

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Sistema de control para un UAV multirroto con cable

Autor: Arturo Lammers Pérez

Tutor: Jose Guillermo Heredia Benot

Begoña Chinquinquirá Arrue Ulles

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Sistema de control para un UAV multirrotor con cable

Autor:

Arturo Lammers Pérez

Tutor:

Jose Guillermo Heredia Benot
Begoña Chinquinquirá Arrue Ulles

Profesores Titulares

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Sistema de control para un UAV multirrotor con cable

Autor: Arturo Lammers Pérez

Tutor: Jose Guillermo Heredia Benot

Begoña Chinquiquira Arrue Ulles

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Resumen

Hoy en día, el sector de los UAVs (vehículos aéreos no tripulados) está creciendo continuamente. Cada vez se encuentran más aplicaciones para este tipo de aeronaves, como por ejemplo vigilancia de fronteras, grabación de eventos, transporte urgente de órganos para operaciones de trasplante, etc. Es más, se diseñan drones cuya configuración y geometría están optimizadas para desempeñar una función específica. En este contexto surgen los multirrotores quadrotor como uno de los UAV más populares y más habituales para la resolución de tareas y misiones propuestas a los vehículos aéreos no tripulados.

El objetivo de este proyecto es definir el comportamiento y posteriormente realizar el control de un multirrotor quadrotor destinado a la inspección de túneles. De esta forma, en primer lugar se modela la dinámica del sistema y se obtienen las ecuaciones que gobiernan el movimiento del UAV para posteriormente realizar su control y comprobar su funcionamiento por medio de simulaciones.

Abstract

These days, the UAV (Unmanned Aerial Vehicle) sector is continually growing. There are more and more applications for this type of aircraft, such as border surveillance, event recording, urgent transport of organs for transplantation operations, etc. What's more, drones are designed whose configuration and geometry are optimized to perform a specific function. In this context, quadrotor multirotors emerge as one of the most popular and common UAVs for solving tasks and missions proposed to unmanned aerial vehicles.

The objective of this project is to define the behavior and subsequently carry out the control of a quadrotor multirotor for tunnel inspection. In this way, in the first place the dynamics of the system is modeled and the equations that govern the movement of the UAV are obtained to later carry out its control and check its operation by means of simulations.

Índice Abreviado

<i>Resumen</i>	I
<i>Abstract</i>	III
<i>Índice Abreviado</i>	V
1 Introducción	1
1.1 Contexto	1
1.2 Proyecto	6
1.3 Justificación	6
2 Especificaciones del UAV	9
2.1 Dimensiones	9
2.2 Masa	9
2.3 Planta de potencia	10
2.4 Diseño CAD. Distribución de masas	16
3 Modelo dinámico	21
3.1 Descripción general	21
3.2 Hipótesis realizadas	23
3.3 Sistemas de referencia	23
3.4 Fuerzas y momentos	26
3.5 Variables cinemáticas	30
3.6 Espacio de estados completo	31
3.7 Ecuaciones del modelo dinámico	31
3.8 Modelo simplificado	33
4 Control	39
4.1 Posición	39
4.2 Altitud	41
4.3 Actitud	43
4.4 Control del empuje	44
5 Implementación en <i>Simulink</i>	47

5.1	Bloque de Modelo Dinámico	47
5.2	Bloque de Control	51
5.3	Bloque de Motores	54
5.4	Robot terrestre	56
5.5	Autopiloto	57
5.6	Sistema completo	59
6	Simulaciones	61
6.1	Inspección de un túnel sin pendiente	61
6.2	Inspección de un túnel con pendiente	62
6.3	Inspección de un túnel con curvatura	63
6.4	Barrido de un túnel de 100m	64
6.5	Barrido de un túnel de 100m con robot terrestre estático y curvatura en el túnel	67
7	Conclusiones	71
	Apéndice A Códigos MATLAB	73
A.1	Regresión en MATLAB	73
A.2	Modelo.m	74
A.3	Cable.m	76
A.4	Trayectoria.m	77
A.5	Deposito de trayectorias	79
	<i>Índice de Figuras</i>	89
	<i>Índice de Tablas</i>	91
	<i>Índice de Códigos</i>	93
	<i>Bibliografía</i>	95

Índice

<i>Resumen</i>	I
<i>Abstract</i>	III
<i>Índice Abreviado</i>	V
1 Introducción	1
1.1 Contexto	1
1.1.1 Terminología	1
1.1.2 Historia	2
Orígenes de los vehículos aéreos no tripulados	2
Desarrollo de los vehículos aéreos no tripulados. De los años 70 a la actualidad	4
1.1.3 Proyección	6
1.2 Proyecto	6
1.3 Justificación	6
2 Especificaciones del UAV	9
2.1 Dimensiones	9
2.2 Masa	9
2.3 Planta de potencia	10
2.3.1 Coeficiente de empuje	12
2.3.2 Coeficiente de resistencia aerodinámica	13
2.3.3 Normalización	13
2.3.4 Posibilidad de control por medio de intensidad. Relación intensidad-velocidad angular	14
Saturación de intensidad	15
2.4 Diseño CAD. Distribución de masas	16
3 Modelo dinámico	21
3.1 Descripción general	21
3.2 Hipótesis realizadas	23
3.3 Sistemas de referencia	23
3.3.1 Sistema de referencia topocéntrico	23
3.3.2 Sistema de horizonte local (NED)	24

Traslación del sistema topocéntrico al horizonte local	24
3.3.3 Sistema de ejes cuerpo	24
Relación de sistema de ejes cuerpo con el horizonte local	25
3.4 Fuerzas y momentos	26
3.4.1 Generadas por los motores	27
3.4.2 Peso	28
3.4.3 Fuerza del cable	28
Módulo de la fuerza de tracción del cable	29
3.5 Variables cinemáticas	30
3.5.1 Dinámica de traslación	30
3.5.2 Dinámica rotacional	30
3.6 Espacio de estados completo	31
3.7 Ecuaciones del modelo dinámico	31
3.8 Modelo simplificado	33
4 Control	39
4.1 Posición	39
4.1.1 Movimiento en el eje X	40
4.1.2 Movimiento en el eje Y	41
4.2 Altitud	41
4.3 Actitud	43
4.4 Control del empuje	44
5 Implementación en <i>Simulink</i>	47
5.1 Bloque de Modelo Dinámico	47
5.2 Bloque de Control	51
Configuración de ψ_{ref}	54
5.3 Bloque de Motores	54
5.4 Robot terrestre	56
5.5 Autopiloto	57
5.6 Sistema completo	59
6 Simulaciones	61
6.1 Inspección de un túnel sin pendiente	61
6.2 Inspección de un túnel con pendiente	62
6.3 Inspección de un túnel con curvatura	63
6.4 Barrido de un túnel de 100m	64
6.4.1 Tramo inicial de subida	65
6.5 Barrido de un túnel de 100m con robot terrestre estático y curvatura en el túnel	67
7 Conclusiones	71
Apéndice A Códigos <i>MATLAB</i>	73
A.1 Regresión en <i>MATLAB</i>	73

A.2	Modelo.m	74
A.3	Cable.m	76
A.4	Trayectoria.m	77
A.5	Deposito de trayectorias	79
<i>Índice de Figuras</i>		89
<i>Índice de Tablas</i>		91
<i>Índice de Códigos</i>		93
<i>Bibliografía</i>		95

1 Introducción

Antes de comenzar con el desarrollo del proyecto, sería interesante exponer ciertos aspectos de los UAV en general así como del entorno que rodea a este proyecto en concreto y los objetivos que debe cumplir. De esta forma, se empiezan a introducir en esta sección ciertos términos con los que familiarizarse y que serán de utilizad su conocimiento para entender el proyecto en su conjunto.

1.1 Contexto

1.1.1 Terminología

Para comprender el proyecto se debe primero familiarizarse con los conceptos de UAV, UAS, RPA y RPAS.

Los UAV, del inglés *Unmanned aerial vehicles*, se consideran aquellas aeronaves que carecen de piloto a bordo de la misma. Esta característica esencial y básica es definida por la *Federal Aviation Agency*(FAA): “*A device used or intended to be used for flight in the air that has no onboard pilot. This includes all classes of airplanes, helicopters, airships, and translational lift aircraft that have no onboard pilot*”. Dentro de la definición de UAV también se incluyen la plataforma, que comprende la estructura y la planta de potencia, así como los componentes de guiado, navegación y comunicación embarcados [11].

Definimos el UAS(*Unmanned aerial system*) como el equipamiento necesario para operar un UAV, esto incluye elementos como estaciones de tierra, sistemas de lanzamiento y en general todo el equipamiento necesario para completar la misión. La definición que proporcionó en 2009 la *European Aviation Safety Agency* es: *An Unmanned Aircraft System (UAS) comprises individual system elements consisting of an “unmanned aircraft”, the “control station” and any other system elements necessary to enable flight, i.e. “command and control link” and “launch and recovery elements”*. Pueden existir numerosas estaciones de control, enlaces de comando y control, y elementos de lanzamiento y recuperación dentro de un UAS [11].

El concepto de RPA(*Remotely piloted aircraft* o RPAS(*Remote piloted aerial systems*) enfatiza en la presencia de un piloto, estos conceptos se utilizan a menudo en la legislación relativa a los UAV para señalar la obligatoriedad de la presencia de una persona que puede

tomar el control de la aeronave bien sea durante toda la misión o durante algún instante en el que sea necesaria. Se conoce a esta persona como piloto de *back-up* [11].

Sería interesante también comentar el término "dron" ya que es un concepto muy extendido en la sociedad y los medios de comunicación en los últimos años. Este simplemente hace referencia a cualquier tipo de vehículo no tripulado, incluso también aquellos que no son aéreos [11].

1.1.2 Historia

Con el objeto de entender como hemos llegado a la actualidad y así comprender que posición ocupa este proyecto en la historia así como el contexto que ha llevado a sus motivaciones y objetivos, se va a exponer un breve resumen de la historia de los vehículos aéreos no tripulados desde su comienzo hasta nuestros días.

Orígenes de los vehículos aéreos no tripulados

Se considera a Nikola Tesla como creador del concepto de aviación no tripulada, inventa en 1898 el "Teleautomaton" que consistía en una pequeña embarcación no tripulada con capacidad para moverse y enviar señales de radio. En 1912 resurge la idea y partiendo de esta invención crea un prototipo de torpedo controlable por ondas de radio. En los inicios del siglo XX van surgiendo otros inventos con características similares ligados al ámbito militar como el torpedo controlado por cable de Louis Brennan o una bomba voladora controlada por señales de radio de René Lorin [7].

Durante la Primera Guerra Mundial se desarrolla a gran velocidad la aviación convencional, sin embargo, no lo hace así la avión no tripulada debido a las barreras tecnológicas que impedían su avance. Estas eran principalmente los problemas relativos a la estabilización automática, el control remoto y la navegación autónoma. Durante el transcurso de la guerra, surgen los primeros sistemas de autopiloto basados principalmente en giróscopos, sin embargo, ningún invento logra llegar a ser utilizado durante el transcurso del conflicto. A pesar ello, los prototipos realizados en este periodo marcan el inicio del desarrollo de los vehículos no tripulados y suscita el interés de los países por comenzar a desarrollar estas tecnologías para aplicaciones militares durante el periodo de entreguerras [7].

En el periodo previo a la Segunda Guerra Mundial, Reino Unido y Estados Unidos comienzan a desarrollar vehículos aéreos no tripulados. En el periodo comprendido entre 1934 y 1943, Reino Unido desarrolla una modificación de la avioneta *Havilland DH.82* no tripulada y manejada por radio control para usarla como objetivo en prácticas de artillería, Estados Unidos también desarrolla un vehículo similar con el mismo cometido. Al mismo tiempo, Alemania desarrolla el primer misil de crucero con motor *pulsejet*, además, contaba con un sistema de guiado mejorado con respecto a versiones anteriores. Este misil, el V1 (figura 1.1), se guiaba por medio de un barómetro para controlar la velocidad y la altitud, y un anemómetro para estimar la distancia recorrida [7].

Durante la Guerra Fría se desarrollan UAV militares capaces de completar misiones de reconocimiento, debían operar a bajas altitudes ya que de otra forma hubiese sido imposible

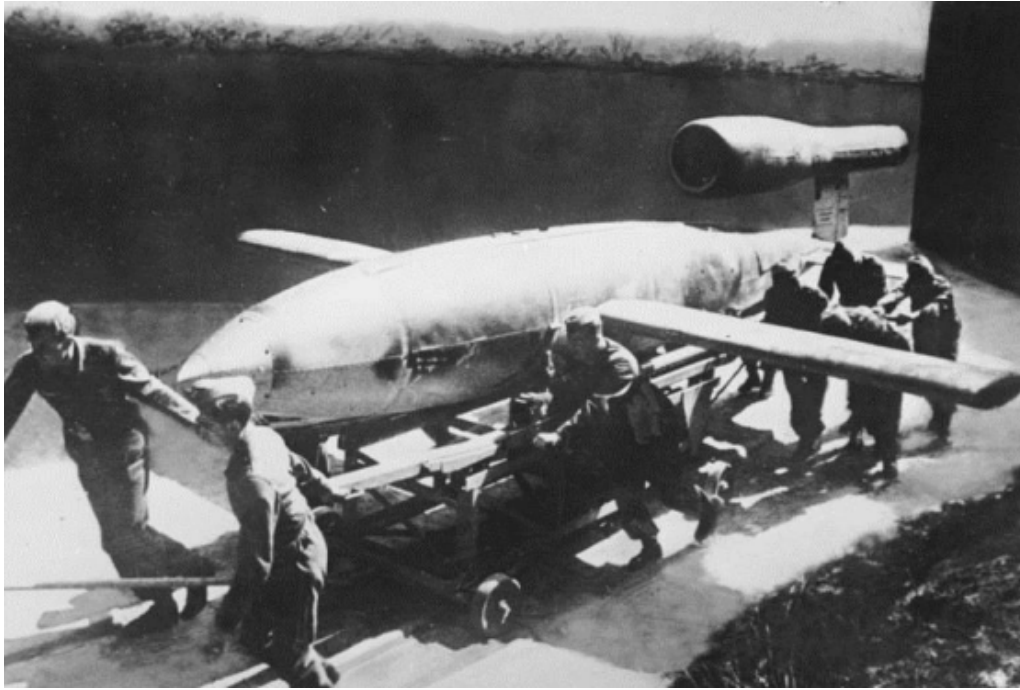


Figura 1.1 Misil de crucero alemán V1. Fuente: [7].

mantener el radio control. Estos vehículos iban equipados con cámaras y resultaban difíciles de detectar. A lo largo de este periodo también se desarrolla el primer UAV de ala rotatoria, se trataba de un helicóptero no tripulado diseñado para atacar submarinos, el *QH-50 DASH* (figura 1.2) [7].



Figura 1.2 *QH-50 DASH* aproximándose a un destructor durante una operación en el Mediterráneo en 1969. Fuente: [3].

Desarrollo de los vehículos aéreos no tripulados. De los años 70 a la actualidad

Durante los años 70 y en adelante, se continua con el uso militar de los UAV viéndolos principalmente como vehículos muy útiles para las misiones de reconocimiento y espionaje, ya que permitían realizar estas tareas con menor coste y menor riesgo humano y estratégico que los vehículos tripulados [7].

En Estados Unidos se desarrollan UAVs HALE (*High Altitude Long Endurance*) para realizar estas tareas, algunos como el *XQM-93* o el *Boeing YQM-94* (figura 1.3), logrando este ultimo alcanzar 16770m de altitud y 20 horas de vuelo con una carga de pago de 680kg pudiendo cargar con cámaras de largo alcance. Tambien se desarrollaron UAVs MALE (*Medium Altitude Long Endurance*) los cuales eran usados como vehiculos de reconocimiento o como misiles, a comienzos de siglo XXI General Atomics desarrolla el *Predator* (figura 1.4). Para realizar todos estos avances se desarrollo de forma muy notable el campo de los sistemas de control de vuelo a fin de garantizar la fiabilidad y precisión de estos sistemas que desde estos tiempos ya comenzaron a realizar misiones y tareas con un nivel elevado de dificultad y por tanto requiriendo dichas garantías [7].



Figura 1.3 *Boeing YQM-94*. Fuente: [4].

En la actualidad, los UAV ya desarrollan misiones tanto civiles como militares, por el lado militar estas pueden ser aéreas, navales o terrestres mientras que por la parte de las misiones civiles y comerciales podemos encontrar multitud de aplicaciones de los vehículos aéreos no tripulados tales como la agricultura, la fotografía, mantenimientos de líneas eléctricas, inspección de tuberías, control del trafico, extinción de incendios, etc. Actualmente existen multitud de UAV y cada uno puede aportar unas prestaciones que se habrán de tener en cuenta según que tipo de tarea debe realizar; el despegue, el aterrizaje, la autonomía o el rango de actuación deberán de ser tenidos muy en cuenta a la hora de escoger que UAV debe realizar cierta misión [7].



Figura 1.4 *Predator* desarrollado por General Atomics. Fuente: [7].



(a) Ala fija.



(b) Ala rotaria.

Figura 1.5 Tipología de los UAV.

De esta forma, se diferencian principalmente dos tipos de UAV; los de ala fija (figura 1.5a) y los de ala rotatoria (figura 1.5b). Los de ala fija siempre despegan y aterrizan horizontalmente, pueden ser propulsados por turbojets para alcanzar altas velocidades o por turbohélices o motores de pistones en caso de requerir velocidades mas bajas. Los UAV de ala rotatoria generan la sustentación necesaria por media del giro de sus propias alas generalmente incorporadas a una estructura conjunta formando lo que se conoce como rotor. Dentro de los UAV de ala rotatoria surgen múltiples variantes como los autogiros, los ciclo-giros, los helicópteros, etc., atendiendo a su tipología, o bien pueden diferenciarse también por el número de rotores (trirotors, quadrotors, ...)

1.1.3 Proyección

Al mercado de los UAV se le presupone un gran futuro, cada vez son mas los campos que cuentan con estos vehículos para realizar algunas de sus tareas. El avance tecnológico permite que los sistemas no tripulados puedan realizar estas tareas actualmente con una alta precisión y por tanto de forma satisfactoria.

Grandes empresas apuestan por invertir en los UAV y de esta forma de produce un constante desarrollo en el sector permitiendo que cada vez pueden realizar tareas mas complejas. Se espera en u futuro un gran aumento del numero de empleos relacionados a los vehículos no tripulados debido a estas inversiones. Igualmente se esperan mejoras que la legislación actual referente a los UAV que permitan a estos desarrollarse de forma que se explote todo tu potencial.

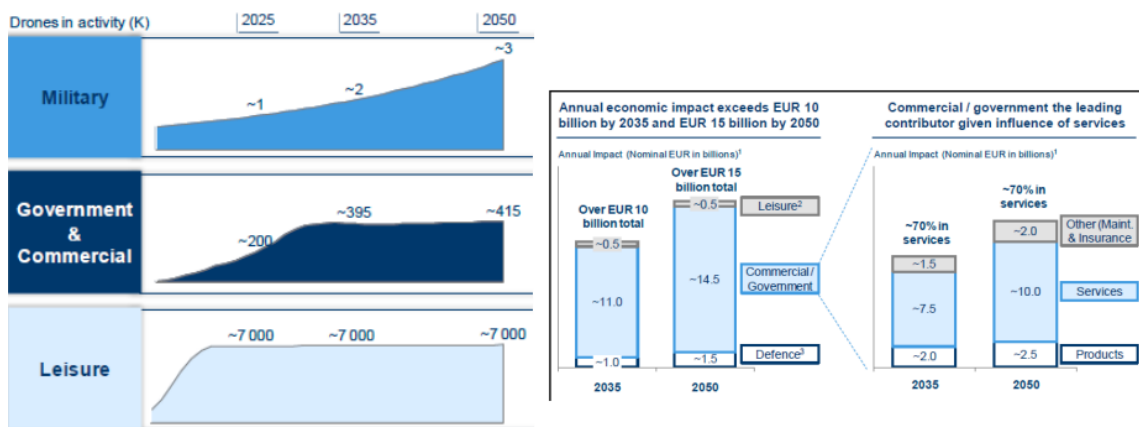


Figura 1.6 Predicciones para el mercado de los UAV en Europa realizadas en 2016. Fuente: [10].

1.2 Proyecto

Este proyecto en concreto tiene como objetivo el diseño de un vehículo aéreo no tripulado del tipo multirrotor que este capacitado para realizar inspecciones técnicas en túneles. Para ello, debe contar con una cámara a bordo que será la encargada de realizar la inspección. El UAV tendrá como apoyo en tierra un vehículo no tripulado terrestre al cual estará en todo momento conectado por un cable.

Se tiene por tanto como requisitos iniciales y principales del proyecto el realizar un UAV capaz de cargar con la cámara de inspección, de realizar vuelos en túneles y hacerlos a velocidades bajas que permitan la correcta inspección de las infraestructuras.

1.3 Justificación

La aplicación de los UAV, UAS o RPAS puede justificarse en términos de minimización de riesgos para los pilotos o trabajadores humanos así como la reducción de los costes de las misiones y también en términos de duración de la misión. Tradicionalmente las aplicaciones

de los vehículos aéreos no tripulados se daban en el campo militar, sin embargo en los últimos tiempos las aplicaciones de estos vehículos se han extendido también al campo civil y comercial. Así, el número de vehículos aéreos no tripulados para aplicaciones no militares ha aumentado exponencialmente [11].

Se justifica la selección de un vehículo aéreo no tripulado del tipo multirrotor debido a sus características. Estas capacidades para volar sin desplazarse o hacerlo a velocidades muy bajas, son más simples mecánicamente al tener únicamente motores y rotores como partes móviles, son fáciles de construir y mantener, pueden volar y moverse simplemente cambiando la velocidad de rotación de las hélices, y por último pueden ser controlados por componentes y computadoras electrónicas [6].

2 Especificaciones del UAV

En esta sección se van a mostrar las características particulares del multirroto que concierne a este proyecto, y consecuentemente se van a analizar dichas especificaciones y prestaciones.

Por tanto, se va a extraer toda la información relativa a dichas especificaciones razonando y calculando a partir de estas mismas que consecuencias tienen en el proyecto y mas concretamente en el modelo matemático de forma que se va a calcular el valor de las variables que sean necesarias para completar las ecuaciones que se extraigan de dicho modelo más adelante.

2.1 Dimensiones

En la figura 2.1 se muestran las dimensiones del UAV en sus vistas de planta y frontal. La distancia desde el centro de un motor hasta el opuesto se indica en 640mm, por tanto tenemos que la distancia desde el centro de masas del UAV hasta un motor será de $L = 320mm$, este parámetro será de utilidad para las siguientes secciones. El diámetro del quadrotor es de 1021mm incluyendo en esta dimensión la longitud de las hélices extendidas al máximo, se puede considerar por tanto que en el plano $X_B Y_B$ ¹ el UAV ocupará un espacio equivalente a una circunferencia de diámetro 1021mm. La altura del multirroto considerando la cámara de inspección y es sistema de cardán esta indicada en 421m, por tanto podemos entender el espacio que ocupa el UAV como un cilindro de diámetro 1021mm y altura 421mm.

2.2 Masa

Para estimar la masa total del multirroto se deben considerar todos los elementos que forman la plataforma del UAV y por medio de los datos de sus masas alcanzar una estimación.

Considerando todos estos elementos se obtiene que la masa de la plataforma del multirroto está estimada 4450g.

¹ En los ejes cuerpo. Ver apartado 3.3.3

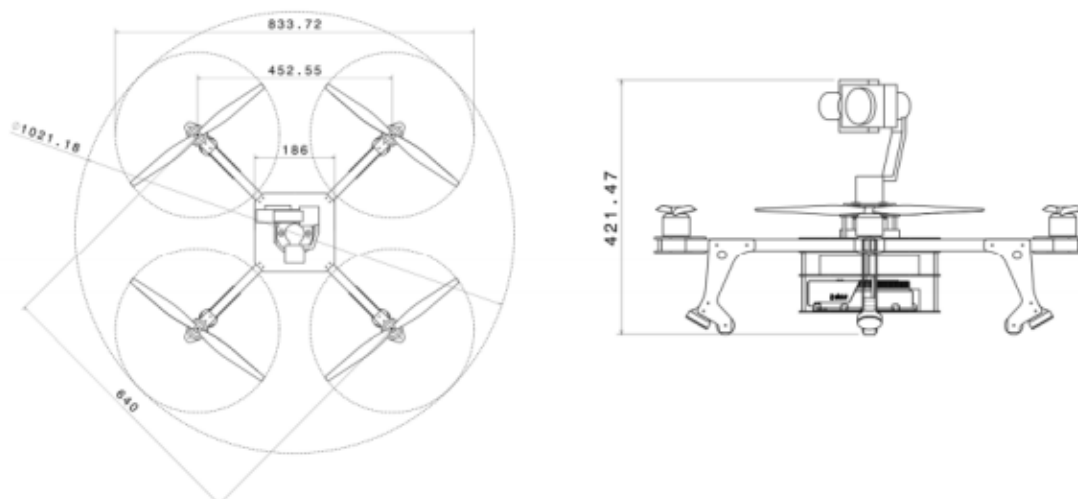


Figura 2.1 Dimensiones del UAV. Fuente: [1].

Tabla 2.1 Masa de los componentes. Fuente: [1].

Componente	Masa(g)
Sistema de amarre al cable ^a	1000
Safety battery	150
Cámara de inspección ^b	600
Sistema de cardán ^c	900
Electrónica ^d	800
Estructura	600
Luces LED	200
Plancha metálica	200

^a En el sistema de amarre se han incluido el módulo implementado en el UAV para tal cometido así como el peso del propio cable.

^b En la cámara de inspección se han incluido los pesos de las lentes, el dispositivo Seagull, así como el peso de la *dummy battery* de la cámara.

^c El sistema de cardán incluye el propio cardán así como los amortiguadores necesarios para su acoplamiento al resto de la plataforma

^d La electrónica incluye los sensores de percepción y el autopiloto así como el ordenador de abordo.

2.3 Planta de potencia

Para seleccionar los motores que serán implementados en la planta de potencia se debe tener en cuenta la masa de la plataforma calculada anteriormente de 4450g. Considerando esta estimación, se seleccionan los motores *T-Motor MN4014 KV400* (figura 2.2) y hélices de fibra de carbono de 16x5.4 pulgadas de dimensión (figura 2.3) [1].

Incluyendo ahora los elementos de la planta de potencia, se obtiene que la masa total del UAV se estima en $m = 5386g$ [1].

Con esta configuración seleccionada, la planta de potencia está capacitada para elevar



Figura 2.2 T-Motor MN4014 KV400. Fuente: [5].



Figura 2.3 Hélices de fibra de carbono 16x5.4". Fuente: [5].

5640g a un 50% de la potencia máxima de los motores y 9520g al 75% [1] como se muestra en la figura 2.4.

Item No.	Volts (V)	Prop	Throttle	Amps (A)	Watts (W)	Thrust (G)	RPM	Efficiency (G/W)	Operating temperature(°C)
MN4014 KV400	22.2	T-MOTOR 15*5CF	50%	5.7	126	1250	4500	9.92	46
			65%	9.1	202	1630	5200	8.07	
			75%	12	264	1950	5800	7.39	
			85%	15.8	347	2370	6400	6.83	
			100%	18.7	408	2620	6700	6.42	
		T-MOTOR 16*5.4	50%	6.4	145	1410	4200	9.72	53
			65%	11	241	1920	5000	7.97	
			75%	14.6	326	2380	5500	7.30	
			85%	19.1	418	2790	6100	6.67	
			100%	22.5	488	3020	6300	6.19	
		T-MOTOR 17*5.8	50%	7.6	167	1530	4000	9.16	67
			65%	12.8	285	2180	4800	7.65	
			75%	16.7	366	2550	5250	6.97	
			85%	2.17	470	3110	5700	6.62	
			100%	25.7	552	3360	6000	6.09	

Notes: The test condition of temperature is motor surface temperature in 100% throttle while the motor run 10 min.

Figura 2.4 Especificaciones del motor *T-Motor MN4014 KV400* . Fuente: [5].

