

# Trabajo de fin de Grado

## Ingeniería de las Tecnologías Industriales

### Aplicación de filtro de Kalman a la estimación de parámetros térmicos en transformadores de aceite

Autor: Fernando Quintanilla López-Manzanares

Tutores: José Antonio Rosendo Macías  
Miguel Ángel González Cagigal

Dpto. Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# **Aplicación de filtro de Kalman a la estimación de parámetros térmicos en transformadores de aceite**

Autor:

Fernando Quintanilla López-Manzanares

Tutores:

José Antonio Rosendo Macías

Catedrático de Universidad

Miguel Ángel González Cagigal

Doctor Ingeniero Industrial

Dpto. de Ingeniería Eléctrica

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado: Aplicación de filtro de Kalman a la estimación de parámetros térmicos en transformadores de aceite

Autor: Fernando Quintanilla López-Manzanares

Tutores: José Antonio Rosendo Macías  
Miguel Ángel González Cagigal

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis maestros*



# Resumen

---

Dada la importancia operativa y económica que supone la continuidad del servicio de los transformadores de gran potencia, y observando que los parámetros de los modelos térmicos no se ajustan con propiedad a los de los equipos en planta o no se conocen, se ve necesario determinar una manera de caracterizarlos bien.

Este trabajo presenta la aplicación de un estimador dinámico de parámetros aplicado al modelo térmico de transformadores de aceite. La implementación del estimador y del modelo de simulación se ha realizado en Matlab.

A partir de una estimación inicial del estado, y suponiendo conocido el perfil de carga variable con el tiempo, la temperatura ambiente y una medida de la evolución de la temperatura del transformador, es posible aproximarse a los parámetros que mejor se adaptan al comportamiento real, empleando filtros de Kalman.

Se mostrarán el modelo estudiado, las bases teóricas del filtro empleado, su aplicación para estimar los parámetros, y las simulaciones y estimaciones realizadas.



# Abstract

---

Due to the transformer relevance on a network because of its cost and operative importance, it is vital to know how does it works. Manufacturers offer parameter values that might not fit with real transformer behaviour.

This work focuses on the dynamic state estimator of the thermal model of oil-filled transformers, and its implementation on Matlab.

The target is to approximate some initial values –for example, the manufacturer parameters- to the real values of the transformer by applying Kalman Filter. The real transformer has been simulated, and the measurements taken from it.

It will be shown the studied model, the theoretical basis of Kalman Filter, its application on the model and the simulations and estimations made, with the corresponding results.



# Índice

---

<b>Resumen</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>xi</b>
<b>Índice</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice de ecuaciones</b>	<b>xix</b>
<b>Notación</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Motivación</i>	1
1.2 <i>Objetivos del trabajo</i>	2
1.3 <i>Revisión del estado del arte</i>	2
1.4 <i>Estructura del trabajo</i>	3
<b>2 Modelo térmico del transformador</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Variables de estado</i>	5
2.2 <i>Parámetros</i>	5
2.3 <i>Entradas del sistema</i>	6
2.4 <i>Modelo térmico</i>	6
<b>3 Filtro de Kalman</b>	<b>11</b>
3.1 <i>Filtro de Kalman original</i>	11
3.2 <i>Filtro de Kalman extendido (EKF)</i>	12
3.3 <i>Filtro de Kalman Unscented (UKF)</i>	14
<b>4 Aplicación del filtro</b>	<b>17</b>
4.1 <i>Medida del estado</i>	17
4.2 <i>Análisis del modelo</i>	17
4.3 <i>Vector de estados ampliado</i>	19
4.4 <i>Ecuaciones de estado</i>	19
4.5 <i>Valores de inicialización</i>	20
4.5.1 <i>Inicialización de estado</i>	20
4.5.2 <i>Inicialización de covarianza</i>	20

4.6	<i>Matriz de ruido de proceso</i>	21
<b>5</b>	<b>Resultados de las estimaciones</b>	<b>23</b>
5.1	<i>Estimación de los parámetros por separado</i>	23
5.1.1	Estimación de $\Delta\theta_{or}$	23
5.1.2	Estimación de $T_a$	24
5.1.3	Estimación de $\chi$	26
5.1.4	Estimación de R	27
5.2	<i>Estimación de parámetros en conjunto</i>	28
5.2.1	Estimación de los cuatro parámetros a la vez	29
5.2.2	Estimación de $\Delta\theta_{or}$ , $T_a$ y $x$	32
<b>6</b>	<b>Conclusiones y propuestas de trabajo</b>	<b>35</b>
	<b>Referencias</b>	<b>37</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Fig. 1-1: Error de la norma en la asignación de parámetros. [2]	2
Fig. 2-1: Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado. [3]	7
Fig. 2-2: Prueba de las ecuaciones de estado	8
Fig. 3-1: Esquema del filtro de kalman lineal.	12
Fig. 3-2: Esquema del filtro de kalman extendido.	13
Fig. 3-3: Estimación por EKF de la relación de áreas	14
Fig. 3-4: Esquema del UKF	15
Fig. 4-1: Análisis de sensibilidad del modelo	18
Fig. 4-2: Valor del término relativo a R de la función de estado	19
Fig. 5-1: Estimación de la temperatura del aceite durante la estimación de $\Delta\theta_{or}$	23
Fig. 5-2: Estimaciones de $\Delta\theta_{or}$ para distintos valores de inicialización de $\Delta\theta_{or}$	24
Fig. 5-3: Estimación de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de $T_a$	25
Fig. 5-4: Estimaciones de $T_a$ para distintos valores de inicialización de $T_a$	25
Fig. 5-5: Estimaciones de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de $x$	26
Fig. 5-6: Estimaciones de $x$ para distintos valores de inicialización de $x$	27
Fig. 5-7: Estimación de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de R	28
Fig. 5-8: Estimaciones de R para distintos valores de inicialización de R	28
Fig. 5-9: Estimación de todos los parámetros a la vez	29
Fig. 5-10: Estimaciones de R para pequeñas desviaciones en el resto de parámetros	30
Fig. 5-11: Estimación de todos los parámetros por tramos	31
Fig. 5-12: Estimación satisfactoria de $\Delta\theta_{or}$ , $T_a$ y $x$	33
Fig. 6-1: Comparación de estimación de $\theta_o$ por aplicación de UKF	35
Fig. 6-2: Comparación de los errores de estimación de $\theta_o$ en la aplicación de UKF	35
Fig. 6-3: Error de estimación de $\theta_o$ empleando Levenberg-Marquard como estimador [2]	36



# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1: Parámetros del modelo de prueba	8
Tabla 2: Covarianzas a priori iniciales	21
Tabla 3: Valores de la diagonal de la matriz de ruido	21
Tabla 4: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de $\Delta\theta_{or}$	23
Tabla 5: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de $T_a$	24
Tabla 6: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de $x$	26
Tabla 7: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de $R$	27
Tabla 8: Escenarios de estimación de todos los parámetros	29
Tabla 9: Escenarios de estimación de $R$ junto a otro parámetro más	30
Tabla 10: Escenarios de estimación por tramos	31
Tabla 11: Error relativo en la estimación por tramos	32
Tabla 12: Escenario de estimación de $\Delta\theta_{or}$ , $T_a$ y $x$ en conjunto	32



# ÍNDICE DE ECUACIONES

---

Ec. 1: Ecuación de estado del modelo propuesto por la norma	7
Ec. 2: Ecuación de estado del modelo propuesto por la norma	7
Ec. 3: Ecuación de estado del modelo propuesto por la norma	7
Ec. 4: Ecuación de estado del modelo propuesto por la norma	7
Ec. 5: Ecuación de estado del modelo propuesto por la norma	7
Ec. 6: Ecuación de estado lineal genérica (ruido de proceso aditivo)	11
Ec. 7: Ecuación de medida genérica(ruido muestral aditivo)	11
Ec. 8: Ecuación de ganancia de Kalman en filtro básico	12
Ec. 9: Ecuación de actualización de estado en filtro básico	12
Ec. 10: Ecuación de actualización de covarianza en filtro básico	12
Ec. 11: Ecuación de extrapolación de estado en filtro básico	12
Ec. 12: Ecuación de extrapolación de covarianza en filtro básico	12
Ec. 13: Ecuación de estado no lineal genérica (ruido de proceso aditivo)	12
Ec. 14: Linealización de la ecuación de estado genérica	12
Ec. 15: Definición de matriz jacobiana	12
Ec. 16: Predicción de estado en EKF	13
Ec. 17: Predicción de la covarianza en EKF	13
Ec. 18: Ecuación de ganancia de Kalman en EKF	13
Ec. 19: Ecuación de actualización de estado en EKF	13
Ec. 20: Ecuación de actualización de covarianza en EKF	13
Ec. 21: Ecuación de estado de un depósito que se vacía	13
Ec. 22: Aplicación de la función de medida sobre la nube de puntos extrapolados	15
Ec. 23: Media de las medidas sobre la nube de puntos extrapolados	15
Ec. 24: Covarianza de las medidas de la nube de puntos extrapolados	15
Ec. 25: Covarianza cruzada de a nube de puntos extrapolada y sus medidas	15
Ec. 26: Ecuación de la ganancia de Kalman en UKF	15
Ec. 27: Ecuación de actualización de estado en UKF	15
Ec. 28: Ecuación de actualización de la covarianza en UKF	15
Ec. 29: Generación de la nube de puntos sigma	15
Ec. 30: Generación de la nube de puntos sigma	15
Ec. 31: Generación de la nube de puntos sigma	15
Ec. 32: Predicción del estado en UKF	15
Ec. 33: Predicción de covarianza en UKF	15

Ec. 34: Integración de ecuaciones de estado de la norma	17
Ec. 35: Integración de ecuaciones de estado de la norma	17
Ec. 36: Integración de ecuaciones de estado de la norma	17
Ec. 37: Integración de ecuaciones de estado de la norma	17
Ec. 38: Definición de constante de tiempo $T_a$	18
Ec. 39: Ecuación de predicción de la temperatura del aceite empleada en la estimación	19
Ec. 40: Ecuación de predicción de $\Delta\theta_{or}$ empleada en la estimación	19
Ec. 41: Ecuación de predicción de $T_a$ empleada en la estimación	20
Ec. 42: Ecuación de predicción de $x$ empleada en la estimación	20
Ec. 43: Ecuación de predicción de $R$ empleada en la estimación	20
Ec. 44: Valor inicial de la temperatura del aceite estimada	20
Ec. 45: Matriz genérica de covarianza a priori inicial	20
Ec. 46: Matriz genérica de ruido de proceso	21

# Notación

---

A	Matriz de función de transición de estado
B	Matriz de control
c	Factor de carga del transformador
f	Función de transición de estado
h	Función de observación
H	Matriz de función de observación
I	Matriz unidad
J	Jacobiano de la función de transición de estado
K	Ganancia de Kalman
k	Número de iteración
$k_{11}$	Constante del modelo térmico 1
$k_{12}$	Constante del modelo térmico 2
$k_{22}$	Constante del modelo térmico 3
$P_0$	Covarianza a priori inicial
$P_k$	Covarianza a posteriori
$P_{k-1}$	Covarianza a priori
pu	Por unidad
R	Relación entre pérdidas en carga a corriente asignada y pérdidas en vacío
$r_m$	Desviación típica del ruido muestral
t	Tiempo
$u_k$	Entrada al sistema
$v_k$	Ruido muestral
$w_k$	Ruido del proceso
$x_0$	Vector estimación inicial
$x_k$	Vector de estimación en la iteración k
y	Potencia exponencial de la corriente en relación al calentamiento de los arrollamientos. (exponente de los arrollamientos)
$\Delta t$	Paso de tiempo en simulación
$\Delta\theta_{hr}$	Gradiente del punto caliente con relación al aceite superior en la cuba, para la corriente asignada

$\Delta\theta_{or}$	Calentamiento del aceite en régimen permanente para las pérdidas asignadas
$\theta_a$	Temperatura del ambiente
$\theta_h$	Temperatura del punto caliente
$\theta_o$	Temperatura del aceite medio en la cuba
$\theta_w$	Temperatura del arrollamiento
$\tau_o$	Constante de tiempo del aceite medio
$\tau_w$	Constante de tiempo de los arrollamientos
$\varphi$	Vector de estados
$\chi$	Potencia exponencial de las pérdidas totales en relación al calentamiento del aceite superior en la cuba. (exponente del aceite)
$\Omega$	Vector de parámetros a estimar

# 1 INTRODUCCIÓN

---

El modelado de los componentes de una instalación es de gran utilidad para conocer las respuestas del sistema, y poder operarlo con seguridad, fiabilidad, y a máximo rendimiento. En el caso de los transformadores de aceite, que constituyen un activo valioso e importante en una instalación eléctrica, es importante conocer su estado ante distintos puntos de funcionamiento, concretamente la temperatura del punto caliente, determinante en la degradación del equipo.

Todo modelo físico-matemático de un sistema funciona empleando cálculos con las variables del mismo, las entradas y los parámetros conocidos. Sin embargo, es posible que los parámetros del equipo dados por el fabricante o por la norma de referencia no se correspondan con los que caracterizan en planta al sistema por muchos motivos: el envejecimiento de los materiales o ciertas condiciones externas que influyen sobre el comportamiento de los equipos puede invalidar los modelos propuestos.

El objetivo de este trabajo es mostrar cómo empleando filtros de Kalman, [1], dada una estimación inicial de los parámetros característicos, suponiendo conocidas las entradas, y unas lecturas del estado del transformador, es posible proporcionar una estimación de los parámetros que se aproxima más a la realidad, aunque las medidas sean ruidosas.

## 1.1 Motivación

El presente trabajo puede responder al interés de las empresas en la gestión de sus activos: el transformador de potencia es un equipo susceptible de calentarse si se sobrecarga o no tiene una refrigeración adecuada, como cualquier máquina eléctrica. Conocer bien el modelo térmico del transformador en planta -y más allá del papel- permite establecer el estado de carga máximo para que el usuario pueda afinar en la planificación de su instalación, evaluar la vida útil del transformador, o cuantificar las pérdidas.

Las normas de referencia o los parámetros indicados por el fabricante no siempre caracterizan con fidelidad el comportamiento del transformador. La presión y la humedad del aire, la incidencia de la radiación, tratamientos recibidos, histórico de perfiles de carga irregulares o no considerados en el estudio del fabricante, la propia disposición y arquitectura de la instalación pueden ser factores que hagan que el equipo tenga un comportamiento térmico distinto al observado en laboratorio. De hecho, es posible que el mismo fabricante se permita dar holgura entre el factor de carga límite y el nominal, solo para garantizar que la empresa no reciba demandas por los clientes, cuando realmente el transformador puede soportar cargas mucho mayores.

