

Trabajo Fin de Grado

Grado Ingeniería Aeroespacial

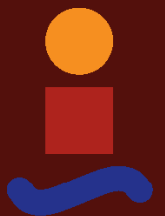
Modelado de consumo energético en vehículos aéreos no tripulados de ala rotatoria

Autor: Víctor Manuel Escobar Llori

Tutor: Aníbal Ollero Baturone

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Grado Ingeniería Aeroespacial

Modelado de consumo energético en vehículos aéreos no tripulados de ala rotatoria

Autor:

Víctor Manuel Escobar Llori

Tutor:

Aníbal Ollero Baturone

Catedrático

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Modelado de consumo energético en vehículos aéreos no tripulados de ala rotatoria

Autor: Víctor Manuel Escobar Llori

Tutor: Aníbal Ollero Baturone

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis padres y a mi familia por apoyarme en esta etapa de mi vida y por darme las fuerzas y energías necesarias en los momentos más críticos de este camino.

También un fuerte abrazo a Álvaro Caballero por su disposición y tiempo en resolver dudas y en guiarme en la realización de este documento.

Y, por último, gracias a todos los amigos que me han acompañado en esta etapa y me han apoyado a alcanzar mis objetivos.

*Víctor Manuel Escobar LLori
Sevilla, 2021*

Resumen

El objetivo de este trabajo consiste en modelar el consumo energético de un vehículo aéreo no tripulado (UAV) de tipo multicoptero y validar el modelo.

Se ha modelado los diferentes regímenes de vuelo como vuelo estacionario, vuelo de ascenso, vuelo de descenso, vuelo de avance, vuelo de avance ascensional y descensional para un multicoptero.

A partir de la teoría de helicópteros, se han usado el teorema de cantidad de movimiento, el teorema de elemento de pala para realizar un modelo de potencias. Como el modelo de potencias no nos aporta suficiente información sobre el consumo de una batería en un multicoptero, utilizando un modelo de intensidad, se ha realizado un modelo de consumo a partir de la potencia para encontrar una relación directa entre un régimen de vuelo y el consumo de una batería.

Abstract

The aim of this project is to make a model of energy consumption about an unmanned aerial vehicle (UAV) multicopter's type and validate this model.

This project has modelled the different flight regimes as hovering flight, axial climb and descent flight, forward flight, inclined forward flight.

Momentum Theory and Blade Element Momentum Theory have been used to achieve a power model from Helicopter's Theory. As the power model does not provide enough information for energy consumption of a battery in a multicopter, using a intensity model, a model of energy consumption has been derived in order to find a direct relation between flight regime and battery consumption.

Índice

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<i>Índice de Figuras</i>	IX
<i>Índice de Códigos</i>	XI
<i>Notación</i>	XIII
1 Introducción	1
1.1 Motivación y objetivos	1
1.2 Descripción de los contenidos	3
2 Modelos	5
2.1 Modelo de potencia Vuelo Estacionario	5
2.1.1 Potencia Inducida	5
2.1.2 Potencia de Forma de Rotor	8
2.1.3 Potencia Total	8
2.2 Modelo de potencia Vuelo Ascendente	9
2.2.1 Potencia Inducida	9
2.2.2 Potencia de Forma de Rotor	11
2.2.3 Potencia Ascensional	11
2.2.4 Potencia Total	11
2.3 Modelo de potencia Vuelo Descendente	12
2.3.1 Potencia Inducida	12
2.3.2 Potencia de Forma de Rotor	15
2.3.3 Potencia Descensional	15
2.3.4 Potencia Total	15
2.4 Modelo de potencia Vuelo de Avance	16
2.4.1 Potencia Inducida	17
2.4.2 Potencia de Forma de Rotor	18
2.4.3 Potencia Fuselaje	19
2.4.4 Potencia Total	21
2.5 Modelo de potencia Vuelo de Avance Ascensional	22
2.6 Modelo de potencia Vuelo de Avance Descensional	24

2.7	Modelo estimación intensidad provenientes de baterías	26
2.8	Modelo para la obtención de la autonomía	27
3	Resultados	29
3.1	Modelo potencia en vuelo estacionario	29
3.1.1	Validación del modelo de intensidad suministrada por baterías	29
3.1.2	Validación del modelo de consumo	35
3.2	Modelo potencia en vuelo de ascenso	38
3.2.1	Estimaciones basadas en el modelo de consumo	40
3.3	Modelo potencia en vuelo de descenso	43
3.3.1	Estimaciones basadas en el modelo de consumo	43
3.4	Modelo de potencia en vuelo de avance	46
3.4.1	Estimaciones basadas en el modelo de consumo	48
3.5	Modelo de potencia en vuelo de avance ascensional	51
3.5.1	Estimaciones basadas en el modelo de consumo	51
3.6	Modelo de potencia en vuelo de avance descensional	54
3.6.1	Estimaciones basadas en el modelo de consumo	55
4	Conclusión	59
Anexo		61
1	Cálculo del factor de corrección de potencia inducida	61
2	Atmósfera ISA	61
3	Estimación del Coeficiente de Resistencia de Rotor C_{d0}	62
4	Códigos Matlab	63

Índice de Figuras

1.1	Drone usado para combatir incendios	1
1.2	Aerox FADA-CATEC inspeccionando un tanque en una refinería	2
1.3	DJI Inspire 2 usado en una escena cinematográfica	2
1.4	DJI Matrice 600 Pro	3
2.1	Volumen de control en vuelo estacionario, imagen extraída [7]	6
2.2	Volumen de control en vuelo ascensional, imagen extraída en [7]	9
2.3	Velocidad Inducida como función de la velocidad de ascenso o descenso basada en la teoría de cantidad de movimiento, imagen extraída en [1]	12
2.4	Volumen de control en vuelo descendional, imagen extraída en [7]	13
2.5	Fuerzas en el rotor en vuelo de avance	16
2.6	Volumen Control para vuelo de avance, imagen extraída en [7]	17
2.7	Aproximación coeficiente potencia de rotor, imagen extraída en [1]	19
2.8	Área equivalente mojada respecto al peso de helicópteros, imagen extraída de [1]	20
2.9	Fuerzas en el rotor vuelo de avance ascensional	22
2.10	Fuerzas en el rotor vuelo de avance descendional	24
2.11	Curva de descarga para una batería de 1S, 1700 mAh, 35 C, imagen extraída de [6]	28
3.1	Rotor Antigravity 5006 KV300	30
3.2	Especificaciones rotor Antigravity 5006 KV300	30
3.3	Rendimiento frente empuje para Antigravity 5006 KV300	31
3.4	Representación empuje frente intensidad para Antigravity 5006 KV300	31
3.5	Potencia respecto número de rotores para multicoptero de 5.1 kilogramos	32
3.6	Cuerda DJI 2170 para E2000	33
3.7	Rotor E2000	33
3.8	Gráfica Especificaciones E2000, Imagen Extraída de [4]	34
3.9	Rendimiento frente empuje para rotor E2000	34
3.10	Representación empuje frente intensidad para rotor E2000	35
3.11	Velocidad de giro frente al empuje para rotor E2000 y $T_r = 15.15 N$, gráfica extraída a partir de los datos de [4]	36
3.12	Autonomía respecto peso para DJI Matrice 600 Pro con baterías <i>TB47S</i>	37
3.13	Autonomía respecto peso para DJI Matrice 600 Pro con baterías <i>TB48S</i>	38
3.14	Autonomía Multirrotor Matrice 600 Pro	38
3.15	Potencias respecto velocidad para una altitud $H=0$ m	39

3.16	Potencia total respecto velocidad de subida para varias altitudes	39
3.17	Capacidad consumida respecto incremento de altura para altitud $H = 0 \text{ m}$	40
3.18	Velocidad de subida frente a la intensidad y frente al tiempo para subir un incremento de altura $\Delta h = 100 \text{ m}$ a una altitud $H = 0 \text{ m}$	41
3.19	Capacidad consumida respecto incremento de altura para varias altitudes y velocidad de subida de 5 m/s	41
3.20	Capacidad consumida respecto velocidad de subida para varias altitudes para subir un incremento de altura $\Delta h = 100 \text{ m}$	42
3.21	Capacidad consumida respecto velocidad de subida para varios pesos con altitud $H = 7 \text{ m}$	42
3.22	Potencias respecto velocidad de descenso para una altitud $H=100 \text{ m}$	43
3.23	Potencia total frente velocidad de descenso para varias altitudes	44
3.24	Potencia total respecto velocidad de descenso para varios pesos	44
3.25	Capacidad consumida respecto a incremento de altura para varias velocidades de descenso	45
3.26	Velocidad de descenso respecto capacidad consumida para varias altitudes y incremento de altura $\Delta h = 100 \text{ m}$	45
3.27	Porcentaje batería disponible respecto velocidad de descenso para varias alturas suponiendo que el suelo es la cota $H=0 \text{ m}$	46
3.28	α respecto velocidad de avance para DJI Matrice 600 Pro	47
3.29	Potencias respecto velocidad de avance para altitud $H = 0 \text{ m}$	47
3.30	Potencia total respecto velocidad de avance para varias altitudes	48
3.31	Capacidad consumida respecto velocidad para varias distancias horizontales para una altitud $H = 50 \text{ m}$	49
3.32	Capacidad consumida respecto velocidad para varias altitudes para lograr una distancia horizontal $d = 5000 \text{ m}$	49
3.33	Autonomía respecto Velocidad para varias altitudes	50
3.34	Distancia respecto velocidad para varias altitudes	50
3.35	Autonomía respecto velocidad para varios pesos de multicopteros	51
3.36	Velocidades de subida y de avance para el multicoptero DJI Matrice 600 Pro	52
3.37	Potencias respecto velocidad para la altitud $H=0 \text{ m}$ y ángulo de subida $\gamma = 5^\circ$	52
3.38	Potencia total respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y altitud $H=0 \text{ m}$	53
3.39	Consumo respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y $\Delta h = 100 \text{ m}$	53
3.40	Consumo respecto incremento de altura Δh para varias velocidades y $\gamma = 5^\circ$	54
3.41	Capacidad consumida respecto incremento de altura Δh para varias altitudes y $\gamma = 5^\circ$	54
3.42	Velocidades de descenso y de avance para el multicoptero DJI Matrice 600 Pro	55
3.43	Potencias respecto velocidad para la altitud $H=120 \text{ m}$ y ángulo de descenso $\gamma = -5^\circ$	56
3.44	Potencia total respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y altitud $H=120 \text{ m}$	56
3.45	Consumo respecto velocidad para varios ángulos de descenso γ y $\Delta h = -100 \text{ m}$	57
3.46	Consumo respecto incremento de altura Δh para varias velocidades y $\gamma = -5^\circ$	57
1	Comparación de las predicciones hechas por un rotor real con la ecuaciones de la teoría de cantidad de movimiento, imagen extraída en [1]	61
2	$C_d-\alpha$ para un $VR - 12$, imagen extraída en [8]	62
3	$C_d-\alpha$ para un $NACA 0012$, imagen extraída en [8]	63

Índice de Códigos

4.1	Vuelo estacionario	63
4.2	Vuelo ascenso	64
4.3	Vuelo descenso	65
4.4	Vuelo de avance	67
4.5	Vuelo de avance funcion fun	69
4.6	Vuelo de avance ascensional	69
4.7	Vuelo de avance descensional	71

Notación

A	Área barrida por los rotores
A_{∞}	Área plano in vena contracta o plano ∞
A_0	Área en el plano 0
c_{ue}	Cuerda del perfil de las palas
C_{P0}	Coefficiente de potencia de forma de rotor
C_{PP}	Coefficiente de potencia de fuselaje
S_{ref}	Superficie de referencia
C_{Df}	Coefficiente de resistencia de fuselaje
C_{d0}	Coefficiente de resistencia de las palas
c	Capacidad total de las baterías
c_s/c_T	Porcentaje de capacidad consumida en vuelo de subida
c_b/c_T	Porcentaje de capacidad consumida en vuelo de bajada
c_f/c_T	Porcentaje de capacidad consumida en vuelo de avance
c_{fa}/c_T	Porcentaje de capacidad consumida en vuelo de avance ascensional
c_{fd}/c_T	Porcentaje de capacidad consumida en vuelo de avance descendencial
c_{ba}	Capacidad de una batería
D_f	Resistencia de fuselaje
$d\vec{A}$	Superficie donde se aplica el volumen de control
f	Área equivalente mojada
H	Altitud
Δh	Incremento de altura
I	Intensidad baterías
K	Coefficiente de potencia de rotor
M_s	Margen de seguridad baterías
\dot{m}	Gasto Másico
M	Masa del multicoptero
n	Número de rotores
N_b	Número de palas
n_{ba}	Número de baterías
P_i	Potencia inducida ideal de un rotor
P_{iT}	Potencia inducida corregido total

P_0	Potencia de forma o de rotor
P_P	Potencia de fuselaje o parásita
P_T	Potencia Total
P_{asc}	Potencia Ascensional
P_{des}	Potencia Descensional
P_h	Potencia inducida en vuelo estacionario
P_e	Potencia eléctrica
R	Radio del rotor
T	Empuje total de un multicoptero
T_r	Empuje del rotor de un multicoptero
t	Autonomía multicoptero
U	Resultante de velocidad en el disco
\vec{v}	Velocidad Local
v_i	Velocidad inducida
v_h	Velocidad inducida en vuelo estacionario
V_c	Velocidad de ascenso o subida
V_d	Velocidad de descenso o bajada
V_a	Velocidad de avance
V_∞	Velocidad relativa
V	Tensión baterías
W	Peso del multicoptero
w	Velocidad en el plano in vena contracta
α	Ángulo de ataque rotor
γ	Ángulo de subida o de bajada
η	Coefficiente de pérdidas de potencia
κ	Factor de corrección de potencia inducida
λ	Velocidad adimensional vertical
μ	Velocidad adimensional horizontal
ρ	Densidad del aire
σ	Coefficiente de solidez
Ω	Velocidad de giro del rotor

1 Introducción

En los últimos años, ha aumentado exponencialmente el uso de vehículos aéreos no tripulados de tipo multicóptero y se espera que este crecimiento siga al alza en el futuro. Cada vez más empresas apuestan por esta tecnología para realizar múltiples tareas, como muchas empresas constructoras, petroleras, compañías eléctricas y empresas de seguridad. También muchas personas adquieren esta tecnología como uso recreativo.

1.1 Motivación y objetivos

Como se ha comentado anteriormente, se emplean vehículos aéreos de tipo multicóptero en numerosos ámbitos tanto recreativos como comerciales. Entre las aplicaciones más destacadas:

- Para control de incendios forestales. Utilizando drones, se pueden sobrevolar grandes zonas de bosques y comprobar que no haya ningún incendio. Además, puede transportar equipamiento médico o elementos de emergencia al personal que trabaja en la lucha contra los incendios.



Figura 1.1 Drone usado para combatir incendios.

- Para inspección de tanques y conductos de empresas petroleras. Utilizando el drone, se realiza una inspección con un sensor para detectar grietas.



Figura 1.2 Aerox FADA-CATEC inspeccionando un tanque en una refinería.

- Para cinematografía, para grabar escenas de películas o anuncios.



Figura 1.3 DJI Inspire 2 usado en una escena cinematográfica.

El objetivo de este documento es realizar un modelo de consumo energético de baterías para un multicoptero en diferentes regímenes de vuelo. Gracias a este modelo, se pueden conocer el consumo en realizar una misión y diseñar o elegir un multicoptero para esa misión específica. Asimismo, para validar dicho modelo, se ha elegido el multicoptero DJI Matrice 600 Pro para comprobar que estos modelos son válidos.



Figura 1.4 DJI Matrice 600 Pro.

1.2 Descripción de los contenidos

La memoria se ha estructurado en diferentes capítulos, que se van a explicar a continuación:

- Modelos: Se van a explicar los modelos teóricos de potencia para los diferentes regímenes de vuelo, donde se encuentran las ecuaciones matemáticas que permiten modelar el comportamiento del dron. También se va a desarrollar el modelo de consumo a partir del modelo de potencia.
- Resultados: Utilizando el dron DJI Matrice 600 Pro y diferentes marcas de rotores se van a validar los modelos explicados en el apartado de modelos.
- Conclusión: Capítulo final de la memoria donde se encuentran las conclusiones finales extraídas de los resultados.
- Anexo: Capítulo donde se explican diferentes conceptos como la Atmósfera ISA, el coeficiente de resistencia C_{d0} y los códigos de Matlab usados en esta memoria.

2 Modelos

2.1 Modelo de potencia Vuelo Estacionario

Se va a desarrollar un modelo para vuelo estacionario en un multicoptero con sus potencias más considerables.

El vuelo estacionario se caracteriza porque el rotor tiene velocidad horizontal y vertical cero. El vuelo estacionario es el régimen más fácil de analizar, y en principio el más fácil de predecir con modelos matemáticos o de flujo de rotor. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el rotor conformará una complicada estructura, entonces las actuaciones básicas del rotor pueden ser analizadas por una simple aproximación que ha sido conocida como La Teoría de Cantidad de Movimiento de Rankine-Froude.

2.1.1 Potencia Inducida

Considerando la aplicación de las tres leyes básicas de conservación (conservación de masa, cantidad de movimiento y de energía), las leyes de conservación serán aplicadas en una integral unidimensional alrededor del rotor y su estructura. Esta aproximación de la Teoría de Cantidad de Movimiento permite la predicción del empuje del rotor y de la potencia.

La forma general para abordar este problema va a ser, considerando un flujo ideal donde los esfuerzos viscosos de los elementos fluidos son despreciables. También, se va a asumir que el flujo es estacionario, es decir, que las propiedades del flujo en un punto no cambia con el tiempo. Finalmente, si se asume que el flujo es unidimensional y por lo tanto las propiedades de cualquier plano paralelo al plano del rotor son constantes y solo cambian las propiedades fluidas del rotor en la dirección axial del rotor.

Las ecuaciones que se rigen todos los modelos que se van a estudiar son: la conservación de masa (ecuación 2.1), la conservación de cantidad de movimiento (ecuación 2.2) y la conservación de la energía (ecuación 2.3).

$$\int \int_s \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.1)$$

$$\vec{F} = \int \int_s (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} + \int \int_s \rho d\vec{A} \quad (2.2)$$

$$W = \int \int_s \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 \quad (2.3)$$

donde:

- \vec{v} es la velocidad local

- ρ es la densidad del fluido
- $d\vec{A}$ es la superficie donde se aplica el volumen de control

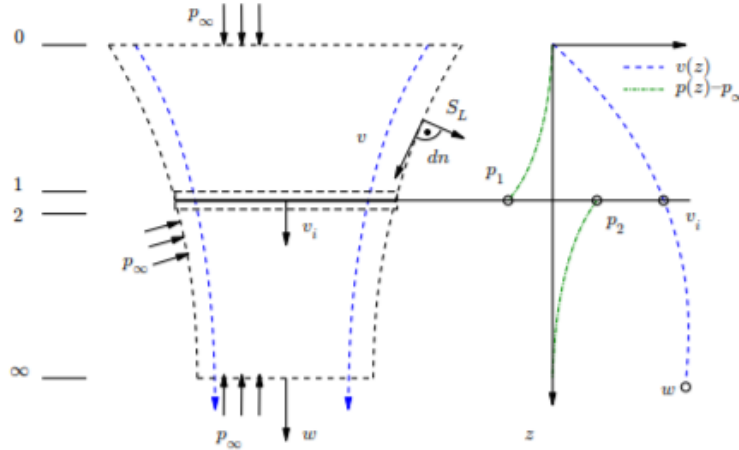


Figura 2.1 Volumen de control en vuelo estacionario, imagen extraída [7].

Respecto al rotor, se ha modelado como un disco actuador de superficie circular de espesor nulo. Esto impone una discontinuidad en el campo de presiones y continuidad de velocidades.

En la figura 2.1, se observa que en el plano 0, situado en la parte superior del plano del rotor, la velocidad es cero en vuelo estacionario porque el fluido está en reposo. Los planos 1 y 2 son los planos que están arriba y abajo del plano del rotor. En el plano del rotor la velocidad que se tiene es la velocidad inducida v_i o velocidad de masa de aire contenida en el disco del rotor y en la parte inferior del rotor está el plano ∞ . En este plano, también denominado como "la vena contracta", la velocidad aumenta respecto la velocidad del plano de rotor y es denotado como w .

Aplicando las ecuaciones de conservación al modelo en vuelo estacionario, obtenemos las siguientes expresiones:

De la ecuación 2.1, el gasto debe ser constante en todos los planos debido a que el flujo es estacionario y al principio de conservación de masa:

$$\dot{m} = \int \int_\infty \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int \int_2 \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.4)$$

Y la suposición de flujo 1-D incompresible reduce la ecuación a:

$$\dot{m} = \rho A_\infty w = \rho A v_i \quad (2.5)$$

De la ecuación 2.2, se obtiene la relación con el empuje del rotor T . El empuje del rotor es igual y contrario a la fuerza del fluido \vec{F} , por lo cual se tiene:

$$-\vec{F} = T = \int \int_\infty (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} - \int \int_0 (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} \quad (2.6)$$

Debido a que en vuelo estacionario el segundo término es cero porque en el plano 0 el flujo está en reposo, el empuje será:

$$\rho w^2 A_\infty = T \quad (2.7)$$

De la ecuación 2.3, del principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en el rotor por unidad de tiempo es igual a la potencia y da lugar al siguiente resultado:

$$T \cdot v_i = \int \int_\infty \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 - \int \int_0 \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 \quad (2.8)$$

En vuelo estacionario, el segundo término es cero, porque el flujo está quieto, por lo tanto:

$$\frac{1}{2} \rho w^3 A_\infty = T v_i \quad (2.9)$$

La relación entre la ecuación 2.7 y 2.9 es la ecuación 2.10

$$w = 2v_i \quad (2.10)$$

Se cumple que la velocidad en el plano de vena contracta w es mayor que la velocidad en el plano del rotor v_i

Para hallar la relación entre el área del plano de vena contracta y el área del plano disco del rotor, se utiliza la ecuación 2.10 y 2.5:

$$\frac{A_\infty}{A} = \frac{1}{2} \quad (2.11)$$

Por lo tanto, sustituyendo todos estos resultados en la ecuación 2.7, se obtiene que la velocidad inducida en vuelo estacionario es:

$$v_h = v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} \quad (2.12)$$

Así que, si se quiere conocer la potencia inducida ideal en un rotor, se tiene:

$$P_i = T v_i = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \quad (2.13)$$

Para conseguir el modelo de consumo de potencia de un multirrotor, se va a aplicar las siguientes hipótesis:

- El empuje total se reparte uniformemente en cada rotor.
- Se tiene en cuenta la potencia de pérdida de punta de pala, velocidad inducida no uniforme y rotación de estela con el factor de corrección de potencia inducida κ .