2.3.1 Coeficiente de empuje

Para poder realizar el modelo matemático del UAV será necesario obtener su coeficiente de empuje, este viene dado por la relación [6]:

$$T = c_T \cdot w^2 \quad (2.1)$$

Donde c_T es el coeficiente de empuje y w es la velocidad angular que el motor proporciona a la hélice. A partir de los datos de 2.4 que se muestran para el empuje y la velocidad angular, se puede resolver esta relación para todos los valores que se proporcionan. De esta forma podemos obtener 5 valores diferentes de c_T . Por medio de un código de *MATLAB* se obtienen estos cinco valores así como su valor medio que será tomado como el valor de c_T .

Ejecutando este código se obtienen los valores:

$$\begin{aligned}
 c_{T1} &= 0.715 \cdot 10^{-4} \\
 c_{T2} &= 0.687 \cdot 10^{-4} \\
 c_{T3} &= 0.704 \cdot 10^{-4} \\
 c_{T4} &= 0.671 \cdot 10^{-4} \\
 c_{T5} &= 0.681 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Y por tanto su valor medio $c_T \approx 6.9146 \cdot 10^{-5}$, que será tomado como el valor del coeficiente de empuje para el modelo matemático. Para los calculos, se toman tanto T como w en medidas del sistema internacional, esto es, se han realizado con unidades de

Newtons y rad/s respectivamente.

2.3.2 Coeficiente de resistencia aerodinámica

De la misma forma, será necesario para el modelo matemático establecer el valor del coeficiente de resistencia aerodinámica de las hélices para poder obtener el valor del par que generan y calcular los momentos de guiñada. Para realizar la estimación de este coeficiente, se vuelve a hacer uso de los datos que se muestra en 2.4 de los valores de potencia y velocidad angular.

Para estimar este coeficiente, partimos de la relación que se muestran en [2] y a partir de ella calculamos los valores del coeficiente de resistencia aerodinámica para los cinco grupos de valores que tenemos de 2.4. Igual que anteriormente, se calculan cinco valores de c_D y se toma la media de ellos como la estimación del coeficiente.

Tenemos la relación matemática para la potencia P [2]:

$$P = c_D \cdot w^3 \quad (2.3)$$

Con la potencia P medida en Wattios y la velocidad angular w en rad/s. De nuevo, por medio un código de *MATLAB* se obtienen los valores:

$$\begin{aligned} c_{D1} &= 0.1704 \cdot 10^{-5} \\ c_{D2} &= 0.1679 \cdot 10^{-5} \\ c_{D3} &= 0.1706 \cdot 10^{-5} \\ c_{D4} &= 0.1604 \cdot 10^{-5} \\ c_{D5} &= 0.1699 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Y por tanto se obtiene el valor medio $c_D \approx 1.6785 \cdot 10^{-6}$, que se tomará como la estimación del coeficiente de resistencia aerodinámica.

2.3.3 Normalización

A pesar de las estimaciones anteriores de los coeficientes del motor, esos valores no son los que se usarán para controlar el UAV debido a que presentan valores demasiado bajos como para ser implementados con éxito en el sistema de simulación y que este responda de forma satisfactoria.

Estos valores tan bajos provocarían que ciertos cambios en las variables de control tuvieran efectos prácticamente despreciables en las variables de salida del sistema al estar

multiplicadas por dichos coeficientes. Para evitarlo, se emplearán sus correspondientes valores normalizados, c_T' y c_D' , de forma que:

$$\begin{aligned} c_T' &= 1 \\ c_D' &= \frac{c_D}{c_T} = 0.0262 \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.3.4 Posibilidad de control por medio de intensidad. Relación intensidad-velocidad angular

Observando la tabla de la figura 2.4 se podría plantear el control del multirroto por medio de la intensidad de corriente que se entrega a los motores con el fin de que estos hagan rotar las hélices a mayor o menor velocidad según sea necesario. Sin embargo, no existe una relación matemática ni el modelo dinámico contiene evidentemente la variable intensidad ya que esta no es de carácter cinemático.

Por tanto se podría actuar sobre la intensidad pero posteriormente se debería calcular la velocidad angular de la hélice que corresponde al valor de intensidad que se le proporcione en la actuación. Una vez se tenga la velocidad angular, esta si se puede relacionar con el empuje por medio del coeficiente c_T como se vio anteriormente. A su vez, el empuje si supone una de las fuerzas estudiadas en el modelo dinámico como se expondrá mas adelante por lo tanto la actuación en la intensidad acaba teniendo su efecto en el modelo dinámico a través de este proceso (ver figura 2.5).

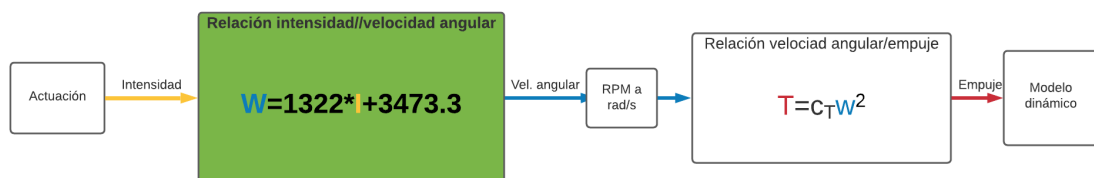


Figura 2.5 Proceso para realizar la actuación por medio de la intensidad.

Entonces, se ha de calcular esta relación, se hace de nuevo tomando los datos de la figura 2.4. Con las cinco parejas de datos se establece un polinomio de aproximación de la relación entre ambas variables por medio del comando `polyfit` de *MATLAB*² al que se le indica que este debe ser de grado 1 para obtener así una relación lineal entre ambas variables. De esta forma se obtiene el polinomio que relaciona la intensidad con la velocidad angular de la forma:

$$w = 1322I + 3473.3 \quad (2.6)$$

² Se puede encontrar este proceso realizado con detalle en el apéndice A

Con la intensidad en Amperios y la velocidad angular en revoluciones por minuto, por tanto el resultado de w estará dado en esta unidad y debe ser pasada posteriormente a rad/s para usarla en su relación con el empuje. La relación se considerará útil para intensidades que estén comprendidas en el intervalo mostrado en la figura 2.4 o bien que se encuentren no muy alejadas de ellas, se tendría esto en cuenta a la hora de establecer los intervalos de trabajo de los motores según el porcentaje de empuje total que entregan.

En la figura 2.6 se puede observar como se ha realizado la aproximación en *MATLAB* de esta relación.

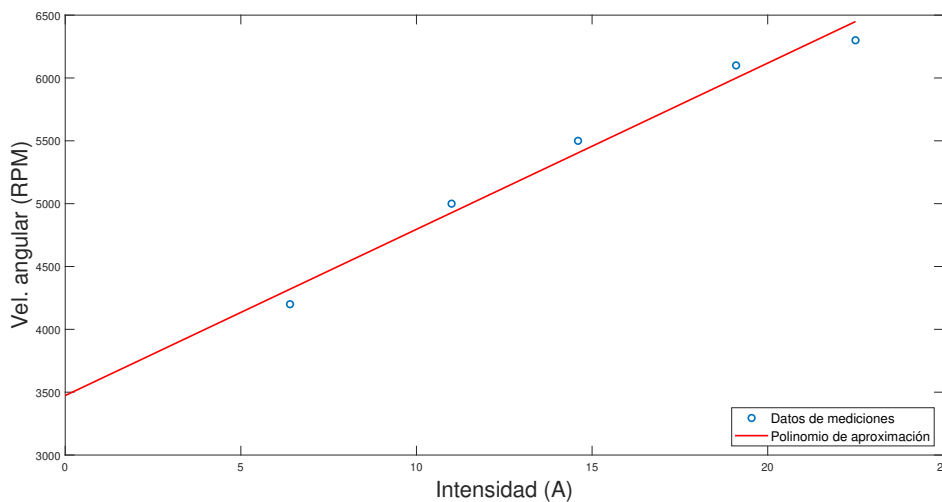


Figura 2.6 Relación entre intensidad y velocidad angular.

Saturación de intensidad

Así como los valores del empuje, y consecuentemente de la velocidad angular, deben oscilar entre un mínimo y un máximo, en el caso de realizar el control por medio de la intensidad se debería determinar igualmente un rango de trabajo para evitar fallos en el sistema.

Como se verá más adelante, el empuje de cada uno de los motores del quadrotor debe tener un valor comprendido entre un mínimo de $9.81N$ y un valor máximo de $29.6262N$. Entonces se toma la ecuación 2.1 y de esta forma se obtienen los límites de trabajo para la velocidad angular que son $376.66 rad/s$, si se aplica la ecuación al límite inferior, y de la misma forma se obtiene el límite $654.58 rad/s$ al aplicarla a la restricción superior del empuje.

Ahora se toma la ecuación del polinomio de aproximación calculado anteriormente, esta es, la relación 2.6. Y así, se obtienen los límites de trabajo de la intensidad a partir de los calculados para la velocidad angular en un proceso análogo al seguido en esta misma sección para obtener los límites de la velocidad angular a partir de los límites del empuje.

Debe apreciarse que la relación 2.6 está dada para velocidades angulares en revoluciones por minuto mientras que los límites calculados se muestran en radianes por segundo ya que así debe introducirse la velocidad angular en la expresión 2.1. Así, se realiza la conversión y los nuevos límites de trabajo para la velocidad angular serán 3596,84 *rpm* como valor mínimo y 6250,78 *rpm* como valor máximo.

Entonces, por medio del polinomio de aproximación 2.6, se obtienen los límites de la intensidad. Para el límite inferior se tiene un valor de 0.1A y para el superior se obtiene una restricción de 2.1A, y por tanto este sería el rango que comprendería a los valores de la intensidad que se entregaría a los motores en caso de realizar un control por medio de esta variable.

2.4 Diseño CAD. Distribución de masas

Para poder hacer uso del modelo matemático que se obtendrá más adelante se debe describir y modelar la distribución de masas del UAV. Para ello se va a hacer uso de una herramienta de software que nos va a permitir obtener los valores que se necesitan, esto es, se hará uso del programa de diseño CAD *CATIA VR5*.

Estos datos referentes a la distribución de masas del UAV serán necesarios más adelante para determinar la dinámica del UAV y así poder realizar su control ya que en las ecuaciones del modelo matemático van a aparecer términos referentes a los momentos de inercia del UAV como se verá en apartados posteriores. Por tanto, el objetivo de este apartado será el de determinar la matriz J de momentos de inercia del multirroto, esto es:

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Entonces se procede a realizar el diseño CAD del UAV tomando las dimensiones mostradas en la figura 2.1 y los pesos calculados en la tabla 2.1. Se siguen los planos de la figura 2.1 y se incluyen en el modelo todos los elementos indicados en los mismos, de esta forma, se tiene en cuenta la estructura completa así como todas las hélices y la cámara de inspección y se obtiene así un modelo como el mostrado en la figura 2.7.

A tener en cuenta la importancia de introducir todos los elementos en el modelo ya que por ejemplo la cámara de inspección supone un cambio notable en la posición del centro de masas y por ende en los momentos de inercia del UAV.

Se puede observar igualmente el resultado en planta del modelo realizado en la figura 2.8 así como el resultado visto de perfil en la figura 2.9.

Por medio del programa, se obtienen los valores deseados de los momentos de inercia del multirroto como puede apreciarse en las figuras 2.10 y 2.11.

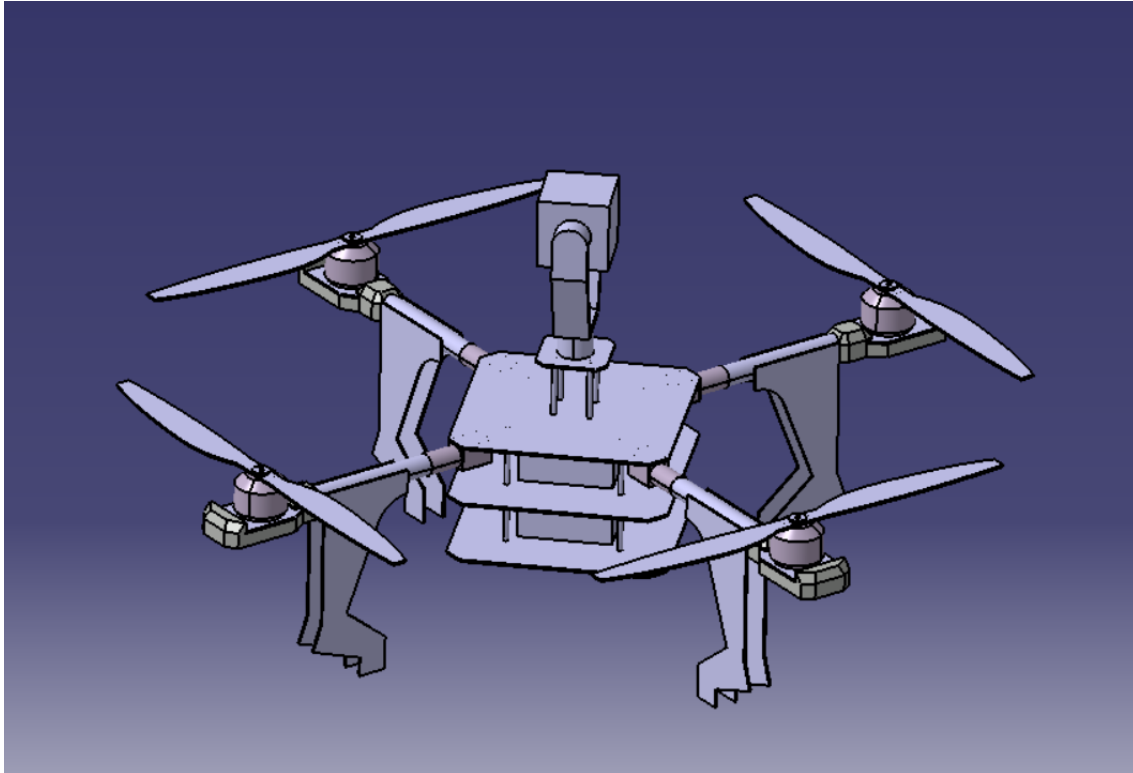


Figura 2.7 Vista del diseño CAD del UAV realizado en *CATIA VR5*.

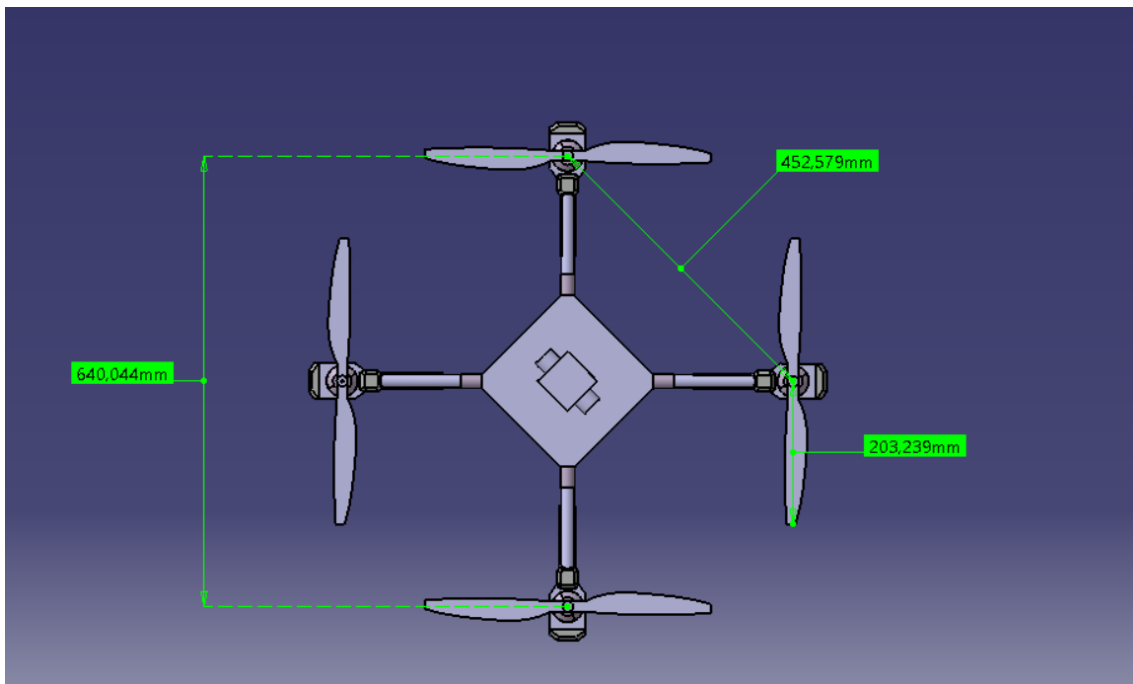


Figura 2.8 Acotado en planta del UAV.

Analizando los resultados obtenidos se puede ver claramente la diferencia entre los valores contenidos en la diagonal de la matriz J y aquellos que no lo están. Al tenerse esta diferencia de magnitud tan notable entre los momentos principales de inercia y el resto, se van a despreciar estos últimos en todo momento. También puede verse como $I_x = I_y$

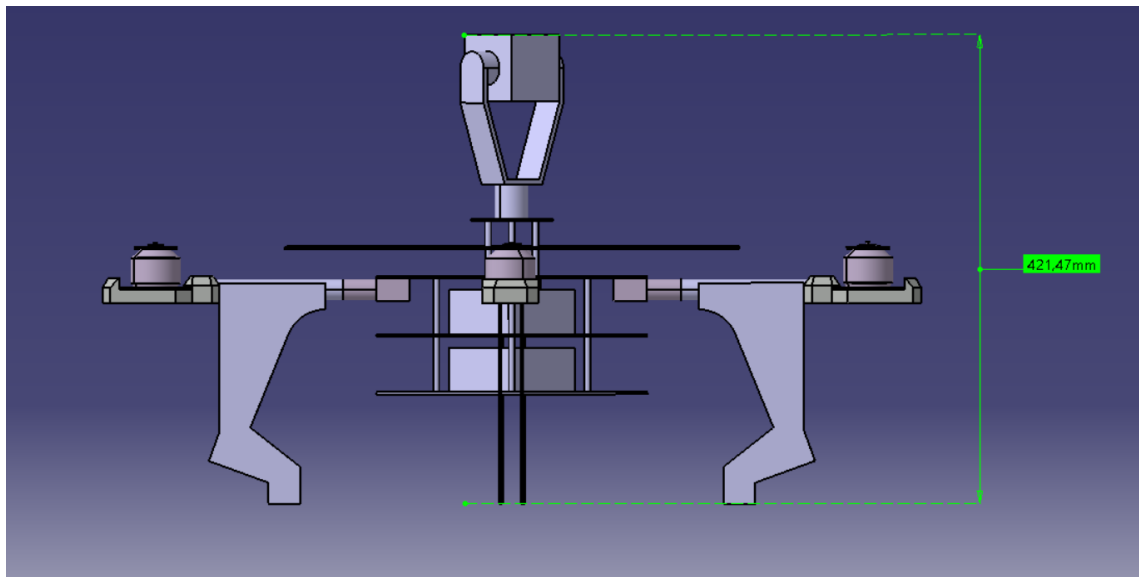


Figura 2.9 Perfil acotado del UAV.

atendiendo a la simetría que se presenta en los ejes X e Y apoyando de esta forma la validez del modelo realizado y de los resultados obtenidos.

Entonces, finalmente se tiene que la matriz J queda determinada como:

$$J = \begin{bmatrix} 0.133 & 0 & 0 \\ 0 & 0.133 & 0 \\ 0 & 0 & 0.149 \end{bmatrix} kg \cdot m^2 \quad (2.8)$$

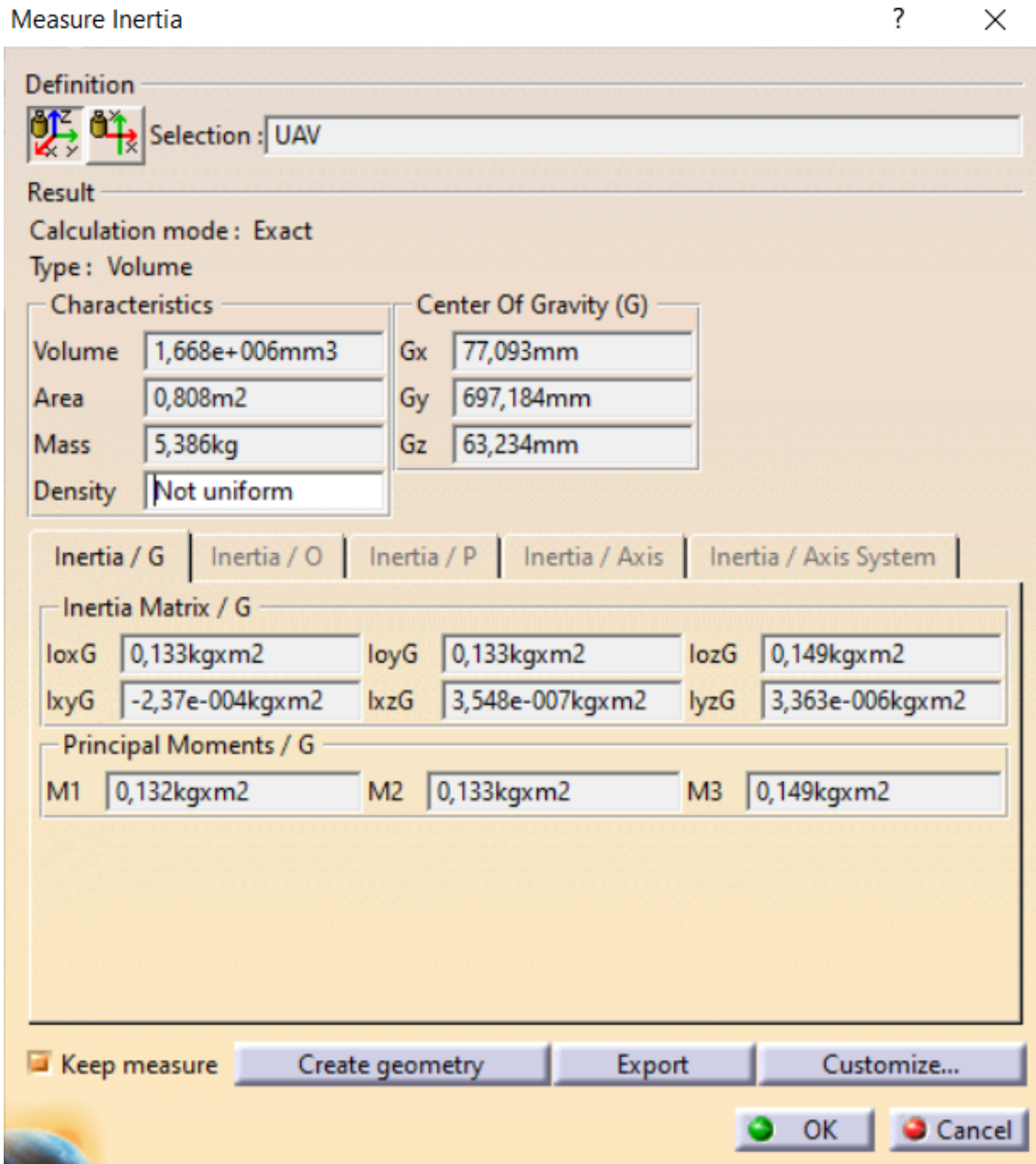


Figura 2.10 Medida de los momentos de inercia del UAV realizada con CATIA VR5.

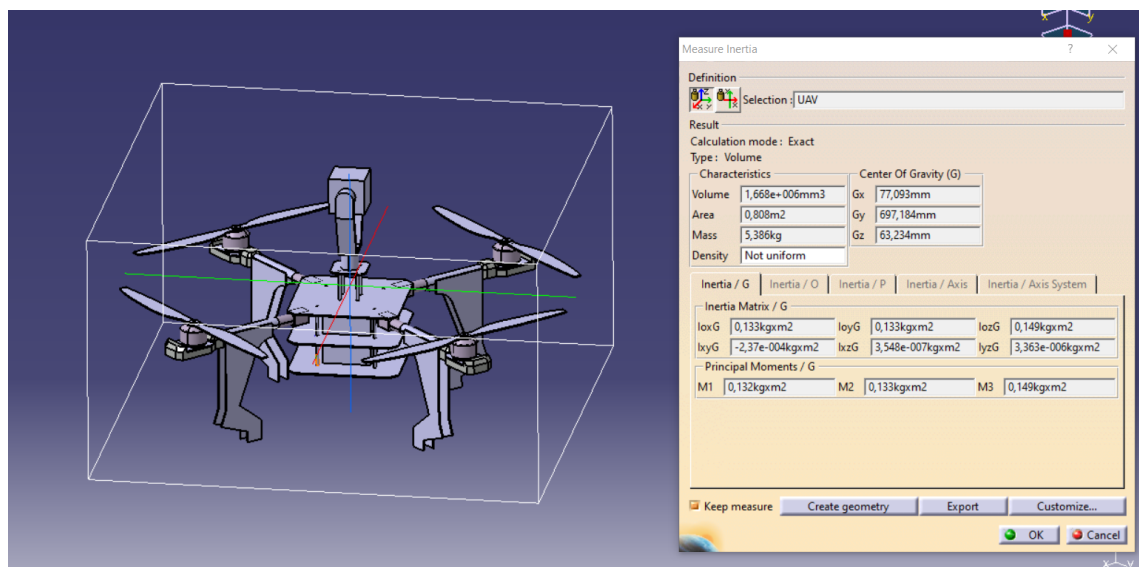


Figura 2.11 Medida de los momentos de inercia del UAV y modelo del UAV realizados con *CATIA VR5*.

3 Modelo dinámico

En este apartado se tiene como objetivo deducir las ecuaciones que gobiernan el movimiento del quadrotor. Para ello, se debe establecer una visión general de la dinámica del sistema, así como establecer que hipótesis se van a tener en cuenta para realizar las simplificaciones pertinentes de forma que se trate de aproximar el sistema lo mayor posible a la realidad con el fin de realizar simulaciones concluyentes pero al mismo tiempo eliminando la complejidad que se considere innecesaria.

Para poder definir correctamente las variables del sistema, se debe también establecer que sistemas de referencia se van a seguir así como su definición. Con todo ello, se podrán establecer las ecuaciones de la dinámica que relacionan todas las variables entre sí a partir de las ecuaciones cinemáticas así como las relaciones de fuerzas y momentos que actúan sobre el vehículo no tripulado.

3.1 Descripción general

Para este proyecto se hace uso de un vehículo aéreo no tripulado de ala rotatoria tipo quadrotor, esto es, el UAV cuenta con 4 motores los cuales suponen el único medio de control del que se dispone para poder dirigirlo como se muestra en la figura 3.1. De esta manera, tenemos 4 posibles entradas de control para guiar al quadrotor, estas son cada una de la 4 velocidades de rotación de los 4 motores, variando las mismas se lograrán los cambios de posición o actitud deseados en cada momento para completar correctamente las misiones que se le requieran. Principalmente, será de interés controlar la posición del vehículo y esto se realiza a través de la actitud del mismo.

En suma, se actúa sobre las velocidades angulares de los motores y estos provocan una determinada actitud en el UAV la cual a su vez tiene como consecuencia un desplazamiento que permite al quadrotor alcanzar la posición requerida en cada momento. Por esto, antes de realizar el control del sistema, es necesario determinar que ecuaciones determinan las relaciones entre las variables de este proceso. Es decir, se debe determinar con relaciones matemáticas como la variación de la velocidad angular de cada motor afecta a la actitud a través de los momentos y como la actitud afecta a la posición a través de las aceleraciones

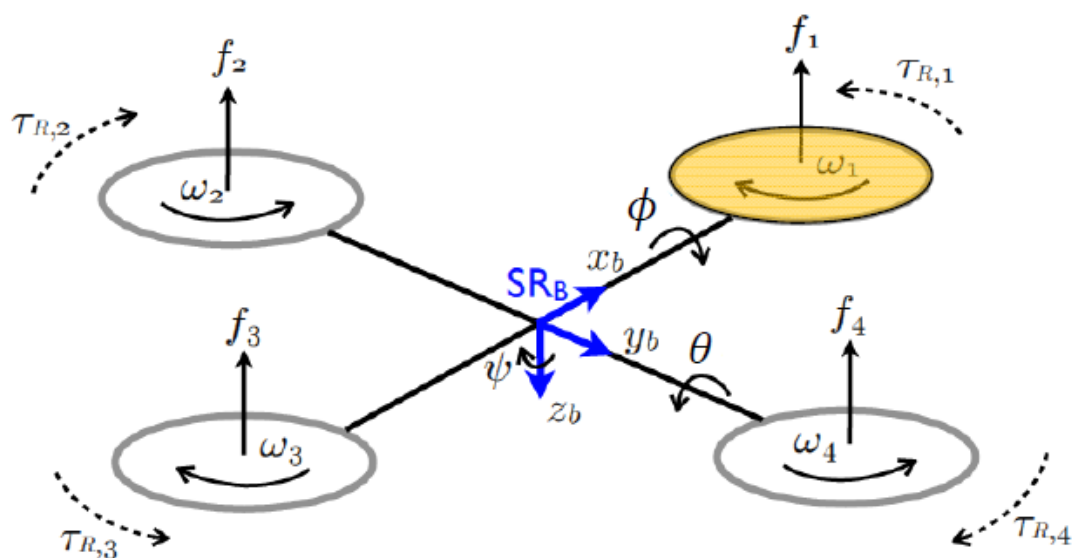


Figura 3.1 Configuración general del quadrotor. Fuente: [6].

en cada eje.

