# Propagación de pseudo-plasmones en líneas de transmisión impresas periódicas

David Lobato Gómez

<u>Tutores</u>

Armando Fernández Prieto Francisco Medina Mena

> Trabajo Fin de Grado Grado en Física

> > 21/06/2019



# Agradecimientos

No quisiera comenzar este trabajo sin dar las gracias primeramente a todas las personas que me han ayudado de una forma u otra a la realización del mismo. Sin ningún orden especial, gracias a D. Francisco Mesa Ledesma por su ayuda desinteresada cuando más lo necesitaba; a Dña. Aintzane Lujambio Genua por sus consejos, su altruismo y su ayuda incondicional; y a mi tutor D. Francisco Medina Mena por sus revisiones impecables y por ser artífice del nacimiento de este proyecto. También me gustaría agradecer a Elisabet su apoyo e interés, sin olvidarme de mi familia y amigos.

Finalmente, y de forma especial, quisiera terminar destacando la inestimable labor de D. Armando Fernández Prieto. Su trato cercano y predisposición a ayudar crean un clima óptimo de trabajo. Además, han sido incontables las horas que le ha dedicado a este trabajo entre enseñanzas, correcciones, asesoramiento y algún que otro reproche instructivo, y soy consciente de que este trabajo no sería lo que es sin su dedicación. Así que por todo esto y más, gracias.

# Índice general

1.	Intr	oducci	ón	3
2.	Estructuras Periódicas de Guiado			9
	2.1.	Introd	ucción	9
	2.2.	Anális	is de estructuras periódicas infinitas	11
	2.3.	Diagra	umas $k - \beta$	15
	2.4.	Líneas	microstrip	16
3.	Estr	structuras bajo estudio		
	3.1.	. Microtira <i>slow-wave</i> con plano de masa modificado para la propagación de		
		pseudo-plasmones de superficie (SPPs)		20
		3.1.1.	Celda unidad (estructura no-glide)	22
		3.1.2.	Circuito equivalente	23
		3.1.3.	Diagrama de dispersión para la estructura convencional	28
3.	3.2.	. Estructura con simetría glide		32
	3.3.	3. Comparativa entre estructuras convencional y glide		36
4.	Conclusiones			40

#### Resumen

En los últimos años el estudio de la transmisión de señales a frecuencias de microondas soportadas por líneas de transmisión con un patrón periódico se ha convertido en un campo muy activo, a semejanza de lo que ha venido ocurriendo a frecuencias mucho más elevadas (ópticas, infrarrojo y terahercios). Con este trabajo pretendemos adquirir algún conocimiento sobre el estado de la investigación en este terreno y, si es posible, realizar alguna pequeña contribución. En el presente trabajo se desarrolla el estudio de un cierto tipo de ondas electromagnéticas superficiales denominadas pseudo-plasmones (spoof-plasmons o, menos comúnmente, designer plasmons en la literatura científica en inglés). En particular, se estudiará, mediante el uso de un simulador electromagnético comercial, la propagación de ondas de este tipo en estructuras que se puedan implementar mediante técnicas convencionales de fabricación de circuitos impresos (PCB). Para ello estudiaremos dos estructuras periódicas basadas en la modificación de la geometría de una línea microtira (o línea *microstrip*) en la que se eliminará el plano de masa, de manera que no pueda soportar los modos cuasi-TEM habituales. La estructura de partida está basada en la propuesta de un trabajo recientemente publicado en la que se analiza con detalle la propagación de pseudo-plasmones superficiales en una estructura de esta naturaleza. Sobre dicha estructura se propone una modificación geométrica (se fuerza en la celda unidad de la estructura periódica una simetría de deslizamiento, o *qlide-symmetry*) con el objetivo de estudiar sus consecuencias. Finalmente, se comparan y analizan los resultados de simulación para ambas estructuras.

### Capítulo 1

### Introducción

Los plasmones de superficie (SPs, por las siglas en inglés de Surface Plasmon, o SPPs, del inglés Surface Plasmon Polariton) son ondas electromagnéticas superficiales confinadas en el entorno de la interfaz entre dos materiales cuyas permitividades tienen parte real de signo opuesto. Esta circunstancia puede darse, por ejemplo, a frecuencias ópticas, en la frontera entre un metal (como la plata o el oro) y un dieléctrico, como el aire. Aunque a frecuencias más bajas es bien sabido que los metales se caracterizan por una conductividad real elevada, a frecuencias ópticas (cuando el periodo de la señal es del orden de magnitud del tiempo medio entre colisiones de los portadores de carga y el metal se comporta como un plasma disipativo) se caracterizan mejor mediante una permitividad compleja dispersiva con parte real negativa (como predice el modelo clásico de Drude-Lorentz [1, cap. 19]). A estas frecuencias los dieléctricos transparentes (poco disipativos) vienen descritos por una permitividad casi real y positiva (o, equivalentemente, por un índice de refracción casi real). Esta situación, al contrario de lo que ocurre en una frontera entre dieléctricos transparentes con distintos índices de refracción, permite la existencia de plasmones de superficie en la interfaz entre ambos materiales y su propagación a lo largo de la superficie del conductor a lo largo de muchas longitudes de onda si las pérdidas no son excesivas. Una revisión detallada de este tipo de sistemas de guiado de ondas electromagnéticas puede encontrarse, por ejemplo, en [2].

Una de las características más importantes de los SPs es que los campos electromagnéticos asociados decaen exponencialmente en la dirección transversal a la dirección de propagación y a la interfaz. La excitación de estos modos sucede cuando interaccionan fotones de frecuencias apropiadas con los electrones libres del metal, lo que provoca una oscilación colectiva de estos últimos. Debido a que la longitud de onda de los SPs es bastante menor que la del fotón incidente (en espacio libre), se produce un alto grado de confinamiento espacial de la energía electromagnética, lo que permite miniaturizar componentes ópticos en la escala de las decenas de nanómetros. En la Fig. 1.1 se muestra esquemáticamente la distribución de campo y de densidad de carga superficial de un plasmón de superficie típico, así como el decaimiento exponencial de la componente del campo eléctrico perpendicular a la interfaz dentro y fuera del metal y el aspecto del diagrama de dispersión (constante de propagación frente a frecuencia).



Figura 1.1: (a) Líneas de campo eléctrico de un SP; puede verse que se trata de una onda transverso-magnética (TM). (b) Confinamiento exponencial del campo tanto dentro como fuera del metal (modo ligado, *bound mode*). (c) Forma de la curva de dispersión del SP. Esta figura ha sido extraída de [2].

Como se deduce de lo anterior, dada su naturaleza física, la excitación de los plasmones de superficie genuinos sólo es posible a frecuencias ópticas o próximas a estas, pues en ese rango de frecuencias el metal se comporta como un plasma con pocas pérdidas según el modelo de Drude. Es precisamente este comportamiento de tipo plasma (en lo que respecta a la relación constitutiva relevante) lo que justifica el nombre de este tipo de ondas de superficie. Para frecuencias mucho menores que las consideradas el metal se comporta como un buen conductor, esto es, está caracterizado por la parte imaginaria dominante de la permitividad compleja, lo que es equivalente a decir que está caracterizado por una conductividad real (y elevada en comparación con la de los dieléctricos habituales). Las colisiones de los electrones dominan el proceso y, a efectos de la interacción con el campo electromagnético, la superficie metálica puede considerarse como la superficie de un conductor perfecto o, de forma más precisa, como una impedancia superficial (condición de contorno de Leontovich). Este tipo de superficies no permiten la excitación de plasmones. Sin embargo, para tener un mayor control de los plasmones superficiales a frecuencias ópticas, es habitual prescindir de interfases metal-dieléctrico planas para utilizar superficies corrugadas periódicas, las cuales permiten tener un mayor control sobre las propiedades de las ondas de superficie de las que estamos hablando [2]. Sin embargo, la capacidad de soportar ondas superficiales de las estructuras periódicas no está vinculada al comportamiento electromagnético de tipo plasma de los metales en el rango de frecuencias óptico, sino que es una propiedad que emana de la periodicidad de la estructura. La relación constitutiva de los materiales involucrados es relevante, pero no esencial para que aparezcan modos ligados. Esto quiere decir que se pueden excitar ondas de superficie con propiedades similares a las de los plasmones genuinos en estructuras periódicas con las dimensiones adecuadas incluso a frecuencias de microondas (longitudes de onda centimétricas o milimétricas), frecuencias a las cuales el modelo de conductor perfecto para los metales da muy buenos resultados. El hecho de que superficies metálicas periódicamente estructuradas puedan soportar ondas de superficie con un alto grado de confinamiento espacial es conocido desde hace décadas en el campo de la ingeniería de microondas [3, 4, 5]. Sin embargo, más recientemente, estimulados por los avances en este campo en el dominio de la óptica, muchos autores han centrado de nuevo la atención en este tipo de estructuras cuando operan en cualquier rango de longitudes de onda (en particular en el rango de las microondas, las milimétricas y terahercios). Así, por ejemplo, J. B. Pendry et al. [6] proponen y estudian el comportamiento electromagnético de una estructura periódica muy sencilla, consistente en una distribución bidimensional periódica de orificios rectangulares practicados en un bloque de material conductor perfecto. Esta estructura soporta unos modos de superficie cuya relación de dispersión se asemeja a la de los SPs, pero en un rango de frecuencias determinado por el valor del periodo espacial, no por la frecuencia de plasma del metal. Los autores explican semi-cuantitativamente la analogía diciendo que el bloque conductor perfecto con la distribución periódica de agujeros equivale a un medio continuo con permitividad negativa con la misma relación de dispersión predicha por el modelo de Drude,

pero con una "frecuencia de plasma" equivalente controlada por la periodicidad de la estructura. Aunque los aspectos cuantitativos del trabajo de Pendry *et al.* requirieron correcciones importantes [7], la verificación experimental de los aspectos cualitativos de dicho trabajo fue publicada en [8] y la idea quedó bien establecida: superficies metálicas periódicamente estructuradas soportan modos de superficie análogos a los SPs ya conocidos en el campo de la óptica. Estos modos, que aquí denominaremos en español pseudoplasmones, se conocen en la literatura anglosajona como *spoof surface plasmons, SPP* o, menos habitualmente, como *designer plasmons*.