Entonces la potencia inducida total en un multirrotor será:

$$P_{Ti} = \kappa \cdot n \cdot P_i = \kappa \cdot n \cdot \frac{T_r^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \quad (2.14)$$

Donde:

- T_r es empuje que realiza cada rotor. $T_r = m \cdot g/n$

- n es el número de rotores.
- κ es el factor de corrección de potencia inducida.
- A es el área barrida por los rotores.

2.1.2 Potencia de Forma de Rotor

Para la correcta estimación del consumo de potencia, hay que estudiar el consumo de potencia que hay debido a la resistencia aerodinámica debida al giro del rotor. Empleando la Teoría de Elemento de Pala, se asume que las palas del perfil se pueden estudiar como un perfil en 2-D para facilitar su estudio. Para estudiarlo, se requiere un conocimiento de los coeficientes de resistencia del perfil de las palas del rotor. El coeficiente de resistencia del perfil del rotor será función del número de Reynolds (Re) y del número de Mach (M), que obviamente varía a lo largo de la pala de un rotor:

$$P_0 = \Omega \cdot N_b \int_0^R D y dy \quad (2.15)$$

La resistencia puede ser escrita como:

$$D = \frac{1}{2} \rho (\Omega \cdot y)^2 c_{ue} C_d \quad (2.16)$$

Como se busca un modelo de cierta precisión pero manejable, se va a adoptar la siguientes simplificaciones, el coeficiente de resistencia de rotor (C_{d0}) varía poco, este va a ser independiente del número de Reynolds Re y del número de Mach M , las palas no tiene estrechamiento y la cuerda va a ser constante. La potencia de forma para un multirrotor quedaría como:

$$P_0 = n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 \quad (2.17)$$

Donde:

- N_b es el número de palas.
- c_{ue} es la cuerda del perfil de las palas.
- Ω es la velocidad de giro del rotor.
- R es el radio del rotor.
- C_{d0} es el coeficiente de resistencia de las palas

2.1.3 Potencia Total

Teniendo en cuenta la potencia inducida corregida y la potencia de forma de rotor para vuelo estacionario, la potencia total para vuelo estacionario será la suma de la dos potencias anteriores.

$$P_T = \kappa \cdot n \cdot \frac{T_r^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} + n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 \quad (2.18)$$

2.2 Modelo de potencia Vuelo Ascendente

Se va a desarrollar un modelo para vuelo ascendente en un multicoptero con sus potencias más considerables.

Adeuar la actuación de vuelo ascendente es una operación muy importante ya que el multicoptero tiene que tener suficiente potencia disponible para asegurar esta actuación.

2.2.1 Potencia Inducida

Las hipótesis a considerar son las mismas que en vuelo estacionario, movimiento unidimensional y que solo varía la componente axial del entorno del rotor y que las propiedades de cualquier plano paralelo al plano del rotor son constantes.

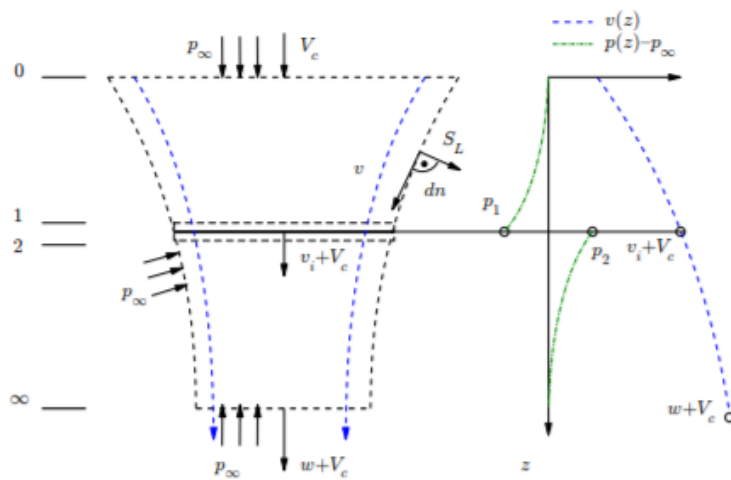


Figura 2.2 Volumen de control en vuelo ascensional, imagen extraída en [7].

Observando el volumen de control hay diferencias respecto a vuelo estacionario. En el plano 0, la velocidad relativa va a ser V_c que es la velocidad de ascenso. En el plano del rotor la velocidad va a ser la suma de la velocidad inducida y velocidad de ascenso $V_c + V_i$ y en el plano ∞ o plano de "la vena contracta" la velocidad es $w + V_c$. Además, las ecuaciones que rigen este modelo van a ser las mismas, la de conservación de masa (ecuación 2.1), conservación de cantidad de movimiento (ecuación 2.2) y conservación de la energía (ecuación 2.3). Lo único que ha cambiado ha sido el volumen de control.

Aplicando las ecuaciones de conservación al modelo en vuelo ascendente, obtenemos las siguientes expresiones:

De la ecuación 2.1, el gasto debe ser constante en todos los planos debido al principio de conservación de masa:

$$\dot{m} = \int \int_{\infty} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int \int_2 \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \tag{2.19}$$

Y la suposición de flujo 1-D incomprensible reduce la ecuación a:

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} (w + V_c) = \rho A (v_i + V_c) \tag{2.20}$$

De la ecuación 2.2, se obtiene la relación con el empuje del rotor T . Como en vuelo estacionario, el empuje del rotor es igual y contrario a la fuerza del fluido, por lo cual se tiene:

$$-\vec{F} = T = \int \int_{\infty} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} - \int \int_0 (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} \quad (2.21)$$

Debido a que en vuelo ascendente en el segundo término la velocidad ya no es cero porque no se está en reposo, sino que hay una velocidad V_c , la expresión para T es:

$$\rho(w + V_c)^2 A_{\infty} - \rho(V_c)^2 A_0 = T \quad (2.22)$$

De la ecuación 2.3, del principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en el rotor por unidad de tiempo es igual a la potencia y da igual al siguiente resultado:

$$T \cdot (v_i + V_c) = \int \int_{\infty} \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 - \int \int_0 \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 \quad (2.23)$$

En vuelo ascendente, ambos términos son distintos de cero, por lo tanto se tiene:

$$\frac{1}{2} \rho (w + V_c)^3 A_{\infty} - \frac{1}{2} \rho V_c^3 A_0 = T (v_i + V_c) \quad (2.24)$$

Estas ecuaciones de manera más simplificada quedarían como:

De la ecuación 2.20:

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} (V_c + w) = \rho A (V_c + v_i) \quad (2.25)$$

De la ecuación 2.22:

$$\dot{m} w = T \quad (2.26)$$

De la ecuación 2.24:

$$\frac{1}{2} \dot{m} (V_c + w)^2 - \frac{1}{2} \dot{m} V_c^2 = T (V_i + V_c) \quad (2.27)$$

De la ecuación 2.26 y de la ecuación 2.27 se obtiene la siguiente expresión, el mismo caso que en vuelo estacionario:

$$w = 2 \cdot v_i \quad (2.28)$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación 2.26, se consigue la ecuación siguiente:

$$v_i^2 + V_c v_i = \frac{T}{2\rho A} \quad (2.29)$$

Si se tiene en cuenta que la velocidad inducida en vuelo estacionario es $v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$ y operando la ecuación 2.29, se consigue la velocidad inducida en vuelo de ascenso.

$$\frac{v_i^2}{v_h^2} + \frac{V_c v_i}{v_h v_h} - 1 = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{v_i}{v_h} = -\frac{V_c}{2v_h} + \sqrt{\left(\frac{V_c}{2v_h}\right)^2 + 1} = 0 \quad (2.31)$$

Rescatando la ecuación de la potencia inducida ideal P_i , se obtiene la ecuación básica de la potencia inducida en vuelo de ascenso para un rotor:

$$P_i = T \cdot v_i \quad (2.32)$$

Para conseguir el modelo de consumo de potencia de un UAV de n rotores, se aplica las siguientes hipótesis:

- El empuje total se reparte uniformemente en cada rotor. Tener en cuenta que la velocidad inducida en vuelo estacionario es $v_h = \sqrt{\frac{m \cdot g/n}{2\rho A}}$
- Se tiene en cuenta la potencia de pérdida de punta de pala, velocidad inducida no uniforme y rotación de estela con el factor de corrección de potencia inducida κ .

$$P_{iT} = n \cdot P_i = n \cdot \kappa \cdot T_r \cdot v_i \quad (2.33)$$

donde v_i es la velocidad inducida para vuelo de ascenso.

2.2.2 Potencia de Forma de Rotor

Para la correcta estimación del consumo de potencia, hay que estudiar el consumo de potencia que hay debido a la resistencia aerodinámica debida al giro del rotor. Según la Teoría de Elemento de Pala, la potencia de forma de rotor no va a cambiar respecto a vuelo estacionario, ya que ambas tiene un ambiente aerodinámico axil-simétrico. Así que, la expresión es la misma:

$$P_0 = n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 \quad (2.34)$$

2.2.3 Potencia Ascensional

También se va a tener en cuenta la potencia ascensional. La potencia ascensional es igual a la suma de la variación de la energía potencial.

$$P_{asc} = W \cdot V_c \quad (2.35)$$

Donde W es el peso del multicoptero y V_c es la velocidad de subida del multicoptero.

2.2.4 Potencia Total

Teniendo en cuenta la potencia inducida, la potencia de forma de rotor para vuelo de subida y la potencia ascensional y suponiendo despreciable la potencia de fuselaje debido a que las velocidades de avance son muy pequeñas, la potencia total quedará:

$$P_T = n \cdot \kappa \cdot T_r \cdot v_i + n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 + W \cdot V_c \quad (2.36)$$

2.3 Modelo de potencia Vuelo Descendente

Se va a desarrollar un modelo para vuelo descendente en un multicoptero con sus potencias más considerables. Como en vuelo ascendente, adecuar la actuación de vuelo descendente es una operación muy importante ya que el multicoptero tiene que tener cierta maniobrabilidad para poder descender.

2.3.1 Potencia Inducida

En vuelo de descenso hay dos tramos de velocidades, como se puede observar en la gráfica 2.3. Primero, se va a estudiar el tramo $V_d/V_h \leq -2$. Ese tramo se conoce como "windmill brake state", el estado de molinete frenante donde se puede usar la Teoría de Cantidad de Movimiento ya que el volumen de control está completamente definido.

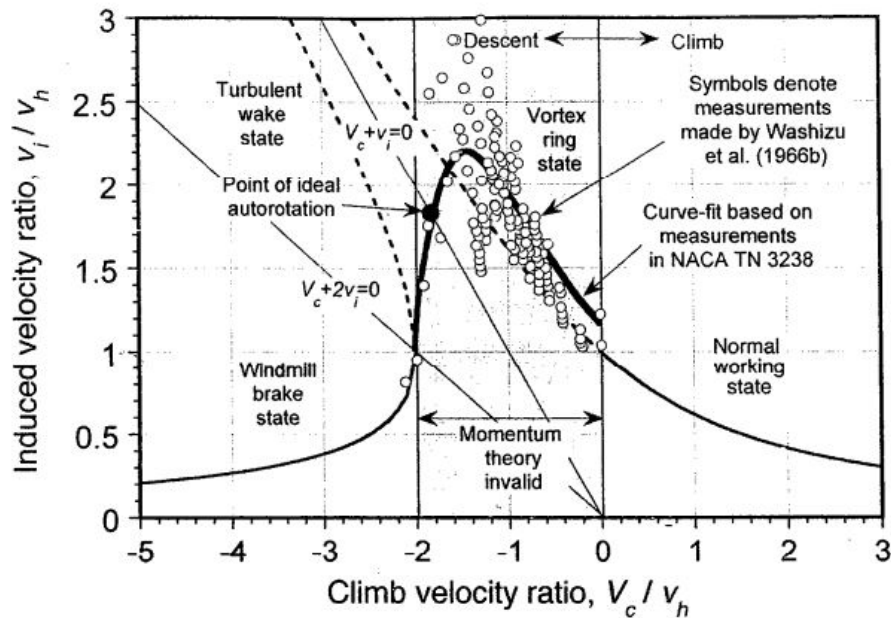


Figura 2.3 Velocidad Inducida como función de la velocidad de ascenso o descenso basada en la teoría de cantidad de movimiento, imagen extraída en [1].

Como se va a estudiar el tramo $V_d/V_h \leq -2$, el volumen de control se va a caracterizar por existir un plano ∞ o plano de vena contracta por encima del plano del rotor. Este plano va a ser la suma de la velocidad w y de la velocidad de descenso V_d , también se tiene el plano del rotor donde la velocidad es la suma de la velocidad inducida v_i y de la velocidad de descenso V_d y el plano 0, situado por debajo del rotor donde la velocidad es la velocidad de descenso V_d . Esto se puede observar con más detalle en la gráfica 2.4.

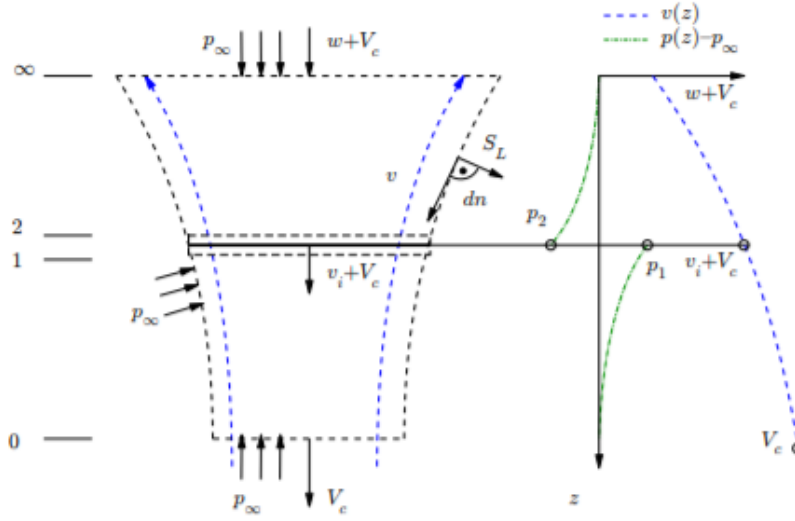


Figura 2.4 Volumen de control en vuelo descendente, imagen extraída en [7].

Aplicando las ecuaciones de conservación al modelo en vuelo descendente, obtenemos las siguientes expresiones:

De la ecuación 2.1, el gasto debe ser constante en todos los planos:

$$\dot{m} = \int \int_{\infty} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int \int_2 \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.37)$$

También se aplica la suposición de flujo 1-D incompresible:

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} (w + V_d) = \rho A (v_i + V_d) \quad (2.38)$$

De la ecuación 2.2, se obtiene una expresión para el empuje del rotor T .

$$-\vec{F} = T = - \left[\int \int_{\infty} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} - \int \int_0 (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v} \right] \quad (2.39)$$

En vuelo descendente, ambos términos son distintos de cero, por lo tanto:

$$-\rho (w + V_d)^2 A_{\infty} + \rho (V_d)^2 A_0 = T \quad (2.40)$$

De la ecuación 2.3, del principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en el rotor por unidad de tiempo es igual a la potencia:

$$T \cdot (v_i + V_c) = \int \int_0 \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 - \int \int_{\infty} \frac{1}{2} (\rho \vec{v} d\vec{A}) \cdot \vec{v}^2 \quad (2.41)$$

En vuelo descendente, ambos términos son distintos de cero, por lo tanto se tiene:

$$-\frac{1}{2} \rho (w + V_d)^3 A_{\infty} + \frac{1}{2} \rho V_d^3 A_0 = T (v_i + V_d) \quad (2.42)$$

Estas ecuaciones de una manera más simplificada quedarían como:

De la ecuación 2.38:

$$\dot{m} = \rho A_{\infty}(V_d + w) = \rho A(V_d + v_i) \quad (2.43)$$

De la ecuación 2.40:

$$-\dot{m}w = T \quad (2.44)$$

De la ecuación 2.42:

$$\frac{1}{2}\dot{m}V_d^2 - \frac{1}{2}\dot{m}(V_d + w)^2 = T(V_i + V_d) \quad (2.45)$$

De la ecuación 2.44 y de la ecuación 2.45 se obtiene la misma expresión que en vuelo estacionario:

$$w = 2 \cdot v_i \quad (2.46)$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación 2.44, se consigue la siguiente expresión:

$$v_i^2 + V_d v_i = -\frac{T}{2\rho A} \quad (2.47)$$

Teniendo en cuenta que la velocidad inducida en vuelo estacionario es $v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$ y operando la ecuación 2.47, se obtiene una expresión de la velocidad inducida en vuelo de descenso.

$$\frac{v_i^2}{v_h^2} + \frac{V_d}{v_h} \frac{v_i}{v_h} + 1 = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{v_i}{v_h} = -\frac{V_d}{2v_h} - \sqrt{\left(\frac{V_d}{2v_h}\right)^2 - 1} = 0 \quad (2.49)$$

Si se sustituye estos resultados en la ecuación de la potencia inducida ideal P_i , se obtiene una expresión de la potencia inducida en vuelo de descenso para un rotor en el tramo $V_d/V_h \leq -2$.

$$P_i = T \cdot v_i \quad (2.50)$$

donde v_i es la velocidad inducida para vuelo en descenso.

Por último, se va a estudiar el tramo $-2 \leq \frac{V_d}{v_h} \leq 0$. En este tramo, el teorema de cantidad de movimiento es inválido porque el plano in vena contracta puede tener dos posibles direcciones, esto significa que el volumen de control no puede definirse. Sin embargo, la velocidad inducida puede ser definida debido a través de una aproximación empírica de resultados experimentales con rotores según [1]. Esta aproximación es:

$$\frac{v_i}{v_h} = \kappa + k_1 \cdot \left(\frac{V_c}{v_h}\right) + k_2 \cdot \left(\frac{V_c}{v_h}\right)^2 + k_3 \cdot \left(\frac{V_c}{v_h}\right)^3 + k_4 \cdot \left(\frac{V_c}{v_h}\right)^4 \quad (2.51)$$

donde $k_1 = -1.125$, $k_2 = -1.372$, $k_3 = -1.718$, $k_4 = -0.655$ y κ es el factor de corrección de potencia inducida.

Aplicándolo en la ecuación de la Potencia inducida ideal P_i , se obtiene la ecuación básica de la potencia inducida consumida para un rotor en el tramo $-2 \leq \frac{V_d}{v_h} \leq 0$:

$$P_i = T \cdot v_i \quad (2.52)$$

Para conseguir el modelo de consumo de potencia de un UAV de n rotores, se aplica las siguientes hipótesis considerando que los rotores están separados una distancia considerable para no perturbarse entre ellos y que el empuje total se va a distribuir equitativamente entre los rotores:

$$P_{iT} = n \cdot P_i = n \cdot T_r \cdot v_i \quad (2.53)$$

2.3.2 Potencia de Forma de Rotor

Para la correcta estimación del consumo de potencia, hay que estudiar el consumo de potencia que hay debido a la forma del rotor. Según la Teoría de Elemento de Pala, la potencia de forma de rotor no va a cambiar respecto a vuelo estacionario, ya que ambas tiene un ambiente aerodinámico axil-simétrico como en vuelo ascendente. Así que, la expresión será la misma que en vuelo estacionario:

$$P_0 = n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 \quad (2.54)$$

2.3.3 Potencia Descensional

También se va a tener en cuenta la potencia descensional. La potencia descensional es igual a la suma de la variación de la energía potencial.

$$P_{des} = W \cdot V_d \quad (2.55)$$

Donde V_d es la velocidad de descenso del multirrotor.

2.3.4 Potencia Total

Teniendo en cuenta la potencia inducida, la potencia de forma de rotor y la potencia descensional, la potencia total quedará:

$$P_T = n \cdot T_r \cdot v_i + n \cdot \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 c_{ue} C_{d0} R^4 + W \cdot V_d \quad (2.56)$$

2.4 Modelo de potencia Vuelo de Avance

A continuación, se va a desarrollar un modelo para vuelo de avance en un multicoptero con sus potencias más considerables.

El vuelo de avance es el vuelo del rotor en el que existe una componente de velocidad relativa paralela al plano del rotor. El rotor debe inclinarse un ángulo α , para proporcionar una componente de tracción paralela a la velocidad de vuelo. El rotor tiene una doble función: proporcionar empuje para moverse hacia delante y proporcionar sustentación. Debido a esto, el rotor debe inclinarse hacia delante un ángulo de ataque α relativo al flujo.

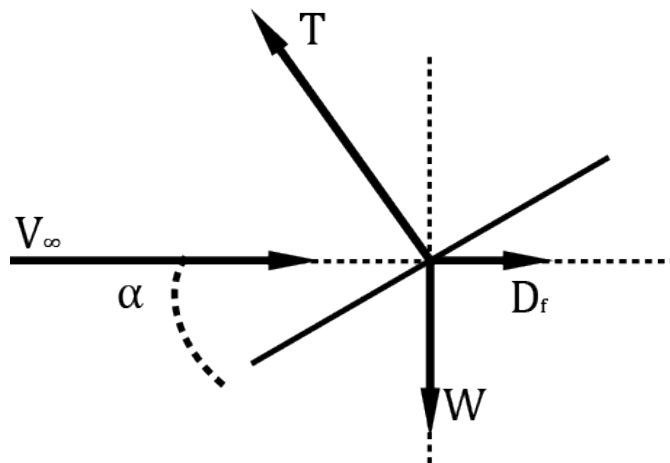


Figura 2.5 Fuerzas en el rotor en vuelo de avance.

Primero, se va a realizar un equilibrio de fuerzas para hallar la relación entre el ángulo de ataque del rotor y sus parámetros más característicos.

En la componente horizontal si se hace equilibrio de fuerzas:

$$T \cdot \sin \alpha = D_f \quad (2.57)$$

Y en la componente vertical:

$$T \cdot \cos \alpha = W \quad (2.58)$$

Por lo tanto, la resistencia quedaría como:

$$D_f = W \cdot \tan \alpha \quad (2.59)$$

Así que, si se supone que $\alpha \ll 1$, se tiene que el ángulo de ataque del rotor depende del peso del multicoptero y de la resistencia de fuselaje.

$$\alpha = \frac{D_f}{W} \quad (2.60)$$

2.4.1 Potencia Inducida

Como se ha visto anteriormente, el rotor debe inclinarse hacia delante un ángulo de ataque α relativo al flujo. Debido a estas condiciones, en vuelo de avance ya no existe la axilsimetría que aparecía en el vuelo axial. A pesar de que el flujo es más complicado en vuelo de avance, la teoría de cantidad de movimiento puede ser aplicada teniendo en cuenta unas suposiciones.