Para deducir y establecer la dinámica del sistema, se deben conocer y aplicar dos teoremas de la mecánica racional. En primer lugar, se debe considerar el teorema del centro de masas donde se establece el movimiento de un sistema de referencia inercial. El teorema afirma que la derivada con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento de un sistema de referencia inercial¹ es igual a la suma de todas las fuerzas externas que actúan sobre él [9]:

$$\left(\frac{\partial \vec{C}}{\partial t}\right)_I = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{ext} \quad (3.1)$$

Por otra parte también se debe conocer el teorema del momento cinético, este establece que la derivada temporal, respecto de un marco inercial, del momento cinético respecto de un punto móvil O, es igual al momento resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema, respecto al centro de reducción O, más el producto vectorial de la cantidad de movimiento del sistema por la velocidad del punto O [8]:

$$\left(\frac{\partial \vec{\Gamma}_O}{\partial t}\right)_I = \sum_{i=1}^N \vec{M}_{ext}^O + \vec{C} \wedge \vec{v}_O \quad (3.2)$$

A partir de estos dos teoremas se obtendrán las ecuaciones de la dinámica del vehículo no tripulado, por tanto debemos definir cual es la cantidad de movimiento de este sistema en particular, así como su momento cinético y todas las fuerzas externas que actúan sobre

¹ $\vec{C} = M\vec{v}_G$, donde M es la masa del sistema y \vec{v}_G la velocidad del centro de masas

él. Así mismo de deben establecer los sistemas de referencia y sus transformaciones para aplicar estos teoremas, propios del sistema inercial, al sistema de referencia del quadrotor.

3.2 Hipótesis realizadas

A fin de disminuir la complejidad del modelo, pero tratando de mantener uno lo mas semejante posible a la situación real, se realizan varias hipótesis de simplificación durante el proceso de deducción de la dinámica del UAV [6].

- La resistencia aerodinámica del quadrotor es completamente despreciable ya que este tipo de vehículo no tripulado suele desplazarse a velocidades bajas, más aun en este proyecto en concreto, por lo tanto las fuerzas aerodinámicas son despreciables ante el resto de fuerzas que actúan sobre el sistema.
- Los efectos giroscópicos son despreciables. Ya que los rotores usados en UAV multirrotores son de pequeño diámetro y por tanto los momentos de inercia asociados a los rotores I_R son mucho menores que los momentos de inercia del multirotor [11].
- Los ángulos de actitud de pitch y roll se consideran suficientemente pequeños como para poder establecer la relación $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) \cong (p, q, r)$
- La estructura del quadrotor se considera como un sólido rígido libre de forma que cuenta con 6 grados de libertad; los tres desplazamientos en los tres ejes así como los ángulos de movimiento alrededor de los mismos.
- La aceleración producida por la gravedad será tomada en todo momento como una constante ya que las misiones a realizar por este UAV se desarrollaran en todo momento en altitudes despreciables respecto al radio de la Tierra.
- Hipótesis de la Tierra plana. La superficie sobre la que actuará el vehículo será considerada en todo momento como plana al ser los desplazamientos que se realizarán durante las misiones lo suficientemente pequeños respecto al tamaño de la Tierra como para considerar que la curvatura de la superficie terrestre no será apreciable. Igualmente, se despreciarán las fuerzas de Coriolis y las fuerzas centrífugas ligadas a la rotación terrestre.

3.3 Sistemas de referencia

Es necesario establecer ciertos sistemas de referencia ya que para obtener la dinámica del UAV es necesario expresar las fuerzas y los momentos en el sistema de referencia inercial y trasladarlas a los ejes del quadrotor.

3.3.1 Sistema de referencia topocéntrico

Este sistema de referencia esta ligado a la superficie de la tierra, su centro O puede estar en cualquier punto de la misma. Los ejes quedan definidos de la forma [12]:

- X apunta hacia el Norte geográfico.

- Y apunta hacia el Este.
- Z completa el triedro dextrógiro, apunta hacia el cénit. Figura 3.2.

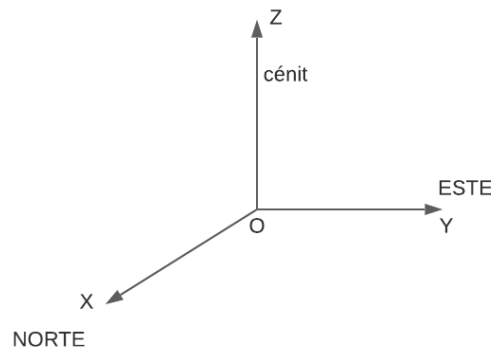


Figura 3.2 Sistema de referencia topocéntrico.

3.3.2 Sistema de horizonte local (NED)

En este caso el centro del sistema O_W está situado en el centro de masas del quadrotor. Este sistema puede presentar singularidades en lugares cercanos a los polos de la Tierra ². Los ejes quedan definidos de la forma:

- X_W es paralelo a X del sistema topocéntrico (North).
- Y_W es paralelo a Y del sistema topocéntrico (East).
- Z_W completa el triedro apuntando hacia abajo (Down).

El sistema de horizonte local se muestra en la figura 3.3 trasladado (línea roja) respecto al sistema de ejes cuerpo.

Traslación del sistema topocéntrico al horizonte local

Para pasar del sistema topocéntrico al sistema de horizonte local, tal como han sido definidos, se puede deducir fácilmente que únicamente es necesaria realizar una traslación para desplazar el centro O hasta la posición de O_W , es decir, se traslada desde un sistema a otro sumando el vector posición del quadrotor \vec{r} con respecto al sistema topocéntrico.

3.3.3 Sistema de ejes cuerpo

Este sistema de referencia está ligado al quadrotor, de forma que O_B se encuentra situado en el centro de masas del mismo ($O_W \equiv O_B$). Los ejes quedan definidos de la forma:

- X_B está orientado hacia el motor 1.
- Y_B está orientado hacia el motor 2.

² En esta situación se pasaría a sustituir el horizonte local por un sistema de referencia de azimut de deriva de forma que se establecería un ángulo α con respecto al Norte en el plano N/E y este mismo ángulo sería el que formaría el Norte con el nuevo eje X y el Este con el nuevo eje Y [12]

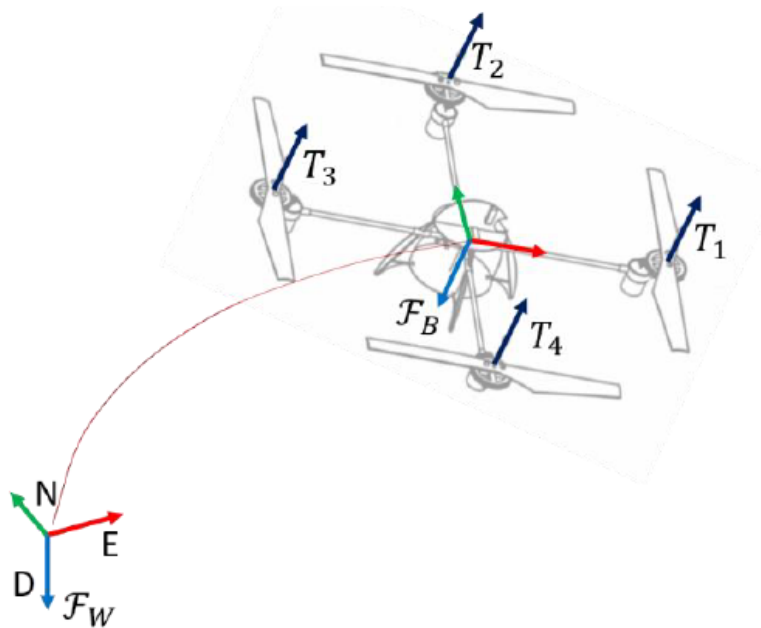


Figura 3.3 Sistemas de referencia; horizonte local(F_W) y cuerpo(F_B). Fuente: [11].

- Z_B completa el triedro, está orientado de forma paralela al vector \vec{T} de empuje total y hacia abajo.

Tal y como se muestra en la figura 3.4.

Relación de sistema de ejes cuerpo con el horizonte local

Para realizar la conversión de sistema de horizonte local a sistema de ejes cuerpo, será necesario definir 3 ángulos. Estos son los denominados ángulos de Euler y el conjunto de los tres se define como la actitud de la aeronave. Se establecen de la forma [12]:

- Ángulo de alabeo o roll (ϕ), es el ángulo que determina la rotación de la aeronave en torno al eje X_B .
- Ángulo de cabeceo o pitch (θ), es el ángulo que determina la rotación de la aeronave en torno al eje Y_B .
- Ángulo de guiñada o yaw (ψ), es el ángulo que determina la rotación de la aeronave en torno al eje Z_B ³. Ver figura 3.5.

Siguiendo una convención de signos tal como la mostrada en la figura 3.4 se puede deducir la matriz de transformación para pasar de horizonte local a eje cuerpo y viceversa. Para ello se realizan tres rotaciones [12]:

- 1º: Rotación de ψ grados en torno al eje Z_W . La matriz de rotación asociada es:

$$C_W^S = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

³ Al estar X_W orientado hacia el Norte, el ángulo de guiñada se puede considerar equivalente al rumbo de la aeronave

- 2º: Rotación de θ grados en torno al nuevo eje y. La matriz de rotación asociada es:

$$C_S^{S'} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

- 3º: Rotación de ϕ grados en torno al nuevo eje x. La matriz de rotación asociada es:

$$C_{S'}^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

De forma que con estas tres matrices de rotación podemos obtener la transformación para pasar de horizonte local a ejes cuerpo:

$$C_W^B = C_{S'}^B \cdot C_S^{S'} \cdot C_W^S \quad (3.6)$$

Realizando la multiplicación se obtiene:

$$C_W^B = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ -c(\phi)s(\psi) + s(\phi)s(\theta)c(\psi) & c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\theta)s(\psi) & s(\phi)c(\theta) \\ s(\phi)s(\psi) + c(\phi)s(\theta)c(\psi) & -s(\phi)c(\psi) + c(\phi)s(\theta)s(\psi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A tener en cuenta que las matrices de rotación son ortogonales, es decir, la inversa de C_W^B coincide con su traspuesta. Por tanto para obtener la transformación inversa, de ejes cuerpo a horizonte local, se debe traspasar la matriz obtenida anteriormente y de esta forma se obtiene [11]:

$$C_B^W = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.4 Fuerzas y momentos

Para aplicar los teoremas de centro de masas y momento cinético y obtener la dinámica del UAV, se hace necesario establecer cuales son las fuerzas y los momentos que actúan sobre el mismo.

3.4.1 Generadas por los motores

En primer lugar, se deben considerar las fuerzas y momentos que generan los rotores del vehículo. Para el empuje generado por cada uno de los rotores, se puede tomar un modelo general para establecer el valor de estas fuerzas. Siempre que los rotores actúen en aire libre, lejos de obstáculos que pudiesen interferir en el flujo de entrada y salida, se puede decir que [11]:

$$T_i = c_T \cdot w_i^2 \quad i = 1,2,3,4 \quad (3.9)$$

Donde c_T es el coeficiente de empuje de cada motor que se puede establecer por medio de ensayos estáticos de empuje y w_i es la velocidad de rotación del motor i . Cada uno de los empujes se tomará como un vector perpendicular al plano de la hélice y con origen en el centro de la misma como se puede ver en las figuras 3.4 y 3.5. Igualmente se puede observar como la variación de las fuerzas de empuje de los motores genera a su vez dos momentos en el multirotor. Uno de ellos es el momento de cabeceo τ_θ derivado de la variación del empuje en los motores 1 y 3, y de la misma forma se genera el momento de alabeo τ_ϕ variando en este caso el empuje de 2 y 4 como se muestra en la figura 3.5. Aplicando la ecuación 3.2 se pueden determinar los valores de estos momentos con respecto a los empujes de los motores [6]:

$$\begin{aligned} \tau_\theta &= L(T_1 - T_3) \\ \tau_\phi &= L(T_2 - T_4) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Donde L es la longitud tomada desde el centro del quadrotor hasta el centro de las hélices.

También se debe tener en cuenta que la suma de todos los empujes genera un empuje total, este estará en todo momento establecido como un vector en el eje Z_B ya que este quadrotor no cuenta con la posibilidad de inclinar las hélices (*tilted wing*). El módulo será simplemente la suma de todas las fuerzas de empuje generadas por los 4 motores [6].

$$T = c_T w_1^2 + c_T w_2^2 + c_T w_3^2 + c_T w_4^2 \quad (3.11)$$

Por otra parte, se debe tener en cuenta que da uno de los rotores también genera un momento debido a la propia rotación de las hélices y a la acción de la resistencia aerodinámica en la superficie de las mismas. Este par generado puede modelarse como [11]:

$$Q_i = c_Q \cdot w_i^2 \quad i = 1,2,3,4 \quad (3.12)$$

Donde c_Q es el coeficiente de resistencia el cual puede determinarse igualmente por medio de ensayos estáticos de empuje. El signo de los momentos generados por cada uno de los motores depende del sentido en el giren las respectivas hélices. De forma que los motores 1 y 3 giran en el sentido de las agujas del reloj mientras que los motores 2 y 4 los hacen en sentido antihorario como se muestra en la figura 3.1. Entonces se genera un momento en torno al eje Z_B que se calcula como la suma de los pares generados en los 4 motores siguiendo el criterio de signos según el sentido en el que giren sus hélices teniendo en cuenta que el sentido positivo de τ_ψ será el horario [6]:

$$\tau_\psi = -Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4 \quad (3.13)$$

Con el conjuntos de las ecuaciones 3.11, 3.10 y 3.13 podemos deducir una matriz de constantes G_q [11]:

$$\begin{bmatrix} T \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = G_q \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ 0 & Lc_T & 0 & -Lc_T \\ Lc_T & 0 & -Lc_T & 0 \\ -c_Q & c_Q & -c_Q & c_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.4.2 Peso

La propia masa del UAV también genera una fuerza, esta será de carácter positivo en el eje Z_W , siendo sus componentes en X_W e Y_W nulas en todo momento al haber modelado el vehículo como una masa puntual. Así, el vector \vec{W} tendrá como origen el propio centro de masas O_W . Y su módulo queda determinado por:

$$W = mg \quad (3.15)$$

Donde m es la masa total del multirrotor.

3.4.3 Fuerza del cable

El modelo presenta una fuerza externa, esta es la del cable que conecta el UAV con el robot de tierra. Es por tanto una fuerza de tracción ya que tiende a acercar el multirrotor al vehículo terrestre. Como se puede observar en la figura 3.6, esta fuerza no está contenida en ninguno de los ejes previamente establecidos y por ello será necesario realizar una rotación para expresarla en el sistema de referencia de horizonte local. Para la rotación será necesario definir dos nuevos ángulos a partir de los cuales podremos pasar la fuerza a referencia en horizonte local. Estos son (ver figura 3.6):

- Ángulo α , es el que forma el cable con el eje Z_W en el plano $X_W Z_W$
- Ángulo β , es el que forma el cable con el eje Z_W en el plano $Y_W Z_W$

Entonces podemos establecer una matriz para proyectar la fuerza de tracción del cable al sistema de referencia de horizonte local:

$$C_C^W = \begin{bmatrix} \text{sen}(\alpha) \\ \text{sen}(\beta) \\ \text{cos}(\alpha) + \text{cos}(\beta) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Módulo de la fuerza de tracción del cable

Para estimar el modulo de la fuerza de tracción del cable, pueden ser tomadas dos formas diferentes. Por una parte puede suponerse un mecanismo de recogida en el robot terrestre que provoque que el cable se suelta o se recoja según la posición del UAV y de esta forma se produce una fuerza de tracción de valor constante. Otra manera de abordar el problema es realizar una asimilación física entre el cable y un muelle, suponiendo en este caso que el cable posee una longitud mas o menos constante y que la fuerza de tracción que este ejerza sobre el UAV dependa puramente de la distancia entre el propio multirroto y el robot terrestre.

Así, para el caso de suponer que se cuenta con un sistema de recogida y que el modulo de la fuerza es de valor constante, puede entenderse que este valor oscilara entre los 2 y los 3 Newtons de fuerza.

Para el otro caso, entendiendo el cable como un muelle, se debe establecer una función matemática que determine el valor de la fuerza F en función de la distancia que hay en linea recta entre el UAV y el robot terrestre. Tras realizar varias simulaciones y teniendo en cuenta los radios de operación del UAV así como los valores aproximados que puede tener la fuerza (2-3N), se estima la función matemática que da la relación entre la fuerza del cable y la distancia:

$$F = \frac{1}{16.5}d \quad (3.17)$$

Donde F es el modulo de la fuerza de tracción del cable y d es la distancia en linea recta entre la posición del UAV y la posición del robot terrestre.

Siguiendo esta relación establecida, puede obtenerse una entrega de fuerza de tracción lineal que sigue la gráfica de la figura 3.7.

3.5 Variables cinemáticas

Se van a presentar y definir las variables cinemáticas que conciernen al modelo de forma que a partir de los teoremas de centro de masas y momento cinético se puedan establecer relaciones entre ellas que permitan posteriormente modelar la dinámica del sistema.

3.5.1 Dinámica de traslación

Comenzamos estudiando los 3 primeros grados de libertad del multirrotor, estos son los movimientos en los ejes X_B, Y_B, Z_B . De esta forma, la posición del centro de masas con respecto al sistema topocéntrico será el vector $\vec{r}_{BI} = (x, y, z)$ y así tenemos definidas las primeras 3 variables cinemáticas. Igualmente, se pueden determinar otras 3 variables cinemáticas a partir de su derivada de forma que este nuevo vector expresa la velocidad del centro de masas con respecto al sistema de referencia inercial topocéntrico $\vec{v}_{BI} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$. Entonces es sencillo determinar la cantidad de movimiento del sistema:

$$\vec{C} = m \cdot \vec{v}_{BI} \quad (3.18)$$

Con esto, podemos aplicar la ecuación 3.1 al sistema de referencia inercial del horizonte local. De esta forma tenemos:

$$m \cdot \dot{\vec{v}}_{BI} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + C_B^W \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{bmatrix} + C_C^W F_C + F_A + F_D \quad (3.19)$$

Donde se multiplica por las matrices de transformación correspondientes para obtener todas las fuerzas en el sistema de referencia de horizonte local. El vector $\dot{\vec{v}}_{BI}$ es igual a $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$. La fuerza F_A modela las fuerzas aerodinámicas y F_D las perturbaciones que pueda sufrir el sistema.

3.5.2 Dinámica rotacional

Continuamos con los 3 grados de libertad restantes asociados a las rotaciones en torno a los tres ejes, es decir, tenemos ya las tres variables que definen la actitud del vehículo ϕ, θ y ψ . Surgen además tres variables dinámicas que conforman el vector \vec{w}_B , velocidad de rotación en torno a los tres ejes del sistema de referencia asociado al cuerpo, el cual lo componen las variables p, q y r .

La relación entre la velocidad rotacional y las derivadas de los ángulos de Euler se pueden obtener como se muestra en [11]:

$$\vec{w}_B = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \text{cos}(\phi) & \text{cos}(\theta)\text{sen}(\phi) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \text{cos}(\theta)\text{cos}(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Considerando ahora los pares generados por la rotación de las hélices (L) y las perturbaciones en forma de momentos que puedan aparecer (τ_D) así como los momentos aerodinámicos (τ_A), se aplica la ecuación 3.2 y se obtiene [11]:

$$J\dot{\vec{w}}_B + \vec{w}_B \times J\vec{w}_B = \begin{bmatrix} L_\phi \\ L_\theta \\ L_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} + \tau_A + \tau_D \quad (3.21)$$

3.6 Espacio de estados completo

A partir de las variables cinemáticas, es posible definir un espacio de estados asociado a la dinámica del multirrotor. De esta forma, con el conjunto de la dinámica de traslación y la dinámica rotacional obtenemos el vector de estados de la dinámica completa del UAV multirrotor $\xi = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]$.

Y, así, podemos determinar el espacio de estados de la dinámica del multirrotor como [11]:

$$\dot{\xi} = f(\xi) + g(\xi)u \quad (3.22)$$

Por lo tanto, tenemos las salidas ξ asociadas a las entradas $u = [T \ \tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi \ F_C \ \alpha \ \beta]$.

3.7 Ecuaciones del modelo dinámico

Finalmente, a partir de todas las expresiones deducidas y expuestas a lo largo de esta sección se pueden establecer las ecuaciones que determinan el modelo dinámico del multirrotor y nos permiten calcular el vector de estados a partir de las entradas. Estas son:

- A partir de la definición de las variables cinemáticas de la dinámica de traslación:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \dot{z} &= v_z \end{aligned} \quad (3.23)$$

- A partir de las ecuaciones que se deducen del sistema matricial 3.19:

$$\dot{v}_x = \frac{F_C \operatorname{sen}\alpha}{m} - (\cos\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi + \operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{T}{m} \quad (3.24)$$

$$\dot{v}_y = \frac{F_C \operatorname{sen}\beta}{m} - (\operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi + \cos\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{T}{m} \quad (3.25)$$

$$\dot{v}_z = g + \frac{F_C (\cos\alpha + \cos\beta)}{m} - \cos\theta \cos\phi \frac{T}{m} \quad (3.26)$$

- A partir de las ecuaciones que se deducen del sistema matricial 3.20:

$$\dot{\phi} = p + q \operatorname{sen}\phi \tan\theta + r \cos\phi \tan\theta \quad (3.27)$$

$$\dot{\theta} = q \cos\phi - r \operatorname{sen}\phi \quad (3.28)$$

$$\dot{\psi} = q \operatorname{sen}\phi \sec\theta + r \cos\phi \sec\theta \quad (3.29)$$

- A partir de las ecuaciones que se deducen del sistema matricial 3.21, teniendo en cuenta que Ω_r es la velocidad de rotación media de las hélices e I_r es el momento de inercia de las hélices:

$$\dot{p} = M_{e\phi} + \frac{I_r}{I_x} q \Omega_r + \frac{I_y - I_z}{I_x} q r + \frac{\tau_\phi}{I_x} \quad (3.30)$$

$$\dot{q} = M_{e\theta} + \frac{I_r}{I_y} p \Omega_r + \frac{I_z - I_x}{I_y} p r + \frac{\tau_\theta}{I_y} \quad (3.31)$$

$$\dot{r} = M_{e\psi} + \frac{I_x - I_y}{I_z} p q + \frac{\tau_\psi}{I_z} \quad (3.32)$$

3.8 Modelo simplificado

Para entender el modelo dinámico que gobernará finalmente el movimiento del vehículo aéreo es interesante deducir y presentar el modelo dinámico completo como se ha hecho en los apartados anteriores de esta sección. Sin embargo, como se ha expuesto en el apartado de hipótesis de esta misma sección, este no será el modelo que se implementará en el sistema de simulación.

El modelo que se ha presentado anteriormente es demasiado complejo y consecuentemente sería muy complicado para realizar su control con efectividad. Es razonable, y no provoca grandes diferencias con los resultados de un vuelo real, aplicar algunas simplificaciones teniendo en cuenta que las misiones que realizará este UAV en concreto no requieren de vuelos con cambios bruscos o trayectorias acrobáticas. De hecho, los vuelos que requieren las misiones que realizará este multirrotor serán con cambios muy leves y velocidades muy bajas.

Así, se aplican las hipótesis del apartado 3.2 y se obtiene el modelo dinámico simplificado:

$$\ddot{x} = \frac{F_C \operatorname{sen}\alpha}{m} - (\cos\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi + \operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{T}{m} \quad (3.33)$$

$$\ddot{y} = \frac{F_C \operatorname{sen}\beta}{m} - (\operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi + \cos\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{T}{m} \quad (3.34)$$

$$\ddot{z} = g + \frac{F_C (\cos\alpha + \cos\beta)}{m} - \cos\theta \cos\phi \frac{T}{m} \quad (3.35)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\tau_\phi}{I_x} \quad (3.36)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau_{\theta}}{I_y} \quad (3.37)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_{\psi}}{I_z} \quad (3.38)$$

Se puede observar como ahora las ecuaciones de la dinámica rotacional están desacopladas de los ángulos de actitud, es decir, la segunda derivada de los ángulos de roll, pitch y yaw no dependen de ellos mismos como si lo hacían en el modelo completo. De esta forma, es posible realizar los controladores en canales diferentes como se hace en la mayoría de los autopilotos de los multirrotores [11].

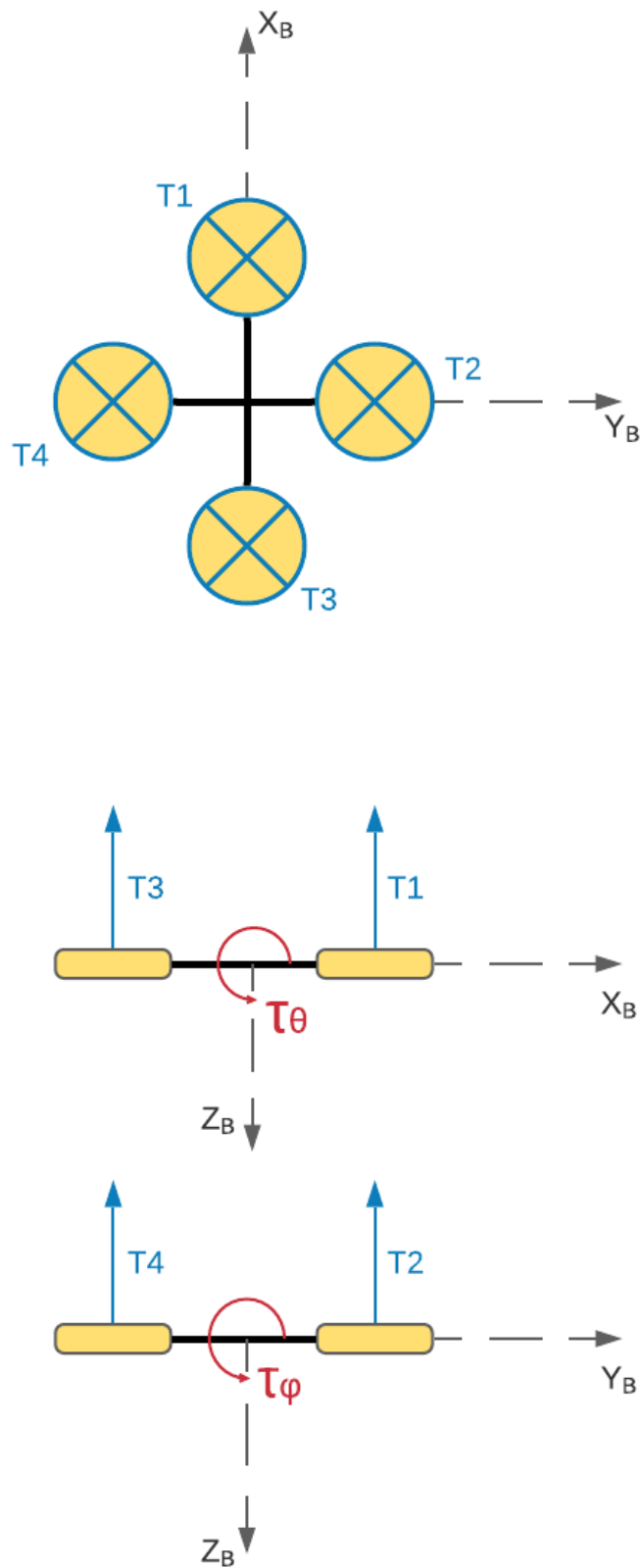


Figura 3.4 Sistema de referencia de ejes cuerpo.