Desde la publicación de los artículos mencionados al final del párrafo anterior, han sido numerosas las aportaciones sobre este tema. Un tipo de estructura para la transmisión y guiado de ondas electromagnéticas basada en estos conceptos son las que podemos denominar "líneas plasmónicas". Entenderemos por tales los sistemas de guiado de ondas electromagnéticas basados en la propagación de pseudo-plasmones. Así, el trabajo publicado por E. Brock et al. [9] introduce una estructura periódica formada por una sucesión de bloques metálicos con la forma de fichas de dominó dispuestos sobre una superficie también metálica. Los autores prueban que esta estructura guía modos superficiales con confinamiento lateral en las dos direcciones transversales a la de propagación (los autores llamaron a estos modos "domino plasmons", por el aspecto de la estructura). Un trabajo similar puede encontrarse en [10], donde las "fichas de dominó" son sustituidas por elementos en forma de L. Algunos autores han aprovechado el desarrollo de los métodos de impresión en 3D (additive manufacturing) para construir líneas plasmónicas que funcionan en el régimen de los terahercios [11]. En la literatura especializada pueden encontrarse muchas estructuras que hacen uso de la propagación de pseudoplasmones, especialmente basadas en cargar periódicamente una guía de ondas preexistente. Si cargamos una guía de onda con obstáculos periódicamente distribuidos la transmisión de pseudoplasmones a través de la misma resulta posible. Esto permite implementar ciertas respuestas de filtrado y transmisión que pueden ser muy útiles para aplicaciones de telecomunicaciones. Como ejemplos de esto pueden servir el *splitter* basado en SPPs diseñado por Navarro-Cía et al. [12] o la guía superficial de doble banda y el frequency splitter a frecuencias de microondas construido con ella propuestos por Gao et al. [13]. Este último trabajo es especialmente relevante para este trabajo de fin de grado (TFG).

Demuestra que los pseudo-plasmones de superficie pueden ser transmitidos por estructuras conductoras estrictamente planas. Esto nos indica que es posible fabricar dispositivos de esta clase que trabajen a frecuencias de microondas (o milimétricas) mediante técnicas de fotograbado o de prototipado por láser de uso común en la fabricación de PCBs. La posibilidad de implementar este tipo de guías plasmónicas sobre substratos flexibles (y, por tanto, conformables) ya fue objeto de otro importante trabajo sobre este tema [14]. Poder realizar estructuras de este tipo en tecnología de circuito impreso resulta en una gran ventaja práctica, ya que estas estructuras, cuando se comparan con las basadas en otras alternativas, son de fácil fabricación, más económicas y más ligeras. En este TFG pretendemos, precisamente, estudiar el comportamiento de una estructura plana que permite la propagación de pseudo-plasmones y que se puede fabricar con técnicas de circuitería impresa. Para ello se ha partido del detallado trabajo realizado por A. Kianinejad et al. sobre el diseño de una estructura de onda lenta (slow-wave, estructuras que soportan ondas con velocidad de fase reducida) consistente en una tira conductora impresa sobre un substrato dieléctrico perturbada periódicamente por stubs (tiras metálicas perpendiculares de longitud finita). Conviene hacer notar que la estructura no tiene plano de masa, de modo que no puede explicarse su comportamiento en términos de líneas de transmisión cargadas periódicamente con stubs, lo que significa que hemos de admitir la propagación de pseudo-plasmones para explicar su funcionamiento. Como aportación original del trabajo se ha propuesto una ligera modificación del dispositivo de partida consistente en dotar a la celda unidad de simetría de deslizamiento (utilizaremos en adelante la terminología anglosajona y llamaremos a este tipo de simetría *qlide symmetry*). Las simetrías tipo *qlide* fueron introducidas en este contexto (sistemas de guiado de ondas electromagnéticas) en los años 60 del pasado siglo por Crepeau y McIssaac [16], los cuales estudiaron las consecuencias sobre un sistema de guiado periódico unidimensional (1D) de las denominadas "simetrías de orden superior" (glide y screw o twist). Posteriores estudios establecieron una teoría bastante completa sobre estructuras periódicas con celdas que exhiben simetrías de orden superior [17]. No obstante, no ha sido hasta muy recientemente que se ha popularizado este trabajo, gracias a las aplicaciones prácticas que se han encontrado a este tipo de sistemas de guiado [18, 19, 20, 21]. Puesto que la mejor manera de entender qué es una simetría *qlide* es mediante su visualización directa, dejaremos la explicación de la misma para cuando pasemos a describir la estructura que hemos estudiado en este trabajo.

Como ha quedado claro en esta introducción, las estructuras que soportan la propagación de pseudoplasmones a frecuencias bien por debajo de las ópticas han de ser periódicas. Por lo tanto, antes de empezar con el estudio de la estructura concreta en la que se centra este trabajo, es aconsejable introducir cómo se describen y caracterizan matemáticamente las estructuras periódicas de guiado de ondas electromagnéticas. A esto dedicamos la siguiente sección de este trabajo.

### Capítulo 2

### Estructuras Periódicas de Guiado

#### 2.1. Introducción

Cualquier guía de ondas o línea de transmisión cargada (perturbada) de manera periódica con un determinado tipo de obstáculo constituye lo que comúnmente se conoce como una *estructura de guiado periódica*. Para que la estructura sea rigurosamente periódica, el obstáculo ha de ser siempre el mismo y, además, la estructura ha de poseer longitud infinita a lo largo de la dirección de propagación de la onda electromagnética. Evidentemente, esto último no se cumple en la realidad. No obstante, si la estructura es lo suficientemente larga y posee un número de obstáculos lo suficientemente elevado, la aproximación de estructura periódica funciona muy bien, como se verá más adelante. En la Fig. 2.1 mostramos un par de ejemplos de dispositivos cuyo diseño se ha basado en el uso de estructuras periódicas (finitas, evidentemente), aunque no en pseudoplasmones.

Las estructuras periódicas aparecen en diversos campos de la Física. El estudio de las propiedades conductoras de estructuras cristalinas son un ejemplo típico que requiere la resolución de una ecuación diferencial en derivadas parciales que gobierna el proceso sujeta a condiciones de contorno periódicas. Los resultados que se obtienen comparten ciertas características derivadas de la naturaleza periódica del problema, aunque el fenómeno físico estudiado sea diferente. Esto ocurre, por ejempo, con el caso de los denominados "cristales fotónicos", que exhiben propiedades para los fotones similares a los que los cristales conductores o semiconductores exhiben para los portadores de carga.



Figura 2.1: Ejemplos de estructuras periódicas (a): guía de onda cargada con obstáculos dieléctricos y aberturas de tipo iris verticales [22]; (b): filtro *microstrip* cargado con parches capacitivos [23].

Las estructuras periódicas en electromagnetismo, en la ingeniería de microondas, o en la óptica, son interesantes desde un punto de vista tanto teórico como práctico por dos motivos principales: (i) presentan bandas prohibidas y permitidas de frecuencia, lo que posibilita implementar funciones de filtrado tanto para rechazar frecuencias como para transmitirlas a través del dispositivo, (ii) permiten la transmisión de *ondas lentas* cuya velocidad de fase es mucho menor que la de la luz, lo que resulta de mucha utilidad para miniaturizar circuitos (para una frecuencia de trabajo dada, a menor velocidad de fase menor tamaño físico presentará el dispositivo, pues la longitud de onda relevante será menor).

Un análisis riguroso de una estructura periódica debe hacerse haciendo uso del teorema de Floquet, como se hace en [24], pero aquí optamos por un análisis simplificado que hace uso de modelos circuitales, como se propone en [25]. Para el análisis de cualquier estructura periódica partimos de una sección básica conocida como *celda unidad* la cual, una vez definida, permite la caracterización de las ondas de tensión e intensidad que se propagan a lo largo de la red periódica consistente en la concatenación, en la dirección de propagación, de un número infinito de celdas unidad (de esto nos ocuparemos en la siguiente sección). A continuación, siguiendo la metodología expuesta en [25], vamos a analizar detenidamente las propiedades eléctricas de una línea de transmisión cargada periódicamente, lo que constituye un análogo razonable del problema que tratamos en este TFG.

#### 2.2. Análisis de estructuras periódicas infinitas

Consideremos una línea de transmisión infinita cargada periódicamente con elementos reactivos a lo largo de su longitud. La Fig. 2.2 muestra una representación esquemática (circuital) de la línea en cuestión. Una línea de transmisión uniforme de impedancia característica  $Z_0$  y constante de propagación  $\beta$  está cargada cada intervalo de distancia d por una susceptancia normalizada b.