En [1], se aplica la Ley de Glauert: la única masa de aire afectada es la que circula por un tubo de corriente cuya sección recta, en la zona del disco, es un círculo de radio igual al del rotor.

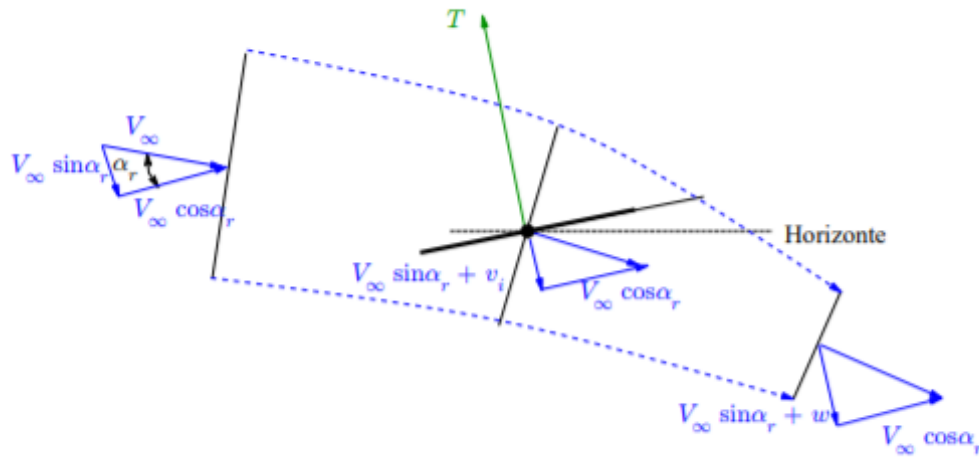


Figura 2.6 Volumen Control para vuelo de avance, imagen extraída en [7].

Entonces, de la ecuación 2.1, el gasto másico será:

$$\dot{m} = \rho AU = \rho A_{\infty} U_{\infty} \tag{2.61}$$

donde U_{∞} es la resultante de velocidad en el disco

$$U_{\infty} = \sqrt{(V_{\infty} \cos \alpha)^2 + (V_{\infty} \sin \alpha + v_i)^2} = \sqrt{V_{\infty}^2 + 2V_{\infty} V_i \sin \alpha + v_i^2} \tag{2.62}$$

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} \sqrt{V_{\infty}^2 + 2V_{\infty} V_i \sin \alpha + v_i^2} \tag{2.63}$$

La conservación de cantidad de movimiento según la ecuación 2.2 en la dirección normal al disco del rotor:

$$T = \dot{m} \cdot (V_{\infty} \sin \alpha + w) - \dot{m} V_{\infty} \sin \alpha = \dot{m} w \tag{2.64}$$

De la ecuación 2.3, del principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en el rotor por unidad de tiempo es igual a la potencia:

$$T \cdot (V_{\infty} \sin \alpha + v_i) = \frac{1}{2} \dot{m} (2V_{\infty} w \sin \alpha + w^2) \tag{2.65}$$

De las ecuaciones 2.64 y 2.65 se tiene la misma expresión que para vuelo estacionario:

$$w = 2v_i \quad (2.66)$$

Entonces, agrupando las ecuaciones 2.66, 2.64 y 2.63 , el empuje quedaría como:

$$T = 2\rho A v_i \sqrt{(V_\infty \cos \alpha)^2 + (V_\infty \sin \alpha + v_i)^2} \quad (2.67)$$

Se sabe que la velocidad inducida en vuelo estacionario es $v_h^2 = T/2\rho A$, entonces la velocidad inducida v_i en vuelo de avance es:

$$v_i = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_\infty \cos \alpha)^2 + (V_\infty \sin \alpha + v_i)^2}} \quad (2.68)$$

Ahora se van a usar velocidades adimensionales para facilitar los cálculos:

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \quad (2.69)$$

$$\lambda = \frac{V_\infty \sin \alpha + v_i}{\Omega R} = \mu \cdot \tan \alpha + \lambda_i \quad (2.70)$$

La ecuación equivalente a 2.68 de manera adimensional es:

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (2.71)$$

Entonces para hallar la potencia inducida:

$$P_i = P_h \left(\frac{\mu}{\lambda_h} \cdot \tan \alpha + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right) \quad (2.72)$$

donde P_h es la potencia inducida ideal en vuelo estacionario.

Para conseguir el modelo de consumo de potencia de un UAV de n rotores, se aplica las siguientes hipótesis considerando que los rotores están separados una distancia considerable para no perturbarse entre ellos y que el empuje total se va a distribuir equitativamente entre los rotores y además se tiene en cuenta las pérdidas de potencia debida a las puntas de las palas, velocidad inducida no uniforme y rotación de estela con el factor de corrección de potencia inducida κ .

$$P_i = \kappa \cdot n \cdot T_r^{3/2} / \sqrt{2\rho A} \left(\frac{\mu}{\lambda_h} \cdot \tan \alpha + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right) \quad (2.73)$$

2.4.2 Potencia de Forma de Rotor

Aplicando la teoría de elemento de pala, para la correcta estimación del consumo de potencia, hay que estudiar el consumo de potencia que hay debido a la forma del rotor para vuelo de avance. Este difiere un poco de la potencia de forma de rotor para vuelo estacionario ya que se pierde la axilsimetría, se tiene resistencia radial. Por lo tanto, Glauert y Bennett lo aproximaron con experimentos reales con la siguiente expresión para velocidades bajas:

$$CP_0 = n \cdot \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot Cd_0 \cdot (1 + K \cdot \mu^2) \quad (2.74)$$

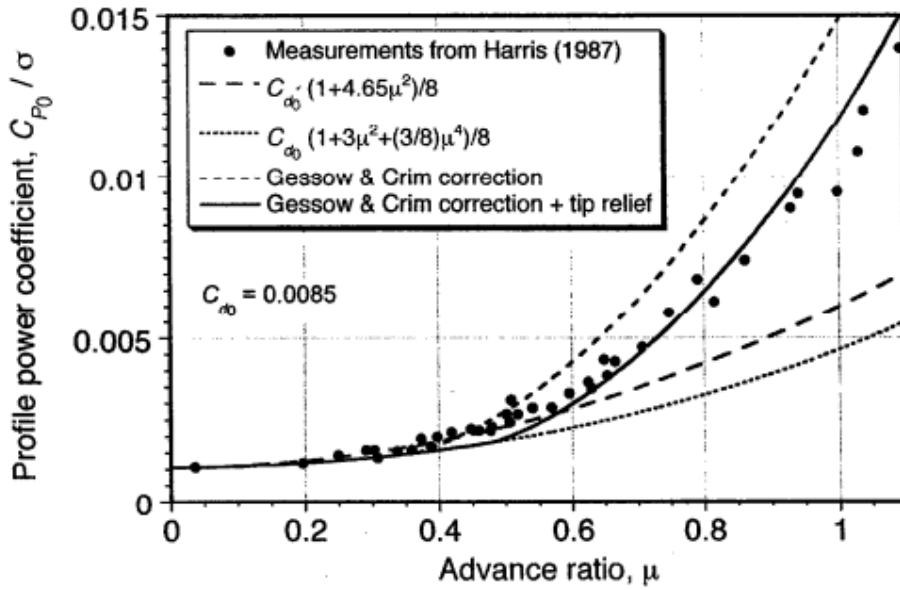


Figura 2.7 Aproximación coeficiente potencia de rotor, imagen extraída en [1].

Por tanto, la potencia de forma quedará como:

$$P_0 = CP_0 \cdot \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 \tag{2.75}$$

Donde:

- $\sigma = (N_b \cdot c_{ue}) / (\pi R)$ es el coeficiente de solidez
- K es el el coeficiente de potencia de rotor que toma valor de 4.65 aproximadamente según la figura 2.7.

2.4.3 Potencia Fuselaje

La potencia parásita o de fuselaje es una potencia que se tiene debido al resultado de efectos viscosos y resistencia de presión en las componentes de un multirrotor como sus rotores, el fuselaje etc. Debido a que el fuselaje de un multicóptero es poco aerodinámico, este es una fuente de resistencia muy significativa. La potencia parásita se puede escribir como:

$$P_p = \left(\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_{ref} C_{D_f}\right) \cdot V_\infty \tag{2.76}$$

donde S_{ref} es la superficie de referencia y C_{D_f} es el coeficiente de resistencia basado en esta superficie de referencia. La expresión de una forma adimensional quedará:

$$C_{P_p} = \frac{1}{2} \frac{S_{ref}}{A_d} \mu^3 C_{D_f} = \frac{1}{2} \frac{f}{A_d} \mu^3 \tag{2.77}$$

donde A_d es el área que forma todos los rotores del multicóptero y f es conocido como el área equivalente mojada. El concepto de área mojada viene del coeficiente de resistencia que escrito de una manera convencional es:

$$C_{D_f} = \frac{D_f}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S_{ref}} \quad (2.78)$$

Como la definición de S_{ref} puede no ser única, se utiliza el concepto de área equivalente mojada para evitar confusiones.

$$f = \frac{D_f}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \quad (2.79)$$

El parámetro f va a ser un parámetro conocido. Para estimar el área equivalente mojada f , en [1], se ha usado una aproximación empírica donde $f \sim M^{1/2}$ a partir de la masa del helicóptero M en unidades de lb , sale el parámetro f en unidades ft^2 .

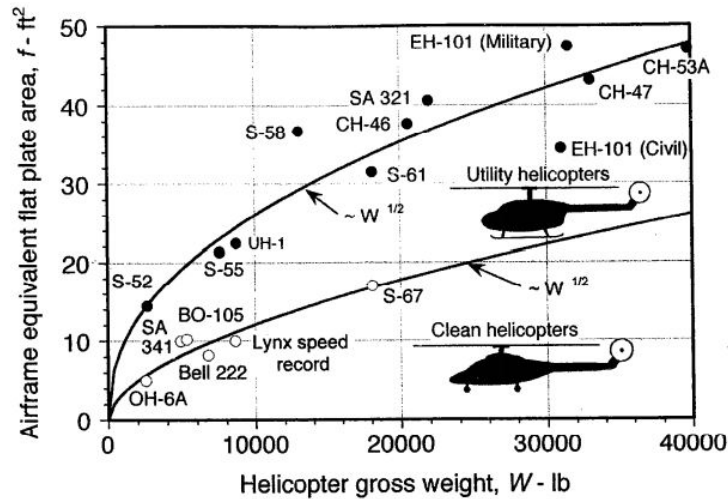


Figura 2.8 Área equivalente mojada respecto al peso de helicópteros, imagen extraída de [1].

Entonces, se va a obtener un relación entre el ángulo de ataque del rotor α y la velocidad de avance del multicóptero V_∞ . Para ello, se va a hacer un equilibrio de fuerzas como en la figura 2.5.

Entonces sustituyendo la ecuación 2.59 en la 2.79, se tiene la siguiente expresión:

$$f = \frac{W \cdot \tan\alpha}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \quad (2.80)$$

Así que, despejando α , teniendo en cuenta que $\alpha \ll 1$, ya se tiene la relación entre la velocidad de avance con el ángulo de ataque.

$$\alpha = \frac{\rho V_\infty^2 f}{2W} \quad (2.81)$$

También recogiendo el concepto de coeficiente de potencia parásita, la potencia parásita quedaría:

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot f \cdot \mu^3 \cdot \rho \cdot (\Omega \cdot R)^3 \quad (2.82)$$

2.4.4 Potencia Total

Teniendo en cuenta las potencias inducida, la potencia de forma de rotor y la potencia parásita para vuelo de avance, la potencia total quedará:

$$P_T = \kappa \cdot n \cdot T_r^{3/2} / \sqrt{2\rho A} \left(\frac{\mu}{\lambda_h} \cdot \tan \alpha + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right) + CP_0 \cdot \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 + \frac{1}{2} \cdot f \cdot \mu^3 \cdot \rho \cdot (\Omega \cdot R)^3 \quad (2.83)$$

2.5 Modelo de potencia Vuelo de Avance Ascensional

Se va a desarrollar un modelo para vuelo de avance ascensional en un multicoptero con sus potencias más considerables. Este se caracteriza por realizar un vuelo de avance pero además ganar altura. Primero, se va a realizar un equilibrio de fuerzas para hallar la relación entre el ángulo de ataque del rotor y sus parámetros más característicos. El modelo de potencia del apartado 2.4 es muy similar a este.

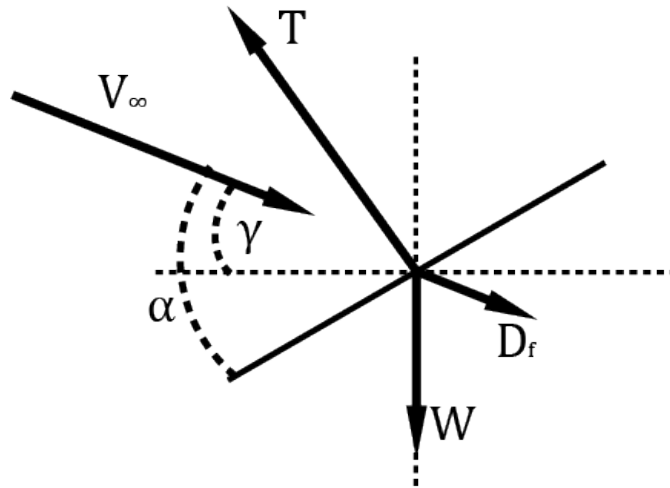


Figura 2.9 Fuerzas en el rotor vuelo de avance ascensional.

Si se realiza equilibrio de fuerzas teniendo en cuenta ángulos pequeños ($\alpha \ll 1$ y $\gamma \ll 1$), las ecuaciones se simplifican para vuelo de avance ascensional como:

$$T \cdot (\alpha - \gamma) - D_f = 0 \quad (2.84)$$

$$T - W = 0 \quad (2.85)$$

Así que, de las ecuaciones 2.84 y 2.85 se saca una relación entre el ángulo de ataque del rotor, el ángulo de subida, el peso del multicoptero y la resistencia aerodinámica del multicoptero D_f .

$$\alpha = \gamma + \frac{D_f}{W} \quad (2.86)$$

De acuerdo a [1], se ha considerado que $\alpha \ll 1$ y $\gamma \ll 1$, ya que la componente de avance será mucho más importante que la de subida. Entonces, la potencia total en vuelo de avance ascensional es la suma de la potencia inducida, la potencia de forma, la potencia de fuselaje en vuelo de avance ascensional (teniendo en cuenta en la ecuación 2.86) y la potencia ascensional. La potencia ascensional se hallaría como:

$$P_{asc} = W \cdot V_c = W \cdot V_\infty \cdot \sin \gamma \quad (2.87)$$

Por lo tanto, la potencia total en vuelo de avance ascensional será:

$$P_T = \kappa \cdot n \cdot T_r^{3/2} / \sqrt{2\rho A} \left(\frac{\mu}{\lambda_h} \cdot \tan \alpha + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right) + CP_0 \cdot \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 + \frac{1}{2} \cdot f \cdot \mu^3 \cdot \rho \cdot (\Omega \cdot R)^3 + W \cdot V_\infty \cdot \sin \gamma \quad (2.88)$$

2.6 Modelo de potencia Vuelo de Avance Descensional

Se va a desarrollar un modelo para vuelo de avance descensional en un multicoptero con sus potencias más considerables. Este se caracteriza por realizar un vuelo de avance pero además perder altura. Se va a realizar un equilibrio de fuerzas ya que el modelo de potencia del apartado 2.5 es muy similar a este para hallar la relación entre el ángulo de ataque del rotor y sus parámetros más característicos.

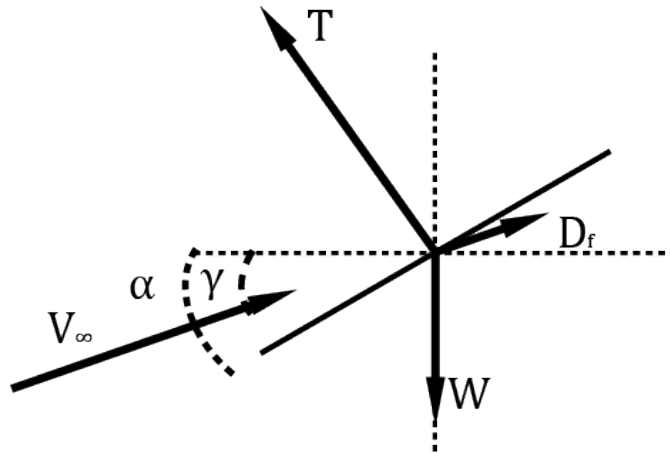


Figura 2.10 Fuerzas en el rotor vuelo de avance descensional.

Si se realiza equilibrio de fuerzas teniendo en cuenta ángulos pequeños ($\alpha \ll 1$ y $\gamma \ll 1$), las ecuaciones se simplifican para vuelo de avance descensional como:

$$T \cdot (\alpha + \gamma) - D_f = 0 \quad (2.89)$$

$$T - W = 0 \quad (2.90)$$

Por lo tanto, de las ecuaciones 2.89 y 2.90 se saca una relación entre el ángulo de ataque del rotor, el ángulo de subida, el peso del multicoptero y la resistencia aerodinámica del multicoptero D_f .

$$\alpha = -\gamma + \frac{D_f}{W} \quad (2.91)$$

De acuerdo a [1], también se ha considerado que $\alpha \ll 1$ y $\gamma \ll 1$, como en el apartado 2.5. Entonces, la potencia total en vuelo de avance descensional es la suma de la potencia inducida, la potencia de forma, la potencia de fuselaje en vuelo descensional (teniendo en cuenta la ecuación 2.91) y la potencia descensional. La potencia descensional se hallaría como:

$$P_{des} = W \cdot V_d = W \cdot V_\infty \cdot \sin\gamma \quad (2.92)$$

Así que, la potencia total en vuelo de avance descensional será:

$$P_T = \kappa \cdot n \cdot T_r^{3/2} / \sqrt{2\rho A} \left(\frac{\mu}{\lambda_h} \cdot \tan \alpha + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right) + CP_0 \cdot \rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^3 + \frac{1}{2} \cdot f \cdot \mu^3 \cdot \rho \cdot (\Omega \cdot R)^3 + W \cdot V_\infty \cdot \sin \gamma \quad (2.93)$$

2.7 Modelo estimación intensidad provenientes de baterías

Teniendo en cuenta que la potencia aerodinámica total P_T producida por los rotores, proviene de las baterías, las cuales producen una potencia eléctrica $P_e = V \cdot I$ (con V la tensión e I la corriente suministrada a los rotores), se va a deducir un modelo para la estimación de I proveniente de las baterías.

Para desarrollar el modelo, se va a considerar que los cambios de densidad son pequeños y por lo tanto esta va a permanecer constante. Además, para hacer un modelo más sencillo, se va a considerar que la tensión de las baterías va a variar muy poco. En las especificaciones de rotor estos valores son datos. Entonces, se va a hallar la potencia eléctrica para cada valor de empuje.

$$P_e = V \cdot I \quad (2.94)$$

Así mismo, se va a hallar el rendimiento η , que caracteriza las pérdidas de potencia que hay en el rotor para cada valor de empuje:

$$\eta = \frac{P_T}{P_e} \quad (2.95)$$

Este valor η se va a considerar constante y que es independiente del valor del empuje.

Por lo tanto, despejando la intensidad de la ecuación 2.95, se tiene la siguiente expresión:

$$I = \frac{P_T}{V \cdot \eta} \quad (2.96)$$

donde V es la tensión que suministra las baterías, P_T la potencia total del rotor y η el rendimiento producido por pérdidas eléctricas y mecánicas.

Con la expresión 2.96 se tiene la intensidad que se le suministra al rotor a partir de la potencia total del rotor.

Los datos que se obtienen como el η , se utilizarán como referencia para los diferentes modos de vuelo, como vuelo de subida, de bajada, de avance, etc.

2.8 Modelo para la obtención de la autonomía

En un multicoptero, los modelos de potencia son útiles y necesarios, pero no pueden establecer una relación directa entre el vuelo y el consumo de energía de las baterías. Por este motivo, el modelo de consumo eléctrico que ha sido elegido para este trabajo deriva del modelado típico de gasto de un UAV. En este se define el consumo energético como la integral en el tiempo de la corriente suministrada por las baterías, es decir:

$$c = \int_{t_0}^{t_1} I dt \quad (2.97)$$

En este modelo, se han tomado la simplificación de que la intensidad consumida por los rotores es constante frente al tiempo ya que se ha asumido constante en el apartado 2.7, la densidad y la tensión de las baterías también. De esta forma, el modelo de consumo se reduce a la siguiente expresión:

$$c = I \int_{t_0}^{t_1} dt = I \cdot [t_1 - t_0] \quad (2.98)$$

Por lo tanto considerando $t_0 = 0$. El tiempo de autonomía es:

$$t_1 = \frac{c}{I}$$

Se va a considerar las siguientes hipótesis:

- El vuelo es estacionario, por tanto el empuje es igual al peso.
- Hay un margen de seguridad en el uso de las baterías, no se agotan completamente ya que esto reduce su vida de uso.
- Se considera constante la evolución del voltaje de las baterías durante el funcionamiento.
- El consumo de electrónica del drone es despreciable.
- Para la intensidad se utilizará el modelo de estimación de intensidad del apartado 2.7.

Para hallar la capacidad de las baterías:

$$c = M_S \cdot n_{ba} \cdot c_{ba}$$

Donde M_S es el margen de seguridad en el uso de las baterías, n_{ba} es el número de baterías y c_{ba} es la capacidad de una batería.

Por lo tanto, la autonomía quedaría como:

$$t = \frac{M_S \cdot n_{ba} \cdot c_{ba}}{I} \quad (2.99)$$

Y así se tiene relacionado el tiempo de vuelo con la capacidad de sus baterías y el resto de parámetros. Para justificar un valor para el margen de seguridad, se ha representado una gráfica típica de descarga (gráfica 2.11) de una batería Lipo de 1 celda.