Este hecho ya se observado en [2], que asegura que siguiendo los parámetros ofrecidos por la norma [3], la simulación y la medida de la temperatura del aceite difieren en  $12^{\circ}\text{C}$ . El autor del artículo afirma que el error es reducido hasta  $3^{\circ}\text{C}$ , empleando una estimación basada en el estimador de Levenberg-

Marquardt.

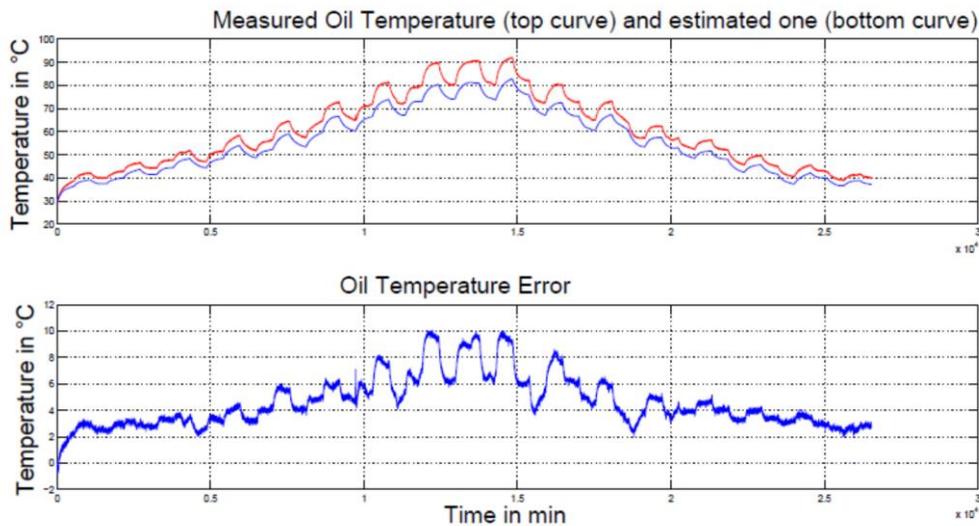


Fig. 1-1: Error de la norma en la asignación de parámetros. [2]

## 1.2 Objetivos del trabajo

Este trabajo tiene como finalidad proponer un método de estimación del estado del modelo térmico de transformadores de aceite, basado en filtros de Kalman.

La propia estimación de los parámetros requiere conocer el estado del equipo, concretamente la temperatura del aceite superior en la cuba y la del punto caliente. Como resulta interesante realizar un seguimiento de la temperatura del punto caliente por seguridad y para evaluar la pérdida de vida útil [3], este filtro puede servir de ayuda para quienes estuvieran interesados en la estimación de estado, aunque el objetivo principal del trabajo es la estimación de los parámetros.

## 1.3 Revisión del estado del arte

En una revisión de los estimadores dinámicos, se han observado distintos artículos:

Un trabajo análogo a este es el que realizan Zhu y otros en [4], en el que se aplica con éxito el filtro de Kalman sobre el modelo térmico de un motor de imanes permanentes. Las transferencias de calor se modelan como la diferencia de temperaturas entre superficies, dividido entre una resistencia térmica. Así, el sistema se puede caracterizar linealmente. Sin embargo, el modelo que se tratará en este trabajo no es lineal.

Resulta especialmente interesante este trabajo el artículo de S. Najar [5], donde se emplea el algoritmo de Levenberg-Marquardt para estimar la temperatura y los parámetros de trafos de aceite, según el modelo de la misma norma.

M. Abdelwanis y otros [6] exponen la aplicación de un algoritmo de optimización basado en el comportamiento de los coyotes y su organización social (COA o Coyote optimization algorithm). En el artículo referenciado se emplea satisfactoriamente para estimar parámetros eléctricos de transformadores monofásicos y trifásicos. R.J. Pérez y otros [7] emplean algoritmos genéticos sobre el modelo térmico de transformadores, y Z. Liu y otros [8] emplean algoritmos coevolucionarios con GPUs en paralelo para determinar los parámetros del modelo térmico de motores síncronos de imanes permanentes.

Por otro lado, en un artículo J. Pantoja y otros [9] presentan la aplicación de la misma variante del estimador aquí empleado en la estimación de parámetros eléctricos de un generador síncrono, de su excitador y del controlador.

Estudiando otras variantes del filtro de Kalman de las que aquí se proponen, en [10] M.Á. González Cagigal y otros presentan una comparativa interesante entre EKF, UKF, CKF y EnKF (Respectivamente extended, unscented, cubature y ensemble Kalman filter) en distintas aplicaciones. En [11] los mismos autores, proponen aplicar distintos filtros de Kalman en el estudio de redes de distribución, concretamente en la identificación de las fases a las que se conectan los consumidores. Llega a la conclusión que en el caso del modelo que emplea para el sistema, de los estimadores estudiados, el mejor es EnKF, seguido de CKF y UKF. En otra comparación que hacen en la estimación de parámetros de una turbina eólica [12], se emplea satisfactoriamente CKF, revelando que trabaja mejor que UKF en esa aplicación, y por supuesto que el filtro de Kalman extendido.

## **1.4 Estructura del trabajo**

En la Sección 2, se presentará el modelo que propone la norma para determinar el estado de los transformadores de aceite. Se explicarán sus ecuaciones, las temperaturas que entran en juego y los parámetros, que son el objetivo del trabajo.

En la Sección 3, se describe el filtro de Kalman, que es la herramienta de estimación para los parámetros aplicada en este trabajo y dos variantes.

En la Sección 4 se describe cómo se lleva a cabo la aplicación del filtro

En la Sección 5 se muestran los resultados y por último, en la Sección 6 se presentan las conclusiones y propuestas de trabajo.



## 2 MODELO TÉRMICO DEL TRANSFORMADOR

---

Los equipos estudiados en este trabajo son transformadores de distribución que emplean aceite como medio aislante entre los componentes a diferente tensión eléctrica. El aceite cumple una doble función: proporcionar aislamiento eléctrico entre los arrollamientos, y entre éstos y el resto del equipo; y refrigerar el bobinado, que es la fuente de calor en un transformador.

Como referencia se ha tomado la norma UNE-IEC 60076-7, que es una guía de carga para transformadores de potencia sumergidos en aceite, que presenta modelos térmicos de estos equipos muy interesantes.

### 2.1 Variables de estado

La variable de estado más importante a conocer es la temperatura del punto crítico o punto caliente  $\theta_h$ . El modelo requiere emplear otras tres variables de estado más:  $\theta_o$ ,  $\Delta\theta_{h1}$ , y  $\Delta\theta_{h2}$ , que son, respectivamente, la temperatura del aceite en la zona superior de la cuba del transformador, y un par de variables auxiliares, cuya diferencia es equivalente a la diferencia entre la temperatura del punto caliente y del aceite superior.

De aquí en adelante, el conjunto de variables de estado se recogerá en el vector  $\varphi$ :

$$\varphi = \begin{bmatrix} \theta_h \\ \theta_o \\ \Delta\theta_{h1} \\ \Delta\theta_{h2} \end{bmatrix}$$

En el momento de explicar la aplicación del filtro se denominará estado al conjunto de variables de  $\varphi$  más los parámetros a estimar.

### 2.2 Parámetros

El modelo propuesto por la norma de referencia contiene unos 10 parámetros, de los cuales se deben tener unos valores iniciales para poder realizar la estimación. La lista es la siguiente:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{hr} \\ \Delta\theta_{or} \\ k_{21} \\ k_{22} \\ k_{11} \\ t_0 \\ t_w \\ \chi \\ y \\ R \end{bmatrix}$$

Donde:

$\Delta\theta_{hr}$  se corresponde con la diferencia de temperaturas entre el punto caliente y el aceite situado en la zona superior de la cuba, para un régimen de carga equivalente a la potencia nominal.

$\Delta\theta_{or}$  es la diferencia entre la temperatura del aceite superior de la cuba y la del ambiente.

$k_{21}$  es una constante térmica referida al calentamiento del punto caliente como consecuencia de las pérdidas en el cobre.

$k_{22}$  es una constante térmica referida a la transmisión de calor entre el arrollamiento y el aceite.

$k_{11}$  es una constante térmica referida a la dinámica del calentamiento del aceite.

$t_0$  es la constante de tiempo característica del calentamiento del aceite.

$t_w$  es la constante de tiempo característica del calentamiento de los arrollamientos.

$\chi$  es un exponente relacionado con el calentamiento del aceite por las pérdidas en el cobre.<sup>1</sup>

$y$  es un exponente relacionado con el calentamiento de los arrollamientos por las pérdidas en el cobre.

$R$  es la relación entre las pérdidas en carga y las pérdidas de vacío en un régimen de carga nominal.

## 2.3 Entradas del sistema

El sistema tiene como entradas dos escalares variables en el tiempo: la carga del transformador y la temperatura del ambiente. La carga  $c$  es un factor adimensional igual a la potencia en operación entre la potencia nominal del equipo, y para la temperatura ambiente  $\theta_a$  se tomará la del aire, simplificando los mecanismos de transmisión de calor de la envolvente del transformador con su entorno.

$$u = \begin{bmatrix} c \\ \theta_a \end{bmatrix}$$

## 2.4 Modelo térmico

La norma de referencia tomada [3] presenta dos modelos para calcular la temperatura de punto caliente: el primero es una solución de ecuaciones exponenciales, que requiere tomar como hipótesis un modelo determinado del perfil de carga. El segundo es una solución de las ecuaciones diferenciales, que es el que se ha empleado en este trabajo. En la Fig. 2-1, tomada de la norma, se muestra el comportamiento del sistema en el dominio frecuencial:

<sup>1</sup> La norma propone nombrarla como ' $\chi$ ', pero se ha preferido reservar esa letra para el estado estimado.

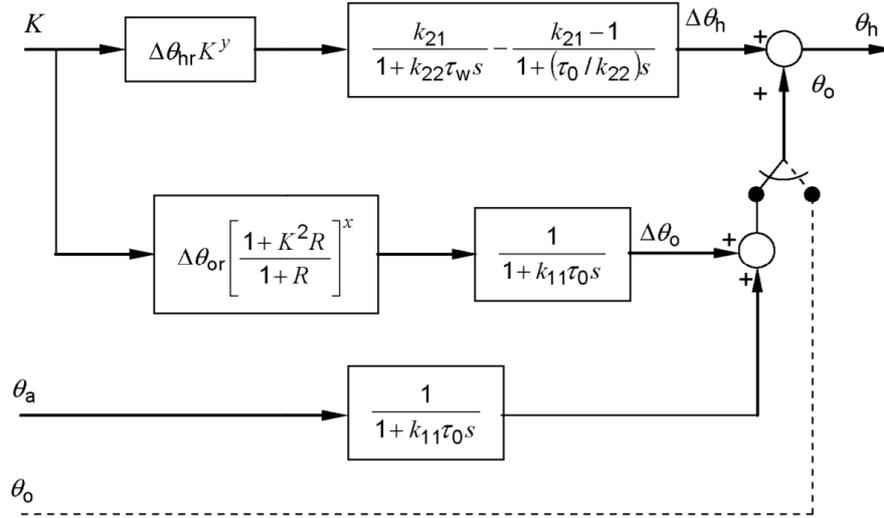


Fig. 2-1: Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado. [3]

Este modelo se puede escribir con las siguientes ecuaciones en el dominio del tiempo:

$$\left[ \frac{1 + c^2 R}{1 + R} \right]^x \Delta\theta_{or} = k_{11} \tau_0 \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o - \theta_a$$

Ec. 1

$$k_{21} c^y \Delta\theta_{hr} = k_{22} \tau_w \frac{d\Delta\theta_{h1}}{dt} + \Delta\theta_{h1}$$

Ec. 2

$$(k_{21} - 1) c^y \Delta\theta_{hr} = \frac{\tau_0}{k_{22}} \frac{d\Delta\theta_{h2}}{dt} + \Delta\theta_{h2}$$

Ec. 3

$$\Delta\theta_h = \Delta\theta_{h1} - \Delta\theta_{h2}$$

Ec. 4

$$\Delta\theta_h \triangleq \theta_h - \theta_o$$

Ec. 5

Según la norma, y atendiendo al esquema de la Fig. 2-1, el aporte calorífico al ambiente por el contacto con una atmósfera a temperatura  $\theta_a$  es proporcional a la diferencia entre las temperaturas del aceite y el aire (se desprecia transferencia de calor por radiación).

En la Fig. 2-2 se muestra el comportamiento simulado del modelo ante una entrada variable de carga y temperatura ambiente, de un modelo que tiene los parámetros siguientes:

Parámetro	Valor	Unidad
$\Delta\theta_{hr}$	23	K
$\Delta\theta_{or}$	43	K
$k_{22}$	2	pu
$k_{21}$	2	pu
$k_{11}$	0,5	pu
$\tau_o$	170	min
$\tau_w$	5	min
$\chi$	0,8	pu
$y$	1,3	pu
R	6	pu

Tabla 1: Parámetros del modelo de prueba

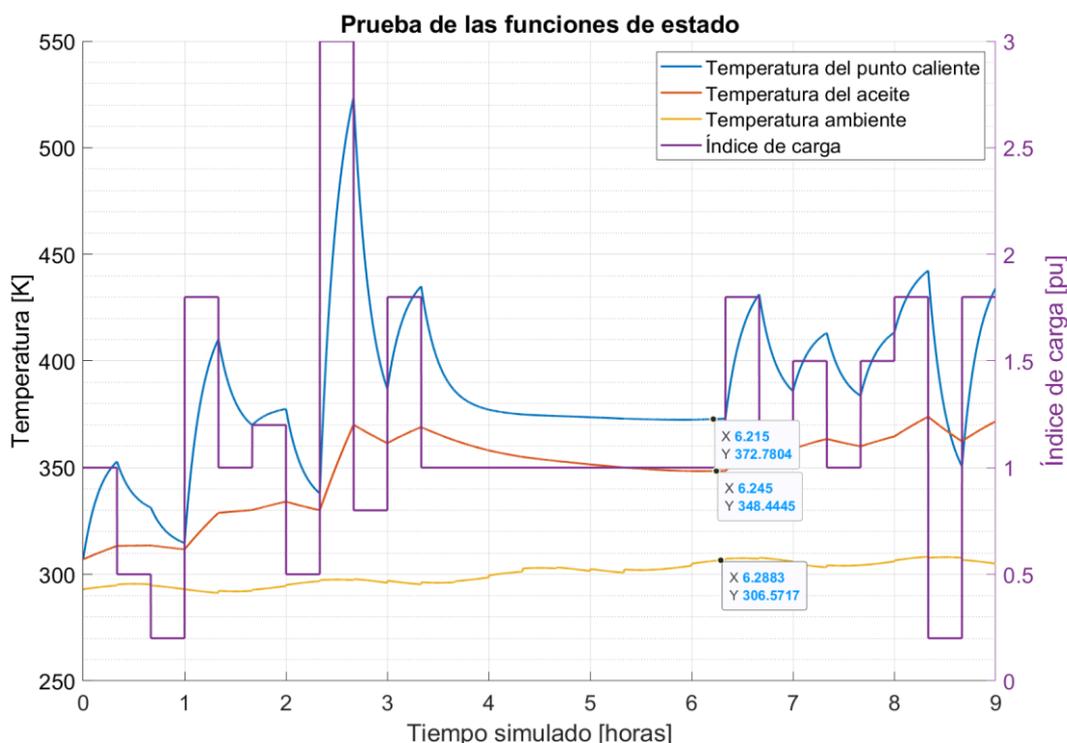


Fig. 2-2: Prueba de las ecuaciones de estado

Es coherente con la respuesta esperada del sistema. En morado se representa el índice de carga, que es la potencia a la que opera el equipo dividido entre su potencia nominal. Los tramos en que más potencia se está transformando presentan un calentamiento más elevado que los que tienen menos.