Figura 2.2: Representación esquemática de una línea de transmisión cargada periódicamente [25].

Como ya se ha mencionado más arriba, la estructura periódica infinita se consigue concatenando infinitas celdas unidad, todas iguales. En concreto, para la estructura de la Fig. 2.2 la celdad unidad consiste en un tramo de línea de transmisión de longitud d con una susceptancia normalizada a  $Z_0$  de valor b en derivación (a masa) a lo largo del punto medio de la línea. Con esta elección de celda unidad preservamos la simetría de la celda unidad. Considerando la línea idealmente infinita y compuesta por una cascada de redes idénticas de dos puertos, podemos relacionar las tensiones e intensidades en cada lado de la celda n-ésima usando la matriz *ABCD*:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix}$$
(2.1)

donde A, B, C y D son los parámetros matriciales para la celda unidad formada por el conjunto en cascada de un tramo de línea de transmisión de longitud d/2, una susceptancia b, y otro tramo de línea de transmisión de nuevo de longitud d/2 (véase la Fig. 2.2):

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & j\sin\frac{\theta}{2} \\ j\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & j\sin\frac{\theta}{2} \\ j\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta & j(\sin\theta + \frac{b}{2}\cos\theta - \frac{b}{2}) \\ j(\sin\theta + \frac{b}{2}\cos\theta + \frac{b}{2}) & \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

donde  $\theta = kd$  es la *longitud eléctrica* de la celda unidad y k la constante de propagación de la línea sin cargar (es decir, sin susceptancias). Se puede comprobar que AD - BC = 1, condición requerida para redes recíprocas, como es el caso. Como además la red es simétrica por la elección de celda unidad realizada, A = D.

Para una onda que se propaga en la dirección positiva del eje z, podemos escribir que:

$$V(z) = V(0)e^{-\gamma z}$$
  
$$I(z) = I(0)e^{-\gamma z}$$

siendo  $\gamma$  la constante de propagación de la línea cargada, y donde hemos tomado como referencia la fase de la onda en z = 0. Dado que esta estructura es infinita, la tensión y la intensidad en los terminales situados en la posición n pueden diferir de las que hay en los terminales n + 1 sólo en un factor de propagación,  $e^{\gamma p}$ , de modo que:

$$V_{n+1} = V_n e^{-\gamma p}$$
$$I_{n+1} = I_n e^{-\gamma p}$$

lo que nos lleva a la siguiente expresión sustituyendo en (2.1):

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n+1}e^{\gamma p} \\ I_{n+1}e^{\gamma p} \end{bmatrix},$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0.$$
(2.3)

Para obtener una solución distinta de la trivial, debe ocurrir que el determinante de la matriz sea nulo. Si además separamos la constante de propagación en sus partes real e imaginaria,  $\gamma = \alpha + i\beta$ , y usamos la condición de reciprocidad, AD - BC = 1, nos queda que se debe cumplir la ecuación:

$$\cosh \gamma d = \cosh \alpha d \cos \beta d + j \sinh \alpha d \sin \beta d = \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta, \qquad (2.4)$$

y dado que el segundo miembro de (2.4) es real, para que la parte imaginaria se anule o bien se cumple que  $\alpha = 0$  o  $\beta = 0$ . El primero de los casos se corresponde a una onda no atenuada que se propaga por la estructura periódica. A partir de él se define la banda de paso de la estructura. En este caso la ecuación anterior se reduce a:

$$\cos\beta d = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta \quad , \tag{2.5}$$

ecuación que puede ser resuelta para  $\beta$  si el segundo término es menor o igual que la unidad en valor absoluto. Existe un número infinito numerable de valores de  $\beta$  que satisfacen la condición.

En el caso en el que  $\beta = 0$ , la onda es atenuada a lo largo de la línea, sin cambio de fase, por lo que no hay propagación. Esta situación corresponde a una banda prohibida de la estructura. Dado que la línea no tiene pérdidas, la potencia no se disipa, sino que es reflejada a la entrada de la línea. La ecuación se reduce a:

$$\cosh \alpha d = \left| \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \right| \ge 1$$
,

ecuación que sólo tiene una solución para ondas que se propagan en el sentido positivo

 $(\alpha > 0)$  del eje de propagación z. El caso  $\alpha < 0$  se aplica para ondas que viajan en el sentido negativo del eje z.

De todo el análisis que hemos llevado a cabo podemos concluir claramente que las estructuras periódicas de microondas poseen bandas permitidas (o bandas de paso) para la transmisión de la energía y bandas prohibidas (bandas de rechazo) en las cuales no hay propagación energética. Las bandas de paso poseen frecuencia de corte, al igual que ocurre con los filtros de banda pasante. Es interesante observar que las ondas electromagnéticas que se propagan a través de una estructura periódica de microondas son similares a las ondas de Bloch que se propagan a través de las estructuras periódicas de las redes cristalinas.

Otro parámetro interesante y útil en el estudio de las estructuras periódicas es la denominada *impedancia de Bloch*, la cual se relaciona con la impedancia característica de la celda unidad a través de la expresión

$$Z_B = Z_0 \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}} , (2.6)$$

donde  $V_{n+1}$  e  $I_{n+1}$  son magnitudes normalizadas, como ya hemos explicado. De la ecuación (2.3) tenemos:

$$(A - e^{\gamma d})V_{n+1} + BI_{n+1} = 0$$

de modo que la ecuación (2.6) queda:

$$Z_B = \frac{-BZ_0}{A - e^{\gamma d}}$$

Si resolvemos  $e^{\gamma d}$  en términos de A y D obtenemos la expresión

$$e^{\gamma d} = \frac{(A+D) \pm \sqrt{(A+D)^2 - 4}}{2}$$

que nos indica claramente que la impedancia de Bloch tiene dos soluciones dadas por la siguiente ecuación:

$$Z_B^{\pm} = \frac{-2BZ_0}{A - D \mp \sqrt{(A + D)^2 - 4}}$$

Podemos particularizar la expresión anterior para celdas simétricas, en cuyo caso se cumple que A = D. En este caso la expresión que proporciona las soluciones a la impedancia de Bloch se reduce a:

$$Z_B^{\pm} = \frac{\pm BZ_0}{\sqrt{A^2 - 1}}.$$
(2.7)

El hecho de que existan dos soluciones para la impedancia de Bloch, una positiva y otra negativa, se corresponde con el hecho de que las ondas que se propagan a través de la celda unidad pueden hacerlo en dos direcciones, la positiva y negativa del eje z respectivamente. Para redes simétricas estos valores son iguales a excepción del signo (debido a que la corriente circula en sentido opuesto).

De la ecuación (2.2) podemos ver que *B* es siempre puramente imaginaria. Si  $\alpha = 0, \beta \neq 0$ (banda de paso), entonces (2.4) muestra que  $\cosh \gamma d = A \leq 1$  (para redes simétricas), y (2.7) muestra que  $Z_B$  será real. Si  $\alpha \neq 0, \beta = 0$ , entonces (2.4) muestra que  $\cosh \gamma d = A \geq 1$ , y de (2.7) la impedancia  $Z_B$  es imaginaria. Esta situación es similar para la impedancia de una guía de ondas, que es real para modos propagativos e imaginaria para modos en corte o evanescentes.

#### **2.3.** Diagramas $k - \beta$

Los diagramas  $k - \beta$  son una representación de la constante de propagación,  $\beta$ , frente a la constante de propagación de la línea sin carga, k, que es proporcional a la frecuencia angular  $\omega$ . Estos diagramas también se denominan diagramas de Brillouin y son muy útiles a la hora de estudiar las bandas de paso características de una estructura periódica. El diagrama  $k - \beta$  puede ser dibujado a partir de la ecuación (2.5) que es la relación de dispersión para una estructura periódica general. De hecho, un diagrama  $k - \beta$  puede ser usado para estudiar la dispersión característica de muchos tipos de componentes y líneas de transmisión. Por ejemplo, consideremos una estructura periódica cargada periódicamente con una inducción  $L_0$  como la que se muestra en la figura 2.3.

Resolvamos este ejemplo con unos valores concretos y representemos el diagrama  $k\beta$ . Supongamos que  $Z_0 = 100 \Omega$ , d = 1 cm,  $k = k_0 \text{ y } L_0 = 3 \text{ nH}$ . En este caso, teniendo en



Figura 2.3: Línea cargada periódicamente con una inductancia.

cuenta que la susceptancia se calcula como:

$$b = -\frac{Z_0}{\omega L_0} = -\frac{Z_0}{ck_0L_0},$$

podemos reescribir la relación de dispersión de la siguiente manera:

$$\cos\beta d = \cos k_0 d - \left(-\frac{Z_0 d}{2cL_0}\right) \left(\frac{1}{k_0 d}\right) \sin k_0 d.$$

Esta es la ecuación que nos da el diagrama de dispersión buscado. La forma más sencilla de representar esta ecuación es evaluar numéricamente la parte derecha de la ecuación para un conjunto de valores de  $k_0d$  empezando en 0. Esta ecuación tendrá solución real cuando la magnitud de este segundo miembro es menor que 1 (para  $k_0d = \pm 1$ ,  $\cos(\beta d) = \pm \pi$ ), lo que nos definirá una banda de paso. En las zonas en las que el valor absoluto es mayor que 1, el  $\cos(\beta d)$  no tiene solución real y nos define una banda prohibida. Siguiendo el procedimiento descrito vamos a representar las dos primeras bandas de paso. Para valores mayores de  $k_0d$ aparecen otras bandas de paso pero estas se hacen cada vez más estrechas. El resultado se muestra en la figura 2.4.