Como se puede observar, en la gráfica hay un tramo donde la tensión varía muy poco hasta llegar al tramo de 80 % de descarga. De aquí se puede sacar un margen de seguridad aproximado de $M_S = 0.8$.

En la realidad, los fabricantes de baterías las diseñan para que cuando alcance una tensión determinada, la batería se desconecte. Este valor de tensión se llama tensión de corte (cut-off). La mayoría de fabricantes tienen esta tensión de corte de una celda de batería en 3.3 V

Esto se diseña así porque cuando se llega al tramo entre el 80 % y el 100 %, donde la tensión varía bastante, las baterías pierden vida útil y se degradan.

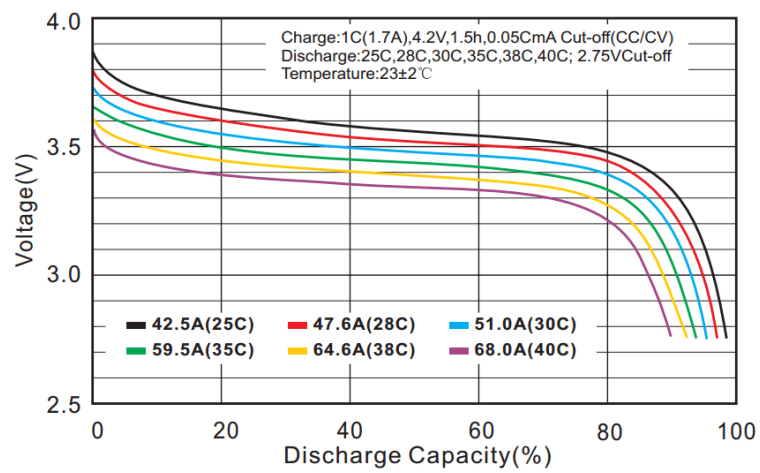


Figura 2.11 Curva de descarga para una batería de 1S, 1700 mAh, 35 C, imagen extraída de [6].

3 Resultados

3.1 Modelo potencia en vuelo estacionario

A continuación, se va a estudiar y validar el modelo de multicopteros en vuelo estacionario.

3.1.1 Validación del modelo de intensidad suministrada por baterías

De las ecuaciones vistas en la parte de teoría, se van a realizar los cálculos pertinentes para validar dicho modelo de intensidad en rotores.

Rotor Antigravity 5006 KV300

Teniendo en cuenta que la potencia total P_T (potencia inducida y potencia de forma) producida por los rotores, proviene de las baterías, las cuales producen una potencia eléctrica $P_e = V \cdot I$ (con V la tensión e I la corriente suministrada a los rotores).

Para ello, se va a tomar como ejemplo el rotor de la imagen 3.1, los parámetros característicos de la hélice van a ser el diámetro de la hélice de $\varnothing = 17''$, la cuerda de la hélice de $c_{ue} = 0.02 \text{ m}$, el número de palas $N_b = 2$ y el coeficiente de resistencia en el rotor de $C_{d0} = 0.02$.



Figura 3.1 Rotor Antigravity 5006 KV300.

Se han buscado las especificaciones de dicho rotor, en [3] (figura 3.2) y se puede observar las distintas intensidades para determinados empujes y que la tensión varía muy poco para distintos *Throttle*, entonces $V = 23.5 \text{ V}$.

Type	Propeller	Throttle	Voltage (V)	Current (A)	Power (W)	RPM	Torque (N*m)	Thrust (g)	Efficiency (g/W)	Operating Temperature (°C)
MN5006	T-MOTOR P17*5.8" CF	40%	23.70	1.63	39	2481	0.10	501	13.02	67
		45%	23.67	2.21	52	2790	0.13	640	12.24	
		50%	23.64	2.88	68	3103	0.15	784	11.5	
		55%	23.61	3.71	88	3410	0.19	942	10.75	
		60%	23.57	4.66	110	3689	0.22	1119	10.18	
		65%	23.54	5.68	134	3947	0.25	1289	9.64	
		70%	23.50	6.78	159	4203	0.29	1454	9.13	
		75%	23.46	8.00	188	4442	0.32	1631	8.69	
		80%	23.42	9.28	217	4664	0.35	1798	8.28	
		90%	23.32	12.31	287	5105	0.43	2186	7.62	
100%	23.22	15.41	358	5491	0.50	2538	7.09			

Figura 3.2 Especificaciones rotor Antigravity 5006 KV300.

En la gráfica 3.3, se va a definir el rendimiento o coeficiente de pérdidas de potencia $\eta = P_T/P_e$, que caracteriza las pérdidas de potencia que hay en un rotor y se va a ver su dependencia con el empuje. Se observa que el rendimiento varía muy poco frente al empuje. Así que, si se hace la media de todos los puntos, sale $\eta = 0.76$.

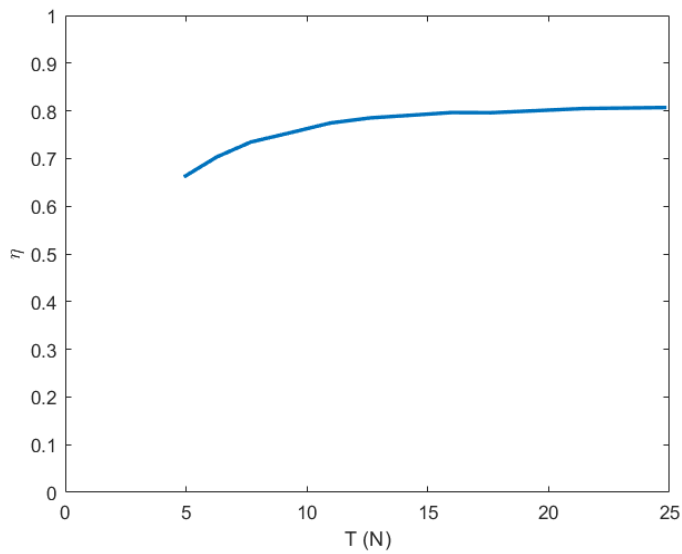


Figura 3.3 Rendimiento frente empuje para Antigravity 5006 KV300.

Por último, se va a representar en la gráfica 3.4 la intensidad suministrada por las baterías frente el empuje para el modelo explicado anteriormente y se va a comparar con los valores de la tabla de especificaciones de la figura 3 y se puede observar que es un buen modelo.

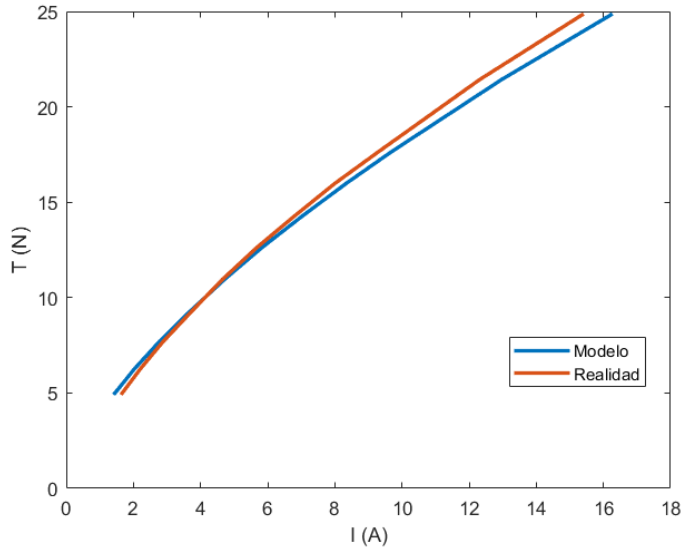


Figura 3.4 Representación empuje frente intensidad para Antigravity 5006 KV300.

También, se va a analizar la dependencia de la potencia respecto al número de rotores en la gráfica 3.5, concretamente para cuatro, seis y ocho rotores, para un supuesto multicoptero de peso total $W = 5.1 \text{ kg}$.

Las hélices van a tener las mismas características descritas que al principio del apartado 3.1.1.

El número de rotores máximos se ha limitado a ocho por los siguientes motivos:

- Desde un punto de vista de diseño, si aumenta tanto el número de rotores, no se puede generar ese empuje tan pequeño, porque el motor tiene una velocidad mínima de funcionamiento.
- Si se aumenta el número de rotores exageradamente, aumenta el peso y por tanto el multirrotor cambiará de peso.
- Cuando se aumenta el número de rotores, empieza a aparecer efectos de interferencia entre flujos de rotores.

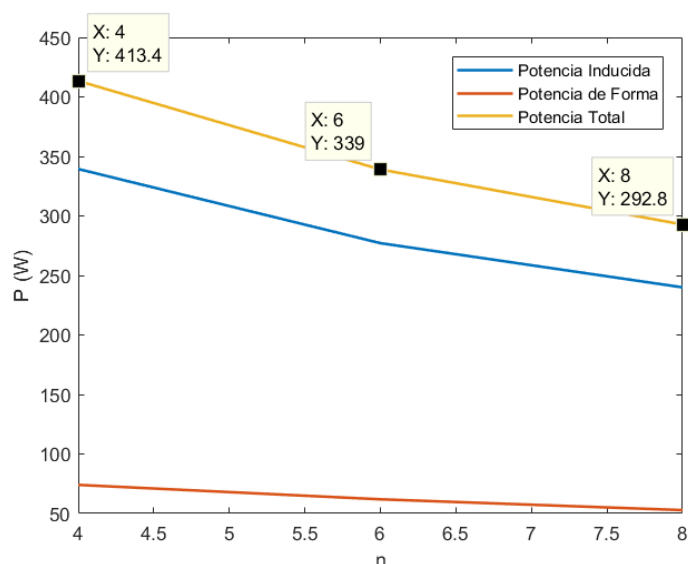


Figura 3.5 Potencia respecto número de rotores para multirrotor de 5.1 kilogramos.

En la gráfica 3.5, se observa que conforme mayor número de rotores se tiene, menor es la potencia total necesaria. Pero este número de rotores no puede ser muy grande, por los motivos vistos anteriormente.

Rotor DJI E2000 6010

Se va a comprobar la validez del modelo de intensidad suministrada por baterías con otro rotor (figura 3.7). Además, este rotor se va a emplear para estudiar un multirrotor con más detalle en apartados posteriores, en concreto el DJI Matrice 600 Pro. En este caso, para un rotor con una hélice de diámetro $\varnothing = 21''$. Para hallar la cuerda, se ha simulado una pala en *Catia* (figura 3.6) y se ha supuesto que va ser de cuerda constante. Así que, se ha realizado la media de varios puntos de la hélice que ha dado lugar a una cuerda media de $c_{ue} = 0.03 m$.

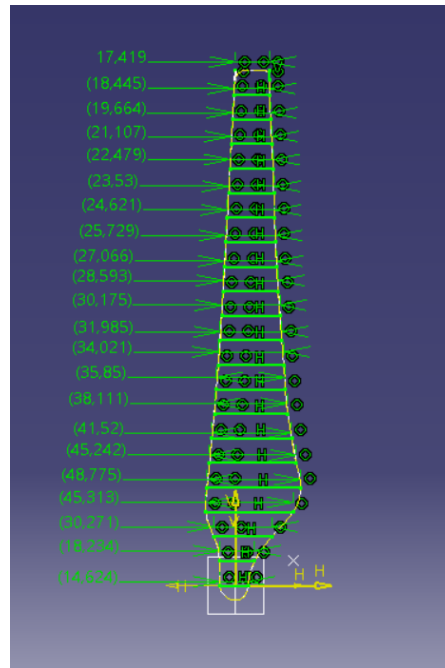


Figura 3.6 Cuerda DJI 2170 para E2000.



Figura 3.7 Rotor E2000.

Para este rotor, no se dispone de una tabla de especificaciones como en el caso anterior, pero se tiene la gráfica 3.8 para un valor de tensión constante $V = 44.4 \text{ V}$

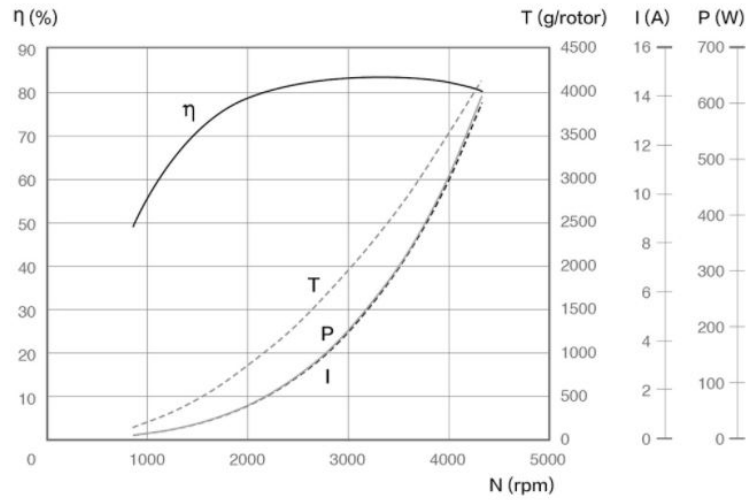


Figura 3.8 Gráfica Especificaciones E2000, Imagen Extraída de [4].

Se han elegido los siguientes puntos de la gráfica.

I (A)	1.39	2.64	4.45	7.14	10.59
T (g)	856	1336.78	1952	2686	3500
w (rpm)	2000	2500	3000	3500	4000

Si se representa el rendimiento frente al empuje para cada punto que se ha escogido de la gráfica, se tiene la gráfica 3.9. En esta gráfica, utilizando el modelo explicado anteriormente, se puede observar la poca dependencia del rendimiento con el empuje. Para elegir el rendimiento, se realiza la media de los puntos de la gráfica: $\eta = 0.79$

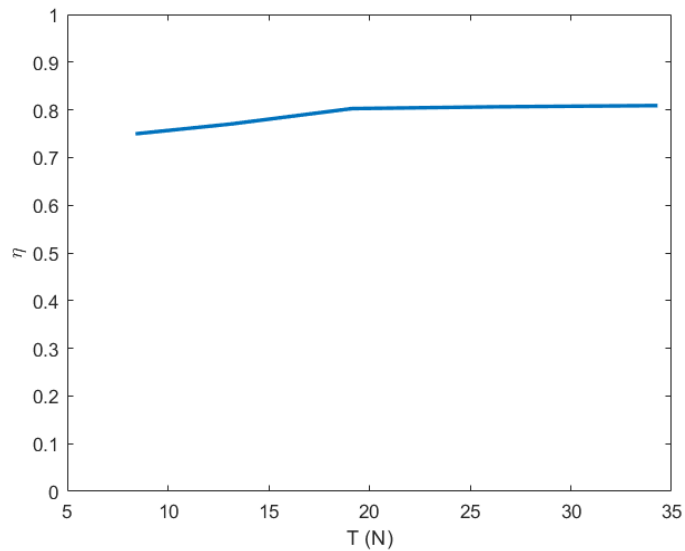


Figura 3.9 Rendimiento frente empuje para rotor E2000.

Entonces, se cumple todos los requisitos para aplicar el modelo de intensidad suministrada por las baterías utilizando el modelo de la potencia total. Se ha representado la intensidad frente al empuje utilizando el modelo explicado anteriormente y se va a comparar con la realidad para ver si es una buena aproximación en la gráfica 3.10.

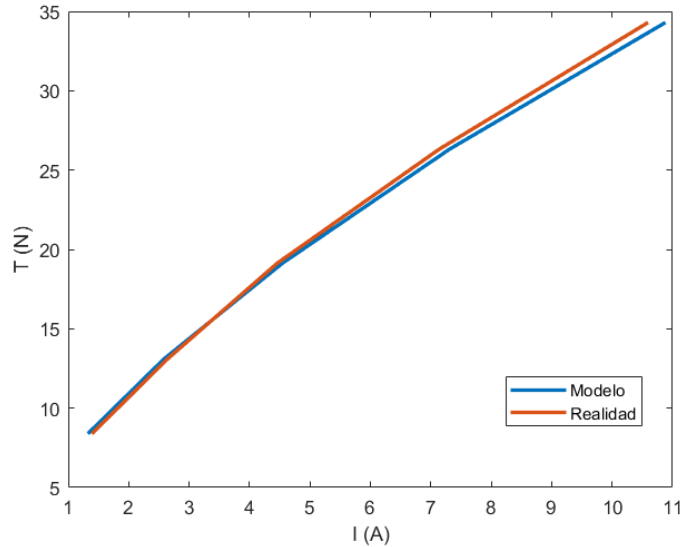


Figura 3.10 Representación empuje frente intensidad para rotor E2000.

3.1.2 Validación del modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo, este se ha aplicado a un dron DJI Matrice 600 hexarotor (con los rotores definidos en el apartado 3.1.1) con seis baterías TB47S y de peso total 9.50 kg. Inicialmente, en su operación solo se considerarán las siguientes hipótesis:

- El vuelo es estacionario, por tanto el empuje es igual al peso.

$$T = P = 9.50 \cdot 9.8 = 93.10 \text{ N} \quad (3.1)$$

- El empuje se reparte equitativamente entre los seis rotores.

$$T_r = \frac{T}{6} = \frac{93.1}{6} = 15.52 \text{ N} \quad (3.2)$$

- El valor del factor de corrección de potencia inducida va a ser $\kappa = 1.15$. (Ver Anexo)

Entonces, aplicando estas hipótesis al modelo de consumo de potencia de un UAV (anteriormente expuesto), se obtiene que la potencia inducida consumida es:

$$P_{iT} = 1.15 \cdot 6 \cdot \frac{T_r^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} = 1.15 \cdot 6 \cdot \frac{15.517^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} = 570 \text{ W} \quad (3.3)$$

Para hallar la potencia de forma de rotor, se ha considerando que el número de palas en cada rotor es $N_b = 2$, la cuerda de pala de $c_{ue} = 0.03 \text{ m}$, el coeficiente de resistencia de $C_{d0} = 0.02$ y la velocidad

angular del rotor va a ser, representando la velocidad de giro (Ω) frente al empuje (T) de la gráfica 3.8, aproximadamente es $\Omega = 284 \text{ rad/s}$.

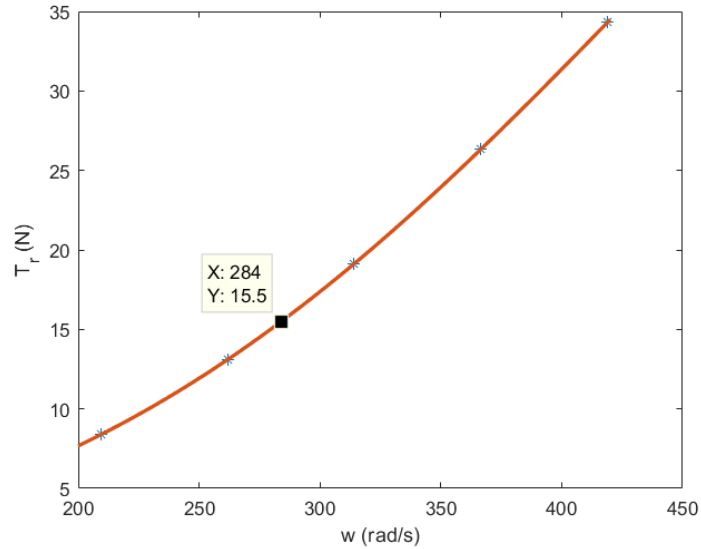


Figura 3.11 Velocidad de giro frente al empuje para rotor E2000 y $T_r = 15.15 \text{ N}$, gráfica extraída a partir de los datos de [4].

$$P_0 = 6 \cdot \frac{1}{8} \cdot 1.225 \cdot 2 \cdot 284^3 \cdot 0.02 \cdot 0.02 \cdot 0.533^4 = 127.77 \text{ W} \quad (3.4)$$

Entonces la potencia total es:

$$P_T = P_{iT} + P_0 = 697.76 \text{ W} \quad (3.5)$$

Una vez obtenido la potencia aerodinámica total, la potencia eléctrica se obtiene de a través del rendimiento que había sido considerado constante (ya explicado en apartado 3.1.1):

$$P_e = \frac{P_T}{\eta} = \frac{697.76}{0.7876} = 885.96 \text{ W} \quad (3.6)$$

A continuación, se calcula la intensidad consumida. Aplicando la fórmula de la potencia eléctrica $P_e = V \cdot I$ y suponiendo que el voltaje de baterías es constante (22.2 V para baterías TB47S), se obtiene que $I = 39.91 \text{ A}$.

Finalmente, se calcula la capacidad de las baterías TB47S (4500 mAh), la intensidad obtenida y el tiempo de operación.

$$c = M_S \cdot n_{ba} \cdot c_{ba} = 0.8 \cdot 6 \cdot 4.5 \cdot 60 = 1296 \text{ A} \cdot \text{min} \quad (3.7)$$

$$t = \frac{c}{I} = 32.47 \text{ min} \quad (3.8)$$

Se tiene el valor muy cercano al obtenido por el fabricante. Esto último, puede deberse a que no se ha tenido en cuenta la aviónica del multirrotor, ya que su consumo se ha considerado despreciable.

También, se ha representado la evolución de la autonomía respecto al peso del multirrotor en la gráfica 3.12, ya que el DJI Matrice puede transportar cargas de hasta 6 kilogramos. Para una carga de 6 kilogramos se aproxima bastante bien a los datos que marca el fabricante (figura 3.14).

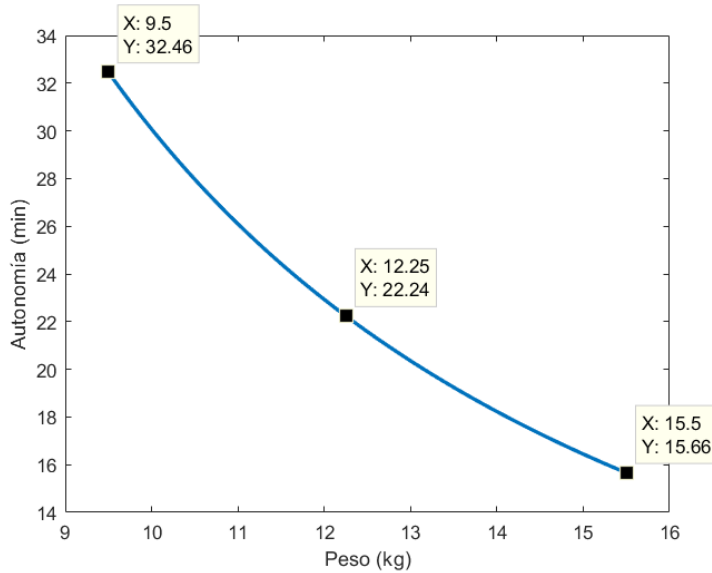


Figura 3.12 Autonomía respecto peso para DJI Matrice 600 Pro con baterías TB47S.

