

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

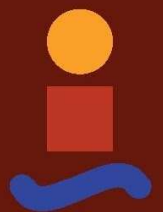
Un análisis de eficiencia en hospitales de España

Autor: José Manuel Cuadra Schoendorff

Tutor: Antonio Plácido Moreno Beltrán

Dep. Organización y Gestión de Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

Un análisis de eficiencia en hospitales de España

Autor:

José Manuel Cuadra Schoendorff

Tutor:

Antonio Plácido Moreno Beltrán

Dep. Organización y Gestión de empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Un análisis de eficiencia en hospitales de España

Autor: José Manuel Cuadra Schoendorff

Tutor: Antonio Plácido Moreno Beltrán

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El secretario del tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, gracias a mi familia; en especial mis padres, en esta etapa de mi vida cargada de esfuerzo, tanto por mi parte como por la suya. Por su infinita paciencia, por su capacidad de resistir todos mis fracasos y animarme a seguir adelante en cada éxito alcanzado, obsequiándome con consejos de valor, para mí, incalculable. Sin ellos, la experiencia de mi formación profesional no hubiera sido posible.

A mis amigos de dentro y de fuera de la Universidad, tanto por los momentos cargados de sacrificio vividos con unos, como por los que no he podido vivir junto a los otros debido a la dedicación requerida por este Grado.

Agradecer también al C.M.U. San Juan Bosco su implicación con todo colegial para desarrollarse en cualquier ámbito. Valores allí inculcados como la disciplina, la solidaridad, la reflexión y el compromiso, entre otros, han conseguido que durante estos años haya podido terminar estando cada vez más cerca de ser un “buen cristiano y honrado ciudadano”.

Por último, y no menos importante, gracias a mi tutor Plácido ya que sin su orientación, conocimientos y paciencia no habría sido posible finalizar este trabajo.

Resumen

El principal objetivo de esta investigación es realizar un análisis de la eficiencia de los 25 Hospitales Generales pertenecientes a la Comunidad de Madrid. El estudio se lleva a cabo mediante Análisis Envoltante de Datos para un total de cuatro años, desde 2016 a 2019, por ser los más actualizados que proporcionan las memorias publicadas por cada hospital de la capital.

La eficiencia obtenida en cada uno de los hospitales nos proporcionará una idea de cómo están aprovechando los recursos que disponen para ser lo más competitivos posibles, es decir, de transformarlos lo mejor que puedan en productos o salidas.

El bienestar de una población es fruto de un buen sistema sanitario, razón de peso para que el interés del estudio radique en cómo mejorar las unidades ineficientes, extrayendo conclusiones y buscando soluciones que puedan resultar de utilidad en la gestión hospitalaria.

Abstract

The main objective of this research is to carry out an analysis of the efficiency of the 25 General Hospitals belonging to the Community of Madrid. The study is carried out through Data Envelopment Analysis for a total of four years, from 2016 to 2019, as they are the most up-to-date that provide the reports published by each hospital in the capital.

The efficiency obtained in each of the hospitals will give us an idea of how they are taking advantage of the resources they have to be as competitive as possible, that is, to transform them as best they can into products or outputs.

The well-being of a population is the result of a good health system, a significant reason for the study's interest to radiate on how to improve inefficient units, drawing conclusions and looking for solutions that may prove useful in hospital management.

ÍNDICE

Agradecimientos.....	7
Resumen.....	9
Abstract.....	10
ÍNDICE.....	11
ÍNDICE DE TABLAS.....	13
ÍNDICE DE FIGURAS.....	15
1 OBJETIVO Y ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
1.1. Introducción.....	17
1.2. Objetivo de la investigación.....	17
1.3. Alcance del proyecto.....	17
1.4. Estructura del documento.....	18
2 ANÁLISIS POR ENVOLTURA DE DATOS.....	19
2.1. Introducción.....	19
2.2. Orígenes de DEA.....	19
2.3. Conceptos básicos.....	19
2.4. Puntos fuertes y limitaciones del método.....	22
2.5. Modelos DEA básicos.....	23
2.5.1. Retornos de escala constantes o CRS.....	23
2.5.2. Retornos de escala variables o VRS.....	24
2.5.3. Orientaciones de entrada y de salida.....	25
2.5.4. Principales modelos DEA.....	25
2.6. Revisión de la literatura sobre la aplicación de DEA a hospitales.....	36
3 SECTOR HOSPITALARIO EN ESPAÑA.....	38
3.1. Introducción.....	38
3.2. Atención sanitaria pública y privada.....	38
3.2.1. Atención sanitaria pública.....	39
3.2.2. Atención sanitaria privada.....	39
3.3. Sistema Nacional de Salud.....	40
3.3.1. Historia y organismos predecesores.....	40
3.3.2. Indicadores clave del SNS.....	42
3.4. Servicio Madrileño de Salud.....	48
4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA AL SERMAS.....	49
4.1. Introducción.....	49
4.2. Objetivo y objeto de la investigación.....	49
4.3. Descripción del modelo.....	50
4.3.1. Datos utilizados.....	50
4.3.2. Variables del modelo.....	51
4.3.3. Modelado matemático.....	52
5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.....	55
5.1. Introducción.....	55
5.2. Método resolutivo.....	55
5.3. Interpretación de los resultados.....	57
6 CONCLUSIONES.....	66
Referencias.....	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Referencias bibliográficas.....	36
Tabla 2: Gasto sanitario total, público y privado. Millones de euros. España, 2015-2019 (Ministerio de Sanidad, 2021).....	38
Tabla 3: Mortalidad total, de hombres y mujeres entre 2016 y 2019 (INE)	46
Tabla 4: Listado de hospitales bajo análisis.....	50
Tabla 5: Resultados de la FO tras resolución.....	57
Tabla 6: Detalle de la matriz de proyecciones lambda para 2019.....	61
Tabla 7: Valor de los slacks para un hospital y año en concretos.....	62

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Representación de la tecnología CRS.....	24
Figura 2: Representación de la tecnología VRS.....	25
Figura 3: Solución CCR-INPUT con una entrada y una salida.....	28
Figura 4: Solución CCR-OUTPUT con una entrada y una salida.....	30
Figura 5: Solución BCC-INPUT con una entrada y una salida (Villa Caro, 2003)	31
Figura 6: Solución BCC-OUTPUT con una entrada y una salida (Villa Caro, 2003)	32
Figura 7: Gasto sanitario público y privado, tasa de variación interanual en porcentaje (Ministerio de Sanidad, 2021).....	39
Figura 8: Evolución de la población recogida en base de datos del SNS (Sanidad, 2021).....	42
Figura 9: Diferencia en esperanzas de vida de hombres y mujeres en España (EVn a la izquierda y EV65 a la derecha)	43
Figura 10: Tasa de hospitalización por enfermedad isquémica del corazón (Sanidad, 2021)....	44
Figura 11: Tasa (por cien mil habitantes) de morbilidad en 2019 por diabetes (INE).....	44
Figura 12: Tasa de personas que padecen trastornos mentales en función de su renta ((Sanidad, 2021).	45
Figura 13: Valoración del paciente según nivel asistencial (Sanidad, 2021).....	46
Figura 14: Camas en funcionamiento, según pertenencia al SNS y C.A. (Sanidad, 2021).....	47
Figura 15: Mapa de distritos asistenciales en la Comunidad de Madrid.....	48
Figura 16: Datos utilizados ejemplo (pertenecientes a 2019)	55
Figura 17: Ejemplo lenguaje en software Lingo	56
Figura 18: Eficiencias para el año 2019	58
Figura 20: Eficiencias promedio	59
Figura 19: Eficiencias en todos los años de estudio.....	59
Figura 21: Número de hospitales ineficientes que se proyectan sobre los eficientes.....	60
Figura 22: Holguras SLACKFACULTATIVOS para el año 2019.....	62
Figura 24: Evolución de la holgura SLACKENFERMEROS.....	63
Figura 23: Evolución de la holgura SLACKFACULTATIVOS.....	63
Figura 25: Evolución de la holgura SLACKDIASESTANCIA	64
Figura 26: Evolución de la holgura SLACKSATISFACCION	64

1 OBJETIVO Y ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción

En la mayoría de países del globo existe una asistencia sanitaria pública que garantiza que cada persona conste con el privilegio de nutrirse de las ventajas que aporta este sistema. Dejando a un lado la capacidad económica, raza, edad o estado personal de un individuo, este sistema de salud garantiza que todo individuo posea el derecho al “grado máximo de salud que se puede lograr”, así lo indica la OMS¹ en su apartado de Salud y Derechos humanos.

En España, el gasto sanitario público representa el 6,4% del PIB y, debido a la importante labor que desempeñan los sistemas sanitarios, se ha creído conveniente analizar la eficiencia de una serie de hospitales pertenecientes a la Comunidad de Madrid. Tras el análisis obtendrán conclusiones sobre qué unidades están siendo ineficientes y cuál es el motivo para poder corregirlo.

1.2. Objetivo de la investigación

Con motivo de solucionar las ineficiencias de un sector en el que una buena o mala gestión tiene implicación directa sobre los habitantes de una población, se lleva a cabo este análisis de eficiencia. La técnica utilizada es la metodología de Análisis Envolvente de Datos o DEA, la cual es utilizada frecuentemente en investigaciones de este tipo y en otras, relacionadas con multitud de áreas de conocimiento.

Como objetivo particular, en este estudio se pretende disminuir los días de estancia del paciente en un determinado hospital y maximizar la satisfacción global del mismo mediante una disminución de los recursos que el hospital posee, como pueden ser el número de facultativos o de enfermeros. El análisis de los resultados del modelo, en función de las holguras que presentan las variables de entrada y salida de un hospital ineficiente con respecto a uno eficiente, aporta información sobre cómo deben mejorar y en qué cuantía.

1.3. Alcance del proyecto

En esta investigación, se fija un número de períodos temporales y se seleccionan hospitales de la misma categoría y que funcionen de manera semejante. La recopilación de datos debe ser lo más precisa posible para que los resultados que arroje el modelo matemático se ajusten a la realidad.

Por lo tanto, aquí se ha elegido una muestra de 25 hospitales de la Comunidad de Madrid y se han recopilado los datos para los períodos más recientes de los que se dispone información, es decir, desde 2016 hasta 2019. Para cada hospital, el modelo consta de seis entradas y tres salidas, de las cuales algunas podrán ser modificadas y sobre otras no se tiene capacidad de decisión por no poseer la facultad de ser modificadas fácilmente.

¹ Siglas correspondientes a la Organización Mundial de la Salud

1.4. Estructura del documento

El documento se encuentra estructurado en seis capítulos en los cuales, tras una breve introducción, se desarrollan diferentes subapartados con el fin de la amenización de la lectura.

El primer y actual capítulo trata de dar una visión global del estudio que se va a llevar a cabo a lo largo del documento, indicando las principales motivaciones que ha tenido el autor para su realización.

El capítulo dos versa sobre la metodología DEA. En primer lugar, se habla de los orígenes del método y, a continuación, se exponen una serie de nociones básicas para poder comprender la terminología del documento. Tras ello, se mencionan las ventajas e inconvenientes que DEA puede plantear, además aparece un conjunto de modelos considerados básicos cuyo conocimiento ayuda a la posterior resolución de uno de ellos. Este apartado concluye con un conjunto de artículos en los que se ha aplicado DEA al sector sanitario, con objeto de justificar la investigación.

El tercer capítulo trata de introducir al lector en el contexto del sector, aportando información relevante acerca de la atención sanitaria en nuestro país, explicando cada uno de los tipos que podemos encontrar. Además, se desarrolla la historia y evolución del funcionamiento del organismo regulador de este sector tanto en el territorio nacional, como en la Comunidad de Madrid. Se proporcionan y explican datos sobre una serie de indicadores que se consideran un fundamento sobre el que sustentar el estudio.

Tras haber descrito con detalle la metodología y aportar información al lector sobre el sector sanitario en nuestro país, se procede a desarrollar el capítulo cuatro. En él, se describen los objetivos particulares aplicados al Servicio Madrileño de Salud (SERMAS), además se comprueba la veracidad de los datos con los que se ha trabajado y se explican las variables del modelo, seguido de una descripción matemática del modelo DEA SBM, el cual se resuelve mediante el software *Lingo*.

En el quinto capítulo se explica cómo se han generado los resultados, es decir, qué softwares informáticos han sido utilizados y de qué manera. Además, se analizan los resultados obtenidos tras la resolución del modelo, interpretándolos mediante gráficas y traduciéndolos a soluciones factibles para que los hospitales que han resultado ineficientes puedan llegar a alcanzar la eficiencia.

En el sexto y último apartado, se extraen una serie de conclusiones a la vista de los resultados que arroja la investigación, además se mencionan una serie de propuestas con vistas a una mejora y ampliación del estudio de la eficiencia en este sector.

2 ANÁLISIS POR ENVOLTURA DE DATOS

2.1. Introducción

En este capítulo hablaremos acerca de la metodología de Análisis por Envoltura de Datos o DEA (*Data Envelopment Analysis*, en la literatura anglosajona). Veremos desde un poco de historia, mencionando sus orígenes, hasta desarrollar conceptos básicos para el mejor entendimiento de esta técnica. Además, se expondrán los modelos más utilizados con su notación matemática debidamente explicada y una serie de ventajas e inconvenientes que presenta el método. Para finalizar, se lleva a cabo una revisión de la literatura para corroborar el buen alcance de esta técnica al sector de estudio, es decir, el sanitario.

2.2. Orígenes de DEA

Charnes, Cooper y Rhodes fueron los primeros en utilizar esta metodología en 1978, basada en modelos de programación lineal y en las ideas de Farrel (1957), para analizar la eficiencia de una serie de institutos estadounidenses como Unidades de Toma de Decisión (*DMU: Decision Making Unit*), considerando diversos parámetros de entrada y salida. Por tanto, podemos decir que fue en la conferencia de Edward Rhodes “Data Envelopment Analysis and Approaches for Measuring the Efficiency of Decision-Education” donde se establecieron las bases de DEA y a partir de la cual comenzaron a publicarse multitud de libros y artículos sobre esta técnica y sus variantes.

Debido a la gran versatilidad que presenta esta técnica a la hora de adaptarse a diferentes sectores de aplicación, se han ido desarrollando modelos cada vez de mayor complejidad y alcance. El primero de ellos, DEA-CCR, que debe su nombre a los autores previamente mencionados (Charnes, Cooper y Rhodes) y el llamado DEA-BCC, desarrollado con posterioridad por (Banker, Charnes, & WW, 1984) constituyen los principales modelos siendo los más básicos, aunque no por ello menos utilizados. Además de los anteriores, existen diversos métodos que merecen mención aquí: el modelo DEA-Multiplicativo (Charnes A. , Cooper, Seiford, & Stutz, 1982), DEA-Aditivo (Charnes A. , Cooper, Golany, Seiford, & Stutz, 1985), el modelo DEA-Ratio (Charnes A. , Cooper, Sun, & Huang, 1990) y el modelo de la Supereficiencia (Andersen & Petersen, 1993)

2.3. Conceptos básicos

En primer lugar, podemos definir DEA como una herramienta basada en la programación lineal que mide la eficiencia relativa de unidades productivas o DMU's (*Decision Making Unit*) similares a través de los recursos consumidos y la producción generada. En esta línea es importante introducir el concepto de productividad, propuesto ya por Farrel en 1957, que no es más que la relación existente entre los resultados que se obtienen y los recursos utilizados:

$$Productividad = \frac{Output}{Input} = \frac{Producción\ creada}{Recurso\ consumido}$$

La ecuación anterior; sin embargo, queda lejos de la realidad, ya que Farrel propuso un modelo asociado a unidades de decisión con sólo una entrada y una salida. Podemos intuir que la mayoría de DMU's a las que se enfrente esta metodología constarán de multitud de entradas y salidas, por lo que la anterior expresión no alcanzará a resolver problemas de mayor magnitud. Para solucionar dicha limitación aparece DEA.

Conviene destacar en este punto que las unidades productivas deben poseer la facultad de tomar decisiones, es decir, deben ser capaces de modificar los recursos que consumen o la producción que generan. Asimismo, es importante que dichas unidades sean comparables o, dicho de otro modo, que transformen el mismo número de entradas en el mismo número de salidas, y que éstas sean comunes a todas las unidades.

Para llevar a cabo un buen análisis mediante DEA, es crucial que la selección de factores (tanto entradas como salidas) sea adecuada para medir la eficiencia de cada una de las unidades. Para ello es preciso realizar un estudio previo de las unidades a analizar y conocerlas en profundidad con tal de que los factores elegidos trasciendan de una manera correcta en el cálculo de la eficiencia. Este paso suele ser tedioso y hay que ir con cautela al seleccionar qué factores son recursos y cuáles son parte de la producción, además preferiblemente dichos factores deben ser cuantificables numéricamente.

Tras dar por concluida la búsqueda, se pasa a medir las entradas y salidas seleccionadas. Como se indica con anterioridad, lo óptimo es que los factores tengan una medición exacta. Si alguno de los factores no es fácil de medir, puede dar lugar a aproximaciones que impliquen que la exactitud del método no sea total. Por ejemplo, en el caso de un hospital, puede resultar complejo estimar el nivel de conocimientos de un médico en determinada materia; sin embargo, el número de camas del hospital es fácil de contabilizar.

Una vez completada la selección y medición de los factores, el siguiente paso es medir la productividad de cada DMU. A pesar de la diversidad de entradas y salidas, la productividad debe ser un solo valor numérico o escalar, ya que carece de sentido el análisis individualizado de cada una de las variables. Por lo tanto, conviene agregar todos los factores en una sola expresión:

$$Productividad = \frac{\text{Suma ponderada de las salidas o producción}}{\text{Suma ponderada de las entradas o recursos}}$$

El problema con el que nos topamos ahora es que no todos los factores tendrán la misma unidad de medida y, por tanto, no podremos sumarlos. Por ello aparecen los conceptos de entradas y salidas virtuales, de tal manera que con una ponderación mediante pesos para todas las variables se consigue que el resultado de la eficiencia sea adimensional.

Luego, si denotamos con x_{ij} a la cantidad de recurso "i" que utiliza la DMU "j" y con y_{kj} a la cantidad de salida "k" que produce la unidad "j", se obtienen:

$$Entrada\ virtual_j = \sum_{i=1}^m u_{ij}x_{ij}$$

$$Salida\ virtual_j = \sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}$$

Donde “m” y “p” son, respectivamente, el número de entradas y salidas consideradas. Además “u_{ij}” representa el peso correspondiente a cada entrada y “v_{kj}” el peso relativo a cada salida. De esta manera podemos reescribir el concepto de productividad como:

$$Productividad_j = \frac{\sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}$$

Con la expresión anterior somos capaces de medir la productividad de cada una de las unidades objeto de estudio considerando su totalidad de entradas y salidas reguladas por una misma escala. No obstante, nos encontramos ahora con que la productividad de una sola unidad no aporta información realmente útil para determinar si el valor obtenido es señal de una buena o mala gestión de los recursos y producción de salidas. Se hace necesario, por tanto, comparar dichas unidades entre sí.

Parece acertado nombrar a la expresión de la productividad anteriormente definida como “eficiencia absoluta” y podemos definir una nueva eficiencia, en este caso relativa para poder determinar el comportamiento de unas unidades frente a otras y que sean así comparables. La eficiencia relativa se define como:

$$Eficiencia_j = \frac{Productividad_j}{Productividad_o} = \frac{Salida\ virtual_j / Entrada\ virtual_j}{Salida\ virtual_o / Entrada\ virtual_o}$$

Donde el subíndice “j” indica la unidad bajo estudio y el subíndice “o” denotará la DMU de referencia para llevar a cabo el análisis. Podemos desarrollar la expresión de la eficiencia tal que quede definida en función de los pesos:

$$Eficiencia_j = \frac{\frac{\sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}}{\frac{\sum_{k=1}^p v_{kjo} y_{kjo}}{\sum_{i=1}^m u_{ijo} x_{ijo}}}$$

Con todo lo visto hasta ahora se pueden definir tres tipos de eficiencias relativas en función de la unidad que se tome como referencia:

- ❖ **Eficiencia relativa global:** hablamos de ella cuando se toma como referencia la unidad que presenta la máxima productividad entre las posibles.
- ❖ **Eficiencia relativa técnica:** se habla de ella cuando la unidad de referencia es la que

posee mayor productividad dentro de las unidades del mismo tamaño² que la de estudio.

- ❖ **Eficiencia relativa de escala:** se define como la relación entre la eficiencia global y la técnica:

$$Eficiencia\ de\ escala_j = \frac{Eficiencia\ relativa\ global_j}{Eficiencia\ relativa\ técnica_j}$$

Se puede deducir de las anteriores definiciones que la eficiencia global siempre será menor o igual que la eficiencia técnica. Además, es importante notar que, si para una unidad se obtiene un valor de la eficiencia de escala igual a uno, las eficiencias global y técnica coinciden. Esta situación se traduce en que la unidad bajo análisis tiene el mismo tamaño que la unidad que posee la máxima productividad, es decir, de la más eficiente del conjunto. Se dice, en este caso, que la unidad evaluada “j” tiene el Tamaño de Escala Más Productivo o MPSS (*Most Productive Scale Size*).

