

# Trabajo Fin de Máster

## Máster en Ingeniería Industrial

### Modelado de las acciones de control de un ciclista sobre la bicicleta

Autor: Victor Hanne

Tutores: Joaquín Ojeda Granja

José Luis Escalona Franco

**Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Industrial

# **Modelado de las acciones de control de un ciclista sobre la bicicleta**

Autor:  
Victor Hanne

Tutores:  
Joaquín Ojeda Granja  
José Luis Escalona Franco

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Máster: Modelado de las acciones de control de un ciclista sobre la bicicleta

Autor: Victor Hanne

Tutores: Joaquín Ojeda Granja  
José Luis Escalona Franco

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis amigos*

*A mis maestros*





# Agradecimientos

---

Quiero agradecerle a mi familia y a mis amigos el apoyo y la paciencia que han tenido durante esta temporada en la que me he dedicado a este trabajo. Siempre han estado para ayudarme en los momentos en los que los necesitaba.

También quiero darles las gracias a mis tutores, Joaquín Ojeda Granja y José Luis Escalona Franco, no solo por el tiempo que me han dedicado sino también porque me han empujado a más perfeccionismo y a llegar a un trabajo con el que me siento satisfecho de verdad.



# Resumen

---

La bicicleta es un vehículo de transporte que existe desde el siglo XIX y que hoy en día es tan popular que hay miles de millones esparcidas por el mundo. Los niños de cualquier país aprenden a andar en ella muy jóvenes pero este aprendizaje es algo que se hace mediante procesos de prueba y error. Muy poco se entiende sobre el control de la bicicleta de forma más rigurosa.

Este trabajo propone un modelo *MATLAB/Simulink* para el control de la bicicleta con un controlador PD que aplique una acción únicamente sobre el manillar de la bicicleta. El control estudiado en este trabajo se puede dividir en tres partes distintas. La primera está dedicada a la estabilización de la bicicleta frente a una perturbación en su ángulo de vuelco. Las dos últimas partes se dedican al control de la bicicleta para aplicar un giro usando dos metodologías distintas. La primera es aplicando una consigna de giro de duración determinada y observando el tiempo necesario para estabilizar la bicicleta tras esta consigna. La segunda metodología es dando una orden sobre el ángulo de guiñada deseado y que la bicicleta consiga seguir este ángulo.

Por último, se unen los tres ejercicios en un mismo ejemplo para mostrar que el modelo puede permitir un control más complejo de la bicicleta y podría ser una base para aplicaciones más amplias.



# Abstract

---

A bicycle is a vehicle that has existed since the XIXth century and is now so popular that there are billions spread around the world. Children from any country learn to ride it from a young age but their learning is done through trial and error. Very little is understood about the human control of the bicycle in a more rigorous and scientific sense.

This thesis offers a *MATLAB/Simulink* model for the control of a bicycle with a PD controller that applies a steering torque to the handlebar. This control can be divided in three different parts. The first is dedicated to the stabilization of the bicycle after a disturbance to its roll angle. The two last parts are based around making the bicycle turn. One of the objectives here is for the bicycle to turn during any time and then being able to stabilize itself much like if it were remote controlled. The last objective that this work has itself is for the bicycle to be able to turn towards a certain direction from its departing spot, or better said to be able to precisely control the angle it will follow.

The conclusion serves to join all three parts and show that the model presented in this work also allows for a more complex control and could be used as a basis for more varied applications.



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xviii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xx</b>
<b>Notación</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Estado del arte</i>	1
1.1.1 Bicycles, Motorcycles, and Models [13]	2
1.1.2 Human Control of a Bicycle [14]	2
1.1.3 Modelling the Manually Controlled Bicycle [15]	2
1.2 <i>Objetivos del trabajo</i>	3
<b>2 Estudio del modelo y base del control</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Modelo de Whipple y cinemática de la bicicleta</i>	5
2.1.1 Cinemática de la bicicleta	6
2.2 <i>Dinámica de la Bicicleta</i>	7
2.3 <i>Parámetros y Variables clave</i>	7
2.4 <i>Introducción del control en el sistema</i>	8
2.4.1 Modelizar el humano como un controlador	8
2.4.2 Explicación de funcionamiento del control PD	8
2.5 <i>Estructura del sistema de control</i>	9
<b>3 Influencia del par de pedaleo</b>	<b>13</b>
3.1 <i>Relación entre par de pedaleo y velocidad</i>	13
3.2 <i>Perfiles de par de pedaleo elegidos para las simulaciones</i>	14
3.2.1 Perfil 1: Aceleración – Par constante – Deceleración	14
3.2.2 Perfil 2: Aceleración Gradual	15
3.2.3 Perfil 3: Par nulo – Par constante	16
3.2.4 Perfil 4: Par constante – Par nulo	16
<b>4 Estabilización frente a una perturbación</b>	<b>11</b>
4.1 <i>Perturbación elegida</i>	11
4.2 <i>Metodología</i>	11
4.2.1 Rango de estudio de las variables	12
4.2.2 Retraso	13

4.2.3	Optimización	13
4.2.4	Obtención de los coeficientes óptimos	13
4.2.5	Interpolación y extrapolación	14
4.3	<i>Resultados y Discusión</i>	15
4.3.1	Caso sin controlador	15
4.3.2	Ejemplo estabilizado	16
4.3.3	Comparativo de resultados	18
4.3.4	Casos fuera del rango de estudio	20
4.3.5	Conclusión	21
<b>5</b>	<b>Control para el seguimiento de curvas</b>	<b>23</b>
5.1	<i>Estabilización tras un giro de duración aleatoria</i>	23
5.1.1	Metodología	23
5.1.2	Comparativo de resultados	27
5.2	<i>Seguimiento de una dirección precisa</i>	30
5.2.1	Metodología	30
5.2.2	Resultados	31
5.3	<i>Unión de las técnicas de control en un mismo ejemplo</i>	33
5.4	<i>Representación gráfica</i>	35
<b>6</b>	<b>Conclusión</b>	<b>37</b>
6.1	<i>Objetivos cumplidos</i>	37
6.2	<i>Posibles mejoras</i>	37
	<b>Referencias</b>	<b>39</b>





# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1 - Tabla recapitulativa de las variables y valores utilizados para obtener los resultados usados en la interpolación	12
Tabla 2 - Metodología de obtención de los coeficientes óptimos del controlador para cierta perturbación, velocidad inicial y par de pedaleo	13
Tabla 3 - Comparativo del tiempo para estabilizar la bicicleta al 1% de la perturbación en función de los coeficientes elegidos para el controlador	19
Tabla 4 - Comparativo del tiempo para estabilizar la bicicleta al 1% de la perturbación en función de los coeficientes elegidos para el controlador en casos más extremos	20
Tabla 5 - Metodología de optimización de los coeficientes del controlador para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y para un impulso cuadrado de 1s	24
Tabla 6 - Tablas de los coeficientes óptimos del controlador	25
Tabla 7 - Tabla comparativa de los tiempos necesarios para estabilizar la bicicleta en función de los coeficientes elegidos	27
Tabla 8 - Duraciones de impulso cuadrado necesarias para obtener el ángulo de guiñada deseado	31
Tabla 9 - Tabla comparativa de los ángulos de guiñada obtenidos con los distintos coeficientes	32



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Fig. 1 - Modelo simplificado de la bicicleta en el trabajo de Neil H. Getz	2
Fig. 2 - Bicicleta según el modelo de Whipple	5
Fig. 3 - Parámetros que describen la cinemática de la bicicleta	6
Fig. 4 – Esquema de bloques de control de bucle cerrado	9
Fig. 5 – Esquema de bloques de un controlador PD	9
Fig. 6 - Esquema de la estructura de los bloques para el control de la bicicleta	9
Fig. 7 - Grafica de la velocidad final de la bicicleta en función del par de pedaleo y de la velocidad inicial	13
Fig. 8 - Grafica del par de pedaleo necesario en función de la velocidad inicial para mantener una velocidad constante	14
Fig. 9 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°1	15
Fig. 10 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°2	15
Fig. 11 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°3	16
Fig. 12 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°4	16
Fig. 13 - Coeficientes proporcionales óptimos del controlador para el par de pedaleo $M_{pedVcte}$ en función de la perturbación y velocidad inicial	14
Fig. 14 - Coeficientes derivativos óptimos del controlador para el par de pedaleo $M_{pedVcte}$ en función de la perturbación y velocidad inicial	14
Fig. 15 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco sin controlador para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y sin par de pedaleo	15
Fig. 16 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco sin controlador para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo $M_{pedVcte}$	16
Fig. 17 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo $M_{pedVcte}$	16
Fig. 18 - Grafica de la evolución del ángulo de dirección con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo $M_{pedVcte}$	17
Fig. 19 - Grafica de la evolución del par en el manillar con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo $M_{pedVcte}$	17
Fig. 20 – Grafica de la trayectoria de la bicicleta para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y para un impulso cuadrado de 1s	25
Fig. 21 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco (azul) y de la referencia en entrada (amarillo)	26

Fig. 22 - Grafica de la evolución del par de manillar para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y con un impulso cuadrado de 1s	26
Fig. 23 - Comparativo de las trayectorias para una velocidad inicial de 7m/s y una duración del impulso cuadrado de 2,5s	28
Fig. 24 - Trayectoria de la bicicleta (izquierda) y evolución del ángulo de vuelco (derecha)	29
Fig. 25 - Evolución de la velocidad respecto al rango intrínsecamente estable	29
Fig. 26 - Tabla y grafica ilustrando la duración de impulso necesaria para obtener el ángulo de guiñada deseado para una velocidad inicial de 6 m/s y sin par de pedaleo	30
Fig. 27 - Bloques de generación del impulso cuadrado	31
Fig. 28 - Comparativo de las trayectorias para una velocidad inicial de 7m/s y un ángulo de guiñada deseado de 72°	32
Fig. 29 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco (amarillo) respecto a la referencia (azul)	34
Fig. 30 - Grafica de la trayectoria de la bicicleta	34
Fig. 31 - Ejemplos de imágenes del video ilustrando una curva y el par en el manillar	35
Fig. 32 - Ejemplos de imágenes del video ilustrando los ángulos de vuelco y de guiñada	35



# Notación

---

$V_{ini}$	Velocidad de la bicicleta al inicio de la simulación
$x_c, y_c$	Coordenadas de la rueda trasera de la bicicleta
$\theta$	Ángulo de vuelco
$\gamma$	Ángulo de dirección
$\varphi$	Ángulo de guiñada
$M_{dir}$	Par en el manillar
$M_{ped}$	Par de pedaleo
$M_{ped}^{Vcte}$	Par de pedaleo que mantiene la velocidad constante (depende de la velocidad inicial)
$K_p$	Coefficiente proporcional de un controlador PD
$K_d$	Coefficiente derivativo de un controlador PD
$t_{1\%}$	Tiempo para estabilizar la bicicleta al 1% de la perturbación





# 1 INTRODUCCIÓN

---

Este trabajo tiene como objetivo modelizar las acciones del ciclista sobre la bicicleta. Por desgracia, no es posible modelar perfectamente todo lo que hace un ser humano a la hora de controlar la bicicleta ya que la mayoría de sus acciones se hacen intuitivamente y cada ciclista reaccionaría de forma distinta a la misma situación. Tienen demasiada complejidad las acciones humanas ya que no solo pasan por el manillar sino también por su inclinación, su pedaleo, y acciones más discretas como el movimiento de las rodillas.

Entonces es necesario simplificar el controlador humano para poder modelizarlo. Para ello, nos basaremos en el trabajo de A. L. Schwab [1], en el que explica que se puede modelizar el controlador humano como un controlador PD con retraso en su acción para estabilizar una bicicleta. Esta modelización del controlador humano será la que se utilizará en el resto del estudio.

A parte del controlador humano, hace falta modelizar la bicicleta. El modelo adoptado será el modelo presentado en el trabajo de José L. Escalona [2], mi tutor. Este estudio se basará en la cinemática y la dinámica presentada en su trabajo, pero el modelo será explicado en más detalle en la parte 2.

## 1.1 Estado del arte

Además de los dos textos en los que se basa la modelización presentados en el apartado anterior, se hizo una búsqueda de otros autores y textos que hayan trabajado sobre las ideas de:

- Modelización del ciclista
- Estabilización de la bicicleta
- Seguimiento de trayectoria para una bicicleta
- Control remoto de una bicicleta

Los textos estudiados se pueden separar en distintas categorías en función de su utilidad para este trabajo. La primera categoría son los trabajos sobre la estabilización natural de la bicicleta sin control como el de J.D.G. Kooijman [3] que permiten establecer las ecuaciones de la dinámica del sistema.

Luego están los textos que usan un modelo más simplificado que el de este trabajo. Los modelos utilizados pueden considerar una bicicleta que no puede volcar, como los de Ádám Domina [4] y A.J. de Winter [5], o modelos más simples que el modelo Whipple como el de la Fig. 1 presentados en los trabajos de Neil H. Getz [6] y David Rodríguez-Rosa [7]. *Test Platform Design and Control of a Bicycle-Type Two-Wheeled Autonomous Vehicle* [8] es un trabajo basado sobre el modelo de Getz que implementa un controlador PD en simulaciones para obtener muy buenos resultados en seguimiento de trayectorias y en estabilización. No se puede usar la metodología o los resultados obtenidos en estos trabajos como comparativos debido a la simplicidad de los modelos, pero si se pueden aportar ideas interesantes que se podrían introducir como los niveles de confort en aceleración lateral introducidos en [5].

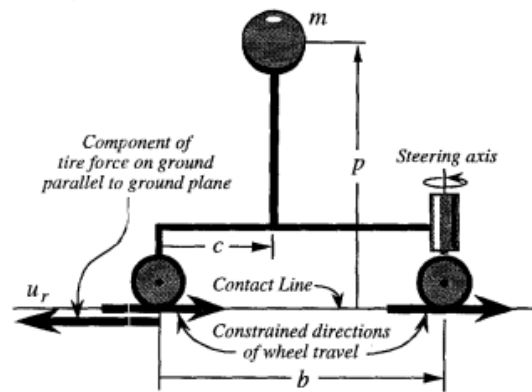


Fig. 1 - Modelo simplificado de la bicicleta en el trabajo de Neil H. Getz

La siguiente categoría de textos que se estudiaron son textos que aplican control a la bicicleta, pero muy distinto del que se usa en este trabajo. Esto puede incluir control sobre el pedaleo como en el trabajo de Matteo Corno [9], la utilización de controladores “Fuzzy” [10] [8] [11], o la implementación de bicicletas “Steer-by-Wire” en An Experimental Approach into the Quantification of Steering and Balance Behaviour of Bicyclists [12]. De nuevo, no se pueden implementar directamente las técnicas de control usadas, pero se pueden extraer informaciones de estos textos como la idea de que la bicicleta se controla casi exclusivamente por el manillar y no por la inclinación del ciclista, por lo cual la influencia de la inclinación del ciclista se puede despreciar, o que los coeficientes del controlador se tienen que adaptar en función de la velocidad y no se pueden usar coeficientes fijos.

La última categoría son los otros trabajos basados sobre el control de la bicicleta mediante un controlador PD. La entrada del controlador es el ángulo de vuelco y la salida es la acción sobre el manillar de la bicicleta. Se va a entrar más en detalle sobre lo que aporta cada trabajo de esta categoría ya que son los trabajos que más se aparentan a este estudio.