#### 2.4. Líneas *microstrip*

Dado que las estructuras periódicas que se van a estudiar en este trabajo están basadas en la tecnología *microstrip*, vamos a dedicar unas líneas a hablar de este tipo de sistema de transmisión. Las líneas *microstrip* son líneas de transmisión consistentes en una tira plana metálica de anchura uniforme impresa sobre un sustrato dieléctrico de pequeño espesor (en comparación con la longitud de onda de las señales transmitidas) con un plano de masa metálico continuo en su otra cara. En la Fig. 2.5 se representa una línea de este tipo formada por una tira conductora de anchura W, una lámina dieléctrica de espesor d y permitividad



Figura 2.4: Diagrama  $k - \beta$  de una estructura cargada periódicamente con inductancias.

relativa $\epsilon_r$ y un plano de masa metálico.

Dado que en la estructura los campos eléctricos y magnéticos existen tanto en el aire como en el dieléctrico, puede decirse que este tipo de líneas no soporta un modo TEM puro. Sin embargo, si el espesor del dieléctrico es mucho menor que la longitud de onda de la señal de trabajo, podemos considerar que los modos son cuasi-TEM, y podemos definir tanto una velocidad de fase como una impedancia característica que no dependen significativamente de la frecuencia, como ocurre con los verdaderos modos TEM soportados por líneas de transmisión estrictamente homogéneas. Para este fin se considera un dieléctrico homogéneo con una permitividad eléctrica efectiva mezcla de las del aire y del dieléctrico. Una forma



Figura 2.5: Línea microstrip

aproximada de calcularla es la siguiente:

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12\frac{d}{W}}}$$

aunque hay fórmulas más precisas en la literatura y procedimientos semi-numéricos virtualmente exactos si fuera necesario acudir a ellos. Este tipo de línea de transmisión ha sido ampliamente estudiada por su gran versatilidad y por su facilidad de producción y bajo coste. No obstante, en el desarrollo de este trabajo usaremos una variante de esta estructura en la que se prescinde del plano metálico que hace las veces de tierra. En esta variante ya no se propagaran modos cuasi-TEM, sino que los modos de operación son TM (transversomagnéticos, esto es, modos que no tienen componente axial del campo magnético). Al no existir dos conductores entre los que propagarse, la única señal que puede transmitirse por esta nueva estructura debe de estar confinada en la interfase entre el metal y el dieléctrico, es decir, deben de ser algún tipo de onda de superficie.

Cabe mencionar también la existencia de otro tipo muy popular de línea de transmisión susceptible de ser fabricada con técnicas de fabricación de circuitos impresos, las líneas coplanares. En este tipo de líneas, la tira metálica que porta la señal está impresa en el mismo plano en el que se encuentra la masa del sistema (de ahí su nombre). En este tipo de línea la intensidad del campo eléctrico por encima y por debajo de la frontera entre aire y dieléctrico es similar. En los circuitos fabricados con este tipo de sistema de transmisión es fácil realziar conexiones tanto en paralelo como en serie, sin necesidad de hacer agujeros metalizados (vias), como ocurre en el caso de la línea *microstrip*. No obstante, el hecho de que el plano de masa esté segmentado da lugar a problemas que requieren de la introducción



Figura 2.6: Línea de transmisión de tipo guía coplanar.

de elementos que aseguren la buena conexión eléctrica entre distintas regiones del plano de masa. No obstante, dado que el tema principal de este TFG es el estudio de pseudoplasmones soportados por estructuras de transmisión planas, consideramos que el uso de guías coplanares para implementar guías plasmónicas a frecuencias de microondas podría ser una interesante prolongación de este trabajo. Esto es así porque la configuración del campo electromagnético del modo fundamental cuasi-TEM soportado por este tipo de guías es más parecida a la del pseudoplasmón que a la de la línea *microstrip*, lo cual podría facilitar la resolución del problema de adaptación entre los dos tipos de sistemas de guiado.

# Capítulo 3

### Estructuras bajo estudio

Una vez introducidos los conceptos básicos que sustentan este TFG, pasamos ahora al estudio de las dos estructuras consideradas aquí de forma específica. En primer lugar, describiremos la estructura que llamaremos "convencional" en el sentido de que es, básicamente, la estructura descrita en [15] y que ha servido de piedra angular para realizar todo este trabajo. A continuación, realizaremos una pequeña modificación de la estructura convencional para transformarla en una estructura tipo "glide" y ver así como se modifica su respuesta electromagnética.

# 3.1. Microtira *slow-wave* con plano de masa modificado para la propagación de pseudo-plasmones de superficie (SPPs)

En esta sección describimos en detalle la estructura que ha inspirado este TFG. Como acabamos de mencionar arriba, esta estructura fue publicada por primera vez en [15] y nos referiremos a ella como *estructura convencional*. El layout de la estructura convencional completa se muestra en la Fig. 3.1. Podemos observar que lo que tenemos es, básicamente, una estructura microstrip cargada con *stubs* (un *stub* es un tramo de línea de transmisión terminado en abierto o cortocircuito conectado en serie o paralelo con la línea de transmisión principal) en la que se ha introducido una ranura amplia en el plano de masa. En el esquema



Figura 3.1: Estructura periódica "convencional" consistente en una tira conductora de anchura constante cargada periódicamente por tramos de tiras conductoras colocados perpendicularmente (*stubs*).

mostrado las líneas de alimentación no han sido modificadas para poder excitar la estructura apropiadamente. El modo cuasi-TEM que se propaga al alimentar el circuito necesita de dos niveles de metalización (hay que establecer una diferencia de tensión) para propagarse, y es por ello que el plano de masa no puede desaparecer. Según se propaga este modo, se va encontrando con una zona en la que el plano de masa va desapareciendo gradualmente y el modo cuasi-TEM se convierte, también de manera gradual, en el pseudo-plasmón que se transmitirá por la estructura en cierto rango de frecuencias. De esta forma transformamos un modo cuasi-TEM en un pseudo-plasmón, el cuál no requiere del plano de masa para propagarse.

Para profundizar y entender mejor las características de la propagación de dicho pseudoplasmón, tenemos que observar que la estructura mostrada en la figura 3.1 puede ser tratada como una estructura periódica (finita, evidentemente). Esto significa que podemos servirnos del aparato matemático presentado en las secciones anteriores y estudiar así cuales son la bandas de frecuencia en las que la estructura presenta propagación entre los puertos 1 y 2. Esto puede llevarse a cabo de dos formas: (i) podemos obtener el circuito equivalente de la celdad unidad de la estructura y a partir de él sacar el diagrama de dispersión, o (ii) podemos servirnos de herramientas de simulación electromagnética las cuales permiten la obtención de dichos diagramas directamente. Nosotros lo haremos de las dos formas. Es preciso indicar que el circuito equivalente que vamos a obtener no es útil a fines de diseño, debido a que no proporciona resultados cuantitativamente válidos, pero sí sirve para proporcionar una visión física más clara del por qué la estructura es capaz de transmitir una señal en ciertas bandas de frecuencia. Pasamos pues a describir la celda unidad y a obtener el diagrama de dispersión del modo de propagación que nos interesa.



Figura 3.2: Celda unidad de la estructura convencional: (a) circuito equivalente y (b) dimensiones físicas (imagen extraída de [15]).

#### **3.1.1.** Celda unidad (estructura no-glide)

La celda unidad de la estructura bajo estudio se muestra en la Fig. 3.2. A partir de dicha celda unidad, la estructura física completa se construye sin más que concatenar celdas consecutivamente. No obstante, para la obtención del diagrama de dispersión (a nivel circuital) el comportamiento en frecuencia de la celda unidad es más que suficiente, como ya veremos (obviamente la estructura periódica presentaría un número infinito de celdas, pero eso es algo imposible de implementar desde un punto de vista físico).

En la Fig. 3.2(a) observamos unos accesos etiquetados con los números 1 y 2. Dichos accesos se implementan físicamente usando tiras *microstrip* de 50  $\Omega$  de impedancia característica. Podría elegirse cualquier otro valor de impedancia, pero en general se elige este porque los equipos de medida poseen cables de alimentación cuya impedancia se corresponde precisamente con ese valor. La impedancia de una tira *microstrip*, como ya se ha dicho en secciones anteriores, depende básicamente del sustrato en el que ésta se implementa (constante dieléctrica y espesor) y de la anchura de la tira. En nuestro caso, el sustrato usado para implementar el circuito consta de un dieléctrico de 1,016 mm de espesor, una permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) de valor 3 y una tangente de pérdidas de 0,0022. Para la obtención de la anchura de la tira, nos servimos de la herramienta *linecalc* incorporada en uno de los simuladores electromagnéticos que hemos usado en este trabajo. En concreto, nos referimos al simulador *Keysight ADS Momentum* [27]. Aunque no la hayamos incluido en la Fig. 3.2, puesto que no es importante para obtener el diagrama de dispersión, resulta pertinente indicarlo aquí. En nuestro caso, la anchura de la línea microstrip de  $50\,\Omega$  resulta ser de 2,6 mm.

Pasamos ahora a describir el circuito equivalente de la celda unidad y a calcular los valores de los elementos de circuito que lo componen a fin de obtener el diagrama de dispersión de la estructura periódica.