Asimismo, se va a hallar la autonomía para las baterías TB48S (5700 mAh y 22.8 V), por lo tanto, ahora el peso del multirrotor va a ser de 10 kg. En vuelo estacionario el empuje de los rotores es igual al peso, por lo tanto el empuje de cada rotor va a ser de $T_r = 16.33 N$.

La potencia inducia corregida va a ser de $P_{iT} = 615.57 N$. Para hallar la potencia de forma o de rotor para el valor T_r , se necesita la velocidad de giro para ese empuje que es de $\Omega = 291 rad/s$, utilizando la gráfica 3.11.

Por tanto, la potencia de forma vale $P_0 = 137.5 N$ y por último, la potencia total va a ser $P_T = 753.03 N$.

La capacidad de las baterías aplicando la ecuación 3.7:

$$c = 0.8 \cdot 6 \cdot 5.7 \cdot 60 = 1642 \text{ A} \cdot \text{min} \tag{3.9}$$

Por tanto, la intensidad que las baterías suministran a los rotores es de $I = 41.94 A$.

Entonces, la autonomía del multirrotor con baterías TB48S va a ser de $t = 39.15 min$. También es una buena aproximación porque es un valor muy cercano a la autonomía del fabricante, ver figura 3.14.

Igualmente, en la gráfica 3.13 se va a representar la evolución de la autonomía del multirrotor respecto a la carga que puede transportar.

En las especificaciones del multirrotor, en [2], se encuentra la autonomía para vuelo estacionario y sus distintas configuraciones, también representado en la gráfica 3.14.

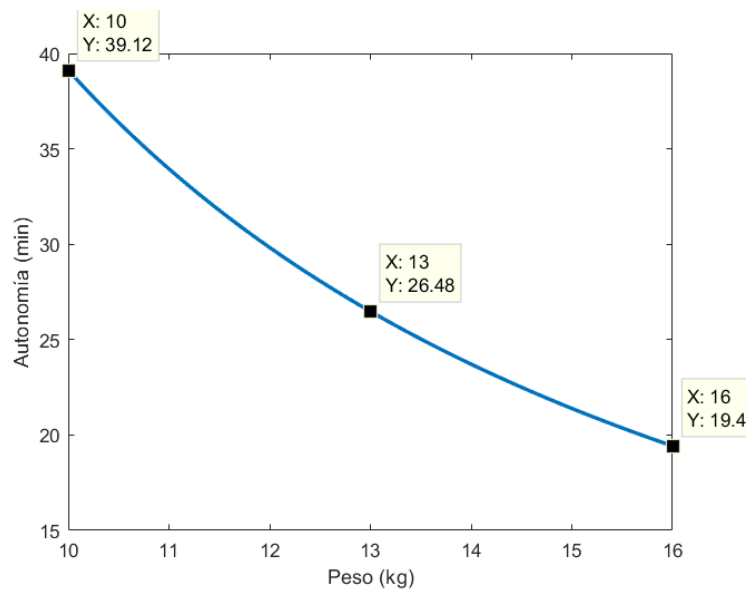


Figura 3.13 Autonomía respecto peso para DJI Matrice 600 Pro con baterías TB48S.

Tiempo en Vuelo Estacionario* (con seis baterías TB47S) Sin carga: 32 min, 6 kg de carga útil: 16 min
 Tiempo en Vuelo Estacionario* (con seis baterías TB48S) Sin carga: 38 min, 6 kg de Carga Útil: 18 min

Figura 3.14 Autonomía Multirrotores Matrice 600 Pro.

3.2 Modelo potencia en vuelo de ascenso

A continuación, se va a estudiar y validar el modelo de potencias para multirrotor en vuelo de ascenso. Para validar dicho modelo, se ha considerado que los cambios de altura (Δh) son pequeños, por lo tanto la densidad ρ no cambia.

Se ha elegido el multirrotor DJI Matrice 600 Pro para representar todas las potencias en vuelo de ascenso respecto a la velocidad para una altitud a nivel del mar, es decir $H = 0$ m.

Para conocer el rango de velocidades de subida típica de este multirrotor, se han buscado sus datos en [2].

Modelo	Velocidad máx Ascenso
DJI Matrice 600 Pro	5 m/s

El multirrotor va a tener una velocidad de subida constante, es decir, el empuje va ser igual al peso del multirrotor, por lo tanto el empuje total que va a realizar los rotores es de $T_T = 9.5 \cdot 9.8$ N.

Se va a representar todas las potencias características en vuelo de ascenso en la gráfica 3.15. La potencia total va a ser la suma de la potencia aerodinámica inducida corregida en ascenso ($\kappa = 1.15$, ver Anexo), la potencia de forma de rotor y la potencia ascensional.

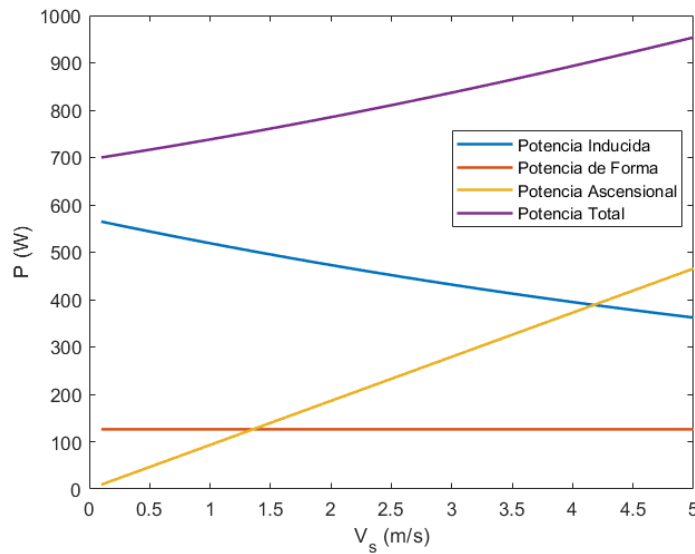


Figura 3.15 Potencias respecto velocidad para una altitud $H=0$ m.

En la gráfica 3.15, se observa la dependencia de la potencia respecto a la velocidad para el multicoptero definido anteriormente hasta una velocidad de subida de $V_s = 5$ m/s, su velocidad máxima. Se puede observar que para velocidades bajas, la potencia que más aporta es la potencia inducida y que para velocidades más elevadas es la potencia ascensional. También se observa que la potencia de forma no varía con la velocidad de subida.

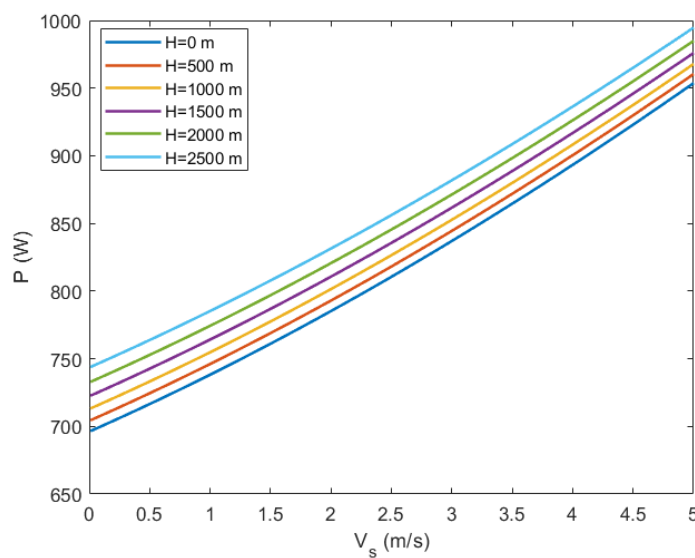


Figura 3.16 Potencia total respecto velocidad de subida para varias altitudes.

En la gráfica 3.16, se estudia la dependencia de la potencia total respecto la velocidad de subida del

multicóptero para diferentes altitudes (ver apartado Anexo Atmósfera ISA), es decir, que se realiza la maniobra de subida a esa cota elegida. Conforme aumenta la altura, aumenta la potencia total consumida ya que disminuye la densidad.

3.2.1 Estimaciones basadas en el modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo en vuelo de subida para el drone DJI Matrice 600 hexarotor ya definido en los apartados 3.1.1 y 3.1.2, se va a considerar que las pérdidas de potencia definidas en el apartado 3.1.1, $\eta = P_T/P_e$, que para el multicóptero en vuelo estacionario, tenía un valor de $\eta = 0.79$, van a permanecer constante en todas las condiciones de vuelo. Por lo tanto, el $\eta_{estacionario} = \eta_{subida}$.

Así que, aplicando las mismas hipótesis que en vuelo estacionario en el apartado 3.1.2, se va a representar el porcentaje de consumo. Este porcentaje de consumo se calcula hallando el consumo eléctrico de un UAV c , para lograr un incremento de altura determinada (Δh), dividido entre la capacidad total de las baterías: c_s/c_T . El valor de c_T es de $1296 A \cdot \text{min}$ para el DJI Matrice 600 Pro. Como en el apartado 3.2, los incrementos de altura van a ser pequeños y por lo tanto la densidad va a permanecer constante.

En la gráfica 3.17, se ha representado para varias velocidades de subida, el porcentaje de capacidad consumida para subir hasta un incremento de altura de $\Delta h = 100 m$ desde una altura a nivel del mar, es decir $H = 0 m$. Asimismo, se observa que conforme mayor es la velocidad de subida, menos se consume. Esto se puede demostrar sabiendo que el consumo de un UAV es: $c = I \cdot t$. Para velocidades bajas, la intensidad I es pequeña, pero el tiempo para llegar a esa altura con velocidades pequeñas es grande. Por lo tanto, la capacidad consumida c_s es mayor en velocidades inferiores que en velocidades elevadas, ya que el tiempo en llegar a esa altura es menor. Esto último, se puede observar mejor en la gráfica 3.18 para alcanzar un incremento de altura de $\Delta h = 100 m$ para una altura de $H = 0 m$.

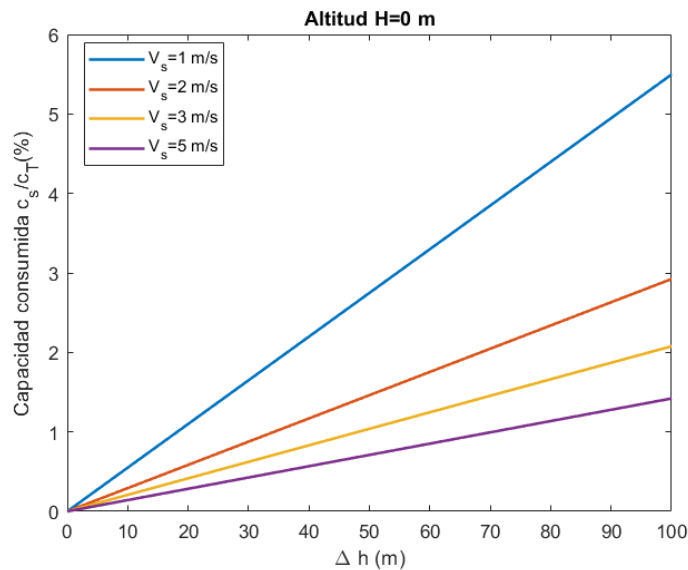


Figura 3.17 Capacidad consumida respecto incremento de altura para altitud $H = 0 m$.

En la gráfica 3.19 se contempla la relación entre la capacidad consumida respecto el incremento de altura para varias altitudes. Conforme aumenta la altitud, el consumo aumenta, esto es debido a que conforme aumenta la altitud, la potencia total que hay que aportar a los rotores es mayor.

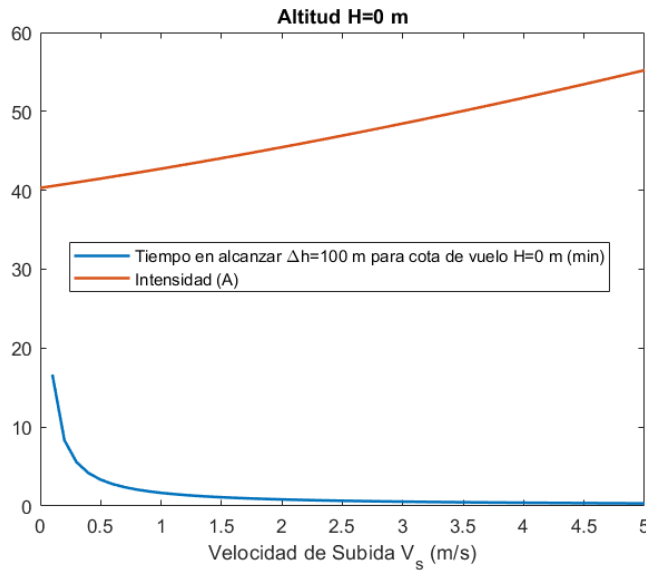


Figura 3.18 Velocidad de subida frente a la intensidad y frente al tiempo para subir un incremento de altura $\Delta h = 100$ m a una altitud $H = 0$ m.

En la gráfica 3.20, se va a ver la relación entre la capacidad consumida y la velocidad de subida para varias altitudes para subir un incremento de altura $\Delta h = 100$ m. Se observa que conforme mayor es la altitud, más se consume y también conforme más velocidad tienes, menos se consume, ya explicado anteriormente.

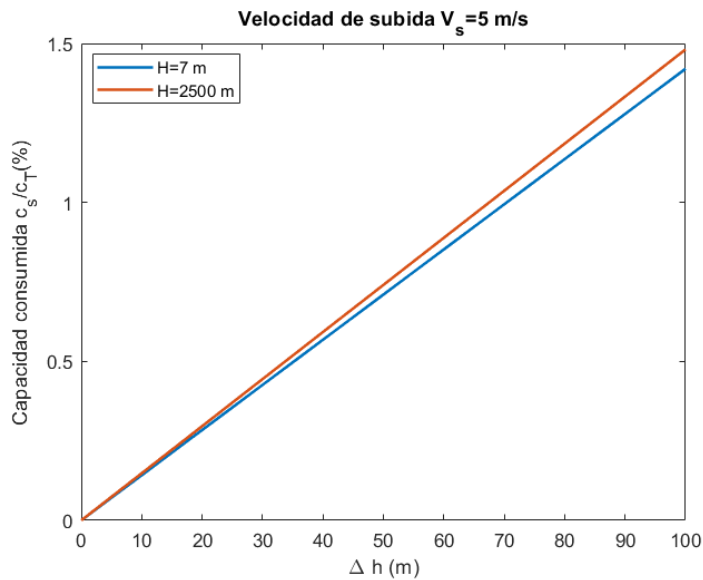


Figura 3.19 Capacidad consumida respecto incremento de altura para varias altitudes y velocidad de subida de 5 m/s.

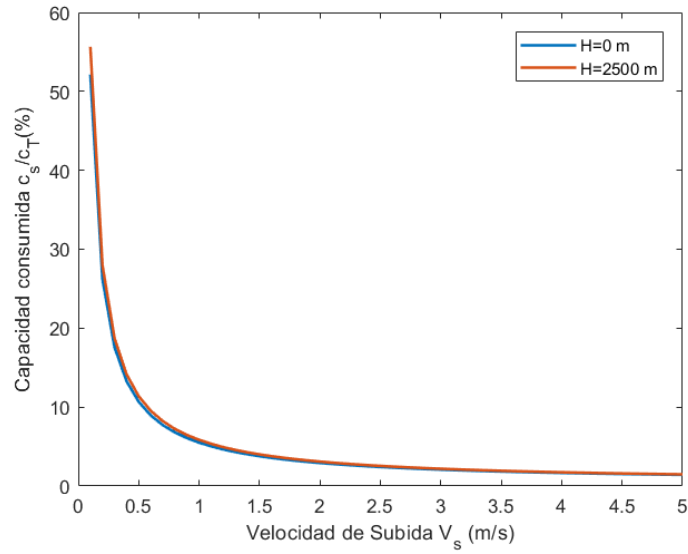


Figura 3.20 Capacidad consumida respecto velocidad de subida para varias altitudes para subir un incremento de altura $\Delta h = 100$ m.

En la gráfica 3.21 se ha representado el consumo del multicoptero para varios pesos, ya que este multicoptero puede transportar cargas. Como es obvio, conforme aumenta el peso, disminuye la autonomía del multicoptero.

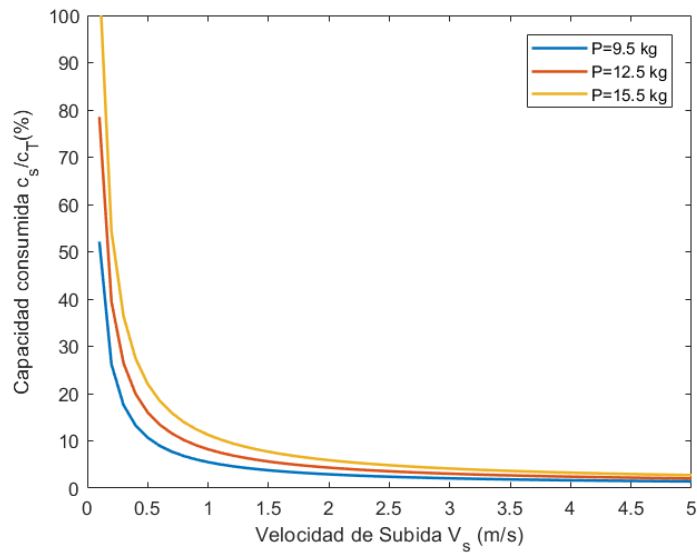


Figura 3.21 Capacidad consumida respecto velocidad de subida para varios pesos con altitud $H = 7$ m.

3.3 Modelo potencia en vuelo de descenso

A continuación, se va a estudiar y validar el modelo de potencias para multicopteros en vuelo de descenso. Para validar dicho modelo, se ha considerado que los cambios de altura (Δh) son pequeños como en el apartado 3.2.

Se ha elegido el multicoptero DJI Matrice 600 Pro para representar las potencias respecto a la velocidad para una altitud de $H = 100 \text{ m}$ (atmósfera ISA, ver apartado Anexo).

Para conocer el rango de velocidad de descenso típica de este multicoptero, se han buscado sus datos en [2].

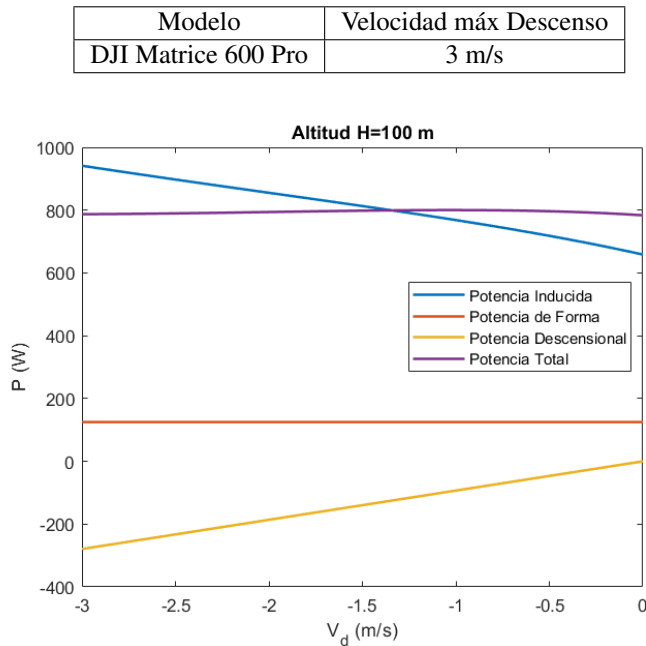


Figura 3.22 Potencias respecto velocidad de descenso para una altitud H=100 m.

En la gráfica 3.22 se observa que la potencia mayor es la potencia inducida y la potencia descensional siempre es negativa y crece conforme aumenta la velocidad de descenso. La potencia de forma permanece constante para diferentes velocidades de descenso.

En la gráfica 3.23, se observa que conforme aumenta la altitud, la potencia total requerida para realizar el descenso aumenta.

En la gráfica 3.24, se observa las potencias del multicoptero respecto a la velocidad de descenso para varios pesos, ya que este dron puede transportar cargas de hasta 6 kilogramos. Como es obvio, conforme aumenta el peso total del multicoptero, mayor es la potencia.

3.3.1 Estimaciones basadas en el modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo en vuelo de descenso para el dron DJI Matrice 600 Pro, se va a considerar que las pérdidas de potencia en todas las condiciones de vuelo permanecen constante, por tanto $\eta_{estacionario} = \eta_{descenso} = 0.79$.

Así que, aplicando las mismas hipótesis que en vuelo de subida en el apartado 3.2.1, se va a representar el porcentaje de capacidad consumida para vuelo en descenso: c_b/c_T . El valor de c_T es de $1296 \text{ A} \cdot \text{min}$

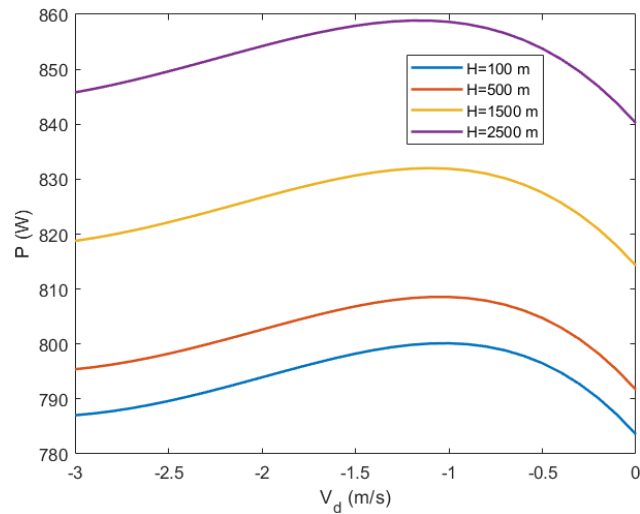


Figura 3.23 Potencia total frente a la velocidad de descenso para varias altitudes.