### 1.1.1 Bicycles, Motorcycles, and Models [13]

Este texto usa una simplificación linealizada del modelo Whipple para estudiar la acción necesaria para realizar un giro y pone en evidencia la existencia de “countersteering”, el hecho de que, para girar hacia la izquierda, hace falta primero girar el manillar hacia la derecha, inclinarse hacia la izquierda y luego girar el manillar hacia la izquierda. Supone que la velocidad queda constante durante las simulaciones y establece que los coeficientes del controlador dependen de la velocidad.

### 1.1.2 Human Control of a Bicycle [14]

En este estudio, J.K. Moore propone un control que permite el “path-following” (o seguimiento de trayectoria) para un ejemplo de cambio de línea mediante un controlador PD y un controlador proporcional. El control se hace para un ejemplo concreto y supone una velocidad constante durante la simulación. Este presenta información sobre los distintos factores a tomar en cuenta para el control además de ideas sobre la implementación de un controlador PD en el sistema.

### 1.1.3 Modelling the Manually Controlled Bicycle [15]

Este texto es otro trabajo de J.K. Moore con R. Hess que expande sobre sus resultados en Human Control of a Bicycle. Se usa el mismo modelo para modelar el controlador y se centra en la realización de un doble cambio de línea: la bicicleta cambia de línea y vuelve a su línea inicial. El control sigue suponiendo la velocidad constante durante la simulación. Estudia casos con distintas velocidades y distancia entre las líneas distintas.

## 1.2 Objetivos del trabajo

El objetivo de este trabajo es simular el comportamiento del ciclista, pero más concretamente en este estudio se van a realizar simulaciones de la estabilización de la bicicleta frente a una perturbación y de su capacidad a realizar un giro usando como modelo para el ciclista un controlador PD.

Este trabajo busca aportar algo nuevo a lo que ya existe sobre el control de la bicicleta. Es un control mediante un controlador PD, pero se diferencia de los demás trabajos por varias razones. La primera es que además de la estabilización de la bicicleta frente a una perturbación en su ángulo de vuelco, también ofrece dos opciones de control sobre el ángulo de dirección seguido por la bicicleta, algo que no se ve en los demás trabajos.

Otra novedad es considerar la velocidad variable durante la simulación. Todos los otros estudios basados sobre control PD trabajan con una velocidad constante durante la simulación. Este trabajo introduce un par de pedaleo que hace variar la velocidad y aumenta la robustez del sistema frente a cambios de velocidad.



## 2 ESTUDIO DEL MODELO Y BASE DEL CONTROL

Como se ha explicado en la introducción, la modelización de la bicicleta y de su comportamiento mecánico está basada en *A Bicycle Model for Education in Multibody Dynamics and Real-time Interactive Simulation* [2]. El objetivo de este trabajo es aplicar una noción de control a este modelo. Esta parte está dedicada a sintetizar las informaciones que serán utilizadas en este trabajo para llevar a una mejor comprensión de lo que seguirá.

También tiene como objetivo esta parte explicar brevemente la estrategia usada para el control en el resto del trabajo para tener una idea de la metodología utilizada en los diferentes aspectos del control que serán detallados en las siguientes partes

### 2.1 Modelo de Whipple y cinemática de la bicicleta

Se usa el modelo de Whipple para modelar la bicicleta. El modelo de Whipple consiste en dividir la bicicleta en 4 cuerpos rígidos: las dos ruedas, el marco y el manillar. Este modelo permite hacer el análisis y las simulaciones con una bicicleta que no se ve sobre simplificada. La mecánica de la bicicleta esta respetada sin complicar el modelo con los parámetros de la neumática de las ruedas u otras complicaciones que añadirían más parámetros. La figura siguiente presenta un ejemplo de la bicicleta según el modelo de Whipple.

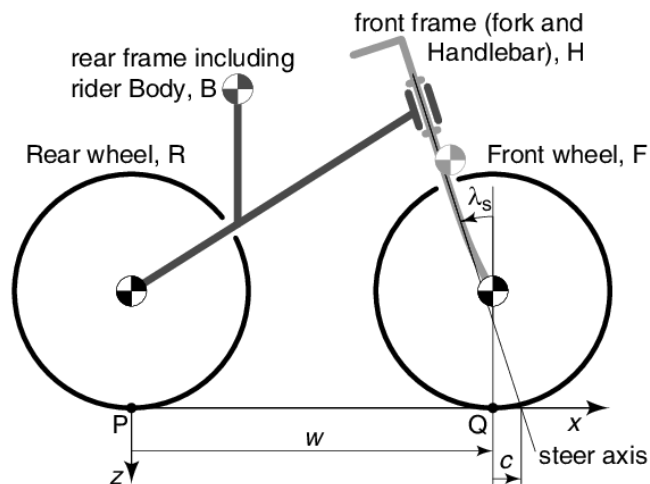


Fig. 2 - Bicicleta según el modelo de Whipple

### 2.1.1 Cinemática de la bicicleta

Se van a usar los parámetros cinemáticos y las variables de [2]. Esta parte va a sintetizar las informaciones necesarias y utilizadas a continuación en el estudio.

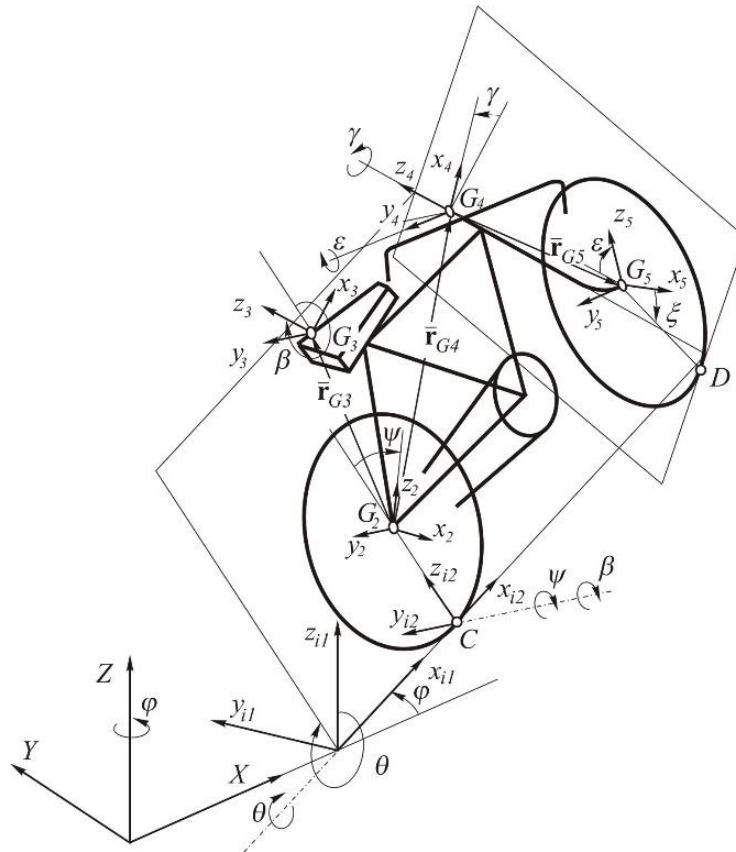


Fig. 3 - Parámetros que describen la cinemática de la bicicleta

La Fig. 3 es un dibujo esquemático que muestra todas las coordenadas de las posiciones y orientaciones de los 4 sólidos del modelo de Whipple en el sistema de referencia global  $\langle X Y Z \rangle$ , las cuales permiten describir totalmente el comportamiento de la bicicleta a nivel cinemático.

Las informaciones que permiten obtener la posición y orientación de la bicicleta son:

1. Las coordenadas  $x_c$  e  $y_c$ : posición del punto de contacto de la rueda trasera en el plano respecto al origen del sistema de referencia global.
2. El ángulo de guiñada (yaw)  $\varphi$ : dirección seguida por la rueda trasera de la bicicleta en el plano respecto al sistema de referencia global.
3. El ángulo de vuelco (roll)  $\theta$ : inclinación de la bicicleta sobre su lado en la rueda trasera.
4. El ángulo de dirección  $\gamma$ : ángulo del manillar respecto al marco.

Estos parámetros serán los parámetros de importancia para poder aplicar el control.

## 2.2 Dinámica de la Bicicleta

Aunque se presenten las ecuaciones que rigen la dinámica del sistema, este trabajo no va a entrar en el detalle y la explicación de esas ecuaciones. El detalle de las ecuaciones dinámicas está en el documento referencia [2]. La dinámica de la bicicleta será en gran parte una caja negra que controla el comportamiento del sistema, pero sobre el cual no se harán cambios excepto cambios sobre las acciones externas a la bicicleta.

La ecuación que rige el comportamiento de las coordenadas independientes del sistema  $\mathbf{p}_{din} = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \gamma \end{bmatrix}$  es la siguiente:

$$(1) \quad \underbrace{\mathbf{E}^T \mathbf{M} \mathbf{E}}_{M_{din}} \ddot{\mathbf{p}}_{din} = \underbrace{\mathbf{E}^T (\mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{grav} + \mathbf{Q}_{aero} + \mathbf{Q}_{ext} - \mathbf{M} \mathbf{J})}_{\mathbf{Q}_{din}}$$

$$(2) \quad \ddot{\mathbf{p}}_{din} = M_{din}^{-1} \mathbf{Q}_{din}$$

Con  $\mathbf{M}$  la matriz de masa,  $\mathbf{Q}_v$  la acción de las fuerzas de inercia,  $\mathbf{Q}_{grav}$  la acción de las fuerzas de gravedad,  $\mathbf{Q}_{aero}$  las fuerzas aerodinámicas,  $\mathbf{Q}_{ext}$  las fuerzas ejercidas por el ciclista (es decir los pares de pedaleo y en el manillar),  $\mathbf{J} = \dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{p}}_{din} + \dot{\mathbf{F}}$ , y la matriz  $\mathbf{E}$  y el vector  $\mathbf{F}$  dependen de las coordenadas del sistema.

Las coordenadas dependientes del sistema  $\mathbf{p}_{cin} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ \phi \\ \varepsilon \end{bmatrix}$  se obtienen con la ecuación:

$$(3) \quad \dot{\mathbf{p}}_{cin} = \mathbf{D}_{cin}^{-1} (-\mathbf{D}_{din} \dot{\mathbf{p}}_{din} - \mathbf{C}_t)$$

Con  $\mathbf{C}_t$  la derivada parcial de las restricciones con respecto al tiempo y las matrices  $\mathbf{D}$  obtenidas con las matrices jacobianas de las restricciones holónomas y no-holónomas con respecto a las coordenadas del sistema.

Se llega a la ecuación (3) con el sistema lineal obtenido derivando con respecto al tiempo las restricciones holónomas junto con las restricciones no-holónomas. Una vez obtenida esta ecuación, se deriva, se inserta en las ecuaciones del movimiento del sistema y se multiplica por  $\mathbf{E}^T$  para obtener la ecuación (1).

## 2.3 Parámetros y Variables clave

La mayoría de los parámetros y variables de la Fig. 3 solo se usan para el buen funcionamiento cinemático y dinámico del sistema. Esta sección va a detallar las informaciones claves para el control y explicar su rol potencial.

Las variables clave se pueden dividir en 3 subclases: los parámetros propios a la bicicleta, las condiciones iniciales de la simulación y las acciones sobre el sistema.

Los parámetros propios a la bicicleta importantes son:

- El ángulo de vuelco  $\theta$ : parámetro principal para el control. Las órdenes para la estabilización y el seguimiento de camino se hacen sobre este ángulo.
- La velocidad: se obtiene mediante un cálculo sobre las derivadas de las coordenadas  $x_c$  y  $y_c$ . Es usada en algunos casos para el cálculo de los coeficientes del controlador.

$$V = \sqrt{\left(\frac{dx_c}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_c}{dt}\right)^2}$$

- El ángulo de dirección  $\gamma$ : no se usa explícitamente para el control, pero es una información intuitiva para entender y visualizar el comportamiento del sistema. También se puede imaginar un modelo que actúe sobre este ángulo en vez del ángulo de vuelco.

Las condiciones iniciales de la simulación con un impacto sobre el control son:

- El ángulo de vuelco inicial  $\theta_{ini}$ : representa la perturbación inicial del sistema en vuelco para la parte que trata de la estabilización de la bicicleta.
- La velocidad inicial: se usa para el cálculo de los coeficientes del controlador.
- El ángulo de dirección inicial  $\gamma_{ini}$ : otra forma de representar una perturbación inicial. No es la que será usada en este trabajo.

Las acciones que aparecen durante la simulación son las siguientes:

- El par de pedaleo  $M_{ped}$ : Se aplica mediante un perfil predeterminado de la evolución del par de pedaleo durante la simulación. Permite actuar sobre la evolución de la velocidad de la bicicleta.
- El par en el manillar o el par de dirección  $M_{dir}$ : Par sobre el manillar para manejar la dirección de la bicicleta. Es la salida del controlador y la principal forma de actuar sobre el ángulo de vuelco.
- La inclinación del ciclista respecto a la bicicleta: otra acción que podría ser usada para el control del ángulo de vuelco. Sin embargo, en varios estudios [13] [12] [14] [16], se ve que la principal acción para estabilizar o girar la bicicleta es sobre el manillar, entonces no será usada en este trabajo.

## 2.4 Introducción del control en el sistema

Esta parte está dedicada a introducir el control que será usado en el resto del trabajo. Esta introducción se hace mediante la explicación del funcionamiento del controlador elegido y de una esquematización de la estructura del control con una explicación del uso de los distintos bloques.

### 2.4.1 Modelizar el humano como un controlador

Según Stassen y Van Lunteren [17], el humano se puede asimilar a un controlador PD con un retraso a la hora de estabilizar la bicicleta. Este controlador usa el ángulo de vuelco como entrada y tiene como salida la inclinación del ciclista y la acción sobre el manillar. Este trabajo se va a centrar sobre la modelización del humano como controlador PD y los resultados que se pueden obtener mediante ese modelo.

Como ya se ha mencionado, a la hora de estabilizar la bicicleta, la acción sobre el manillar tiene más importancia que la inclinación, la cual puede ser despreciada. En el resto del estudio, no se considerará la inclinación del ciclista. Esta hipótesis también tiene valor si se desea reemplazar el modelo del controlador humano por un autómata que controlaría solo el manillar.

### 2.4.2 Explicación de funcionamiento del control PD

Si se considera un esquema de control de bucle cerrado habitual o básico (Fig. 4), hay una entrada deseada que se compara a la salida del sistema para obtener el error que se quiere corregir. Este error pasa por un controlador que va a actuar sobre el sistema para que la señal de la salida del sistema tienda hacia la de la entrada.



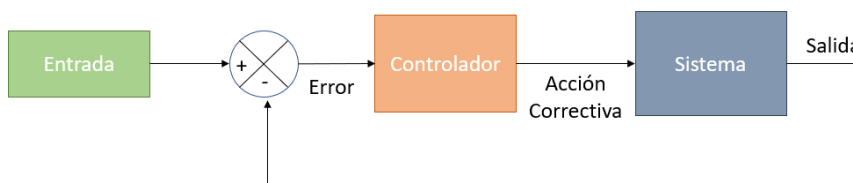


Fig. 4 – Esquema de bloques de control de bucle cerrado

Un controlador PD usa como entrada no solo el error sino también su derivada y les aplica un coeficientes proporcional y derivativo respectivamente para obtener la salida o acción correctiva.