#### 3.1.2. Circuito equivalente

El circuito equivalente para la celda unidad se muestra en la Fig. 3.3. La correspondencia de cada uno de los elementos concentrados con la estructura física real se muestra en la Fig. 3.2(a). En esta sección vamos a calcular de forma aproximada los valores de capacidades e inductancias usando expresiones analíticas. Las capacidades se definen entre dos segmentos de conductor paralelos separados cierta distancia; las inductancias a su vez, estarán asociadas a los distintos tramos rectos de conductor por los que circula la corriente.

La corriente en un circuito compuesto por un único nivel de metalización (es decir, una única tira conductora) se define igual que en el caso de una línea convencional con dos conductores. Esto implica que para el cálculo de las inductancias de nuestro circuito podemos usar expresiones conocidas que se usan para calcular inductancias en tramos cortos de línea de transmisión ordinarias. Sin embargo, bien distinto es el caso de las capacidades. La definición de "diferencia de potencial" es necesariamente diferente, dado que en este caso no tenemos dos conductores. Esto ya introduce la primera dificultad: ¿cómo definimos la diferencia de potencial si no tenemos plano de masa? Este problema se resuelve de manera "simple" considerando que el plano de masa se encuentra en el infinito. Con esta definición podemos calcular las capacidades  $C_2$  y  $C_3$  de la Fig. 3.6 tal y como veremos más adelante. Estas capacidades modelan la corriente de desplazamiento entre la línea de transmisión y el plano de masa localizado en el infinito, similar al caso de una línea convencional con dos conductores, y son, por tanto, necesarias para tener un buen modelo de circuito.

Una vez descritos los elementos que componen el circuito, pasamos a describir el procedimiento seguido para calcular los valores de cada uno de ellos, dejando claro que todos ellos han sido calculados bajo la aproximación de *régimen cuasi-estacionario*.



Figura 3.3: Circuito equivalente de una celda unidad de la estructura periódica bajo estudio.

#### Inductancias

Para el cálculo de las inductancias tenemos que tener en cuenta el camino que sigue la corriente. Precisamente es ese camino el que nos indicará cómo calcular el valor de inductancia asociada a ese tramo de conductor. En general, modelaremos como inductancias aquellos tramos cortos de línea de transmisión que se correspondan con una impedancia característica elevada (los más estrechos). Las regiones más "gruesas", por las que circula menos densidad de corriente, son modeladas en general como capacidades. En nuestro caso, y a efectos de cálculo, nos hemos servido de los resultados en [26] para calcular los valores de inductancia como:

$$L_i = \frac{\mu_0 l_i}{2\pi} \left( \ln \frac{2l_i}{\omega_i + t} + \frac{1}{2} \right) \tag{3.1}$$

donde  $\omega_i$ ,  $l_i$  y t son la anchura, la longitud y el espesor de la tira conductora por la que circula corriente, respectivamente. Parece obvio que la inductancia se incremente al aumentar la longitud del camino o al disminuir la anchura del mismo. Además, dado que el espesor del conductor es mucho más pequeño que su anchura, su cambio apenas afecta a la inductancia. Así que las inductancias  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  pueden ser calculadas a partir de las dimensiones de la celda unidad recogidas en la Fig. 3.4.

En nuestro caso, para las dimensiones consideradas, el valor de permitividad del dieléctrico y el espesor del metal dados, los valores de inductancias obtenidos a partir de la ecuación



Figura 3.4: Inducciones en la celdad unidad convencional.

3.1 son los siguientes:

$$L_1 = 0.75 \,\mathrm{nH}$$
  
 $L_2 = 0.2 \,\mathrm{nH}$   
 $L_3 = 0.85 \,\mathrm{nH}.$ 

Además, cabe destacar que estos valores se mantienen constantes para distintos valores de permitividad del dieléctrico. Esto se debe a que las inducciones representan un parámetro puramente magnético que nada tiene que ver con las propiedades eléctricas de los materiales. Es importante notar también que este hecho está recogido en la ecuación 3.1 al no depender L de  $\epsilon_r$ .

#### Capacidades

En cuanto a las capacidades, podemos ver que hay dos tipos diferentes. La capacidad  $C_1$  aparece entre el par de placas metálicas que conforman los "dientes" de la estructura. Para el cálculo de esta capacidad, podemos considerar que es una típica *capacidad de gap*, para la cual existen modelos cerrados que permiten su cálculo de manera aproximada. La figura 3.5 muestra el circuito usado normalmente para representar un gap entre dos tiras conductoras con un plano de masa. Las capacidades  $C_{p1}$  y  $C_{p2}$  son unas capacidades que van referidas al plano de masa y que no tienen importancia en nuestro diseño. Por el contrario, la capacidad que nos interesa es la capacidad de gap, la cual se denota por  $C_s$  (en nuestro



Figura 3.5: Esquema básico que ilustra lo que es la capacidad de gap. Imagen cortesía de [28]

circuito equivalente  $C_{\rm S}$  sería  $C_1$ ). Las expresiones para calcular  $C_{\rm p1}$ ,  $C_{\rm p2}$  y  $C_{\rm S}$  vienen dadas por [28, 29]:

$$C_{\rm S} = 500 \cdot \exp(-1.86 \cdot \frac{s}{h}) \cdot Q_1 \cdot \left(1 + 4.19 \left(1 - \exp\left(-0.785 \cdot \sqrt{\frac{h}{W_1} \cdot \frac{W_2}{W_1}}\right)\right)\right)$$

$$C_{\rm p1} = C_1 \frac{Q_2 + Q_3}{Q_2 + 1}$$

$$C_{\rm p2} = C_1 \frac{Q_2 + Q_4}{Q_2 + 1}$$
(3.2)

donde  $C_1$  y  $C_2$  son las capacidades de una tira microstrip acabada en abierto y  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  y  $Q_4$  vienen dados por:

$$Q_{1} = 0.04598 \cdot \left(0.03 + \left(\frac{W_{1}}{h}\right)^{Q_{5}}\right) \cdot (0.272 + 0.07\varepsilon_{r})$$

$$Q_{2} = 0.107 \cdot \left(\frac{W_{1}}{h} + g\right) \cdot \left(\frac{s}{h}\right)^{3,23} + 2.09 \cdot \left(\frac{s}{h}\right)^{1.05} \cdot \frac{1.5 + 0.3 \cdot W_{1}/h}{1 + 0.6 \cdot W_{1}/h}$$

$$Q_{3} = \exp\left(-0.5978 \cdot \left(\frac{W_{2}}{W_{1}}\right)^{1.35}\right) - 0.55$$

$$Q_{4} = \exp\left(-0.5978 \cdot \left(\frac{W_{1}}{W_{2}}\right)^{1.35}\right) - 0.55$$

$$Q_{5} = \frac{1.23}{1 + 0.12 \cdot (W_{2}/W_{1} - 1)^{0.9}}.$$
(3.3)

Para las capacidades  $C_1$  y  $C_2$  existen multitud de expresiones que proporcionan resultados similares. En nuestro caso, hemos usado las expresiones que aparecen en [30], las cuales no han sido incluidas en este texto para no saturar la sección con expresiones muy conocidas. Con el conjunto de expresiones mostrado más arriba más las que aparecen en [30], hemos programado un sencillo código de Matlab que permite evaluar  $C_{p1}, C_{p2}$  y  $C_{S}$  (y, por ende, la capacidad de gap  $C_1$ ). Se debe indicar que, según los autores de [15] para el cálculo de  $C_1$  es necesario parte de las celdas adyacentes tal y como se muestra en la figura 3.6 (es decir, la separación entre tiras es d y no s). Básicamente, esta capacidad aumenta al incrementar el área de las placas involucradas  $(A_1)$  o al disminuir la distancia entre ellas (a). La justificación de por qué esto es necesario no queda muy clara en [15], pero parece ser que es imperativo hacerlo para que el circuito equivalente funcione adecuadamente. Es probable que esto tenga que ver con la ausencia del plano de masa y al hecho de que los campos se encuentran confinados únicamente en la metalización del nivel superior. Las líneas de campo van de un conductor a otro no únicamente en la región de separación, sino que también hay que considerar que parte del campo que va de un conductor a otro lo hace desde regiones más interiores, lo que implica que en lugar de la separación real s hay que considerar una efectiva mayor d.