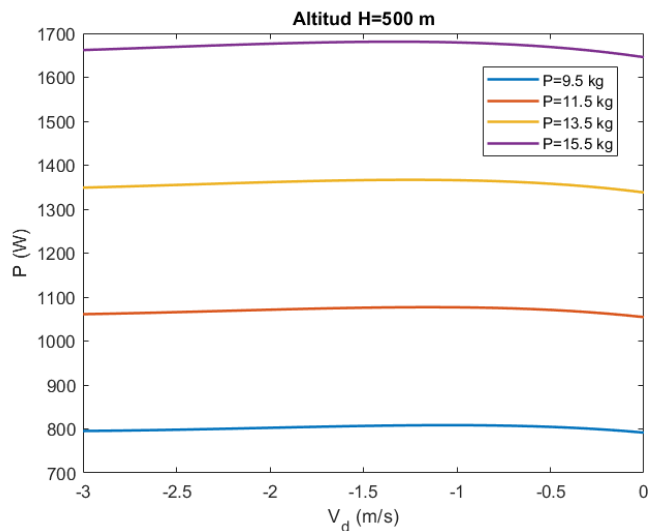


Figura 3.24 Potencia total respecto a la velocidad de descenso para varios pesos.

para el DJI Matrice 600 Pro. Como en el apartado 3.2, los incrementos de altura van a ser pequeños y por lo tanto la densidad va a permanecer constante.

En la gráfica 3.25, para una altitud $H = 107 \text{ m}$, y un decremento de altura $\Delta h = -100 \text{ m}$, (es decir para llegar a una cota $H = 7 \text{ m}$ que es el suelo), se representa los consumos que se tendría para varias velocidades de descenso. Conforme aumenta la velocidad de descenso disminuye la capacidad consumida, esto es debido a que conforme aumentas la velocidad de descenso te ayudas de la gravedad para descender y la potencia total que tienes que aportar a los rotores es menor. Asimismo, si aumentas la velocidad de descenso, el tiempo en alcanzar ese incremento de altura Δh , es menor y por tanto la capacidad consumida.

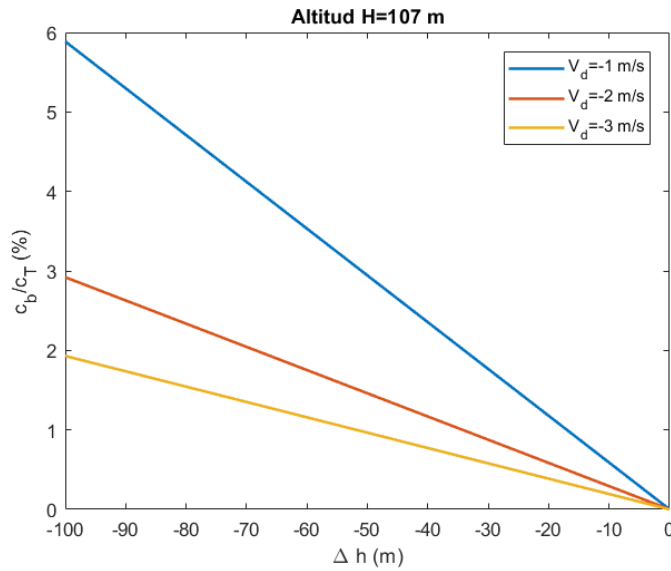


Figura 3.25 Capacidad consumida respecto a incremento de altura para varias velocidades de descenso.

En la gráfica 3.26, se representa la capacidad consumida para diferentes altitudes para recorrer un $\Delta h = -100$ m, se observa que conforme aumentas la altitud, la capacidad consumida aumenta.

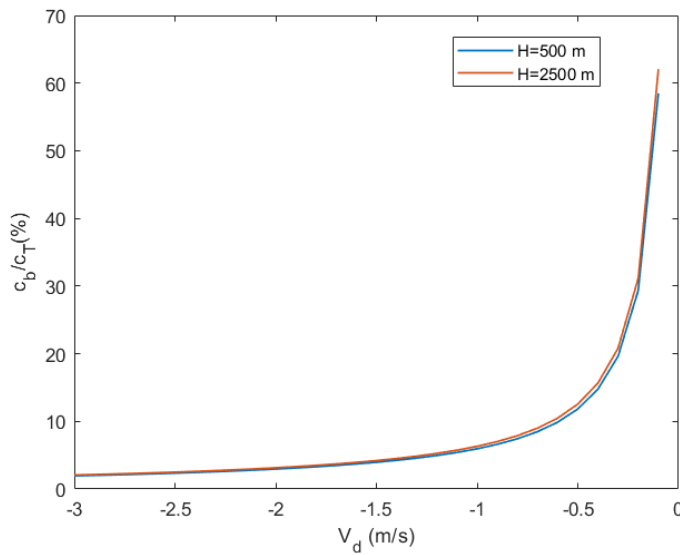


Figura 3.26 Velocidad de descenso respecto capacidad consumida para varias altitudes y incremento de altura $\Delta h = 100$ m.

En la figura 3.27, se puede calcular la velocidad mínima a la que se tiene que descender para llegar a salvo al suelo a partir del porcentaje de batería disponible y la altitud a la que te encuentras, si se tiene que realizar un aterrizaje de emergencia por falta de baterías estando el suelo situado en la cota $H = 0$ m.

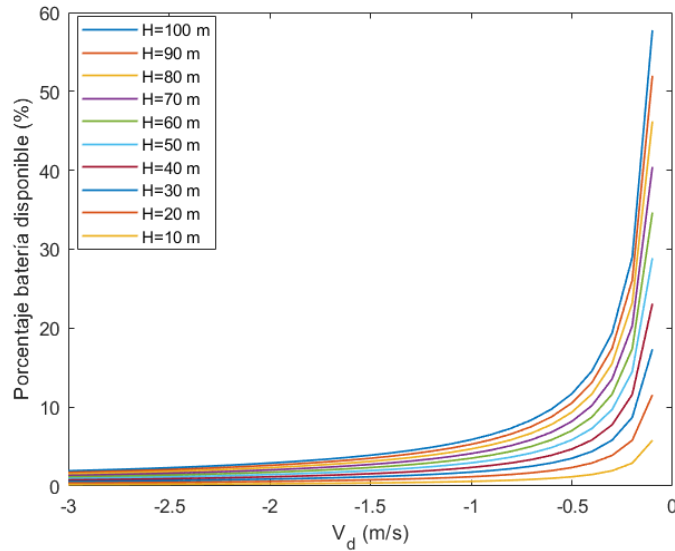


Figura 3.27 Porcentaje batería disponible respecto velocidad de descenso para varias alturas suponiendo que el suelo es la cota $H=0$ m.

3.4 Modelo de potencia en vuelo de avance

A continuación, se va a estudiar y validar el modelo de potencias para multicopteros en vuelo de avance. Para validar dicho modelo, se ha considerado que la densidad va a permanecer constante durante el vuelo, es decir la altitud no cambia.

Se ha elegido el multicoptero DJI Matrice 600 Pro (definido en apartado 3.1.1 y 3.1.2) para estudiar el modelo de potencias.

Para conocer el rango de velocidades de avance típica de este multicoptero, se han buscado sus datos en [2].

Modelo	Velocidad máx Avance
DJI Matrice 600 Pro	18 m/s

Se va a estudiar la dependencia del ángulo de ataque (α) con la velocidad de avance (V_∞) considerando que el área equivalente mojada es constante f . Para estimar el área equivalente mojada f , en [1], se ha usado una aproximación empírica donde $f \sim M^{1/2}$ a partir de datos de helicópteros. Como esta relación empírica funciona con unidades inglesas (ft y lb), la aproximación para las unidades que se están usando en este documento (m y kg), $f \sim (2.20462 \cdot M)^{1/2} \cdot 0.092903$

Por lo tanto, el área equivalente para el multicoptero DJI Matrice 600 Pro será de $f = 0.43 \text{ m}^2$.

Así que, para diferentes altitudes, se ha hallado la dependencia de la velocidad respecto al ángulo de ataque del rotor.

En la gráfica 3.28 se observa que el ángulo de ataque del rotor es máximo cuando tiene velocidad máxima el multicoptero. Esto es lógico porque los rotores proporcionan empuje y sustentación y conforme mayor sea este ángulo, más inclinado está el rotor y más componente horizontal tiene para poder contrarrestar la mayor resistencia aerodinámica, y por lo tanto la velocidad horizontal es mayor. Además, se observa que conforme mayor es la altitud, el ángulo de ataque es menor porque disminuye la densidad. Asimismo, se demuestra que la hipótesis de que se tiene ángulos pequeños es correcta.

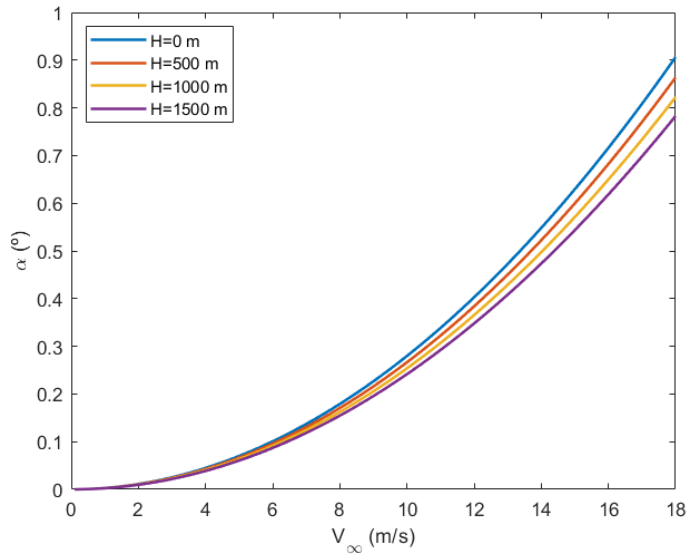


Figura 3.28 α respecto velocidad de avance para DJI Matrice 600 Pro.

También se va a estudiar la dependencia de la potencia total con la velocidad de avance en la gráfica 3.29. La potencia total va a ser la suma de la potencia inducida corregida en vuelo de avance ($\kappa = 1.15$, ver apartado Anexo), la potencia de forma de rotor y la potencia de fuselaje.

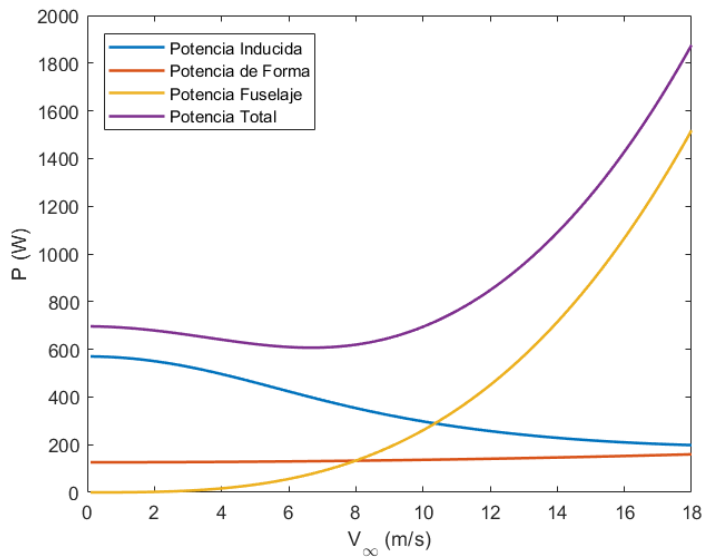


Figura 3.29 Potencias respecto velocidad de avance para altitud $H = 0 m$.

En la gráfica 3.29, se aprecia que para velocidades de avance bajas, la potencia inducida es la más relevante, pero a velocidades de avance elevadas, la potencia de fuselaje es la que más contribuye. La

potencia de forma de rotor varía respecto a la velocidad de avance, pero debido al efecto de la escala se ve que hay poca dependencia.

Por último, en la gráfica 3.30 se va a representar la dependencia de la potencia total con la velocidad de avance para varias altitudes y se va a hallar la velocidad para la que se tiene una potencia mínima.

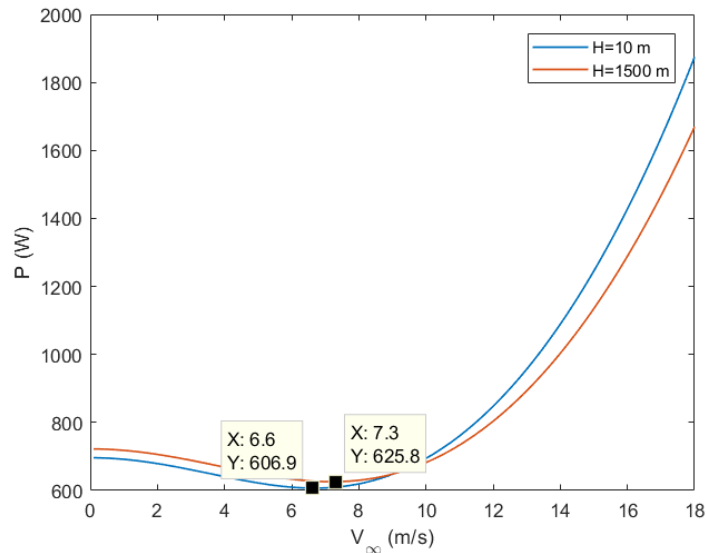


Figura 3.30 Potencia total respecto velocidad de avance para varias altitudes.

En la gráfica 3.30, se observa que a velocidades de avance bajas, conforme se va aumentando la altitud, la potencia total va aumentando porque la potencia más relevante es la potencia inducida que crece conforme menor es la densidad. En cambio, para velocidades de avance elevadas, la potencia total va disminuyendo conforme aumenta la altitud porque la potencia más relevante es la potencia de fuselaje que disminuye al aumentar la altitud. Asimismo, conforme aumenta la altitud, la velocidad de avance para potencia mínima aumenta.

3.4.1 Estimaciones basadas en el modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo en vuelo de avance para el drone DJI Matrice 600 Pro, se va a considerar como en el apartado 3.2.1 que las pérdidas de potencia en todas las condiciones de vuelo permanecen constante, por tanto $\eta_{estacionario} = \eta_{avance} = 0.79$.

Así que, aplicando las mismas hipótesis que en vuelo de subida en el apartado 3.2.1, se va a representar el porcentaje de capacidad consumida para vuelo de avance: c_f/c_T . El valor de c_T es de $1296 A \cdot \text{min}$ para el DJI Matrice 600 Pro. Como la altura no cambia en vuelo de avance, la densidad va a permanecer constante.

En la gráfica 3.31, se ha representado para varias distancias horizontales, el porcentaje de capacidad consumida respecto la velocidad de avance. En esta gráfica, en la parte izquierda, se puede observar las velocidades mínimas que tiene que tener el multicoptero para completar dicha misión. Además, se puede observar que para cada distancia horizontal, hay una velocidad que hace mínima la capacidad consumida.

También en la gráfica 3.32, se va a representar para varias altitudes la capacidad consumida en recorrer una distancia horizontal $d = 5000 m$. Para velocidades bajas, se consume más conforme aumenta la altitud debido a que la potencia inducida es la más relevante, pero a velocidades elevadas, donde la potencia de

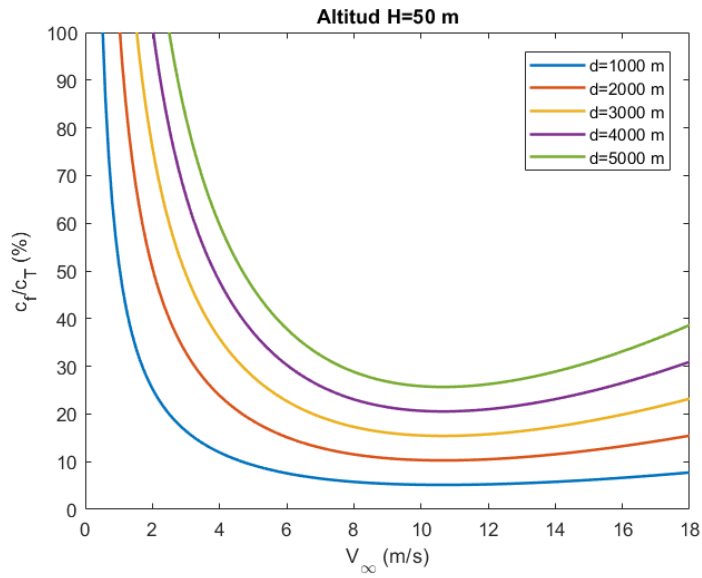


Figura 3.31 Capacidad consumida respecto velocidad para varias distancias horizontales para una altitud $H = 50 \text{ m}$.

fuselaje es la más relevante, conforme aumenta la altura, el consumo disminuye ya que el aire es menos denso a cotas elevadas.

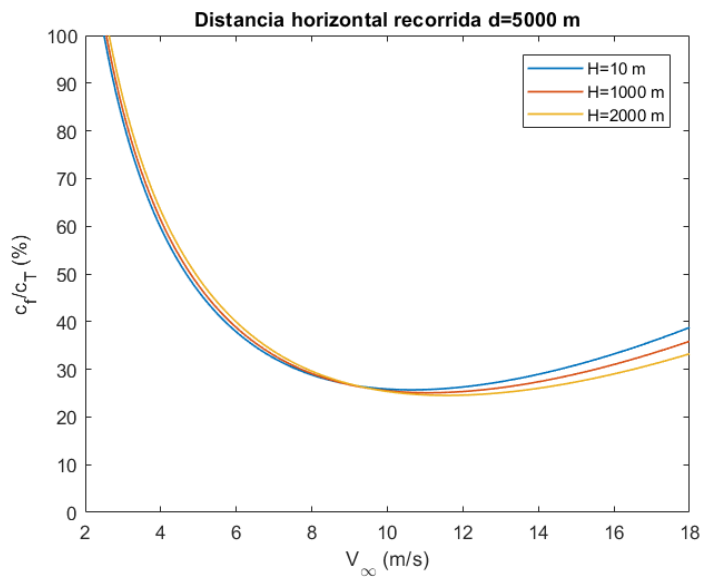


Figura 3.32 Capacidad consumida respecto velocidad para varias altitudes para lograr una distancia horizontal $d = 5000 \text{ m}$.

En la gráfica 3.33, se ha representado para varias altitudes, la autonomía que tendría el multicoptero si gastara toda la capacidad de las baterías y las velocidades que hacen máxima la autonomía.

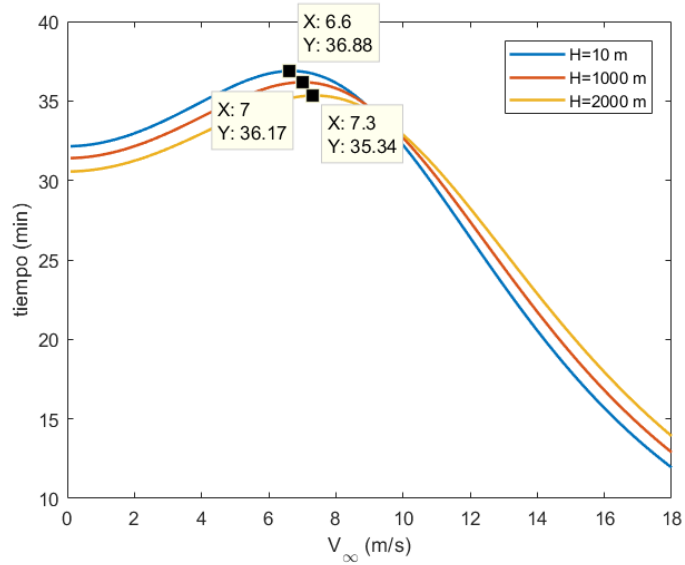


Figura 3.33 Autonomía respecto Velocidad para varias altitudes.

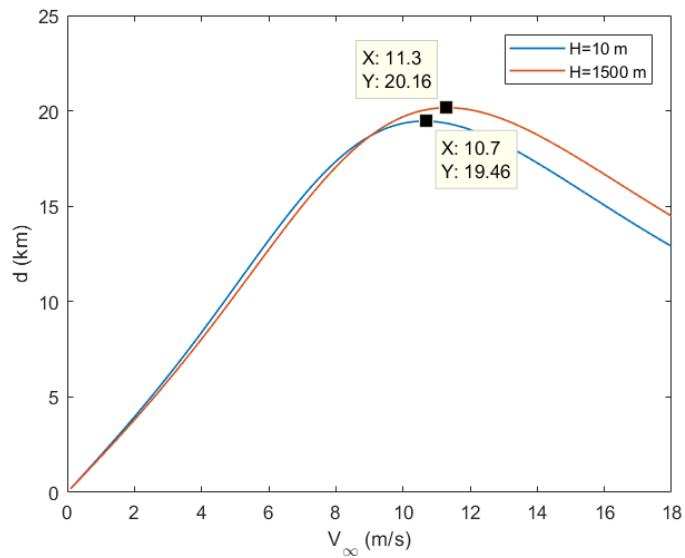


Figura 3.34 Distancia respecto velocidad para varias altitudes.

En la gráfica 3.34, se puede observar con qué velocidades se tiene el máximo alcance para varias altitudes si se consumiera la total capacidad de las baterías. Además se observa que conforme aumenta la altitud para velocidades elevadas, el alcance del multicoptero aumenta y para velocidades bajas si aumenta la altitud, el alcance disminuye.

En la gráfica 3.35, se ha representado para varios pesos la autonomía que tendría el multicoptero si gastara toda la capacidad de las baterías a una altitud de $H = 10 \text{ m}$. Conforme aumenta el peso, menor es la autonomía como es obvio. Se ha tenido en cuenta que el área equivalente mojada varía con el peso.

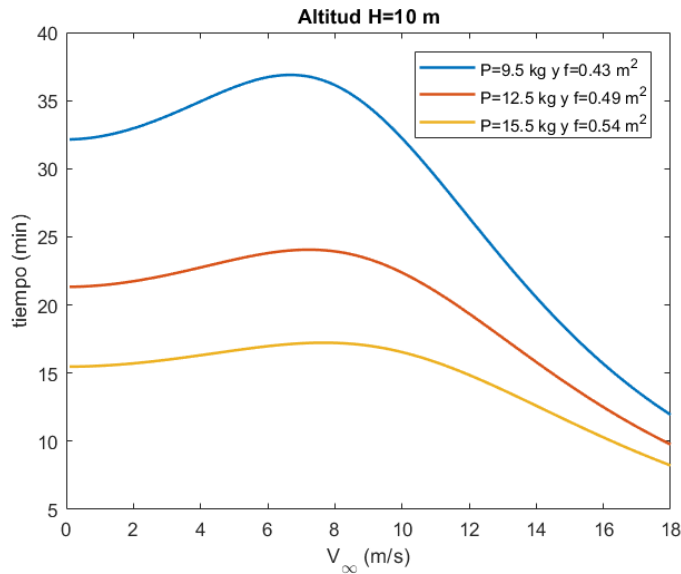


Figura 3.35 Autonomía respecto velocidad para varios pesos de multicopteros.