Por otro lado, la dinámica de la temperatura del arrollamiento es mucho más rápida que la del calentamiento o enfriamiento de la temperatura del aceite, cosa que era de esperar, y ya se anunciaba en las constantes de tiempo  $\tau_o$  y  $\tau_w$ .

En un régimen en que la carga es constante durante unas horas se llega a un régimen permanente. Se ha simulado un régimen permanente con carga igual a la potencia nominal, y la diferencia de temperaturas entre el punto caliente y el aceite son  $24^{\circ}\text{C}$ , muy cercano al parámetro  $\Delta\theta_{hr}$ , que la norma [13] define como gradiente del punto caliente con relación al aceite superior en la cuba para la corriente asignada. Igualmente, la diferencia de temperaturas entre el aceite y el ambiente (que venía creciendo, pero muy lentamente) es de  $42^{\circ}\text{C}$ , muy cercano al parámetro  $\Delta\theta_{or}$ , que según la norma es el calentamiento respecto a la temperatura ambiente del aceite superior en la cuba para las pérdidas asignadas.





## 3 FILTRO DE KALMAN

---

El filtro de Kalman [1] es un estimador dinámico de estado ideado por Rudolf E. Kalman en 1960, usado hoy en día en aplicaciones para navegación, procesamiento de señales, econometría, predicción del tiempo o realidad virtual [14], del que se ha servido este trabajo como herramienta para realizar las estimaciones. Este capítulo se centrará en la descripción genérica del estimador, así como de tres de sus variantes: el Filtro de Kalman Extendido (EKF), el Filtro de Kalman Unscented (UKF),

### 3.1 Filtro de Kalman original

Un estimador dinámico es una herramienta que permite en tiempo real conocer aproximadamente un estado oculto mediante mediciones, si el modelo de ecuaciones que define el sistema es conocido.

A diferencia de otros estimadores, como el observador de Luenberger, el filtro de Kalman se puede emplear aunque la medida sea ruidosa (pero no sesgada). Sin embargo, se verá que es necesario aplicar variaciones para trabajar modelos no lineales.

Sea un sistema dinámico multidimensional, cuya función de estado es lineal, expresado como:

$$x_k = A \cdot x_{k-1} + B \cdot u_{k-1} + w_k \quad \text{Ec. 6}$$

Y una ecuación de medida:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad \text{Ec. 7}$$

donde  $x_k$  es el estado en el instante  $k$ ,  $x_{k-1}$  y  $u_{k-1}$  son, respectivamente, los valores del estado y las entradas en el instante anterior, y  $w_k$  es el ruido del proceso. Como es un sistema lineal, puede representarse con una ecuación tan sencilla como la mostrada, donde  $A$  es la matriz de transición de estado, y  $B$  es la matriz de control.  $z_k$  es la medida que se tiene del estado, y  $H$  la matriz de observación del mismo.

El sistema puede estimarse, pese a tener de él sólo unas medidas limitadas y ruidosas de algunas de las variables de estado, si se conoce un modelo que lo caracterice correctamente. La estimación del estado del sistema se realizará por una combinación lineal de los datos de la medida y la extrapolación de las ecuaciones de estado, y el peso que tenga la medida frente a la predicción en la estimación vendrá dada en función de la incertidumbre de la medición y de la misma estimación.

La dinámica del proceso requiere de dos pasos: en primer lugar, una predicción del estado en el instante siguiente, y en segundo lugar una actualización en función de las medidas y la incertidumbre. En la siguiente figura se muestra un esquema:

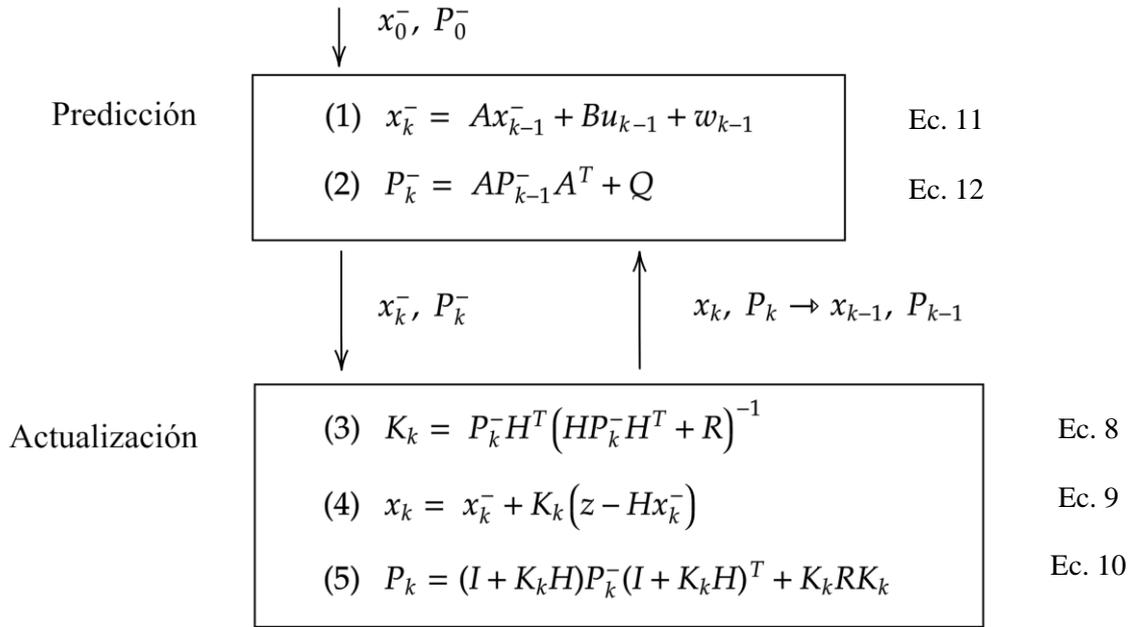


Fig. 3-1: Esquema del filtro de kalman lineal.

El estimador requiere de una estimación inicial  $x_0$  y  $P_0$ , las ecuaciones se nombran como sigue:

- (1) Ecuación de predicción de estado.
- (2) Ecuación de predicción de covarianza/ incertidumbre, donde Q es una matriz diagonal relativa al ruido del proceso.
- (3) Ecuación de la ganancia de Kalman, donde es H es la matriz llamada de observación.
- (4) Ecuación de actualización de estado.
- (5) Ecuación de actualización de estado, donde R es una matriz diagonal relativa al ruido muestral.

El filtro puede aplicarse para estimar parámetros considerándolos como un conjunto de incógnitas más, adaptando la función de extrapolación de estado. De tratarse de un sistema estático la ecuación correspondiente a los parámetros sería trivial: el parámetro permanece constante durante la etapa de predicción.

### 3.2 Filtro de Kalman extendido (EKF)

Como la formulación anterior está limitada a funciones lineales, para tratar funciones que no lo sean con la formulación anterior es necesario adaptar la predicción de la estimación:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k \quad \text{Ec. 13}$$

$$x_k \cong \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} x_{k-1} + \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} u_{k-1} + w_k \quad \text{Ec. 14}$$

A la matriz de las derivadas de la función de la extrapolación (jacobiano) se la denominará por J:

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad \text{Ec. 15}$$

Ahora, si la linealización de la función de transición no da errores numéricos graves, el filtro de Kalman puede emplearse como sigue:

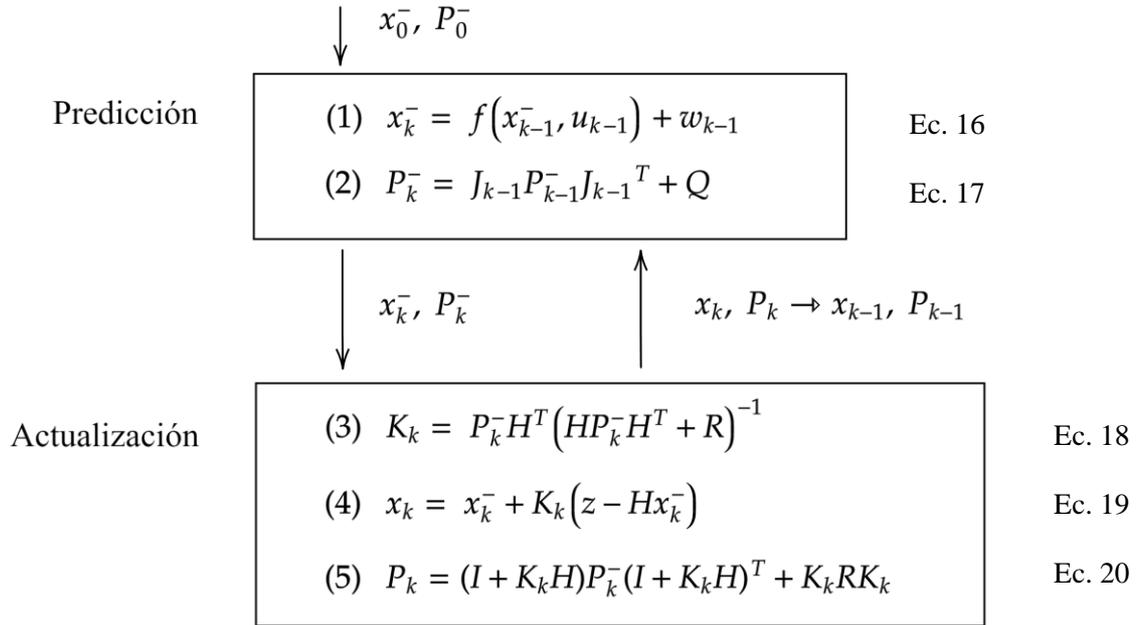


Fig. 3-2: Esquema del filtro de kalman extendido.

Cada ecuación conserva el mismo nombre que en la versión básica del filtro. Obsérvese que la única diferencia con el filtro básico está en (2).

Por ejemplo, este algoritmo se ha aplicado en la estimación de los parámetros de un depósito prismático que se vacía por gravedad este es un sistema sencillo con la altura de la superficie como variable de estado:

$$h = h_0 - \frac{A_s}{A_d} \sqrt{2g} \int \sqrt{h} dt$$

Ec. 21

Los parámetros a estimar del modelo del depósito son el área del depósito y la sección de salida, si se tiene por conocida la gravedad. Sin embargo, los resultados de la simulación sólo son aceptables si se toma como parámetro a estimar la relación entre áreas. Es por lo que se dice que ambos parámetros no son observables por separado, o según Keesman [15], no son identificables.

Las siguientes figuras muestran los resultados de simular el sistema y la estimación para distintos valores de la estimación inicial de  $A_s/A_d$ . Aunque son muy lejanos del valor real, la convergencia se da muy pronto.

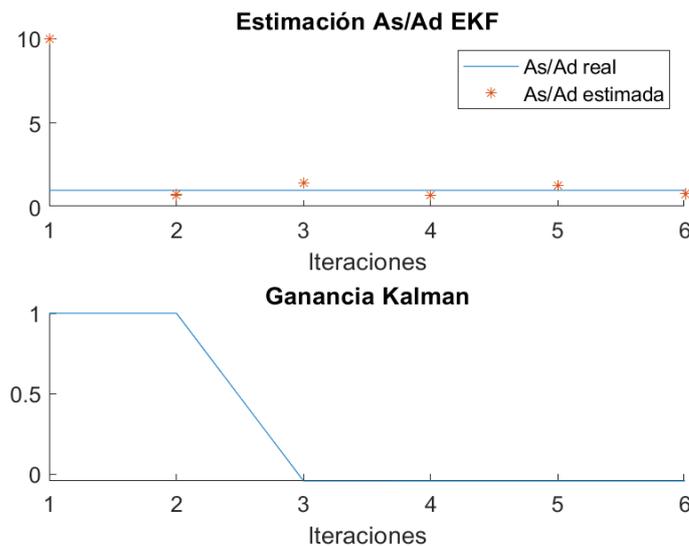


Fig. 3-3: Estimación por EKF de la relación de áreas

Se trata de un método que llega pronto a un régimen que oscila en torno al valor deseado, pese a comenzar con valores iniciales alejados. La simulación del mismo sistema se realizó varias veces, pero tratando de estimar por separado ambas áreas, sin resultado.

### 3.3 Filtro de Kalman Unscented (UKF)

El filtro de Kalman con la transformación Unscented (UT) es una propuesta de Julier y Uhlmann [16] del 2004 que permite realizar la estimación de un sistema no lineal, con mayor precisión que el EKF, y a un coste computacional equivalente.

En el caso de este método, los pasos de la predicción y la actualización se hacen sobre una nube de puntos determinada, tal que la media de cada punto coincida con el estado anterior, y la covarianza muestral que se lee de la nube coincide con la covarianza a priori. Trabajar con la transformación que proponen Julier y Uhlmann permitirá propagar la covarianza con mayor fidelidad en las ecuaciones no lineales.

La matriz de covarianza que se extraiga de los puntos escogidos y transformados por la función de estado, la covarianza de los puntos resultantes de aplicar la función de observación a la estos últimos, y la covarianza cruzada entre los puntos transformados y sus medidas se emplearán para calcular la ganancia de Kalman, que servirá para actualizar el estado y la covarianza.