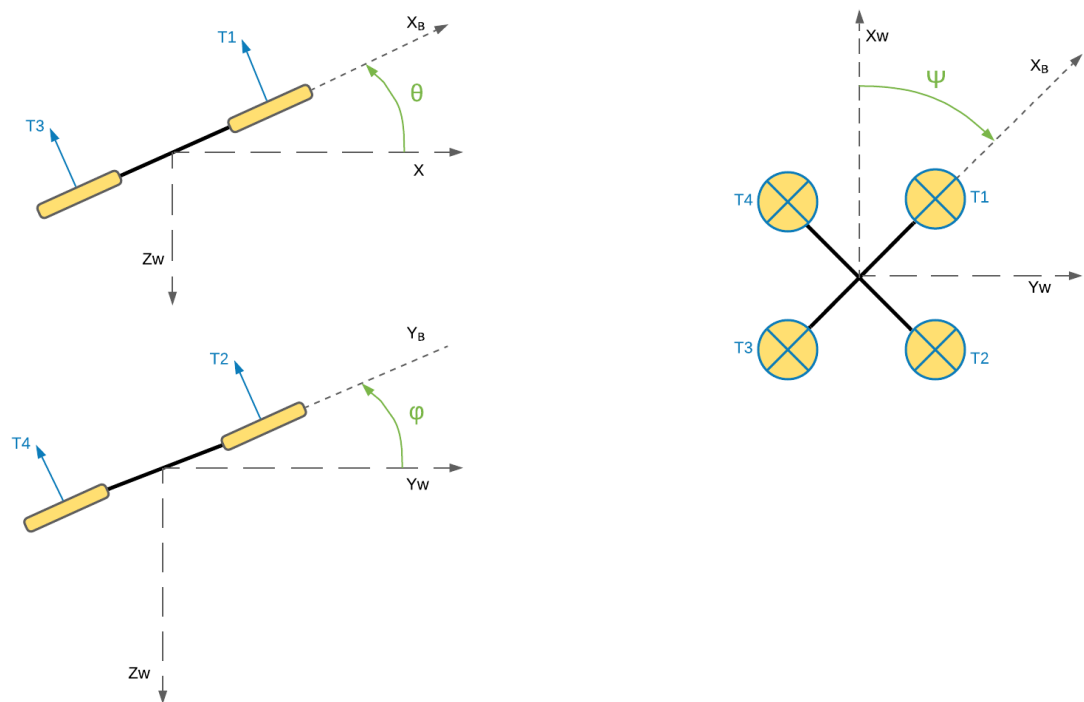


Figura 3.5 Ángulos de Euler.

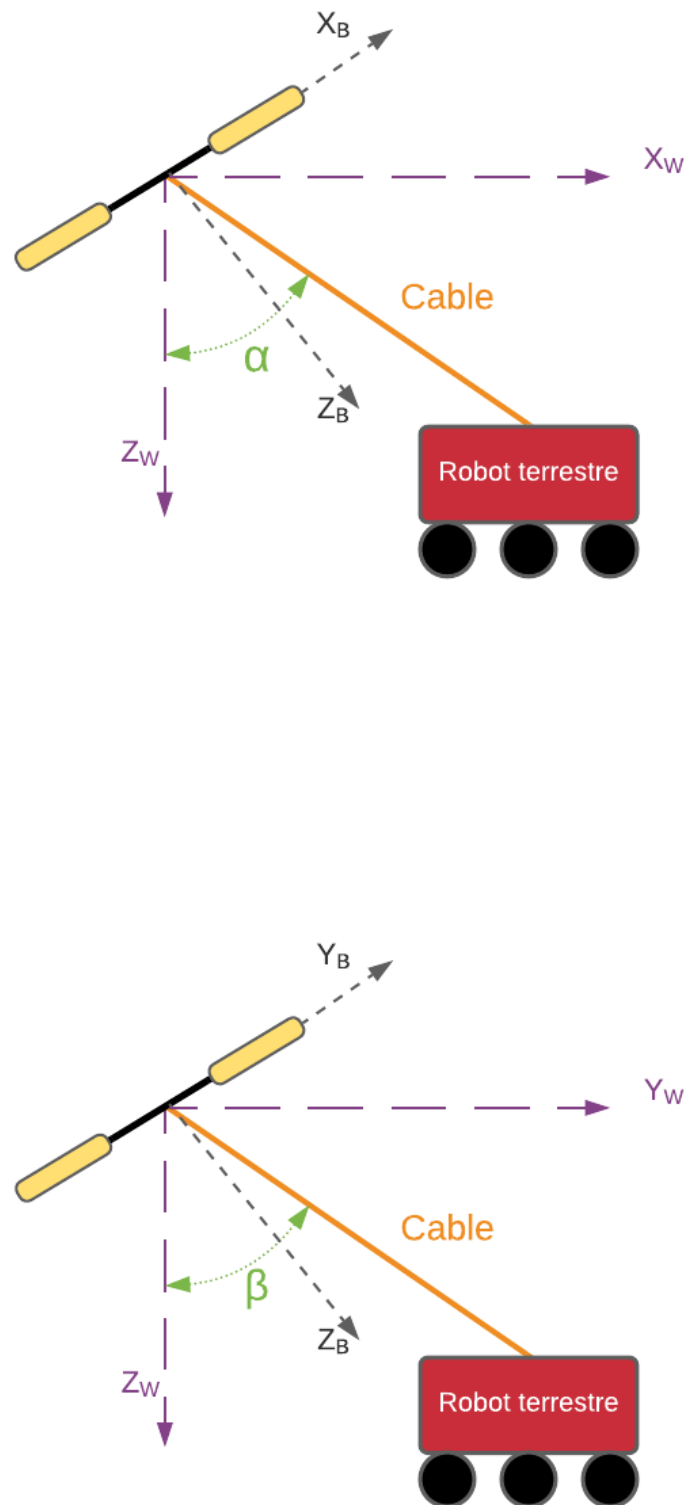


Figura 3.6 Ángulos α y β .

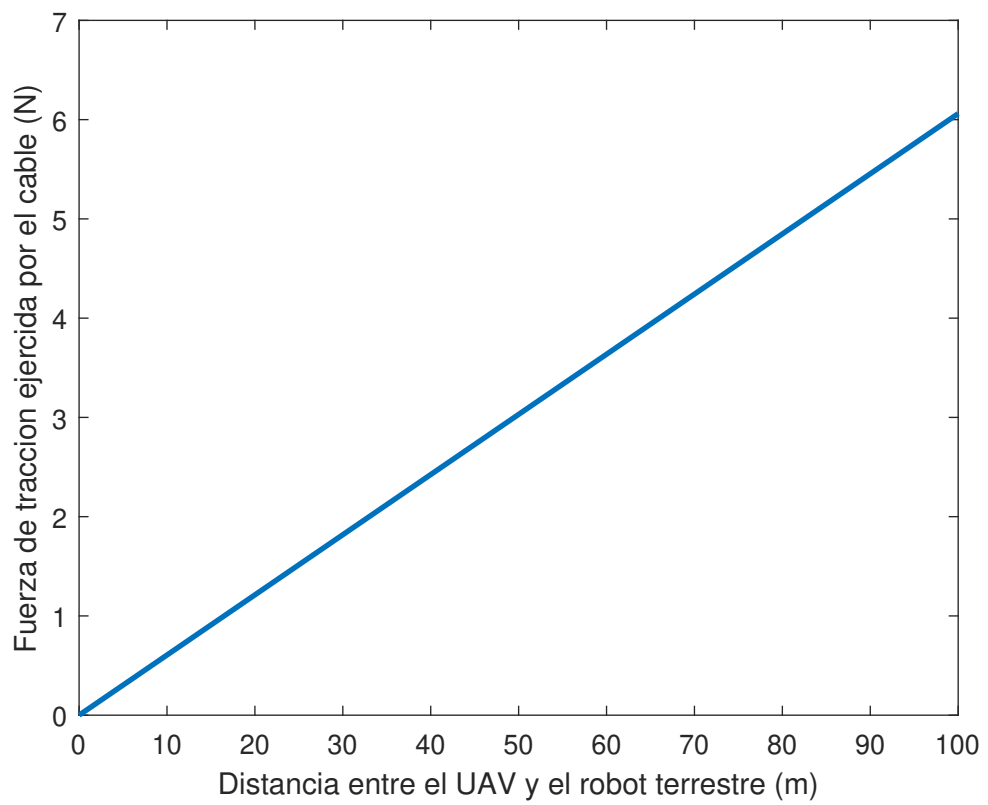


Figura 3.7 Relación entre la fuerza F y la distancia d .

4 Control

En esta sección se van a tratar las diferentes estrategias de control que se van a seguir para realizar el control del multirrotor. Así, se verá como controlar las diferentes variables indicando que tipo de estructura de control será necesaria para cada una de ellas.

De esta forma, se van a realizar cuatro bucles de control para controlar cuatro variables diferentes y así actuar sobre diferentes aspectos del multirrotor, estos serán; posición, altitud y actitud.

4.1 Posición

Para cambiar la posición del UAV debe actuarse sobre las variables x e y definidas en el modelo dinámico de forma que el multirrotor se desplace por los ejes definidos X e Y del sistema de referencia inercial y entendiéndose esto evidentemente como un cambio en la posición del UAV en el plano definido por XY .

Basándose en las ecuaciones deducidas en la sección del modelo dinámico podemos observar como para cambiar la posición del UAV, o dicho de otra forma, actuar sobre las variables x e y , se deben producir cambios de incremento o decremento en sus segundas derivadas. Es decir, el único método que se tiene de actuar sobre estas variables y para este modelo dinámico expuesto es producir aceleraciones o deceleraciones en los ejes X e Y .

De nuevo observamos el modelo dinámico y se aprecia como para producir estas aceleraciones o deceleraciones debe producirse un cambio en las actitudes asociadas a los ejes indicados. Esto es, deben producirse cambios en los ángulos de roll (ϕ , movimiento en el eje Y) y de pitch (θ , movimiento en el eje X). Para producir cambios en estos ángulos y variar la actitud del UAV puede verse igualmente en las ecuaciones deducidas como para ello debe producirse una diferencia de empuje entre los motores correspondientes de forma que uno produzca un empuje mayor que otro y así producir el cambio de actitud y consecuentemente el desplazamiento.

4.1.1 Movimiento en el eje X

Para el caso concreto del movimiento en el eje X, se debe de producir esta diferencia de empuje entre los motores 1 y 3 de forma que en el caso de ser el motor 3 el que produzca un empuje mayor que el 1 se producirá un desplazamiento positivo en el eje X, es decir, el UAV avanzará en el eje X. En caso contrario, si el motor 1 es el que produce mayor empuje se produce entonces un desplazamiento negativo en el eje X, es decir, el UAV retrocederá en el eje X. Esto puede verse con mas claridad en la figura 3.4

Esta diferencia de empuje entre los motores 1 y 3 será denominada como variable δT_x y será la que resultará del bloque de control y por tanto de la variable final de control. Esta variable es introducida en la ecuaciones del cálculo del empuje, que se muestran en esta misma sección, para obtener T1 y T3 las cuales serán tomadas como las variables sobre las que se actúe en el modelo de dinámico y así producir finalmente el cambio en la posición.

Para realizar este control, se deben tener las variables x , x_{ref} , θ y $\dot{\theta}$, así como dos controladores PID, un filtro, y los bloques del modelo dinámico, los motores y el autopiloto para obtener o procesar dichas variables.

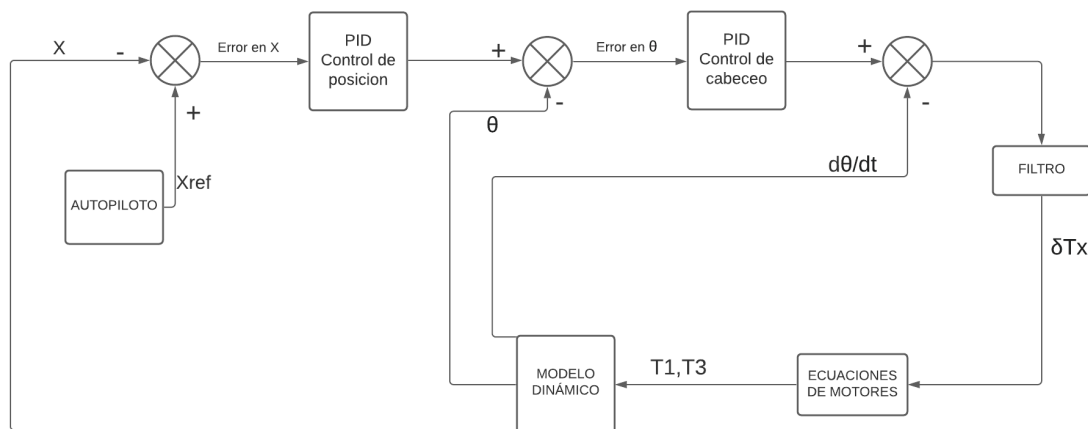


Figura 4.1 Diagrama del bucle de control para la variable X.

Entonces, tenemos una estructura de control como la mostrada en la figura 4.1, de forma que primeramente se obtiene el error en la variable X restando el estado actual a la referencia que proporciona el autopiloto para luego obtener una variable de control a partir de un primer controlador PID que se tomará como referencia ante el estado actual del ángulo de cabeceo θ , y así, se realiza el control de esa diferencia obteniendo una variable de control para el pitch del multirroto. Una vez obtenida esta variable se le resta la derivada temporal del propio ángulo de cabeceo de forma que se complete el control en cascada y se pasa a un filtro¹, simplemente una función de transferencia de primer orden, con el fin de ajustar el tiempo de subida de la respuesta de control. El resultado del proceso es la variable δT_x

¹ El filtro, tanto para el caso de control de la variable X como en el de la variable Y, corresponde a la función de transferencia de primer orden:

$$H(s) = \frac{1}{0.3s + 1} \quad (4.1)$$

correspondiente a la variación de empuje necesaria para avanzar o retroceder en el eje X, una vez se introduce en las expresiones de los motores (expuestas mas adelante en esta misma sección), se obtienen T_1 y T_3 las cuales se introducen a su vez en el modelo dinámico para obtener las variables x , θ y $\dot{\theta}$ necesarias para el control.

4.1.2 Movimiento en el eje Y

Para el movimiento en el eje Y, el procedimiento a seguir para realizar el control es similar al eje X solo que en esta ocasión serán los motores 2 y 4 los que deberán producir la variación de actitud. En este caso la variación va a denominarse como δT_y , será necesario un empuje mayor en el motor 4 para producir desplazamientos positivos mientras que por otro lado será necesario un empuje mayor en el motor 2 para producir desplazamientos negativos a lo largo del eje Y.

Para realizar este control, se deben tener las variables y , y_{ref} , ϕ y $\dot{\phi}$, así como dos controladores PID, un filtro, y los bloques del modelo dinámico, los motores y el autopiloto para obtener o procesar dichas variables.

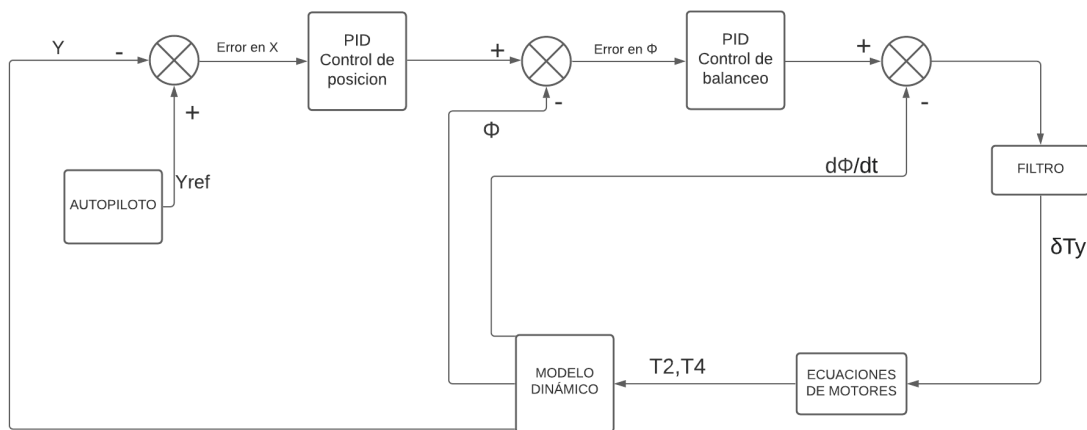


Figura 4.2 Diagrama del bucle de control para la variable Y.

La estructura de control de la variable Y es similar a la expuesta para la variable X basada en el control en cascada, simplemente que en este caso se hace uso de las nuevas variables que se han indicado anteriormente, tal como se muestra en la figura 4.2.

4.2 Altitud

Para controlar la altitud debe de actuarse sobre la variable z de forma de que el multirroto recorra el eje Z del sistema de referencia inercial ya sea en el sentido positivo (descenso) o en el negativo (ascenso). En esta ocasión resultará mas sencillo realizar el bucle de control ya que la actuación sobre esta variable es inmediata y no requiere de controles adicionales de actitud como si que ocurría en el caso de la posición.

Como puede observarse en el modelo dinámico, el método para actuar sobre esta variable es variar el empuje total de los motores de forma que si aumenta se producirá un ascenso mientras que si disminuye el UAV comenzará a perder altura.

Así, se realiza un control directamente sobre la variable z del cual se obtiene una variable de control que se denominará como δTz que será el valor que se introduzca como incremento a los motores para que aumenten su empuje y produzcan un ascenso, o en caso de ser negativo, lo disminuya y produzca un descenso. Debe de tenerse en cuenta que el eje Z del sistema de referencia que se ha definido ha sido en un sistema North-East-Down por lo que el eje Z apunta realmente hacia abajo, es decir, para el modelo dinámico los valores de z negativos corresponden a altitudes positivas. Para solucionar este problema simplemente se multiplicará el error de la variable z ($z_{ref} - z$) por una ganancia de valor -1 y de esta forma se opera a continuación con valores positivos de la variable de control δTz y de esta forma aparecerá sumando y no restando en las ecuaciones de los motores.

Para realizar esta estructura de control se deben de tener las variables z , z_{ref} y \dot{z} , además se hace uso de un controlador PID, un filtro, dos ganancias y las ecuaciones del modelo dinámico y los motores así como el autopiloto para obtener o procesar dichas variables.

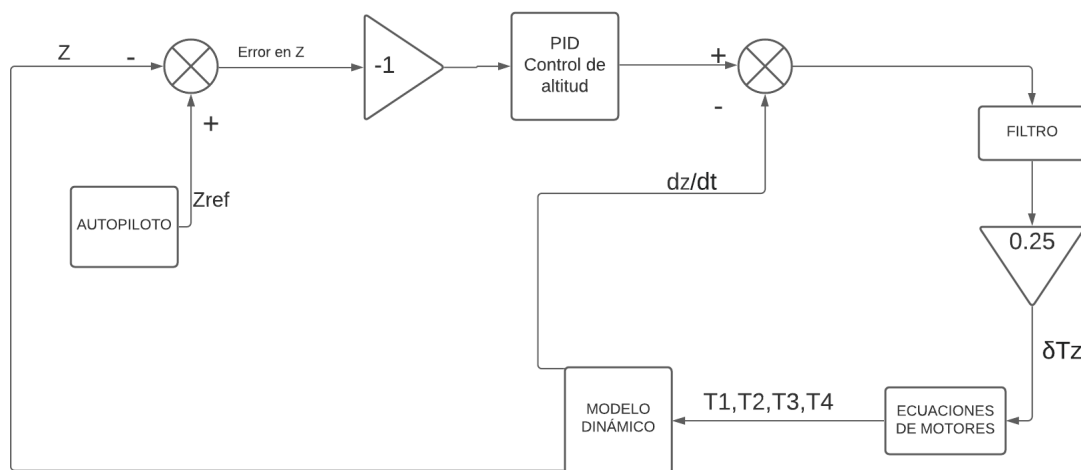


Figura 4.3 Diagrama del bucle de control para la variable Z .

En la figura 4.3 puede apreciarse la estructura de control de la variable Z , como puede verse en esta ocasión solo es necesario un controlador PID. La ganancia que multiplica por -1 resuelve el problema del signo negativo de Z . De nuevo, se ejecuta un control en cascada al obtener la variable de control final a partir de la diferencia de la obtenida en el PID con la derivada temporal de la propia variable z . Mientras que la primera variable de control se obtuvo del error en z , es decir, la diferencia del estado actual de z y la referencia que proporciona el autopiloto (la z deseada). Tras pasar la última variable obtenida por un filtro² y de esta forma controlar de nuevo el tiempo de subida, se hace pasar por último por

² En esta ocasión, el filtro es de nuevo una función de transferencia de primer orden de la forma:

$$H(s) = \frac{1}{0.25s + 1} \quad (4.2)$$

una ganancia de valor 0.25 con el objetivo de suavizar la respuesta ya que esta variable de control obtenida actúa sobre los 4 motores y lo hace en todos con el mismo signo. Así, primeramente se calcula la respuesta que debe obtenerse en el empuje total T , pero al ser $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ se realiza esta división con el objetivo de repartir la respuesta entre los 4 motores.

Tras obtener la variable de control final δT_z , ya se pueden obtener T_1 , T_2 , T_3 y T_4 por medio de las ecuaciones de los motores y de esta forma se obtienen consecuentemente también las variables necesarias para el control por medio de las ecuaciones del modelo dinámico.

4.3 Actitud

Para realizar el control de la actitud completa del multirroto se deben de controlar los tres ángulos que forman la misma y que se determinaron en la sección del modelo dinámico; ϕ (balanceo), θ (cabeceo) y ψ (guiñada). Como se ha visto en esta misma sección, el control de los ángulos de roll ϕ y pitch θ realmente ya se ha realizado ya que van ligados en un bucle de control en cascada con el control de las variables x e y y por lo tanto estos dos ángulos no serán controlados de forma independiente si no que su control simplemente estará en todo momento sujeto a las necesidades de variaciones en los valores de x e y .

Entonces, únicamente queda por realizar el control del ultimo ángulo que determina la actitud del quadrotor, es decir, se debe realizar por ultimo una estructura de control para el ángulo ψ y así tener ya un control completo del UAV.

Para actuar sobre la variable ψ se hace uso de la condición del sentido de giro de los rotores del quadrotor, de forma que como se indico en la sección del modelo dinámico dos de ellos lo hacen en sentido horario mientras que los otros dos los hacen en el sentido contrario a las agujas de un reloj. Por tanto, para actuar sobre esta variable se debe de obtener una variable δT_ψ que indique a los motores si aumentar o disminuir el empuje. Aunque realmente el empuje no afecte a la variación de ψ de manera directa ya que la variable que realmente se debe modificar es el momento resultante del giro de los rotores τ_ψ . Para ello, se debe de modificar la velocidad de giro de los motores, sin embargo, para poder encajar este controlador con el resto y mantener la estructura global del sistema solamente se podrá actuar sobre el empuje el cual consecuentemente resultara en un aumento o decremento de la velocidad angular al estar directamente relacionadas ambas variables como puede verse en la ecuación 2.1. Una vez se actúa sobre la velocidad angular, la variable correspondiente al momento de guiñada τ_ψ se ve modificada según la ecuación 3.13 y así logramos actuar sobre la variable del ángulo de yaw ψ .

Tenemos por tanto una estructura de control sencilla ya que únicamente debe controlarse una variable, serán necesarios en esta ocasión las variables ψ , ψ_{ref} y $\dot{\psi}$ además de un controlador PID y un filtro asi como las ecuaciones de los motores, el modelo dinámico y el autopiloto para proporcionar o procesar las variables que intervengan en el bucle de

control.

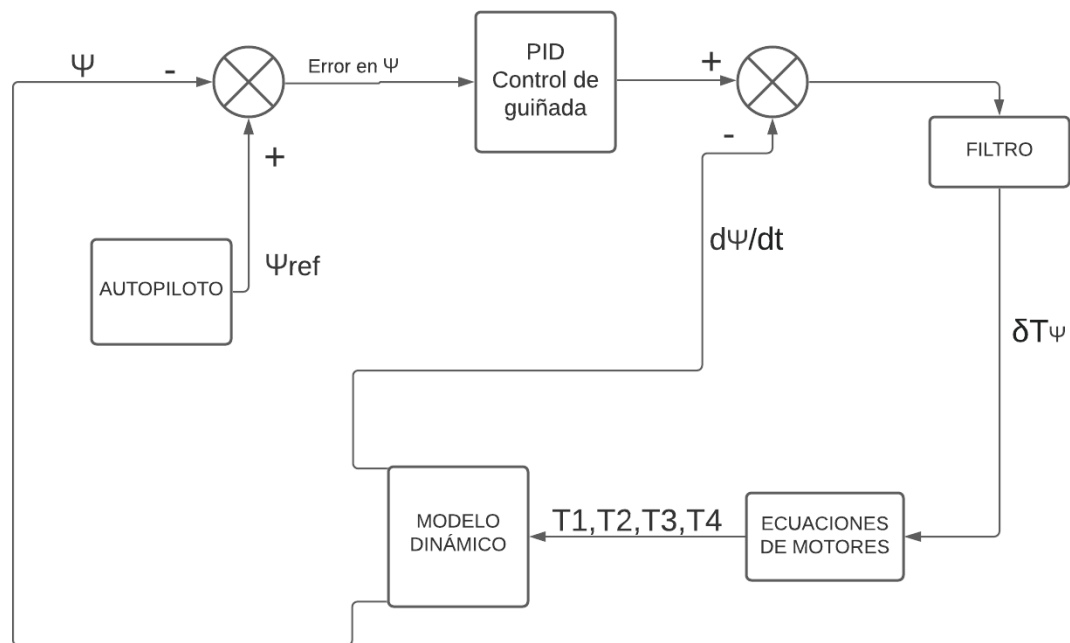


Figura 4.4 Diagrama del bucle de control para la variable ψ .

En este caso únicamente debe de tenerse en cuenta el error en la variable ψ considerado como la diferencia entre el estado actual de la variable y el valor deseado de la misma. A partir de este error de controla la variable por medio del controlador PID del cual se obtiene una primera variable de control. Para completar el bucle de control y de la misma forma que en las anteriores arquitecturas de control, se realiza un control de cascada con la propia derivada temporal de la variable ψ . Una vez realizado este proceso de nuevo se hace pasar por una función de transferencia de primer orden que actúe de filtro³ para ajustar la velocidad de subida. Una vez se tiene la variable δT_ψ , se obtienen el resto de variables necesarias para el control por medio de las ecuaciones de los motores y el modelo dinámico así como la variable ψ_{ref} que se obtiene directamente del autopiloto.

4.4 Control del empuje

Para poder realizar las actuaciones requeridas sobre el empuje, se deben de considerar ciertas expresiones para calcular los valores finales de los empujes de los diferentes motores teniendo en cuenta lo expuesto a lo largo de esta sección. Así, se deben definir simples

³ Al igual que en los casos de los bucles de control para la posición, en este caso la función de transferencia de primer orden escogida para actuar como filtro de la variable final de control es de la forma:

$$H(s) = \frac{1}{0.3s + 1} \quad (4.3)$$

sumas y restas de las variables de control finales que se han mostrado; δT_x , δT_y y δT_z .

Teniendo en cuenta las condiciones que se han ido deduciendo en esta sección, se obtienen las expresiones:

$$T_1 = \delta T_x + \delta T_z - \delta T_\psi \quad (4.4)$$

$$T_2 = \delta T_y + \delta T_z + \delta T_\psi \quad (4.5)$$

$$T_3 = \delta T_z - \delta T_x - \delta T_\psi \quad (4.6)$$

$$T_4 = \delta T_z - \delta T_y + \delta T_\psi \quad (4.7)$$

Implementando estas expresiones en el modelo, se obtienen los cambios deseados en las diferentes variables de empuje según los cambios en las variables de control ya que se han definido las cuatro funciones necesarias; $T_1(\delta T_x, \delta T_z, \delta T_\psi)$, $T_2(\delta T_y, \delta T_z, \delta T_\psi)$, $T_3(\delta T_x, \delta T_z, \delta T_\psi)$, $T_4(\delta T_y, \delta T_z, \delta T_\psi)$, que determinan como deben producirse las variaciones en los empujes para controlar la posición, la altitud y la actitud del UAV.