Todas las definiciones de eficiencia relativa deben coincidir en que su valor para cualquier DMU debe ser menor o igual que la unidad. Por tanto, si una unidad presenta una eficiencia relativa menor que uno diremos que es ineficiente, es decir, habrá unidades que estén transformando sus recursos en productos mejor que ella. En caso contrario, si la unidad presenta eficiencia relativa igual a uno, ésta será eficiente según la idea de Farrell.

Llegados a este punto, podemos simplificar la última fórmula de productividad en la que el denominador alcanzará el valor de la unidad, pues la unidad de referencia es considerada eficiente. Por tanto, la expresión de eficiencia que a partir de ahora utilizaremos para desarrollar los diferentes modelos queda:

$$Eficiencia_j = \frac{\sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}$$

Para concluir este apartado, podemos decir que el Análisis por Envoltura de Datos (DEA) es una metodología aplicable a multitud de sectores que nos permite comparar unas unidades con capacidad de decisión (DMU) con otras similares. Persiguiendo el objetivo de encontrar ineficiencias, nos permite localizarlas y tratar de buscar una solución permitiendo acercarnos a la llamada “frontera eficiente”, es decir, aquella *línea* en la que se sitúan las unidades eficientes.

2.4. Puntos fuertes y limitaciones del método.

Abordamos ahora un apartado en que se exponen algunas de las ventajas e inconvenientes que DEA presenta frente a otras metodologías.

Entre sus principales ventajas cabe destacar la flexibilidad, tanto porque las condiciones que impone para identificar unidades productivas no son extremadamente restrictivas, como por el amplio abanico de sectores de aplicación (es posible aplicar DEA en los ámbitos del deporte, educación, transporte, etc.). Además, permite evaluar multitud de DMU's a la vez, proporcionando una perspectiva con visión total de las unidades bajo análisis.

² Que dos DMU's tengan el mismo tamaño quiere decir que sus entradas y salidas tengan el mismo orden de magnitud.

Otra de las ventajas que ofrece DEA es la posibilidad de clasificar las unidades de estudio en eficientes o ineficientes permitiendo además relacionar recursos con productos identificando así los factores que no están siendo utilizados correctamente para que la unidad obtenga la eficiencia deseada.

Es preciso mencionar que, al proporcionar el método una medida de la eficiencia relativa de cada una de las unidades somos capaces de identificar las ineficiencias desde su origen. Esto nos permite a su vez fijar *targets* u objetivos de mejora y tratar de alcanzar una meta concreta.

El enfoque no paramétrico y determinista de esta técnica puede resultar a su vez una ventaja y un inconveniente, pues presenta una gran sensibilidad en los resultados según el modelo (de entre los que veremos en el siguiente apartado) que apliquemos, una selección adecuada del mismo derivará en una solución fiable y una mala elección implicará una desviación de la realidad que se analiza. A su vez, aunque DEA puede ser fiable con ciertas aproximaciones en los datos que se le proporcionen al modelo, un abuso de ellas implicará que el resultado obtenido no sea acertado.

A las limitaciones de la metodología podemos añadir que el número de DMU de análisis debe ser suficiente, ya que DEA trabaja mejor con una cantidad elevada de unidades. Además, con respecto a las entradas y salidas, éstas deben ser preferentemente cuantitativas ya que un carácter subjetivo de las mismas también puede distorsionar el resultado. Finalmente, la identificación de entradas y salidas es subjetivo, por tanto, es importante escoger bien qué factores son recursos y cuales son productos, esta decisión queda bajo la responsabilidad del analista.

2.5. Modelos DEA básicos.

Como se comentó anteriormente, a partir del modelo desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes multitud de investigadores comenzaron a apreciar la utilidad de DEA y, en consecuencia, se desarrollaron nuevos modelos y aplicaciones. Aquí sólo veremos los más básicos y de uso más frecuente.

Se introducen una serie de conceptos cuyo conocimiento es necesario para la comprensión de los diferentes métodos que se definen en este apartado. Dichos conceptos son, fundamentalmente los retornos de escala (constantes y variables) y la orientación (de entrada y de salida).

2.5.1. Retornos de escala constantes o CRS

Cuando hablamos de retornos de escala constante o CRS (*Constant Return to Scale*, en inglés) consideramos que cualquier unidad puede ser igual de productiva que las eficientes, a pesar de su tamaño. Por ello, la eficiencia relativa con la que trabajamos en este caso es la global, tomando de referencia la/s DMU/s de mayor productividad.

Las unidades posibles con este tipo de retorno de escala pueden encuadrarse dentro del siguiente conjunto, denominado **tecnología**:

$$T_{CRS} = \{(\vec{x}, \vec{y}) : \exists \vec{\lambda} \geq 0, \vec{\lambda}X \leq \vec{x}; \vec{\lambda}Y \geq \vec{y}\}$$

Donde lambda ($\vec{\lambda}$) representa un vector con tantas componentes como unidades productivas se estén considerando en el análisis. Las matrices X e Y tendrán tantas columnas como entradas y salidas existan en el problema, respectivamente.

La siguiente gráfica puede ayudar a comprender el concepto de retorno de escala constante si consideramos una entrada y una salida para diferentes DMU's:

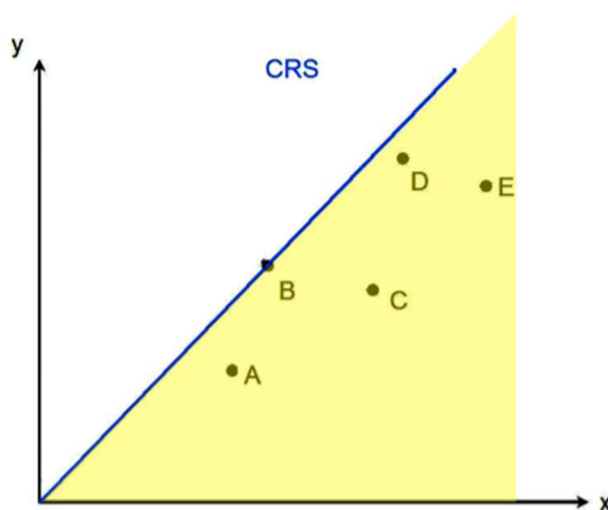


Figura 1: Representación de la tecnología CRS

En la figura, los diferentes puntos representan las DMU's bajo estudio y, en particular, la unidad de nombre B es la que presenta una mayor relación entre productos generados y recursos consumidos o, dicho de otro modo, la que mayor pendiente alcanza al unir el punto que la representa con el origen. Por tanto, bajo la línea que representa la pendiente antes mencionada se identifica el conjunto de puntos que poseen la denominada tecnología admisible.

2.5.2. Retornos de escala variables o VRS

En este caso, hablar de retornos de escala variables o VRS (*Variable Return to Scale*) implica que algunas de las unidades bajo estudio, de tamaño diferente al de las eficientes, no son capaces de alcanzar la productividad de éstas. Es, por tanto, la eficiencia relativa técnica la que se calcula para llevar a cabo el estudio en estos casos, ya que permite comparar cada una de las unidades con las eficientes dentro de su tamaño.

La tecnología VRS o conjunto de puntos admisibles para este tipo de retorno de escala se puede definir como:

$$T_{VRS} = \{(\vec{x}, \vec{y}) : \exists \vec{\lambda} \geq 0, \vec{\lambda}X \leq \vec{x}; \vec{\lambda}Y \geq \vec{y}; \vec{\lambda}\vec{e}^T = 1\}$$

Difiere del conjunto anterior en que la suma de los componentes del vector lambda debe valer la unidad.

A continuación, se muestra un ejemplo en el que se muestra gráficamente este tipo de tecnología para el caso de una entrada y una salida:

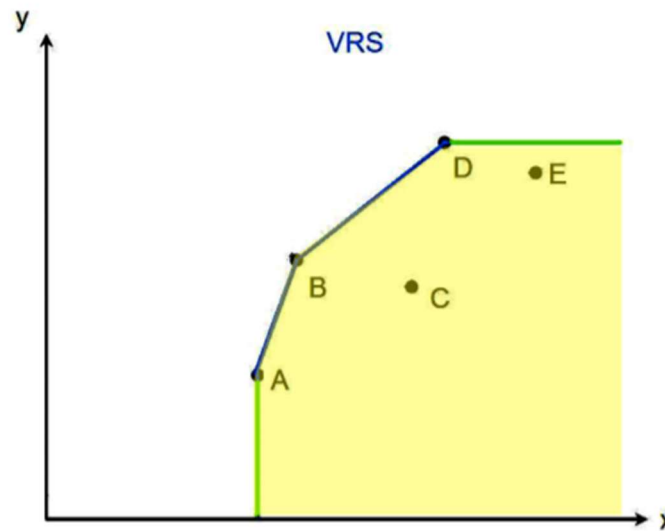


Figura 2: Representación de la tecnología VRS

En este caso, se puede observar que existen tres unidades que podemos considerar eficientes, en lugar de una sola: A, B y D. De nuevo, la zona sombreada constituye el conjunto de todos los puntos por debajo de la frontera eficiente que son admisibles en el problema.

Cabe destacar, llegados a este punto, que el tipo de retorno de escala será una elección que corresponde tomar al decisor o analista. Depende de la índole del problema será adecuado utilizar un tipo de tecnología u otro, aunque parece recomendable en caso de no tenerlo claro, optar por un retorno de escala variable al permitir que un mayor número de unidades puedan lograr ser eficientes.

2.5.3. Orientaciones de entrada y de salida

Una vez comprendido el concepto de retorno de escala, podemos pasar a explicar el siguiente matiz diferenciador de los modelos, la orientación.

Podemos definir la orientación del modelo como el “camino” que siguen las diferentes unidades para alcanzar la eficiencia. Se suelen distinguir dos tipos de orientación fundamentales:

- ❖ Orientación de entrada (*input orientation*): las unidades tratan de alcanzar la eficiencia de la unidad con la que se compara o de referencia mediante una disminución de los recursos de los que disponen.
- ❖ Orientación de salida (*output orientation*): las unidades se acercan a la eficiencia de la unidad de referencia mediante un incremento de las salidas que originan manteniendo sus recursos constantes.

2.5.4. Principales modelos DEA

Tras haber definido los conceptos de retornos de escala y de orientación, tenemos una base para comprender los modelos que se exponen a continuación. Dichos modelos se dividirán por tipo

de retorno y, dentro de esta categoría, se diferenciarán por su orientación.

2.5.4.1. Retorno de escala constante

En este apartado se abordan tres modelos (Ratio, CCR-INPUT y CCR-OUTPUT) en los que las unidades, como se indica en el título, utilizan como referencia la unidad de mayor productividad del problema para comparar su eficiencia.

❖ MODELO RATIO

Este modelo se caracteriza por dotar de libertad a las unidades bajo estudio para elegir los pesos, que hacen que las entradas y las salidas sean adimensionales. Dichos pesos deben ser escogidos de manera que optimicen la eficiencia de cada DMU. Cada unidad, por tanto, se comparará con el resto utilizando los pesos para los cuales su eficiencia es óptima.

A continuación, se muestra el modelo correspondiente de manera analítica:

$$\text{Max } \left[e_j = \frac{\sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}} \right]$$

s.a.

$$\frac{\sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}} \leq 1 ; j = 1, 2, \dots, n$$

$$v_{kj} \geq \varepsilon ; k = 1, 2, \dots, p$$

$$u_{ij} \geq \varepsilon ; i = 1, 2, \dots, m$$

Donde tenemos que ε es una constante no-arquimediana que representa un número real estrictamente positivo. Las restricciones en las que aparece dicha constante obligan a que ningún peso puede ser nulo. Se hace referencia a la variable bajo estudio con el subíndice “J”.

Como se puede observar el modelo es de maximizar y, al ser la función objetivo un cociente³, se trata de un modelo no lineal, por lo que su resolución no es trivial.

El modelo resuelve “n” problemas de maximización como el expresado en la ecuación anterior, uno para cada unidad de estudio, siendo la función objetivo se encarga de elegir la ponderación que hace que la eficiencia de cada una de ellas, denotada por e_j , sea la mayor posible.

Con respecto a la primera restricción, indica que ninguna de las n unidades consideradas puede tener una eficiencia superior a la unidad. Es de suma importancia tener en cuenta todas las restricciones de este tipo, ya que el modelo tratará de maximizar los pesos que se atribuyan a entradas y salidas; no obstante, hemos de cerciorarnos de que las eficiencias que proporciona el modelo son admisibles, es decir, no superiores a uno.

Por último, tras resolver los n problemas se puede definir un subconjunto denominado E que recoge aquellas unidades que han alcanzado la eficiencia, es decir, productividad igual a uno:

³ El nombre de este modelo es debido a la forma de cociente o *ratio* de su función objetivo.

$$\frac{\sum_{k=1}^p v_{kr}^* y_{kr}}{\sum_{i=1}^m u_{ir}^* x_{ir}} = 1 ; r \in K$$

Por otro lado, las unidades con un resultado de $e_j < 1$ serán consideradas como ineficientes, calculando dicha ineficiencia como $(1-e_j)$.

❖ MODELO CCR-INPUT

Este modelo surge con objeto de transformar el problema del modelo Ratio en un problema lineal eliminando los cocientes, facilitando así su resolución.

Suponiendo que el denominador de la función objetivo sea constante e igual a uno, tal que:

$$\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} = 1$$

Podemos simplificar el modelo razonando que, si el denominador de un cociente es constante, maximizar dicho cociente equivale a un incremento únicamente del numerador, por lo que, si el cociente resulta menor que uno será porque el numerador es menor que el denominador de la función. De tal manera que, el modelo Ratio visto anteriormente puede expresarse de la denominada *forma multiplicadora* tal que:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{k=1}^p v_{kj} y_{kj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} \leq 0 ; j = 1, 2, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} = 1 \\ & v_{kj} \geq \varepsilon ; k = 1, 2, \dots, p \\ & u_{ij} \geq \varepsilon ; i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

Aunque lo habitual es trabajar con el dual del modelo plasmado arriba, denominado *forma envolvente*. Se expone a continuación:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \theta_j - \varepsilon \left[\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right] \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j x_{ij} - s_i ; i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{kj} + t_k ; k = 1, 2, \dots, p \\ & \lambda_j \geq 0 \forall j, \quad s_i, t_k \geq 0 \forall i, k \\ & \theta_j \text{ libre} \end{aligned}$$

En este modelo nos encontramos con n variables λ_j , correspondientes a n las primeras restricciones del primal y con la variable que corresponde a la otra restricción, θ_j . Además, aparecen dos variables denominadas de holgura (t_k y s_i) que hacen referencia a las cotas existentes, un total de $m+p$.

Para resolver este modelo, es necesario aplicar dos fases. La primera de ellas, denominada Fase I⁴, minimiza la variable θ_j :

$$\begin{aligned} & \text{Min } \theta_j \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_j x_{ij} ; i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} \geq y_{kj} ; k = 1, 2, \dots, p \\ & \lambda_j \geq 0 \forall j \\ & \theta_j \text{ libre} \end{aligned}$$

Una vez encontrado el valor de θ_j^* , podemos pasar a resolver la Fase II⁵:

$$\begin{aligned} & \text{Min} - \left[\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right] \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j^* x_{ij} - s_i ; i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{kj} + t_k ; k = 1, 2, \dots, p \\ & \lambda_j \geq 0 \forall j \\ & s_i, t_k \geq 0 \forall i, k \end{aligned}$$

En el caso en que tengamos una sola entrada y una salida, podemos representar gráficamente el problema:

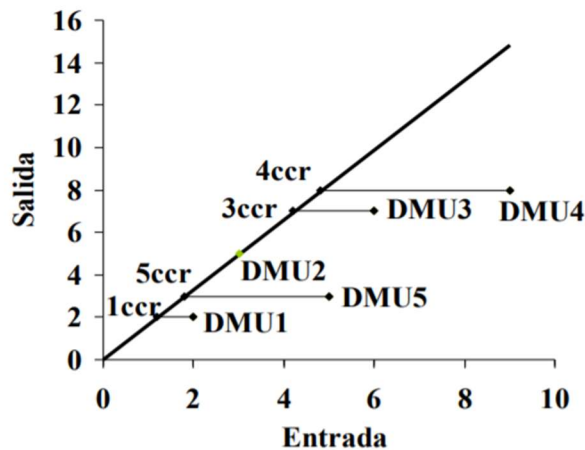


Figura 3: Solución CCR-INPUT con una entrada y una salida

⁴ También denominada Fase Radial

⁵ También denominada Fase Rectangular

En la figura se puede observar que la única unidad eficiente es la DMU2, quedando todas las demás por debajo de la frontera eficiente. Las proyecciones horizontales⁶ sobre dicha frontera representan la solución del problema, es decir, en qué unidades deberían convertirse las unidades ineficientes para lograr ser eficientes mediante una reducción de sus recursos. Es de esta última idea de donde deriva el nombre de este modelo, unido al carácter constante del retorno de escala del modelo Ratio, del que hemos partido para explicar el modelo en cuestión.

❖ MODELO CCR-OUTPUT

La deducción e interpretación de este modelo es análoga a la del anterior, con la diferencia de que en este caso se va a minimizar la expresión del denominador manteniendo el numerador constante. Por tanto, modelo lineal se obtendrá minimizando el denominador y queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{i=1}^m u_{ij}x_{ij} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{k=1}^p v_{kj}y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_{ij}x_{ij} \leq 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{k=1}^p v_{kj}y_{kj} = 1 \\
 & v_{kj} \geq \varepsilon \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, p \\
 & u_{ij} \geq \varepsilon \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

En este caso, la función objetivo representa el denominador de la ecuación de la eficiencia cuyo valor, como se expuso con anterioridad, debe ser menor o igual que la unidad dependiendo de si la DMU bajo análisis es ineficiente o no, respectivamente. Por ello, al haber igualado el numerador a uno, el valor de la función objetivo siempre será mayor o igual que uno.

Al igual que en el modelo anterior, se expresa a continuación el modelo dual o forma envolvente del problema:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \gamma_j + \varepsilon \left[\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right] \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{ij} - s_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = \gamma_j y_{kj} + t_k \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, p \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j, \quad s_i, t_k \geq 0 \quad \forall i, k \\
 & \gamma_j \text{ libre}
 \end{aligned}$$

⁶ Las proyecciones son horizontales debido a que existe una única entrada, en el caso de haber más de una, la proyección sería radial en las direcciones marcadas por cada una de las entradas.

Análogamente al modelo CCR-INPUT, el proceso de resolución sería el consistente en las dos fases, obteniendo γ_j^* tras la Fase Radial y, tras ello, t_k^* y s_i^* en la Fase II. Gráficamente, volvemos a ver una ilustración que representa la solución del problema de una entrada y una salida con orientación de salida:

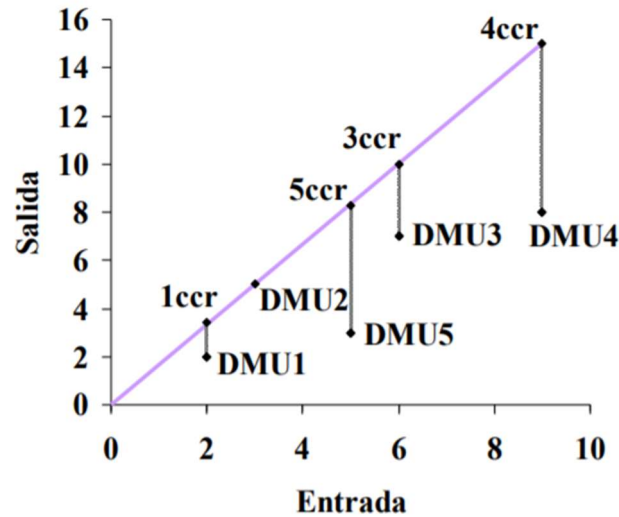


Figura 4: Solución CCR-OUTPUT con una entrada y una salida

Puede observarse en este caso, que las unidades virtuales generadas se han proyectado verticalmente, es decir, las DMU's incrementan la salida manteniendo constante la entrada.

Llegados a este punto y la solución que ha arrojado el modelo es la que sigue: $\gamma_j^* = 1$, $t_k^* = s_i^* = 0$. Ello implica que la unidad que se está estudiando es eficiente ya que se está proyectando sobre sí misma. En la ilustración un caso como el descrito ocurre para la DMU2. Esta idea puede extenderse de manera análoga al modelo anterior, con proyecciones horizontales o, siendo precisos, con orientación de entrada.

2.5.4.2. Retorno de escala variable

En este apartado se abordan modelos con retornos de escala variables, es decir, cada unidad se comparará con las unidades eficientes dentro de su tamaño haciendo uso de la eficiencia relativa técnica. Los modelos que se abordan aquí son el BCC-INPUT y el BCC-OUTPUT.