En la siguiente figura se muestra un esquema del procedimiento:

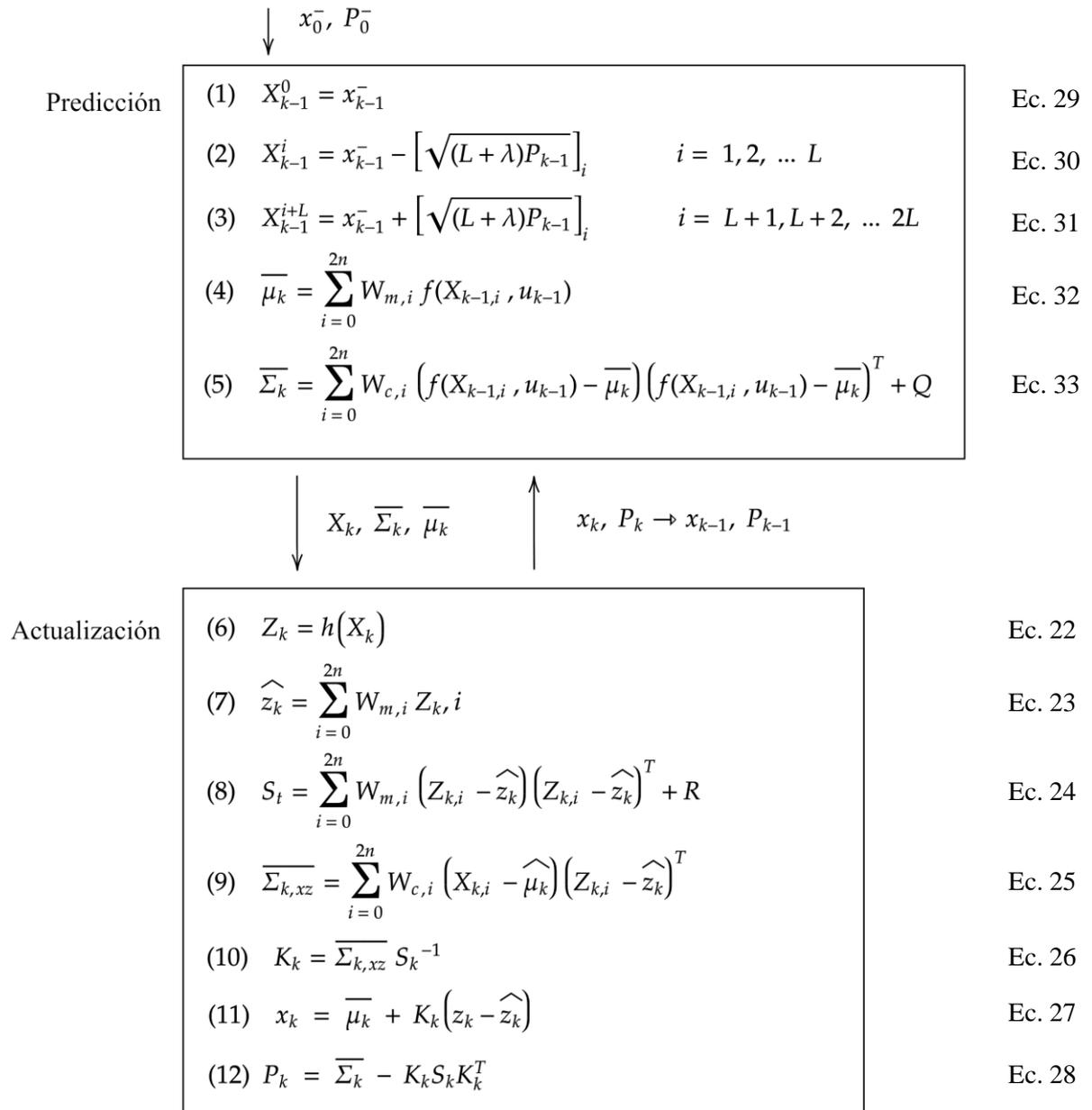


Fig. 3-4: Esquema del UKF

En este estimador, las ecuaciones se nombran como sigue:

- (1) Generación del primer punto de la nube sigma.
- (2) Generación de una mitad de los puntos de la nube de puntos sigma.
- (3) Generación de la otra mitad de los puntos de la nube de puntos sigma.
- (4) Media ponderada de la nube de puntos extrapolada.
- (5) Covarianza de la nube de puntos extrapolada más el ruido de proceso.
- (6) Aplicación de la función de medida sobre la nube de puntos.
- (7) Media ponderada de la medida de la nube de puntos.
- (8) Covarianza de la medida de la nube de puntos.
- (9) Covarianza cruzada de la medida de la nube de puntos y la extrapolación de la nube de puntos.

(10) Cálculo de la ganancia de Kalman.

(11) Actualización de estado.

(12) Actualización de ganancia.

A diferencia del EKF, que para cada iteración es necesario calcular la matriz jacobiana de la función de transición de estado, y puede hacerse en términos de computación muy costoso, la operación del UKF es más ligera. No ofrece los resultados más precisos, pero es el método más empleado si hay exigencias de procesamiento.

Como curiosidad, el nombre Unscented no guarda relación con la descripción del filtro ni con nada del campo de la estimación. De hecho, cuenta el autor en una entrevista que trabajando cuando no quedaba nadie en el departamento, vio un bote de desodorante, y le llamó la atención el término “Unscented”, que literalmente significa “Sin perfume”. El autor afirma que el título es absurdo, y que se llama así como podría llamarse de cualquier otro modo: «*“Simplemente la gente acepta los términos técnicos como términos técnicos: por ejemplo, ¿alguien se ha preguntado porqué se llaman árboles a los árboles?”*». [11]

## 4 APLICACIÓN DEL FILTRO

Una vez descrito el filtro, se desarrollará cómo emplearlo en la estimación de los parámetros del modelo térmico del que se ha hablado anteriormente.

En primer lugar, se describirá el proceso de análisis del modelo, por el que se ha enfocado qué parámetros modelo se pueden estimar. Luego, se describirá el conjunto de estados y parámetros que conforman el vector de estimación. Se detallarán cuáles son los valores iniciales del vector de estimación inicial, así como la covarianza a priori y la matriz del ruido del proceso.

### 4.1 Medida del estado

La norma propone emplear medidas directas sobre los bobinados [3], de manera que el punto caliente se estime como la temperatura tomada más un factor  $H \cdot g_r$ , extra, característico del equipo. Sin embargo, este estudio se ha realizado considerando que las medidas se tomarían directamente sobre el aceite, ya que supone una intervención menos invasiva.

En la simulación, se ha modelado la medida como equivalente al valor de la temperatura del aceite más un ruido blanco de desviación  $r_m = 1$  K.

### 4.2 Análisis del modelo

El modelo frecuencial de la figura es expresable en el dominio del tiempo en las siguientes ecuaciones. Para integrarlas se ha empleado la formulación de Euler progresivo, y el resultado es el que sigue:

$$\theta_{o_k} = \theta_{o_{k-1}} + \Delta t \frac{\frac{1 + c^2 R^x}{1 + R} \Delta \theta_{or} - \theta_{o_{k-1}} + \theta_{a_{k-1}}}{k_{11} \tau_o} \quad \text{Ec. 34}$$

$$\Delta \theta_{1_k} = \Delta \theta_{1_{k-1}} + \Delta t \frac{k_{21} \Delta \theta_{hr} c^y - \Delta \theta_{1_{k-1}}}{k_{22} \tau_w} \quad \text{Ec. 35}$$

$$\Delta \theta_{2_k} = \Delta \theta_{2_{k-1}} + \Delta t \frac{(k_{21} - 1) \Delta \theta_{hr} c^y - \Delta \theta_{2_{k-1}}}{\tau_o / k_{22}} \quad \text{Ec. 36}$$

$$\theta_{h_k} = \Delta \theta_{1_k} - \Delta \theta_{2_k} + \theta_{o_k} \quad \text{Ec. 37}$$

Sin embargo, la medida que se toma del equipo es sólo la temperatura del aceite  $\theta_o$ , lo que hace que estimar cualquier parámetro fuera de la Ec. 34 sea imposible. Cualquier variación dentro de lo razonable en los parámetros  $\{\Delta \theta_{hr}, k_{21}, k_{22}, \tau_w, y\}$  no implica ningún cambio en cómo evoluciona la temperatura del aceite. Eso hace que no haya manera de estimarlos, si no se tienen medidas de la temperatura de las bobinas. Por lo tanto, la única ecuación de estado relativa a las temperaturas reales del transformador que se usará en la aplicación del filtro es la Ec. 34

Para comprobar qué posibilidades hay en la estimación de cada parámetro se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad. En él, se simula el modelo con varias configuraciones en los parámetros. Cada una

conserva igual todos los parámetros salvo uno de ellos, que varía un porcentaje. Así, de tener casos en que la variable de estado medida, que es  $\theta_o$ , permanece indiferente a los cambios de un parámetro, éste queda señalado como imposible de determinar por estimación dinámica

El análisis de sensibilidad infiere en que los parámetros que no se encuentran en la Ec. 34 no afectan a la temperatura del aceite. Tiene sentido, si la temperatura del aceite sólo se calcula en una ecuación en que no aparecen  $\Delta\theta_1$ ,  $\Delta\theta_2$ , ni  $\theta_h$ .

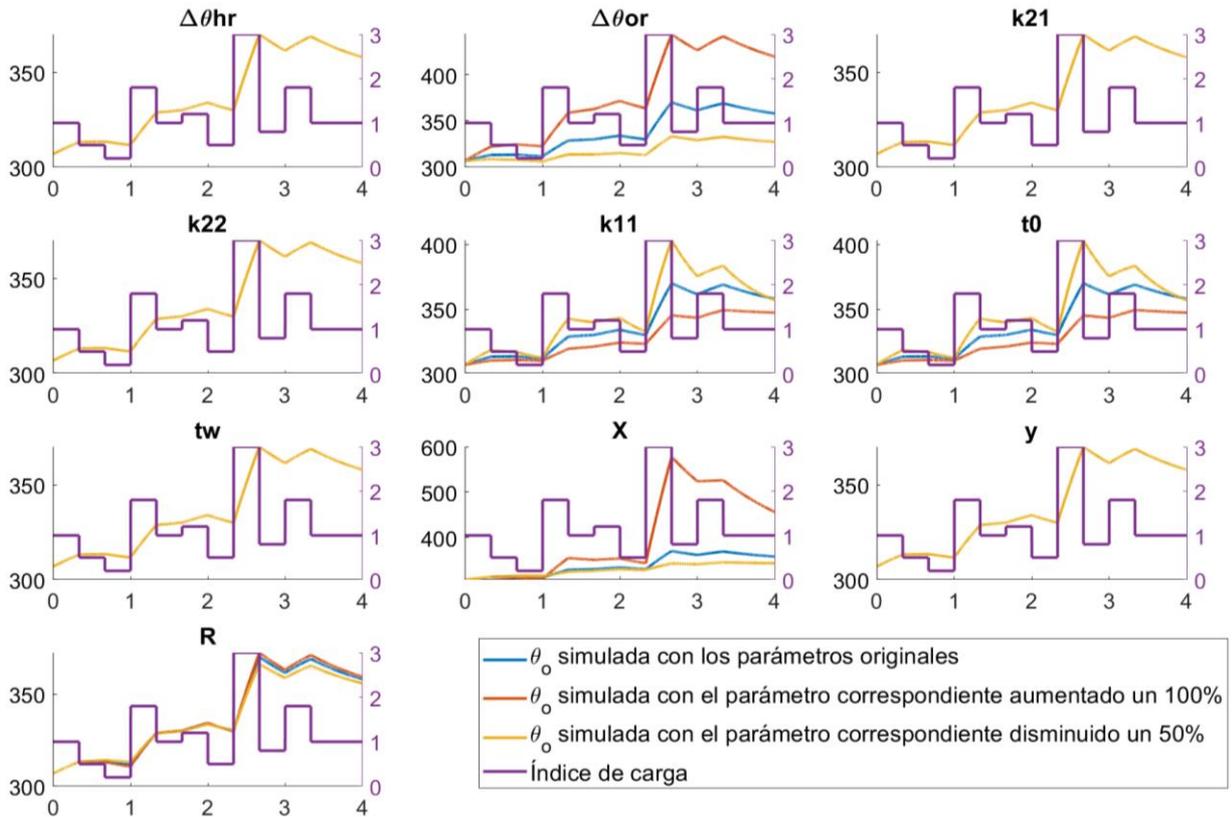


Fig. 4-1: Análisis de sensibilidad del modelo

Por otro lado, se observa que en la ecuación de estado que se usará hay un par de parámetros que aparecen juntos en un producto. No son estimables por separado, por lo que los trataremos como un conjunto:

$$T_a = k_{11} \cdot \tau_o \tag{Ec. 38}$$

Las variaciones del parámetro R también hacen que la temperatura del aceite no cambie apenas, aunque aparezca en la función. Evaluando la estructura de la Ec. 34, concretamente el término en que R juega su papel, se llega a la conclusión de que numerador y denominador cancelan buena parte de las variaciones del parámetro. En la siguiente figura se ilustra el valor del término para distintos valores del índice de carga y de R. Obsérvese que, para valores aceptables de c, el término es constante para todo el rango R esperado:

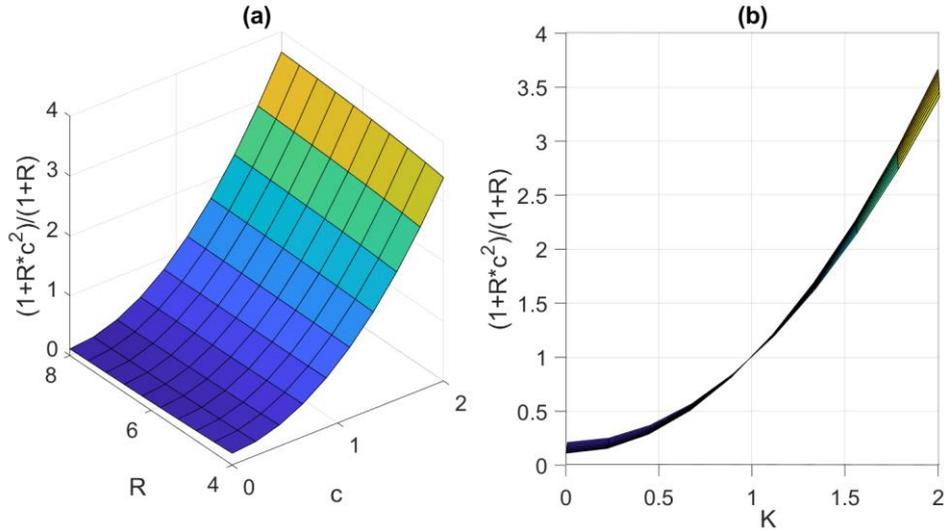


Fig. 4-2: Valor del término relativo a R de la función de estado

Se explica por segunda vez que la variación de R no tiene efecto sobre la temperatura del aceite.