Debe apreciarse como las variables de control δT_i se obtienen en los bucles de control a partir de los controladores de actitud en los bucles de control de posición, es decir, que por ejemplo un δT_x positivo indica un ángulo de pitch (θ) positivo y por tanto implica un desplazamiento en el eje X negativo. Es por esto que en ese caso aparece sumando en T_1 y restando en T_3 ya que recordemos que un mayor empuje en el motor 1 producirá desplazamientos negativos en el eje X.

De igual forma se ha tenido cuenta que la variación δT_z será positiva si se requiere un aumento en la altitud del UAV y por ello aparece sumando en todas las expresiones de los diferentes motores.

Por ultimo, debe considerarse el sentido en el que gira cada uno de los rotores para poder introducir el termino δT_ψ en las expresiones. De forma que aparecerá de forma positiva si el sentido de giro del rotor es el horario, es decir el sentido positivo del ángulo ψ , y se expresará en las ecuaciones de forma negativa si el sentido del rotor es el antihorario. Ya vimos como los rotores 1 y 3 giran en sentido antihorario mientras que los 2 y 4 los hacen en horario explicando así el signo de δT_ψ en las ecuaciones (ver figura 3.1).

De esta forma y teniendo en cuenta estas consideraciones, se han podido deducir las expresiones anteriormente mostradas.

5 Implementación en *Simulink*

En esta sección se va a exponer el proceso seguido para implementar el modelo dinámico y la estructura de control expuestas anteriormente en el programa *Simulink*. Se irán realizando varios bloques que contengan las funciones y estructuras necesarias para simular el sistema completo. Una vez se tengan estos bloques, se expondrá como pueden ser ensamblados para relacionarlos entre ellos y obtener así el sistema completo.

Se van a diferenciar hasta cinco bloques diferentes, estos son, el bloque correspondiente al modelo dinámico, el bloque de control, el bloque de motores, el robot terrestre y el autopiloto.

5.1 Bloque de Modelo Dinámico

En este bloque se va a implementar todo lo relacionado con las ecuaciones del modelo dinámico deducidas en la sección correspondiente. Como se ha visto en la sección anterior, principalmente su función será recibir ciertas variables para obtener las necesarias para realizar el control y para determinar la trayectoria seguida por el UAV.

Este bloque debe contar con las entradas (ver figuras 5.2 y 5.1):

- T_1 : empuje ejercido por el motor 1.
- T_2 : empuje ejercido por el motor 2.
- T_3 : empuje ejercido por el motor 3.
- T_4 : empuje ejercido por el motor 4.
- F : módulo de la fuerza ejercida por el cable que une el UAV al robot terrestre.
- α : ángulo del cable con respecto al sistema de referencia .
- β : ángulo del cable con respecto al sistema de referencia.

Una vez con todas estas entradas, se pasan a un bloque de función de *MATLAB* de forma que pasan a ser entradas de la función *Modelo.m*. En este código se simulan las ecuaciones del modelo dinámico de forma que a partir de ellas se obtienen las derivadas de las variables

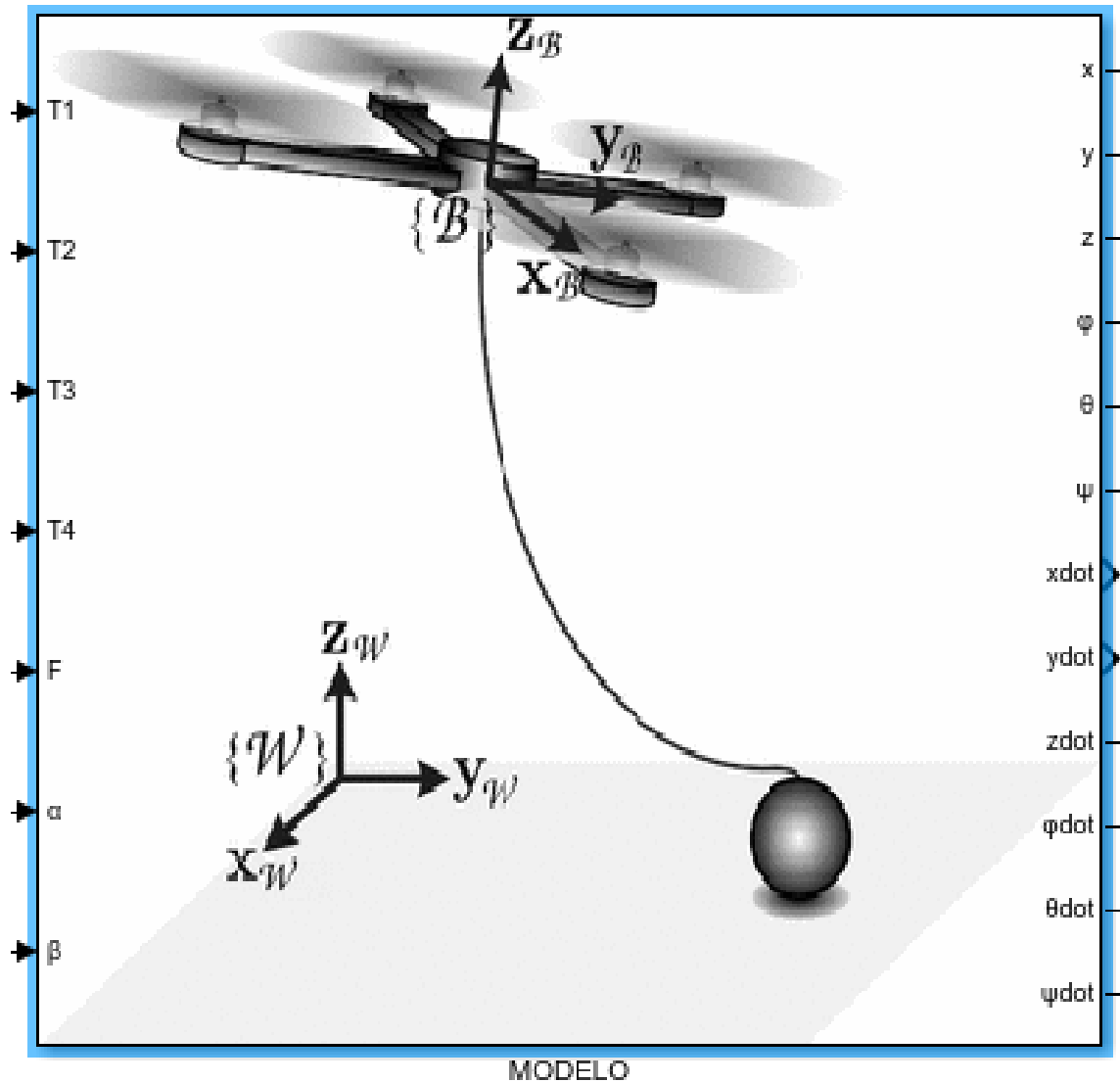


Figura 5.1 Bloque Modelo.

que se desean obtener. Es por ello que se toman estas variables de salida de la función *Modelo.m* y se hacen pasar por dos bloques de integración obteniéndose así la primera derivada de las variables de salida así como las propias variables. Se puede ver este proceso en la figura 5.3.

La función *Modelo.m* puede verse en detalle en el código A.2, donde se especifican los pasos a seguir para realizar estos cálculos. Debe tenerse en cuenta que tres de las entradas de esta función no coinciden con las entradas del bloque modelo ya que estas son calculadas por la propia función *Modelo.m* y siguen un esquema de realimentación, estas son las tres variables correspondientes a la actitud de la aeronave como puede verse en la figura 5.5.

Una vez se han obtenido las variables de salida de la función, se organizan para darlas como salida del bloque. Algunas de ellas también son enviadas a bloques de *out to workspace* para poder ser utilizadas y procesadas en el entorno de *MATLAB* en lugar de hacerlo en *Simulink*. De esta forma, se tienen las salidas (ver figura 5.4):

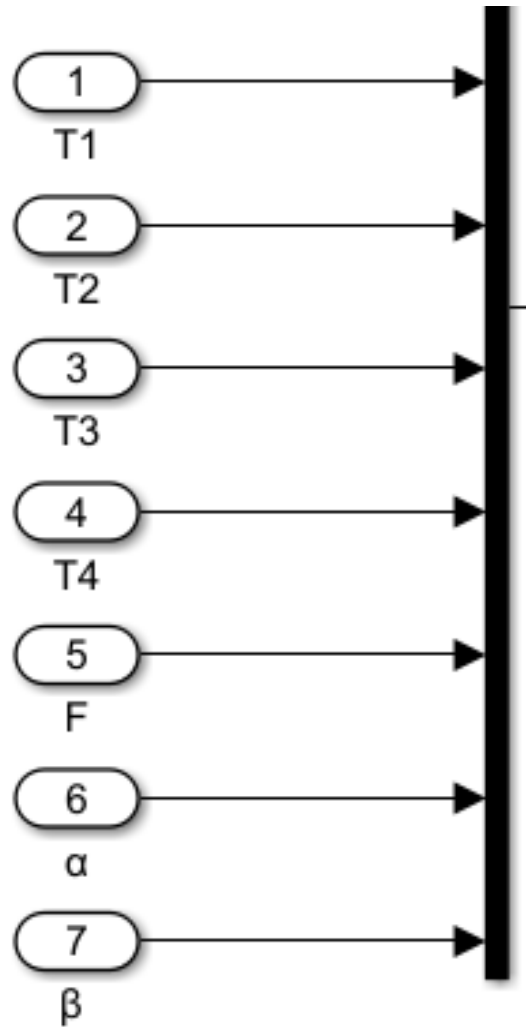


Figura 5.2 Entradas del bloque Modelo.

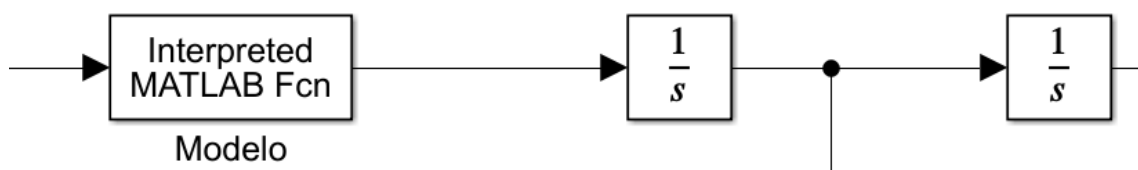


Figura 5.3 Proceso de integración seguido en el bloque Modelo.

- x : variable de posición del UAV en el eje X.
- y : variable de posición del UAV en el eje Y.
- z : variable de posición del UAV en el eje Z.
- ϕ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje X (roll).
- θ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Y (pitch).
- ψ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Z (yaw).
- \dot{x} : primera derivada de la variable de posición del UAV en el eje X.

- \dot{y} : primera derivada de la variable de posición del UAV en el eje Y.
- \dot{z} : primera derivada de la variable de posición del UAV en el eje Z.
- $\dot{\phi}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje X (roll).
- $\dot{\theta}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Y (pitch).
- $\dot{\psi}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje X (yaw).

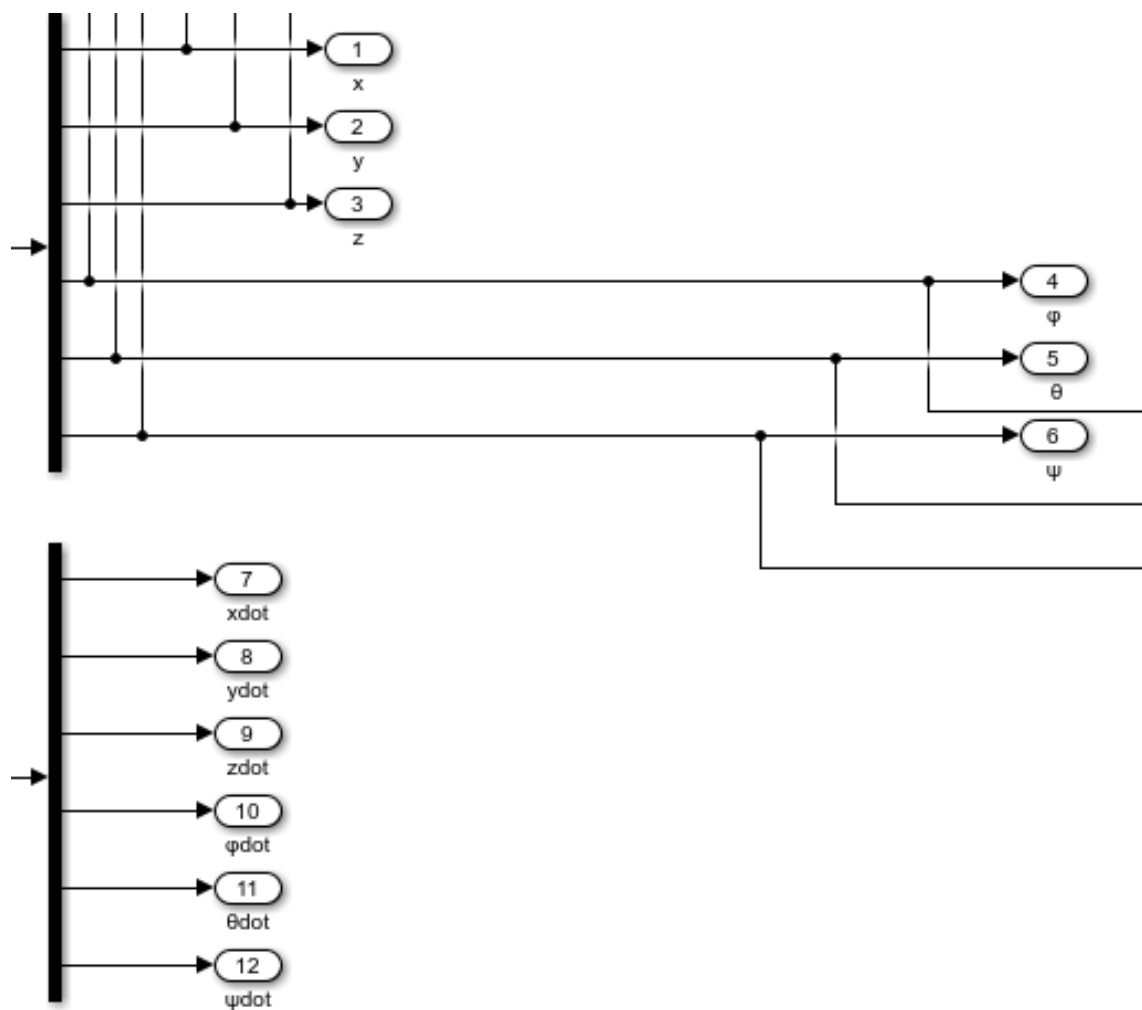


Figura 5.4 Salidas del bloque Modelo.

Entonces tenemos el diagrama completo del bloque Modelo tal como se muestra en la figura 5.5 donde puede apreciarse el sistema de realimentación de las variables de actitud del multirroto.

También se incluye un bloque de tiempo de simulación con salida directa al espacio de trabajo de *MATLAB*, simplemente es para tener un vector de tiempo de vuelo para poder

realizar representaciones gráficas de trayectorias más adelante.

También se incluye una ganancia de valor -1 antes de la salida al espacio de trabajo de *MATLAB* de la variable z para solucionar el problema del signo de la altitud expuesto en la sección de Control y de esta forma poder trabajar con altitudes positivas en el entorno de *MATLAB* sobre todo de cara a las representaciones gráficas.

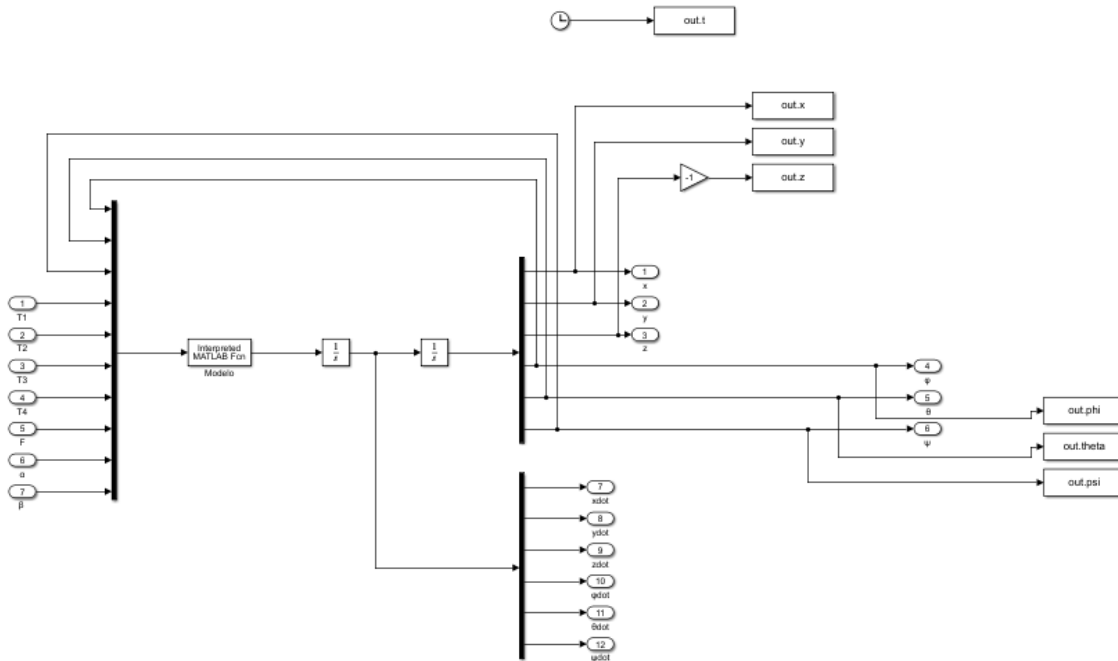


Figura 5.5 Diagrama completo del bloque Modelo.

5.2 Bloque de Control

En el bloque de Control se van a implementar las diferentes estructuras de control estudiadas en la correspondiente sección, de forma que el objetivo de este bloque es obtener las variables de control a partir de variables aportadas por los bloques Modelo y Autopiloto.

Siguiendo entonces lo visto en la sección de Control, este bloque contará con las siguientes entradas (ver figura 5.6):

- x : variable de posición del UAV en el eje X.
- x_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje X aportado por el autopiloto.
- θ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Y (pitch).
- $\dot{\theta}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Y (pitch).
- y : variable de posición del UAV en el eje Y.
- y_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje Y aportado por el autopiloto.

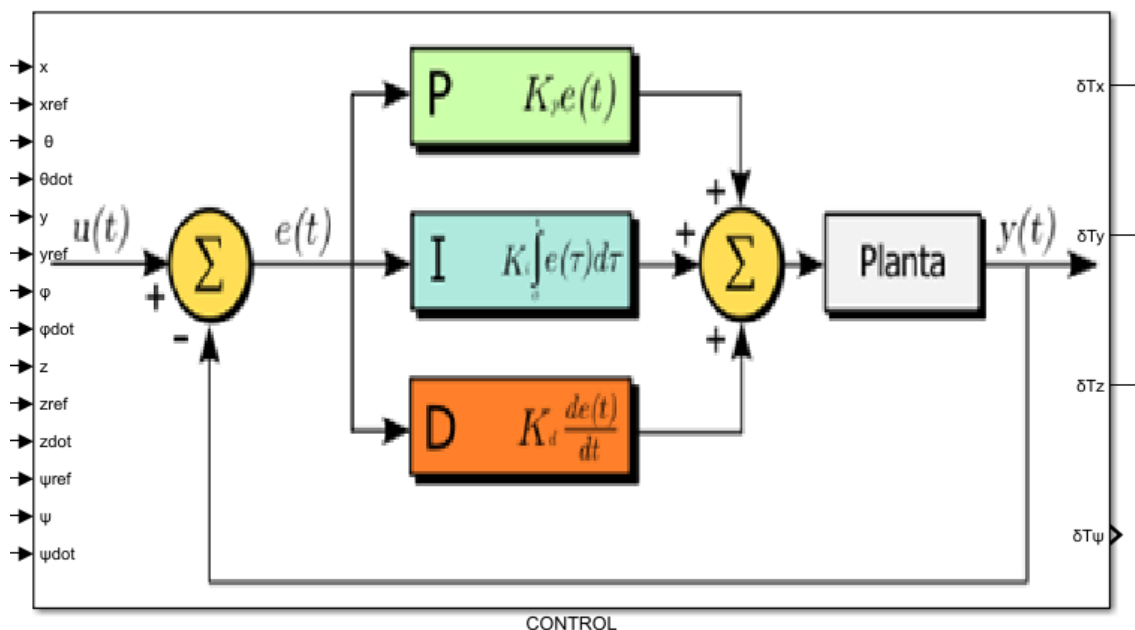


Figura 5.6 Bloque Control.

- ϕ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje X (roll).
- $\dot{\phi}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje X (roll).
- z : variable de posición del UAV en el eje Z.
- z_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje Z aportado por el autopiloto.
- \dot{z} : primera derivada de la variable de posición del UAV en el eje Z.
- ψ_{ref} : valor deseado de la variable de actitud del UAV en torno al eje Z aportado por el autopiloto (yaw).
- ψ : variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Z (yaw).
- $\dot{\psi}$: primera derivada de la variable del estado de la actitud del UAV en torno al eje Z (yaw).

Una vez se cuenta con todas estas variables de entrada en el bloque, se procede a reproducir las arquitecturas de control que se han determinado anteriormente en el entorno de *Simulink*. Así, siguiendo los esquemas de control que se han visto para la posición y que pueden verse en las figuras 4.1 y 4.2, se realizan los diagramas en *Simulink* tal y como se muestra en la figura 5.7.

De igual forma, se reproducen los esquemas de las figuras 4.3 y 4.4 tal y como se muestra en la figura 5.8.

Una vez se obtienen las correspondientes variables de control por medio de sus bucles de control, se dirigen como las salidas del bloque. Así, estas salidas son (ver figura 5.6):

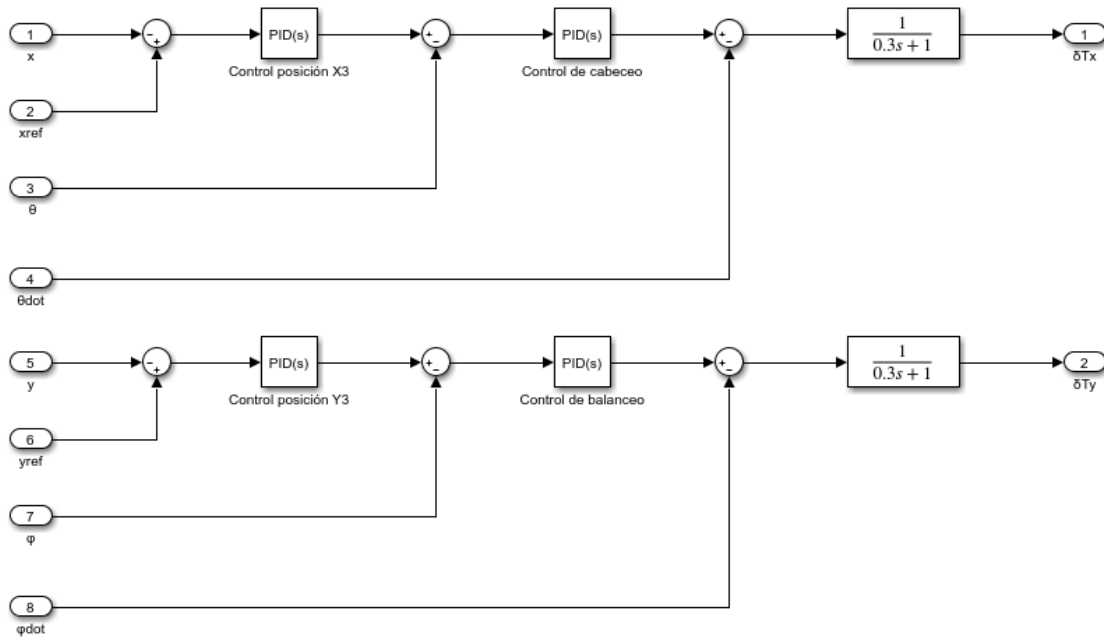


Figura 5.7 Diagrama del bloque de Control. Esquema de control de posición.

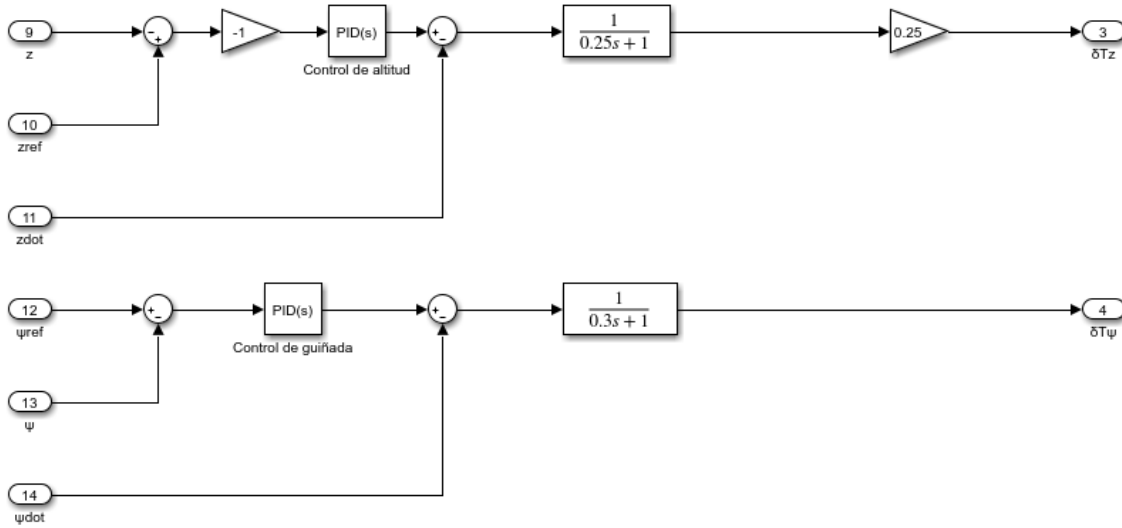


Figura 5.8 Diagrama del bloque de Control. Esquema de control altitud y actitud.

- δT_x : variable de actuación con el valor necesario de variación de empuje entre los motores 1 y 3 para producir movimientos en el eje X.
- δT_y : variable de actuación con el valor necesario de variación de empuje entre los motores 2 y 4 para producir movimientos en el eje Y.
- δT_z : variable de actuación con el valor de la variación de empuje necesario en cada uno de los motores para producir movimientos en el eje Z.
- δT_ψ : variable de actuación con el valor de la variación de empuje necesario en los motores para producir momentos en torno al eje Z.

Configuración de ψ_{ref}

A tener en cuenta que, en la práctica, la variable ψ_{ref} se tendrá fijada con valor nulo en todo momento ya que no va a ser necesario realizar giros en torno al eje Z para las simulaciones. Por tanto, este valor no será realmente proporcionado por el bloque Autopiloto si no que en su lugar será directamente proporcionado por un bloque de constante en *Simulink* de valor 0. Por lo que realmente no se actuará sobre esta variable si no que su control consistirá únicamente en mantenerla estable en su valor nulo, a tener en cuenta que puede sufrir perturbaciones debido a las variaciones del resto de variables por lo que el controlador realmente si estará actuando aunque únicamente para mantener el valor de ψ estable. Sin embargo, el sistema está preparado y diseñado para poder recibir valores de referencia en el ángulo de yaw, simplemente sería necesario configurar el autopiloto para que realizara también este cometido.

5.3 Bloque de Motores

En el bloque de Motores se van a implementar la expresiones deducidas en la sección de Control para el cálculo del empuje de cada motor en función de las variables de salida del bloque de Control. También tendrá la utilidad de aplicar la saturación a los motores para que nunca se les requiera entregar valores de empuje que se sitúen fuera de su rango de trabajo.