Por último, quedan las capacidades  $C_2$  y  $C_3$  las cuales aparecen entre la superficie del metal y la tierra virtual que hemos situado en el infinito. Debido a esta peculiaridad, un cálculo preciso de estas capacidades será necesario para tener un buen modelo de circuito. Para entender mejor el comportamiento de estas capacidades, podemos simplificar su cálculo al de un condensador de placas circulares, planas y paralelas con un área igual al de las placas



Figura 3.6: Áreas usadas para el cálculo de capacidades en la celdad unidad convencional.

de nuestra estructura (ver Fig. 3.6). Así es como lo hacen los autores de [15] y por eso nosotros procedemos igual, aunque en realidad también se puede usar la expresión clásica para un condensador de placas planas y paralelas. No obstante, nosotros haremos todos los cálculos respetando la formulación original de [15]. Dicho esto, la capacidad de una placa circular de radio R y área A se calcula como:

$$C = 8\epsilon R = 8\epsilon \sqrt{\frac{A}{\pi}} \tag{3.4}$$

Ya podemos calcular los valores de las capacidades puesto que hemos formulado expresiones para todas ellas. Con todo esto, los valores obtenidos a partir de 3.2 y 3.4 para  $C_1$ ,  $C_2$ y  $C_3$ , con los obtenidos de la simulación, podemos notar que conseguimos una buena aproximación. Los valores simulados (izquierda) y obtenidos con la aproximación 3.4 (derecha) son los siguientes:

$$C_1 = 50 \text{fF}$$
$$C_2 = 294 \text{ fF}$$
$$C_3 = 224 \text{ fF}$$

#### 3.1.3. Diagrama de dispersión para la estructura convencional

Una vez calculados todos los parámetros del circuito equivalente de la estructura convencional, una forma de validar el circuito es comparando el diagrama de dispersión que se obtiene a partir del mismo con el obtenido mediante simulación electromagnética directa. Para tal fin, nos hemos servido del simulador electromagnético Computer Simulation Technology (CST). Este simulador permite introducir condiciones de contorno periódicas en la estructura física real y proporciona de manera automática y relativamente rápida el diagrama de dispersión en las bandas de propagación de la estructura periódica. Para el circuito equivalente, el diagrama de dispersión se obtiene resolviendo la ecuación  $\cosh \gamma d = A$ , donde A es uno de los parámetros de la matriz ABCD ya definida en la sección 2.2. Para obtener A, basta con simular el circuito equivalente utilizando el simulador de respuesta circuital de ADS Keysight, obtener los parámetros S y transformarlos en los parámetros de la matriz de transmisión ABCD (las transformaciones necesarias para pasar de los parámetros S a los



Figura 3.7: Diagramas de dispersión obtenidos mediante el circuito equivalente (trazo continuo negro) y mediante la resolución del correspondiente problema de autovalores por simulación electromagnética (estructura física) usando *CST*.

parámetros ABCD pueden encontrarse, por ejemplo, en [25, 29]).

El diagrama de dispersión nos permite distinguir los rangos de frecuencia en los que hay transmisión de aquellas bandas de frecuencia en las que la transmisión no es posible. En la figura 3.7 se representan los diagramas de dispersión para el circuito equivalente y la estructura física real (*p* es el periodo de la estructura). El diagrama que se representa corresponde a un modo TM, y puede verse que su aspecto es similar al de los plasmones de superficie genuinos sobre los que se habló en la introducción de este TFG. A pesar de las diferencias cuantitativas que existen entre ambos (sobre todo a altas frecuencias), observamos que, cualitativamente, ambos se comportan de la misma forma. De hecho, el diagrama de dispersión del modelo de circuito predice transmisión hasta 12 GHz, aproximadamente, mientras que el diagrama de dispersión obtenido con CST predice que la estructura transmite potencia sólo hasta unos 10 GHz. Hay que notar que los valores de los elementos del circuito equivalente han sido calculados de manera muy aproximada, por lo que estas diferencias son perfectamente explicables. Un modelo de circuito más sofisticado, que tuviera en cuenta el hecho de que los diferentes tramos de línea impresa en realidad habría que tratarlos como elementos distribuidos, probablemente resultaría en un mejor acuerdo entre los dos diagramas. En cierto sentido, parece lógico pensar que el circuito equivalente sobrestima el ancho de banda en el que el circuito va a transmitir la señal. Para estar seguros de que esto es así, basta con representar los parámetros S de la estructura real formada por un número elevado, pero finito, de celdas unidad. Si hacemos esto, el resultado obtenido nos dice que, efectivamente, el diagrama de dispersión obtenido a partir de CST es más exacto que el proporcionado por el circuito equivalente, como es de esperar. Observamos esto claramente en la Fig. 3.8. En esa figura se observa claramente que, a partir de unos 10 GHz, el nivel de transmisión (dado por el módulo del parámetro  $S_{21}$ , aquí expresado en dB) cae significativamente. La mayor parte de la potencia incidente es reflejada porque en esa región de frecuencias (por encima de 10 GHz) el SP está en su región evanescente.



Figura 3.8: Parámetros S $(S_{11} \ge S_{21})$ simulados para la estructura convencional finita.

Llegados a este punto resulta necesario comentar algo importante relacionado con la figura 3.8. Argumentan los autores de [15] que uno de los puntos fundamentales para el desarrollo de esta nueva tecnología es conseguir adaptar las líneas periódicas que soportan el pseudoplasmón a las líneas convencionales (es decir, con plano de masa, y que soportan un modo cuasi-TEM). En la Fig. 3.8 puede observarse que en la banda de transmisión (por debajo de unos 10 GHz) la adaptación es muy pobre para propósitos prácticos. Sólo es medianamente aceptable en el intervalo que va de 6 a 9 GHz, en el cual el parámetro  $S_{11}$  es mejor que - 8 dB. Según explican los autores del artículo en que se basa este TFG, en



Figura 3.9: Transición *microstrip*-estructura ranurada para conseguir el mayor nivel de adaptación posible (imagen extraída de [15]).

el momento de publicación del mismo no se conocía una forma eficiente de conectar ambas líneas de transmisión. Para conseguirlo, los autores desarrollan un procedimiento que acopla los modos cuasi-TEM de las líneas microstrip con los modos TM de las líneas de SPPs. Este acoplamiento se hace de forma gradual y consta de dos pasos. El primer paso consiste en alterar ligeramente las dimensiones de las primeras celdas unidad, de tal modo que variamos las cargas de la línea a fin de: (i) ayudar a la transformación de la polarización de la onda electromagnética; (ii) este cambio compensa el efecto de quitar la tierra, proceso que se lleva a cabo en el segundo paso. Lo siguiente será quitar de forma gradual el plano de tierra. En su artículo, la forma en que se va eliminado se ajusta a una función del tipo:

$$y = A\left(\exp(r|x|) - 1\right)$$

donde r y A son dos parámetros ajustables (A no tiene nada que ver con el parámetro que hemos usado antes para calcular el diagrama de dispersión del circuito equivalente y que estaba relacionado con la matriz ABCD). El último paso consiste en ir cambiando todos estos parámetros de modo que los modos cuasi-TEM se acoplen con los modos TM tanto en momento como en polarización, todo sin alterar los 50  $\Omega$  de impedancia y bajas pérdidas de retorno (ver figura 3.9). Este paso de adaptación escapa a los objetivos de este trabajo, pues no es algo sencillo. Hay que tener en cuenta que el modo que origina la propagación del SPP es fuertemente dispersivo, cambiando no sólo el número de ondas de forma no lineal, sino también la impedancia característica asociada. Esto hace que el proceso de adaptación sea complicado y queda fuera de los objetivos del trabajo. Pensamos que este problema se puede aliviar usando como línea cuasi-TEM una guía coplanar (Fig. 2.6), en lugar de una línea *microstrip*, pero la investigación de esta posibilidad requiere de un tiempo adicional de trabajo que puede dar lugar a un nuevo TFG. En una guía de onda coplanar, los campos están siempre confinados en el plano superior de la estructura por lo que quizás sea posible encontrar una transición apropiada para poder adaptar el cambio progresivo entre los campos de un modo cuasi-TEM a un modo TM. Aún así, la adaptación a bajas frecuencias de la señal puede resultar en un problema irresoluble. Debe hacerse notar, en relación con este comentario, que en el trabajo original los autores, a pesar de sus esfuerzos, consiguen adaptar la estructura en un rango de frecuencias muy limitado (5-8 GHz).

#### 3.2. Estructura con simetría glide

Nos proponemos ahora realizar una modificación sobre la estructura convencional para estudiar qué efecto tiene sobre la respuesta electromagnética. En concreto, vamos a aplicarle una operación de simetría conocida como simetría de deslizamiento o glide symmetry (ya hablamos de ella en la introducción). Esta operación de simetría [16, 17] consiste en la actuación combinada de dos movimientos, un desplazamiento axial igual a un semiperiodo (p/2) seguido de una reflexión con respecto a un plano de simetría longitudinal. Algunos ejemplos de simetría de este tipo (incluyendo uno que aparece en la naturaleza) se muestran en la Fig. 3.10.

Desde la publicación de [16, 17], multitud de investigadores han probado a usar la simetría glide con la idea de explorar nuevas técnicas para controlar la respuesta electromagnética de diversos dispositivos de microondas y antenas. No obstante, no ha sido hasta esta última década cuando ha sido posible diseñar e implementar (gracias, en parte, a la proliferación de herramientas de simulación electromagnética) circuitos de microondas cuya respuesta



Figura 3.10: Ejemplos de secuencias periódicas con simetría de deslizamiento. (a) Huellas al caminar. (b) Simetría *glide* en hojas sobre una rama.

viene controlada por la naturaleza "glide" de las estructuras. En concreto, se ha descubierto que poseen algunas propiedades útiles para el desarrollo de tecnologías como las guías de ondas con aberturas (*gap-waveguides* en inglés) y antenas con un gran ancho de banda (*ultra wideband antennas*). Además, han demostrado un gran potencial a la hora de miniaturizar circuitos y han abierto las puertas al estudio y aplicación de otro tipo de simetrías, como la simetría *twist*, al campo de las microondas. Para ilustrar la forma en la que aplicamos la simetría glide a nuestra estructura, fijémonos en la Fig. 3.11.

Si comparamos la estructura en la Fig. 3.11 con la estructura convencional, se notará inmediatamente como en la estructura nueva hay *stubs* invertidos y deslizados medio periodo. En esencia, el tamaño físico del circuito es el mismo (su longitud física no ha variado), pero como veremos su respuesta electromagnética sí que será diferente.