Se ha llevado a cabo la estimación de R aparte, dando por conocidos el resto de parámetros, con resultados satisfactorios. Sin embargo, la poca sensibilidad de la temperatura del aceite frente a cambios en R hace que cualquier error en la estimación del resto de parámetros desbarate la estimación, convergiendo R a valores aleatorios en torno a la estimación inicial, mientras que el resto de parámetros se establecían en valores cercanos a sus respectivos valores reales. En la siguiente sección se mostrarán los resultados de la estimación.

Como conclusión, el número de parámetros a estimar es tres:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{or} \\ T_a \\ \chi \end{bmatrix}$$

### 4.3 Vector de estados ampliado

Tras el análisis del modelo cara al filtro, el vector de estados ampliado queda como sigue:

$$x = \begin{bmatrix} \varphi \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_o \\ \Delta\theta_{or} \\ T_a \\ \chi \end{bmatrix}$$

Donde sólo  $\theta_o$  es una componente del estado del sistema.

### 4.4 Ecuaciones de estado

A continuación, se presenta el conjunto de ecuaciones de estado empleadas en la aplicación del filtro. Como se trata de un modelo en el que los parámetros son constantes, las ecuaciones relativas a qué valor tienen los parámetros en el instante siguiente son tan sencillas como atribuir el mismo valor que en la estimación del parámetro a posteriori. Sólo se emplea una ecuación para predecir el estado de la temperatura del aceite.

$$\theta_{o,k} = \theta_{o,k-1} + \Delta t \frac{1 + c^2 R^x}{1 + R} \frac{\Delta\theta_{or} - \theta_{o,k-1} + \theta_{a,k}}{T_a}$$

Ec. 39

$$\Delta\theta_{or,k} = \Delta\theta_{or,k-1}$$

Ec. 40

$$T_{a,k} = T_{a,k-1}$$

Ec. 41

$$\chi_k = \chi_{k-1}$$

Ec. 42

$$R_k = R_{k-1}$$

Ec. 43

## 4.5 Valores de inicialización

Se han llevado a cabo múltiples escenarios de estimación, cada uno con un valor inicial de estimación distinto en los parámetros.

### 4.5.1 Inicialización de estado

La inicialización de la temperatura estimada se ha hecho con 10°C de diferencia respecto a la real, que es de 70°C.

$$\theta_{o_0}^- = \theta_o + 10 \text{ K}$$

Ec. 44

El objetivo del trabajo no es presentar un estimador dinámico de estados, sino de los parámetros del sistema. Sin embargo, enseñar que el filtro funciona simultáneamente en el seguimiento del estado y en la corrección de los parámetros del sistema no deja de tener interés.

Se ha realizado varias estimaciones: por un lado, la de los parámetros por separado, y por otro lado, la de todos los parámetros en conjunto. En las primeras estimaciones, los valores iniciales de los parámetros eran de 0.5, 1.5 y 10 veces el valor del parámetro a estimar. En la estimación de los parámetros en conjunto se comenzaba dando un valor a los parámetros estimados en torno al 20% de desviación del parámetro real.

### 4.5.2 Inicialización de covarianza

La covarianza a priori inicial es una matriz diagonal. Cada elemento se corresponde con la fiabilidad que tiene el estado inicial propuesto.

$$P_0^- = \begin{bmatrix} P_{0\ 11}^- & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_{0\ 22}^- & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{0\ LL}^- \end{bmatrix}$$

Ec. 45

En las estimaciones que se han hecho para los parámetros por separado, la matriz es 2x2, porque la dimensión del vector estado del transformador  $\varphi$  es 1 (la temperatura del aceite), y la dimensión del vector de los parámetros  $\Omega$  a estimar es 1 también, si se pretende estimar sólo un parámetro.

En las estimaciones para todos los parámetros, la matriz de covarianza es de 5x5, porque la dimensión del vector estado del transformador permanece en 1, mientras el vector de parámetros cuenta con 4 elementos. A continuación se muestran los valores de la diagonal de la covarianza asociados a cada parámetro:

Estimador	Covarianza asociada $P_{0\ ii}^-$	
	Estimación por separado	Estimación múltiple
$\theta_0$	1e-4	1
$\Delta\theta_{or}$	1e-8	10
$T_a$	1e-8	2e7
$\chi$	1e-8	10
R	1e-8	10

Tabla 2: Covarianzas a priori iniciales

De haberse propuesto unos 30°C más en la temperatura del aceite la covarianza asociada a ese estado debería ser mayor. De la misma manera, durante la evaluación del estimador se ha visto necesario tomar valores mucho mayores de los elementos de la covarianza asociados a  $T_a$  que los de los demás. Se debe a que una variación del  $\pm 20\%$  en ese parámetro son en valores absolutos, unos 1200 [segundos], mientras que la misma variación relativa en el exponente  $\chi$  del calentamiento del aceite supone un 0.16 [adimensional]. Todas magnitudes están representadas en unidades del sistema internacional, pero el filtro no tiene en cuenta las magnitudes de los estados y los parámetros aquí porque sólo lee las variaciones absolutas.

## 4.6 Matriz de ruido de proceso

Dentro de la configuración del filtro, es necesario determinar qué fiabilidad tiene el modelo usado en la estimación frente a qué comportamiento tiene el sistema real. En este caso, se trata de un transformador simulado, y las funciones de estado que se emplean en la simulación y la estimación son los mismos. Los valores de la matriz del ruido del proceso serán, por tanto, muy bajos. Sin embargo, el filtro da problemas numéricos si se toman valores de la matriz de ruido del proceso demasiado bajos.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{LL} \end{bmatrix}$$

Ec. 46

Estimador	Ruido de proceso asociado $Q_{ii}$
$\theta_0$	1e-4
$\Delta\theta_{or}$	1e-8
$T_a$	1e-8
$\chi$	1e-8
R	1e-8

Tabla 3: Valores de la diagonal de la matriz de ruido



## 5 RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES

A continuación, se muestran los resultados de ejecutar el algoritmo de con el filtro. Se ha realizado en paralelo una simulación del modelo, a falta de un transformador de aceite real, sobre el que se han tomado las medidas. También es útil para comparar el resultado de la estimación de la temperatura del aceite, aunque no es el objetivo de este trabajo.

### 5.1 Estimación de los parámetros por separado

En primer lugar se ha aplicado el filtro al sistema, tomando como conocidos todos los parámetros salvo uno de ellos, en cada estimación. El resultado es satisfactorio hasta para con R, que es el parámetro que anunciaba más problemas.

#### 5.1.1 Estimación de $\Delta\theta_{or}$

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	353 K	353 K	353 K	353 K	1e-4
$\Delta\theta_{or}$	43 K	64,5 K	21,5 K	215 K	1e-8
$T_a$	6300 seg	-	-	-	-
$\chi$	0.8	-	-	-	-
R	6	-	-	-	-
Error de estimación [pu]	-	7,46e-4	1,48e-4	3,87e-4	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 4: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de  $\Delta\theta_{or}$

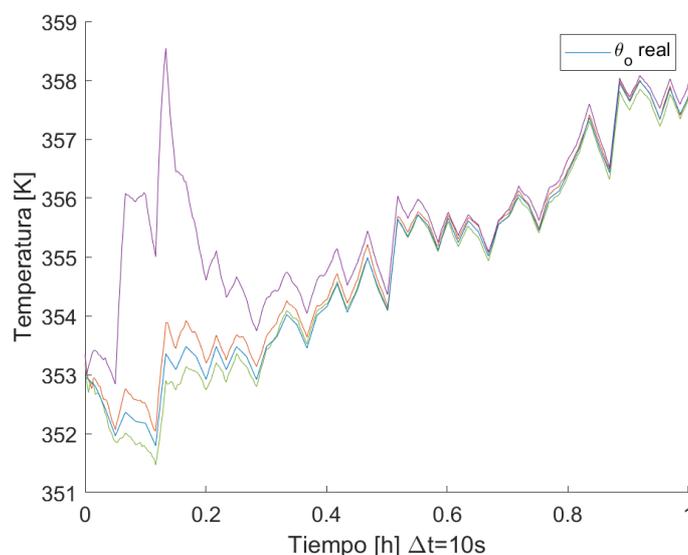


Fig. 5-1: Estimación de la temperatura del aceite durante la estimación de  $\Delta\theta_{or}$

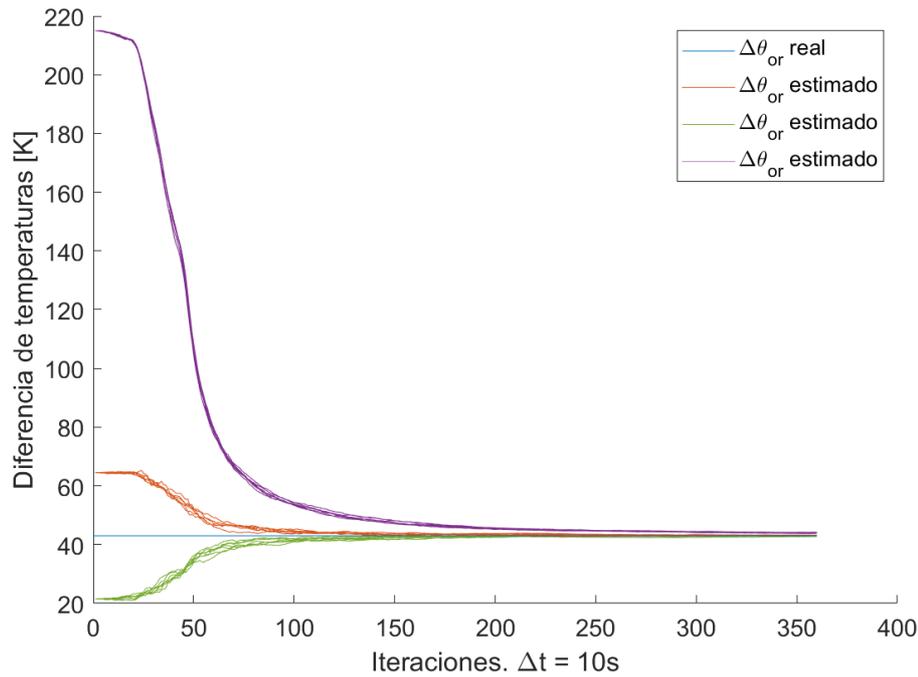


Fig. 5-2: Estimaciones de  $\Delta\theta_{or}$  para distintos valores de inicialización de  $\Delta\theta_{or}$

La estimación es perfecta, un error del orden de  $1e-4$  en Kelvin es despreciable. Los valores iniciales de estimación están en el límite de valores razonables que podría atribuirse al parámetro. Las curvas moradas muestran la robustez del filtro para valores iniciales muy lejos del valor real.

### 5.1.2 Estimación de $T_a$

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	$1e-4$
$\Delta\theta_{or}$	43 K	-	-	-	-
$T_a$	6300 seg	9450 seg	3150 seg	31500 seg	$2e7$
$\chi$	0.8	-	-	-	-
R	6	-	-	-	-
Error de estimación [pu]	-	$1,59e-2$	$1,31e-2$	$1,43e-2$	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 5: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de  $T_a$

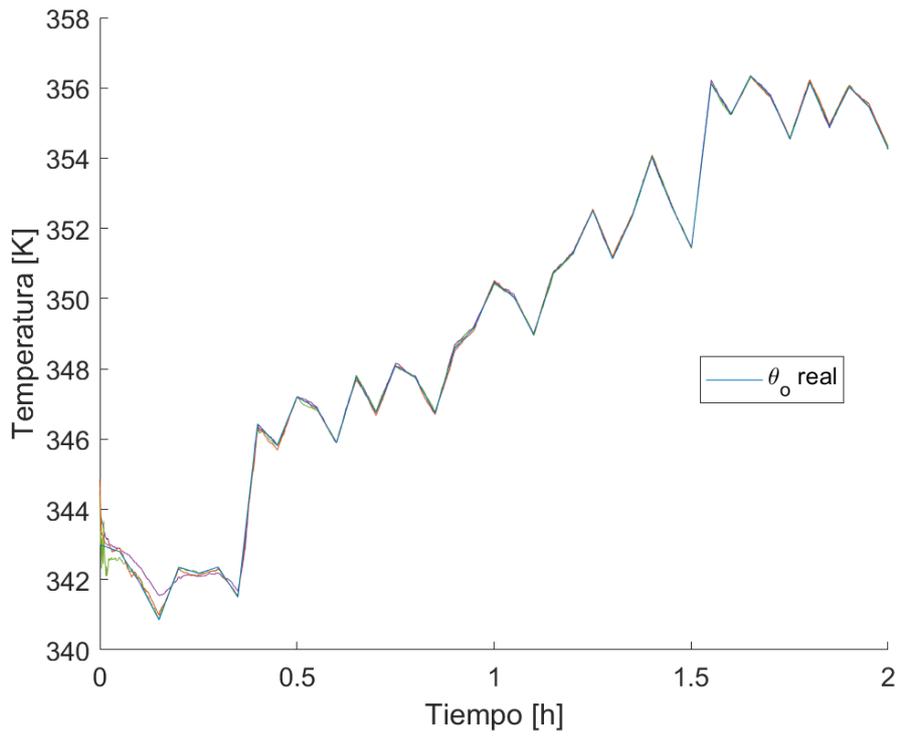


Fig. 5-3: Estimación de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de  $T_a$