De esta forma, tenemos para el bloque Motores las entradas (ver figura 5.9):

- δT_x : variable de actuación con el valor necesario de variación de empuje entre los motores 1 y 3 para producir movimientos en el eje X.
- δT_y : variable de actuación con el valor necesario de variación de empuje entre los motores 2 y 4 para producir movimientos en el eje Y.
- δT_z : variable de actuación con el valor de la variación de empuje necesario en cada uno de los motores para producir movimientos en el eje Z.
- δT_ψ : variable de actuación con el valor de la variación de empuje necesario en los motores para producir momentos en torno al eje Z.

Una vez se tienen las variables de entrada, se suman o restan según las expresiones que se dedujeron anteriormente por medio de bloques de sumatorios como puede verse en la figura 5.10. Una vez se tiene el resultado de estas sumas, se hacen pasar por bloques de saturación con los valores de 9.81N para el límite inferior y 29.6262N para el límite superior. Estos valores corresponden con el 10% y el 90% del empuje que pueden entregar los motores respectivamente ya que se entiende que los multirrotores deben trabajar siempre en ese intervalo.

Una vez se obtienen los valores resultantes de los bloques de saturación, ya se tienen los valores de salida del bloque de Motores que son (ver figura 5.9):

- T_1 : empuje ejercido por el motor 1.
- T_2 : empuje ejercido por el motor 2.

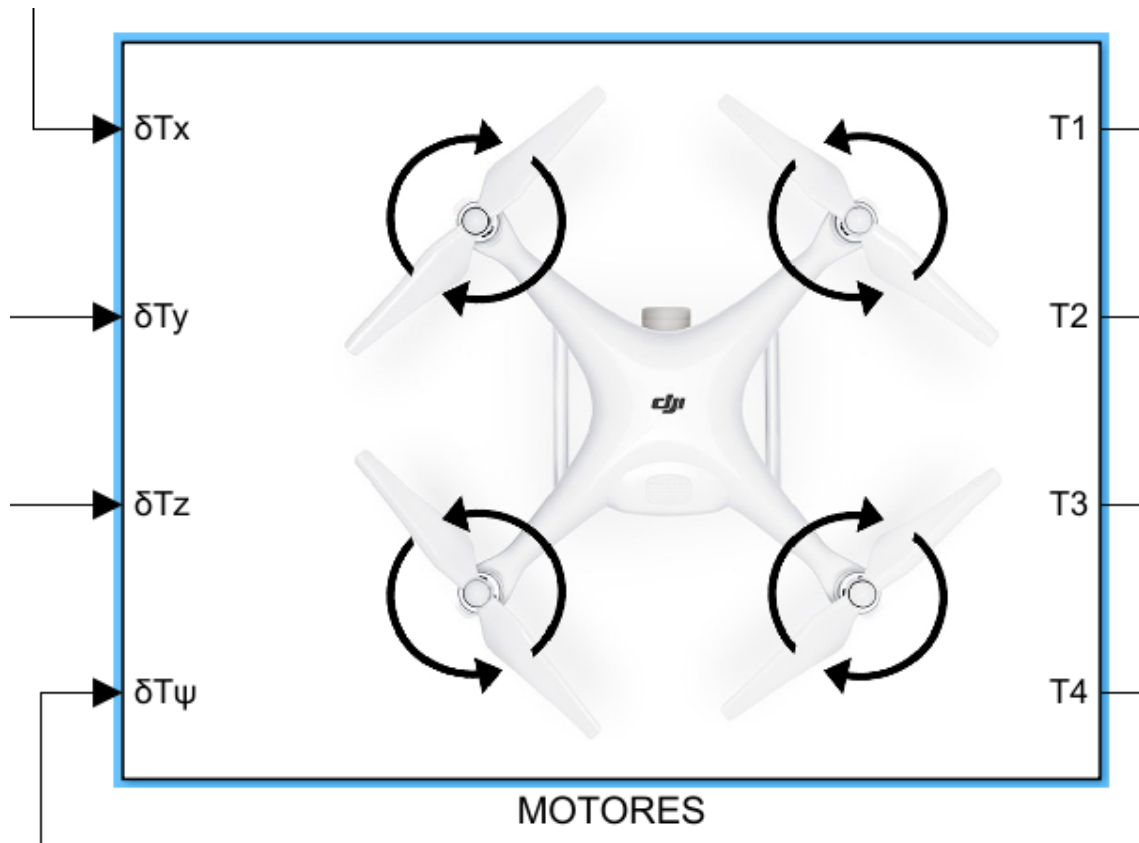


Figura 5.9 Bloque de Motores.

- T_3 : empuje ejercido por el motor 3.
- T_4 : empuje ejercido por el motor 4.

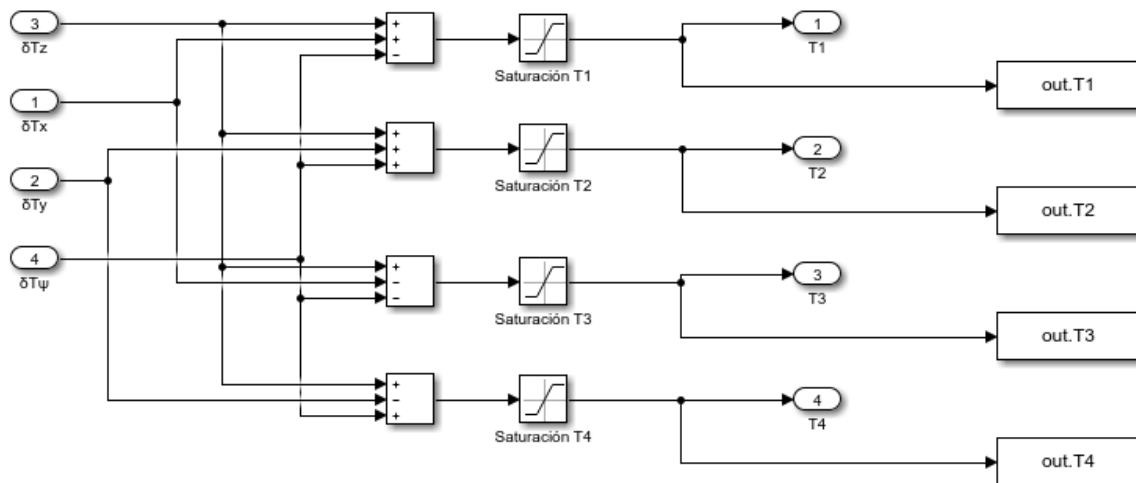


Figura 5.10 Diagrama del bloque de Motores.

Al igual que se hizo en el bloque de Modelo, se extraen las variables de salida al espacio de trabajo de *MATLAB* al considerarse que pueden ser de interés como variables de salida del sistema en general y así poder ser trabajadas y analizadas en el entorno *MATLAB*.

5.4 Robot terrestre

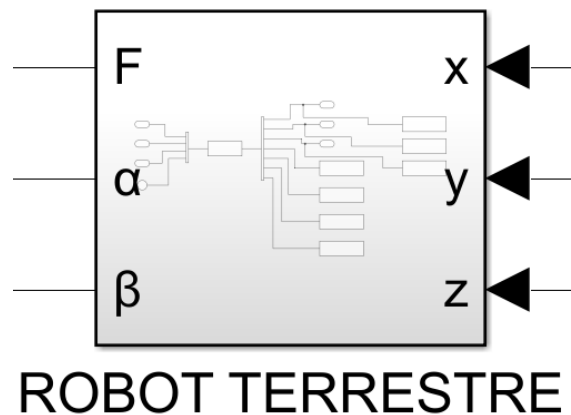


Figura 5.11 Bloque de Robot terrestre.

Sera necesario un bloque que simule la existencia del robot terrestre. Como ya se vio en la sección del modelo dinámico, la forma de interactuar del robot con el UAV es por medio de un cable. En términos matemáticos esto se traduce en tres variables que fueron incluidas en el modelo dinámico y que dependen del comportamiento del robot terrestre, estas son; el ángulo α , al ángulo β y el módulo de la fuerza de tracción del cable F .

Entonces, este bloque deberá de proporcionar al sistema dichas variables a partir de la posición del UAV y la del robot terrestre. La posición del UAV la proporciona la relación del bloque con el resto del sistema por lo que serán las entradas del bloque, mientras que la posición del robot terrestre debe proporcionarse dentro del funcionamiento del propio bloque.

Así, para este bloque se tienen las entradas (ver figura 5.11):

- x : variable de posición del UAV en el eje X.
- y : variable de posición del UAV en el eje Y.
- z : variable de posición del UAV en el eje Z.

Estas variables de entrada así como el tiempo de simulación que proporciona el correspondiente bloque de *Simulink* (ver figura 5.12) son enviadas como entradas mismamente a una función de *MATLAB*. Esta función, *Cable.m*, calculará los ángulos α y β y proporcionará el módulo de la fuerza de tracción.

De igual forma que en bloques anteriores, las variables de salida del bloque se envían al entorno de trabajo de *MATLAB*, además en este caso también se envían otras tres variables que determinan la posición del robot terrestre. Estas tres variables no son salidas del bloque ya que carecen de interés para el funcionamiento del sistema, sin embargo, si se consideran útiles para realizar simulaciones y para su análisis y estudio. También se realiza el mismo proceso con la variable que indica la distancia entre el UAV y el robot terrestre como puede

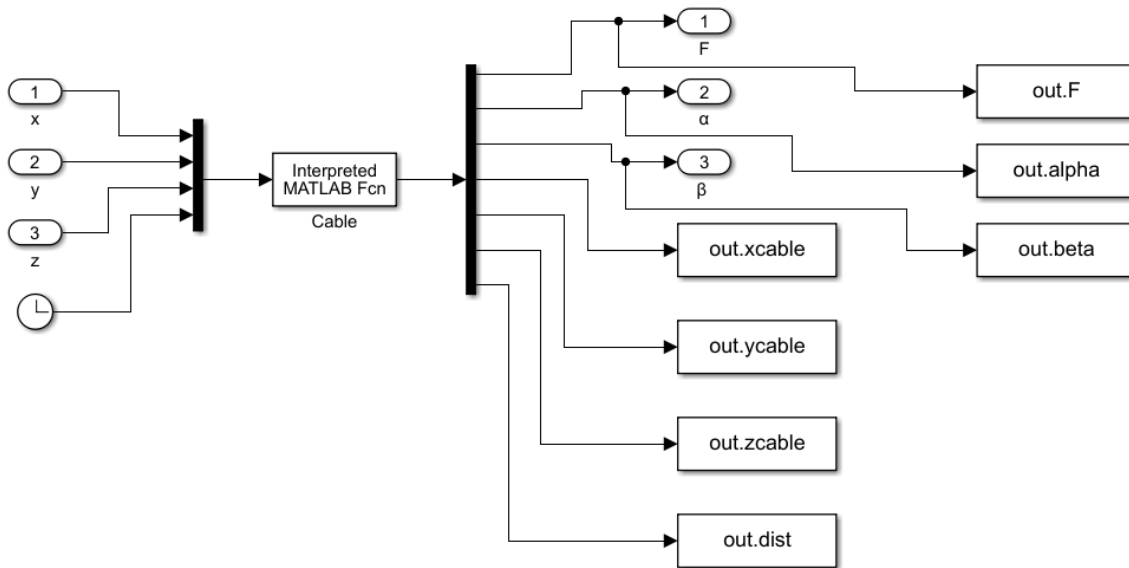


Figura 5.12 Diagrama del bloque Robot terrestre.

verse en la figura 5.12.

El funcionamiento detallado de la función *Cable.m* así como el método para calcular α y β se detallan en el código A.3.

Tras realizar todo el proceso, se tienen entonces la variables de salida (ver figura 5.11):

- F : módulo de la fuerza de tracción que el cable ejerce sobre el UAV.
- α : ángulo que forma el cable con el eje Z del sistema de referencia inercial ligado al UAV en el plano XZ.
- β : ángulo que forma el cable con el eje Z del sistema de referencia inercial ligado al UAV en el plano YZ.

5.5 Autopiloto

El ultimo bloque necesario para completar el sistema es el Autopiloto. Se ha visto que el control del multirroto hay que realizarlo necesariamente sobre valores de referencia que debe seguir. Es decir, el Autopiloto simplemente tendrá la función de calcular las posiciones que debe ir siguiendo el UAV para realizar una determinada trayectoria e ir entregándolas al sistema para que sean utilizadas como referencias en los bucles de control.

El bloque tendrá como entradas (ver figura 5.13):

- x : variable de posición del UAV en el eje X.
- y : variable de posición del UAV en el eje Y.
- z : variable de posición del UAV en el eje Z.

Se tienen estas entradas ya que la función de *MATLAB* encargada de generar las trayectorias podría hacer uso de ellas para realizar comparaciones entre la trayectoria y la

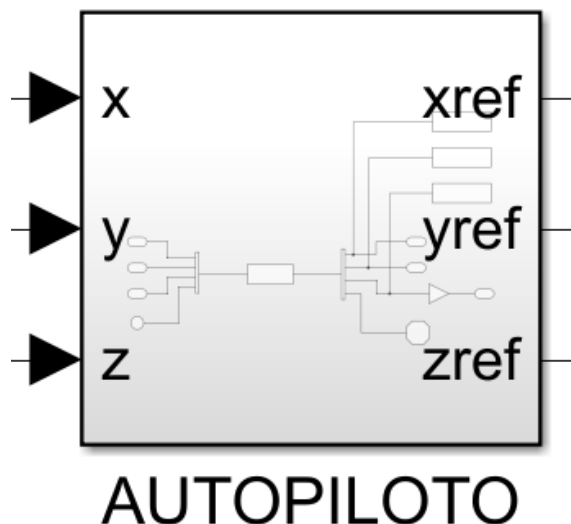


Figura 5.13 Bloque del Autopiloto.

posición del UAV y así estimar si se ha alcanzado o no la trayectoria deseada.

Dentro del mismo bloque también se dispone del tiempo de simulación que se proporciona a la función *Trayectoria.m*¹ encargada de dar los valores de referencia a seguir por el multirroto. El tiempo será necesario para implementar en *MATLAB* las ecuaciones de las trayectorias a seguir.

Una vez tenga todas las entradas, la función *Trayectoria.m* da los valores de referencia para las variables de posición del UAV según la trayectoria que se haya programado en el listado de la propia función. Estas salidas son también enviadas al entorno de trabajo de *MATLAB* como ya se hizo en bloques anteriores. La variable z se multiplica por -1 mediante un bloque de ganancia de *Simulink* ya que la función *Trayectoria.m* realiza el cálculo de la misma en valores positivos², sin embargo como ya se ha visto, el sistema trabaja con valores negativos de altitud y por ello se da la salida al sistema en valores negativos.

La cuarta salida de la función *Trayectoria.m* es una variable de señal o bandera que se envía a un bloque de *Stop* de *Simulink* (ver figura 5.14). El cometido de esto es detener la simulación en caso de que la función envíe esta variable en valor 1, en caso contrario el valor de esta variable será siempre 0 y la simulación continuará sucediendo. Esto se hace para dar la posibilidad al bloque de dar por finalizada la simulación si se considera que la misión se ha completado, por ejemplo, podemos realizar un vuelo de inspección de un túnel de 50m e indicar al sistema que detenga la simulación una vez se hayan recorrido los 50m de ida y los de vuelta. Es por este motivo que la función admite como entradas el estado actual de posición del UAV ya que podría ser necesario para dar por finalizada la simulación bien sea por comparación (la diferencia entre el estado actual y la referencia es mínima o inexistente) o bien sea por alcance (el estado actual de posición del UAV se

¹ La programación completa de la función esta detallada en el código A.4 del anexo

² La función *Trayectoria.m* calcula las referencia para la variable z (altitud) con valores positivos ya que se entiende que de esta forma es mas sencillo realizar la programación de las ecuaciones de trayectoria y se minimiza la posibilidad de cometer errores en el proceso de programación

encuentra dentro de los límites deseados). Para esto siempre se deben de establecer unas tolerancias según se requiera mayor o menor precisión, teniendo en cuenta que cuanto menor sea la tolerancia mas tiempo tardara el UAV en alcanzar la posición deseada.

Se tiene entonces para este bloque las salidas (ver figura 5.13):

- x_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje X.
- y_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje Y.
- z_{ref} : valor deseado de la variable de posición del UAV en el eje Z.

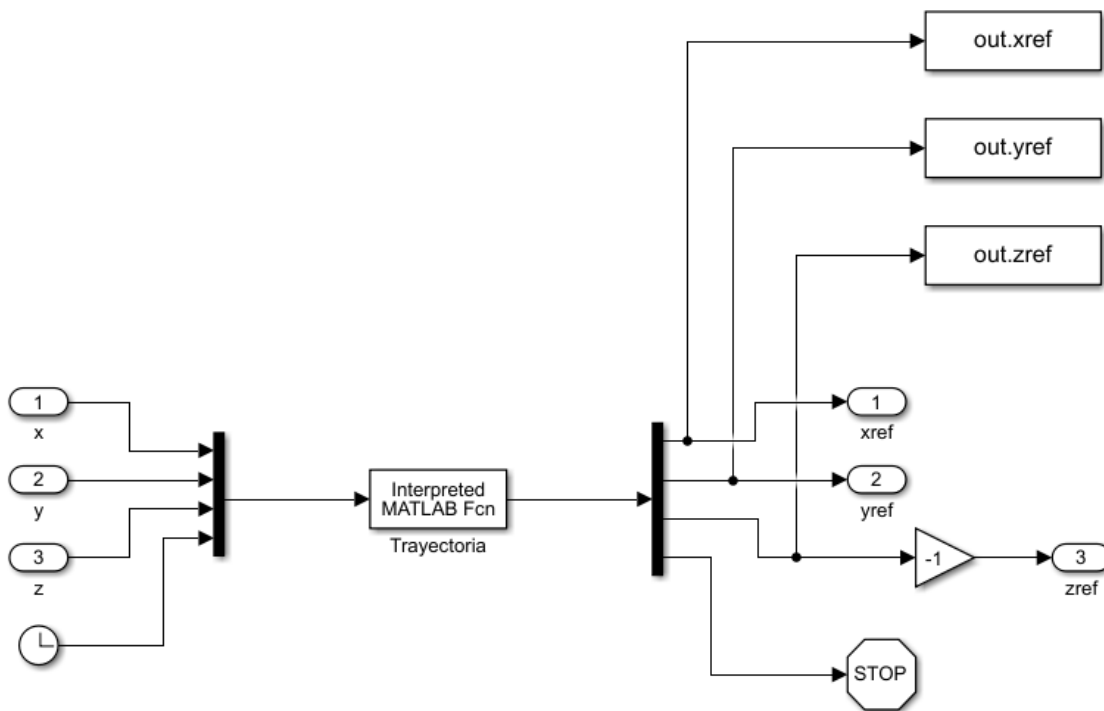


Figura 5.14 Diagrama del bloque del Autopiloto.

5.6 Sistema completo

Una vez se han creado todos estos bloques, solo queda ensamblarlos para tener el sistema completo implementado en *Simulink*. Para ello, simplemente se deben de seguir las indicaciones que se han determinado sobre las estradas en salidas que cada bloque posee y de esta forma conectar las salidas de los bloques con las entradas correspondientes de otros bloques de manera que la información se distribuya de la forma adecuada.

Entonces, se conectan todas las entradas y salidas y se obtiene el diagrama del sistema completo tal como se muestra en la figura 5.15 donde se diferencian los cinco bloques creados así como las relaciones que guardan entre ellos.

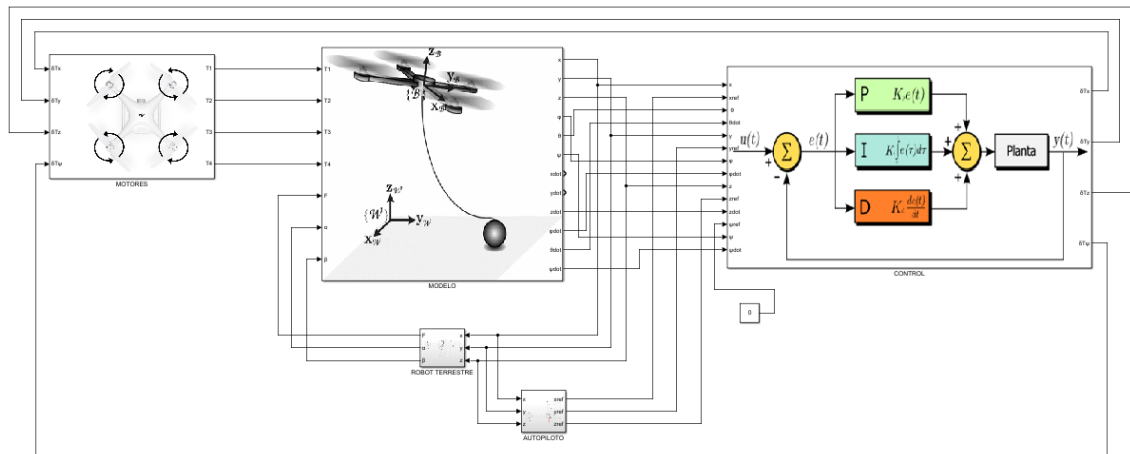


Figura 5.15 Diagrama del sistema completo.

6 Simulaciones

En este apartado se van a realizar simulaciones a partir del sistema creado anteriormente con el fin de observar el comportamiento del sistema de control creado durante este proyecto en diferentes situaciones. Se realizarán entonces trayectorias relacionadas a las posibles tareas que el multirroto podría cumplir.

Para llegar a realizar estas trayectorias se sigue un proceso de configuración de los controladores por medio de trayectorias mas sencillas hasta lograr una configuración óptima que permita realizar algunas trayectorias mas complejas como las que se muestran en este apartado. Por ejemplo, se realiza en primer lugar una trayectoria donde el UAV se desplace únicamente en el eje Z y así configurar el controlador de altitud, después se sigue el mismo proceso con las variables x e y para después comenzar a realizar trayectorias donde los controladores actúen conjuntamente. Cada vez que se van probando estas trayectorias se van ajustando los controladores PID del sistema hasta lograr que los cuatro controladores puedan trabajar conjuntamente.

6.1 Inspección de un túnel sin pendiente

La primera trayectoria que se va a realizar consiste en la inspección de un túnel sin pendiente de 100m de largo, 10m de altura y 10m de ancho. Al mismo tiempo que el UAV va realizando la inspección, el robot terrestre acompañará su movimiento desplazándose por el centro del suelo del túnel hasta recorrerlo completamente en un recorrido de ida y vuelta. Al mismo tiempo, el UAV también realizara el recorrido de ida y vuelta acercándose a la ida a uno de los lados del túnel y haciéndolo a la vuelta en el lado contrario.

Se considera adecuada una velocidad de $0.05m/s$ para realizar la inspección, a esta velocidad avanzara el UAV por uno de los lados del túnel hasta recorrer los 100m. Una vez llegue al final del túnel realiza un cambio de sentido mientras el robot terrestre permanece inmóvil al final del túnel. Con el cambio de sentido ya realizado, el UAV realiza ahora el recorrido de vuelta por el otro lado del túnel. Se considera que el UAV parte de la misma posición que el robot terrestre por lo que en un principio debe alcanzar la altura del túnel desde el suelo y desplazarse hasta el lateral del mismo ya que el robot terrestre parte del centro del túnel.

Todo este proceso puede verse de forma clara en la figura 6.1 donde se muestra el resultado de la simulación en 3 dimensiones por medio de la representación de las variables de salida del sistema en el entorno de trabajo de *MATLAB*. También pueden verse las expresiones matemáticas necesarias para seguir la trayectoria en programación de *MATLAB* en el código A.5 del apéndice.

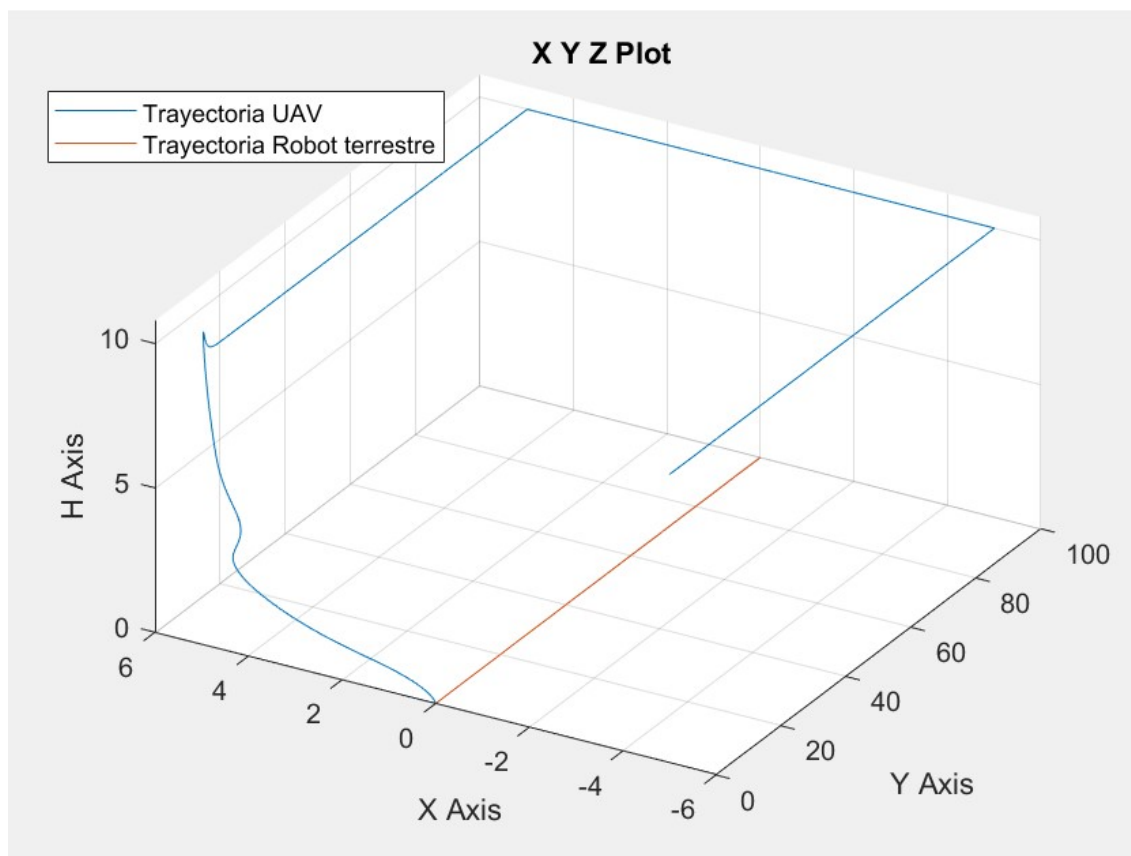


Figura 6.1 Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel sin pendiente.

6.2 Inspección de un túnel con pendiente

Ahora se realiza una simulación para una inspección de un túnel similar al anterior pero esta vez cuenta con una pendiente del 15% con el fin de comprobar el funcionamiento conjunto del controlador de altitud con el de posición.

Aunque en un entorno real es prácticamente imposible encontrar un túnel con una inclinación tan elevada, se prueba con este valor de pendiente para comprobar la capacidad que el UAV posee y como podría realizar la inspección para cualquier tipo de pendiente debido a la facilidad de maniobra que posee el vehículo por sus condiciones y por operar a velocidades bajas.

Al igual que anteriormente, el UAV se desplazara en el plano XY a una velocidad de $0.05m/s$ y además esta vez también lo hará a $0.0075m/s$ en el eje Z. Ascenderá en el

recorrido de ida y descenderá en el de vuelta. Así mismo el robot también recorrerá la pendiente del túnel desde su centro y por el suelo del mismo realizando también el recorrido de ida y el de vuelta como se hizo en la primera simulación. La implementación matemática de este recorrido programada en *MATLAB* puede verse en el código A.6 del apéndice.

El resultado de la simulación con la trayectoria completa seguida por el UAV puede verse en la figura 6.2.