Centrándose en la explicación intuitiva del funcionamiento del controlador PD, se va a detallar la influencia de cada coeficiente sobre el control. La parte proporcional simplemente multiplica el error por un coeficiente  $K_p$  para corregirlo.

La idea de la parte derivativa es usar un control más “predictivo”. Usando la derivada del error y multiplicándola por un coeficiente permite corregir la evolución del error. Por ejemplo, si el error disminuye de forma muy brusca, es posible que pase por cero y que siga aumentando en el sentido opuesto si el sistema tiene inercia y la acción correctiva no lleva a una reacción instantánea del sistema. La parte derivativa permite aumentar o disminuir estas oscilaciones para acelerar o estabilizar el sistema. En la práctica, no se aplica el coeficiente derivativo  $K_d$  directamente a la derivada, sino que se aplica un filtro con un coeficiente N como se puede ver en la Fig. 5.

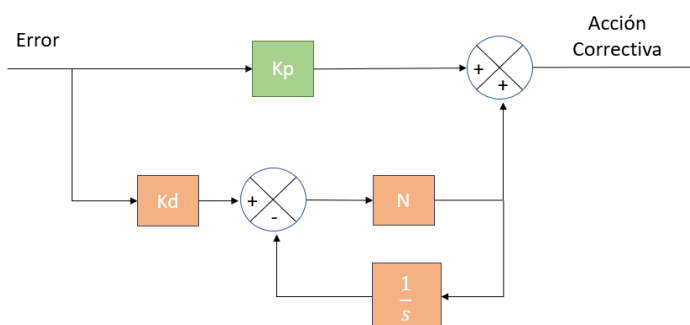


Fig. 5 – Esquema de bloques de un controlador PD

## 2.5 Estructura del sistema de control

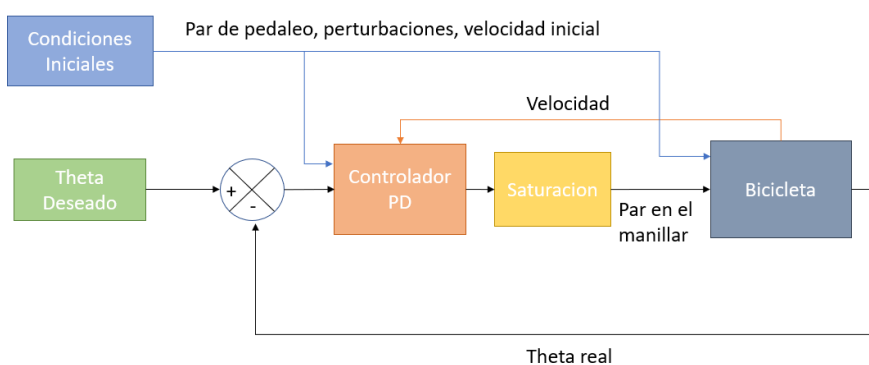


Fig. 6 - Esquema de la estructura de los bloques para el control de la bicicleta

Poniendo el enfoque en el control que se aplicara en este estudio, se puede observar una estructura clara que será presente en todas las partes que siguen. Esta estructura simplificada se puede ver en el esquema de la Fig. 6. Se explicará la función de cada bloque y en que difieren del modelo básico detallado previamente.

### Ángulo de vuelco deseado

Tomando una estructura de control habitual, hay una entrada con el parámetro deseado, el ángulo de vuelco  $\theta$  en este caso, que se compara con el valor del  $\theta$  real a la salida del sistema. Se usará el ángulo de vuelco por la razón detallada previamente en la parte 2.4.1, según Stassen y Van Lunteren [17], es el ángulo que toma el controlador humano para la estabilización. También se puede realizar seguimiento de trayectoria con este ángulo ya que una inclinación de la bicicleta hará que gire en esa dirección.

### Controlador PD

El funcionamiento del controlador PD y la razón por la que se escogió este tipo de controlador están explicados previamente. Sin embargo, una diferencia que habrá con un control mediante un controlador PD habitual es que los coeficientes del controlador van a variar durante la simulación para adaptarse a las distintas condiciones de funcionamiento y hacer que el control sea más robusto.

Es necesario adaptar los coeficientes durante la simulación ya que el control humano se adapta continuamente. Esta idea se pudo ver en [7] con el uso de una tabla de valores (“look-up table”) que adapta los coeficientes del controlador con la velocidad. La mayoría de los demás trabajos no intentan el estudio con una velocidad que puede variar, pero también llegan a la conclusión de adaptar los coeficientes con la velocidad elegida [12] [13] [14] [15].

### Saturación

Entre las diferencias con el modelo básico de control de bucle cerrado con un controlador PD, se puede ver una saturación tras el controlador. Esta saturación está presente para evitar valores no realistas a la salida del controlador en caso de discontinuidades. Según Jason K. Moore [14] y Chih-Keng Chen [18], los valores de los pares en el manillar al manejar una bicicleta suelen estar entre más y menos 5 Nm. Entonces la saturación se hace si los valores del par a la salida del controlador están por encima o por debajo de 5 Nm o -5 Nm respectivamente.

### Condiciones Iniciales

El control aplicado en este trabajo no usa como única entrada el ángulo deseado. También hace falta conocer las condiciones iniciales al  $t = 0s$  de la simulación. Estas condiciones iniciales no solo tendrán una influencia sobre la dinámica de la bicicleta durante la simulación, sino que también influenciarán los valores de los coeficientes del controlador.

Entre estas condiciones iniciales, están la velocidad inicial, la perturbación inicial que puede ser en el manillar o en el ángulo de vuelco, y el par de pedaleo. El par de pedaleo no es exactamente una condición inicial ya que va variando durante la simulación, pero se considera como tal porque el perfil de la evolución del par de pedaleo es conocido y fijado al inicio de la simulación.

### Bicicleta

El ultimo bloque es el sistema “BICICLETA” que efectúa los cálculos dinámicos para obtener el comportamiento y la evolución de las coordenadas de la bicicleta en cada iteración la simulación.

### Parámetros propios a la simulación

Respeto a la simulación en sí, el tiempo usado para cada iteración es de 0,01s. Esto permite tener resultados casi continuos sin sobrecargar el programa.

Se entrará en más detalle sobre la programación y los bloques en cada tipo de control ya que habrá diferencias. Esta parte estaba destinada a explicar la estructura global, porque será la misma y permite entender mejor cómo funciona el control en general.



# 3 INFLUENCIA DEL PAR DE PEDALEO

En este estudio se quiso desarrollar un modelo que sea robusto y funcione para condiciones variadas. Entre estas condiciones esta la velocidad de avance de la bicicleta. En función de la velocidad, los coeficientes del controlador serán distintos. Esto se puede ver intuitivamente cuando se maneja una bicicleta en la práctica. A velocidades más bajas, las amplitudes de los movimientos del manillar serán mucho mayores.

Entonces para que pueda variar la velocidad de la bicicleta durante la simulación, hizo falta introducir un par de pedaleo.

## 3.1 Relación entre par de pedaleo y velocidad

Para poder afectar la velocidad de la bicicleta, lo primero es entender como el par de pedaleo impacta la velocidad. Para ello, busqué el par que mantiene la velocidad constante durante la simulación.

Para distintas velocidades iniciales, se fijaron pares de pedaleo distintos y se estudió la velocidad al final de la simulación. Se pueden ver los resultados en la Fig. 7. Se puede apreciar que, para cada velocidad inicial, la relación entre la velocidad final y el par de pedaleo es una función lineal.

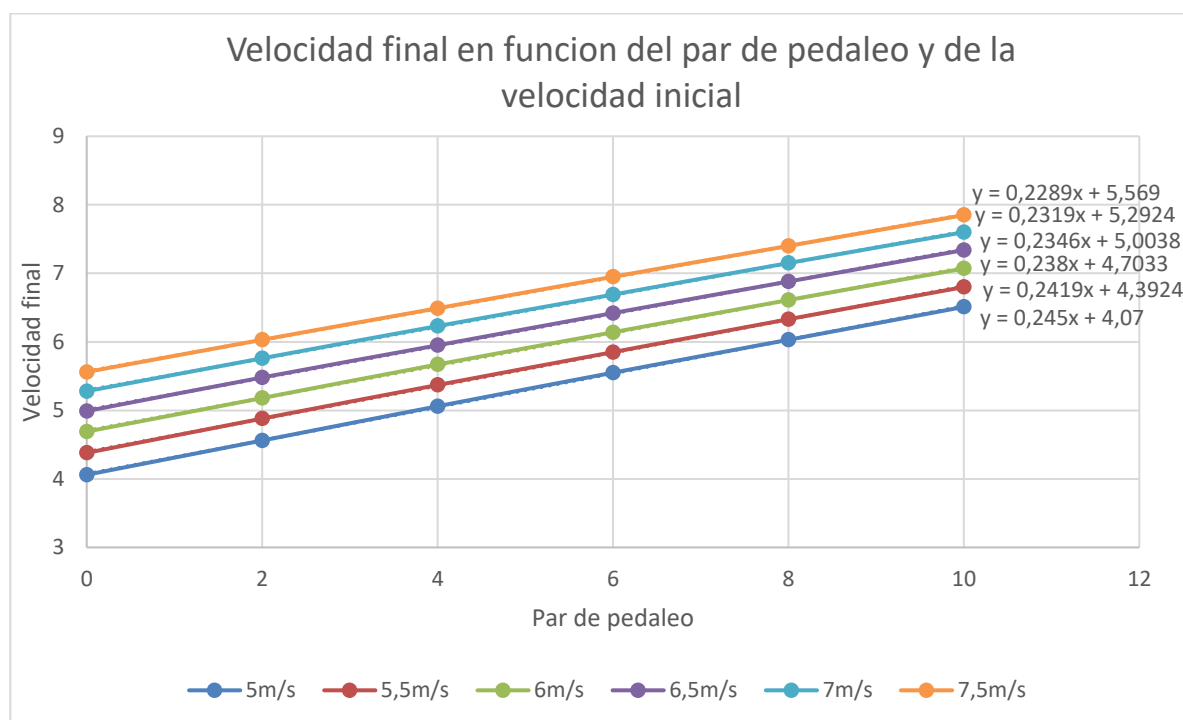


Fig. 7 - Grafica de la velocidad final de la bicicleta en función del par de pedaleo y de la velocidad inicial

Se apuntaron los coeficientes directores de las funciones lineales en una tabla y con ellos se puede obtener para cada velocidad inicial el par necesario para que la velocidad final sea la misma que la inicial. Los resultados de la tabla están resumidos en la gráfica siguiente.

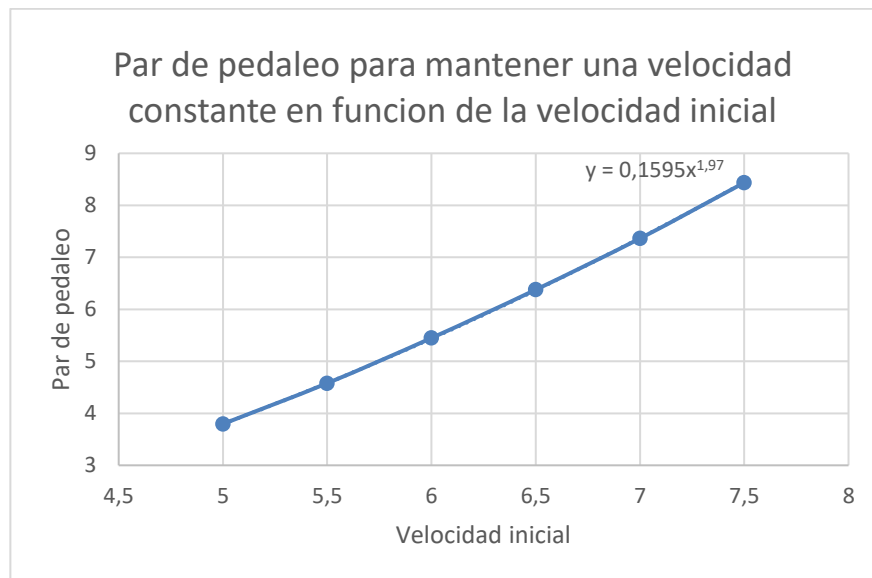


Fig. 8 - Gráfica del par de pedaleo necesario en función de la velocidad inicial para mantener una velocidad constante

Esta gráfica propone una relación para obtener el par de pedaleo que permite mantener una velocidad constante en función de la velocidad inicial. Este par será  $M_{ped}^{Vcte}$  en el resto del trabajo y depende de la velocidad al inicio de la simulación.

## 3.2 Perfiles de par de pedaleo elegidos para las simulaciones

El perfil del par de pedaleo durante la simulación se fija antes de empezar la simulación. Sin embargo, el control usado también sería efectivo si el par no fuera conocido al inicio. Para probar la robustez del sistema, se fijaron 4 perfiles muy distintos. Los perfiles elegidos son los siguientes:

### 3.2.1 Perfil 1: Aceleración – Par constante – Deceleración

Este perfil permite modelar un ciclista que acelera gradualmente hasta desarrollar un par límite y luego decelera gradualmente. La amplitud de 15Nm permite llegar a un par dos veces superior al  $M_{ped}^{Vcte}$  mismo para velocidades iniciales altas.

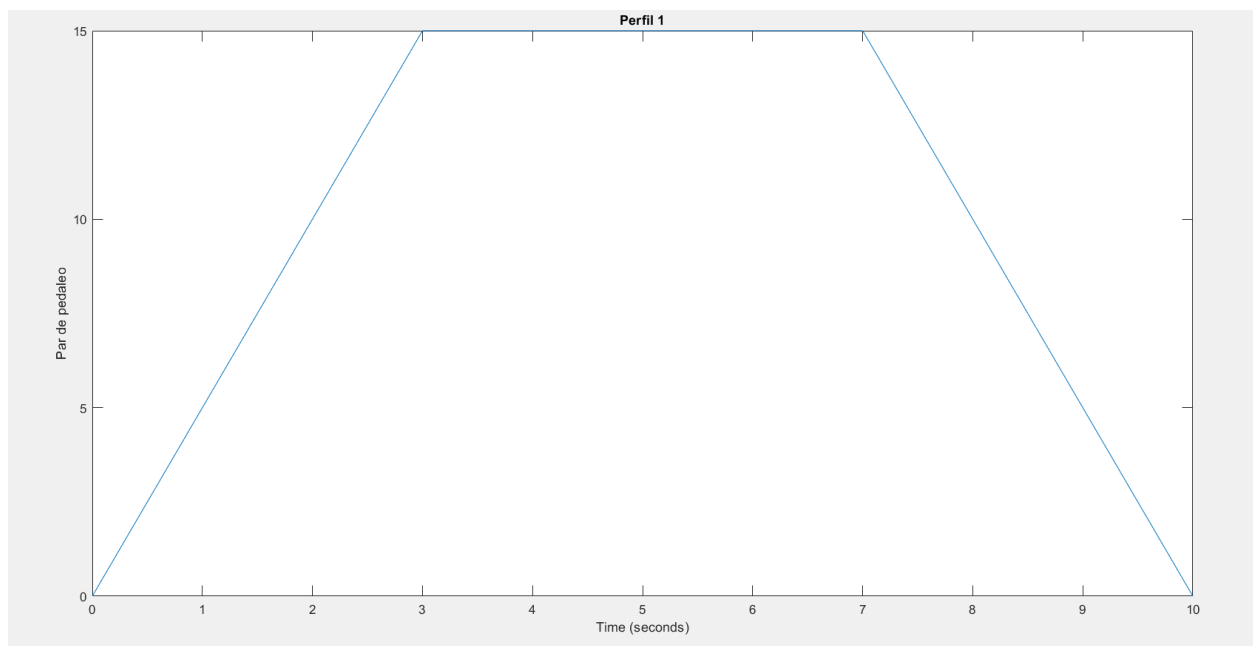


Fig. 9 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°1

### 3.2.2 Perfil 2: Aceleración Gradual

En este ejemplo, tenemos un ciclista que aumenta el par de pedaleo gradualmente hasta los 20Nm en 10 segundos. Este es un valor de par relativamente alto ya que, para ciertas velocidades iniciales, es más de 5 veces superior al  $M_{ped}^{Vcte}$ . Permite probar la robustez del sistema al aplicarle pares altos pero no discontinuos.