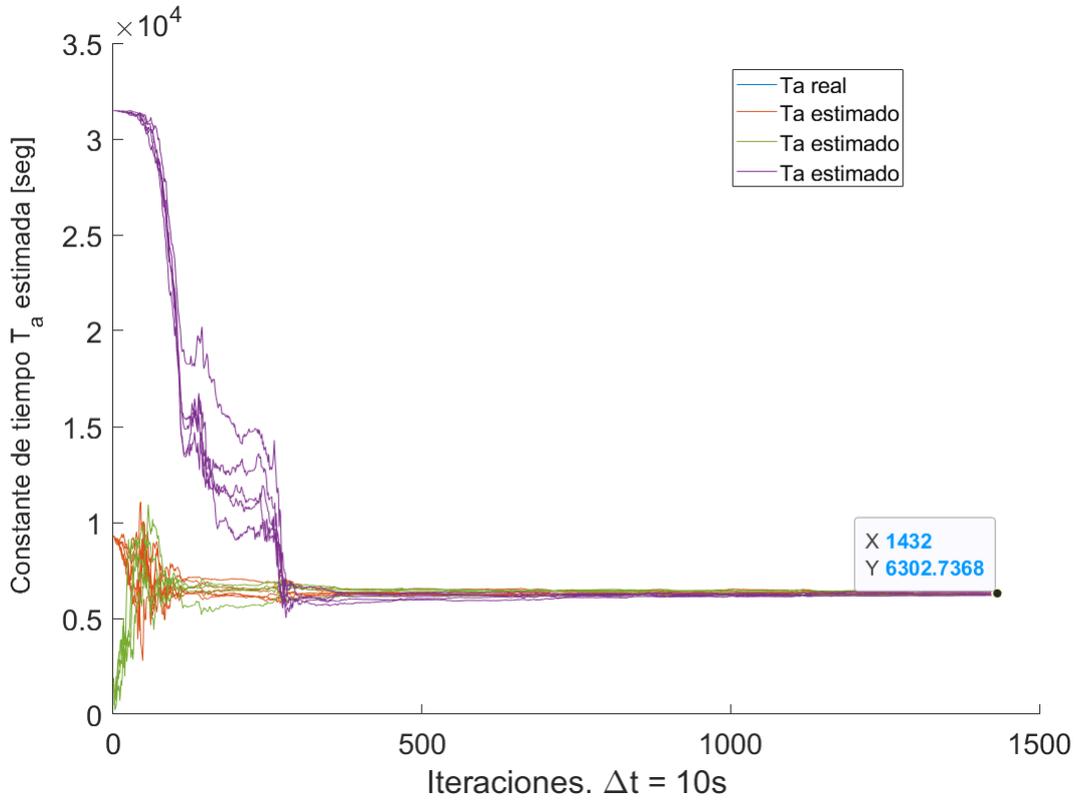


Fig. 5-4: Estimaciones de  $T_a$  para distintos valores de inicialización de  $T_a$

### 5.1.3 Estimación de $\chi$

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1e-4
$\Delta\theta_{or}$	43 K	-	-	-	-
$T_a$	6300 seg	-	-	-	-
$\chi$	0.8	2	0.1	8	1e-8
R	6	-	-	-	-
Error de estimación [pu]	-	1,08e-2	4,56e-2	3,22e-2	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 6: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de  $x$

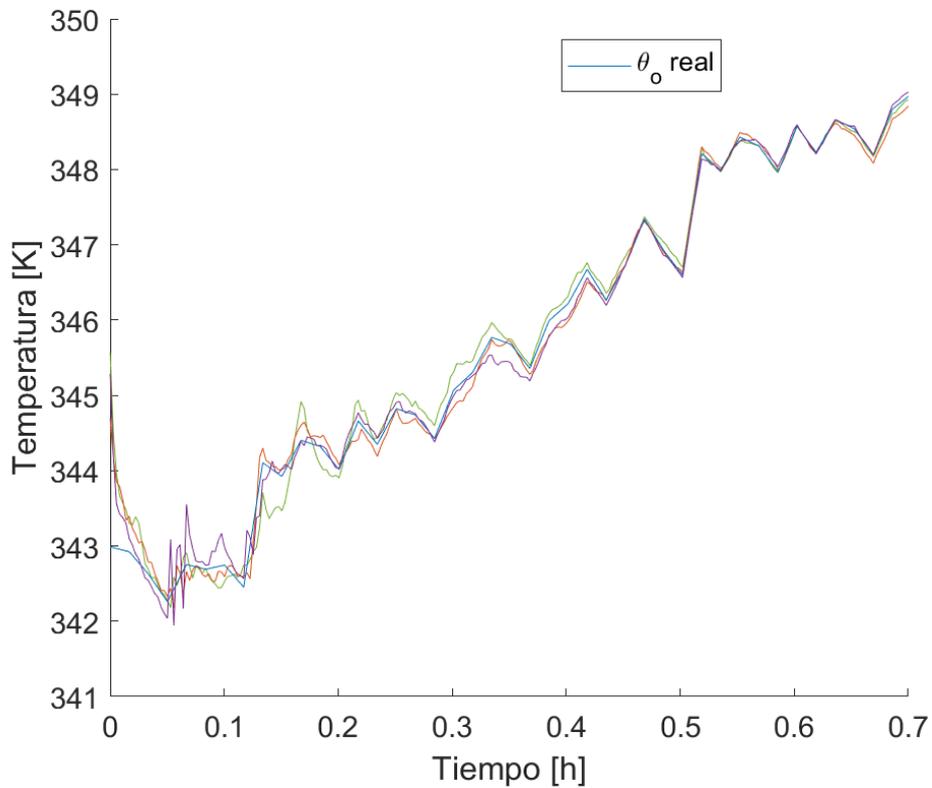


Fig. 5-5: Estimaciones de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de  $x$

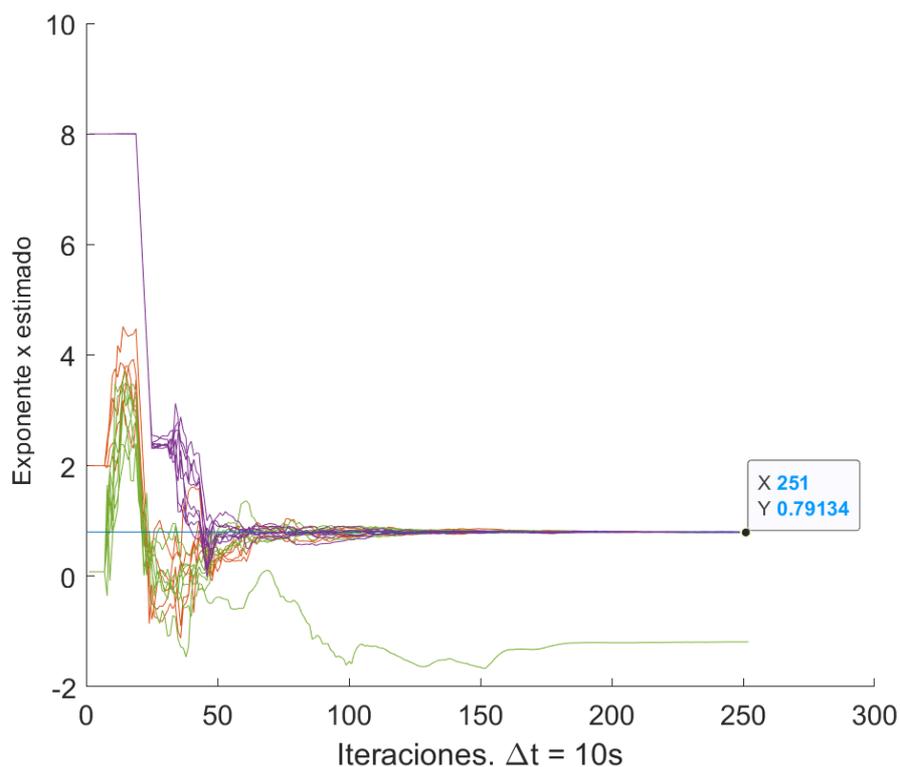


Fig. 5-6: Estimaciones de  $x$  para distintos valores de inicialización de  $x$

### 5.1.4 Estimación de $R$

Como ya se había visto, este parámetro da más que hablar porque el análisis de sensibilidad muestra una peor respuesta de la temperatura del aceite, que es el valor sobre el que hace la medida, ante las variaciones de  $R$ . Se había demostrado gráficamente la influencia en la función de estado por los cambios del parámetro en la Fig. 4-2.

Sin embargo, se ha hecho un estudio aparte como con el resto de parámetros, y los resultados son muy semejantes. Se verá más tarde que estimar en conjunto  $R$  con el resto de valores no es tan sencillo, y de hecho, no es posible con los métodos empleados.

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1e-4
$\Delta\theta_{or}$	43 K	-	-	-	-
$T_a$	6300 seg	-	-	-	-
$\chi$	0.8	-	-	-	-
$R$	6	9	1.2	30	1e-8
Error de estimación [pu]	-	3.67e-2	5.02e-2	1.37e-2	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 7: Valores de la inicialización de la simulación y la estimación de  $R$

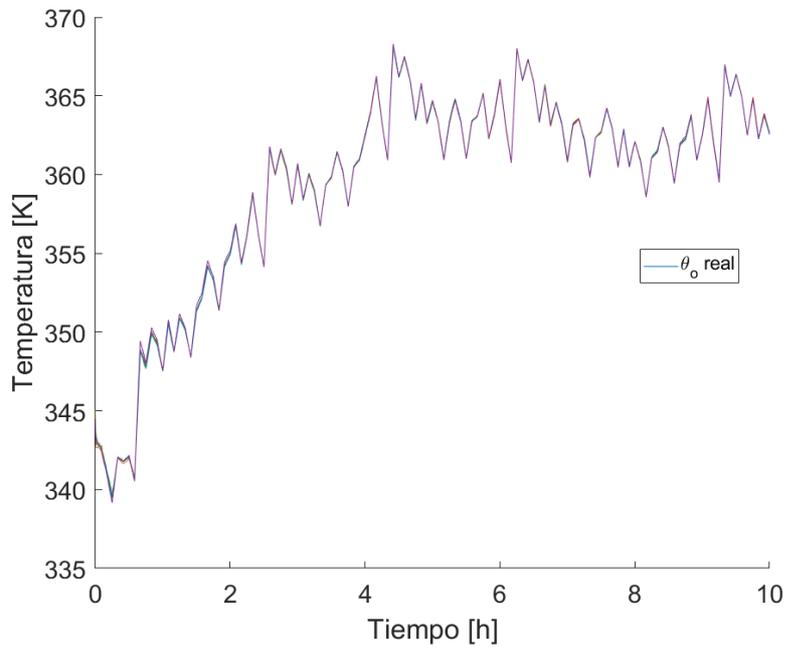


Fig. 5-7: Estimación de la temperatura del aceite, para distintos valores de inicialización de R

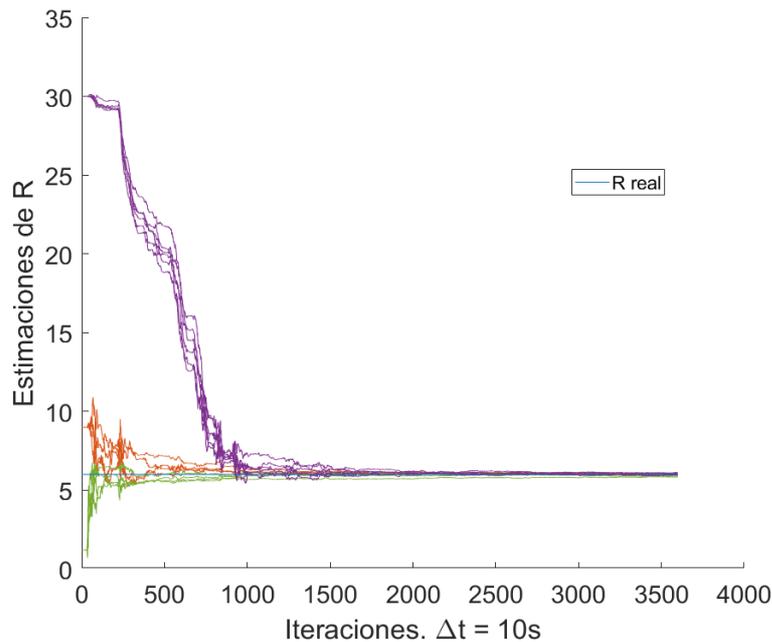


Fig. 5-8: Estimaciones de R para distintos valores de inicialización de R

## 5.2 Estimación de parámetros en conjunto

Ésta es la estimación más aproximada a la realidad: el fabricante propone como parámetros unos valores que tal vez no se correspondan con la realidad. Se quiere comprobar que todos son aproximados, y si no lo son, encontrar los que mejor se adapten. Las simulaciones mostradas arriba se hacen sólo si se conocen el resto de parámetros, en este apartado se tomará un valor desviado de cada parámetro y se aplica el filtro para un vector de estimación mayor.

### 5.2.1 Estimación de los cuatro parámetros a la vez

En primer lugar, se ejecuta el algoritmo para unos valores iniciales de los parámetros:

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1
$\Delta\theta_{or}$	43 K	34 K	51,6 K	51,6 K	10
$T_a$	6300 seg	813 seg	8190 seg	6930 seg	2e7
$\chi$	0.8	0.64	1.04	0.64	10
R	6	6.2	3.8	5.6	10
Error de estimación de $\Delta\theta_{or}$ [pu]	-	3,49e-2	9,61e-2	1,55e-2	
Error de estimación de $T_a$ [pu]	-	8,17e-2	4,77e-2	5,32e-2	
Error de estimación de $\chi$ [pu]	-	2,11e-3	1,24e-3	4,39e-3	
Error de estimación de R [pu]	-	3,36e-1	1,55e-1	4,05e-1	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 8: Escenarios de estimación de todos los parámetros