❖ MODELO BCC-INPUT

La deducción de este modelo también parte, como en los modelos con retorno de escala constante, del modelo Ratio. En este caso, además se debe añadir una restricción que represente que las unidades productivas deben compararse con aquellas que posean su mismo tamaño.

Por lo tanto, si representamos el modelo ratio linealizado en su forma dual, queda:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } \theta_j - \varepsilon \left[\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right] \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j x_{ij} - s_i ; i = 1, 2, \dots, m \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{kj} + t_k ; k = 1, 2, \dots, p \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0 \forall j, \quad s_i, t_k \geq 0 \forall i, k \\
& \theta_j \text{ libre}
\end{aligned}$$

Podemos observar que el modelo es similar al CCR-INPUT, con la única diferencia que se ha añadido una restricción. Esta restricción implica que el sumatorio de las λ deben ser igual a la unidad, o dicho con otras palabras, que la proyección de la unidad bajo estudio debe hacerse sobre el hiperplano que comprende a las unidades eficientes dentro de su tamaño.

La consecuencia directa de considerar retornos de escala variables es que ahora la frontera eficiente está formada por mayor número de unidades, ya que algunas pasan a ser consideradas eficientes a pesar de su tamaño, cuando esto en los modelos de retorno de escala constante no ocurría.

A continuación, se muestra gráficamente un ejemplo con una entrada y una salida para ayudar a la comprensión de este modelo:

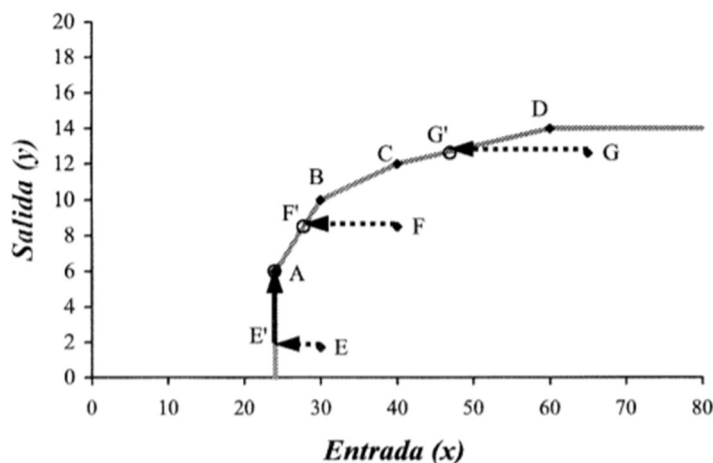


Figura 5: Solución BCC-INPUT con una entrada y una salida (Villa Caro, 2003)

En la imagen se observa cómo la frontera eficiente está representada por la línea formada por los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CD} . Las unidades E, F y G son ineficientes en este caso.

La resolución del modelo, al igual que los vistos anteriormente cuenta con dos fases, una radial y otra rectangular. En la ilustración se aprecia cómo, tras aplicar la fase radial con reducción de las entradas (*input orientation*), las unidades F y G consiguen ser eficientes. Sin embargo, la unidad E, además de aplicar la Fase I necesita de una segunda fase rectangular para alcanzar la frontera eficiente.

Para concluir se aprecia, además, que las proyecciones de las unidades ineficientes son combinación lineal de las eficientes dentro de su tamaño. A este conjunto de unidades se le denomina *peer group*. En el ejemplo, el *peer group* de la unidad F lo constituyen las unidades A y B.

❖ MODELO BCC-OUTPUT

Considerando ahora orientación de salida, el problema se plantea de manera análoga:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \gamma_J + \varepsilon \left[\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right] \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{ij} - s_i ; i = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = \gamma_J y_{kJ} + t_k ; k = 1, 2, \dots, p \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \forall j, \quad s_i, t_k \geq 0 \forall i, k \\
 & \gamma_J \text{ libre}
 \end{aligned}$$

Para el caso de una entrada y una salida, gráficamente se tiene:

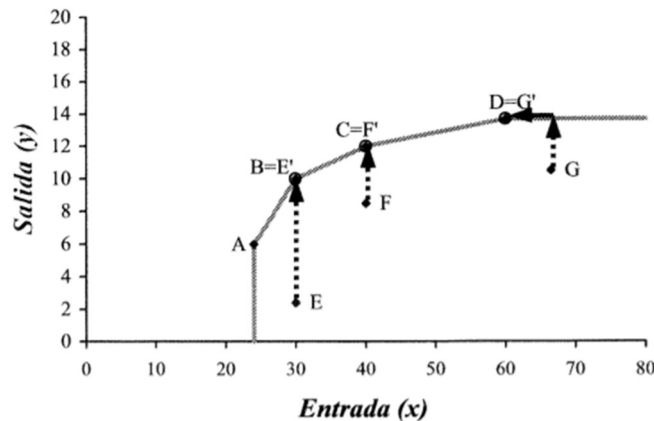


Figura 6: Solución BCC-OUTPUT con una entrada y una salida (Villa Caro, 2003)

En la figura, se identifican como eficientes las unidades A, B, C y D. Las ineficientes E y F alcanzan la frontera eficiente tras la aplicación de la fase radial, mientras que G necesita, además, de la fase rectangular para alcanzar la eficiencia.

2.5.4.3. Modelo SBM (Slacks-Based Measure)

Este modelo, propuesto por (Tone, 2001) a diferencia de los modelos CCR y BCC, no implica una optimización radial, sino que trata de minimizar las holguras. Por tanto, la medida de la eficiencia aquí propuesta se basa en tratar los excesos de entrada (minimizándolos) y los déficits de salida (maximizándolos).

La estructura del modelo está basada en gran parte en el modelo CCR. El modelo nos proporcionará una medida de las holguras que necesitan las unidades bajo estudio para conseguir ser eficientes mediante una optimización de tipo no radial.

Además, debe presentar otras características: unidades y traslaciones paralelas a un sistema de coordenadas invariables, y monotonía en la disminución de las holguras, es decir, en la función objetivo. Dichas peculiaridades aparecen reflejadas en el modelo matemático:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \left[\frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{i0}^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{r0}^+}{y_{r0}}} \right] \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} = x_{i0} - s_{i0}^- ; i = 1, \dots, m \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{rk} = y_{r0} + s_{r0}^+ ; r = 1, \dots, s \\ & s_{i0}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & s_{r0}^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Si quisiéramos añadir una restricción de convexidad para los casos con tecnología VRS:

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

Los valores de s_{i0}^- y s_{r0}^+ corresponden a las holguras⁷ de las entradas y las salidas, respectivamente. La primera de las ecuaciones se corresponde con la función objetivo que, como se puede apreciar, consiste básicamente en la disminución del cociente entre las holguras. La función objetivo garantiza que una unidad eficiente alcanzará el valor de la unidad y, además debe ser monótona ya que, para un aumento del valor de las holguras, el valor de la función objetivo disminuye.

No obstante, el modelo SBM se puede transformar mediante una linealización similar a la propuesta por (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) con el modelo CCR, previamente expuesto. Para ello se introduce un parámetro “t” en la función objetivo multiplicando tanto en el numerador como en el denominador de tal manera que no se produce ningún cambio en la medida de la eficiencia. El cambio de variable queda:

⁷ El término en la literatura anglosajona para denotar a la holgura es *slack*

$$1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{r0}^+}{y_{r0}} = \frac{1}{t}$$

Aplicando este cambio, con el objetivo, en este caso, de obtener una medida con orientación de entrada quedaría un modelo tal que:

$$\begin{aligned} & \text{Min } t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{ts_{i0}^-}{x_{i0}} \\ & \text{s.a.} \\ & t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{ts_{r0}^+}{y_{r0}} = 1 ; i = 1, \dots, m \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} = x_{i0} - s_{i0}^- ; i = 1, \dots, m \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{rk} = y_{r0} + s_{r0}^+ ; r = 1, \dots, s \\ & s_{i0}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & s_{r0}^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & t > 0 \end{aligned}$$

Si el objetivo es conseguir una medida con orientación de salida, basta cambiar la función objetivo por la maximización del denominador del modelo original y un cambio inverso del parámetro t.

2.5.4.4. Modelos con salidas y entradas no discrecionales

Conviene hablar, llegados a este punto, de este tipo de modelos, ya que en este estudio se aplicarán los conceptos de salidas y entradas no discrecionales.

En ocasiones, las DMU no tienen capacidad de decisión sobre ciertos factores, ya sean entradas o salidas, es decir, no depende de ellas su incremento o decremento sino de factores externos. En este caso, se dice que dichas entradas y/o salidas son **no discrecionales**.

Así, por ejemplo, en un hospital podría considerarse no discrecional la población que tiene asignada y, por tanto, sobre la que influye el mismo. Sobre el número de ingresos al año tampoco puede actuar la unidad productiva, ya que no es algo que dependa de ella. Por el contrario, el hospital puede decidir sobre el número de facultativos y enfermeros, o debido a su funcionamiento puede variar los días de estancia media de los pacientes o la satisfacción de los mismos, considerándose estas últimas variables discrecionales.

Resulta, por tanto, interesante introducir estos conceptos en los modelos mediante cambios en las restricciones que indiquen qué entradas y qué salidas son modificables o no. Para ello, en primer lugar, se dividen los conjuntos de entradas y salidas en los subconjuntos:

$$\begin{aligned} I &= I_D \cup I_{ND} \\ O &= O_D \cup O_{ND} \end{aligned}$$

Donde el subíndice D hace referencia a las entradas y salidas que son discretionales (y, por tanto, sujetas a ser modificadas), mientras que el subíndice ND representa las variables no discretionales (es decir, invariables por la DMU).

De esta manera, si introducimos estos conceptos en el modelo CCR-INPUT en su forma envolvente, quedaría:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \theta_j - \varepsilon \left[\sum_{k \in O_D} t_k + \sum_{i \in I_D} s_i \right] \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j x_{ij} - s_i ; \forall i \in I_D \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{kj} + t_k ; k = 1, 2, \dots, p \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{ij} - s_i ; ; \forall i \in I_{ND} \\
 & \lambda_j \geq 0 \forall j, \quad s_i, t_k \geq 0 \forall i, k \\
 & \theta_j \text{ libre}
 \end{aligned}$$

Como se puede observar, en la función objetivo solo se modifican las variables de entrada y salida pertenecientes al subconjunto de las discretionales. Además, la variable θ_j no afecta a las entradas no discretionales. Con estas modificaciones se consigue que las variables no discretionales no sean modificadas por el modelo, encargándose éste de modificar únicamente las variables pertenecientes al conjunto discrecional.

2.5.4.5. Modelos con entradas y salidas no deseadas

En primer lugar, vamos a definir en qué consiste el concepto de entrada o salida no deseadas. Si estamos tratando de optimizar la productividad, buscaremos una minimización de los recursos y un incremento de los productos o salidas del modelo. En ocasiones ocurre que ciertas entradas, por cómo están definidas, conviene ser incrementadas y, de manera análoga, algunas salidas deberían ser minimizadas. A este tipo de variables es a lo que conocemos como **no deseadas**.

Como en el análisis llevado a cabo en el Trabajo nos encontramos con este problema, conviene mencionar cómo los investigadores han encontrado diversas soluciones para superar este tipo de obstáculo. A continuación, vemos alguna de ellas.

Una manera de tratar a las salidas no deseadas consiste en considerarlas como entradas al modelo. La explicación propuesta por (Hailu & Veeman, 2001) es que, por ser el objetivo de una salida no deseada minimizar su valor, se consideran entradas ya que persiguen el mismo objetivo.

Otro modo de proceder sería por el que optan (Färe & Grosskopf, 2004) , creando una nueva tecnología aplicable únicamente a aquellas entradas y salidas no deseadas que vinculan de manera directa a las deseadas, es decir, si una salida deseada aumenta también lo hace la no deseada. Por ejemplo, si en un aeropuerto se trata de reducir el ruido como salida indeseada,

implicaría directamente reducir el número de vuelos, variable de salida deseada y que, por tanto, se desea maximizar.

2.6. Revisión de la literatura sobre la aplicación de DEA a hospitales.

En este apartado se muestran diversos artículos en los que se ha aplicado la metodología DEA a hospitales, consiguiendo con ello demostrar su utilidad en el sector sanitario.

Aunque el alcance de esta técnica puede extenderse a multitud de sectores de estudio, podemos ver que un análisis de eficiencia utilizando hospitales como *DMUs* puede arrojar resultados interesantes para procurar un estudio, sobre todo hoy día, en los tiempos de pandemia vividos.

A continuación, se muestra un listado de 8 artículos científicos, así como sus autores y fecha de publicación en los cuales se han llevado a cabo diferentes análisis de eficiencia a una serie de hospitales de todo el mundo.

Tabla 1: Referencias bibliográficas

Título	Autor(es)	Año
Measuring operational efficiency of isolation hospitals during COVID-19 pandemic using data envelopment analysis: a case of Egypt	Mahmoud Abdelrahman Kamel y Mohamed El-Sayed Mousa	2021
Strategic alliances' effects over hospitals efficiency and capacity utilization in México	Víctor Giménez; Diego Prior y Jorge R. Keith	2020
Technical Efficiency of Regional Public Hospitals in China Based on the Three-Stage DEA	Zhensheg Chen; Xueli Chen; Xiaoqing Gan; Kaixuan Bai; Tomas Baležentis y Lixin Cui	2020
The efficiency of hospitals: Platform for sustainable Health Care System	Beata Gavurova y Kristina Kocisova	2020
Influence of cost systems on efficiency. An anaysis of Spanish hospitals using public national databases	Beatriz García-Conejo y José A. Pérez-Méndez	2020
Los nuevos modelos de gestión de hospitales como alternativa para la sostenibilidad del sistema hospitalario público: un análisis de eficiencia en gasto sanitario	J.L. Franco Miguel y C. Fullana Belda	2019
Measuring the efficiency of Palestinian public hospitals during 2010-2015: an application of a two-stage DEA method	Wasim I.M. Sultan y José Crispim	2018
Medida de la eficiencia técnica en los hospitales públicos gallegos	Amparo Seijas Díaz y Guillermo Iglesias Gómez	2009

A continuación, se explica ligeramente de qué trata cada uno de ellos.

En (Abdelrahman Kamel & El-Saved Mousa, 2021) se lleva a cabo un análisis de 26 hospitales de Egipto aislados durante la pandemia del COVID-19 con una orientación de entrada mediante la minimización de número de facultativos, enfermeros y camas como inputs, manteniendo como outputs: número de pacientes infectados, de fallecimientos y de recuperaciones.

(Giménez, Prior, & Keith, 2020) lleva a cabo un estudio en el cual se analiza la eficiencia de un grupo de 29 hospitales que pertenecen a la alianza Consorcio Mexicano de Hospitales, además de otros 47 no pertenecientes a dicha alianza. Los resultados arrojados por DEA, tras mantener unos inputs fijos (facultativos en contacto directo con el paciente, enfermeras, número

de camas registradas y quirófanos) y tratar de maximizar los outputs (número de procedimientos quirúrgicos y días de estancia), indican una mayor eficiencia por parte de los hospitales pertenecientes a la alianza.

(Chen, y otros, 2020) aplica el análisis a hospitales públicos de 31 regiones de China durante los años 2011 a 2018, utilizando como entradas el número de: facultativos, enfermeras, otro personal y camas. Como salidas se escogieron el número de pacientes internos, número de pacientes externos y el número de pacientes con enfermedades infecciosas.

En (Beata & Kocisova, 2020) para llevar a cabo la investigación extraen los datos pertinentes de una base de datos eslovaca entre los años 2015 y 2018. El enfoque que se aplica en el método DEA de dos etapas es mejorar la eficiencia de producción y; tras ello, mediante índices de satisfacción de los pacientes, la calidad.

(García-Conejo & Pérez-Méndez, 2020) profundiza en la eficiencia de 159 hospitales pertenecientes al Servicio Nacional de Salud español con datos de entre 2010 y 2013. Aunque en el estudio se aplican diferentes metodologías, una de ellas es el Análisis Envoltante de Datos basándose en este caso en el estudio de costes hospitalarios. Algunas de las entradas que se le aportan al modelo son: número de camas, de facultativos, de otro personal activo, de personal dado de baja y, además, cantidad de dinero en euros de suministros y servicios externos.

(Franco Miguel & Fullana Belda, 2019), en su artículo llevan a cabo un análisis de la eficiencia en gasto sanitario de 25 hospitales con diferentes modelos de gestión. El tipo de análisis envoltante de datos que utilizan es tanto con rendimientos de escala constantes como variables; pero con orientación de entrada, por lo que tratan de minimizar los inputs manteniendo constantes las variables de salida.

En el artículo publicado por (Wasim I.M. & Crispim, 2018), 11 hospitales públicos de Oriente Medio son analizados mediante DEA de dos etapas con orientación de entrada y datos de entre 2010 y 2015. De nuevo, algunos de los inputs son el número de camas, diferentes tipos de personal médico, suministros, entre otros. Número de operaciones y nivel de atención al paciente, a destacar entre los outputs.

Finalmente, en el artículo de (Seijas Díaz & Iglesias Gómez, 2009) se evalúa el rendimiento de una serie de hospitales pertenecientes a la comunidad autónoma de Galicia. Para ello se aplica DEA con inputs tales como personal; dividido en facultativo, no facultativo y no sanitario, y número de camas. Como medida del output se ha elegido el número de altas. Tanto inputs como outputs son ponderados acorde a su complejidad.

En base a los artículos mencionados, este trabajo adopta una serie de variables de entrada y salida para aplicar DEA a los 25 hospitales de la Comunidad de Madrid, algunas de ellas comunes a la literatura escogida y otras seleccionadas tras revisar los datos proporcionados por las memorias de los hospitales a evaluar. Dichas variables se nombrarán y explicarán detalladamente con posterioridad.

3 SECTOR HOSPITALARIO EN ESPAÑA

3.1. Introducción

Este apartado tiene como principal cometido introducir al lector en el contexto de la sanidad en España, sector que ha servido de motivación para la realización de este trabajo.

La descripción de los organismos que regulan la sanidad en nuestro país, y en particular en la capital (Madrid), junto con un análisis de la relación entre calidad y eficiencia aplicado al sector, ayudarán a la comprensión de apartados posteriores de este trabajo

3.2. Atención sanitaria pública y privada

En primer lugar, conviene dejar clara la diferencia entre los dos tipos de atención sanitaria que existen en España. Este trabajo focaliza su atención en el ámbito público, por ser la recopilación de los datos necesarios para llevar a cabo el estudio, fácilmente accesibles para cualquier ciudadano.

Resulta interesante llegados a este punto, mencionar alguno de los artículos publicados por (Ministerio de Sanidad, 2021), en este caso el Sistema de Cuentas de Salud aporta datos de relevancia acerca de la evolución del gasto sanitario en España. Para los años durante los que se ha llevado a cabo el estudio, podemos observar en la Tabla 2 la diferencia, en millones de euros, entre la cantidad financiada por el sector público y el privado.

Tabla 2: Gasto sanitario total, público y privado. Millones de euros. España, 2015-2019 (Ministerio de Sanidad, 2021)

	2015	2016	2017	2018	2019
Gasto sanitario total	99.710	101.075	105.514	110.010	115.458
Gasto sanitario público	71.124	72.249	74.476	77.373	81.590
Gasto sanitario privado	28.585	28.825	31.038	32.637	33.868

Así, si entendemos el gasto sanitario total como la suma de recursos públicos y privados, se observa que para el año 2015 dicha cantidad es de 99.710 millones de euros, de los cuales 71.124 hacen referencia al sector público y los 28.585 restantes pertenecen al sector privado. Se observa un crecimiento de los gastos de ambos sectores a lo largo de los años, de manera que el crecimiento total para el periodo 2015-2019 es de un 3,7 por ciento. Para el gasto sanitario público, el crecimiento es del 3,5 por ciento y el ámbito privado presenta una tasa del 4,3 anual.

En la Figura 7, podemos observar la evolución del crecimiento tanto del gasto sanitario en el ámbito público, como en el privado. Así, de 2015 a 2016, el gasto público asciende un 1,6 por ciento y el privado un 0,8 por ciento. A destacar un elevado crecimiento del año 2016 a 2017 de un 7,7 por ciento en el ámbito privado.