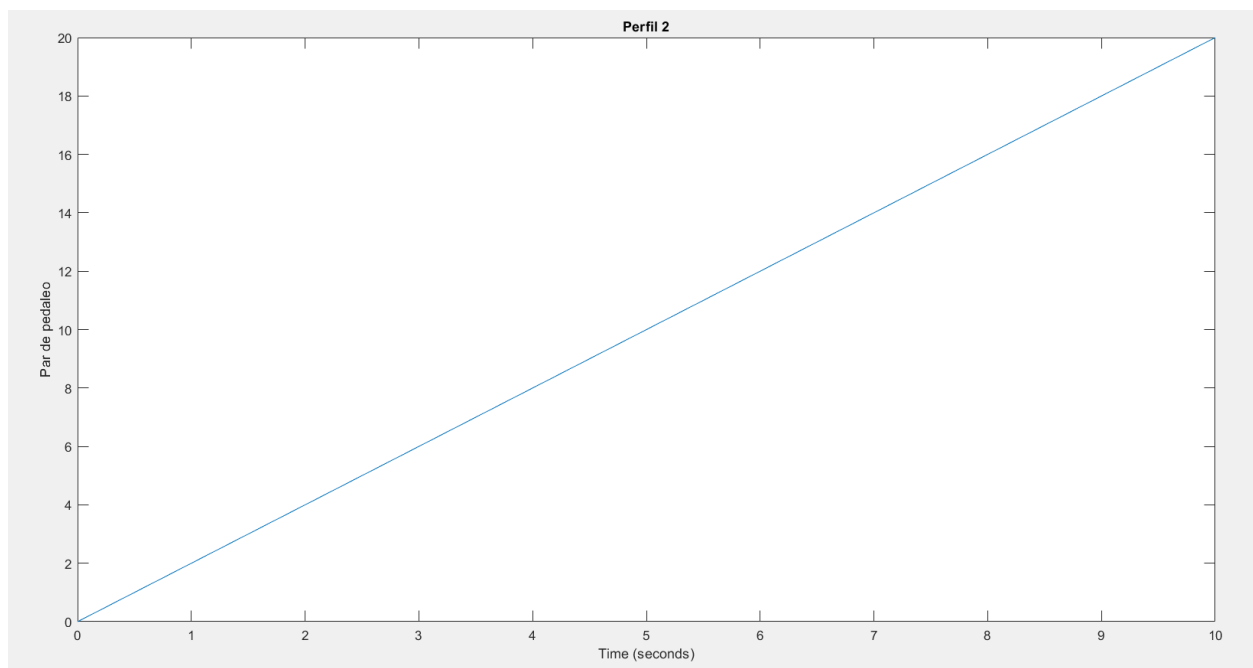


Fig. 10 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°2

### 3.2.3 Perfil 3: Par nulo – Par constante

Este perfil es la representación de un ciclista que no pedalea y acelera de golpe con una potencia alta y constante. Permite ver la robustez si la variación de par es discontinua.

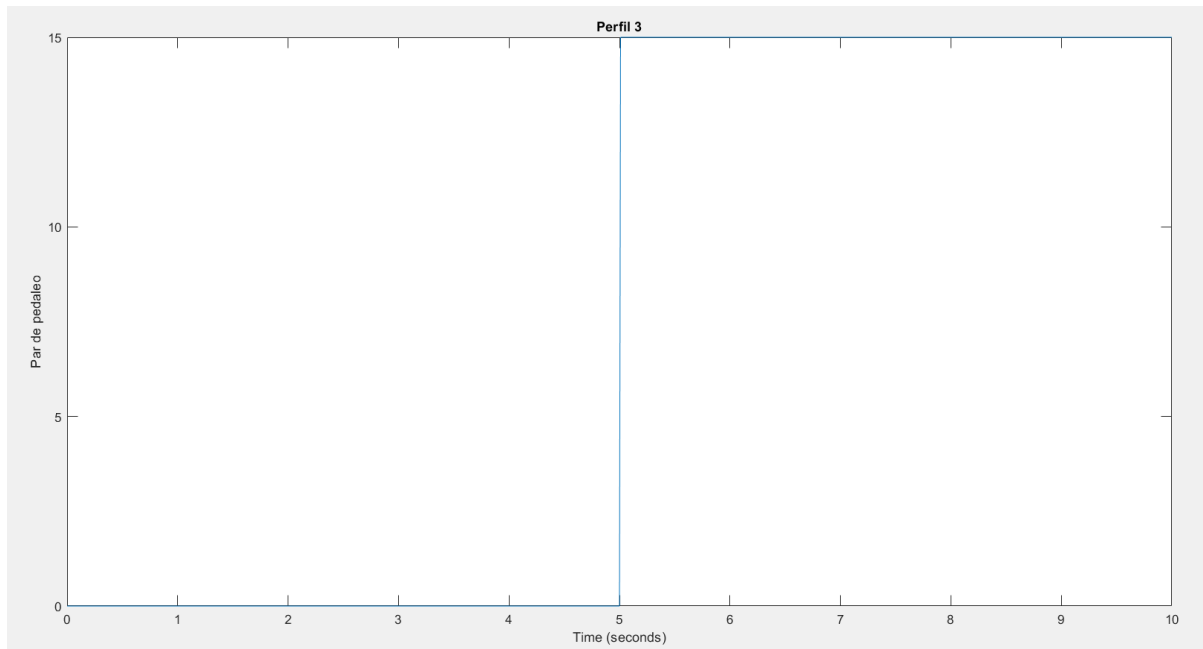


Fig. 11 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°3

### 3.2.4 Perfil 4: Par constante – Par nulo

El ultimo perfil es parecido al anterior, pero en el otro sentido. El ciclista empieza la simulación con un par en el pedal constante y deja de pedalear de golpe.

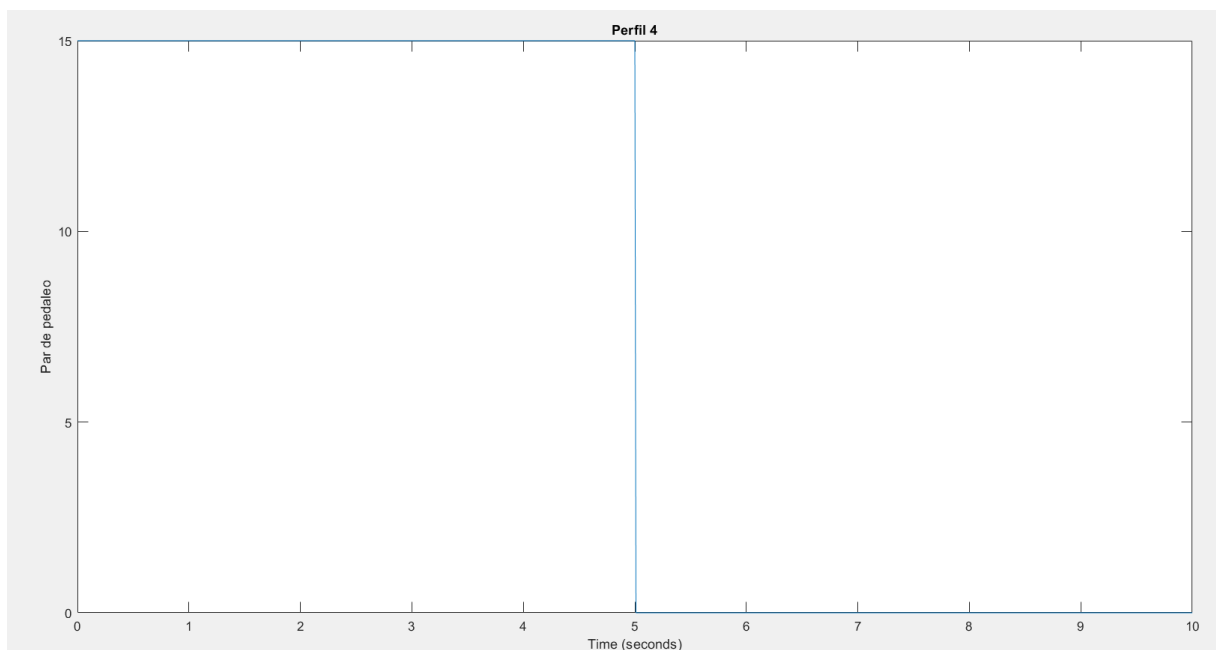


Fig. 12 - Grafica del perfil de par de pedaleo n°4





# 4 ESTABILIZACIÓN FRENTE A UNA PERTURBACIÓN

---

Los capítulos anteriores tenían como objetivo establecer el modelo y los parámetros de las simulaciones. Ahora los capítulos serán más orientados hacia las simulaciones y los resultados asociados. Esta parte en concreto tiene como objetivo aplicar control para estabilizar la bicicleta frente a una perturbación.

## 4.1 Perturbación elegida

Para aplicar la estabilización es necesario que este inestable la bicicleta a un momento de la simulación. Había varias formas de introducir la perturbación, y se podía aplicar sobre distintos parámetros.

Los dos parámetros a los que se le podría aplicar una perturbación son el ángulo de vuelco y el ángulo de dirección. Solo nos vamos a centrar en uno en este estudio. Entonces se decidió trabajar con una perturbación en el ángulo de vuelco ya que es lo más directo intuitivamente para entender si cae o no la bicicleta. También se eligió porque el control en todo el trabajo pasa por el ángulo de vuelco.

Ahora queda determinar cómo se introduce la perturbación. De nuevo había varias opciones. Una opción era introducir la perturbación como una fuerza perpendicular a la bicicleta para perturbar el ángulo de vuelco. Otra opción era empezar la simulación con una bicicleta ya perturbada, es decir en  $t = 0s$  la bicicleta ya tiene un ángulo de vuelco no nulo entonces tiende a caerse.

Se decidió optar por la segunda opción. Permite trabajar directamente sobre la perturbación en el ángulo de vuelco sin que perturbe más parámetros de la bicicleta como lo haría una fuerza. También permite tener mejor control sobre la amplitud de la perturbación.

## 4.2 Metodología

El objetivo es que la estabilización funcione para varias perturbaciones, velocidades y perfiles de pedaleo. Para crear esta adaptabilidad, se usaron interpolación y extrapolación basadas en ejemplos concretos. Para ello, se fijaron una perturbación, una velocidad inicial y un par de pedaleo, y se buscaron los coeficientes del controlador PD que mejor estabilicen el sistema. Los detalles sobre que es considerado “mejor” estarán explicados en la parte 4.2.3. Se repitió el proceso con varios parámetros iniciales hasta tener una cantidad suficiente para que sean eficaces las extrapolaciones e interpolaciones.

### 4.2.1 Rango de estudio de las variables

Como se ha explicado en la metodología, al trabajar con interpolaciones, es necesario obtener valores para ciertas condiciones fijadas. Entonces para cada variable, se harán pruebas con ciertos valores para tener una base extensa de valores válidos.

Tabla 1 - Tabla recapitulativa de las variables y valores utilizados para obtener los resultados usados en la interpolación

Velocidad inicial (m/s)	Factor de par de pedaleo	Perturbacion inicial (rad)
5	0	0,1
5,5	1	0,2
6	2	0,3
6,5		0,4
7		0,5

#### 4.2.1.1 Velocidad inicial

Se buscaron los coeficientes óptimos del controlador PD para velocidades de 5/5,5/6/6,5/7 m/s. La razón por la que solo se estudió este rango de valores es porque el rango intrínsecamente estable de la bicicleta esta entre 4,2 y 6,8 m/s [2]. El rango intrínsecamente estable es un rango en el que la bicicleta tiende a estabilizarse sola sin acción externa necesaria. Esto no significa que se estabiliza frente a cualquier perturbación. Por ejemplo en la parte 4.3.1, se ve que mismo una perturbación de 0,1 radian es suficiente para llevar a la caída de la bicicleta. Si se sale de este rango el comportamiento de la bicicleta cambia demasiado y no se puede extender la extrapolación a velocidades bajas.

Aunque se estudiaron los casos con una velocidad inicial de 5m/s, si no hay par de pedaleo la velocidad decrementa demasiado y pasa por debajo del rango intrínsecamente estable y se desestabiliza el sistema.

#### 4.2.1.2 Par de pedaleo

Para el control, no se usa el valor del par de pedaleo absoluto sino el par de pedaleo dividido por el par de pedaleo necesario para mantener la velocidad constante ( $M_{ped}^{Vcte}$ ) determinado en la parte 3.1. Esto permite adaptar mejor el controlador a distintas velocidades y pares.

Los valores de este factor usados para la búsqueda de coeficientes óptimos fueron 0/1/2. Así se estudian los casos concretos de par nulo, velocidad constante y un par 2 veces superior al par para mantener la velocidad constante.

#### 4.2.1.3 Perturbación

Se usaron perturbaciones medidas en radianes ya que permite trabajar sin cambios de unidad. Los valores de perturbación usados fueron 0,1/0,2/0,3/0,4/0,5/0,6 radianes. Aunque se estudiaron los resultados para perturbaciones de 0,6 radianes, dependiendo de la velocidad y del par, había muchos casos en los que no se encontraron valores de los coeficientes del controlador para estabilizar la bicicleta. Entonces el rango de perturbaciones efectivo con el que se va a trabajar es de 0,1 a 0,5 radianes o 5,7° a 28,6°.

Es un rango respetable ya que, durante el control usual de una bicicleta, los ángulos de vuelco suelen variar entre -20° y 20° o incluso inferiores [16].

### 4.2.2 Retraso

Se introdujo un bloque de retraso de la señal a la salida del controlador. Este retraso es de 120ms y sirve para simular el retraso del humano entre el momento en el que recibe la información de desestabilización y su acción para rectificarla. Este valor se puede encontrar en el trabajo de Schwab [1].