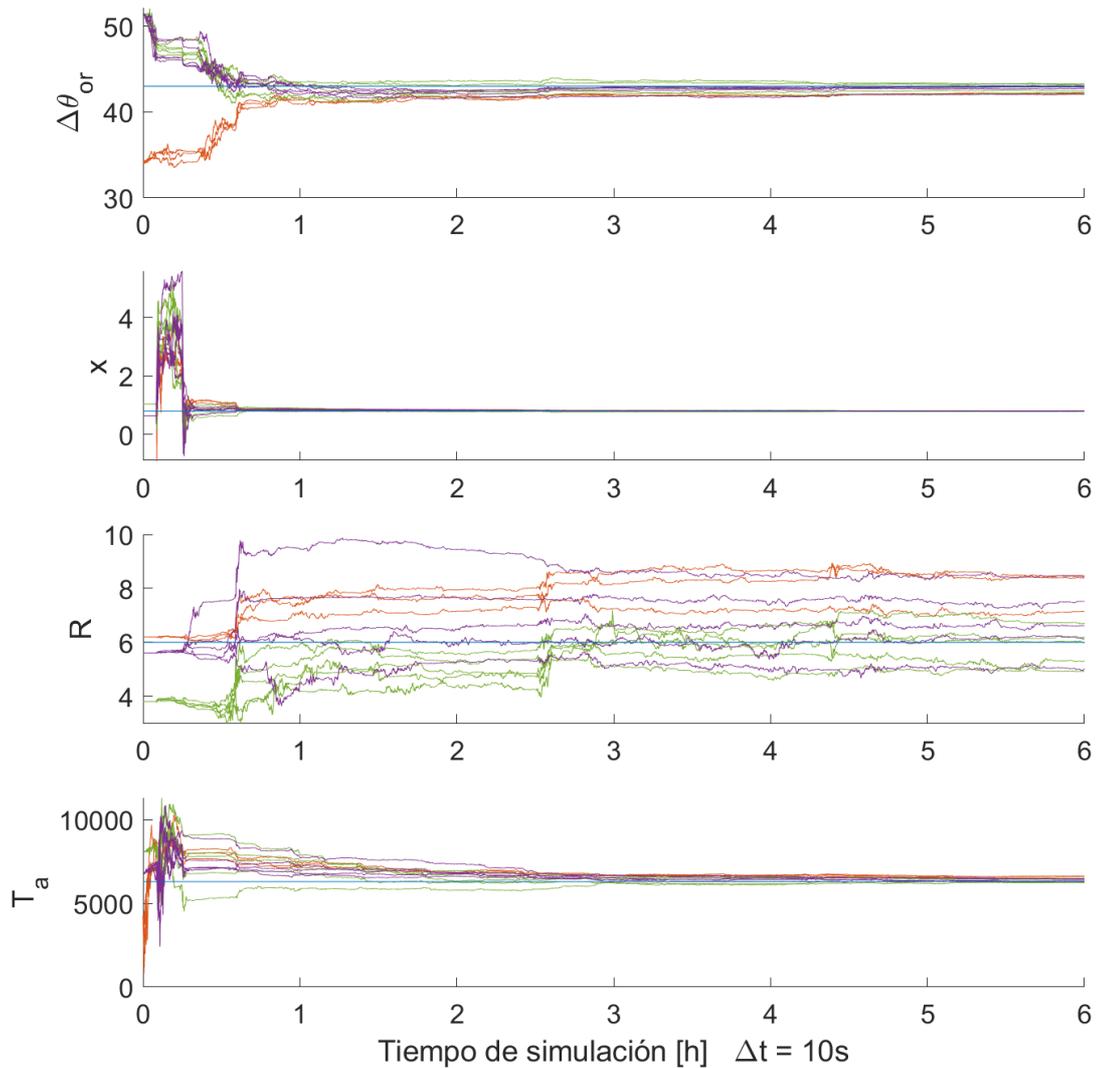


Fig. 5-9: Estimación de todos los parámetros a la vez

La estimación no arroja datos completamente satisfactorios: El parámetro R no converge en el valor real, porque un pequeño error en cualquiera de los demás parámetros hacen que se complique la estimación.

El siguiente escenario lo muestra:

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1
$\Delta\theta_{or}$	43 K	47,3 K	43 K	43 K	10
$T_a$	6300 seg	6300 seg	6930 seg	6300 seg	2e7
$\chi$	0.8	0.8	0.8	0.88	10
R	6	6.6	6.6	6.6	10
Color	Azul	Amarillo	Verde	Morado	

Tabla 9: Escenarios de estimación de R junto a otro parámetro más

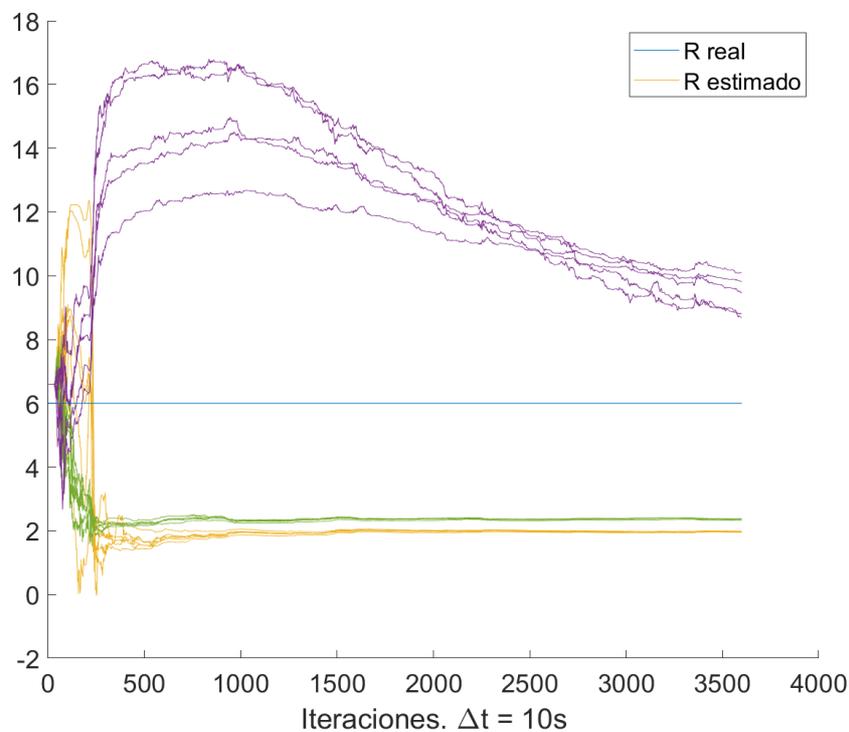


Fig. 5-10: Estimaciones de R

Sobre estas líneas, esta figura representa la estimación de R para un caso en que los parámetros  $\Delta\theta_{or}$ ,  $T_a$ ,  $\chi$  y R son en la estimación un 10% más que en la simulación del transformador del que se toman las medidas, en las curvas amarilla, verde y morada, respectivamente.

Una solución que se ha planteado es emplear el mismo algoritmo para estimar todos los parámetros salvo R, y una vez estimados, trabajar con ellos como valor sobre el que comenzar a calcular R:

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial	
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	Tramo I	Tramo II
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1	1e-7
$\Delta\theta_{or}$	43 K	51,6 K	43 K	51.6 K	10	1e-7
$T_a$	6300 seg	6300 seg	6930 seg	6300 seg	2e7	1e-7
$\chi$	0.8	0.8	0.8	0.8	10	1e-7
R	6	6.6	6.6	6.6	1e-7	1
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado		

Tabla 10: Escenarios de estimación por tramos

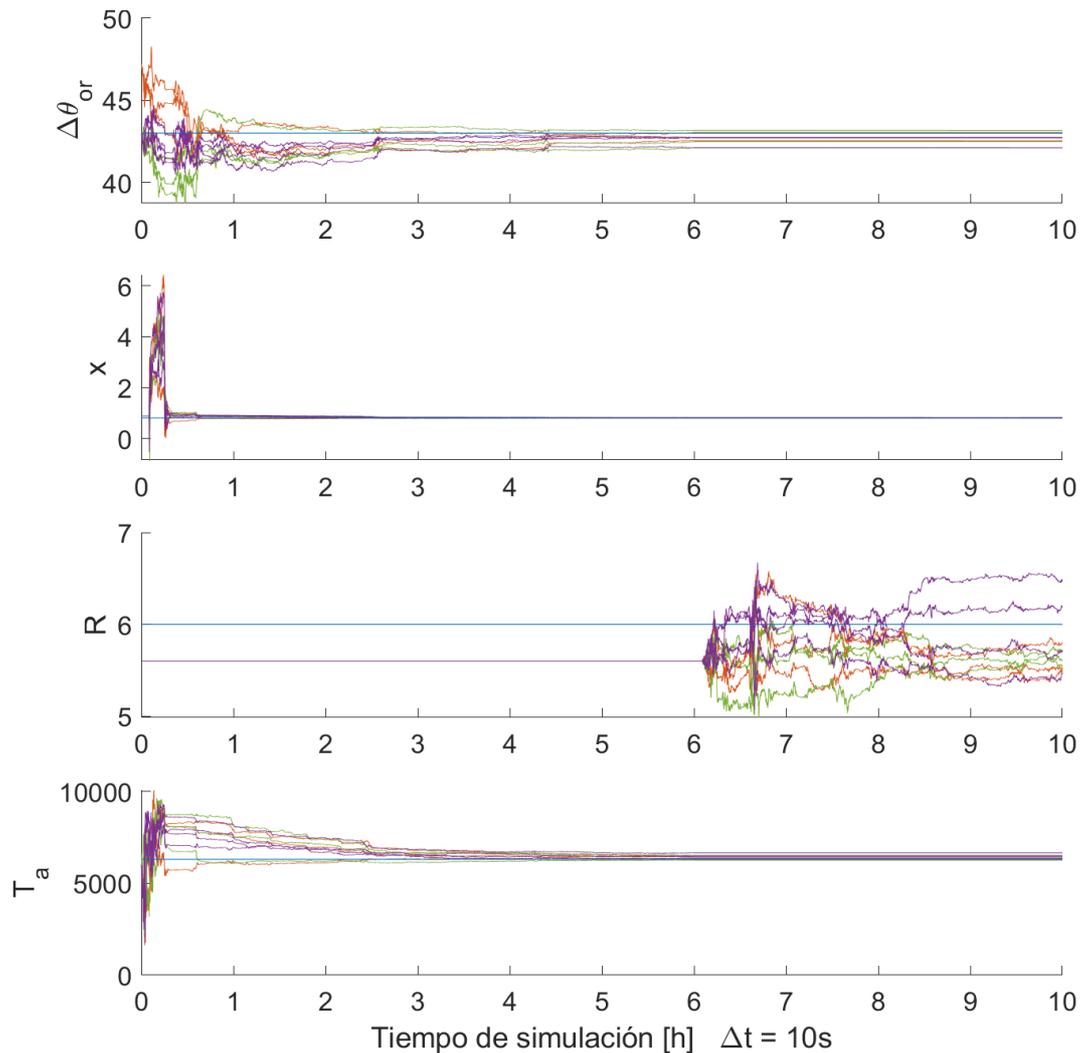


Fig. 5-11: Estimación de todos los parámetros por tramos

El primer tramo emplea como valores iniciales una aproximación de cada uno de los valores, pero no se trabaja sobre R. Eso se puede configurar dando un valor muy pequeño (1e-7) a la covarianza inicial relativa al parámetro.

Llegado un punto en que la estimación se ha estabilizado, se toma como covarianza a priori para la siguiente iteración una matriz diagonal de valores muy pequeños (1e-7), salvo para la componente del vector de estimación del parámetro R, que es un valor mucho mayor. Así, en este segundo tramo de la

estimación, se mantienen fijos todos los valores del vector de estimación relativos a los parámetros que no son R.

El resultado no es bueno, porque la estimación de  $\Delta\theta_{or}$ ,  $T_a$  y de  $x$  no es tan fina como para que R pueda calcularse.

Parámetro estimado	Valor real	Error de estimación [pu]		
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3
$\Delta\theta_{or}$	43 K	2,23e-3	2,05e-2	4,65e-2
$T_a$	6300 seg	1,36e-2	4,55 e-2	1,04 e-1
$\chi$	0.8	8,87e-3	6,24e-3	4,54e-3
R	6	5,66e-1	4,24e-1	6,78e-1

Tabla 11: Error relativo en la estimación por tramos

### 5.2.2 Estimación de $\Delta\theta_{or}$ , $T_a$ y $x$

Como se ha visto que no es posible estimar R si no es teniendo el valor exacto de los otros tres parámetros haremos la estimación considerando R como conocido:

Representación	Valor real	Estimación inicial			Covarianza inicial
		Configuración 1	Config. 2	Config. 3	
$\theta_o$	343 K	353 K	353 K	353 K	1
$\Delta\theta_{or}$	43 K	64.5 K	21,5 K	43 K	10
$T_a$	6300 seg	9450 seg	9450 seg	6300 seg	2e7
$\chi$	0.8	0.6	1,6	0.88	10
R	6	-	-	-	-
Error de estimación de $\Delta\theta_{or}$ [pu]	-	3,49e-2	2,45e-2	6,84e-2	
Error de estimación de $T_a$ [pu]	-	8,54e-3	1,84e-2	2,59e-2	
Error de estimación de $\chi$ [pu]	-	4,95e-4	2,45e-4	9,66e-4	
Color	Azul	Naranja	Verde	Morado	

Tabla 12: Escenario de estimación de  $\Delta\theta_{or}$ ,  $T_a$  y  $x$  en conjunto

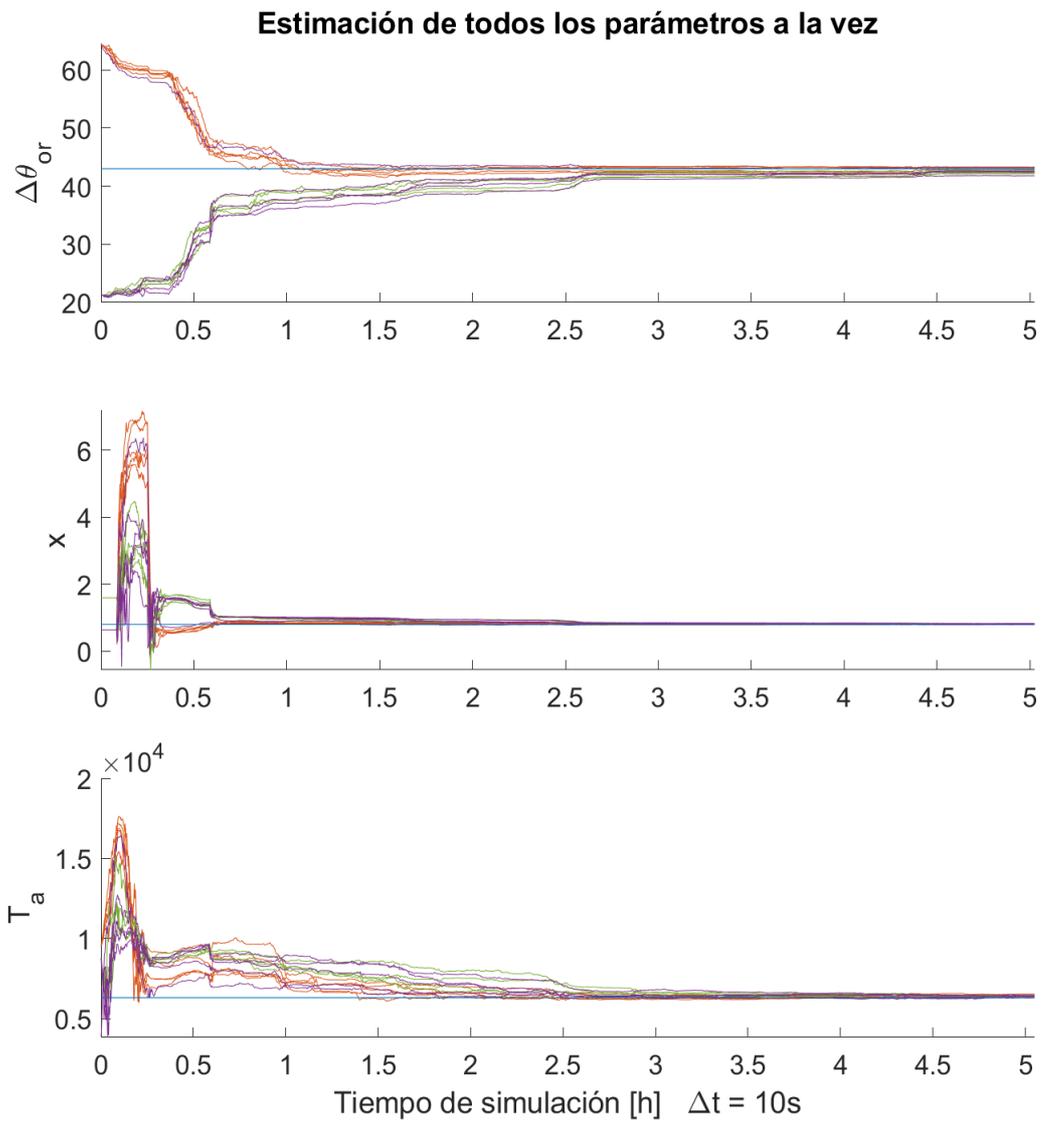


Fig. 5-12: Estimación satisfactoria de  $\Delta\theta_{or}$ ,  $T_a$  y  $x$



## 6 CONCLUSIONES Y PROPUESTAS DE TRABAJO

De este trabajo se infiere que el filtro de Kalman es aplicable al modelo térmico de transformadores de aceite que propone la norma UNE-IEC 60076-7, en el seguimiento de la temperatura y tres de los parámetros de las ecuaciones que caracterizan al transformador.