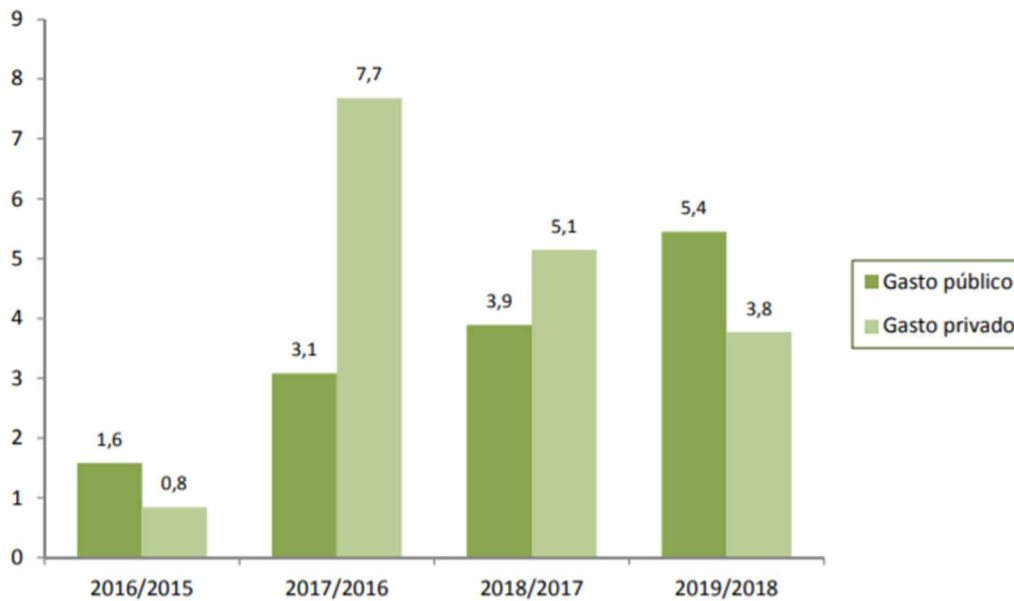


Figura 7: Gasto sanitario público y privado, tasa de variación interanual en porcentaje (Ministerio de Sanidad, 2021)

3.2.1. Atención sanitaria pública

El organismo encargado de llevar a cabo este tipo de atención sanitaria es el Sistema Nacional de Salud, a través del cual todo ciudadano español puede gozar de una serie de privilegios **gratuitos** como son: acceso a medicamentos, consultas y urgencias, entre otros.

Es importante notar que los médicos de la Seguridad Social suelen tener un salario equitativo entre ellos, pues es el Estado (a través del Sistema Nacional de Salud) quien paga la atención sanitaria que prestan al paciente. No es el paciente quien paga directamente por su servicio.

Además, el paciente o ciudadano, para poder nutrirse de los beneficios que aporta la atención pública sanitaria debe tener asignado un médico de cabecera. De esto se encarga la Seguridad Social una vez que el paciente en cuestión presenta una instancia en cualquier centro de salud cercano, donde lo solicita. Una vez que el paciente tiene asignado su médico, sólo debe pedir una cita para reunirse con él y recibir la atención primaria que necesita. En caso de necesitar atención especializada, dicho médico de cabecera derivará al paciente al especialista pertinente.

Finalmente, aunque el Sistema Nacional de Salud gestione todo el territorio nacional, es cada comunidad autónoma la encargada de aportar los servicios de dicho organismo mediante su propio servicio de salud; en el caso de la Comunidad de Madrid, el Servicio Madrileño de Salud (SERMAS). Cabe destacar que, para las dos ciudades autónomas de nuestro país, Ceuta y Melilla, aún existe el Instituto Nacional de Gestión Sanitaria (INGESA), entidad estatal encargada de gestionar la atención sanitaria de dichos territorios.

3.2.2. Atención sanitaria privada

Este tipo de asistencia funciona mediante la afiliación del paciente a una mutua o a una entidad aseguradora privada. La principal diferencia con la atención pública vista anteriormente es que ahora, la afiliación a la mutua es de **pago**. No obstante, las mutuas disponen de una serie de

hospitales, clínicas y laboratorios privados que hacen que la atención recibida sea mucho más rápida.

3.3. Sistema Nacional de Salud

El Sistema Nacional de Salud⁸ de España es el organismo encargado de proveer al ciudadano de un conjunto de prestaciones y servicios sanitarios, dependientes de los poderes públicos. En realidad, es un sistema regulado tanto por los Servicios de Salud de la Administración del Estado, como por las Autonomías.

Este organismo público fue creado en 1908 y su cobertura se fue extendiendo por todo el territorio nacional. Es en 1989, tras la formulación y aprobación de la **Ley General de Sanidad del 25 de abril de 1986**, cuando se consolida el proceso por el cual la asistencia sanitaria en nuestro país se convierte en universal y se nutre mediante una serie de impuestos de diversa índole.

Dos razones de peso sustentan dicha Ley General de Sanidad, y hacen que la reforma del sistema que consigue sea definitiva. En primer lugar, tal como indican los artículos 43 y 49 de la Constitución, todo el conjunto de la ciudadanía española tiene el derecho de recibir una atención sanitaria pública, regulada por poderes públicos con medios para satisfacer esta necesidad. La segunda de las razones es a nivel organizativo, según las previsiones del título VIII de la Constitución, y consiste en la institucionalización de las Comunidades Autónomas, las cuales disponen de una serie de Estatutos en los que se reconoce la capacidad de gestionar aspectos en materia de Sanidad.

3.3.1. Historia y organismos predecesores

Este subapartado trata de desarrollar la historia de la sanidad en nuestro país, desde el origen del concepto hasta la actualidad.

En primer lugar, remontándonos a los orígenes de las especies, y en particular de la humana, se observa que la supervivencia ha sido una de las necesidades fundamentales de los individuos, propiciando un agrupamiento en sociedad. El concepto de salud, por tanto, está ligado a esta supervivencia de manera íntima y constituye un elemento básico en todas las culturas.

Podemos decir, por tanto, que la conservación de la vida y la mejora de las oportunidades en salud constituyen una conducta ética básica de la persona. Hoy en día, los ciudadanos de la mayoría de países cuenta con el derecho a la salud, lo cual instituye el paso definitivo en esta búsqueda de la supervivencia.

Los antecedentes de la sanidad en España se establecen en el período medieval, cuando a partir del siglo XIII se comienza a reconocer la figura de los físicos, que recibían un título por parte del alcalde, de ahí que fueran comúnmente conocidos como “titulares”. Estos médicos titulares, que eran contratados por los diferentes gremios para atender a todos los miembros que lo conformaban, establecieron un sistema de iguales con los núcleos poblacionales, asegurándoles la prevención y la atención que pudieran necesitar.

No es hasta la revolución industrial, a mediados del siglo XIX, cuando comienzan a reivindicarse los derechos a una sanidad digna por parte de los sectores más desfavorecidos del

⁸ Siglas que definen al Sistema Nacional de Salud: SNS. Abreviatura utilizada en lo que sigue.

proletariado. En 1883, debido al auge de las clases trabajadoras, se fundó la primera Comisión de Reformas Sociales, precedente del sistema sanitario en nuestro país.

Posteriormente, bajo el reinado de Alfonso XIII, se funda el Instituto Nacional de Previsión (INP) en 1908 y estuvo gestionando la sanidad en España hasta los tiempos de democracia, concretamente hasta 1978. El principal cometido de esta institución fue dotar a los trabajadores de un sistema de pensiones de retiro de carácter voluntario, de esta manera se pone de manifiesto un compromiso con la protección de la vejez. En 1919 se aprueba el seguro obligatorio del retiro obrero y en 1929 el seguro obligatorio de maternidad.

En 1931, cuando es proclamada la Segunda República, de nuevo los derechos de los trabajadores toman importancia y se reivindican; es por ello que se crean las leyes de accidente de trabajo y de accidente de trabajo en la industria. Sin embargo, si un trabajador estaba asegurado con el seguro obligatorio y padecía alguna enfermedad, las condiciones de las instalaciones que proporcionaba el Estado para su recuperación eran ínfimas. Si, por el contrario, algún individuo no estaba asegurado, debía solucionar su problema mediante sus recursos propios.

En 1942 se crea el Seguro Obligatorio de Enfermedad (SOE), primer esbozo de lo que será la Seguridad Social en España. Este sistema consiste en un modelo contributivo por parte de los trabajadores, los cuales pagan una parte de su salario al Estado para poder optar a una sanidad digna (médicos generales, especialistas, hospitales, etc.). Es importante remarcar que sólo aquel ciudadano trabajador podía gozar de este seguro.

No es hasta diciembre de 1963 cuando se concibe el concepto de sistema de Seguridad Social como lo conocemos hoy día. No obstante, los no trabajadores seguían sin poder disponer de la cartilla de la seguridad social y, en consecuencia, estos no contribuyentes sólo optaban a un servicio de beneficencia o a la medicina privada. En 1966 se crea la Ley de Seguridad Social, vigente a día de hoy, aunque con modificaciones a lo largo de los años.

Mediante el Real Decreto-Ley 36/1978, desaparece el INP con la consecuencia de que la seguridad social se desliga en los factores de la prestación social que proporciona. Aparecen así cinco las cinco instituciones encargadas de gestionar la Seguridad Social de la Salud y el Empleo: INSS⁹, IMSERSO¹⁰, INSALUD¹¹, INEM¹² y la Tesorería General de la Seguridad Social.

La Constitución de 1978 determina una nueva manera de entender la protección social. A partir de ahora todos los ciudadanos (**trabajadores y no trabajadores**) tienen el derecho a la protección de la salud. Además, el modelo de prestación sanitaria pasa de ser contributivo y basado en la cotización por parte de los trabajadores (modelo Bismarck), a ser universal y estar recogido en los presupuestos generales del Estado. Este nuevo tipo de modelo llamado Beveridge está sostenido por los impuestos que los ciudadanos pagan al Estado.

Finalmente, una vez que el derecho a la protección de la salud es reconocido en la Constitución, en 1986 se argumenta en forma de ley, en particular, la Ley General de Sanidad. Dicha ley define al Sistema Nacional de Salud como “el conjunto de los servicios de salud de las

⁹ Instituto Nacional de la Seguridad Social

¹⁰ Instituto de Mayores y Servicios Sociales

¹¹ Instituto Nacional de la Salud

¹² Instituto Nacional de Empleo

Comunidades Autónomas convenientemente coordinados”.

Recopilando los principales criterios que quedan fijados tras la aplicación de esta ley:

- ❖ La financiación de los servicios sanitarios es pública y son de carácter universal y gratuito.
- ❖ Quedan definidos los poderes públicos, así como los derechos y deberes de los ciudadanos.
- ❖ A excepción de Ceuta y Melilla, la sanidad depende de las Comunidades Autónomas y es, por tanto, un servicio descentralizado políticamente. La sanidad en las dos Ciudades Autónomas del país está regulada directamente a través del Gobierno central, mediante el INGESA.
- ❖ La atención en salud que se consigue es de primera calidad.

3.3.2. Indicadores clave del SNS

El principal cometido de este subapartado consiste en plasmar, mediante una serie de datos y gráficos, la importancia de una buena documentación de la sanidad en un país. Sin una buena base de datos donde se recojan aspectos influyentes para este sector, no sería posible llevar a cabo este tipo de investigaciones, las cuales resultan de gran utilidad a la hora de buscar la eficiencia.

En términos de población, los datos actualizados hoy en día para el año 2019 indican que en España habita un total de 46.937.060 personas, representando al quinto país con mayor población de la Unión Europea (el cuarto tras el Brexit del Reino Unido). La pirámide poblacional regresiva de nuestro país, similar a la de la mayoría de los países desarrollados, indica porcentajes de natalidad y mortalidad bajas con un crecimiento natural poco acentuado.

El Servicio Nacional de Salud, recoge en su base de datos a un total de 46.281.909 personas cuya asistencia sanitaria es financiada, como sabemos, con dinero procedente de impuestos, es decir, público. Sin embargo, son 45.207.196 las personas que realmente son atendidas por el SNS. La gráfica siguiente representa la evolución a lo largo de los últimos años del número de personas cuya asistencia sanitaria está recogida en la base de datos del SNS.

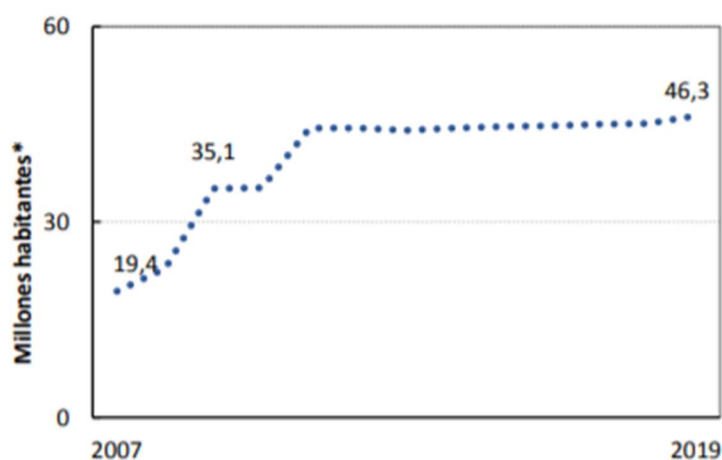


Figura 8: Evolución de la población recogida en base de datos del SNS (Sanidad, 2021)

Se observa un claro crecimiento entre el año 2007 y los años próximos, desde 19,4 millones de habitantes hasta un total de 35,1. Tras este crecimiento de población registrada sigue una tasa constante y, de nuevo un crecimiento, hasta estabilizarse la curva y terminar creciendo ligeramente en el año 2019 alcanzando la cifra aproximada de 46,3 millones de habitantes recogidos en la base de datos del SNS.

Otro de los datos de relevancia que merecen mención aquí es la **esperanza de vida** en nuestro país, siendo importante diferenciar entre esperanza de vida al nacer (EVn) y esperanza de vida a los 65 años (EV65). Comparando con el resto de los países de la UE, la esperanza de vida al nacer en España se sitúa en primer lugar para mujeres y en tercer lugar para varones; la esperanza de vida a los 65 años ubica a las españolas en segundo lugar y a los españoles en tercera posición con respecto al resto de países europeos. A continuación, se muestran unas gráficas donde se aprecia la diferencia de esperanza de vida entre hombres y mujeres.



Figura 9: Diferencia en esperanzas de vida de hombres y mujeres en España (EVn a la izquierda y EV65 a la derecha)

La figura muestra cómo la esperanza de vida al nacer para hombres en la actualidad se sitúa en 80,4 años, experimentando un crecimiento de 2,7 años entre 2006 y 2018. Para las mujeres, dicha esperanza de vida es superior y alcanza la cifra de 86,1 años con un crecimiento menor a lo largo de los años, en particular de 1,7 años. La interpretación es similar para la esperanza de vida a los 65 años; las mujeres esperan vivir 23,4 años más y los hombres 19,3 años más, siendo el crecimiento a lo largo de los últimos años similar para ambos sexos.

Definiendo la **morbilidad** como lo hace la Organización Mundial de la Salud (OMS), podemos decir que es “toda desviación subjetiva u objetiva de un estado de bienestar”. Haciendo una división de las principales causas que producen morbilidad en España, podemos clasificar en tres secciones: enfermedades cardiovasculares y factores de riesgo, trastornos mentales y tumores malignos.

Se pueden distinguir cinco enfermedades principales dentro de las cardiovasculares y los factores de riesgo.

- ❖ Enfermedad isquémica del corazón: tres de cada cien hombres y una de cada cien mujeres la padecen en España. Las tasas de hospitalización tanto de hombres como de mujeres descienden a lo largo de los años; en particular, entre 2010 y 2018, la tasa de hospitalización total (ajustada por edad y por cada cien mil habitantes) desciende un 20,5% en dicho período de tiempo. A continuación, se muestra una gráfica que particulariza la evolución a lo largo de los años para hombres y mujeres.

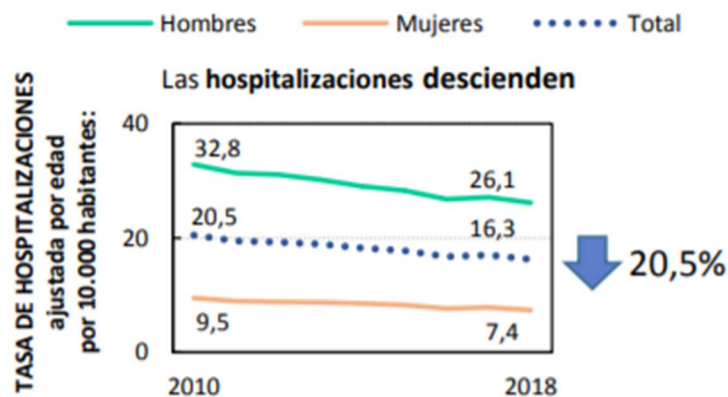


Figura 10: Tasa de hospitalización por enfermedad isquémica del corazón (Sanidad, 2021)

- ❖ Enfermedad cerebrovascular: según la publicación de (Orozco-Beltrán, y otros, 2020), en el ámbito internacional las tasas de mortalidad debida a enfermedades cerebrovasculares ajustadas por edad en España son más bajas que en el resto de los países de Occidente. Particularmente, en 2018 la tasa de morbilidad fue de 236 por 10⁵ habitantes (260 en varones y 213 en mujeres) y las hospitalizaciones por esta causa descienden a lo largo de los años.
- ❖ Diabetes mellitus: acorde con los datos proporcionados para 2019 por (Sanidad, 2021), siete de cada cien personas sufren diabetes y, para la población mayor de 65 años esta cifra se incrementa de tal manera que son veintitrés de cada cien los que padecen esta enfermedad. A continuación, se adjunta un gráfico que muestra la tasa de morbilidad por cada cien mil habitantes de las 17 CC.AA. y las 2 Ciudades Autónomas de España, complementándose con el total nacional.

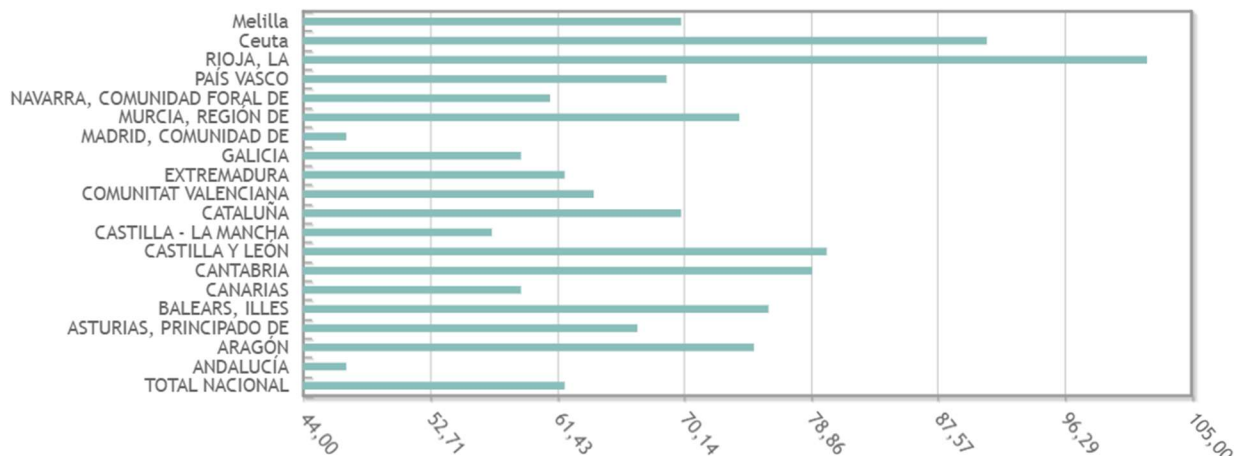


Figura 11: Tasa (por cien mil habitantes) de morbilidad en 2019 por diabetes (INE)

La gráfica proporciona datos de una tasa nacional total de morbilidad por esta enfermedad equivalente a 62 por cada cien mil habitantes, siendo la comunidad autónoma con mayor tasa La Rioja con un dato de 102, y las que menor tasa presentan son Comunidad de Madrid y Andalucía, con un dato para esta tasa de 47 cada una.

- ❖ Hipertensión arterial: esta enfermedad la padece un 17% de la población, y perjudica a más de la mitad de las personas mayores de setenta años.
- ❖ Trastornos del metabolismo lipídico: en este caso, es el 18% de las personas a las que atañen estos trastornos, caracterizándose por ser afectados la mitad del grupo de edades mayores de sesenta y cinco años.

En cuanto a los trastornos mentales, 3 de cada 10 personas presentan algún tipo de trastorno, ascendiendo esta cifra a 4 de cada 10 para personas mayores de 65 años. Se observa, además, que el grupo socioeconómico al que pertenezca el individuo afecta de manera notable.

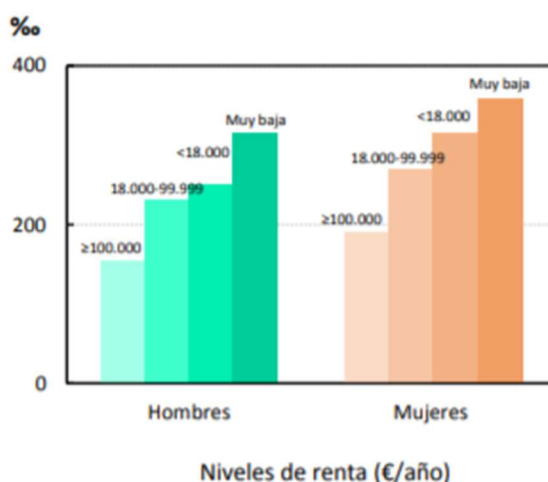


Figura 12: Tasa de personas que padecen trastornos mentales en función de su renta ((Sanidad, 2021).

En la figura se puede apreciar cómo las personas que poseen una renta muy baja presentan una mayor tasa de morbilidad por padecer algún tipo de trastorno mental, disminuyendo si la renta es alta. Esta tendencia de gradiente social puede observarse tanto para hombres como para mujeres.