### 4.2.3 Optimización

En cada una de las situaciones de los rangos de estudio detallados en la parte anterior, se busca optimizar los coeficientes del controlador PD para obtener la mejor estabilización. Ahora para hablar de optimización, hace falta fijar un parámetro que se podrá optimizar objetivamente. También se pueden introducir unas condiciones límites fuera de cuales no se considerarán válidos los resultados.

El parámetro que se va a optimizar es el tiempo para obtener un ángulo de vuelco inferior al 1% de la perturbación  $t_{1\%}$ . Entonces el objetivo es optimizar los coeficientes del controlador para minimizar el  $t_{1\%}$ .

Una condición que se introduce para evitar demasiada oscilación de la bicicleta es que la derivada del ángulo de vuelco debe tener el mismo signo entre el ángulo de vuelco máximo y el ángulo de vuelco en  $t_{1\%}$ . De esta forma, no habrá ninguna oscilación durante la estabilización para aumentar el confort.

### 4.2.4 Obtención de los coeficientes óptimos

Una vez fijadas las condiciones iniciales, solo se pueden modificar los coeficientes del controlador para mejorar la estabilización el sistema. La cuestión es cómo encontrar esos coeficientes. En este trabajo, se buscaron empíricamente haciendo numerosas simulaciones hasta obtener los coeficientes que establecen la bicicleta al 1% de la perturbación lo más rápido posible.

Para ello se fue incrementando de 0,1 en 0,1 los valores de los coeficientes proporcionales y derivativos ( $K_p$  y  $K_d$  respectivamente) hasta llegar al óptimo.

En todos los ejemplos, el tiempo para estabilizar baja con el aumento de  $K_p$ . Sin embargo, aumentando el  $K_p$  demasiado desestabiliza el sistema. Aumentar  $K_d$  permite aumentar  $K_p$  sin desestabilización, pero solo hasta cierto punto. Entonces existen valores óptimos con una precisión de 0,1. Podemos ver un ejemplo para una velocidad inicial de 6m/s, una perturbación de 0,1rad y un par de pedaleo nulo en la figura siguiente. Las casillas rojas representan casos “no estables” (en el sentido de: “debe tener el mismo signo entre el ángulo de vuelco máximo y el ángulo de vuelco en  $t_{1\%}$ ”). La casilla verde es el mejor tiempo para llegar a ángulos de vuelco inferiores al 1% de la perturbación.

Tabla 2 - Metodología de obtención de los coeficientes óptimos del controlador para cierta perturbación, velocidad inicial y par de pedaleo

		theta_ini = 0,1 rad													
		Kp													
$t_{1\%}$		3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
Kd	-1	2,8	3,34												
	-0,9			2,97		2,97	2,3	2,86							
	-0,8							2,84		2,25	2,04	2,47			
	-0,7												2,88	2,89	2,96

Esta metodología permite obtener tablas de valores óptimos de  $K_p$  y  $K_d$  en función de la velocidad inicial, la perturbación y el perfil de par de pedaleo a partir de las cuales se pueden hacer las interpolaciones 3D con *Simulink*. Se puede ver en las gráficas siguientes un resumen de los resultados para el caso del par de pedaleo que mantiene la velocidad constante. Se hicieron las mismas graficas para el caso de par de pedaleo nulo y dos veces superior al par para mantener la velocidad constante. Se ve claramente que hay un patrón para velocidades superiores a 5,5m/s lo cual asegura el buen funcionamiento de la interpolación.

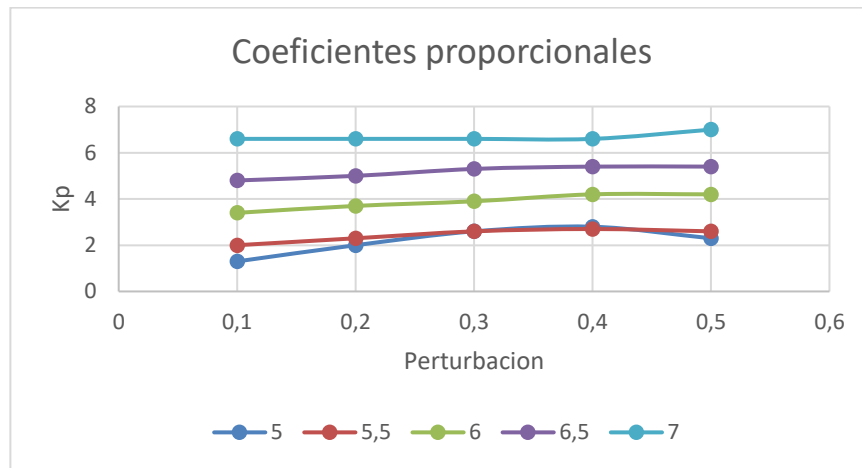


Fig. 13 - Coeficientes proporcionales óptimos del controlador para el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$  en función de la perturbación y velocidad inicial

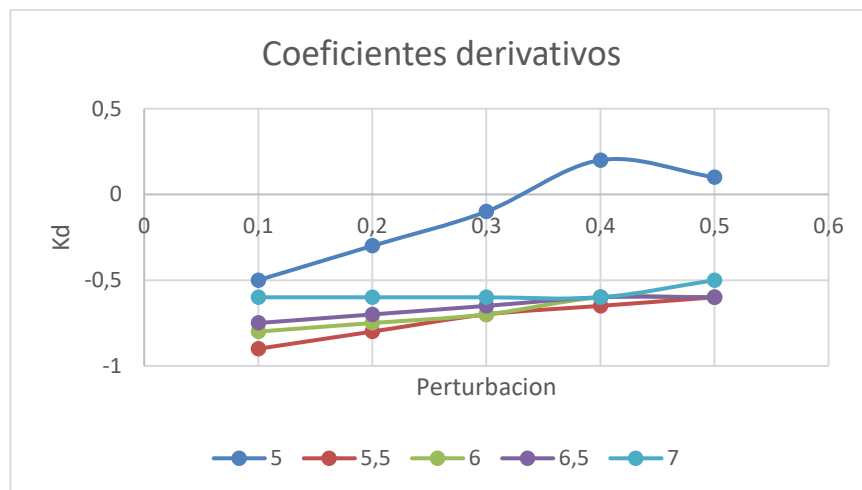


Fig. 14 - Coeficientes derivativos óptimos del controlador para el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$  en función de la perturbación y velocidad inicial

En las gráficas se puede ver que el coeficiente derivativo es negativo. Esto tiene sentido físico ya que, en la práctica, la mejor forma de recuperar una bicicleta cayéndose es empezar girando el manillar en el sentido en el que se cae antes de compensar en el otro sentido. Este coeficiente derivativo negativo es el que modela este fenómeno en la simulación.

#### 4.2.5 Interpolación y extrapolación

Una vez hechas las tablas de valores, se pueden hacer interpolaciones y extrapolaciones 3D directamente con la ayuda de un bloque de *Simulink* para obtener los coeficientes del controlador PD en tiempo real durante la simulación. Este tipo de control con adaptabilidad de los coeficientes durante la simulación se nombrará “controlador adaptativo” de aquí en adelante en el trabajo.

### 4.3 Resultados y Discusión

Esta parte está dedicada a la presentación de los resultados de las simulaciones y a los comparativos de los distintos coeficientes del controlador para llegar al mejor control posible. Se llegará a una discusión sobre la eficiencia y la robustez del controlador desarrollado.

#### 4.3.1 Caso sin controlador

Lo primero que se quiere saber respecto a la eficacia de un controlador es si aporta mejores resultados que si no hubiera controlador ninguno. La respuesta a esta pregunta es que si ya que, sin controlador, el sistema diverge con cualquier perturbación superior a 0,1 radianes. Entonces cualquier tipo de control que permita estabilizar la bicicleta es una mejora sin importar el tiempo que tarde.

Para ilustrar el ejemplo sin control, se puede aplicar la simulación sin par de pedaleo y con los coeficientes del controlador nulos. El sistema gana en estabilidad para velocidades iniciales más altas, entonces para quedar en el rango intrínsecamente estable, se va a tomar una velocidad inicial de 6,5m/s.

Tras aplicar la simulación con estos parámetros, los resultados son los siguientes. El ángulo de vuelco aumenta indefinidamente hasta la caída de la bicicleta.

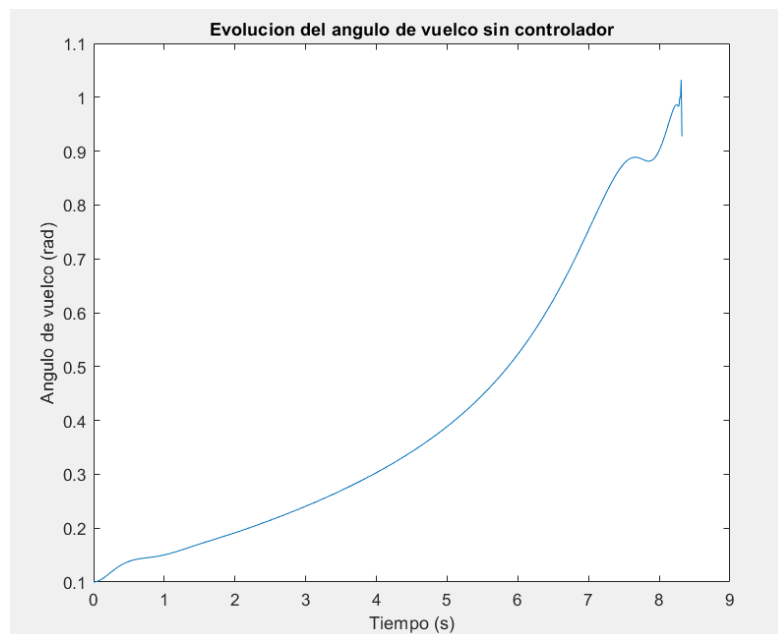


Fig. 15 - Gráfica de la evolución del ángulo de vuelco sin controlador para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y sin par de pedaleo

Si se aplica la misma simulación, pero con un par de pedaleo que permite mantener la velocidad constante, el resultado es muy similar. En los dos casos, el ángulo de vuelco aumenta durante la mayoría de la simulación y después de unos 8 segundos, presenta discontinuidades significando la caída de la bicicleta.

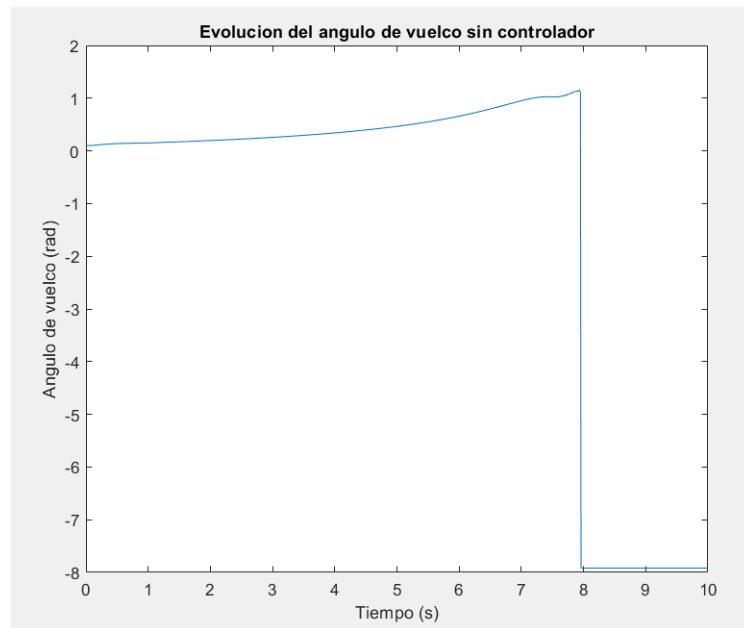


Fig. 16 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco sin controlador para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$

Ya que estos casos eran los más favorables a la estabilidad de la bicicleta, se puede decir que sin controlador, la bicicleta es inestable frente a cualquier perturbación superior a 0,1 radianes. Entonces cualquier controlador que permita estabilizar el sistema se puede considerar como una mejora.

#### 4.3.2 Ejemplo estabilizado

Antes de interesarse a cuantificar la mejora que permite el controlador de forma más general, hay que centrarse en un caso concreto y ver como se estabiliza la bicicleta. Se van a explicar la evolución de las distintas variables durante la estabilización.

Un ejemplo de la bicicleta estabilizada se puede ver en las Fig. 17, Fig. 18, Fig. 19. Se usaron los mismos parámetros que para el caso sin controlador con un par de pedaleo para mantener la velocidad constante.

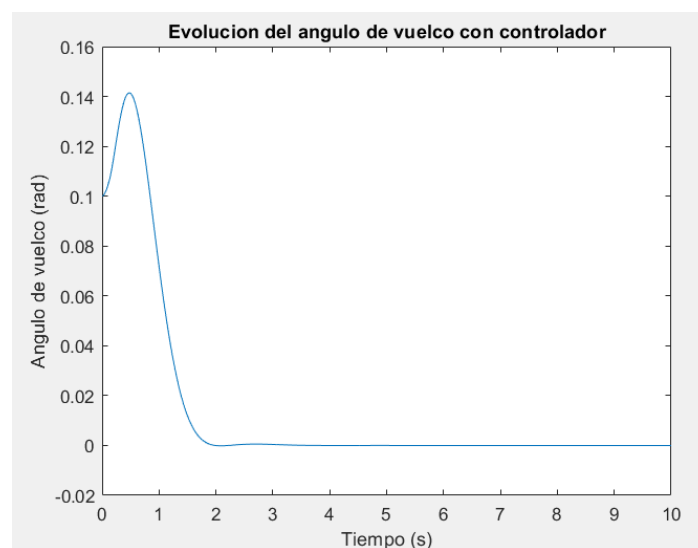


Fig. 17 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$

El ángulo de vuelco es la información más pertinente ya que es el que se desea corregir. Se ve que empieza con su perturbación inicial y sigue aumentando porque la bicicleta está cayéndose. También hay que tener en cuenta el retraso que se introdujo en el controlador.

En menos de un segundo, llega a su máximo y va disminuyendo de forma continua hasta el 0. Se puede ver una ligera oscilación a los 2 segundos para rectificar el “overshoot”. Pero se puede decir que, en menos de dos segundos, la bicicleta llegó a un ángulo de vuelco nulo y estable.

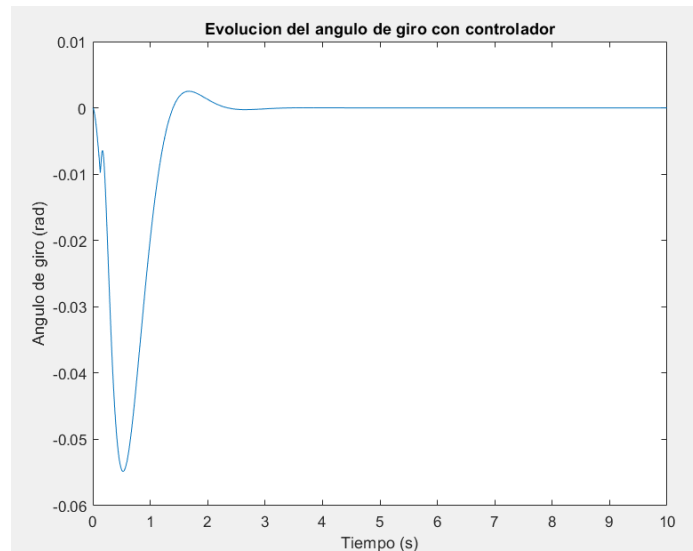


Fig. 18 - Grafica de la evolución del ángulo de dirección con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$

Aunque los ángulos de dirección parezcan opuestos a los de vuelco en signo, es debido a la definición de los parámetros cinemáticos. Si el ángulo de giro es negativo, quiere decir que el ángulo de vuelco será positivo.