Respecto a los trabajos de estimación de parámetros térmicos que se han hecho sobre el modelo propuesto, la aplicación del filtro de Kalman que aquí presenta una mejoría en la estimación de los parámetros. Si en el artículo referenciado en [5] se acierta a estimar la temperatura tal que el error baje de 12°C a 3°C, aquí se ha conseguido que el error baje hasta 0.5°C.

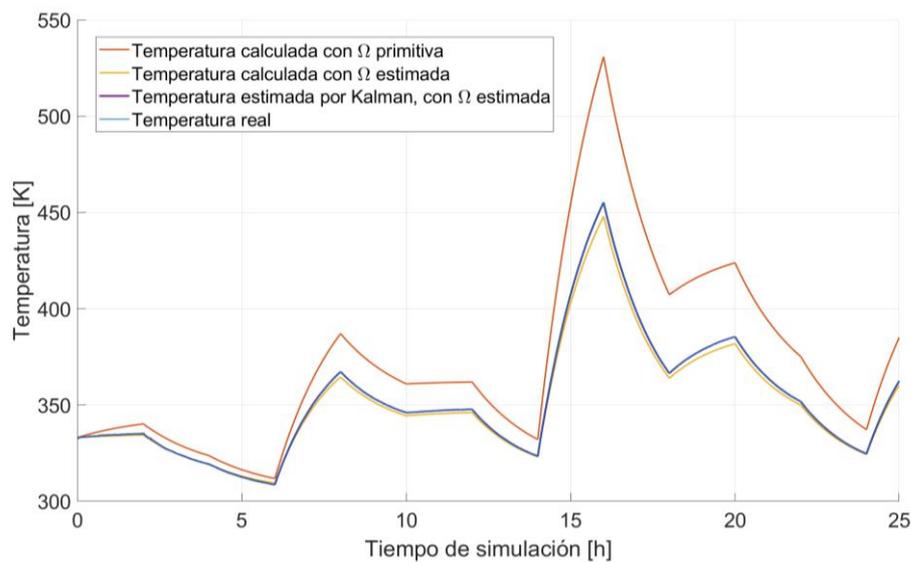


Fig. 6-1: Comparación de estimación de  $\theta_o$  por aplicación de UKF

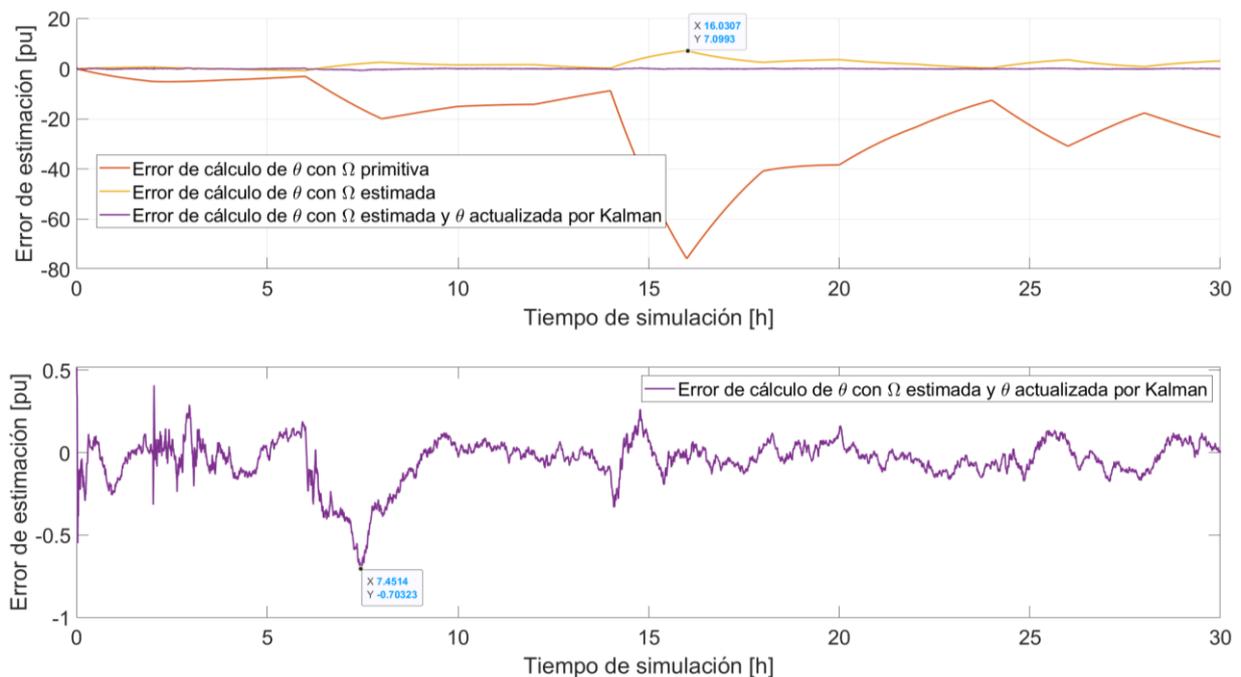


Fig. 6-2: Comparación de los errores de estimación de  $\theta_o$  en la aplicación de UKF

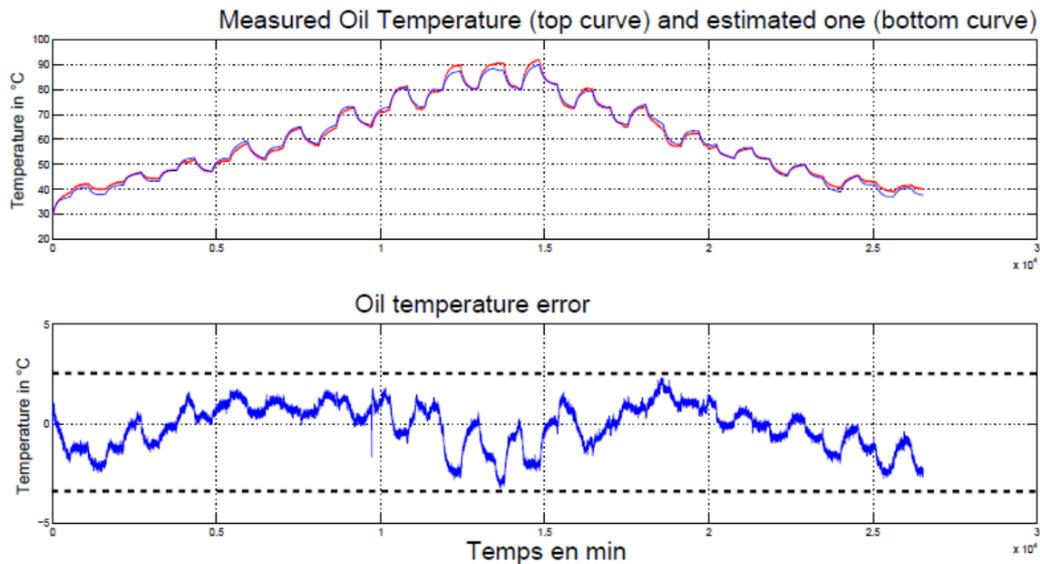


Fig. 6-3: Error de estimación de  $\theta_o$  empleando Levenberg-Marquard como estimador [2]

En las figuras representadas arriba se pone de manifiesto la precisión con que se estima la temperatura, sobretodo en la comparación con el resultado de LM. La figura más relevante es la Fig. 6-2.

La curva naranja presenta el error que tiene el cálculo de la temperatura con los parámetros iniciales, sin actualizar.

La curva amarilla es el error del cálculo de la temperatura cuando se estiman los parámetros, pero no se actualiza la temperatura. En ella se presenta un pico de error de hasta  $7^{\circ}\text{C}$ .

La curva morada representa el error del cálculo de la temperatura cuando se aplica el estimador al conjunto de la temperatura más los valores de los parámetros. El error es mínimo.

Si se tomasen medidas de la temperatura de los arrollamientos se podría estimar la temperatura del punto caliente atendiendo a las recomendaciones de la norma, y calcular los parámetros respectivos a sus ecuaciones. Sin embargo, es un método muy invasivo, que requiere desmontar la máquina para introducir los sensores en el bobinado. Este es un punto donde puede investigarse: cómo obtener la temperatura de los arrollamientos de una manera más fácil, o cómo equipar los transformadores con medidas de temperatura sin un coste adicional muy grande. En la misma línea, se aplicaría el filtro de Kalman para estimar los parámetros.

Por otro lado, sería interesante enfocar el estudio en la comparación de los estimadores dinámicos para su aplicación en el modelo térmico de los transformadores de aceite. Aquí se proponen ver las distintas variantes de Kalman como comparar distintas variantes de Kalman como EKF, UKF, Cubature Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter; o con otros estimadores dinámicos: basados en mínimos cuadrados,  $H_{\infty}$  [18], algoritmos genéticos [7], Levenberg-Marquard [2] o Coyote Optimization Algorithm [6].

# REFERENCIAS

---

- [1] R. E. Kálmán, «A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems,» *Research Institute for Advanced Study*, 1960.
- [2] J. C. Jean François Tissier, «New soft sensors for distribution transformer monitoring,» *IET Journals*, p. 5, 2017.
- [3] AEN/CTN 207 Transporte y distribución de energía eléctrica, «UNE-IEC 60076-7,» AENOR, Madrid, 2012.
- [4] Y. Zhu, M. Xiao, K. Lu, Z. Wu y B. Tao, «A Simplified Thermal Model and Online Temperature Estimation Method of Permanent Magnet Synchronous Motors,» *Applied Sciences*, vol. 9, nº 3158, 2019.
- [5] S. Najar, J. F. Tissier, C. Sebastien y E. Etien, «Improving Thermal Model for Oil Temperature Estimation in Power Distribution Transformers,» de *24th International Conference on Electric Distribution*, Glasgow, 2017.
- [6] M. I. Abdelwanis, A. Abaza, R. El-Sehiemy, M. N. Ibrahim y H. Rezk, «Parameter Estimation of Electric Power Transformers Using Coyote Optimization Algorithm With Experimental Verification,» *IEEE Access*, vol. 8, 2020.
- [7] R. J. Pérez B., E. Matos Alfonso y S. J. Fernández, «Parameter estimation and validation of power transformer top oil temperature model by applying genetic algorithms,» *Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia*, vol. 32, nº 3, pp. 266-275, 2009.
- [8] Z.-H. Liu, X.-H. Li, L.-H. Wu, S.-W. Zhuou y K. Liu, «GPU-Accelerated Parallel Coevolutionary Algorithm for Parameters Identification and Temperature monitoring in PMSM,» *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 11, nº 5, pp. 1220-1230, 2015.
- [9] J. C. N. Pantoja, A. Olarte y H. Díaz, «Simultaneous Estimation of Exciter, Governor and Synchronous Generator Parameters Using Phasor Measurements,» de *2014 Electric Power Quality and Supply Reliability Conference (PQ)*, 2014.
- [10] M. Á. G. Cagigal, Application of Kalman filter - based estimation techniques to electric power systems, 2020.
- [11] M. Á. González Cagigal, J. A. Rosendo Macías y A. Gómez-Expósito, «Application of nonlinear Kalman filters to the identification of customer phase connection in distribution grids,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 125, 2020.

- [12] M. Á. González Cagigal, Estimación de parámetros en Aerogeneradores Síncronos Regulados, Sevilla, 2019.
- [13] A. 2. T. y. d. d. e. eléctrica.
- [14] L. Harvey, «blogs.mathworks.com,» MathWorks, Septiembre 2016. [En línea]. Available: [https://blogs.mathworks.com/headlines/2016/09/08/this-56-year-old-algorithm-is-key-to-space-travel-gps-vr-and-more/?doing\\_wp\\_cron=1629114510.9086999893188476562500](https://blogs.mathworks.com/headlines/2016/09/08/this-56-year-old-algorithm-is-key-to-space-travel-gps-vr-and-more/?doing_wp_cron=1629114510.9086999893188476562500). [Último acceso: 2021].
- [15] K. J. Keesman, «Identifiability,» de *System Identification. An introduction*, Springer, 2011, pp. 77-84.
- [16] S. J. Julier y J. K. Uhlmann, «Unscentd Filtering and Nonlinear Estimation,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, pp. 401 - 422, 2004.
- [17] J. Uhlmann, Interviewee, *First-Hand: The Unscented Transform*. [Entrevista]. Noviembre 2012.
- [18] D. Simon, «The H infinity filter,» de *Optimal State Estimation. Kalman, H infinity and Nonlinear Approaches*, Hoboken, New Jersey, Wiley, 2006, pp. 333-394.
- [19] M. S. Razaq y J.-W. Jung, «A Comprehensive Review of State-of-the-Art Parameter Estimation Techniques for PMSM in Wide Speed Range,» *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 16, n° 7, pp. 4747-4758, 2020.
- [20] K. J. Keesman, «Numerical Issues,» de *System Identification. An Introduction*, Springer, 2011, pp. 184-187.
- [21] AEN/CTN 207 Transporte y distribución de energía eléctrica, «UNE-IEC 60076-7,» AENOR, Madrid, 2012.