La última de las causas remarcables de morbilidad en España son los tumores malignos, los cuales afectan a un 2% de los hombres y a un 1,9% de las mujeres. Las neoplasias malignas que padecen de manera más frecuente los varones de nuestro país son: piel, digestivas, genitales, urinarias y respiratorias. En el caso de las mujeres, las neoplasias que las atacan más frecuentemente son: mama, piel, digestivas, genitales y hematológicas. Según los datos que proporciona (Sanidad, 2021), la tasa de hospitalizaciones entre los años 2010 y 2018 por algún tipo de tumor maligno han aumentado un 4%.

En cuanto a la **mortalidad** en nuestro país, a lo largo de los años que abarca este estudio, se ocasionan en torno a 400.000 defunciones al año. A continuación, se muestra una tabla que muestra los datos de defunciones de hombres y mujeres entre 2016 y 2019.

Tabla 3: Mortalidad total, de hombres y mujeres entre 2016 y 2019 (INE)

Año	2016	2017	2018	2019
Total	410.611	424.523	427.721	418.703
Hombres	208.993	214.236	216.442	212.683
Mujeres	201.618	210.287	211.279	206.020

En la tabla podemos observar cómo la mortalidad suele ser mayor para hombres que para mujeres en todos los años del estudio. Según el Informe Anual del SNS para el año 2019, en España existe una tasa bruta de mortalidad de 15,3 defunciones por cada cien mil habitantes, situando esta tasa de mortalidad, ajustada por edad, en la segunda más baja en comparación con el resto de los países europeos.

Las enfermedades que más muertes provocan en nuestro país son las cardiovasculares y el cáncer, de hecho, más del 50% de las defunciones son causadas por dichas enfermedades.

En cuanto a la **actividad asistencial** que facilita el SNS, los médicos que proporcionan la atención primaria atienden 233,8 millones de consultas al año, el 98,6% de ellas se realizan en centros sanitarios y el 1,4% restante se lleva a cabo a domicilio. Para el caso de los enfermeros del SNS, atienden 130,3 millones de consultas al año: un 92,5% de ellas en centros sanitarios y un 7,5% en el domicilio del enfermo. Referente a la atención especializada, para el año 2019 se atendieron en España 103,6 millones de consultas, de las cuales un 80% llevadas a cabo por el SNS.

Otro de los indicadores que caracteriza y distingue a nuestro sistema sanitario público es la **satisfacción del paciente**, variable que proporciona el modelo matemático que en este trabajo se resuelve para cada hospital de la Comunidad de Madrid. En general, la valoración de los pacientes en España es de 6,6 puntos sobre 10, dato que se traduce en una buena satisfacción.

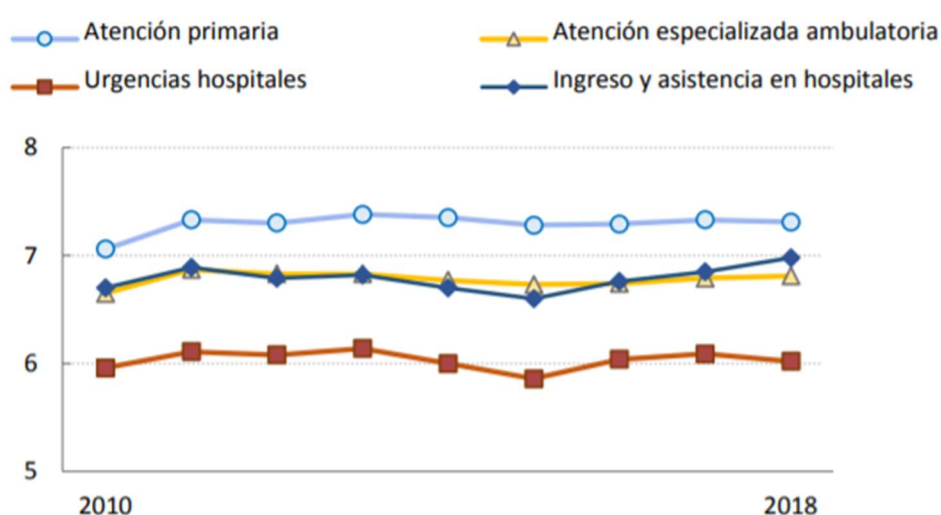


Figura 13: Valoración del paciente según nivel asistencial (Sanidad, 2021)

En la figura se muestran las diferentes valoraciones de los pacientes según qué tipo de nivel asistencial es prestado y entre los años 2010 y 2018, los más recientes para los que se disponen datos. De esta manera, en 2018 la atención primaria lideraba las opiniones con una puntuación de 7,3 sobre 10, seguida de los ingresos y asistencia en hospitales (7 sobre 10). En tercer lugar,

y con muy poca diferencia (6,8 sobre 10) se encuentra la atención especializada ambulatoria y; por último, la urgencia en hospitales posee la valoración mas baja con 6 puntos sobre 10.

Finalmente, podemos decir que no sería posible alcanzar los valores de los indicadores vistos hasta ahora sin unos **recursos** de calidad, tanto **materiales** como **físicos**, que consigan solucionar las necesidades sanitarias de la población. El SNS dispone de 3.055 centros de salud divididos por el territorio nacional, así como 10.067 consultorios locales cuya finalidad es aproximar los servicios básicos a la población que los requieran. En cuanto a la atención especializada España consta de 806 hospitales, de los cuales 468 pertenecen al SNS, diferenciándose, a su vez, en hospitales de agudos o corta estancia (321 hospitales) y hospitales de media y larga estancia (147 hospitales).

Considerando como **camas instaladas** aquellas que estén en disposición de ser ocupadas por pacientes, los hospitales pertenecientes al SNS ofrecen un total de 112.219 camas, cifra que equivale a un 80,7% del total de camas del país.

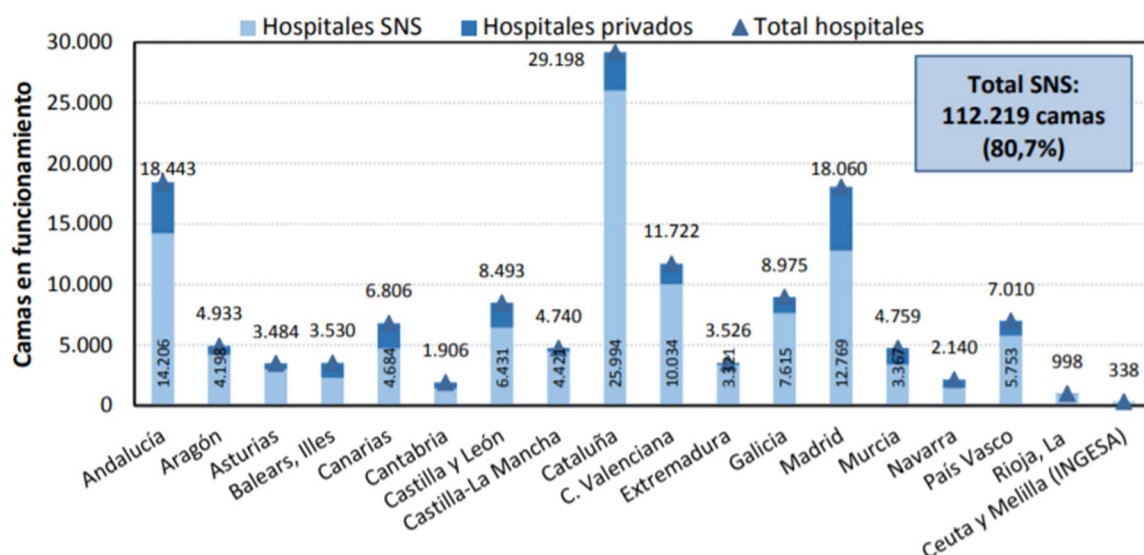


Figura 14: Camas en funcionamiento, según pertenencia al SNS y C.A. (Sanidad, 2021)

La gráfica superior muestra el número de camas en funcionamiento de cada comunidad autónoma, diferenciando si dichas camas pertenecen o no a hospitales del SNS. Cataluña destaca por poseer la mayor cifra de camas instaladas, con un total de 25.994 en hospitales pertenecientes al SNS, en orden decreciente le siguen Andalucía con un total de 14.206 camas en hospitales públicos y Madrid en tercer lugar, con una cifra de 12.769 camas.

En cuanto a los recursos humanos, el 54,6% de médicos que prestan servicio al SNS trabajan en hospitales, el porcentaje restante se divide entre los sectores de atención primaria, formación especializada y urgencias. Los hospitales españoles cuentan con 1,8 profesionales de la medicina por cada mil personas. Para los profesionales en enfermería, el 77,9% trabaja en hospitales, repartiéndose el 22,1% entre los mismos sectores que en el caso de los médicos. En los hospitales existe una tasa de 3,2 enfermeros por cada mil personas.

3.4. Servicio Madrileño de Salud

En este subapartado se trata de describir ligeramente el Servicio Madrileño de Salud (SERMAS), que como sabemos de apartados anteriores se trata del ente público gestor de los servicios sanitarios en la Comunidad de Madrid.

Tras la Ley General de Sanidad en 1986 y la consecuente creación del actual Sistema Nacional de Salud, la sanidad pasa a entenderse de otra manera, particularmente mediante una descentralización de su gestión, que pasa a estar dirigida por cada comunidad autónoma. En concreto, la Comunidad de Madrid pasa a disponer de las funciones y servicios del obsoleto INSALUD el 27 de diciembre de 2001.

Es importante en este punto definir tres conceptos que ayudan a la comprensión de la estructura sanitaria del Servicio Madrileño de Salud. Según el (Ministerio de Sanidad) podemos describir tres conceptos básicos:

- ❖ **Área de salud:** “Se entiende como tal aquella circunscripción administrativa que agrupa un conjunto de centros y de profesionales de atención primaria bajo su dependencia organizativa y funcional”
- ❖ **Dirección asistencial:** es la estructura utilizada por la Gerencia de Atención Primaria (a partir de 2010) para “agrupar las zonas básicas en el Catálogo de Centros de Atención Primaria y para la desagregación de los datos estadísticos de recursos, población y actividad del Sistema de Información de Atención Primaria”.
- ❖ **Zona básica de salud:** este concepto es utilizado homogéneamente por las comunidades autónomas y consiste en “aquella delimitación geográfica que sirve de referencia para la actuación del equipo de actuación primaria”.

En particular, la Comunidad de Madrid tras el Decreto 52/2010, de 29 de julio, establece una única área de salud. Las 286 zonas básicas de salud en las que se divide el territorio son gestionadas por un total de 7 direcciones asistenciales, las cuales aparecen representadas en el mapa siguiente.

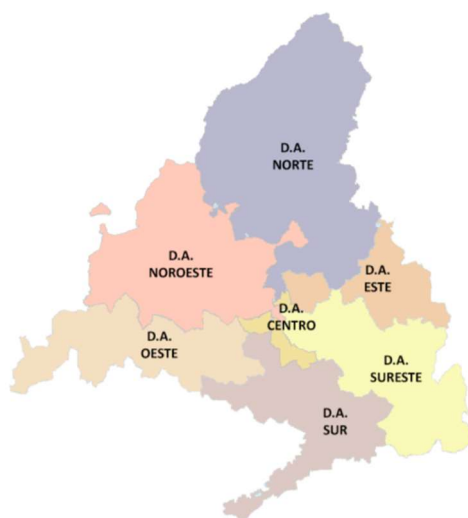


Figura 15: Mapa de distritos asistenciales en la Comunidad de Madrid.

4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA AL SERMAS

4.1. Introducción

En este apartado se pretende describir el objetivo y el objeto de la investigación, es decir, las motivaciones que han hecho llevarlo a cabo y el conjunto de unidades de análisis. Además, se detalla el modelo que se ha empleado para el estudio de la eficiencia de los hospitales generales controlados por el Servicio Madrileño de Salud de la Comunidad de Madrid (SERMAS). En concreto, versa sobre el porqué de los datos utilizados, de las variables seleccionadas para el desarrollo del modelo y de las ecuaciones empleadas en el modelo de Lingo.

4.2. Objetivo y objeto de la investigación

Como bien sabemos, el sector hospitalario se ha visto sobrepasado en los últimos años por una gran pandemia y, especialmente en Madrid, epicentro de la pandemia y de los contagios, donde los hospitales se han visto colapsados.

Se ha considerado, por tanto, interesante llevar a cabo el estudio de la eficiencia o ineficiencia de los distintos hospitales de la comunidad autónoma, analizando los resultados de las unidades eficientes y comparándolos con los de las ineficientes para que estas últimas puedan tomar las medidas oportunas sobre las variables que controlan y conseguir optimizarlas.

El análisis se lleva a cabo para cuatro periodos de tiempo, desde el año 2016 hasta 2019, para un mayor alcance y veracidad de los resultados obtenidos. Aunque la pandemia dio comienzo el pasado 2020, no se dispone de los datos actualizados de ese año hasta hoy día; no obstante, un estudio para los años previos puede resultar de ayuda para identificar los puntos débiles y tratar de corregirlos.

El conjunto de DMU bajo análisis, como ya se mencionó, debe constar de una serie de unidades cuyo funcionamiento sea idéntico, es decir, que transforme las mismas variables de entradas en las mismas salidas. Por ello se han seleccionado los 25 hospitales de la categoría Hospitales Generales dependientes del SERMAS, es decir, dependientes del Instituto de Salud de la comunidad autónoma.

Es importante hacer hincapié en que los hospitales pertenezcan a una misma categoría para que funcionen de manera similar. Definimos por tanto Hospitales Generales como aquellos destinados a la atención de diferentes patologías y que disponen de áreas de medicina, cirugía, obstetricia y ginecología y pediatría. Se considerará además general cuando, si bien alguna de estas áreas no está totalmente desarrollada, no concentre la mayoría de su actividad a una determinada.

Para la búsqueda de cuáles son los hospitales en cuestión, ha sido de gran ayuda el Catálogo Nacional de Hospitales, disponible en la web del Ministerio de Salud. En él, sólo se ha tenido que filtrar por Comunidad Autónoma (Madrid), Clase de Centro (Hospitales Generales) y Dependencia Funcional (Servicios o Institutos de Salud de las CCAA).

Los hospitales mencionados se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4: Listado de hospitales bajo análisis

Hospitales Generales
HOSPITAL UNIVERSITARIO SANTA CRISTINA
HOSPITAL DE EL ESCORIAL
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE MOSTOLES
HOSPITAL UNIVERSITARIO SEVERO OCHOA
HOSPITAL UNIVERSITARIO FUNDACION ALCORCON
HOSPITAL UNIVERSITARIO CLINICO SAN CARLOS
HOSPITAL UNIVERSITARIO RAMON Y CAJAL
HOSPITAL UNIVERSITARIO 12 DE OCTUBRE
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE LA PRINCESA
HOSPITAL UNIVERSITARIO PRINCIPE DE ASTURIAS
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE GETAFE
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE FUENLABRADA
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA ELENA
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA SOFIA
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL HENARES
HOSPITAL UNIVERSITARIO DEL SURESTE - EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SURESTE
HOSPITAL DEL TAJO S.A.
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SUR HOSPITAL INFANTA CRISTINA
HOSPITAL UNIVERSITARIO PUERTA DE HIERRO MAJADAHONDA
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE TORREJON
HOSPITAL UNIVERSITARIO REY JUAN CARLOS
IDCSALUD VILLALBA, S.A.
HOSPITAL GENERAL UNIVERSITARIO GREGORIO MARAÑÓN
HOSPITAL La Paz, H Carlos III y H Cantoblanco
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA LEONOR/VIRGEN DE LA TORRE

El objetivo fundamental de los hospitales será tratar de incrementar la satisfacción del paciente y disminuir los días de estancia media de cada uno de ellos. Como veremos en apartados siguientes, para conseguir los objetivos propuestos, los recursos que las unidades pueden modificar serán los facultativos y los enfermeros, es decir, los elementos más importantes de la plantilla de un hospital.

4.3. Descripción del modelo

4.3.1. Datos utilizados

Para la construcción de modelos DEA es de suma importancia la accesibilidad a una gran cantidad de datos reales que aporten información valiosa y veraz sobre cada una de las unidades de decisión.

En este caso, la información ha sido proporcionada por el apartado de “Servicios e Información”, particularmente en la sección de “Memorias e Informes del Servicio Madrileño

de Salud” de la Comunidad de Madrid. En este apartado se encuentran las memorias redactadas por los hospitales al final de cada ejercicio, seleccionándose los más recientes.

Los documentos de memoria aportan gran cantidad de datos, de manera ordenada y de fácil acceso para el investigador. Gracias a ello se ha podido recopilar el conjunto de datos que hacen referencia a las variables que utilizará el modelo.

4.3.2. Variables del modelo

En esta sección se definen las variables con las que trabaja el modelo, clasificándolas y describiendo su función y significado. El modelo consta de seis variables de entrada y tres variables de salida, de las cuales es necesario indicar su discrecionalidad o no discrecionalidad, es decir, sobre cuáles puede actuar la DMU y sobre las que no tiene capacidad de decisión.

❖ Variables de entrada:

- Camas: esta variable de entrada hace referencia al número de camas instaladas en el hospital que está siendo analizado. Es considerado un recurso material de la DMU. Esta variable es muy comúnmente utilizada como input en análisis DEA, podemos verla aplicada por (Giménez, Prior, & Keith, 2020) sobre la alianza estratégica en Méjico e incluso en artículos anteriores, por ejemplo, en el análisis llevado a cabo en hospitales gallegos por (Seijas Díaz & Iglesias Gómez, 2009).
- Facultativos: el número de facultativos que posee la unidad es una variable fundamental de la división médica de un hospital. Sobre esta variable la unidad de decisión podrá actuar, modificando su cantidad, por tanto, se trata de una variable discrecional. Esta variable ha sido seleccionada por ser típicamente aplicada como entrada al modelo en los análisis revisados, por ejemplo, podemos verlo en el artículo de (García-Conejo & Pérez-Méndez, 2020) sobre hospitales de España.
- Enfermeros: también denominada por las siglas DUE¹³, esta variable representa la mayor parte del personal sanitario de un centro hospitalario. En el modelo, la unidad tiene capacidad decisoria sobre esta variable por depender en gran medida de ella el funcionamiento de un hospital. (Chen, y otros, 2020) utilizan, entre otras, esta variable en su análisis de eficiencia a hospitales públicos de China.
- Área de influencia(población): representa el número de personas que el centro tiene adjudicado por estar ubicado en una zona determinada. Dicha cifra está formada por la población de todas las franjas de edad (desde 0-2 años hasta ≥ 80) que acogen los centros de salud que dependen del hospital en cuestión. Aunque la DMU no tiene capacidad sobre esta variable, parece interesante considerarla ya que puede verse desde una perspectiva general el alcance del hospital.
- Ingresos: esta variable representa la suma de ingresos programados e ingresos por urgencia al año y; como parece lógico, pertenece a la categoría de variables

¹³ Acrónimo cuyas siglas significan Diplomado Universitario en Enfermería.

no discrecionales, por escapar del control de las DMU.

- Quirófanos: el número de quirófanos instalados en el hospital analizado. Al igual que las camas instaladas, es un recurso material del centro. Que el hospital tuviera la capacidad para modificar la cantidad de quirófanos implicaría una gran inversión económica que en este análisis no se ha tenido en cuenta, es por ello, que consideramos esta variable como no discrecional.
- Días de estancia (media): Esta variable es lo que denominamos una **salida no deseada** cabe destacar que esta variable no vincula a ninguna otra salida, es decir, disminuir los días de estancia media no implica de manera directa que tenga que disminuir la satisfacción del paciente (pues dependen de factores diferentes). Para solucionarlo, simplemente se trata como una entrada. La estancia media indica el promedio de días de cada paciente ingresado. Se ha considerado una variable interesante a la hora de estudiar la eficiencia; sin embargo, al ser una salida no deseada, si el objetivo es incrementar los productos del modelo, esta variable debe disminuir (en lugar de aumentar) para que la unidad bajo estudio mejore.

❖ Variables de salida:

- Altas: representa el número de altas totales codificadas durante el año, el objetivo será maximizar su cifra en señal de un buen funcionamiento del hospital. Vemos la utilización de esta variable como output en el artículo publicado por (Franco Miguel & Fullana Belda, 2019). Esta variable es considerada como no discrecional, ya que al igual que ocurre con algunos inputs, no depende del hospital modificar su valor.
- Satisfacción: indicador que representa la satisfacción global¹⁴ de los usuarios con la atención recibida. Este output se tratará de maximizar, ya que mientras mayor satisfacción demuestren los pacientes, más cerca estará ese hospital de ser eficiente.

4.3.3. Modelado matemático

En este apartado, tras haber definido y explicado en los subapartados previos los conjuntos de datos y de variables con los que trabajaremos, se pasa a explicar matemáticamente el modelo basado en holguras que se ha aplicado en el estudio de los hospitales.