En la figura se puede apreciar una ligera discontinuidad después de 120ms debido al retraso del controlador. Se puede ignorar ya que no tiene incidencia sobre el ángulo de vuelco. Sin embargo, la interpretación del resto de la gráfica es muy intuitiva. El ángulo va en los negativos por culpa de la inercia de la caída y para enderecharse respecto al ángulo de vuelco y luego tiende hacia 0 con un “overshoot” también.

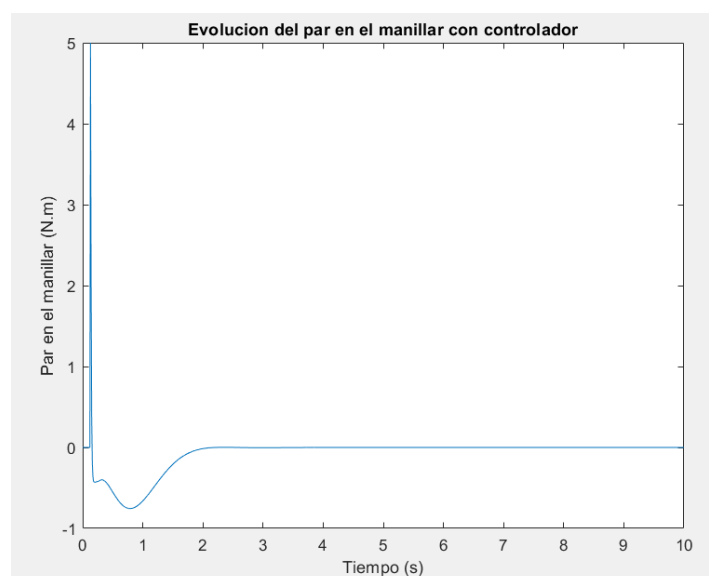


Fig. 19 - Grafica de la evolución del par en el manillar con un controlador PD y coeficientes adaptados para una perturbación de 0,1 radian, una velocidad inicial de 6,5 m/s y con el par de pedaleo  $M_{ped}^{Vcte}$



De nuevo, los signos del par en el manillar y del ángulo son opuestos. Un par positivo conlleva a un ángulo negativo.

Observando la evolución del par en el manillar (acción de control), se puede apreciar que el par en el manillar se queda en los negativos, para corregir hacia los positivos el giro natural del manillar llevado por la inercia de la bicicleta cayéndose. La discontinuidad positiva en 120ms representa el momento en el que el ciclista se da cuenta de la perturbación y gira el manillar hacia ella para enderecharse.

### 4.3.3 Comparativo de resultados

Es necesario ahora comparar el controlador adaptativo con otros controladores PD con valores fijos para ver si mejora la eficiencia del control.

La comparación se hará para los 4 perfiles de par de pedaleo descritos en la parte 3.2 y 3 velocidades iniciales distintas: 5,5m/s, 6,25m/s y 7m/s. Se escogieron estas velocidades iniciales porque quedan en el rango intrínsecamente estable de la bicicleta y son velocidades normales al hacer bicicleta. El comparativo se podía hacer con cualquier perturbación entre 0,1 y 0,5 radianes entonces se eligió 0,3 radianes ya que es el valor medio y entra en el rango de los ángulos de vuelco durante un paseo en bicicleta  $[-20^\circ, 20^\circ]$ .

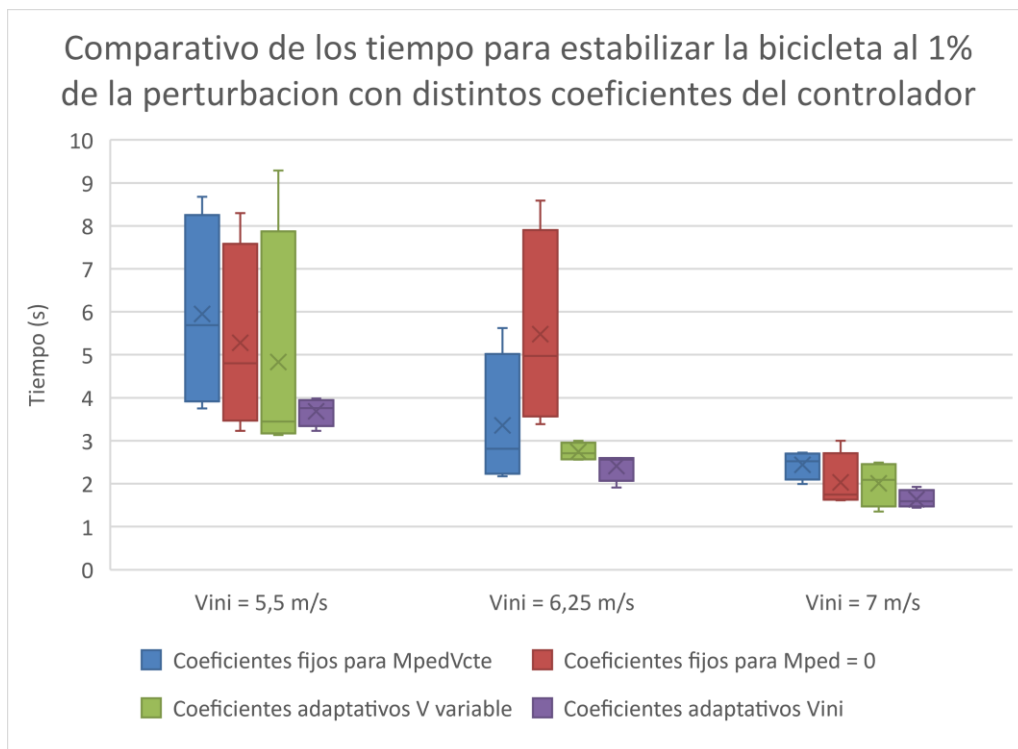
La comparación se hace sobre el tiempo que tarda el controlador en estabilizar la bicicleta para que el ángulo de vuelco sea inferior al 1% de la perturbación. Se comparan 4 controladores:

- Coeficientes fijos para  $M_{ped}^{Vcte}$  corresponden a los coeficientes óptimos si el par de pedaleo fuera el que mantiene la velocidad constante
- Coeficientes fijos para  $M_{ped} = 0$  corresponden a los coeficientes óptimos si el par de pedaleo fuera nulo durante la simulación
- Coeficientes adaptativos  $V$  variable corresponden a los coeficientes interpolados en tiempo real con la velocidad en el instante de la interpolación, el factor de par de pedaleo y la perturbación
- Coeficientes adaptativos  $V_{ini}$  corresponden a los coeficientes interpolados en tiempo real con la velocidad inicial de la bicicleta, el factor de par de pedaleo y la perturbación

Los resultados se pueden ver en la Tabla 3. Se hicieron simulaciones con dos tipos de coeficientes adaptativos para ver cuál de los dos métodos podía ser el mejor. Se podría pensar que sería mejor tomando la velocidad real en vez de la velocidad inicial, pero como en cualquier caso se considera el par de pedaleo, y que la velocidad real depende de este par y de la velocidad inicial, se hicieron pruebas para asegurarse de tener el mejor controlador adaptativo posible.

Tabla 3 - Comparativo del tiempo para estabilizar la bicicleta al 1% de la perturbación en función de los coeficientes elegidos para el controlador

t 1%		Perturbacion = 0,3rad			
Velocidad inicial	Perfil de par	Coeficientes fijos para MpedVcte	Coeficientes fijos para Mped = 0	Coeficientes adaptativos V variable	Coeficientes adaptativos Vini
Vini = 5,5 m/s	1	3,75	5,43	3,28	3,98
	2	4,42	4,17	3,62	3,68
	3	6,96	3,23	9,29	3,23
	4	8,68	8,3	3,13	3,84
Vini = 6,25 m/s	1	3,22	5,85	2,6	2,53
	2	2,41	4,1	2,81	2,6
	3	2,17	3,39	3	2,59
	4	5,62	8,59	2,56	1,91
Vini = 7 m/s	1	1,99	1,83	1,35	1,93
	2	2,63	1,67	2,35	1,57
	3	2,72	1,61	2,49	1,61
	4	2,41	3	1,83	1,44
<b>t1% medio</b>		<b>3,915</b>	<b>4,264</b>	<b>3,193</b>	<b>2,576</b>



Lo primero que se puede ver es que el mejor tiempo medio para llegar al 1% de la perturbación es con los coeficientes adaptativos que usan la velocidad inicial de la bicicleta. La diferencia con los otros métodos de control es considerable con el segundo mejor tiempo siendo un 24% mayor. Se puede apreciar que los coeficientes adaptativos son mejores que los coeficientes fijos mejorando el tiempo medio para estabilizar la bicicleta en un 23% en el peor caso.

Centrándose más en cada simulación, lo que se puede apreciar de los coeficientes adaptativos  $V_{ini}$  es que son los más seguros ya que ningún tiempo de estabilización está por encima de los 4 segundos y se ve un patrón claro en la estabilización de la bicicleta con ellos. Su peor rendimiento es con el perfil 1 y el tiempo para estabilizar la bicicleta disminuye con el aumento de la velocidad.

Si se contrastan estos resultados con otros tipos de control, se puede ver que en todos los otros tipos hay al menos una situación en el que el tiempo de estabilización que pasa de los 5 segundos y en el caso de coeficientes fijos hay varias situaciones así. Entonces esto es argumento muy favorable al uso de los coeficientes adaptativos  $V_{ini}$ .

Comparando los coeficientes adaptativos con la velocidad inicial y los que usan la velocidad real, se puede ver que los coeficientes obtenidos con la velocidad inicial ofrecen mejores resultados en media, y que con la velocidad real, hay un caso en el que la bicicleta tarda demasiado en estabilizarse. Este caso es con la velocidad inicial de 5,5m/s y el perfil de par número 3. La razón por la que esta situación en particular es mala es debido a que, en este perfil de par de pedaleo, el par durante los 5 primeros segundos es nulo, entonces la velocidad baja demasiado y esto causa la tardanza en estabilizarse. Se estudio el resultando eliminando este caso la media para ver si era la única razón por la que estos coeficientes eran peores en media, pero mismo si no contabilizándolo, siguen siendo mejores los coeficientes que usan la velocidad inicial.

Estos argumentos que defienden el uso de la velocidad inicial están ilustrados claramente en el diagrama de cajas. Los resultados que usan la velocidad inicial son muy compactos para las 3 velocidades lo cual muestra cierta robustez del controlador frente a los distintos perfiles de velocidad. Además de presentar esta robustez, presentan la mejor media para las 3 velocidades.

En conclusión, se puede decir que los coeficientes adaptativos obtenidos con la velocidad inicial mejoran el tiempo de estabilización considerablemente comparado con otros tipos de control. Además de esto, permiten estabilizar todas las situaciones con distintos perfiles de pedaleo y distintas velocidades en menos de 4 segundos. Este resultado es muy satisfactorio debido a su robustez.

#### 4.3.4 Casos fuera del rango de estudio

Para probar la robustez más allá de los casos anteriores, se realizaron pruebas con velocidades iniciales más variadas. El rango intrínsecamente estable esta entre los 4,2m/s y 6,8m/s. Entonces se hicieron pruebas con velocidades iniciales de 4,5m/s y 5m/s para acercase más del límite bajo de este rango y con velocidades iniciales de 8m/s que salen del límite superior.

En la tabla siguiente se pueden observar los resultados con los dos tipos de coeficientes adaptativos. Lo primero que se puede ver es que salir del rango intrínsecamente estable por el límite superior no tiene mucha incidencia sobre los resultados. Con una velocidad inicial de 8m/s, el tiempo de estabilización sigue estando por debajo de 2 segundos y los coeficientes usando la velocidad inicial son mejores que los que usan la velocidad real. Es una continuación de los resultados previos.

Tabla 4 - Comparativo del tiempo para estabilizar la bicicleta al 1% de la perturbación en función de los coeficientes elegidos para el controlador en casos más extremos

t 1%		Perturbacion = 0,3rad	
Velocidad inicial	Perfil de par	Coefficientes adaptativos V variable	Coefficientes adaptativos Vini
Vini = 4,5 m/s	1	6,95	NaN
	2	8,95	NaN
	3	NaN	NaN
	4	5,9	NaN
Vini = 5 m/s	1	6,13	NaN
	2	6,32	NaN
	3	4,38	NaN
	4	4,9	NaN
Vini = 8 m/s	1	1,94	1,89
	2	2,01	1,99
	3	2,06	2
	4	1,43	1,33

Sin embargo, para velocidades inferiores a 5m/s, los resultados son drásticamente distintos de los de la parte anterior. Los coeficientes adaptativos que usan la velocidad inicial de la bicicleta ya no estabilizan el sistema con ninguno de los perfiles de pares de pedaleo.

Para estabilizar el sistema con velocidades iniciales por debajo de 5m/s es necesario usar los coeficientes adaptativos que utilizan la velocidad real. Estos coeficientes si permiten estabilizar la bicicleta, pero el tiempo para conseguirlo se ve mucho mayor. Sin embargo, sigue habiendo un caso que no se estabiliza: el perfil 3 con  $V_{ini} = 4,5m/s$ . Esto es debido a que la velocidad durante la simulación baja por debajo del rango intrínsecamente estable ya que el par de pedaleo es nulo durante los 5 primeros segundos.

#### 4.3.5 Conclusión

En esta parte del trabajo dedicada a la estabilización de la bicicleta frente a una perturbación en su ángulo de vuelco, se consiguió desarrollar un controlador robusto que permite estabilizar el sistema frente a 3 parámetros distintos:

- La velocidad inicial
- La amplitud de la perturbación
- El perfil de par de pedal

Los resultados de las partes anteriores permiten determinar que los coeficientes adaptativos obtenidos por interpolación y extrapolación mejoran los tiempos de estabilización considerablemente comparado con coeficientes fijos. A medida de que la velocidad inicial aumenta, menor es el tiempo de estabilización del sistema llegando a estar por debajo de 2 segundos para velocidades iniciales superiores o igual a los 7m/s.

Se puede introducir un interruptor que use la velocidad real para la extrapolación en casos en los que la velocidad inicial fuera inferior a 5,5m/s y que use la velocidad inicial en los demás casos. Esto asegura obtener siempre los mejores resultados.



## 5 CONTROL PARA EL SEGUIMIENTO DE CURVAS

Ahora que se consideró la parte de estabilización de la bicicleta frente a una perturbación, se va a estudiar el control de la bicicleta en el sentido de controlar su dirección. Aquí se tendrá como objetivo controlar un giro simple. Se dividirá este ejercicio en dos partes:

- seguir un giro de duración aleatoria y estabilizarse
- tomar una curva de un ángulo predeterminado

Por último, se juntarán las 3 técnicas de control presentadas en el trabajo para dar un ejemplo de un control más completo de la bicicleta y se ofrecerá una representación gráfica con imágenes de un video que permite una mejor visualización de la evolución del sistema.

