas de inserción de árboles", *II Jornadas en Tecnologías del Habla*, Granada, España, 2002.
- [5] Carrillo, V. y Díaz, V. J., "Left corner parser for tree insertion grammars", *Artificial Intelligence: Methodology, Systems, and Applications - AIMSAS '02, Vol 2443 of Lecture Notes in Artificial Intelligence, Subseries of Lecture Notes in Computer Science*, pp 142–151, Springer-Verlag, 2002.
- [6] Carrillo, V., Díaz, V.J. y Alonso, M.A., "Análisis sintáctico ascendente de TAGs guiado por la esquina izquierda", *Procesamiento del Lenguaje Natural*, 27:47–54, 2001.
- [7] Carrillo, V., Díaz, V.J. y Alonso, M.A., "Algoritmos de análisis sintáctico para gramáticas de inserción de árboles", *Procesamiento del Lenguaje Natural*, 29:89–96, 2002.
- [8] Carrillo, V., Díaz, V.J. y Alonso, M.A., "A predictive left-corner parser for tree adjoining grammars", *Revista electrónica de Tecnología del Habla*, por aparecer, 2002.
- [9] Díaz, V. J., "Gramáticas de adjunción de árboles: Un enfoque deductivo en el análisis sintáctico", *Tesis doctoral*, Universidad de Sevilla, España, 2000.
- [10] Díaz, V., Carrillo, V. y Alonso, M.A., "A bidirectional bottom-up parser for TAG", En *Proc. of International Workshop in Parsing Technologies 2000*, páginas 299–300, Trento, Italia, 2000.
- [11] Díaz, V., Carrillo, V. y Alonso, M.A., "A left-corner parser for tree adjoining grammars", En *Proc. of TAG+6*, Venecia, Italia, 2002.
- [12] Doran, C., Egedi, D., Hockey, B., Srinivas, B. y Zaidel, M., "XTAG system — a wide coverage grammar for English", En *Proc. of COLING'94*, páginas 922–928, Kyoto, Japón, 1994.
- [13] Evans, R. y Weir, D., "A structure-sharing parser for lexicalized grammars", En *Proc. of COLING-ACL'98*, volumen I, páginas 372–378, Montreal, Canadá, 1998.

- [14] Joshi, A. K. y Schabes, Y., "Tree adjoining grammars", En G. Rozenberg y A. Salomaa, editores, *Handbook of Formal Languages. Vol 3: Beyond Words*. Springer-Verlag, páginas 69–123, 1997.
- [15] Schabes, Y. y Waters, R.C., "Tree insertion grammar: A cubic-time parsable formalism that lexicalizes context-free grammar without changing the trees produced", *Computational Linguistics*, 21(4):479–513, 1995.
- [16] Nederhof, M., "The computational complexity of the correct-prefix property for TAGs", *Computational Linguistics*, 25(3):345–360, 1999.
- [17] van Noord, G., "Head corner parsing for TAG", *Computational Intelligence*, 10(4):525–534, 1994.
- [18] Schabes, Y. y Waters, R.C., "Stochastic lexicalized tree insertion grammar", En H. Bunt y M. Tomita, editores, *Recent advances in parsing technologies*. Kluwer Academic Publishers, páginas 281–294, 1996.
- [19] Shieber, S. M., Schabes, Y. y Pereira, F.C., "Principles and implementation of deductive parsing", *Journal of Logic Programming*, 24(1–2):3–36, 1995.
- [20] Sikkel, K., *Parsing Schemata — A Framework for Specification and Analysis of Parsing Algorithms*. Springer-Verlag, 1997.
- [21] de Vreught, J.P. y Honig, H.J., "A tabular bottom-up recognizer", *Report 89-78. Department of Applied Mathematics and Informatics*, Delft University of Technologies, Delft, The Netherlands, 1989.