Por tanto, el modelo matemático correspondiente a un DEA SBM, se utilizará en cada periodo de tiempo t (años 2016 a 2019) y para cada una de las 25 DMU que se deben analizar ($k=1, \dots, 25$). El modelo de programación constará de una serie de restricciones aplicadas a variables tanto de entrada como de salida y de una función objetivo que se tratará de optimizar.

El tipo de tecnología que se ha seleccionado para este modelo es CRS, es decir, cada uno de los hospitales se compara con todos los demás, sin tener en cuenta su tamaño.

¹⁴ Total tras realizar diferentes encuestas a la población sobre la atención recibida.

Variables de entrada:

$$\begin{aligned}
CAMAS_{kt} &\geq \sum_{j=1}^n CAMAS_{jt} \lambda_j^t \\
FACULTATIVOS_{kt} &= \sum_{j=1}^n FACULTATIVOS_{jt} \lambda_j^t + SLACKFACULTATIVOS_t^- \\
ENFERMEROS_{kt} &= \sum_{j=1}^n ENFERMEROS_{jt} \lambda_j^t + SLACKENFERMEROS_t^- \\
POBLACION_{kt} &\geq \sum_{j=1}^n POBLACION_{jt} \lambda_j^t \\
INGRESOS_{kt} &\geq \sum_{j=1}^n INGRESOS_{jt} \lambda_j^t \\
QUIROFANOS_{kt} &\geq \sum_{j=1}^n QUIROFANOS_{jt} \lambda_j^t \\
DIASESTANCIA_{kt} &= \sum_{j=1}^n DIASESTANCIA_{jt} \lambda_j^t + SLACKDIASESTANCIA_t^-
\end{aligned}$$

Variables de salida:

$$\begin{aligned}
ALTAS_{kt} &\leq \sum_{j=1}^n ALTAS_{jt} \lambda_j^t \\
SATISFACCION_{kt} &= \sum_{j=1}^n SATISFACCION_{jt} \lambda_j^t - SLACKSATISFACCION_t^+
\end{aligned}$$

Restricción de variables positivas:

$$\lambda_j^t, SLACKFACULTATIVOS_t^-, SLACKENFERMEROS_t^-, SLACKDIASESTANCIA_t^-, SLACKSATISFACCION_t^+ \geq 0$$

Función objetivo:

$$\theta_k^* = \min \frac{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{SLACKFACULTATIVOS_t^-}{FACULTATIVOS_{kt}} + \frac{SLACKENFERMEROS_t^-}{ENFERMEROS_{kt}} + \frac{SLACKDIASESTANCIA_t^-}{DIASESTANCIA_{kt}} \right)}{1 + \left(\frac{SLACKSATISFACCION_t^+}{SATISFACCION_{kt}} \right)}$$

A continuación, se procede a linealizar la función objetivo, con el propósito de facilitar el trabajo del software de resolución. Para ello, se multiplica y divide la función objetivo por un valor mayor que cero, que en este caso denominamos w y, a continuación, hacemos que el denominador de la función multiplicado por ese valor equivalga a uno.

$$\theta_k^* = \min \left\{ w_k - \frac{1}{3} \left(\frac{SLACKFACULTATIVOS_t'^-}{FACULTATIVOS_{kt}} + \frac{SLACKENFERMEROS_t'^-}{ENFERMEROS_{kt}} + \frac{SLACKDIASESTANCIA_t'^-}{DIASESTANCIA_{kt}} \right) \right\}$$

$$w_k + \left(\frac{SLACKSATISFACCION_t'^+}{SATISFACCION_{kt}} \right) = 1$$

Este cambio también ha de aplicarse a las variables anteriores, modificándolas tal que:

$$\lambda_j^{it} = w_k \lambda_j^t$$

$$SLACKFACULTATIVOS_t'^- = w_k \cdot SLACKFACULTATIVOS_t^-$$

$$SLACKENFERMEROS_t'^- = w_k \cdot SLACKENFERMEROS_t^-$$

$$SLACKDIASESTANCIA_t'^+ = w_k \cdot SLACKDIASESTANCIA_t^-$$

$$SLACKSATISFACCION_t'^+ = w_k \cdot SLACKSATISFACCION_t^+$$

A las restricciones también deben aplicárseles los cambios pertinentes:

$$w_k \cdot CAMAS_{kt} \geq \sum_{j=1}^n CAMAS_{jt} \lambda_j^{it}$$

$$w_k \cdot FACULTATIVOS_{kt} = \sum_{j=1}^n FACULTATIVOS_{jt} \lambda_j^{it} + SLACKFACULTATIVOS_t'^-$$

$$w_k \cdot ENFERMEROS_{kt} = \sum_{j=1}^n ENFERMEROS_{jt} \lambda_j^{it} + SLACKENFERMEROS_t'^-$$

$$w_k \cdot POBLACION_{kt} \geq \sum_{j=1}^n POBLACION_{jt} \lambda_j^{it}$$

$$w_k \cdot INGRESOS_{kt} \geq \sum_{j=1}^n INGRESOS_{jt} \lambda_j^{it}$$

$$w_k \cdot QUIROFANOS_{kt} \geq \sum_{j=1}^n QUIROFANOS_{jt} \lambda_j^{it}$$

$$w_k \cdot DIASESTANCIA_{kt} = \sum_{j=1}^n DIASESTANCIA_{jt} \lambda_j^{it} + SLACKDIASESTANCIA_t'^-$$

$$w_k \cdot ALTAS_{kt} \leq \sum_{j=1}^n ALTAS_{jt} \lambda_j^{it}$$

$$w_k \cdot SATISFACCION_{kt} = \sum_{j=1}^n SATISFACCION_{jt} \lambda_j^{it} - SLACKSATISFACCION_t'^+$$

$$\lambda_j^{it}, SLACKFACULTATIVOS_t'^-, SLACKENFERMEROS_t'^-, SLACKDIASESTANCIA_t'^-,$$

$$SLACKSATISFACCION_t'^+ \geq 0$$

Una vez que el modelo ha sido resuelto, se deben deshacer los cambios de variable aplicados a las holguras y, con los valores óptimos obtenidos tras la resolución, calcular la eficiencia según la fórmula inicial:

$$\theta_k^* = \frac{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{SLACKFACULTATIVOS_{kt}^{*-}}{FACULTATIVOS_{kt}} + \frac{SLACKENFERMEROS_{kt}^{*-}}{ENFERMEROS_{kt}} + \frac{SLACKDIASESTANCIA_{kt}^{*-}}{DIASESTANCIA_{kt}} \right)}{1 + \left(\frac{SLACKSATISFACCION_{kt}^{*+}}{SATISFACCION_{kt}} \right)}$$

5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

5.1. Introducción

En este apartado de la investigación se explica cómo han sido obtenidos los resultados del modelo matemático planteado, así como los datos de partida necesarios para poder resolverlo. Finalmente, mediante una serie de deducciones y gráficos, se lleva a cabo una interpretación de los resultados arrojados por el software de programación.

5.2. Método resolutivo

Para poder llevar a cabo la resolución del modelo matemático, el primer paso consiste en construir en Excel una tabla que contenga todos los datos necesarios para cada uno de los hospitales de la Comunidad de Madrid. Aparecen diferenciadas las entradas y las salidas del modelo. Como se explicó en apartados anteriores, dichos datos deben ser exactos para que el modelo arroje resultados coherentes y cercanos a la realidad.

HOSPITALES	INPUTS						OUTPUTS		
	Camas	Facultativos	Enfermeros	Área influencia(poblacion)	Ingresos	Quirófanos	Altas	Dias estancia(media)	Satisfaccion
HOSPITAL UNIVERSITARIO SANTA CRISTINA	156	130	199	156.895	3.544	11	3.551	7,75	0,94
HOSPITAL DE EL ESCORIAL	91	116	132	111.901	3.441	6	3.460	5,06	0,94
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE MOSTOLES	328	367	521	168.942	13.049	12	13.054	6,42	0,89
HOSPITAL UNIVERSITARIO SEVERO OCHOA	386	343	491	193.902	16.005	13	16.064	6,89	0,85
HOSPITAL UNIVERSITARIO FUNDACION ALCORCON	402	348	432	171.718	16.290	15	16.314	5,79	0,90
HOSPITAL UNIVERSITARIO CLINICO SAN CARLOS	861	836	1.236	374.369	31.657	24	31.825	7,01	0,90
HOSPITAL UNIVERSITARIO RAMON Y CAJAL	901	898	1.349	597.902	32.393	45	32.442	6,92	0,89
HOSPITAL UNIVERSITARIO 12 DE OCTUBRE	1186	1.068	1.911	446.628	45.358	38	45.452	6,86	0,88
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE LA PRINCESA	524	438	584	328.835	15.268	14	15.301	7,72	0,88
HOSPITAL UNIVERSITARIO PRINCIPE DE ASTURIAS	507	458	618	249.211	18.221	15	18.234	6,28	0,89
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE GETAFE	524	436	650	228.488	18.385	17	18.709	6,24	0,88
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE FUENLABRADA	406	369	424	227.028	16.277	11	16.286	5,82	0,89
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA ELENA	174	229	198	120.101	10.430	10	10.416	4,96	0,92
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA SOFIA	276	355	519	328.217	15.826	14	15.827	5,38	0,88
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL HENARES	261	236	335	172.674	11.471	7	11.532	6,12	0,86
HOSPITAL UNIVERSITARIO DEL SURESTE - EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SURESTE	132	220	259	186.415	8.116	5	8.108	5,37	0,88
HOSPITAL DEL TAJO S.A.	98	163	188	79.127	4.504	5	4.415	6,03	0,87
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SUR HOSPITAL INFANTA CRISTINA	188	222	283	169.612	9.045	9	9.025	5,15	0,86
HOSPITAL UNIVERSITARIO PUERTA DE HIERRO MAJADAHONDA	613	637	947	394.076	26.349	21	26.313	6,92	0,93
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE TORREJON	214	239	240	151.618	11.164	10	11.871	4,27	0,86
HOSPITAL UNIVERSITARIO REY JUAN CARLOS	361	398	468	180.018	21.745	13	21.731	5,78	0,92
IDCSALUD VILLALBA, S.A.	217	239	240	119.519	10.176	9	10.228	5,38	0,94
HOSPITAL GENERAL UNIVERSITARIO GREGORIO MARAÑÓN	1.259	1.123	1.981	320.956	47.048	44	47.059	7,19	0,89
HOSPITAL La Paz, H Carlos III y H Cantoblanco	1.268	1.187	2.009	531.371	48.749	50	48.372	6,97	0,90
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA LEONOR/VIRGEN DE LA TORRE	361	486	629	307.741	16.012	13	15.854	6,92	0,90

Figura 16: Datos utilizados ejemplo (pertenecientes a 2019)

La Figura 7, representa el modelo de tabla utilizada, en particular para el año 2019. Así, el Hospital Universitario Santa Cristina posee para ese año un total de 156 camas, 130 facultativos, 199 enfermeros, etc.

Una vez que se dispone de la totalidad de los datos correctamente ordenados, se pasa a programar el modelo DEA SBM visto en el apartado 2 de este trabajo y particularizado para este caso en el apartado 4. El software de resolución utilizado es Lingo¹⁵, un lenguaje de programación utilizado para desarrollar modelos matemáticos con una capacidad de modificación bastante versátil.

¹⁵ Lingo es el acrónimo de este lenguaje de programación: Linear, Interactive, and General Optimizer.

A continuación, se trata de explicar de manera breve el funcionamiento del código que utiliza el software para el caso que nos atañe y, con la ayuda de la Figura 8 se considera que puede entenderse íntegramente el *modus operandi* de esta parte del documento.

En primer lugar, es necesario definir los conjuntos de datos y variables de los que está compuesto el modelo matemático. Dichas variables deben coincidir con el nombre asignado en la hoja de cálculo.

A continuación, el programa lee los datos de la hoja de cálculo mediante una función preestablecida en Lingo. Es necesario haber nombrado coherentemente los diferentes conjuntos, tanto de datos como de los resultados que arroja el software, de manera que coincidan tanto en Excel como en Lingo.

Llegados a este punto, para cada una de las 25 unidades de estudio, el modelo calcula su función objetivo de minimización sujeta al conjunto de restricciones del modelo (traducidas desde el apartado 4 del documento al lenguaje de programación de Lingo). Una vez que se tiene el modelo correctamente escrito, podemos correr el programa y comprobar que los resultados obtenidos en Excel tienen sentido: que existan DMUs tanto eficientes como ineficientes, que los slacks u holguras de las unidades eficientes sean igual a cero, o que las proyecciones (*lambdas*) de las unidades ineficientes estén referenciadas sobre las eficientes, entre otras consideraciones que se tendrán en cuenta posteriormente en este apartado.

```
SETS:
    DMU: CAMAS, FACULTATIVOS, ENFERMEROS, POBLACION, INGRESOS, QUIROFANOS, ALTAS, DIASESTANCIA, SATISFACCION,
        SLACKFACULTATIVOS, SLACKENFERMEROS, SLACKDIASESTANCIA, SLACKSATISFACCION, FO, AUX;

    DMU2 (DMU, DMU): LAMBDA;

ENDSETS

DATA:
    DMU = 1..25;

    CAMAS, FACULTATIVOS, ENFERMEROS, POBLACION, INGRESOS, QUIROFANOS, ALTAS, DIASESTANCIA, SATISFACCION = @OLE('DATOS2019.xls');
    @OLE('DATOS2019.xls') = FO, AUX;
    @OLE('DATOS2019.xls') = LAMBDA;
    @OLE('DATOS2019.xls') = SLACKFACULTATIVOS, SLACKENFERMEROS, SLACKDIASESTANCIA, SLACKSATISFACCION;

ENDDATA

MIN= TFO;

TFO=@SUM(DMU(JJ):FO(JJ));

@FOR(DMU(JJ):

    FO(JJ)=AUX(JJ)-(1/3)*(SLACKFACULTATIVOS(JJ)/FACULTATIVOS(JJ)+SLACKENFERMEROS(JJ)/ENFERMEROS(JJ)+SLACKDIASESTANCIA(JJ)/DIASESTANCIA(JJ));
    AUX(JJ)+(SLACKSATISFACCION(JJ)/SATISFACCION(JJ))=1;

    @SUM(DMU(J):FACULTATIVOS(J)*LAMBDA(J,JJ))=AUX(JJ)*FACULTATIVOS(JJ)-SLACKFACULTATIVOS(JJ);
    @SUM(DMU(J):ENFERMEROS(J)*LAMBDA(J,JJ))=AUX(JJ)*ENFERMEROS(JJ)-SLACKENFERMEROS(JJ);
    @SUM(DMU(J):CAMAS(J)*LAMBDA(J,JJ))<=AUX(JJ)*CAMAS(JJ);
    @SUM(DMU(J):POBLACION(J)*LAMBDA(J,JJ))<=AUX(JJ)*POBLACION(JJ);
    @SUM(DMU(J):INGRESOS(J)*LAMBDA(J,JJ))<=AUX(JJ)*INGRESOS(JJ);
    @SUM(DMU(J):QUIROFANOS(J)*LAMBDA(J,JJ))<=AUX(JJ)*QUIROFANOS(JJ);

    @SUM(DMU(J):DIASESTANCIA(J)*LAMBDA(J,JJ))=AUX(JJ)*DIASESTANCIA(JJ)-SLACKDIASESTANCIA(JJ);
    @SUM(DMU(J):SATISFACCION(J)*LAMBDA(J,JJ))=AUX(JJ)*SATISFACCION(JJ)+SLACKSATISFACCION(JJ);
    @SUM(DMU(J):ALTAS(J)*LAMBDA(J,JJ))>=AUX(JJ)*ALTAS(JJ);

    @SUM(DMU(J):SATISFACCION(J)*LAMBDA(J,JJ))<=AUX(JJ);

);
```

Figura 17: Ejemplo lenguaje en software Lingo

Finalmente, es importante notar que las variables con las que Lingo ha trabajado son el resultado de una linealización de la función objetivo, que ha implicado un ligero cambio para ayudar al software a la resolución y que, por tanto, es necesario deshacer en la hoja de cálculo mediante sencillas operaciones que ya se explicaron en el apartado anterior del documento.

5.3. Interpretación de los resultados

En este subapartado se muestran los resultados proporcionados por el software de resolución en cuanto a eficiencias, proyecciones y holguras de los diferentes hospitales analizados. Además, se analizan mediante tablas y gráficos, contruidos para interpretar los resultados de manera concluyente.

Conviene recordar llegados a este punto, que el retorno de escala utilizado en el modelo DEA es constante (esto es, tecnología CRS); es decir, cualquiera de los hospitales puede ser igual de productivo que los eficientes, a pesar de su tamaño.

En primer lugar, nos centraremos en los resultados de la función objetivo para la eficiencia arrojados por el modelo en los diferentes años, construimos la siguiente tabla en la que aparecen con el valor de la unidad aquellas unidades que utilizan sus recursos de manera óptima; es decir, que son eficientes, y con un valor menor que la unidad aquellas que no han alcanzado la eficiencia.

Tabla 5: Resultados de la FO tras resolución.

	2019	2018	2017	2016
HOSPITAL UNIVERSITARIO SANTA CRISTINA	0,73477211	0,76721256	0,83199353	1
HOSPITAL DE EL ESCORIAL	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE MOSTOLES	0,60263731	0,55166495	0,56673633	0,70487345
HOSPITAL UNIVERSITARIO SEVERO OCHOA	0,66906813	0,60443335	0,63062574	0,64039019
HOSPITAL UNIVERSITARIO FUNDACION ALCORCON	0,7971304	0,72819373	0,74333202	0,76051671
HOSPITAL UNIVERSITARIO CLINICO SAN CARLOS	0,78681109	0,74680027	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO RAMON Y CAJAL	0,74559617	0,72327313	0,68702777	0,74946523
HOSPITAL UNIVERSITARIO 12 DE OCTUBRE	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE LA PRINCESA	0,55389665	0,56008502	0,55495686	0,54446502
HOSPITAL UNIVERSITARIO PRINCIPE DE ASTURIAS	0,67549948	0,75483437	0,63881909	0,67635093
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE GETAFE	0,6791053	0,66689004	0,71163295	0,82971343
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE FUENLABRADA	0,81615853	0,7545442	0,76203062	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA ELENA	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA SOFIA	0,72960893	0,6767149	0,65520476	0,66631865
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL HENARES	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO DEL SURESTE - EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SURESTE	1	1	1	1
HOSPITAL DEL TAJO S.A.	1	1	1	1
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SUR HOSPITAL INFANTA CRISTINA	0,77750908	0,73911975	0,80371739	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO PUERTA DE HIERRO MAJADAHONDA	0,75404797	0,76407288	0,7425131	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE TORREJON	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO REY JUAN CARLOS	1	1	1	1
IDCSALUD VILLALBA, S.A.	1	1	1	1
HOSPITAL GENERAL UNIVERSITARIO GREGORIO MARAÑON	1	1	1	1
HOSPITAL La Paz, H Carlos III y H Cantoblanco	1	1	1	1
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA LEONOR/VIRGEN DE LA TORRE	0,57566248	0,5280359	0,54639445	1

A la vista de la tabla, para los años 2019 y 2018 son los 11 mismos hospitales los que alcanzan la eficiencia. Para los años anteriores estos resultados difieren ligeramente, en particular, para 2017 son 12 las DMU eficientes y para 2016, un total de 17 unidades eficientes. En definitiva, se observa la tendencia de una peor gestión por parte de los hospitales de sus recursos a lo largo de los últimos años.

Si nos centramos en el año más reciente del estudio y representamos en un gráfico las eficiencias de los 25 hospitales, observamos que los que han resultado eficientes en 2019 son: El Escorial, Universitario 12 de Octubre, Infanta Elena, Hospital del Henares, Universitario del Sureste, Hospital del Tajo, Universitario de Torrejón, Universitario Rey Juan Carlos, IDCSalud Villalba, Universitario Gregorio Marañón y el compendio de Hospital La Paz, Carlos III y Cantoblanco. Estos 11 hospitales eficientes representan el 44% del total.