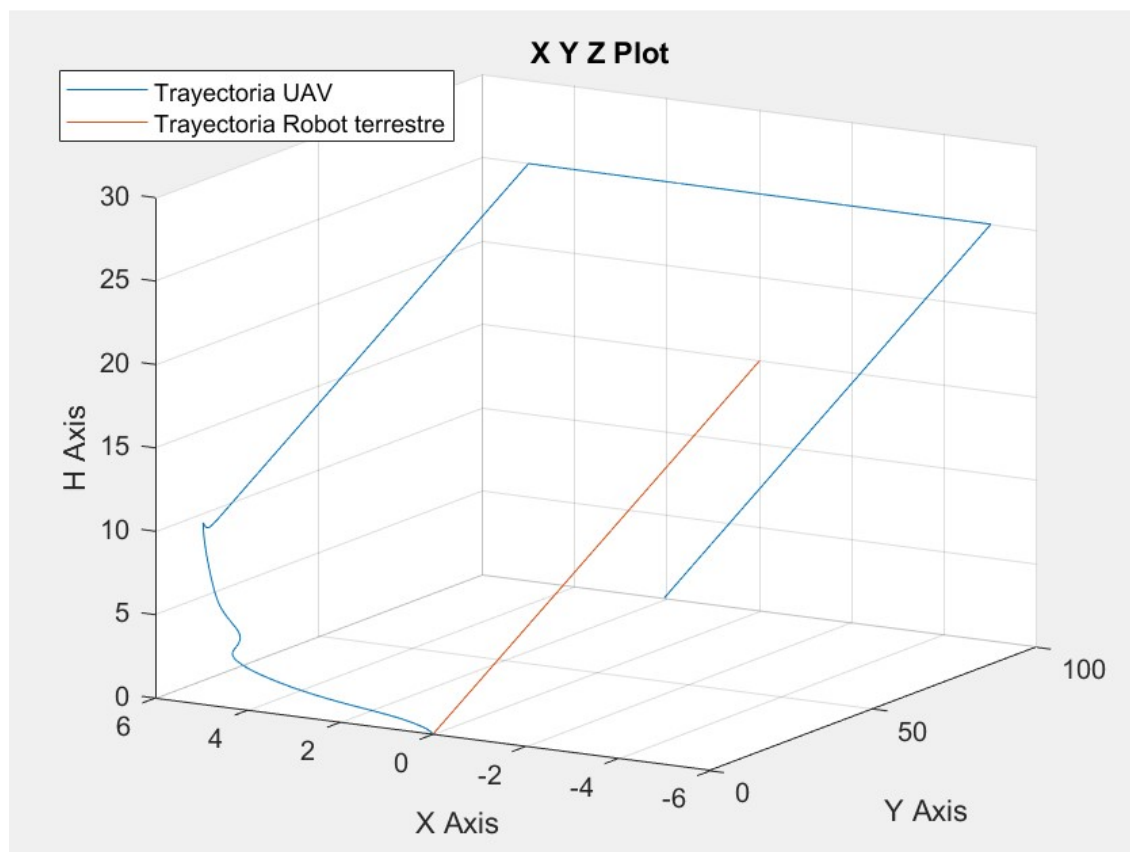


Figura 6.2 Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel con pendiente del 15%.

6.3 Inspección de un túnel con curvatura

En esta ocasión se vuelve a realizar la inspección de un túnel de características similares al anterior en cuanto a altura y ancho (10m para ambas condiciones). Sin embargo, ahora el túnel cuenta con 150m de largo en total divididos en tres tramos. Estos tramos corresponden a dos rectas de 50m y una curva de 50m de longitud que realiza un cambio de rumbo de 90° al recorrerla por completo. Para esta ocasión el túnel vuelve a ser plano y no cuenta con pendiente.

De nuevo, se realiza un recorrido de ida y vuelta para inspeccionar ambos lados del túnel haciéndolo el UAV por los laterales mientras que el robot terrestre acompaña por el centro del túnel en todo momento como se ha venido haciendo hasta ahora. En los tramos rectos el UAV avanza a $0.05m/s$ e igualmente así lo hace el robot terrestre. Para

el tramo de la curva la velocidad va variando al recorrerse simplemente por imposición del modelo matemático de ecuaciones que se sigue al implementar esta trayectoria (puede verse detallado en el código A.7). De esta forma se realiza la curva en un tiempo de 13 minutos aproximadamente tanto a la ida como a la vuelta¹ con un radio de $26,831m$ en la ida y $36,831m$ en la vuelta para el UAV y de $31,831m$ para el robot terrestre.

El resultado de la simulación donde se aprecia la curva seguida y el trayecto para inspeccionar el túnel completo puede verse en la figura 6.3.

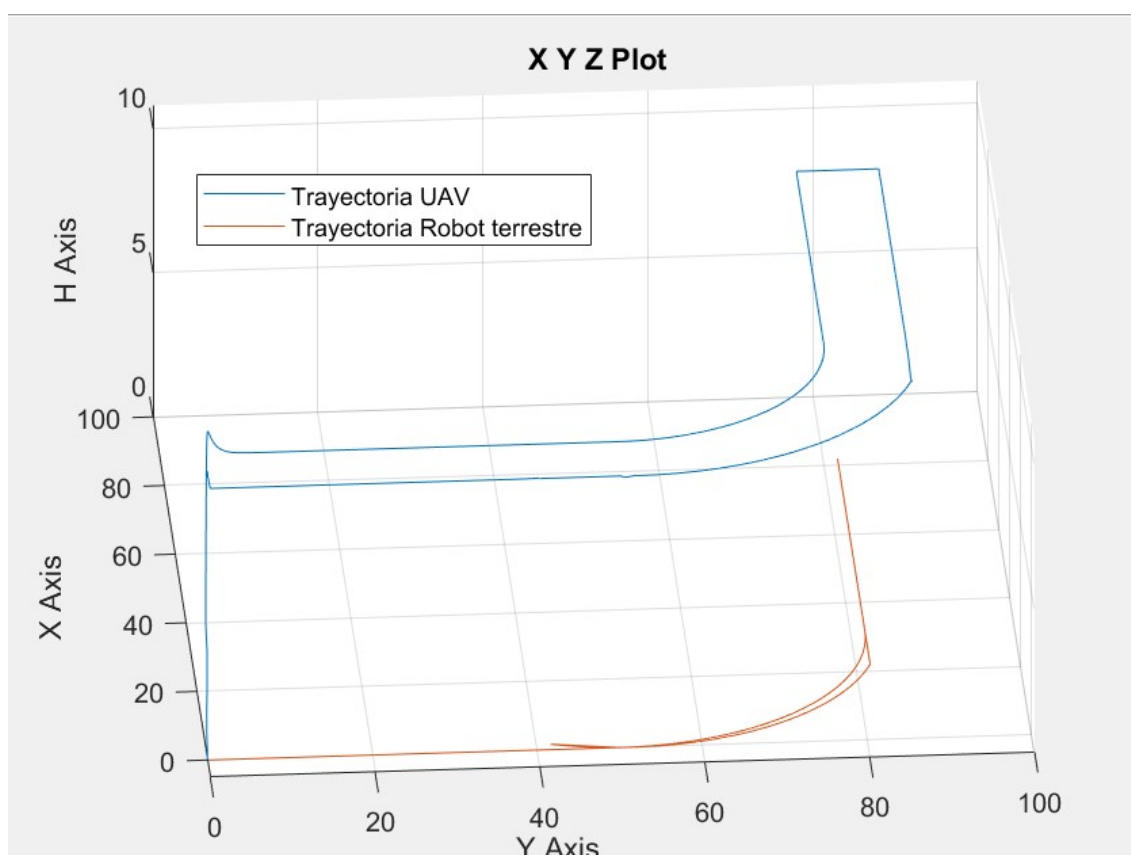


Figura 6.3 Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel con curvatura.

6.4 Barrido de un túnel de 100m

Para esta simulación se ha supuesto que el UAV tiene que inspeccionar un túnel de 100 m de longitud. Como la huella de la cámara es de $588 \times 392\text{ mm}$ se ha considerado que la cámara se va a posicionar de tal manera que barra la mayor anchura posible al avanzar, por lo tanto, la distancia entre dos pasadas continuas se va a establecer en 5.5 m para evitar errores. Otra suposición que se ha realizado es que el robot terrestre también se va a desplazar bajo el UAV a lo largo del túnel. Dado que el radio de giro del vehículo es mayor que el del UAV, se ha establecido una trayectoria distinta para cada una de las dos plataformas.

¹ Al ser el recorrido de ida mas corto que el de vuelta por realizase por el interior de la curva, las velocidades de avance del UAV a la ida y a la vuelta no son iguales.

En primer lugar se tiene un tramo de despegue hasta una altitud de 4 m, que durará 5 segundos. Esta subida se realizará con el robot terrestre parado y el UAV fijo en el plano xy .

Una vez que se ha alcanzado dicha altitud comienza la primera pasada de inspección, que constará de un tramo de ida, un giro y un tramo de vuelta. En la ida tanto el UAV como el robot terrestre se avanzan hacia delante (eje x) a una velocidad de 0.5 m/s, con la única diferencia de que el UAV lo realiza a 4 metros de altitud mientras que el robot terrestre está en tierra. Cuando ambos llegan al final del túnel comienza el giro. Se ha establecido para el UAV un radio de giro de 2.75 m, es decir, la mitad de la distancia entre dos pasadas consecutivas, y para el robot terrestre un radio de giro de 4.5 m. Como es evidente, el UAV solo tendrá que recorrer π radianes de esta circunferencia de giro, a diferencia del robot terrestre que tendrá que recorrer un ángulo de $\pi + 2 \cdot \arccos\left(\frac{R_{UAV}}{R_{GV}}\right)$. La velocidad de giro con la que ambos recorren la circunferencia está ajustada para que ambos lleguen al final al mismo tiempo. Finalmente, la vuelta se realiza igual que la ida, a una velocidad de 0.5 m/s.

Cuando se finaliza la primera pasada, se realiza otro giro igual que el anterior y comienza otra pasada de nuevo. Una vez concluida las dos pasadas, tanto el UAV como el robot terrestre permanecen quietos, dando lugar al descenso del UAV hasta aterrizar sobre la plataforma, lo cual ocurrirá tras 5 segundos de descenso.

Es necesario volver a mencionar que durante todo el vuelo, el robot terrestre se ha encargado de mantener el cable con una tensión determinada, aunque no se ha implementado ya que se escapa de los límites del presente trabajo. El hecho de que el robot terrestre vaya tirando del cable facilita en gran medida el aterrizaje.

Se puede apreciar como en los cambios de segmento existe una cierta oscilación en la altitud (ver figura 6.4). Sin embargo, la mayor de ellas, que es la que se da tras el despegue, es menor que el 4 %, por lo que entra dentro del rango admisible. La implementación de esta trayectoria en el entorno de *MATLAB* se muestra en el código A.8

6.4.1 Tramo inicial de subida

Tanto en esta trayectoria como en el resto, el UAV parte de la misma posición que el vehículo terrestre de apoyo. Es decir, parte del suelo pero debe alcanzar la altura del túnel. Se produce de esta forma un ascenso a gran velocidad comparada con la que se sigue en el resto de la simulación.

Esta gran velocidad se debe a que las referencias programadas en el autopiloto no incluyen este ascenso como puede verse en el apartado del depósito de trayectorias del anexo. Esto es, las ecuaciones que se implantan en el autopiloto parte con los valores iniciales de la altura del túnel para facilitar la programación de dichas expresiones matemáticas. Por tanto, el escalón de referencia con mayor valor que recibe el sistema en todas las simulaciones es el correspondiente a este tramo.

Se le da mas importancia a los resultados obtenidos en este tramo ya que debido a estas condiciones, resulta el tramo mas critico y donde podrían producirse fallos en el sistema

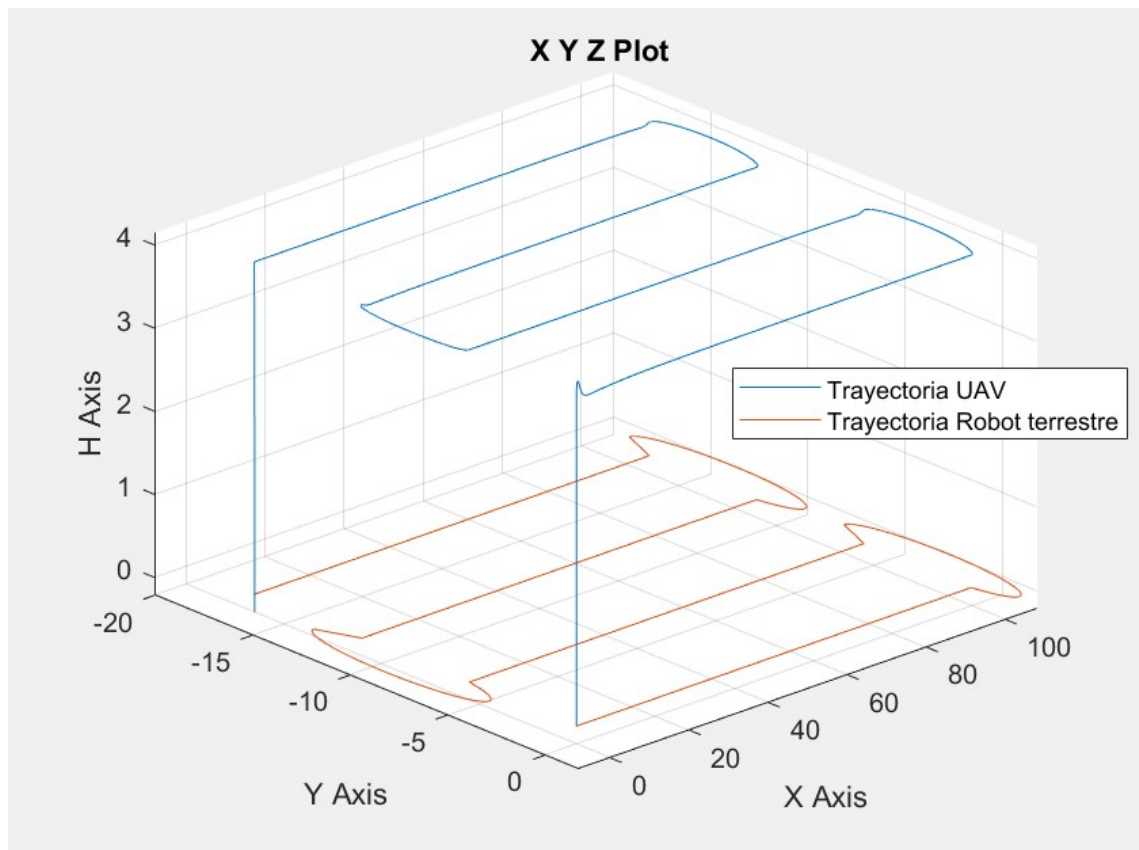


Figura 6.4 Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para el barrido de un túnel de 100m con desplazamiento del robot terrestre.

con mayor facilidad. Conviene entonces observar las sobreoscilaciones que se producen en los tramos de ascenso de todas las simulaciones. Ninguna de ellas es crítica para la funcionalidad del sistema por lo que se concluye que el sistema de control realizado es robusto antes grandes diferencias en la referencia como puede observarse en las figuras 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 y 6.9.

Para estudiar mejor el comportamiento del sistema en este tramo, se han extraído las variables de posición, actitud y empuje así como las variables asociadas al cable para la trayectoria. Se pueden observar en las figuras 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8.

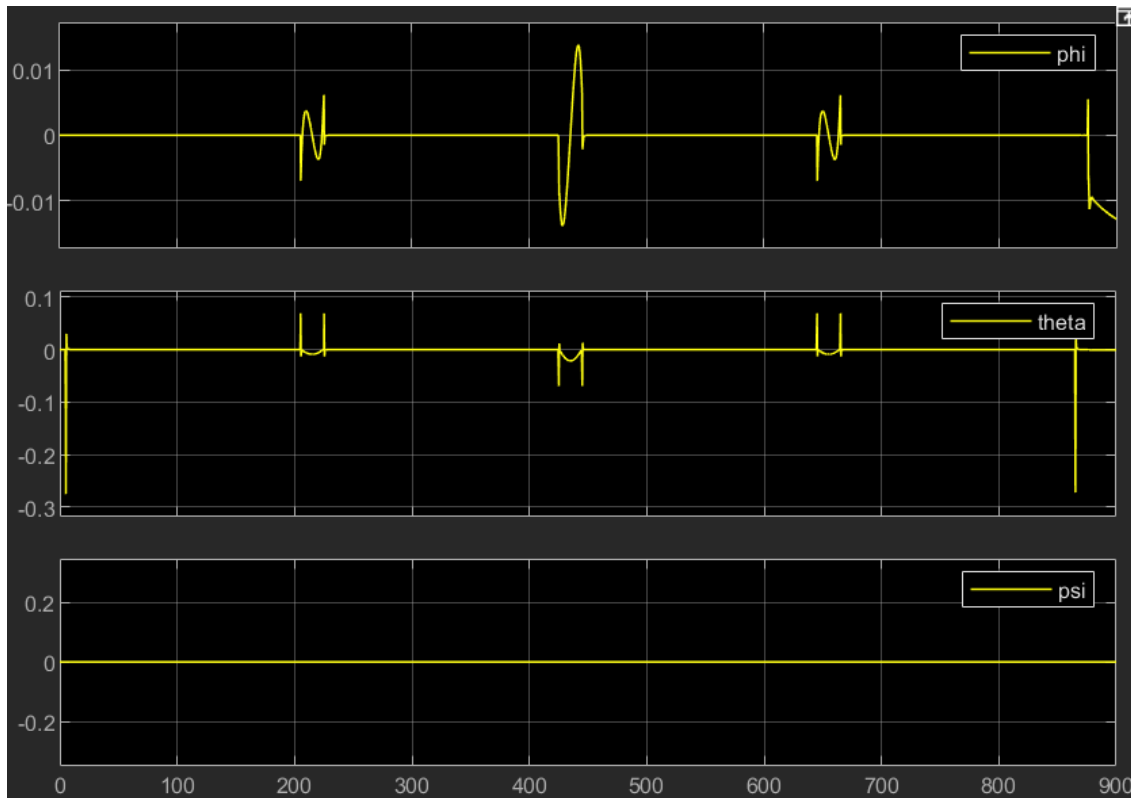


Figura 6.5 Actitud del UAV durante la trayectoria.

6.5 Barrido de un túnel de 100m con robot terrestre estático y curvatura en el túnel

Esta última trayectoria es más realista que la anterior aunque sigue con la misma idea, ya que ahora el robot terrestre va a permanecer fijo y se supone que la parte superior del túnel tiene cierta curvatura. En este caso, la trayectoria estará formada por nueve segmentos.

En primer lugar se realiza el despegue hasta los 4 m de altitud, igual que en la primera trayectoria. Después, el UAV se desplaza hasta el punto donde inicia la inspección. Este tramo se recorre a una velocidad de 1 m/s en el eje x y a 0.22 m/s en el eje y . El tramo de inspección se realizará de forma análoga a la primera trayectoria, es decir, se avanza en el eje x a una velocidad de 0.5 m/s, sin embargo, ahora solo se recorren 50 m.

Otra de las grandes diferencias respecto a la primera trayectoria es que al realizar el cambio de sentido para la siguiente pasada de inspección, ahora el UAV asciende hasta los 5 m para aproximarse al techo del túnel. Tras este cambio se realiza otra pasada de inspección y, al finalizar esta, se realiza un descenso hasta los 4 m y un cambio de dirección para poder realizar la tercera y última pasada de inspección.

Una vez inspeccionado todo el túnel, el UAV vuelve hasta el punto desde el que partió y aterriza sobre el robot terrestre. La trayectoria seguida se muestra en la figura 6.9. Todo el modelo matemático seguido para implementar esta trayectoria puede verse en el código A.9.

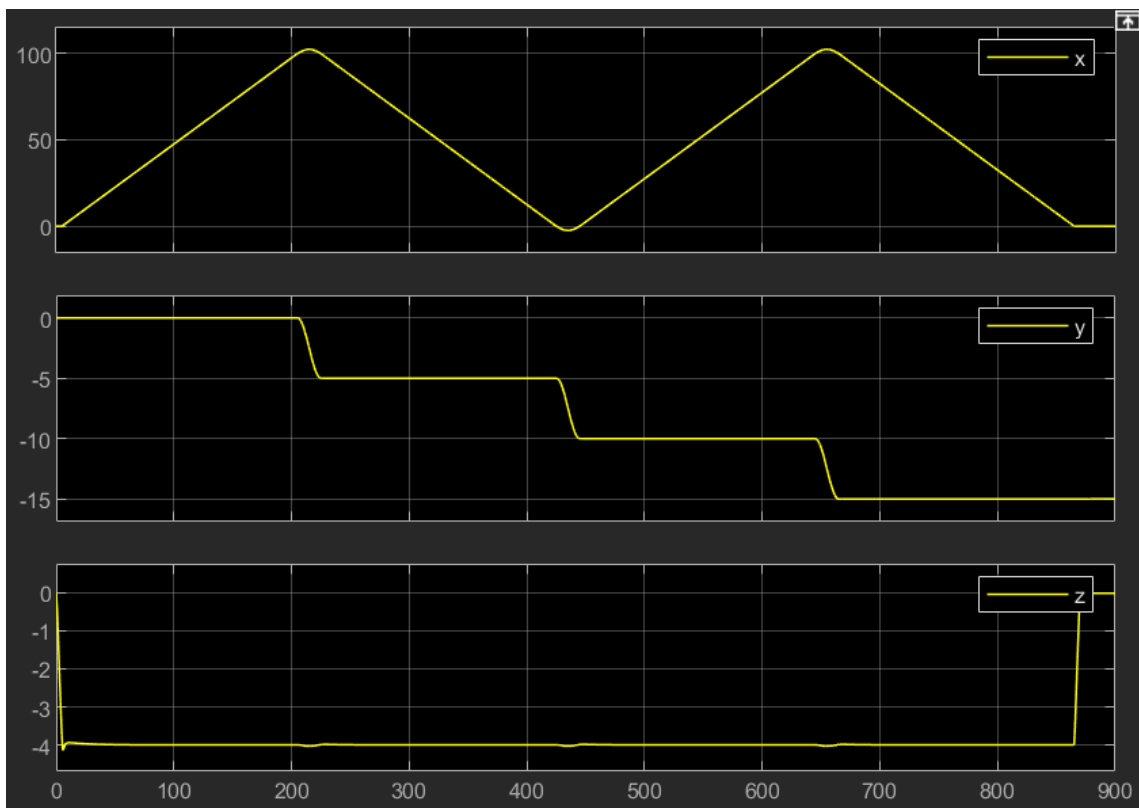


Figura 6.6 Posición del UAV durante la trayectoria.

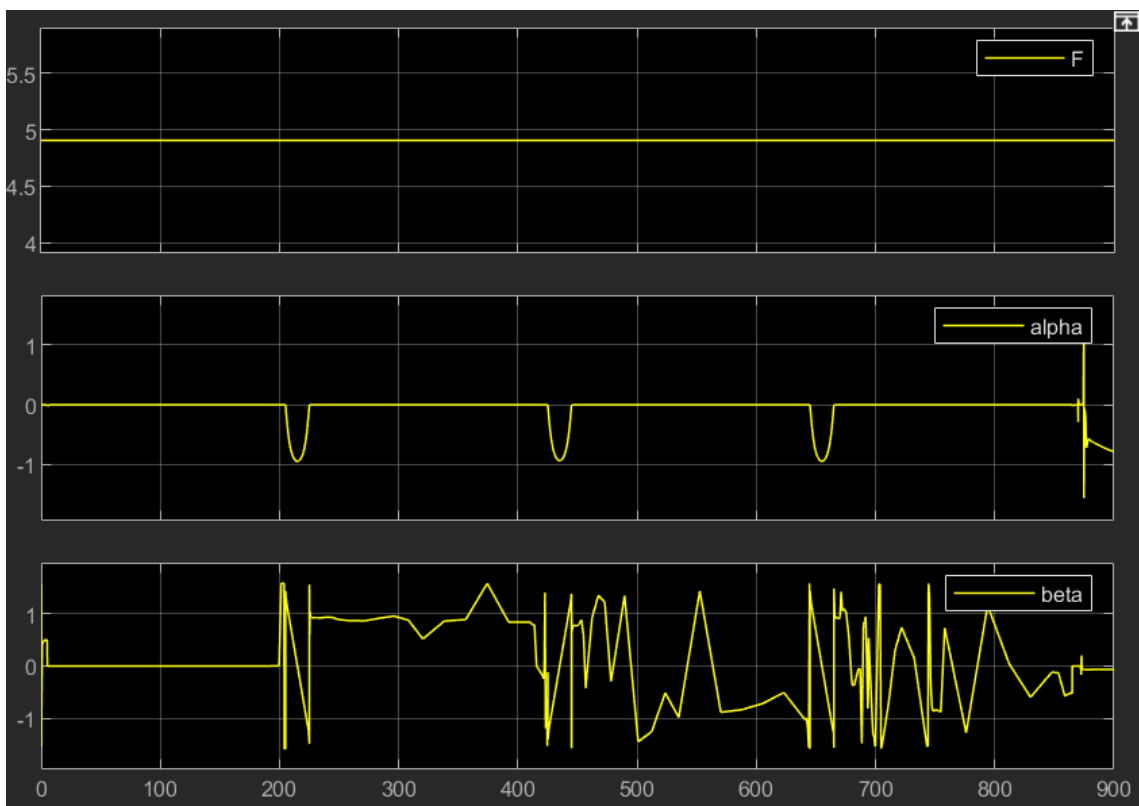


Figura 6.7 Variables del cable durante la trayectoria.

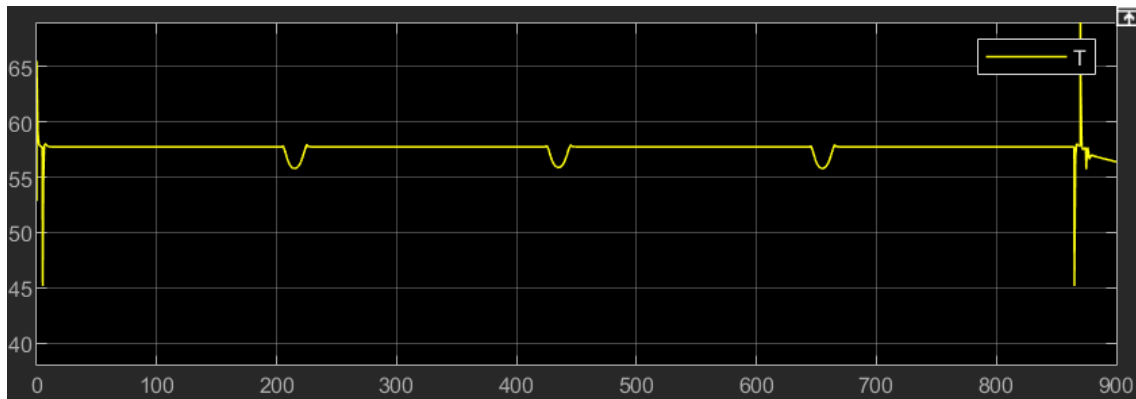


Figura 6.8 Empuje total durante la trayectoria.

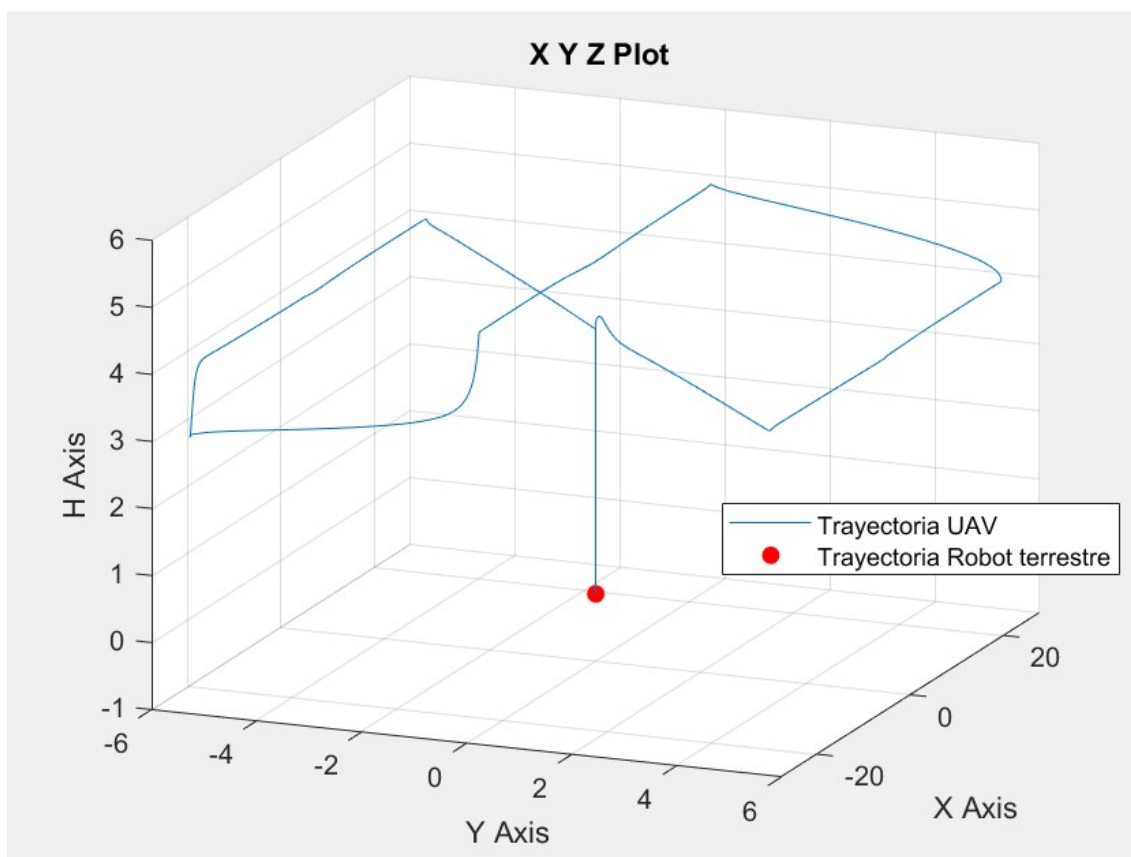


Figura 6.9 Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para el barrido de un túnel de 100m con el robot terrestre estático y curvatura en el túnel.