### 5.1 Estabilización tras un giro de duración aleatoria

La primera forma de conseguir que la bicicleta tome una curva es imponiéndole un impulso cuadrado en la entrada. Este impulso cuadrado hace que la bicicleta gire durante un tiempo y luego se vuelva a estabilizar.

Este ejercicio se puede entender intuitivamente como un operador remoto controlando la bicicleta. El operador envía una dirección durante un tiempo cualquiera. Durante este tiempo la bicicleta gira en el sentido mandado por el operador y cuando se acaba la orden, la bicicleta se estabiliza.

#### 5.1.1 Metodología

De la misma forma que para la estabilización, el control y el impulso cuadrado se podrían hacer sobre el ángulo de vuelco o el ángulo de giro. En este trabajo, igual que en la parte anterior, el punto focal del control es el ángulo de vuelco, entonces el giro también se hará mediante control sobre este ángulo.

La estructura del control es la misma que para la estabilización, pero en vez de tener como entrada un ángulo de vuelco nulo, se usa un impulso cuadrado de duración cualquiera. Durante esta duración, la bicicleta se inclinará y girará en el sentido deseado y cuando se acabe el impulso cuadrado, se volverá a estabilizar. Entonces la bicicleta habrá realizado un giro y el ángulo de guiñada al final de este giro estará determinado por la duración del impulso cuadrado.

La amplitud del impulso es de 0,35 radianes lo cual corresponde aproximadamente a 20 grados, la amplitud máxima del ángulo de vuelco durante un manejo de la bicicleta usual. De esta forma, se considera que para hacer un giro, el ángulo de vuelco deseado es constante y máximo.

### 5.1.1.1 Rango de estudio de las condiciones iniciales

De nuevo, los coeficientes del controlador PD se obtienen durante la simulación por interpolación, entonces es necesario obtener ciertos coeficientes óptimos para realizar esta interpolación. Los coeficientes óptimos pueden depender de 3 parámetros. Están detallados los valores para los que se buscaron estos coeficientes óptimos:

- La velocidad inicial: 5,5/6/7 m/s
- El par de pedaleo:  $0/M_{ped}^{Vcte}/2*M_{ped}^{Vcte}$
- La duración del impulso cuadrado: 1/2/3/4 segundos

Para simplificar el problema, una vez definida la velocidad inicial y el par de pedaleo, solo se tomarán los coeficientes proporcionales y derivativos que consigan estabilizar todas las duraciones de impulso de 1 segundo a 4 segundos.

Se tomo esta decisión porque en la práctica, la duración del impulso puede ser cualquiera entonces los coeficientes no pueden depender de ella. Entonces la interpolación solo se hará sobre dos parámetros: la velocidad inicial y el par de pedaleo.

### 5.1.1.2 Optimización y obtención de los coeficientes óptimos

La optimización se hace de la misma forma que para la estabilización, es decir para cada situación posible, se busca que coeficientes minimizan el tiempo para estabilizar la bicicleta tras acabarse impulso.

La tabla siguiente presenta un ejemplo de búsqueda de coeficientes óptimos para el caso de velocidad inicial 6m/s, sin par de pedaleo y con un impulso de una duración de 1 segundo.

Tabla 5 - Metodología de optimización de los coeficientes del controlador para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y para un impulso cuadrado de 1s

0,35rad	1s	Kp					
		4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5
Kd	0	2,17					
	0,1		2,13	2,1			
	0,2					2,07	
	0,3						

Se empieza con un coeficiente derivativo nulo y se va a aumentar el coeficiente proporcional. El aumento del coeficiente proporcional disminuye el tiempo que tarda la bicicleta en estabilizarse entonces hay que maximizarlo. Después de cierto valor de coeficiente proporcional, la bicicleta presenta demasiada oscilación y para conservar el confort, no se tomarán en cuenta estos valores como válidos. Este caso se representa en las casillas naranjas.

La forma de seguir aumentando el coeficiente proporcional es aumentando el coeficiente derivativo, pero después de cierto coeficiente derivativo, ya no hay ningún coeficiente proporcional que estabilice la bicicleta manteniendo el confort. Entonces se llega a un óptimo en el que se minimizo el tiempo para estabilizarse maximizando dentro del rango valido los coeficientes proporcionales y derivativos. Estos son los coeficientes óptimos. La grafica siguiente muestra la curva obtenida con la bicicleta con los valores del ejemplo previo.

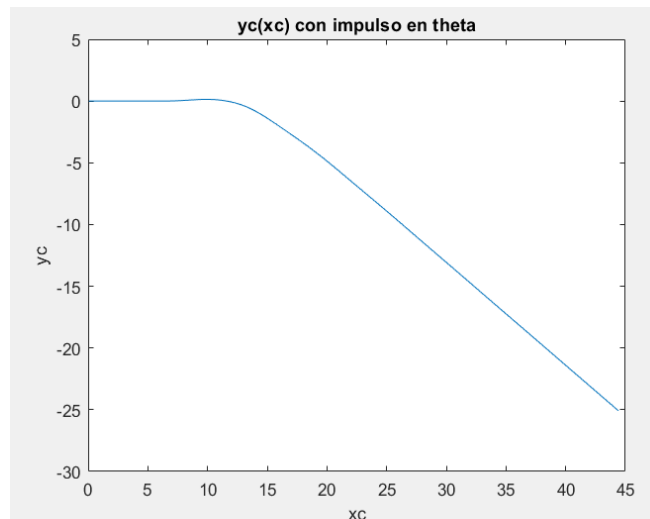


Fig. 20 – Grafica de la trayectoria de la bicicleta para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y para un impulso cuadrado de 1s

Se puede apreciar el “countersteering” al inicio de la curva. El countersteering es la maniobra natural que hace que para girar en un sentido con una bicicleta, primero se gira el manillar en el sentido opuesto, luego se inclina la bicicleta hacia la dirección deseada y se gira también el manillar en esta dirección. En la curva presente, la bicicleta gira ligeramente hacia la derecha antes de ir hacia la izquierda, lo cual ilustra el countersteering.

Se aplica la misma metodología para duraciones del impulso de 1, 2, 3 y 4 segundos. Después, se toman los valores de los coeficientes que se consideraban válidos para las 4 velocidades. De esta forma, no importa la duración del impulso, mientras este en ese rango, se estabilizará la bicicleta tras tomar la curva.

### 5.1.1.3 Interpolación y extrapolación

El ejemplo presentado en la parte anterior es para una situación sin par de pedaleo y con una velocidad inicial fija. Se aplica la misma metodología para todas las otras situaciones descritas en el rango de estudio para obtener las tablas siguientes.

Tabla 6 - Tablas de los coeficientes óptimos del controlador

Kp		V			Kd		V		
		5,5	6	7			5,5	6	7
M_ped factor	0	2,5	4,4	6,9	M_ped factor	0	0	0,1	0,2
	1	6,3	6,6	10,1		1	1,6	0,2	0,2
	2	8,4	8,1	12,2		2	1,7	0,2	0,3

Después, se aplican los bloques de interpolación 2D de *Simulink* que permitirán interpolar los coeficientes proporcionales y derivativos tomando en cuenta la velocidad de la bicicleta y el par de pedaleo.

### 5.1.1.4 Comportamiento de la bicicleta

Se van a analizar los resultados del controlador adaptativo sobre un ejemplo concreto. Se volvió a tomar el ejemplo de la parte anterior, es decir una velocidad inicial de 6m/s, un par de pedaleo nulo y una duración del impulso de 1 segundo. En la figura siguiente se puede ver la evolución del ángulo de vuelco durante la simulación.



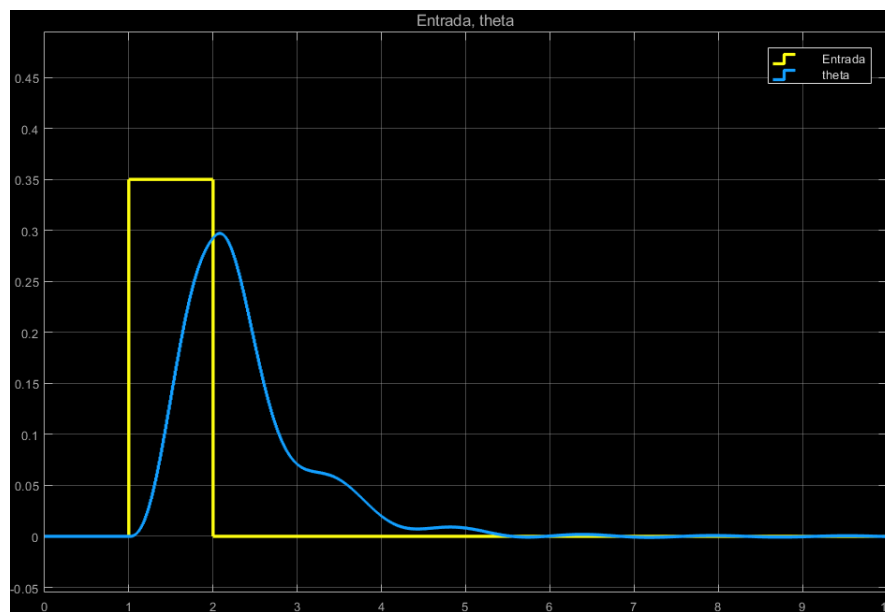


Fig. 21 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco (azul) y de la referencia en entrada (amarillo)

Después de 1 segundo, llega la orden de girar, entonces la entrada sube a 0,35 radianes. La bicicleta se empieza a tumbar casi instantáneamente. Cuando acaba la orden, empieza la estabilización con el ángulo de vuelco volviendo hacia un valor nulo. La bicicleta tarda 2,2 segundos en llegar a un ángulo de vuelco inferior a 0,01 radianes ( $0,57^\circ$ ), lo cual se puede considerar estable.

La figura que representa la trayectoria ya se ilustra en la parte 5.1.1.2, pero se puede ver que una vez estable la bicicleta, sigue un ángulo fijo, sobre el cual se puede aplicar control y será el punto focal de la parte siguiente.

Otra grafica que se puede analizar es la del par en el manillar, la acción del controlador. Esta acción es discontinua en 2 instantes: los instantes en los que también es discontinua la entrada. Se ha saturado la acción del controlador en 5N.m para limitar esta discontinuidad ya que 5N.m es el valor límite del par en el manillar habitual. Yendo más allá de las discontinuidades, la curva es coherente. Se aplica un par positivo durante el giro para que se incline la bicicleta y cuando se acaba la orden de giro, se aplica un par negativo para restablecer el ángulo a un valor nulo.

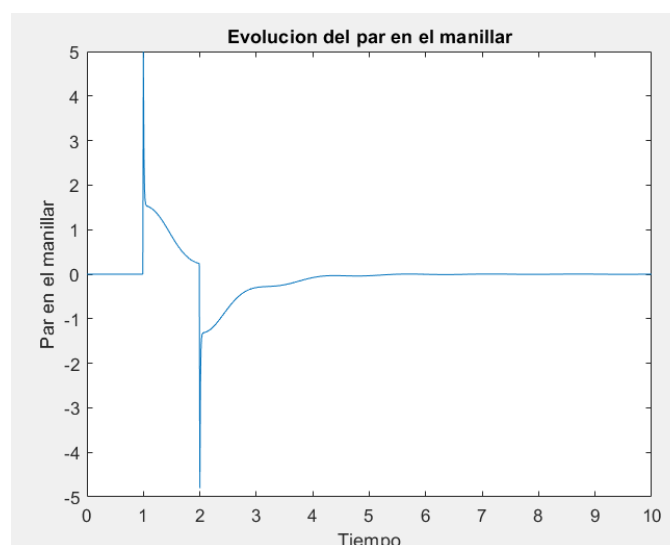


Fig. 22 - Grafica de la evolución del par de manillar para una velocidad inicial de 6 m/s, sin par de pedaleo y con un impulso cuadrado de 1s

### 5.1.2 Comparativo de resultados

Para probar la eficiencia del controlador frente a un impulso cuadrado, se realizaron pruebas con los 4 perfiles de par de pedaleo descritos anteriormente, con velocidades iniciales de 4,5/5,5/7/8 m/s y con duraciones del impulso cuadrado de 1,5/2,5/5 segundos. El objetivo es que el controlador minimice el tiempo para estabilizar la bicicleta después de que el impulso se acabe.

Si se vuelve a utilizar la situación en la que un operador controla la bicicleta mediante control remoto, los resultados de esta simulación corresponden al tiempo de estabilizar la bicicleta cuando el operador deja de pedir el giro de la bicicleta. La bicicleta se considera estable si su ángulo de vuelco se mantiene por debajo de 0,01 radianes (0,57°).

Los resultados de las distintas simulaciones se presentan en la tabla siguiente. De la misma forma que para la estabilización de la parte anterior, se hicieron pruebas con dos tipos de coeficientes adaptativos obtenidos por interpolación. Los coeficientes adaptativos V variable corresponden a los que interpolan con la velocidad real de la bicicleta y el par de pedaleo, los coeficientes  $V_{ini}$  también usan el par de pedaleo, pero en vez de la velocidad real, usan la velocidad al inicio de la simulación.

Tabla 7 - Tabla comparativa de los tiempos necesarios para estabilizar la bicicleta en función de los coeficientes elegidos

t 1%		V=4,5m/s		V=5,5m/s		V=7m/s		V=8m/s	
Duracion del input	Perfil de par	Coeficientes adaptativos V variable	Coeficientes adaptativos Vini	Coeficientes adaptativos V variable	Coeficientes adaptativos Vini	Coeficientes adaptativos V variable	Coeficientes adaptativos Vini	Coeficientes adaptativos V variable	Coeficientes adaptativos Vini
1,5s	1	3,86	4,69	2,72	2,14	1,42	1,47	1,37	1,36
	2	4,09	4,08	2,53	2,48	1,7	1,62	2,02	1,49
	3	Contrario	Contrario	4,42	2,63	2,97	2,53	2,88	2,24
	4	4,07	NaN	1,97	4,21	1,36	1,88	2,66	1,64
2,5s	1	3,6	NaN	2,61	2,25	1,41	1,51	1,43	1,4
	2	3,98	3,73	2,64	2,44	1,61	1,58	1,96	1,44
	3	Contrario	Contrario	3,96	2,76	2,18	1,86	2,19	1,85
	4	3,74	NaN	1,49	6,75	1,38	2,34	2	1,81
5s	1	2,5	NaN	1,47	NaN	1,38	2	1,87	1,68
	2	2,79	3,2	2,74	2,17	1,46	1,49	1,4	1,37
	3	NaN	NaN	3,01	2,21	1,59	1,88	1,43	1,68
	4	4,59	NaN	3,44	NaN	3,1	3,58	3,09	1,82
t1% medio		3,691111111	3,925	1,43478261	3,004	1,79666667	1,97833333	2,025	1,64833333

Las casillas verdes corresponden a tiempos de estabilización inferiores a 3 segundos, las casillas amarillas son para tiempos entre 3 y 5 segundos, las casillas naranjas son para tiempos superiores a 5 segundos o que la bicicleta no se estabiliza lo suficiente.