Debemos notar que con este cambio hemos cambiado la longitud del periodo de la estructura periódica además de la celda unidad. Las dimensiones recogidas en la figura 3.2 serán las mismas que en este caso, sin embargo, aunque este cambio mantiene las dimensiones sí altera la estructura de la celda unidad, de modo que ahora la longitud del periodo d', será mayor que la que teníamos en la estructura base. La nueva celda unidad se representa en la figura 3.12, y notamos además, que



Figura 3.11: Estructura con simetría glide.



Figura 3.12: Celda unidad de la estructura con simetría *glide*.

$$d' = 2d = 10 \, mm$$

Antes de realizar las correspondientes simulaciones para obtener resultados, podemos anticipar que habrá un cambio en la frecuencia de corte dado que como ya hemos mencionado, ésta dependía de la longitud del periodo (aunque no solo de este parámetro). De hecho, lo que estamos haciendo es cambiar las cargas capacitivas e inductivas de la línea principal. De nuevo podemos obtener un circuito equivalente para calcular y dibujar su diagrama de dispersión y que nos permita predecir, grosso modo, la frecuencia máxima de operación del circuito. Evidentemente, al igual que hicimos con la estructura convencional, el diagrama de dispersión obtenido con el modelo de circuito lo compararemos con el electromagnético. Dado que únicamente hemos cambiado la posición de uno de los stubs, pero el resto de dimensiones se han respetado, los valores de los parámetros concentrados serán los mismos que los calculados para el circuito convencional salvo por un pequeño detalle: la capacidad  $C_1$  en este caso será nula, puesto que ya los stubs, al no estar directamente enfrentados, no se acoplan significativamente. Esa será la única modificación que habrá que realizar al circuito de la Fig. 3.3.

Dado que ya hemos comprobado que el diagrama de dispersión obtenido de la simulación electromagnética es más exacto que el circuital, hemos obviado este último y en la figura 3.13 representamos el diagrama de dispersión electromagnético para la estructura glide (el diagrama de dispersión circuital lo usamos simplemente para ilustrar que el modelado de la estructura como un circuito de parámetros concentrados tiene sentido físico). Se comprueba claramente que dicho diagrama es similar al que se observa en la figura 1.1 (c), por lo que para la estructura glide la propagación de energía ha de asociarse de nuevo a la excitación y propagación de SPPs. Podemos observar una diferencia crucial entre los diagramas de dispersión electromagnético para la estructura convencional y la glide: la frecuencia de corte (en nuestro caso, la frecuencia a partir de la cual no se transmite potencia) es considerablemente más baja para la estructura tipo glide. Dado que, como ya habíamos comentado anteriormente, la estructura *microstrip* ranurada se comporta como un filtro paso bajo, el hecho de introducir distintas simetrías permite modificar la frecuencia de corte del filtro sin necesidad de añadir elementos adicionales al mismo.

De nuevo, resulta interesante mostrar la respuesta de los parámetros S de la estructura glide para ver si la frecuencia de corte efectivamente se ajusta a la que predice el diagrama de dispersión. Dicha respuesta se muestra en la Fig. 3.14. Se observa claramente como la frecuencia de corte se ajusta efectivamente a la predicha por el diagrama de dispersión obtenido con CST, y no se queda muy lejos de la predicha por el diagrama de dispersión obtenido a partir del circuito. Este efecto de la reducción de la frecuencia de corte al introducir una simetría resulta bastante interesante, tanto desde un punto de vista físico como de aplicación en ingeniería, en términos de flexibilidad de diseño (permite cambiar la frecuencia de corte muy fácilmente sin necesidad de rehacer ningún cálculo).



Figura 3.13: Diagramas de dispersión para el circuito equivalente y la estructura física real.



Figura 3.14: Parámetros S de la estructura con simetría glide y número de celdas finito.

Para entender mejor las diferencias entre las dos estructuras estudiadas en este trabajo fin de grado, en la siguiente sección ofrecemos una comparativa más detallada de ambas.

### 3.3. Comparativa entre estructuras convencional y glide

En esta sección presentamos una comparativa de las dos estructuras diseñadas en este trabajo. En primer lugar, en la 3.15 mostramos los parámetros S en transmisión de ambas topologías. Atendiendo a esta figura, podemos destacar los siguientes puntos:

- En términos de selectividad, la estructura glide presenta una respuesta mucho más selectiva que la estructura convencional. No hay más que fijarse en la abrupta pendiente que hay en torno a la frecuencia de corte. Esto significa que la estructura tipo glide permite, si se desea, diseñar respuestas tipo filtro paso bajo donde la zonas de transmisión y rechazo están muy bien diferenciadas.
- En términos de nivel de transmisión, vemos que ambas estructuras presentan niveles similares por debajo de sus respectivas frecuencias de corte. En ese sentido, como ya se mencionó anteriormente, habría que buscar estrategias para reducir el nivel de rizado en la banda de interés y poder transmitir de manera efectiva más potencia (mejorar



Figura 3.15: Comparativa de los parámetros S en transmisión de las estructuras estudiadas en este trabajo fin de grado.

la adaptación). Esto es un problema complicado que escapa a los objetivos de este trabajo fin de grado.

En lo que respecta a la zona de rechazo, es decir, la región de altas frecuencias, se observa claramente como la estructura glide presenta un nivel de rechazo mucho mayor que la estructura convencional. De hecho, en la respuesta de la estructura glide aparecen varios ceros de transmisión que no se observan en la estructura convencional. En toda la banda considerada, el rechazo mostrado por la estructura glide es siempre mucho mayor que el de la estructura convencional. Esto, en términos de diseño de filtros paso bajo, implica que la estructura glide permite el diseño de filtros paso bajo de mejores prestaciones que la estructura convencional en términos de rechazo fuera de banda.

Para explicar el motivo de las diferencias existentes entre ambas estructuras, debemos acudir a dos argumentos principales: (i) como ya se ha visto, el circuito equivalente es distinto para las dos estructuras, lo que implica que su respuesta en frecuencia también lo es y (ii), la configuración de los campos electromagnéticos (su confinamiento en el metal de la cara superior de la estructura) es distinta en ambos casos. Para ilustrar esto, en la Fig. 3.16 mostramos la configuración de corrientes eléctricas para las configuraciones convencional y



Figura 3.16: Configuración de corrientes para (a) la estructura original y (c) estructura tipo glide. En (b) se muestra un zoom de la región sombreada en (a) mientras que en (d) se muestra un zoom de la región sombreada en (b).

glide (se han obtenido mediante [27]).

La escala que aparece en la figura se corresponde con el nivel del campo magnético asociado a dichas corrientes (a mayor nivel de corrientes, mayor nivel de campo magnético, como es lógico) y la proporciona el simulador de manera automática, aunque podemos variarla a nuestro antojo para visualizar mejor las regiones de mayor intensidad de corriente (o campo magnético). Si observamos atentamente dicho patrón de corrientes observaremos que en un caso y en otro son muy distintos: para el caso convencional la estructura presenta máximos concentrados en los *stubs* (hay acoplo entre ellos), mientras que la estructura tipo *glide* apenas presenta máximos de corriente en los *stubs*, lo que indica que al no estar en la misma dirección vertical el acoplo entre ellos es débil. No obstante, se observa algo de corriente en la zona sombreada para la estructura tipo *glide* (3.16(d)), lo que indica que quizás se podría refinar el circuito equivalente para esta estructura introduciendo un poco de acoplo, probablemente de carácter inductivo. El modelado de los acoplos no es nada sencillo y en general implica una gran cantidad de dificultades que escapan a los objetivos de este trabajo. Nos quedamos, por tanto, con el hecho de que el comportamiento de las corrientes y, por consiguiente, de los campos electromagnéticos, es distinto para ambos casos y eso es lo que da lugar a respuestas electromagnéticas distintas.

### Capítulo 4

### Conclusiones

En esta sección resumimos las principales conclusiones de este trabajo fin de grado:

- En este trabajo se ha estudiado la propagación de una señal electromagnética a lo largo de estructuras planas periódicas sin plano masa. En concreto, se han considerado dos estructuras: una llamada *convencional* (presentada en [15] y otra original y exclusiva de este trabajo que consiste en introducir una simetría tipo *glide* en la estructura convencional. A la modificación propuesta por nosotros la hemos denominado *estructura tipo glide*.
- Hemos analizado tanto en la estructura convencional como en la tipo glide la transmisión de potencia electromagnética a lo largo de su longitud en ausencia de plano conductor inferior (esto es, sin plano de masa).
- A pesar de que para transmitir una señal eléctrica se requiere de una diferencia de potencial (voltaje) para establecer una corriente, se ha observado que a frecuencias de microondas es posible la propagación de señales en estructuras donde no resulta posible establecer una diferencia de potencial por no poseer éstas plano de masa. En concreto, dichas estructuras están inspiradas en las estructuras microstrip (o microtira) clásicas, pero en la que se ha practicado una abertura en el plano de masa para evitar la propagación del modo cuasi-TEM típico de esta estructura.
- Dado que no esposible explicar la transmisión de potencia a lo largo de la estructura

periódica considerando la excitación de un modo cuasi-TEM, esto nos lleva a la introducción del concepto de *pseudo-plasmón*, o *SPP*, para poder explicar la propagación de la señal electromagnética en la estructura considerada.