7 Conclusiones

En esta sección se van a extraer las conclusiones del proyecto realizado y se van a comentar los procesos o resultados mas significativos del mismo. También se van a proponer posibles extensiones al propio proyecto en materias que no se han estudiado a fondo en el mismo.

Es importante tener en cuenta en primer lugar que todos los resultados obtenidos están condicionados a las hipótesis que se plantearon en la sección del modelo dinámico. Casi todas ellas están justificadas por la naturaleza del proyecto, sus misiones y tareas, como se expuso en el propio apartado de las hipótesis. Sin embargo una de ellas, despreciar los efectos aerodinámicos, se podría considerar que tal vez si provocaría diferencias en ciertos escenarios entre la realidad y la simulación. Se despreciaron tanto las fuerzas aerodinámicas de resistencia, justificado por la baja velocidad de operación, como el viento. Si se desprecia el viento es lógico despreciar las fuerzas aerodinámicas, sin embargo, se debe tener en cuenta que en inspecciones de túneles pueden surgir fuerzas relacionadas con viento racheado que pueda aparecer en el túnel. Se podría ampliar este proyecto por medio de un estudio de la aparición de una fuerza de viento en el sistema probando a que esta vaya adquiriendo diferentes valores en una misma simulación para asemejarla a las rachas de viento que podrían darse.

Por otra parte, como se ha visto a lo largo del proyecto, el control se realizo por medio de las variaciones de empuje. Sin embargo, seria mas cercano a la realidad el realizar el control por medio de la intensidad siguiendo los visto en la sección de especificaciones. Ya que aunque este método de control ha sido estudiado y mencionado, exponiendo como se podría implantar en el sistema, no se ha realizado dicha implantación finalmente por lo que se podría estudiar como hacerlo y que efectos tiene en las simulaciones.

Una de las principales características del proyecto es la existencia de un vehículo no tripulado terrestre de apoyo. Este proyecto se centró en el comportamiento del UAV pero también podría estudiarse como diseñar y que características podría o debería de tener este vehículo de apoyo en tierra. Una de las principales ventajas de esta disposición es tener el cable de conexión el cual se utiliza para dar alimentación eléctrica al UAV, seria interesante estudiar mas a fondo esta conexión así como estudiar la situación de prescindir del vehículo terrestre de apoyo y colocar baterías en el UAV con el fin de comparar ambas situaciones y determinar cual es más eficiente teniendo en cuenta que la presencia del

cable no solo permite la alimentación eléctrica si no que también aumenta la estabilidad y permite aterrizajes en situaciones complejas de vientos cruzados.

La sección más significativa fue la simulaciones ya que en ella se puede ver el sistema completo en funcionamiento y la respuesta que genera ante diferentes situaciones. Se realizaron varias trayectorias relacionadas con las tareas que podría cumplir el vehículo aéreo no tripulado de este proyecto. Se vio como no se presentaba ningún inconveniente en realizarlas, no se observó ningún comportamiento extraño antes las trayectorias (fallo del sistema) ni tampoco se observaron comportamientos que pusieran el riesgo la funcionalidad del UAV o comprometieran el cumplimiento de las tareas (sobreoscilaciones elevadas). Se puede concluir por tanto en base a lo obtenido en la sección de simulaciones que el sistema que se realizó es correcto en base a las hipótesis y condiciones que se tomaron en cuenta y por tanto se tiene la prueba de que el proyecto se realizó con éxito.

Apéndice A

Códigos *MATLAB*

Aquí se muestran todos los códigos que han sido necesarios realizar a lo largo del proyecto.

A.1 Regresión en *MATLAB*

Para resolver el problema de la relación entre la intensidad y la velocidad angular, se propuso realizar una aproximación a partir de los datos que se mostraban en las especificaciones del multirroto en cuestión.

Se consideró una buena opción realizar esta aproximación por medio de un polinomio de grado 1, es decir, una recta de regresión a partir de los datos y haciendo uso del comando `polyfit` de *MATLAB*. Se realiza entonces el código A.1 donde se introducen los datos en los vectores `T` y `w`, una vez ejecutado se nos muestra la solución de aproximación polinómica en forma de recta de regresión tanto de forma analítica (valores de los términos del polinomio) como de forma gráfica.

Código A.1 Obtención de la recta de regresión a partir de una tabla de datos en *MATLAB*.

```
T=[1.410 1.920 2.380 2.790 3.020]*(9.81);
w=[4200 5000 5500 6100 6300]*((2*pi)/60);

for k=1:length(T)
    b(k)=T(k)/w(k)^2;
end
Ct=mean(b)

V=[145 241 326 418 488];
V=[22.5 22.5 22.5 22.5 22.5];
I=[6.4 11 14.6 19.1 22.5];
rend=0.85;
W=[145 241 326 418 488];
```

```

for k=1:length(V)
    d(k)=W(k)/w(k)^3;
end

Cd=mean(d)

w=[4200 5000 5500 6100 6300];
Cwi=polyfit(I,w,1);
t=[0:0.01:22.5];
val=polyval(Cwi,t);

plot(I,w,'o','LineWidth',1.5)
hold on
plot(t,val,'r','LineWidth',1.5)

xlabel('Intensidad (A)','FontSize',20)
ylabel('Vel. angular (RPM)','FontSize',20)
legend('Datos de mediciones','Polinomio de aproximación','FontSize',
    12,'Location','southeast')

```

A.2 Modelo.m

Para implementar las ecuaciones del modelo dinámico en *Simulink*, se vio como era necesario implementar una función de *MATLAB* en el bloque Modelo de forma que esta calculara las variables que determinan la dinámica del UAV a partir de dichas ecuaciones.

Seguidamente, se muestra en detalle el código creado para realizar esta función.

Código A.2 Función *Modelo.m*.

```

function out=Modelo(input)
%% Entradas
phi=input(1);
theta=input(2);
psi=input(3);
F=input(8);
alpha=input(9);
beta=input(10);

%% Parámetros
g=9.81;
L=0.32;

```

```

m=5.386;
Ix=0.124;
Iy=0.124;
Iz=0.145;
Ct=6.9146e-5; %Coeficiente de propulsión
Cd=1.6785e-6; %Coeficiente de resistencia

%% Empuje
T1=input(4);
T2=input(5);
T3=input(6);
T4=input(7);

T=T1+T2+T3+T4;

w1=sqrt(T1/Ct);
w2=sqrt(T2/Ct);
w3=sqrt(T3/Ct);
w4=sqrt(T4/Ct);

%% Modelo en plano XYZ

% Momentos
tau_phi=L*(T2-T4);
tau_theta=L*(T1-T3);
tau_psi=-(Cd*w1^2)+(Cd*w2^2)-(Cd*w3^2)+(Cd*w4^2);

% Dinámica
xdd=-(cos(psi)*sin(theta)*cos(phi)+sin(psi)*sin(phi))*(T/m)+sin(
    alpha)*(F/m);
ydd=-(sin(psi)*sin(theta)*cos(phi)+cos(psi)*sin(phi))*(T/m)+sin(
    beta)*(F/m);
zdd=g-cos(theta)*cos(phi)*(T/m)-cos(alpha)*(F/(m))-cos(beta)*(F/(m)
    );

% Actitud
phidd=tau_phi/Ix;
thetadd=tau_theta/Iy;
psidd=tau_psi/Iz;

out=[xdd,ydd,zdd,phidd,thetadd,psidd];

```

A.3 Cable.m

Para simular el comportamiento del robot terrestre fue necesaria la creación de un código de *MATLAB* que a partir de la posición del UAV y de la del robot terrestre proporcionara las variables matemáticas que determinaban la interacción del robot terrestre con el modelo dinámico del UAV. Entonces, se creó la función *Cable.m* de la cual se detalla aquí su listado y funcionamiento concreto. Para realizar simulaciones donde el robot terrestre realice movimientos, simplemente es necesario cambiar la parte del código relacionada a la posición del robot terrestre.

Para realizar el cálculo de los ángulos α y β se debe resolver un simple problema de trigonometría obteniéndose las expresiones:

$$\alpha = \operatorname{atan} \frac{x - x_{robot}}{z - z_{robot}} \quad (\text{A.1})$$

$$\beta = \operatorname{atan} \frac{y - y_{robot}}{z - z_{robot}} \quad (\text{A.2})$$

Código A.3 Función *Cable.m*.

```
function out=cable(input)
x=input(1);
y=input(2);
z=-input(3);
t=input(4);

%Posición del robot terrestre
xcable=0;
ycable=0;
zcable=0; %Z positiva

difx=x-xcable;
dify=y-ycable;
difz=z-zcable;

alpha=atan2(difx,difz+eps);
beta=atan2(dify,difz+eps);

dist=sqrt(difx^2+dify^2+difz^2); %Para establecer la fuerza del
cable como funcion de la distancia
```

```
F=(1/16.5)*dist;
F=3; %Establecer fuerza de tracción del cable

out=[F,alpha,beta,xcable,ycable,zcable,dist];
```

A.4 Trayectoria.m

Para el bloque del Autopiloto fue necesario realizar una función en *MATLAB* que tuviese la capacidad de dar valores de referencia para las variables de posición del UAV en función de la trayectoria que se desea seguir. Esta función, *Trayectoria.m* se detalla en este apartado mediante su código de programación.

Se muestra programada para uno de los ejemplos de trayectoria, para poder hacer que el UAV siga una trayectoria diferente solo debe de volver a programarse la parte del código que contiene la trayectoria e incluir la que se desea según los códigos de trayectorias que se indican mas adelante en este mismo anexo.

Código A.4 Función *Trayectoria.m*.

```
function out=Trayectoria(input)
%% Entradas
x=input(1);
y=input(2);
z=input(3);
t=input(4);

%% Trayectoria
%IDA

%Recta 1
xref=5;
yref=0.05*t;
zref=10;

%Curva
if t>1000
    w=1.5707963e-3;
    xref=(5+26.831)-26.831*sin(w*t);
    yref=50-26.831*cos(w*t);
end

%Recta 2
if t>2000
    yref=76.831;
    xref=(-100+31.831)+0.05*t;
```

```
end

%CAMBIO
if t>3000
    yref=(-150+76.831)+0.05*t;
    xref=81.831;
end

%VUELTA

%Recta 2
if t>3200
    yref=86.831;
    xref=(160+81.831)-0.05*t;
end

%Curva
if t>4200
    w=1.5707963e-3;
    xref=31.831-36.831*sin(w*t);
    yref=(-35.0284+86.831)+36.831*cos(w*t);
end

%Recta 1
if t>5000
    xref=-5;
    yref=(250+50)-0.05*t;
end

%Aterrizaje
if t>6000
    xref=0;
    yref=0;
end

if t>6200
    zref=0;
end

%% Detención
difx=xref-x;
dify=yref-y;
difz=zref-z;
if z>0.1
    stop=1;
else
```

```

    stop=0;
end

%% Salida
out=[xref,yref,zref,stop];

```

A.5 Deposito de trayectorias

Para realizar las diferentes simulaciones ha sido necesario programar en *MATLAB* las diferentes ecuaciones de las trayectorias que se han ido siguiendo. Para ello se realizan códigos que contengan estas ecuaciones y se implementan en el lugar correspondiente de la función *Trayectoria.m* tal y como se indica en el propio código de dicha función.

Aquí se muestran dichos códigos para cada una de las trayectorias seguidas.

Código A.5 Programación para la trayectoria del túnel sin pendiente.

```

% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% %                               TUNEL SIN PENDIENTE
% % % % Túnel 100m largo (10m altura 10m ancho) sin pendiente

% Recorrido de ida
% xref=5;
% yref=0.05*t;
% href=10;
% psiref=0;
%
%
% % Cambio de lado
% if t>2000
%     xref=(100+5)-0.05*t;
%     yref=100;
% end
%
% % Recorrido de vuelta
% if t>2200
%     xref=-5;
%     yref=(110+100)-0.05*t;
% end
%
% %-----ROBOT DE TIERRA-----
% xrob=0;
% yrob=0.05*t;
% zrob=0;

```

```

%
% % Cambio de lado
% if t>2000
%     yrob=100;
% end
%
%
% % Cambio de sentido
% if t>2200
%     yrob=(110+100)-0.05*t; %(2020*0.05)-velocidad (inicio en
%         estado actual de t*0.05+distancia
% end

```

Código A.6 Programación para la trayectoria del túnel con pendiente.

```

% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% %
% % TUNEL CON PENDIENTE
% % % % Túnel 100m largo (10m altura 10m ancho) pendiente 15%
%
% %-----UAV-----
%
% % Recorrido de ida
% xref=5;
% yref=0.05*t;
% href=10+0.0075*t;
% psiref=0;
%
% % Cambio de lado
% if t>2000
%     xref=(100+5)-0.05*t;
%     yref=100;
%     href=25;
% end
%
% % Recorrido de vuelta
% if t>2200
%     xref=-5;
%     yref=(110+100)-0.05*t;
%     href=(16.5+25)-0.0075*t;
% end
%
% %-----ROBOT DE TIERRA-----
% % Posición del robot terrestre
% xrob=0;
% yrob=0.05*t;

```



```

% zrob=0.0075*t;
%
% % Cambio de lado
% if t>2000
%     yrob=100;
%     zrob=15;
% end
%
%
% % Cambio de sentido
% if t>2200
%     yrob=(110+100)-0.05*t;
%     zrob=(16.5+15)-0.0075*t;
% end

```

Código A.7 Programación para la trayectoria del túnel con curvatura.

```

% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% %                               TUNEL CON CURVA
% % % Túnel con tres tramos de 50m(recta-curva-recta) sin
% % % pendiente.
% % % 10m de altura
%
%
% %-----UAV-----
% % IDA
%
% % Recta 1
% xref=5;
% yref=0.05*t;
% href=10;
% psiref=0;
%
% % Curva
% if t>1000
%     w=1.5707963e-3;
%     xref=(5+26.831)-26.831*sin(w*t);
%     yref=50-26.831*cos(w*t);
% end
%
% % Recta 2
% if t>2000
%     yref=76.831;
%     xref=(-100+31.831)+0.05*t;
% end

```

```
%  
% % CAMBIO  
% if t>3000  
%     yref=(-150+76.831)+0.05*t;  
%     xref=81.831;  
% end  
%  
% % VUELTA  
%  
% % Recta 2  
% if t>3200  
%     yref=86.831;  
%     xref=(160+81.831)-0.05*t;  
% end  
%  
% % Curva  
% if t>4200  
%     w=1.5707963e-3;  
%     xref=31.831-36.831*sin(w*t);  
%     yref=(-35.0284+86.831)+36.831*cos(w*t);  
% end  
%  
% % Recta 1  
% if t>5000  
%     xref=-5;  
%     yref=(250+50)-0.05*t;  
% end  
%  
% % Aterrizaje  
% if t>6000  
%     xref=0;  
%     yref=0;  
% end  
%  
% if t>6200  
%     href=0;  
% end  
%  
% %-----ROBOT TERRESTRE-----  
% % IDA  
%  
% % Recta 1  
% xrob=0;  
% yrob=0.05*t;  
% zrob=0;  
%  
% % Curva
```

```

% if t>1000
%   w=1.5707963e-3;
%   xrob=31.831-31.831*sin(w*t);
%   yrob=50-31.831*cos(w*t);
% end
%
% % Recta 2
% if t>2000
%   yrob=81.831;
%   xrob=(-100+31.831)+0.05*t;
% end
%
% % CAMBIO
% if t>3000
%   yrob=81.831;
%   xrob=81.831;
% end
%
% % VUELTA
%
% % Recta 2
% if t>3200
%   yrob=81.831;
%   xrob=(160+81.831)-0.05*t;
% end
%
% % Curva
% if t>4200
%   w=1.5707963e-3;
%   xrob=31.831-31.831*sin(w*t);
%   yrob=(-30.2731+81.831)+31.831*cos(w*t);
% end
%
% % Recta 1
% if t>5200
%   xrob=0;
%   yrob=(260+50)-0.05*t;
% end

```

Código A.8 Programación para la trayectoria de barrido de un túnel de 100m con desplazamiento del robot terrestre.

```

% %
% % % % % BARRIDO TUNEL CON ROBOT TERRESTRE
% % % % % Túnel de 100 metros de longitud con 4 pasadas

```

```
R_uav=5.5/2;
R_gv=4.5;

% Despegue
xref=0;
yref=0;
href=4/5*t;
psiref=0;

xrob=0;
yrob=0;
zrob=0;

% PASADA 1
% Ida
if t>5
    xref=0.5*(t-5);
    yref=0;
    href=4;
    psiref=0;

    xrob=0.5*(t-5);
    yrob=0;
    zrob=0;
end

% Giro
if t>205
    w_uav=pi/20;
    w_gv=(pi+acos(R_uav/R_gv))/20;
    xref=(100)+R_uav*sin(w_uav*(t-205));
    yref=(0-R_uav)+R_uav*cos(w_uav*(t-205));
    href=4;
    psiref=0;

    xrob=(100+sqrt(R_gv^2-R_uav^2))+R_gv*sin(w_gv*(t-205)-acos(
        R_uav/R_gv));
    yrob=(0-R_uav)+R_gv*cos(w_gv*(t-205)-acos(R_uav/R_gv));
    zrob=0;
end

% Vuelta
if t>225
    xref=100-0.5*(t-225);
    yref=-2*R_uav;
```

```

zref=4;
psiref=0;

xrob=100-0.5*(t-225);
yrob=-2*R_uav;
zrob=0;
end

% PASADA 2
% Giro
if t>425
    w_uav=pi/20;
    w_gv=(pi+acos(R_uav/R_gv))/20;
    xref=0-R_uav*sin(w_uav*(t-425));
    yref=(0-3*R_uav)+R_uav*cos(w_uav*(t-425));
    href=4;
    psiref=0;

    xrob=(0-sqrt(R_gv^2-R_uav^2))-R_gv*sin(w_gv*(t-425)-acos(R_uav/
        R_gv));
    yrob=(0-3*R_uav)+R_gv*cos(w_gv*(t-425)-acos(R_uav/R_gv));
    zrob=0;
end

% Ida
if t>445
    xref=0.5*(t-445);
    yref=-4*R_uav;
    href=4;
    psiref=0;

    xrob=0.5*(t-445);
    yrob=-4*R_uav;
    zrob=0;
end

% Giro
if t>645
    w_uav=pi/20;
    w_gv=(pi+acos(R_uav/R_gv))/20;
    xref=(100)+R_uav*sin(w_uav*(t-645));
    yref=(0-5*R_uav)+R_uav*cos(w_uav*(t-645));
    href=4;
    psiref=0;

```

```

xrob=(100+sqrt(R_gv^2-R_uav^2))+R_gv*sin(w_gv*(t-645)-acos(
    R_uav/R_gv));
yrob=(0-5*R_uav)+R_gv*cos(w_gv*(t-645)-acos(R_uav/R_gv));
zrob=0;
end

% Vuelta
if t>665
    xref=100-0.5*(t-665);
    yref=-6*R_uav;
    zref=4;
    psiref=0;

    xrob=100-0.5*(t-665);
    yrob=-6*R_uav;
    zrob=0;
end

% Aterrizaje
if t>865
    xref=0;
    yref=-6*R_uav;
    href=4-4/5*(t-865);
    psiref=0;

    xrob=0;
    yrob=-6*R_uav;
    zrob=0;
end

if t>870
    href=0;
end
end

```

Código A.9 Programación para la trayectoria de barrido de un túnel de 100m con robot terrestre estático y curvatura en el túnel.

```

% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% %                                     BARRIDO TUNEL
% % % % Túnel curvo de 50 metros de longitud con 3 pasadas y el GV
% % % % parado

% % Posición del robot terrestre en todo instante
% % xrob=0;
% % yrob=0;

```

```

% zrob=0;
%
% R_uav=5.5/2;
%
% % Despegue
% xref=0;
% yref=0;
% href=4/5*t;
% psiref=0;
%
% % Va al punto de partida
% if t>5
%     xref=-1*(t-5);
%     yref=2*R_uav/25*(t-5);
%     href=4;
%     psiref=0;
% end
%
% % 1ª pasada
% if t>30
%     xref=-25+0.5*(t-30);
%     yref=2*R_uav;
%     href=4;
%     psiref=0;
% end
%
% % 1 cambio de trayectoria
% if t>130
%     w_uav=pi/20;
%     xref=(25)+R_uav*sin(w_uav*(t-130));
%     yref=(0+R_uav)+R_uav*cos(w_uav*(t-130));
%     href=4+1/20*(t-130);%poner circ
%     psiref=0;
% end
%
%
% % 2ª pasada
% if t>150
%     xref=25-0.5*(t-150);
%     yref=0;
%     href=5;
%     psiref=0;
% end
%
% % 2º cambio de trayectoria
% if t>250
%     w_uav=pi/20;

```

```
% xref=-25-R_uav*sin(w_uav*(t-250));
% yref=(0-R_uav)+R_uav*cos(w_uav*(t-250));
% href=4-1/20*(t-250);%poner circ
% psiref=0;
% end
%
% % 3ª pasada
% if t>270
% xref=-25+0.5*(t-270);
% yref=-2*R_uav;
% href=4;
% psiref=0;
% end
%
% % Vuelta hacia el robot terrestre
% if t>370
% xref=25-1*(t-370);
% yref=-2*R_uav+2*R_uav/25*(t-370);
% href=4;
% psiref=0;
% end
%
% % Aterrizaje
% if t>395
% xref=0;
% yref=0;
% href=4-4/5*(t-395);
% psiref=0;
% end
%
% if t>400
% href=0;
% end
```


Índice de Figuras

1.1	Misil de crucero alemán V1. Fuente: [7]	3
1.2	QH-50 DASH aproximándose a un destructor durante una operación en el Mediterráneo en 1969. Fuente: [3]	3
1.3	Boeing YQM-94. Fuente: [4]	4
1.4	Predator desarrollado por General Atomics. Fuente: [7]	5
1.5	Tipología de los UAV	5
1.6	Predicciones para el mercado de los UAV en Europa realizadas en 2016. Fuente: [10]	6
2.1	Dimensiones del UAV. Fuente: [1]	10
2.2	T-Motor MN4014 KV400. Fuente: [5]	11
2.3	Hélices de fibra de carbono 16x5.4". Fuente: [5]	11
2.4	Especificaciones del motor T-Motor MN4014 KV400 . Fuente: [5]	12
2.5	Proceso para realizar la actuación por medio de la intensidad	14
2.6	Relación entre intensidad y velocidad angular	15
2.7	Vista del diseño CAD del UAV realizado en CATIA VR5	17
2.8	Acotado en planta del UAV	17
2.9	Perfil acotado del UAV	18
2.10	Medida de los momentos de inercia del UAV realizada con CATIA VR5	19
2.11	Medida de los momentos de inercia del UAV y modelo del UAV realizados con CATIA VR5	20
3.1	Configuración general del quadrotor. Fuente: [6]	22
3.2	Sistema de referencia topocéntrico	24
3.3	Sistemas de referencia; horizonte local(F_W) y cuerpo(F_B). Fuente: [11]	25
3.4	Sistema de referencia de ejes cuerpo	35
3.5	Ángulos de Euler	36
3.6	Ángulos α y β	37
3.7	Relación entre la fuerza F y la distancia d	38
4.1	Diagrama del bucle de control para la variable X	40
4.2	Diagrama del bucle de control para la variable Y	41
4.3	Diagrama del bucle de control para la variable Z	42
4.4	Diagrama del bucle de control para la variable ψ	44

5.1	Bloque Modelo	48
5.2	Entradas del bloque Modelo	49
5.3	Proceso de integración seguido en le bloque Modelo	49
5.4	Salidas del bloque Modelo	50
5.5	Diagrama completo del bloque Modelo	51
5.6	Bloque Control	52
5.7	Diagrama del bloque de Control. Esquema de control de posición	53
5.8	Diagrama del bloque de Control. Esquema de control altitud y actitud	53
5.9	Bloque de Motores	55
5.10	Diagrama del bloque de Motores	55
5.11	Bloque de Robot terrestre	56
5.12	Diagrama del bloque Robot terrestre	57
5.13	Bloque del Autopiloto	58
5.14	Diagrama del bloque del Autopiloto	59
5.15	Diagrama del sistema completo	60
6.1	Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel sin pendiente	62
6.2	Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel con pendiente del 15 %	63
6.3	Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para la inspección de un túnel con curvatura	64
6.4	Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para el barrido de un túnel de 100m con desplazamiento del robot terrestre	66
6.5	Actitud del UAV durante la trayectoria	67
6.6	Posición del UAV durante la trayectoria	68
6.7	Variables del cable durante la trayectoria	68
6.8	Empuje total durante la trayectoria	69
6.9	Resultado de la trayectoria seguida por el UAV para el barrido de un túnel de 100m con el robot terrestre estático y curvatura en el túnel	69

Índice de Tablas

2.1	Masa de los componentes. Fuente: [1]	10
-----	--------------------------------------	----

Índice de Códigos

A.1	Obtención de la recta de regresión a partir de una tabla de datos en MATLAB	73
A.2	Función <i>Modelo.m</i>	74
A.3	Función <i>Cable.m</i>	76
A.4	Función <i>Trayectoria.m</i>	77
A.5	Programación para la trayectoria del túnel sin pendiente	79
A.6	Programación para la trayectoria del túnel con pendiente	80
A.7	Programación para la trayectoria del túnel con curvatura	81
A.8	Programación para la trayectoria de barrido de un túnel de 100m con desplazamiento del robot terrestre	83
A.9	Programación para la trayectoria de barrido de un túnel de 100m con robot terrestre estático y curvatura en el túnel	86

Bibliografía

- [1] *Ficha técnica ttdrone.*
- [2] *Mathematical modelling and parameter identification of quadrotor.*
- [3] *Gyrodyne helicopter historical foundation, (2014).*
- [4] *Usaf museum, (2021).*
- [5] *Web dji españa, 2021.*
- [6] Guillermo Heredia Benot, *Vehículos aéreos no tripulados. multirotors, 2018-2019.*
- [7] A. Sánchez-Carmona A. Carrio J.L.Sanchez-López P. Campoy C. Cuerno-Rejado, L. García-Hernández, *Evolution of the unmanned aerial vehicules until present, (2016).*
- [8] Universidad de Sevilla Dpto. de Física Aplicada III, *Mecánica de la partícula y de los sistemas, momento cinético, 2016.*
- [9] Universidad de Sevilla Dpto. Física Aplicada III, ETSI, *Mecánica racional, gic, 2017-2018.*
- [10] Anibal Ollero, *Tema i: Introducción a los sistemas aéreos no tripulados, 2021.*
- [11] Aníbal Ollero and Guillermo Heredia, *Unmanned aerial vehicles and aerial robotics, (2021).*
- [12] Rafael Valenzuela, *Fundamentos de navegación aérea, Universidad de Sevilla.*