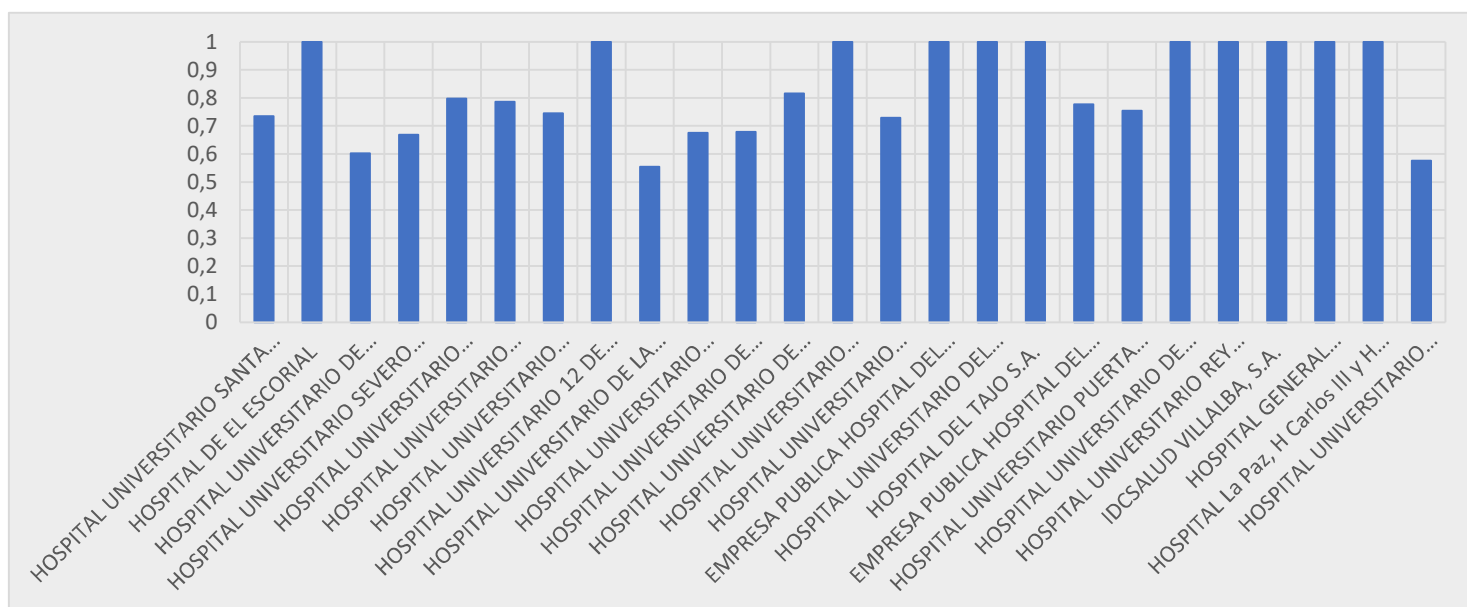


Figura 18: Eficiencias para el año 2019

Podemos centrarnos ahora en algunos de los hospitales de mayor volumen en cuanto a número de camas, facultativos, etc., ya que, a priori podría pensarse que deben ser eficientes por dar servicio a un mayor número de población. Ocurre que los hospitales de gran tamaño como Hospital La Paz, Carlos III y Cantoblanco; Hospital General Universitario Gregorio Marañón y Hospital Universitario 12 de Octubre resultan eficientes durante todos los años evaluados y, por tanto sirven de referencia a los ineficientes para proyectarse sobre ellos. Sin embargo, el Hospital Universitario Ramón y Cajal, también de gran volumen no consigue ser eficiente en ninguno de los cuatro años.

Aunque las conclusiones a extraer en cuanto a eficiencia no difieran en exceso de un año a otro, parece más apropiado evaluar la eficiencia para todos los años de estudio, desde 2016 hasta 2019 para tener una visión más global de la función objetivo que se trata de optimizar.

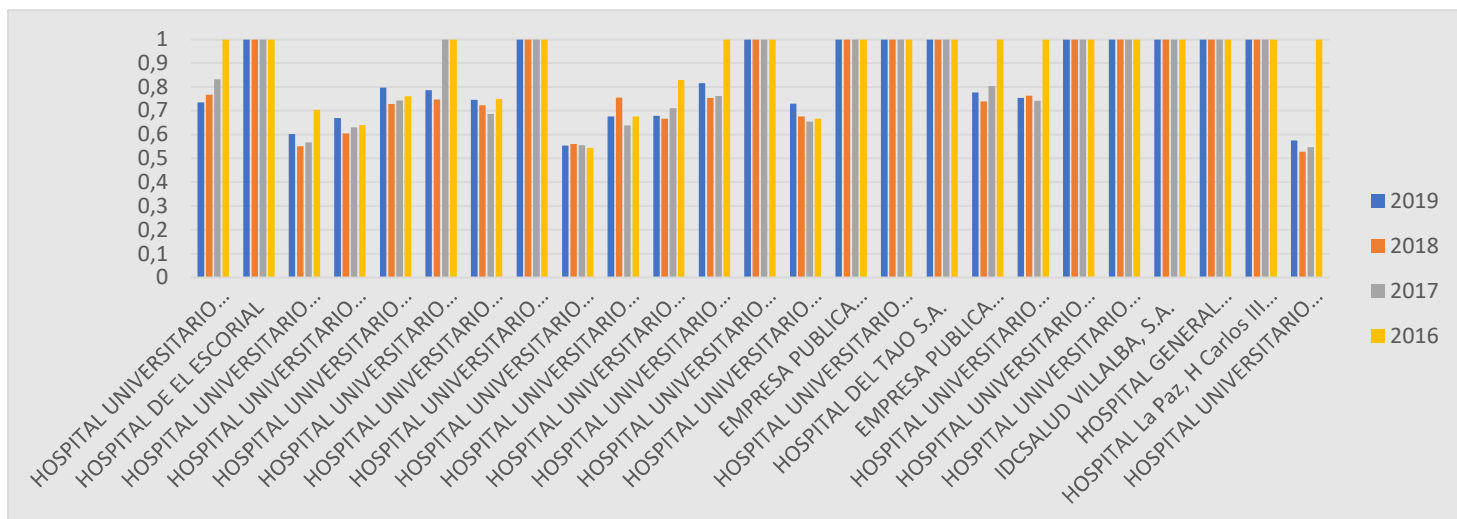


Figura 20: Eficiencias en todos los años de estudio

Sin embargo, la gran cantidad de hospitales, así como los cuatro periodos de estudio hacen que con el gráfico no se consiga visualizar claramente las unidades eficientes. Es por ello por lo que, finalmente se opta por realizar un promedio de las eficiencias de cada hospital a lo largo de los cuatro periodos de tiempo, resultando la figura que sigue.

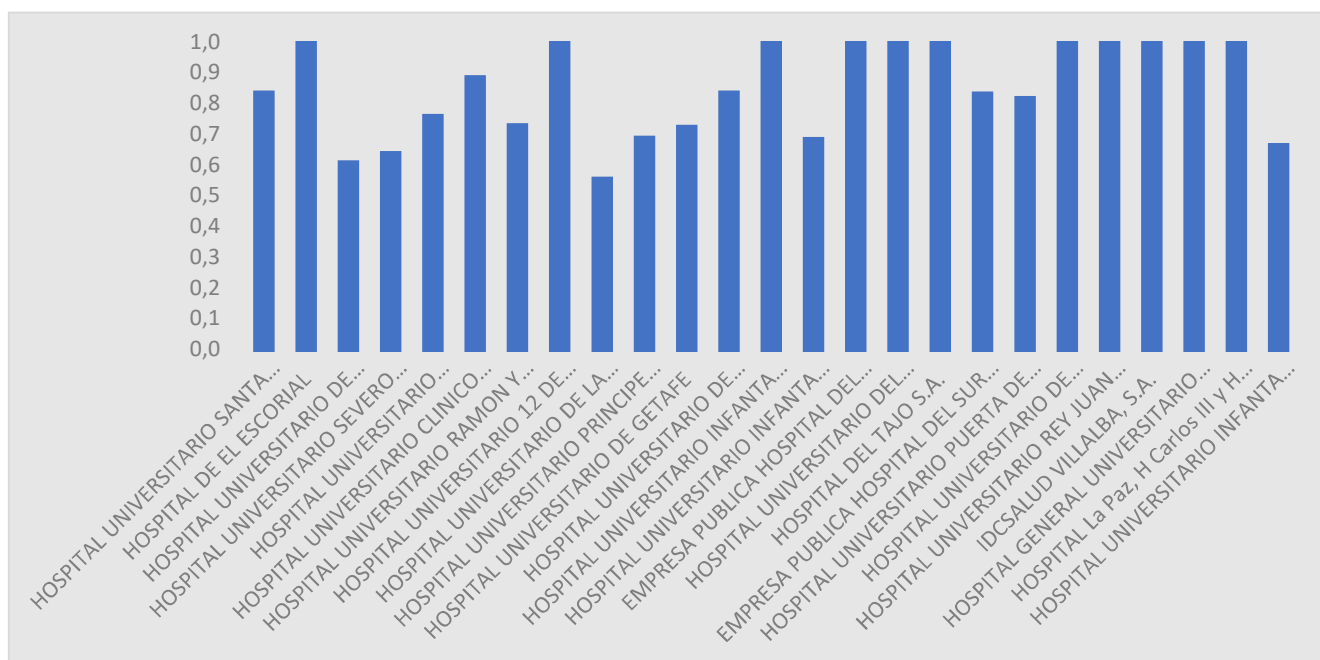


Figura 19: Eficiencias promedio

Finalmente, resulta más concluyente el gráfico superior en términos de eficiencia, de tal manera que, generalmente se consideran eficientes aquellos hospitales que son eficientes durante todos los periodos en los que se lleva a cabo el análisis. O sea, si alguna de las DMU no alcanzara el valor de la unidad en alguno de los años de 2016 a 2019, no podríamos considerarla eficiente globalmente.

Tras haber analizado los resultados de la función objetivo arrojados por nuestro modelo, podemos complementar la interpretación de los resultados centrándonos ahora en las proyecciones de unos hospitales sobre otros. Esto es, cada una de las unidades ineficientes

tratará de asemejarse a aquellas eficientes mediante una disminución de número de facultativos, número de enfermeros y/o días de estancia media, y un incremento de la satisfacción.

Los resultados se han obtenido en una hoja de cálculo mediante una matriz cuadrada dispuesta para tal fin, la cual posee una dimensión de 25x25 y en la que aparecen los nombres de todos los hospitales, tanto en filas como en columnas. El contenido de dicha matriz indica qué hospitales eficientes sirven como referencia a los ineficientes considerando que todos los hospitales son comparables entre sí, es decir, sin tener en cuenta su tamaño.

Es importante puntualizar aquí, que los hospitales eficientes se proyectarán sobre sí mismos con valor la unidad, ya que al ser todo lo competitivos que pueden llegar a ser, no necesitan proyectarse sobre ningún otro que no sean ellos mismos. Por otro lado, los hospitales ineficientes (con productividad menor que 1) alcanzarán un valor de la proyección lambda distinto de la unidad al compararse con uno o más hospitales eficientes.

Una posible interpretación de los resultados es visualizar mediante un gráfico, para cada hospital eficiente, cuántos ineficientes se proyectan sobre él sin tener en cuenta la proyección de él mismo. En particular, para el año 2019 se obtiene lo siguiente.

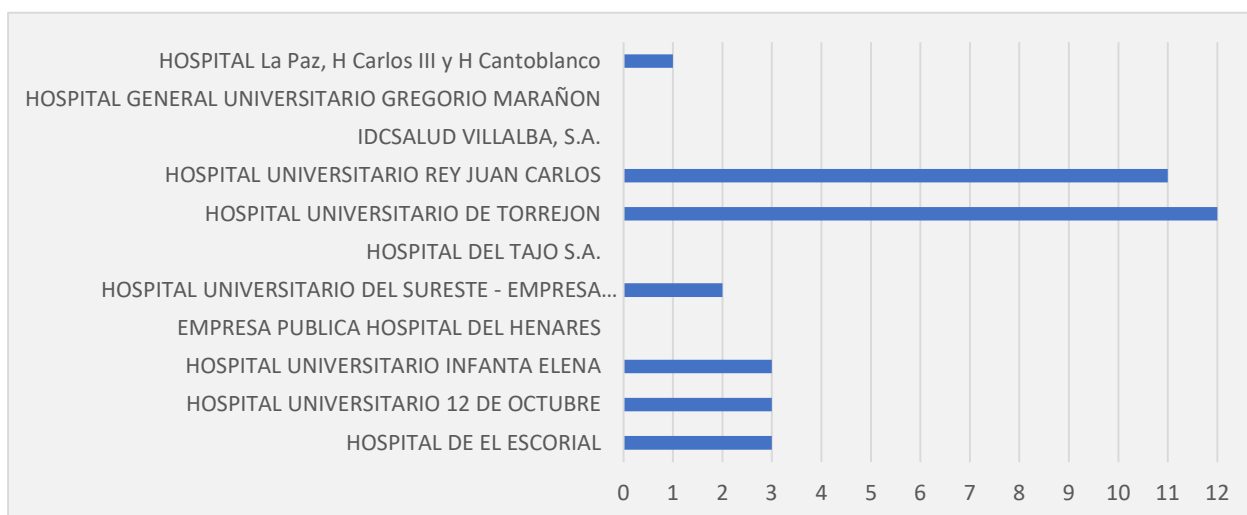


Figura 21: Número de hospitales ineficientes que se proyectan sobre los eficientes.

En la figura superior se observa que existe una serie de hospitales que han resultado eficientes sobre los que, sin embargo, no se proyecta ningún otro. Estos hospitales son: Hospital General Universitario Gregorio Marañón, IDC Salud Villalba, Hospital del Tajo y Hospital del Henares. En contraposición, hospitales como el Universitario Rey Juan Carlos o el Universitario de Torrejón sirven de referencia a 11 y 12 hospitales, respectivamente, un número considerable ya que es muy cercano a la mitad de los hospitales bajo estudio.

Para el resto de los años el análisis es totalmente análogo. Se observa que, a lo largo de los cuatro períodos existen hospitales sobre los que se proyectan una elevada cantidad de unidades ineficientes, es el caso de Hospital Universitario de Torrejón y Hospital Universitario Rey Juan Carlos. Ocurre además lo contrario, por ejemplo, sobre el Hospital del Henares no existe ninguna proyección por parte de ninguna de las unidades ineficientes en ninguno de los períodos del análisis. Como peculiaridad, existen hospitales que durante alguno de los años resulta ser eficiente y en alguno de los demás no lo es, este es el caso del Hospital Clínico San Carlos que,

no consigue ser lo suficientemente productivo durante los años 2019 y 2018 y, sin embargo, alcanzó la eficiencia los dos años anteriores.

Otra perspectiva de análisis para esta matriz de lambdas consiste en ver sobre cuántos hospitales eficientes se proyectan los ineficientes. Esto quiere decir que un hospital ineficiente puede tomar como referencia a varios de los eficientes dependiendo de las entradas y salidas que tenga que variar para acercarse a ellos.

Mediante la tabla inferior puede comprenderse mejor esta idea. El Hospital Universitario Santa Cristina por ser ineficiente debe proponerse comenzar a funcionar de manera eficiente, y para ello se proyecta o se basa en el funcionamiento de un hospital que sí lo sea, en este caso del Hospital de El Escorial. Por otro lado, el hospital de El Escorial, como vimos previamente, es eficiente y por tanto únicamente se proyecta sobre sí mismo con valor de lambda igual a la unidad. También se da repetidas veces el caso del Hospital Universitario de Móstoles, que toma como referencia para mejorar su funcionamiento no a uno, sino a varios hospitales, en este caso tres: El Escorial, Universitario Infanta Elena y Universitario de Torrejón.

Tabla 6: Detalle de la matriz de proyecciones lambda para 2019.

	HOSPITAL UNIVERSITARIO SANTA CRISTINA	HOSPITAL DE EL ESCORIAL	HOSPITAL UNIVERSITARIO DE MOSTOLES
HOSPITAL UNIVERSITARIO SANTA CRISTINA	0	0	0
HOSPITAL DE EL ESCORIAL	1,029933159	1	0,056170582
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE MOSTOLES	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO SEVERO OCHOA	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO FUNDACION ALCORCON	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO CLINICO SAN CARLOS	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO RAMON Y CAJAL	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO 12 DE OCTUBRE	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE LA PRINCESA	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO PRINCIPE DE ASTURIAS	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE GETAFE	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE FUENLABRADA	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA ELENA	0	0	0,122836512
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA SOFIA	0	0	0
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL HENARES	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO DEL SURESTE - EMPRESA PUB	0	0	0
HOSPITAL DEL TAJO S.A.	0	0	0
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SUR HOSPITAL INFANT	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO PUERTA DE HIERRO MAJADA	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO DE TORREJON	0	0	0,975502037
HOSPITAL UNIVERSITARIO REY JUAN CARLOS	0	0	0
IDCSALUD VILLALBA, S.A.	0	0	0
HOSPITAL GENERAL UNIVERSITARIO GREGORIO MARAÑ	0	0	0
HOSPITAL La Paz, H Carlos III y H Cantoblanco	0	0	0
HOSPITAL UNIVERSITARIO INFANTA LEONOR/VIRGEN D	0	0	0

Finalmente, tras haber analizado tanto la función objetivo como las proyecciones de todas las unidades, se procede a examinar los resultados que proporcionan las holguras o *slacks*. Observando los resultados que ha arrojado el modelo para las holguras, cobra sentido que las unidades eficientes tengan valores nulos para todos sus *slacks*, esto quiere decir que, por ser eficientes, no deben cambiar su manera de funcionar.

Sin embargo, para las unidades ineficientes se observa que, en mayor o menor medida, deben variar algunos de sus recursos o salidas para conseguir acercarse al comportamiento eficiente de la unidad o unidades sobre la/s que se proyecten.

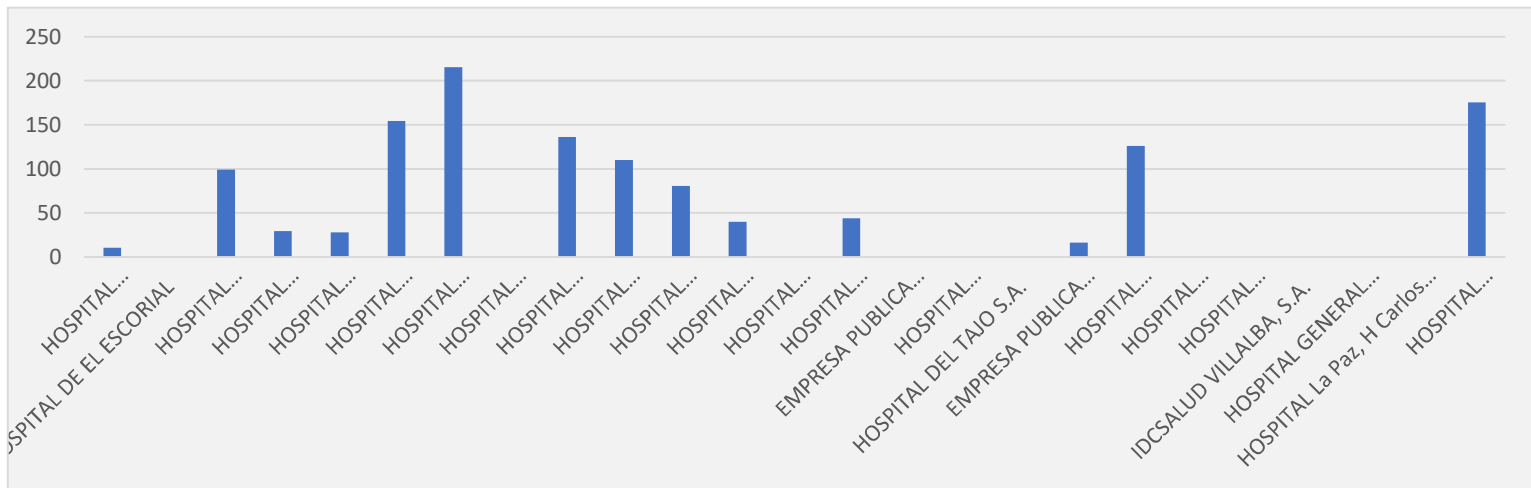


Figura 22: Holguras SLACKFACULTATIVOS para el año 2019.

En la figura se particulariza lo descrito anteriormente, vemos como los once hospitales que resultan eficientes para este período presentan valor nulo para esta holgura (al igual que para el resto de *slacks*). Para el resto de unidades, el gráfico indica en qué cantidad tendría que disminuir el número de facultativos para conseguir la eficiencia. Así, por ejemplo, el Hospital Puerta de Hierro Majadahonda deberá disminuir esta cantidad en aproximadamente 126 facultativos y el Hospital Universitario Santa Cristina deberá disminuir en 11 aproximadamente sus facultativos.

El análisis es similar para el resto de holguras y años. Si nos centramos en un hospital en particular, por ejemplo Empresa Pública Hospital del Sur - Hospital Santa Cristina, el razonamiento es el siguiente: tendrá que disminuir sus facultativos en 16, sus enfermeros en 68 y los días de estancia media pueden mantenerse sin modificación alguna; además, debe aumentar la satisfacción un 13% aproximadamente.

Tabla 7: Valor de los slacks para un hospital y año en concretos.

	SLACKFACULTATIVOS	SLACKENFERMEROS	SLACKDIAESTANCIA	SLACKSATISFACCION
EMPRESA PUBLICA HOSPITAL DEL SUR HOSPITAL INFANTA CRISTINA	16,17411702	67,52577802	0	0,131244977

Se pretende, no obstante, llevar a cabo un análisis más global con la intención de estudiar el comportamiento de estas holguras a lo largo de los años y su evolución. Para ello se han creado unos gráficos de tipo *box-plot* o de “cajas y bigotes”. Dichos gráficos nos proporcionan información valiosa acerca de cómo se distribuyen los resultados arrojados a lo largo de los años y según de qué holgura estemos hablando. A continuación, se muestran estos gráficos correspondientes a las cuatro holguras del modelo.