3.5 Modelo de potencia en vuelo de avance ascensional

A continuación, se va a estudiar y validar el modelo de potencias para multicopteros en vuelo de avance ascensional. El vuelo de avance ascensional se caracteriza por realizar un vuelo de avance pero además ganar altura. Para validar dicho modelo, se ha considerado que los cambios de altura (Δh) son pequeños, por lo tanto la densidad ρ no va a cambiar al igual que en los apartados 3.2 y 3.3.

Se ha elegido el multicoptero DJI Matrice 600 Pro (definido en apartado 3.1.1 y 3.1.2) para estudiar el modelo de potencias.

Para estimar qué velocidades puede tener el multicoptero compatibles con el ángulo de subida (se ha supuesto que $\gamma \ll 1$), se ha representado en la gráfica 3.36 para varias velocidades de avance y de subida, qué ángulo de subida cumple la hipótesis de ángulo γ pequeño.

También se va a representar todas las potencias que existe para vuelo de avance en ascenso. La potencia total va a ser la suma de la potencia aerodinámica inducida corregida en vuelo de avance ascensional ($\kappa = 1.15$, ver Anexo), la potencia de forma de rotor, la potencia ascensional y la potencia de fuselaje.

La gráfica de potencias de 3.37 va a ser similar a la gráfica 3.29, pero añadiendo la potencia ascensional y teniendo en cuenta que en la potencia de fuselaje, inducida y de forma, el ángulo de ataque, ahora depende del ángulo de ascenso y de la velocidad. Se observa que la potencia inducida es la potencia más relevante para velocidades bajas y la potencia de fuselaje es la más relevante para velocidades elevadas. La potencia de forma varía respecto a la velocidad, pero debido a la escala de la gráfica no se puede observar ese comportamiento.

También se ha representado la variación de potencia total para varios ángulos de subida en la figura 3.38. Conforme aumenta el ángulo de subida mayor es la potencia total consumida, porque si aumenta la potencia ascensional con γ , entonces aumenta la potencia total.

3.5.1 Estimaciones basadas en el modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo en vuelo de avance ascensional para el drone DJI Matrice 600 Pro, se va a considerar como en el apartado 3.2.1 que las pérdidas de potencia en todas las condiciones de vuelo

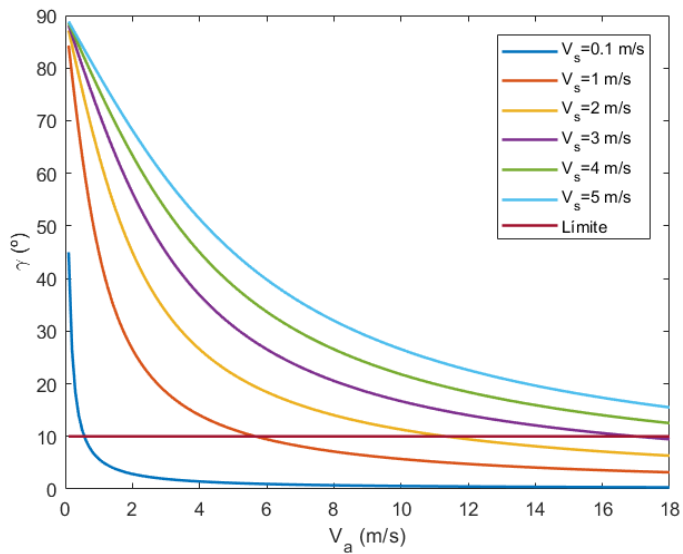


Figura 3.36 Velocidades de subida y de avance para el multicoptero DJI Matrice 600 Pro.

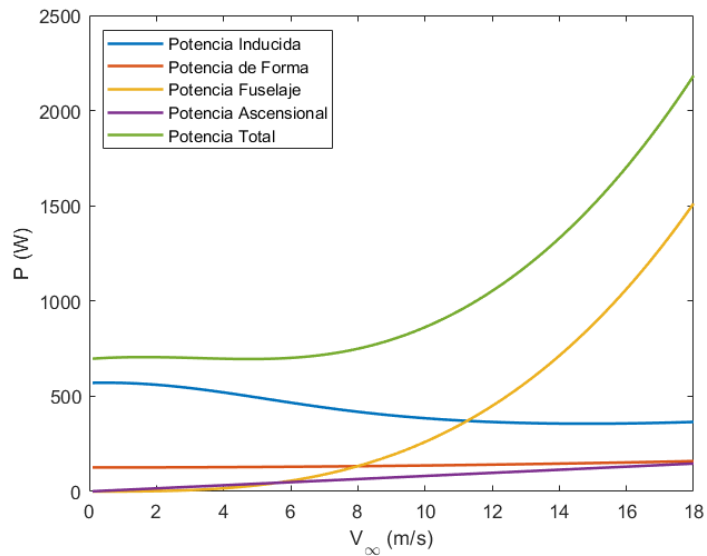


Figura 3.37 Potencias respecto a la velocidad para la altitud $H=0$ m y ángulo de subida $\gamma = 5^\circ$.

permanecen constante, por tanto $\eta_{estacionario} = \eta_{avanceasc} = 0.79$.

Además, se va a representar el porcentaje de consumo como en el apartado 3.2.1 pero para vuelo de avance inclinado c_{aa}/c_T para subir un incremento de altura $\Delta h = 100$ m.

Este comportamiento se puede observar en la gráfica 3.39, la capacidad consumida para varios ángulos de subida. Se observa que conforme mayor es el ángulo de subida, menor es el consumo, esto es debido a que conforme mayor es el ángulo de subida γ , mayor es la velocidad de subida y por lo tanto menos tiempo se tarda en alcanzar ese incremento de altura. Este comportamiento se observaba para vuelo de

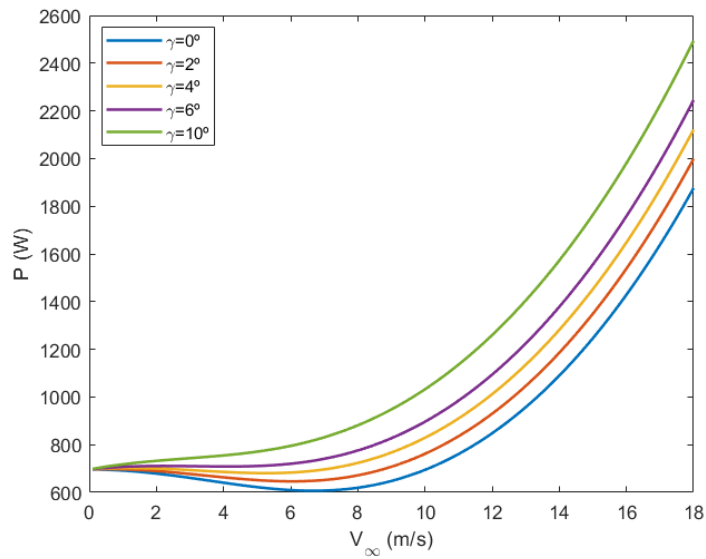


Figura 3.38 Potencia total respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y altitud $H=0$ m.

subida en la gráfica 3.18.

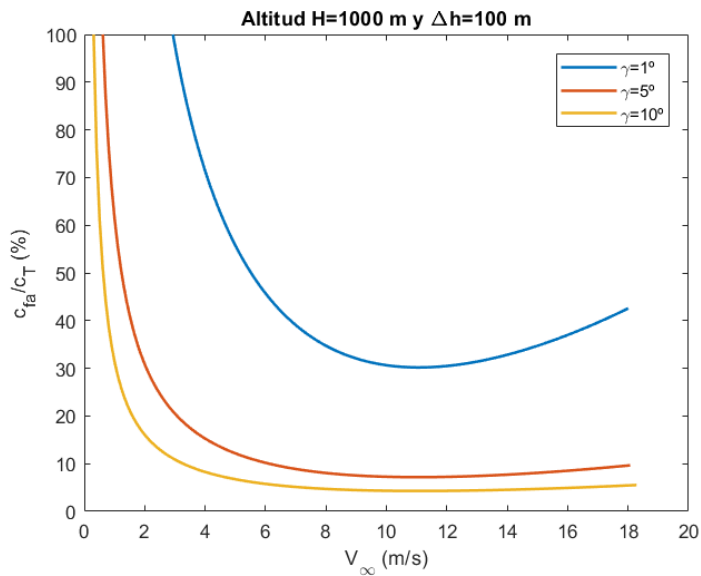


Figura 3.39 Consumo respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y $\Delta h = 100$ m.

En la gráfica 3.40, se observa el consumo respecto Δh para varias velocidades. Como es obvio, conforme mayor incremento de alturas se tiene, más se consume.

En la gráfica 3.41, se va a analizar el efecto de la capacidad consumida respecto varias altitudes para vuelo de avance ascensional. Conforme aumenta la altitud en velocidades bajas, la capacidad consumida aumenta ya que la potencia inducida aumenta conforme disminuye la densidad, pero en velocidades

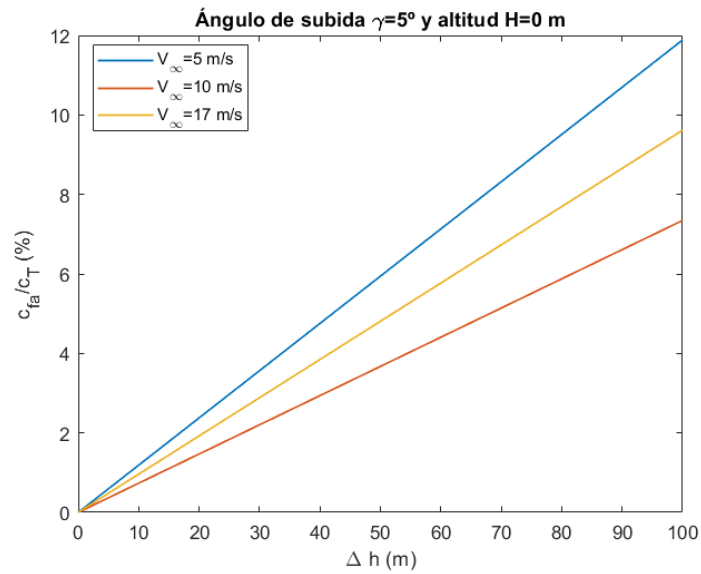


Figura 3.40 Consumo respecto incremento de altura Δh para varias velocidades y $\gamma = 5^\circ$.

elevadas pasa lo contrario. Si aumenta la altitud, la capacidad disminuye porque la potencia más relevante es la potencia de fuselaje que disminuye al aumentar la altitud.

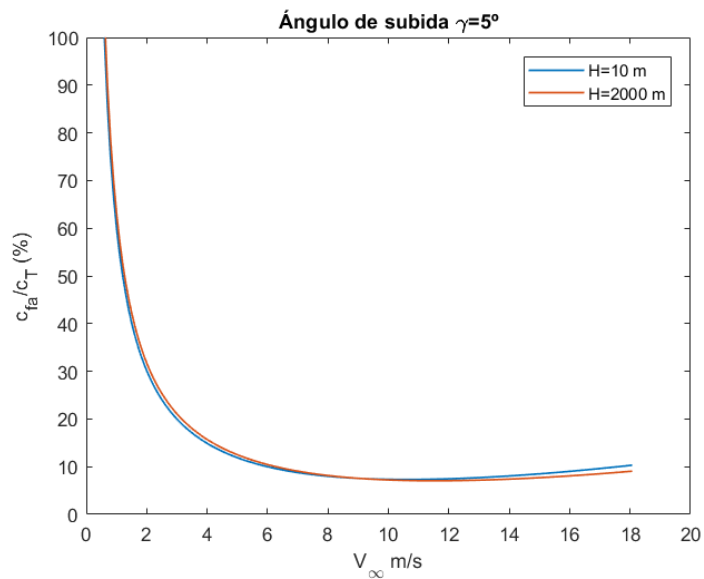


Figura 3.41 Capacidad consumida respecto incremento de altura Δh para varias altitudes y $\gamma = 5^\circ$.

3.6 Modelo de potencia en vuelo de avance descendencial

Se va a estudiar y validar el modelo de potencias para multicopteros en vuelo de avance descendencial. El vuelo de avance descendencial se caracteriza por realizar un vuelo de avance pero además perder altura. Se

va a utilizar la misma hipótesis que en el apartado 3.5 ya que el modelo es el mismo, únicamente cambia que el ángulo de subida ahora es negativo.

Se ha elegido el multicoptero DJI Matrice 600 Pro (definido en apartado 3.1.1 y 3.1.2) para estudiar el modelo de potencias.

Para estimar qué velocidades puede tener el multicoptero compatibles con el ángulo de descenso (se ha supuesto que $|\gamma| \ll 1$), se ha representado en la gráfica 3.42 para varias velocidades de avance y de descenso, qué ángulo de descenso cumple la hipótesis de ángulo γ pequeño.

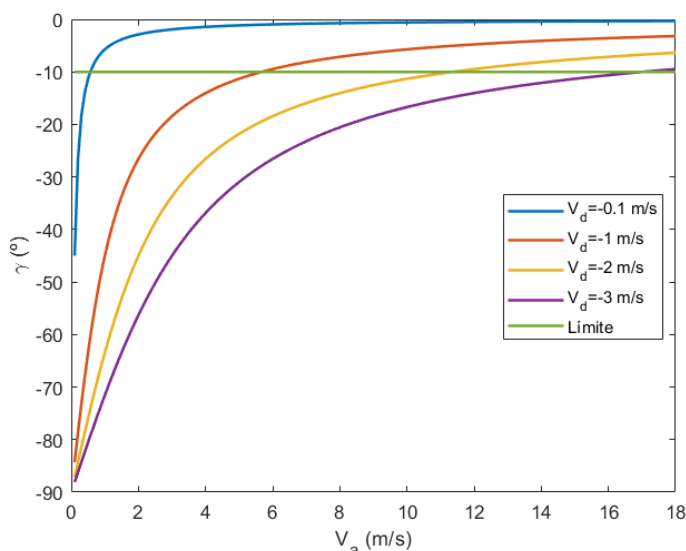


Figura 3.42 Velocidades de descenso y de avance para el multicoptero DJI Matrice 600 Pro.

En la gráfica 3.43, se va a representar todas las potencias que existe para vuelo de avance en descenso. Va a ser similar a la del apartado 3.5, únicamente cambia que la potencia es descendional y el ángulo de ataque ahora depende del ángulo de bajada y la velocidad para la potencia de fuselaje, inducida y de forma.

Además, como en el apartado 3.5, se ha representado la variación de potencia total para varios ángulos de descenso en la figura 3.44. Conforme aumenta el ángulo de descenso menor es la potencia total consumida, porque es mayor en términos absolutos la potencia descendional.

3.6.1 Estimaciones basadas en el modelo de consumo

Para validar el modelo de consumo en vuelo de avance, se va a considerar como en el apartado 3.2.1 que las pérdidas de potencia en todas las condiciones de vuelo permanecen constante, por tanto $\eta_{estacionario} = \eta_{avancedesc} = 0.79$.

Además, se va a representar el porcentaje de consumo como en el apartado 3.2.1 pero para vuelo de avance de descenso c_{ad}/c_T para descender un incremento de altura $\Delta h = -100 m$.

Este comportamiento se puede observar en la gráfica 3.45, el consumo para varios ángulo de descenso. Se observa que conforme mayor es el ángulo de descenso, menor es el consumo, esto es debido a que conforme mayor es el ángulo de descenso γ , mayor es la velocidad de descenso y por lo tanto menos potencia total se tiene. Esto se observaba en la gráfica 3.44.

En la gráfica 3.46, se observa el consumo respecto Δh para varias velocidades. Como es obvio, conforme mayor decremento de alturas se tiene, más se consume.

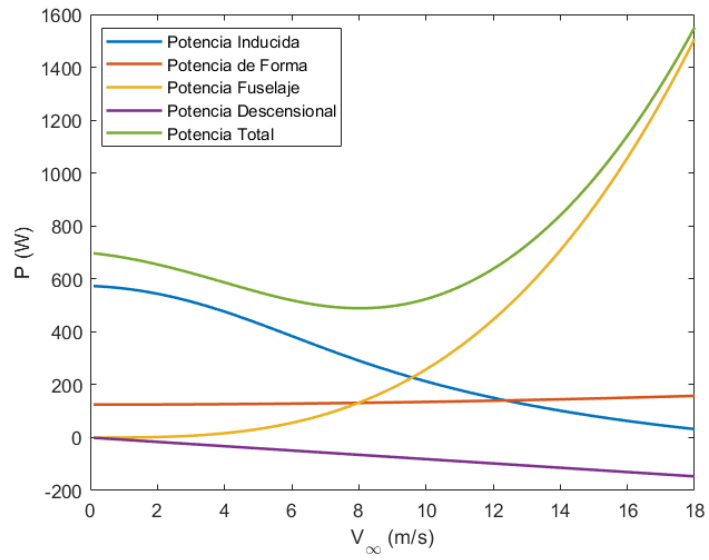


Figura 3.43 Potencias respecto velocidad para la altitud $H=120$ m y ángulo de descenso $\gamma = -5^\circ$.

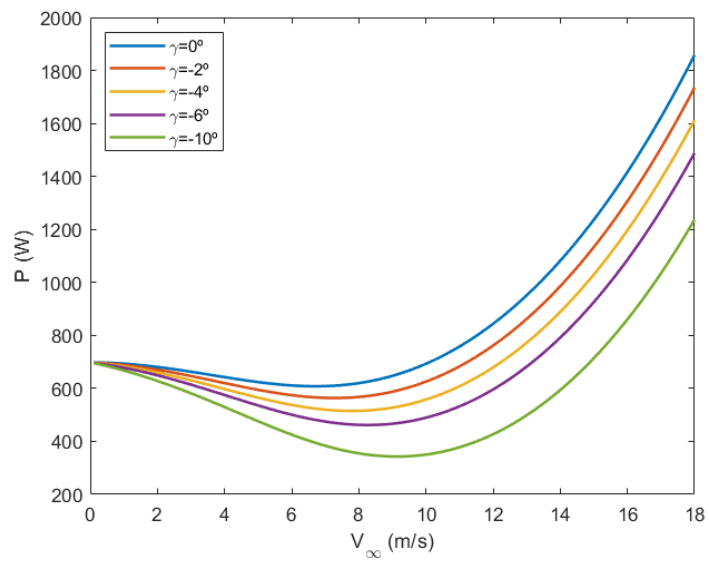


Figura 3.44 Potencia total respecto velocidad para varios ángulos de subida γ y altitud $H=120$ m.

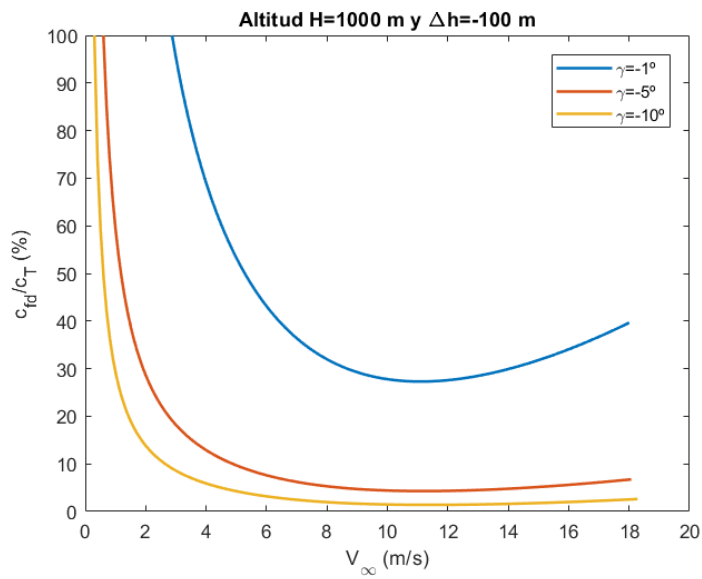


Figura 3.45 Consumo respecto velocidad para varios ángulos de descenso γ y $\Delta h = -100$ m.

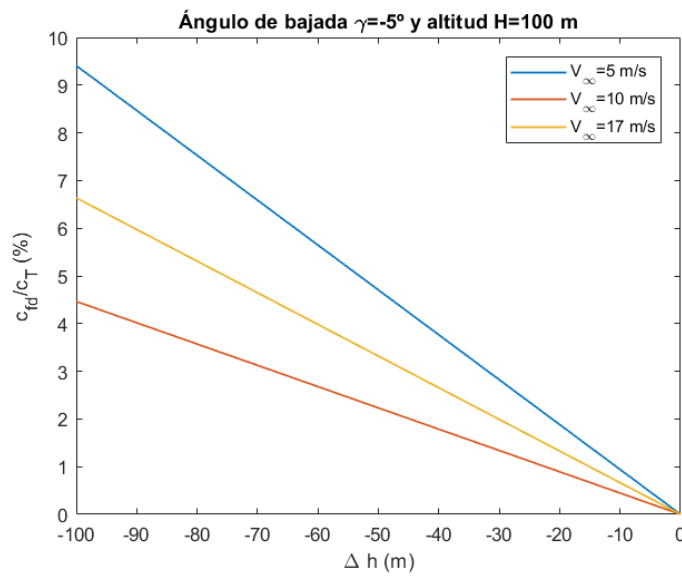


Figura 3.46 Consumo respecto incremento de altura Δh para varias velocidades y $\gamma = -5^\circ$.

4 Conclusión

En primer lugar, de los modelos de potencia y de intensidad suministrada por baterías se obtienen las siguientes conclusiones:

- Se ha comprobado que el factor de pérdida de potencia η puede considerarse constante porque se ha visto que la variación de este respecto al empuje T es muy pequeña.
- Además, el modelo de intensidad suministrada por baterías en vuelo estacionario se aproxima bastante bien a los valores de intensidad de especificaciones del fabricante de rotores reales.
- También, para ver la dependencia de la potencia total respecto al número de rotores se ha observado que conforme más rotores se tiene menos potencia total tiene que dar la batería a los rotores.

Asimismo, se ha comprobado que para todos los regímenes de vuelo conforme aumenta el peso del multicoptero, menor es la autonomía porque hay que suministrar más potencia a los rotores.

Igualmente, se ha demostrado que conforme mayor es la cota de vuelo, mayor es la potencia que hay que suministrar a los rotores para todos los regímenes de vuelo, a excepción del vuelo de avance que para velocidades de avance elevadas, conforme mayor es la cota de vuelo menor potencia consumida.