- Para predecir las características de la propagación de los SPPs, hemos hecho uso de la teoría básica de estructuras electromagnéticas periódicas para poder obtener diagramas de dispersión, los cuales permiten predecir cuales son las bandas permitidas (transmisión de energía) y prohibidas (sin transmisión de potencia).
- Se han obtenido diagramas de dispersión mediante uso de herramientas de simulación (CST), y también mediante el modelado de las estructuras físicas consideradas a través de *circuitos equivalentes*. En concreto, a modo ilustrativo se ha usado hemos incluido el diagrama de dispersión de la estructura convencional y lo hemos comparado con el que proporciona la simulación electromagnética. Se comprueba que el circuito equivalente proporciona una forma alternativa, aunque limitada, de visualizar el comportamiento electromagnético de cualquier estructura.
- Se ha comprobado que tanto los diagramas de dispersión obtenidos con simulación electromagnética como el obtenido en base a circuitos equivalentes (en menor medida) predicen de manera satisfactoria el comportamiento en frecuencia de las estructuras microstrip ranuradas en este trabajo.
- También se ha mostrado la respuesta clásica de los parámetros de *scattering* (S) de las estructuras bajo estudio, con un número finito de celdas, para confirmar las predicciones de los diagramas de dispersión.
- Los parámetros S confirman la respuesta tipo filtro paso bajo tanto para la estructura convencional como la tipo glide, mostrando esta última una respuesta mucho más selectiva y completa (más rechazo en la región de alta frecuencias) que la estructura convencional. Todo esto sin necesidad de añadir elementos nuevos o modificar los parámetros de diseño de la estructura convencional.
- Además de los circuitos equivalentes y los parámetros S obtenidos de las simulaciones electromagnéticas, también se proporcionan imágenes de las corrientes en torno a las

frecuencias de corte para las dos estructuras. La configuración de las corrientes permite intuir como la configuración de los campos electromagnéticos es distinta en ambas estructuras, dando lugar a distintas respuestas electromagnéticas. Esto demuestra la diferencia de comportamiento desde un punto de vista puramente físico.

 Por último, queremos indicar que durante el desarrollo de este trabajo fin de grado ha sido necesario adquirir dominio en varias herramientas de simulación (ADS, CST), dibujo (inkscape), procesado de datos (Matlab, Gnuplot) y de edición de textos (La-TeX).

Finalmente, nos gustaría aclarar que la elección de las dos estructuras para este trabajo se debía en parte a que son fáciles de fabricar mediante procesos sencillos de fabricación de circuitos impresos. De hecho, nuestra intención era presentar medidas de ambas y su posterior comparación. Por desgracia, en el momento de elaboración de este TFG el laboratorio de fabricación no está disponible, a la espera de realizar algunas reparaciones y labores de mantenimiento de la máquina de prototipado por láser LPKF Protomat S de la que dispone el Grupo de Microondas, por lo que, lamentablemente, dicho estudio experimental no ha sido posible. No obstante, se debe hacer notar que, en el rango de frecuencias considerado, las diferencias entre los resultados de simulación y las medidas, cuando se aplican las técnicas de calibración apropiadas cuidadosamente, no suelen ser muy grandes.

# Bibliografía

- J. R. Reitz, F. J. Milford, R. W. Christy, Fundamentos de la Teoría Electromagnética, (cuarta edición), Addison Wesley Iberoamericana, 2008.
- [2] W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, "Surface plasmon subwavelength optics," *Nature*, vol. 424, pp. 824-830, Aug. 2003.
- [3] W. Rotman, "A Study of single-surface corrugated guides," *Proc. IRE*, vol. 39, pp. 952-959, Aug. 1951.
- [4] R. S. Elliott, "On the theory of corrugated plane surfaces," IRE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-2, pp. 71-81, Apr. 195.
- [5] R. S. Elliott, "A Note on Surface Waves Along Corrugated Structures," IRE Trans. Antennas Propagat., vol. 7, no. 3, pp. 274-276, Jul. 1959.
- [6] J. B. Pendry, L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, "Mimicking surface plasmons with structured surfaces," *Science*, vol. 305, no. 5685, pp. 847-848, 2004.
- [7] F. J. García de Abajo, J. J. Sáenz, "Electromagnetic Surface Modes in Structured Perfect-Conductor Surfaces," *Phys. rev. Lett.*, vol. 95, 233901, Dec. 2005.
- [8] A. P. Hibbins, B. R. Evans, J. R. Sambles, "Experimental verification of designer surface plasmons," *Science*, vol. 308, pp. 670-672, Apr. 2005.
- [9] E. M. G. Brock, E. Hendry, A. P. Hibbins, "Subwavelength lateral confinement of microwave surface waves," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 99, no. 5, 051108, Aug. 2011.

- [10] D. Martín-Cano, O. Quevedo-Teruel, E. Moreno, L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, "Waveguided spoof surface plasmons with deep-subwavelength lateral confinement," *Opt. Lett.*, vol. 36, no. 23, pp. 4635-4637, Dec. 2011.
- [11] S. Pandey, B. Gupta, A. Nahata, "Terahertz plasmonic waveguides created via 3D printing," Opt. Exp., vol. 21, no. 21, pp. 24422-24430, Oct. 2013.
- [12] M. Navarro-Cía, M. Beruete, M. Sorolla, S. A. Maier, "Enhancing the dual-band guiding capabilities of coaxial spoof plasmons via use of transmission line concepts," *Plasmonics*, vol. 6, no. 2, pp. 295-299, 2011.
- [13] X. Gao, J. H. Shi, X. Shen, H.F. Ma, W. X. Jiang, L. Li, T. J. Cui, "Ultrathin dual-band surface plasmonic polariton waveguide and frequency splitter in microwave frequencies," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 102, Art. ID 151912, Apr. 2013.
- [14] X. Shen, T. J. Cui, D. Martín-Cano, F. J. García-Vidal, "Conformal surface plasmons propagating on ultrathin and flexible films," *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 110, no. 1, pp. 40-45, Jan. 2013.
- [15] A. Kianinejad, Z. N. Chen, C. W. Qiu "Design and modeling of spoof surface plasmon modes-based microwave slow-wave transmission line," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 63, no. 6, pp. 1817-1825, Jun. 2015.
- [16] P. J. Crepeau, P. R. McIsaac, "Consequences of symmetry in periodic structures," Proc. of IEEE, vol. 52, no. 6, pp. 33-53, Jan. 1964.
- [17] A. Hessel, M. H. Chen, R. C. M. Li, A. A. Oliner, "Propagation in periodically loaded waveguides with higher symmetries," *Proc. of IEEE*, vol. 61, no. 2, pp. 183-195, Feb. 1973.
- [18] G. Valerio, Z. Sipus, A. Grbic, O. Quevedo-Teruel, "Accurate equivalent-circuit descriptions of thin glide-symmetric corrugated metasurfaces," *IEEE Trans. Antennas Propa*gat., vol. 65, no. 5, pp. 2695-2700, May 2017.

- [19] M. Ebrahimpouri, O. Quevedo-Teruel, E. Rajo-Iglesias, "Design guidelines for gap waveguide technology based on glide-symmetric holey structures," *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, vol. 27, no. 6, pp. 542-544, Jun. 2017.
- [20] M. Camacho, R. C. Mitchell-Thomas, A. P. Hibbins, J. R. Sambles, O. Quevedo-Teruel, "Designer surface plasmon dispersion on a one-dimensional periodic slot metasurface with glide symmetry," *Opt. Lett.*, vol. 27, no. 6, pp. 542-544, Jun. 2017.
- [21] O. Quevedo-Teruel, J. W. Miao, M- Mattsson, A. Algaba-Brazalez, M. Johansson, L. Manholm, "Glide-symmetric fully metallic Luneburg lens for 5G communications at Ka-band," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 17, no. 9, pp. 1588-1592, Sep. 2018.
- [22] H. Aghayari, J. Nourinia, C. Ghobadi, B. Mohammadi, "Realization of dielectric loaded waveguide filter with substrate integrated waveguide technique based on incorporation of two substrates with different relative permittivity," *Int. J. of Electronics and Comm.*, vol. 86, pp. 17-24, 2018.
- [23] J. García-García, J. Bonache, F. Martín, "Application of electromagnetic bandgaps to the design of ultra-wide bandpass filters with good out-of-band performance," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 54, no. 12, pp. 4136-4140, Dec. 2006.
- [24] R. E. Collin, Field Theory of Guided Waves, John Wiley & Sons / IEEE Press, Hoboken, NJ, USA, 1991.
- [25] D. M. Pozar, Microwave Engineering, (cuarta edición), John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA, 2012.
- [26] Z. Piatek, B. Baron, T. Szczegielniak, D. Kusiak, A. Pasierbek, "Self inductance of long conductor of rectangular cross section," *Przeglad Elektrotechniczny Electr. Rev.*, vol. 88, no. 8, pp. 323-326, 2012.
- [27] ADS-Momentum, Keysight Technologies, http://www.keysight.com/, accedido en junio 2019.

- [28] http://qucs.sourceforge.net/tech/node79.html, accedido en junio 2019.
- [29] Jia-Sheng Hong, Microstrip Filters for RF/Microwave Applications, (segunda edición), John Wiley and Sons, Nueva York, Estados Unidos de América, 2011.
- [30] M. Kirschning, R. H. Jansen, y N. H. L. Koster, "Accurate Model for open end effect of microstrip lines," *Electron. Lett.*, vol. 17, no. 3, pp. 123-125, febrero 1981.