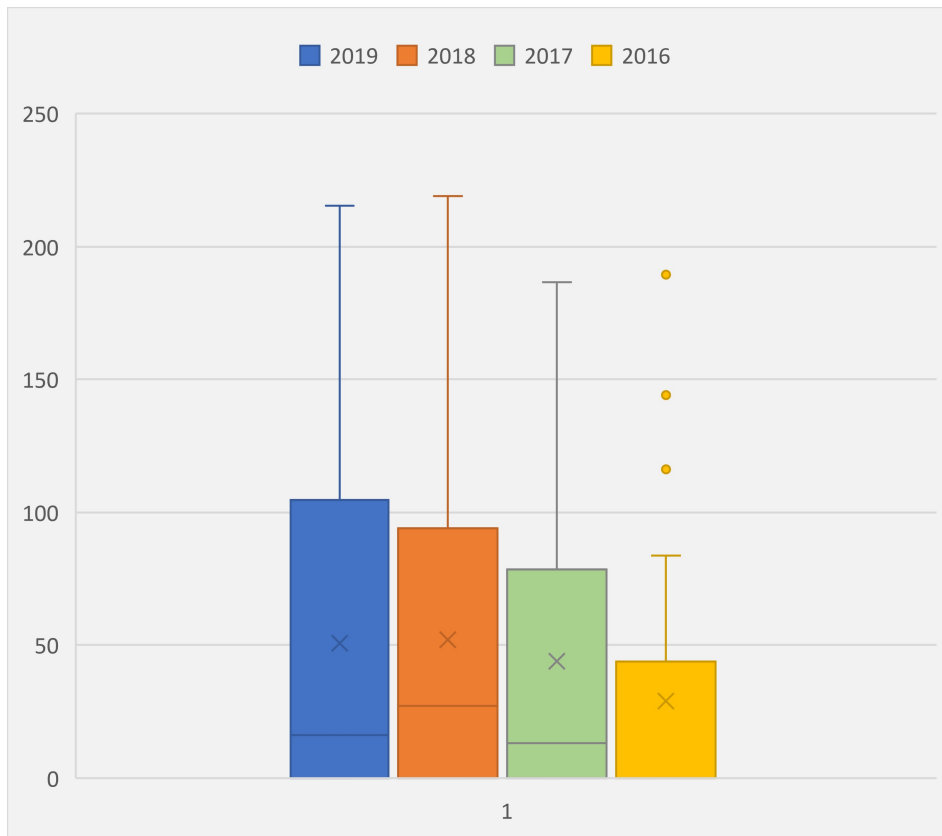


Figura 24: Evolución de la holgura SLACKFACULTATIVOS

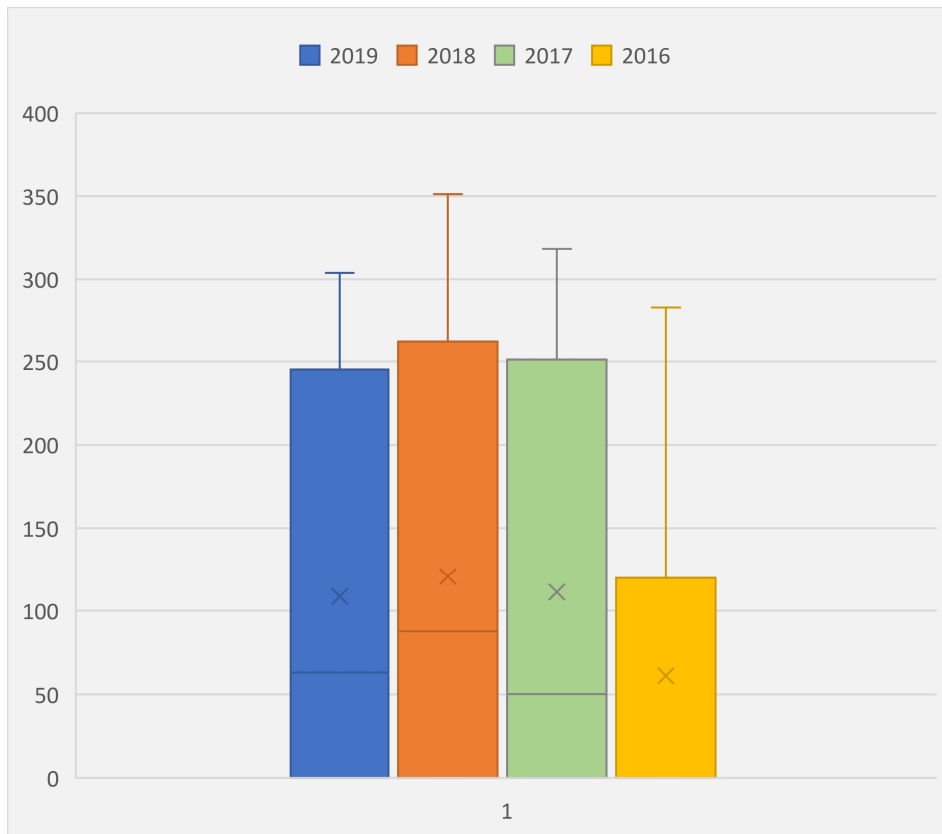


Figura 23: Evolución de la holgura SLACKENFERMEROS

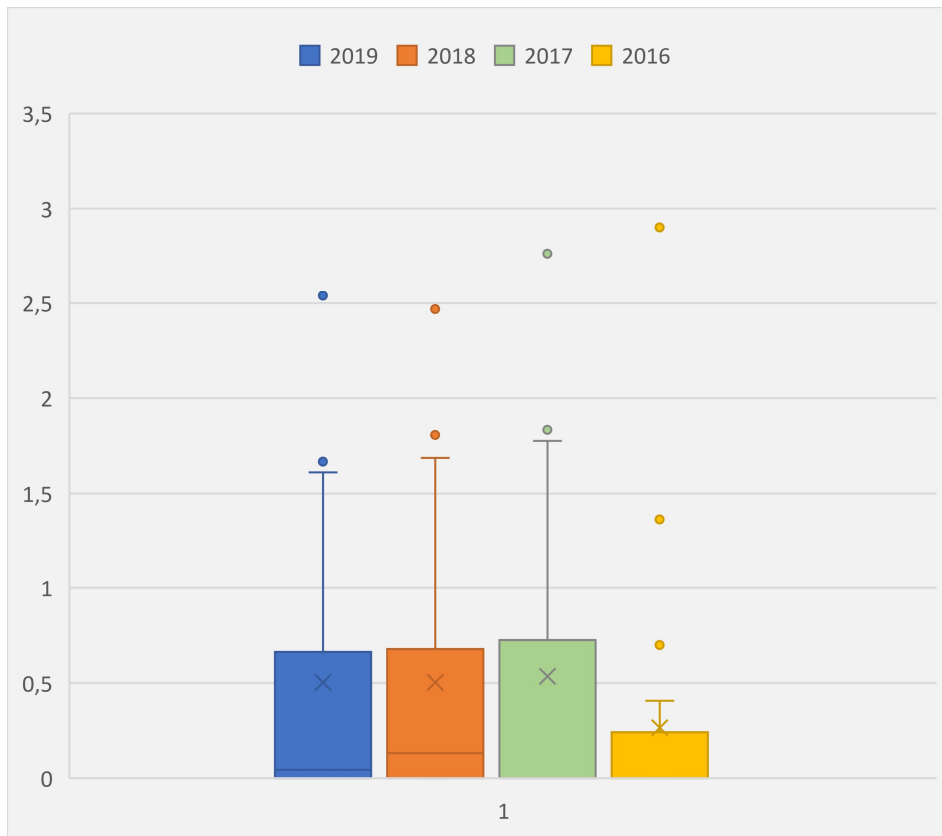


Figura 25: Evolución de la holgura SLACKDIASESTANCIA

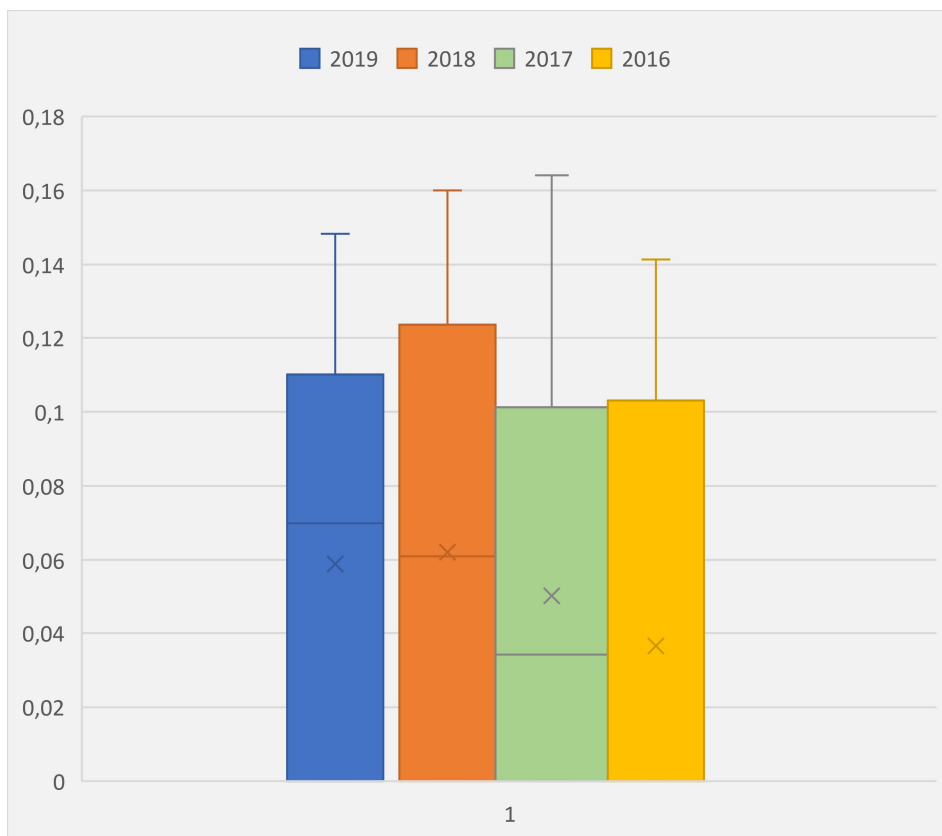


Figura 26: Evolución de la holgura SLACKSATISFACCION

En primer lugar, algo en común que se puede observar en todos los gráficos es que el primer cuartil (el 25% de los datos son menores o igual que este valor) coincide con el valor cero. Esto es debido a la existencia de una cantidad considerable de unidades eficientes, las cuales no necesitan modificar ninguna de sus entradas y salidas.

En cuanto a la mediana o segundo cuartil (el 50% de los valores son menores o igual a este valor), sabemos que representa el valor intermedio de los datos. Analizando este valor para las diferentes holguras, observamos que para SLACKFACULTATIVOS en 2019 y 2017 y SLACKDIASESTANCIA en 2019 y 2018 la mediana es muy cercana a cero, esto hace que la caja quede dividida en dos lados desiguales concentrándose la mayoría de los datos en la parte inferior de la distribución. Para el SLACKSATISFACCION, sin embargo, la línea de la mediana va aumentando su distancia del cero con el transcurso de los años, esto quiere decir que en términos generales esta holgura va aumentando su valor, por lo que la satisfacción requerirá un margen de mejora superior en los años más recientes.

Con respecto al tercer cuartil, que corresponde con el final de la caja del diagrama (tres cuartas partes de los valores son inferiores o igual a este valor) se observan diferentes tendencias de las holguras. Para SLACKFACULTATIVOS se nota un claro aumento con el tiempo, para SLACKENFERMEROS, aumenta bruscamente entre 2016 y 2017 y entre los años 2017 y 2019 hay una leve diferencia, tendiendo la holgura a la estabilización. Finalmente, para SLACKDIASESTANCIA y SLACKSATISFACCION este valor presenta cambios poco acentuados, siendo la tendencia claramente estabilizadora a lo largo de los cuatro períodos.

Hay que destacar llegados a este punto que, el tamaño de los lados en que se divide la “caja” del diagrama depende de lo dispersos que estén los datos; es decir, si un lado de la caja es más pequeño indicará que los valores son muy próximos entre sí, y, en caso contrario que estarán más dispersos.

Además, la longitud o tamaño total de la “caja” nos indica que el 50% de los valores están entre el primer y el tercer cuartil. Por ejemplo, para SLACKENFERMEROS en el año 2018, el 50% de los datos se encuentran entre 0 y 262. Esto nos hace darnos cuenta de que no todas las holguras tienen el mismo rango de variación, por ejemplo, el índice de satisfacción puede variar más que los días de estancia. Esto puede ser debido a que los días de estancia dependen de factores como la tecnología y la ciencia que posea el hospital, menos flexible en cuanto a modificaciones, que la satisfacción que dependerá de otro tipo de factores como puede ser el trato humano.

Una vez analizadas las cajas de los diagramas, nos centramos en los puntos finales de los *whiskers* o “bigotes” del gráfico, que se corresponden con los valores máximos de las diferentes series de datos. Por ejemplo, para SLACKFACULTATIVOS, el máximo valor en que un hospital puede disminuir sus médicos se alcanza en 2018 con una cuantía de 219 y, puntualizando aún más, el valor de esta holgura corresponde al hospital Universitario Ramón y Cajal, lejos de ser eficiente en ese año.

Por último, se puede observar en los gráficos de SLACKFACULTATIVOS y SLACKDIASESTANCIA unos puntos por encima de los “bigotes”. Estos valores atípicos o *outliers* representan valores que son observados pero que son muy diferentes al resto del conjunto de datos y, por tanto, no deben ser considerados como válidos.

6 CONCLUSIONES

Tras haber llevado a cabo esta investigación, podemos afirmar que resulta complejo alcanzar la eficiencia por parte de los hospitales que no están gestionando bien sus recursos, esto es debido a la cantidad de variables que entran en juego durante el análisis y a que, como estas a su vez dependen de diferentes factores, no resulta fácil su variación.

En cuanto a la eficiencia que presentan los hospitales a lo largo de los cuatro años, podemos afirmar que la gestión llevada a cabo no presenta una evolución favorable ya que, en 2016 un total de 17 hospitales eran eficientes (un 68% del total) y en 2019 sólo llegan a ser suficientemente productivos una cantidad de 11, el 44% del total y, consecuentemente menos de la mitad.

A la vista de los resultados, los hospitales que son eficientes en términos globales constituyen un total de 11, es decir, consiguen ser los más competitivos posible durante los cuatro períodos de tiempo, lo que equivale a un porcentaje del 44% del total. De los 14 hospitales que en alguno de los años no consiguen ser eficiente; es decir, un 56% del total, en promedio todos superan el 50% de eficiencia. Este último dato puede traducirse en que todos los hospitales están siendo, al menos, la mitad de eficientes de lo que podrían llegar a ser.

Una de las principales motivaciones para realizar este estudio fue analizar cómo la pandemia que ha azotado al mundo estos dos últimos años ha repercutido en la gestión hospitalaria. Sin embargo, no está registrada aún la cantidad requerida de datos para estos últimos años e incluirlos en el estudio. Es por ello por lo que, de momento sólo podemos quedarnos con las conclusiones extraídas hasta el último año de la investigación y basarnos en ellas a la hora de llevar a cabo investigaciones futuras.

Además, como se ha visto durante el desarrollo del documento, el Servicio Nacional de Salud atiende a la inmensa mayoría de los más de 46 millones de habitantes en España y la importancia de este sector hace plantearnos propuestas en líneas de investigaciones futuras como:

- ❖ Extender el estudio al resto del territorio nacional, llevando a cabo este tipo de análisis en todas las comunidades autónomas.
- ❖ Aumentar y/o cambiar el número de variables que intervienen, con tal de tener una perspectiva más amplia de la gestión de los hospitales.
- ❖ Analizar la eficiencia no solo año a año, sino además como se produce el cambio temporal mediante técnicas en las que se utiliza el Índice de Malmquist.
- ❖ Aplicación de un análisis de DEA dinámico, como el que proponen en su artículo (Färe & Grosskopf, Network DEA., 2000), mediante el cual se enlazan modelos matemáticos de diferentes años mediante las llamadas variables “carry-over”.
- ❖ Realizar este análisis en hospitales o clínicas de diversa índole, incluso en el sector privado.

Referencias

- Abdelrahman Kamel, M., & El-Saved Mousa, M. (2021). Measuring operational efficiency of isolation hospitals during COVID-19 pandemic using data envelopment analysis: a case of Egypt.
- Andersen, P., & Petersen, N. (1993). A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 39(10), 1261-1264.
- Aranda Alba, A. J. (2019). Análisis Dinámico de la Eficiencia: una aplicación a la Superliga Europea.
- Banker, R., Charnes, A., & WW, C. (1984). *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis*. *Management Science* 30 pp.1078-92.
- Beata, G., & Kocisova, K. (2020). The efficiency of hospitals: Platform for sustainable Health Care System.
- Castro Soria, I. (2018). Análisis dinámico de la eficiencia de aeropuertos en España.
- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). *Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical productions functions*. *Journal of Economics* 30:91-107.
- Charnes, A., Cooper, W., Seiford, L., & Stutz, J. (1982). *A multiplicative model for efficiency analysis*. *Socio-Economics Planning Sciences*. 1982; 16:213-24.
- Charnes, A., Cooper, W., Sun, D., & Huang, Z. (1990). *Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large commercial banks*. *Journal of Economics* 26:73-91.
- Chen, Z., Chen, X., Gan, X., Bai, K., Baležentis, T., & Lixin, C. (2020). Technical Efficiency of Regional Public Hospitals in China Based on the Three-Staged DEA.
- Färe, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*.
- Färe, R., & Grosskopf, S. (2004). Modeling undesirable factors in efficiency evaluation: comment. *European Journal of Operational Research*, 242-245.
- Franco Miguel, J., & Fullana Belda, C. (2019). Los nuevos modelos de gestión de hospitales como alternativa para la sostenibilidad del sistema hospitalario público: un análisis de eficiencia en gasto sanitario. *Journal of Healthcare Quality Research*, 131-147.
- García-Conejo, B., & Pérez-Méndez, J. A. (2020). Influence of cost systems on efficiency. An analysis of Spanish hospitals using public national databases.
- Giménez, V., Prior, D., & Keith, J. R. (2020). Strategic alliances' effects over hospitals efficiency and capacity utilization in México.
- Hailu, A., & Veeman, T. S. (2001). Productivity Analysis with Undesirable Outputs: An Application to the Canadian Pulp and Paper Industry. *American Journal of Agricultural Economics*, 605-616.
- Ministerio de Sanidad. (2021). *Sistema de Cuentas de Salud 2019: Principales resultados*.
- Ministerio de Sanidad. (s.f.). *Glosario de términos-Definiciones y aclaraciones*.
- Moreno Beltrán, A. P. (2013). Network Data Envelopment Analysis: Models and Applications.
- Orozco-Beltrán, D., Brotons Cuixart, C., Alemán Sánchez, J. J., Banegas Banegas, J. R., Cebrián-Cuenca, A., Gil Guillén, V., . . . Navarro Pérez, J. (2020). Recomendaciones preventivas cardiovasculares. *PAPPS*.
- Sanidad, M. d. (2021). *Informe Anual de del Sistema Nacional de Salud 2019*.
- Seijas Díaz, A., & Iglesias Gómez, G. (2009). Medida de la eficiencia técnica en los hospitales públicos gallegos.
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. 498-509.
- Villa Caro, G. (2003). *Análisis por Envoltura de Datos (DEA): Nuevos Modelos y Aplicaciones*.
- Wasim I.M., S., & Crispim, J. (2018). Measuring the efficiency of Palestinian public hospitals during 2010-2015: an application of a two-stage DEA method.

Sitios web:

<https://www.comunidad.madrid/servicios/salud/memorias-e-informes-servicio-madrileno-salud>

<https://www.mscbs.gob.es/ciudadanos/prestaciones/centrosServiciosSNS/hospitales/home.htm>

<https://fr.april-international.com/es/organizacion-del-sistema-de-salud-de-espana>

<https://ifses.es/sistema-nacional-de-salud-espana/>

<https://www.revista-portalesmedicos.com/revista-medica/historia-de-la-sanidad-publica-espanola-revision-bibliografica/>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_Nacional_de_Salud_\(Espa%C3%B1a\)#Ley_14/1986_General_de_Sanidad](https://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_Nacional_de_Salud_(Espa%C3%B1a)#Ley_14/1986_General_de_Sanidad)

<https://www.boe.es/buscar/pdf/1986/BOE-A-1986-10499-consolidado.pdf>

https://www.mscbs.gob.es/estadEstudios/estadisticas/sisInfSanSNS/tablasEstadisticas/InfAnualSNS2019/Informe_SNS_2019.pdf

<https://www.ine.es/jaxiT3/Datos.htm?tpx=48186#!tabs-grafico>

<https://www.ine.es/jaxiT3/Datos.htm?t=7947>