En segundo lugar, tanto en vuelo de ascenso como de descenso, para incrementos de altura pequeños Δh , conforme mayor es la velocidad de subida o de descenso en valor absoluto, menor es el porcentaje de capacidad consumida.

En tercer lugar, en vuelo de avance, conforme aumenta la cota de vuelo, las velocidades que maximizan la autonomía y alcance va aumentado.

En cuarto lugar, en vuelo de avance ascensional, conforme aumenta el ángulo de subida γ , mayor es la potencia que hay que suministrar a los rotores y en vuelo de avance descendencial conforme aumenta el ángulo de bajada, menor es la potencia que hay que suministrar a los rotores.

Los resultados de consumo en el multicoptero DJI Matrice 600 Pro son bastante buenos y se aproximan bastante a la realidad para las diferentes cargas y diferentes baterías en vuelo estacionario.

1 Cálculo del factor de corrección de potencia inducida

El factor de corrección de potencia inducida (κ) tiene su origen porque las predicciones de potencia realizadas con las ecuaciones de la teoría de cantidad de movimiento para rotores no son iguales a las medidas realizadas sobre un rotor real. Estas diferencias entre las ecuaciones de cantidad de movimiento y los experimentos en rotores ocurren debido a que no se tiene en cuenta los efectos viscosos. Por lo tanto, en [1], Bagai y Leishman descubrieron que si multiplicaba la potencia inducida por un factor de corrección, se podía aproximar a los valores reales. Este valor fue $\kappa = 1.15$ y se ha escogido como valor para todos los modelos en esta memoria.

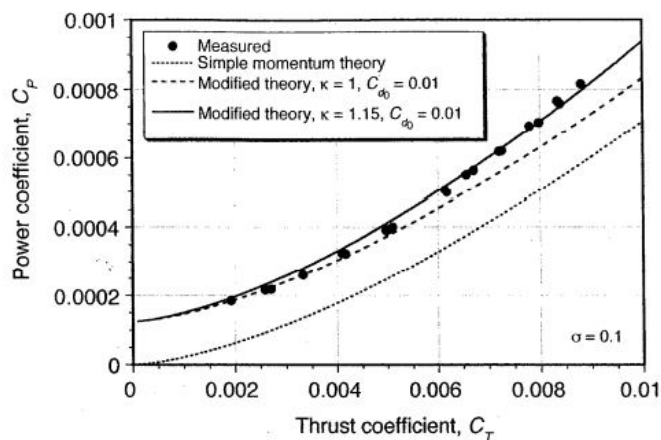


Figura 1 Comparación de las predicciones hechas por un rotor real con la ecuaciones de la teoría de cantidad de movimiento, imagen extraída en [1].

2 Atmósfera ISA

La atmósfera ISA es un modelo de la atmósfera terrestre que permite obtener los valores de presión, temperatura, densidad y viscosidad del aire en función de la altitud. Los drones suelen trabajar en la

troposfera ($H < 11000\text{ m}$), por lo tanto la ecuación de la densidad, que es la ecuación que interesa para el estudio de multicopteros, es:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T H}{\Theta_0}\right) \frac{R_g \alpha_T}{R_g \alpha_T}^{-1} \quad (4.1)$$

donde los valores a nivel del mar son: $\Theta_0 = 288.15\text{ K}$, $\rho_0 = 1.225\text{ kg/m}^3$, $\alpha_T = 6.5 \cdot 10^{-3}\text{ K/m}$ y $R_g = 287.05\text{ J/(kgK)}$, $g = 9.81\text{ m/s}^2$ y H es la cota de vuelo respecto el nivel del mar.

3 Estimación del Coeficiente de Resistencia de Rotor C_{d0}

Para hallar la potencia de forma o de rotor, se necesita el coeficiente C_{d0} , entonces se va a explicar a continuación el valor que puede alcanzar este coeficiente.

Primero, se va a suponer que el coeficiente de rotor no va a depender ni del número de Mach ni del número de Reynolds. Cuando se definió la potencia de rotor, se simplificó este modelo no aplicando estrechamiento a la cuerda, entonces la cuerda va a ser constante. Por lo tanto, se va a considerar las palas de la hélice como un perfil bidimensional y se va a representar para varios números de Reynolds y ángulos de ataque estos perfiles. A continuación se representa las gráficas C_d - α para un perfil bidimensional VR-12 y un NACA 0012:

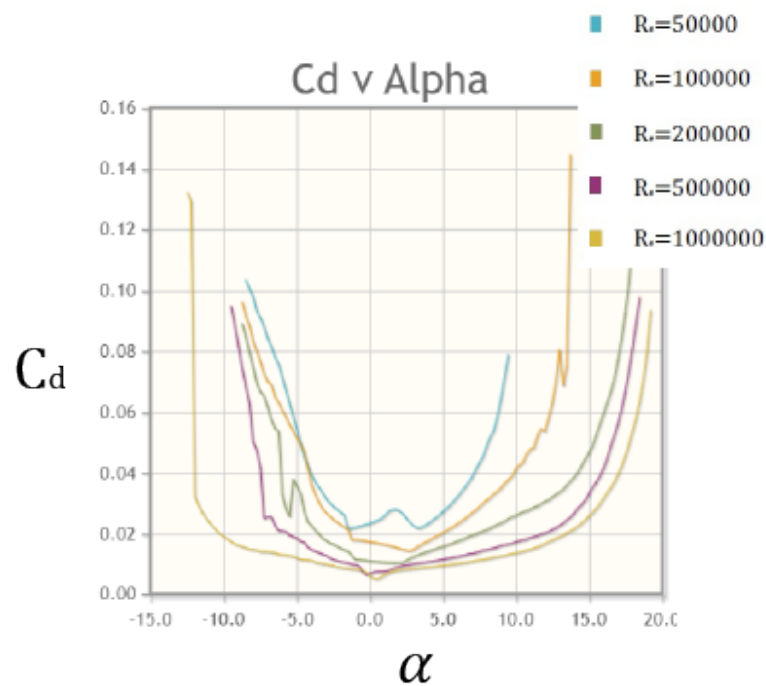


Figura 2 C_d - α para un VR-12, imagen extraída en [8].

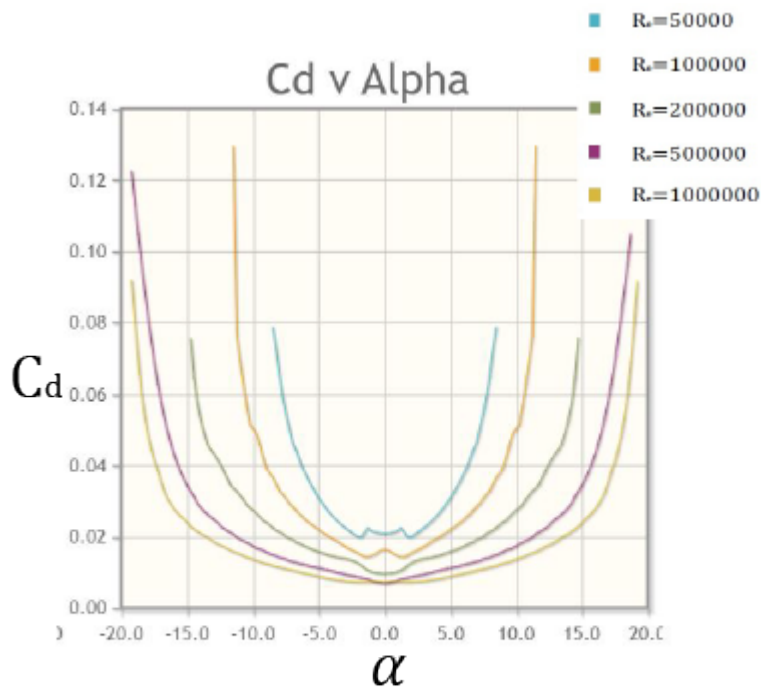


Figura 3 C_d - α para un NACA 0012, imagen extraída en [8].

Observando las gráficas 2 y 3, el coeficiente de resistencia C_d para ángulos de ataque α pequeño, depende del número de Reynolds, pero poco. Así que, se va a considerar el valor de coeficiente de resistencia como de valor constante para simplificar las ecuaciones y los modelos. Por lo tanto, su valor se ha estimado como $C_{d0} = 0.02$ para todos los casos que se van a estudiar en este trabajo.

4 Códigos Matlab

Código 4.1 Vuelo estacionario.

```
%% Datos
dens=1.225; %% densidad nivel mar
D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 21"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor
cue=0.03; %%Cuerda
Nb=2; %%Numero de palas
Cd0=0.02; %%Coeficiente de resistencia
kappa=1.15; %%valor kappa
```

```

%% Hallar rendimiento motor https://www.dji.com/es/e2000/info

% datos sacados de ficha tecnica
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %Intensidad (A)
V=[44.4]; %Voltaje (V)
T=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/st

%% Modelo rendimiento

Pe=V.*I;
Pa=kappa*T.^(3/2)/sqrt(2*dens*A);
P0=1/8*dens*Nb*w.^3*cue*Cd0*(D/2)^4;
Pt=Pa+P0;
rendimiento=Pt./Pe;
rendm=mean(rendimiento);

%% Modelo potencia

w4=284; %rad /s

P=9.5*9.8; %%Peso dron
T4=P/6; %%Fuerza que debe aportar cada rotor (N)
Pa4=6*1.15*T4^(3/2)/sqrt(2*dens*A);%%Potencia aerodinámica del rotor
CT=(T4)/(dens*A*(w4*(D/2))^2);
Cpi=6*kappa*CT^(3/2)/sqrt(2);
Pia=Cpi*dens*A*(w4*(D/2))^3;

P04=6*1/8*dens*Nb*w4^3*cue*Cd0*(D/2)^4;
Pt=Pa4+P04;

%% Modelo consumo

Pe4=Pt/rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4/V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
t4=c/I4;

```

Código 4.2 Vuelo ascenso.

```

%% Datos Problema
dens0=1.225; %% densidad nivel mar

```

```

D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 17"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor
kappa=1.15;
cue=0.03;
Nb=2;
Cd0=0.02;
n=6; %% Numero de Rotores
P=9.5*9.8; %%Peso dron

%% Rotores DJI
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %%Intensidad (A)
V=[44.4]; %%Voltaje (V)
T=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %%Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/s

%% Atmosfera ISA
H=0; %%Cota de vuelo
g=9.81;
alpha=6.5*10^-3;
tetha=288.15;
Rg=287.05;
dens=dens0*(1-alpha*H/tetha)^((g/(Rg*alpha))-1);

%% Parte Potencia
Vc=5;
h=100;
tiempo=h./abs(Vc)./60;
Tt=P; %% Empuje total
Tr=Tt./n; %% Empuje cada rotor
w4 = interp1(T, w, Tr, 'linear');
vh=sqrt(Tr./(2*dens*A));
vi=vh.*(-Vc./(2.*vh)+sqrt((Vc./(2.*vh)).^2+1));
Pa=kappa.*n.*(Tr).*(vi); %%Potencia inducida
Pd=P*Vc; %%Potencia subida
P04=n*1/8*dens*Nb*w4^3*cue*Cd0*(D/2)^4; %%Potencia de rotor
Pt=Pa+P04+Pd; %%Potencia total

%% Parte consumo
rendm=0.778;
Pe4=Pt./rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4./V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
consumo4=tiempo.*I4;
porcentaje4=consumo4./c*100; %%Porcentaje capacidad consumida

```

Código 4.3 Vuelo descenso.

```

%% Datos Problema
dens0=1.225; %% densidad nivel mar
D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 17"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor
kappa=1.15; %% Valor inventado
cue=0.03;
Nb=2;
Cd0=0.02;
n=6; %% Numero de Rotores

%% Datos del rotor
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %%Intensidad (A)
V=[44.4]; %%Voltaje (V)
Tr=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %%Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/st

n=6; %% Numero de Rotores
P=9.5*9.8; %%Peso dron
T=P/n; %%Fuerza que debe aportar cada rotor (N)
w4 = interp1(Tr, w, T, 'linear');

%% Subida Axial
Vc=-3;

H=107;
g=9.81;
alpha=6.5*10^-3;
tetha=288.15;
Rg=287.05;
dens=dens0*(1-alpha*H/tetha)^((g/(Rg*alpha))-1);

%% Parte potencia
h=100;
tiempo=h./abs(Vc)./60; %%tiempo en subir ese altura min

vh=sqrt(T/(2*dens*A));
vcvh=Vc/vh;

if vcvh<=-2

vi=vh*(-Vc/(2*vh)-sqrt((Vc/(2*vh))^2-1));
Pa4=n*(T)*(Vc+vi);

```

```

if Pa4<0
    Pa4=0;
end

else
    k1=-1.225;
    k2=-1.372;
    k3=-1.718;
    k4=-0.655;
    vi=vh*(kappa+k1*(Vc/vh)+k2*(Vc/vh)^2+k3*(Vc/vh)^3+k4*(Vc/vh)^4);
    Pa4=kappa*n*(T)*(vi);

end

%% Parte Consumo
rendm=0.7876;
P04=n*1/8*dens*Nb*w4^3*cue*Cd0*(D/2)^4;
Pd=P*Vc;
Pt=Pa4+P04+Pd;

%% Parte consumo
Pe4=Pt/rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4/V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
consumo4=tiempo*I4;
porcentaje4=consumo4/c*100;

```

Código 4.4 Vuelo de avance.

```

clear all; clc; close all;

%% Datos problemas
dens0=1.225; %% densidad nivel mar
D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 17"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor
kmu=4.65; %% Potencia de forma
kappa=1.15;
cue=0.03;
Nb=2;
Cd0=0.02;
n=6; %% Numero de Rotores

```

```

P=9.5*9.8;
PP=9.5;
ff=sqrt(2.20462.*PP).*0.092903;

%% Rotor
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %Intensidad (A)
V=[44.4]; %Voltaje (V)
T=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/st

%% Atmosfera ISA
H=10
g=9.81;
alpha=6.5*10^-3;
tetha=288.15;
Rg=287.05;
dens=dens0*(1-alpha*H/tetha)^((g/(Rg*alpha))-1);

j=1;
Va=18;

alpha=dens*Va^2*ff/(2*P)*pi/180;

Tr=P./n;
w4 = interp1(T, w, Tr, 'linear');
vh=sqrt(Tr/(2*dens*A));

mu=(Va.*cos(alpha))./(w4.*(D/2));
CT=(Tr)./(dens.*A.*(w4.*(D/2)).^2);
muy=(Va.*sin(alpha))./(w4.*(D/2));
lambdah=sqrt(CT./2);

f = @(u)fun(u,mu,lambdah,alpha);

x0=0;

lambda= fsolve(f, x0);
clc;

%% Potencia aerodinámica
Poo=n*Tr^(3/2)/sqrt(2*dens*A);
Pa=kappa*Poo*(mu/lambdah*tan(alpha)+lambdah/sqrt(mu^2+lambda^2));

```



```

%% Potencia de forma

sigma=(Nb*cue)/(pi*(D/2));
CP0=n*1/8*sigma*Cd0*(1+kmu*mu^2);
P04=CP0*dens*A*(w4*(D/2))^3;

%% Potencia parasita

ff1=(P*tan(alpha))/(1/2*dens*Va^2);
ff=sqrt(2.20462*9.5)*0.092903;
Ad=1.497;

CPp=1/2*(ff/Ad)*mu^3;
Pp=CPp*dens*Ad*(w4*(D/2))^3;

%% Total
Pt=Pa+P04+Pp;

%% Baterías

rendm=0.778;
Pe4=Pt/rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4/V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
t4=c/I4;

```

Código 4.5 Vuelo de avance funcion fun.

```

function f = fun(u,mu,lambdah,alpha)

lambda = u;

f = lambda-mu*tan(alpha)-lambdah^2/sqrt(mu^2+lambda^2);

end

```

Código 4.6 Vuelo de avance ascensional.

```

clear all; clc; close all;

%% Datos Problemas
dens0=1.225; %% densidad nivel mar
D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 17"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor

```

```

kmu=4.65; %% Potencia de forma
kappa=1.15;
cue=0.03;
Nb=2;
Cd0=0.02;
n=6; %% Numero de Rotores
P=9.5*9.8;
ff=sqrt(2.20462*9.5)*0.092903;
gamma=5*pi/180; %% Ángulo de subida

%% Datos Rotor
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %%Intensidad (A)
V=[44.4]; %%Voltaje (V)
T=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %%Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/st

%% Atmosfera ISA
H=1000;
g=9.81;
alpha=6.5*10^-3;
tetha=288.15;
Rg=287.05;
dens=dens0*(1-alpha*H/tetha)^((g/(Rg*alpha))-1);

%% Modelo potencia
Va=18./cos(gamma)
d=100; %% Incremento de altura
tiempo=d/abs(Va*sin(gamma))/60;
alpha=gamma+dens*Va^2*ff/(2*P)*pi/180;

Tr=P./n;
w4 = interp1(T, w, Tr, 'linear');
vh=sqrt(Tr/(2*dens*A));

mu=(Va.*cos(alpha))./(w4.*(D/2));
CT=(Tr)./(dens.*A.*(w4.*(D/2)).^2);
muy=(Va.*sin(alpha))./(w4.*(D/2));
lambdah=sqrt(CT./2);

f = @(u)fun(u,mu,lambdah,alpha);

x0=0;

lambda= fsolve(f, x0);
clc;

```

```

%Potencia aerodinámica

Poo=n*Tr^(3/2)/sqrt(2*dens*A);
Pa=kappa*Poo*(mu/lambdah*tan(alpha)+lambdah/sqrt(mu^2+lambdah^2));

% Potencia de forma

sigma=(Nb*cue)/(pi*(D/2));
CP0=n*1/8*sigma*Cd0*(1+kmu*mu^2);
P04=CP0*dens*A*(w4*(D/2))^3;

% Potencia parasita

ff1=(P*tan(alpha))/(1/2*dens*Va^2);
ff=sqrt(2.20462*9.5)*0.092903;
Ad=1.497;

CPp=1/2*(ff/Ad)*mu^3;
Pp=CPp*dens*Ad*(w4*(D/2))^3;

% Potencia ascensional
Paa=P*Va*sin(gamma);

% Total
Pt=Pa+P04+Pp+Paa;

%% Modelo Consumo

rendm=0.778;
Pe4=Pt/rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4/V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
consumo4=tiempo*I4;
porcentaje4=consumo4/c*100; %% Capacidad consumida

```

Código 4.7 Vuelo de avance descensional.

```

dens0=1.225; %% densidad nivel mar
D=21*0.0254; %% Diametro de helice de 17"
A=pi*(D/2)^2; %% área barrida rotor
kmu=4.65; %% Potencia de forma
kappa=1.15;

```

```

cue=0.03;
Nb=2;
Cd0=0.02;
n=6; %% Numero de Rotores
P=9.5*9.8;
ff=sqrt(2.20462*9.5)*0.092903;
I=[1.391 2.643 4.458 7.141 10.595]; %Intensidad (A)
V=[44.4]; %Voltaje (V)
T=[856 1336.78 1952 2686 3500]*1/1000*9.8; %Empuje (N)
w=[2000 2500 3000 3500 4000]*pi/30; % Rad/st

gamma=-5*pi/180;

for H=[120 12000]
g=9.81;
alpha=6.5*10^-3;
tetha=288.15;
Rg=287.05;
dens=dens0*(1-alpha*H/tetha)^((g/(Rg*alpha))-1);

gamma=-5*pi/180;
j=1;
for Va=[0.1:0.1:18] ./cos(gamma)
d=100;
tiempo=d/abs(Va*sin(gamma))/60;
alpha=gamma+dens*Va^2*ff/(2*P)*pi/180;

Tr=P./n;
w4 = interp1(T, w, Tr, 'linear');
vh=sqrt(Tr/(2*dens*A));

mu=(Va.*cos(alpha))./(w4.*(D/2));
CT=(Tr)./(dens.*A.*(w4.*(D/2)).^2);
muy=(Va.*sin(alpha))./(w4.*(D/2));
lambdah=sqrt(CT./2);

f = @(u)fun(u,mu,lambdah,alpha);

x0=0;

lambda= fsolve(f, x0);
clc;

```

```

%Potencia aerodinámica

Poo=n*Tr^(3/2)/sqrt(2*dens*A);
Pa=kappa*Poo*(mu/lambdah*tan(alpha)+lambdah/sqrt(mu^2+lambdah^2));

% Potencia de forma

sigma=(Nb*cue)/(pi*(D/2));
CP0=n*1/8*sigma*Cd0*(1+kmu*mu^2);
P04=CP0*dens*A*(w4*(D/2))^3;

% Potencia parasita

ff1=(P*tan(alpha))/(1/2*dens*Va^2);
ff=sqrt(2.20462*9.5)*0.092903;
Ad=1.497;

CPp=1/2*(ff/Ad)*mu^3;
Pp=CPp*dens*Ad*(w4*(D/2))^3;

% Potencia ascensional
Paa=P*Va*sin(gamma);

% Total
Pt=Pa+P04+Pp+Paa;

%% Modelo de consumo

rendm=0.778;
Pe4=Pt/rendm; %% Potencia electrica de cada rotor
V4=22.2; %% Tensión de batería TB47S. (V)
I4=Pe4/V4; %%Intensidad batería TB47S. (A)
c=0.8*6*4.5*60; %%Capacidad de baterías en las unidades de (A*min)
consumo4=tiempo*I4;
porcentaje4=consumo4/c*100;

```


Bibliografía

- [1] LEISHMAN *Principle Of Helicopter Aerodynamics*, Second Edition, 2006.
- [2] DJI WEB, URL:<https://www.dji.com/es/matrice600-pro/info#specs>
- [3] ANTIGRAVITY ROTOR, URL:<https://store-en.tmotor.com/goods.php?id=996>
- [4] E2000 ROTOR, URL:<https://www.dji.com/es/e2000/info#specs>
- [5] DJI 2170 HELICE, URL:<https://store.dji.com/es/product/matrice-600-2170-folding-propeller-kit-cw-ccw>
- [6] EXPLICACIÓN BATERÍAS, URL:<http://learningrc.com/lipo-battery/>
- [7] IMÁGENES VOLUMEN DE CONTROL DIFERENTES REGÍMENES DE VUELO, URL:<http://www.aero.us.es/heli/descargas0910.html>
- [8] INFORMACIÓN PERFILES AERODINÁMICOS, URL:www.airfoiltools.com