Lo primero que se puede ver en la tabla es que la mayoría de los tiempos de estabilización para velocidades superiores o iguales a 5,5m/s son inferiores a 3 segundos. Las pocas excepciones tardan poco más en estabilizarse. Entonces se puede decir que, para este rango de velocidades, los resultados son muy satisfactorios.

Si se comparan los dos tipos de controlador, con la velocidad inicial o real, se puede ver que para velocidades inferiores a 7m/s, es mejor en media el controlador que utiliza los coeficientes interpolados con la velocidad real. Para una velocidad de 8m/s, es mejor el que utiliza la velocidad inicial, pero también es satisfactorio el que usa la velocidad real ya que el tiempo medio de estabilización está en 2 segundos.

El caso de la velocidad inicial de 4,5m/s es más complicado ya que la velocidad está muy cerca del límite inferior del rango intrínsecamente estable. Aquí, los coeficientes que utilizan la velocidad inicial ya no funcionan con muchos casos siendo inestables. Sin embargo, los coeficientes que usan la velocidad real son muy satisfactorios. La estabilización tarda más debido a la velocidad baja, pero los tiempos siguen siendo razonables quedándose por debajo de los 4,5 segundos.

Si se presentara una comparativa de todas las trayectorias en una misma grafica estaría sobrecargada, entonces se hizo una comparativa en un ejemplo concreto usando una velocidad inicial de 7m/s y una duración del impulso cuadrado de 2,5s en la Fig. 23. Los puntos negros corresponden al instante en el que se acaba la orden de giro. La bicicleta sigue el giro durante el tiempo que tarda en estabilizarse (presentados en la Tabla 7) pero se puede apreciar que la estabilización se hace lo suficientemente deprisa como para no presentar un desvío consecuente. Las trayectorias son coherentes respecto a los resultados de la Tabla 7. Para los perfiles de par de pedaleo n°1 y n°4, usar la velocidad real de la bicicleta para la interpolación permite una estabilización más rápida y por consecuencia un desvío menor, mientras que para el perfil n°3, usar la velocidad real lleva a un desvío mayor. El perfil n°2 presenta poca diferencia en el ángulo de guiñada final entre las dos metodologías de interpolación. Se puede considerar que los tiempos de la Tabla 7 son adecuados para medir la eficiencia del sistema para seguir la orden de giro.

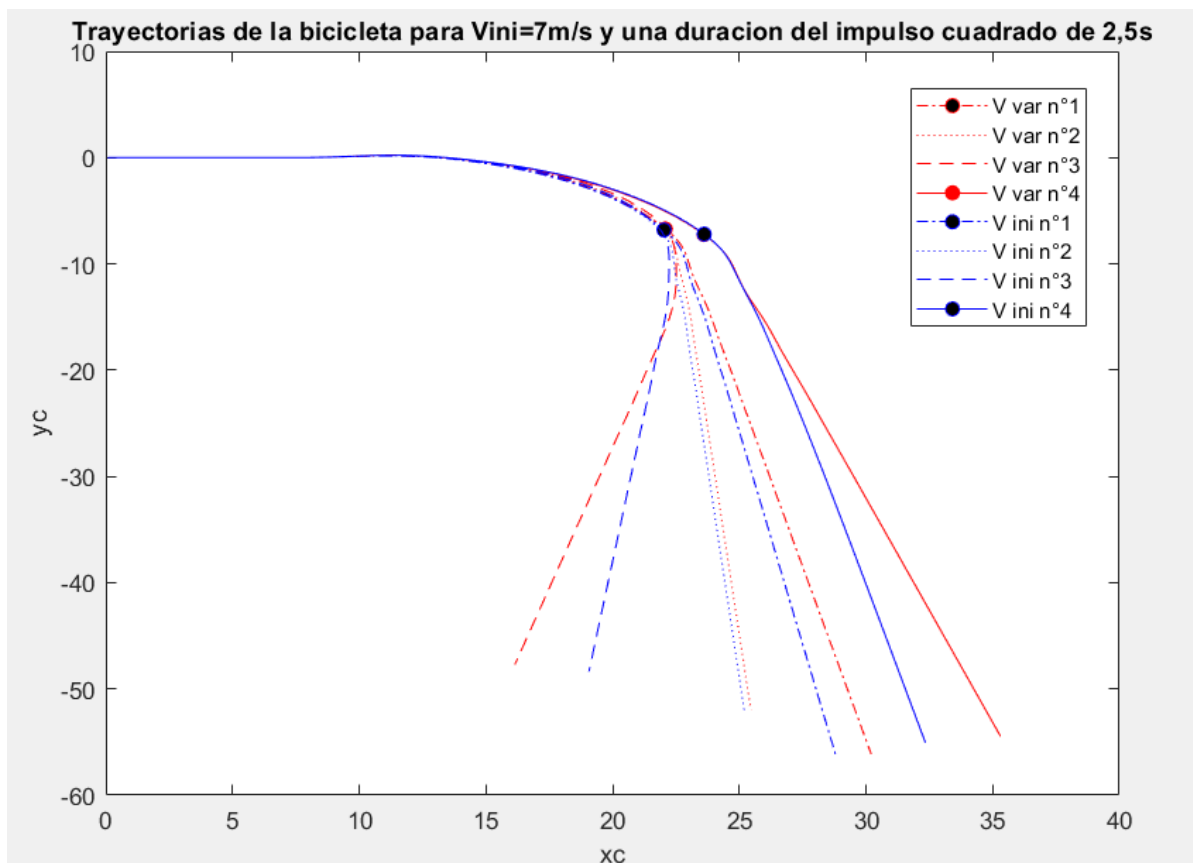


Fig. 23 - Comparativo de las trayectorias para una velocidad inicial de 7m/s y una duración del impulso cuadrado de 2,5s

La situación con el perfil de pedaleo 3 y una velocidad inicial de 4,5m/s no funciona. Se estabiliza la bicicleta pero gira en el sentido contrario al deseado. Esto es debido a que sin ningún par de pedaleo durante los primeros 5 segundos y con una velocidad inicial tan baja, la extrapolación calcula que el coeficiente proporcional del controlador PD es negativa, entonces la acción en el manillar lleva a un ángulo de vuelco negativo en vez de positivo. Se puede ver en la Fig. 24 (izquierda) la trayectoria de la bicicleta en este ejemplo con una duración del impulso cuadrado de 1,5 segundos. A su derecha está la evolución del ángulo de vuelco respecto a la entrada. También se puede apreciar que en este ejemplo la velocidad baja por debajo del rango intrínsecamente estable durante la simulación en la Fig. 25.

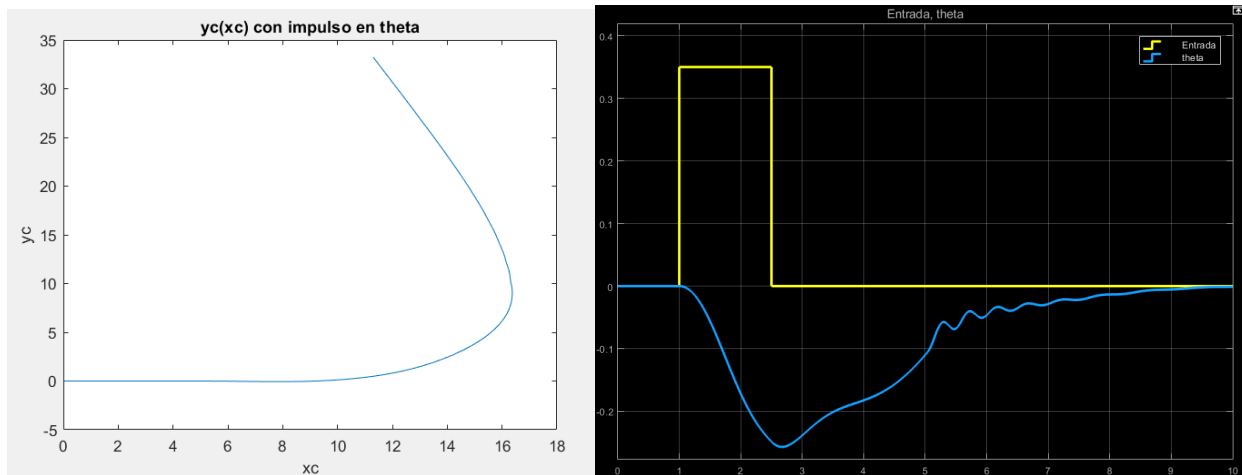


Fig. 24 - Trayectoria de la bicicleta (izquierda) y evolución del ángulo de vuelco (derecha)

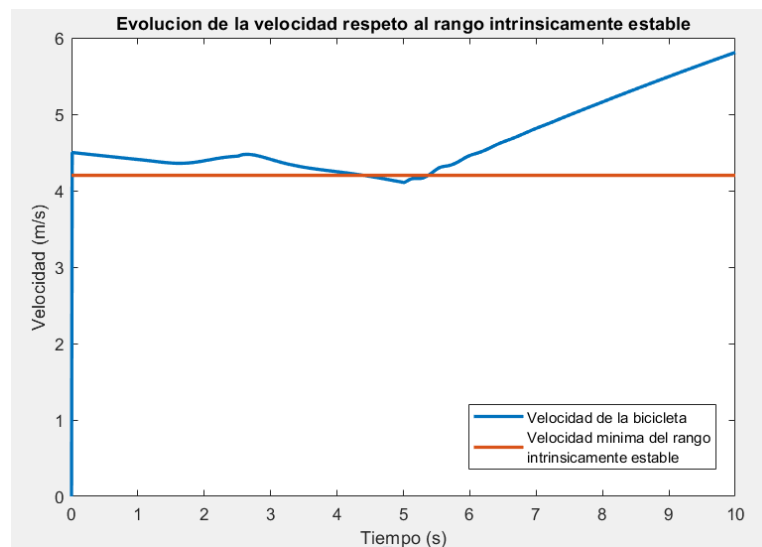


Fig. 25 - Evolución de la velocidad respecto al rango intrínsecamente estable

El resumen de estos resultados es que los coeficientes adaptativos usando la velocidad real de la bicicleta son satisfactorios a la excepción del caso del párrafo anterior. Con este tipo de control, se podría aplicar control remoto a una bicicleta para hacer curvas simples siempre y cuando se espere a que se vuelva a estabilizar la bicicleta antes de empezar otra curva. Se puede introducir un interruptor que use la velocidad inicial para la interpolación si esa fuera superior a los 8m/s y que use la velocidad real para los demás casos. Esto permite obtener los mejores tiempos de estabilización posibles.

## 5.2 Seguimiento de una dirección precisa

Otro ejercicio que se puede llevar a cabo usando parte de los resultados de la parte anterior es el seguimiento de una dirección precisa. En esta parte se estudiará la capacidad del sistema a seguir un ángulo de guiñada concreto.

### 5.2.1 Metodología

La técnica utilizada en este trabajo para seguir un ángulo de guiñada es reutilizar parte del ejercicio anterior y considerar que, para seguir un ángulo de guiñada concreto, se puede introducir a la entrada del sistema un impulso sobre el ángulo de vuelco de una duración precisa. Entonces se pueden reutilizar muchas partes del ejercicio anterior y queda determinar la relación entre el ángulo de guiñada final y la duración del impulso.

Las partes que se pueden volver a utilizar son:

- la estructura general de los bloques *Simulink*: el cambio mayor en la estructura de los bloques será la entrada. La entrada de este sistema es un ángulo que se cambiara a una duración de impulso cuadrado para poder llegar al sistema de la parte anterior.
- Los coeficientes óptimos del controlador: para cada velocidad inicial y par de pedaleo, se pueden reutilizar los coeficientes óptimos de la parte anterior para usarlos en la interpolación.

#### 5.2.1.1 Relación entre la duración del impulso y el ángulo

La relación entre la duración del impulso y el ángulo de guiñada también depende de la velocidad inicial de la bicicleta y del par de pedaleo. Entonces para cada pareja de estos parámetros se recopilaron los ángulos de guiñada obtenidos con una duración de impulso fija y los coeficientes óptimos del controlador para la pareja. Así, se obtiene la curva que enlaza la duración del impulso cuadrado con el ángulo para una pareja ( $V_{ini}$ ,  $M_{ped}$ ). Se puede ver la tabla y la gráfica para el ejemplo concreto que usa  $V_{ini} = 6m/s$  y un par de pedaleo nulo.

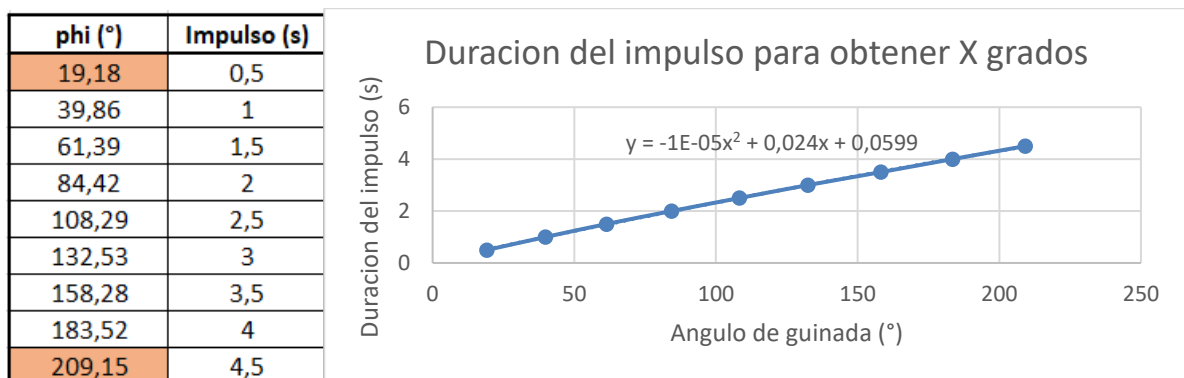


Fig. 26 - Tabla y grafica ilustrando la duración de impulso necesaria para obtener el ángulo de guiñada deseado para una velocidad inicial de 6 m/s y sin par de pedaleo

Se aplico la misma metodología para todas las parejas del rango de estudio hasta llegar a la tabla siguiente. Esta tabla recopila la duración de impulso necesaria para obtener el ángulo de guiñada deseado para cada velocidad inicial y cada par de pedaleo.

Tabla 8 - Duraciones de impulso cuadrado necesarias para obtener el ángulo de guiñada deseado

Vini=5,5m/s						
Impulso (s)		Phi				
		20	45	90	135	180
M_ped factor	0	0,5739	1,17765	2,1699	3,04065	3,7899
	1	0,5512	1,1337	2,1822	3,2307	4,2792
	2	0,5308	1,1533	2,2738	3,3943	4,5148

Vini=6m/s						
Impulso (s)		Phi				
		20	45	90	135	180
M_ped factor	0	0,5359	1,11965	2,1389	3,11765	4,0559
	1	0,5434	1,1284	2,1814	3,2344	4,2874
	2	0,5343	1,1718	2,3193	3,4668	4,6143

Vini=7m/s						
Impulso (s)		Phi				
		20	45	90	135	180
M_ped factor	0	0,5747	1,22345	2,3597	3,45545	4,5107
	1	0,6047	1,3097	2,5787	3,8477	5,1167
	2	0,6192	1,4042	2,8172	4,2302	5,6432

### 5.2.1.2 Generación del impulso cuadrado

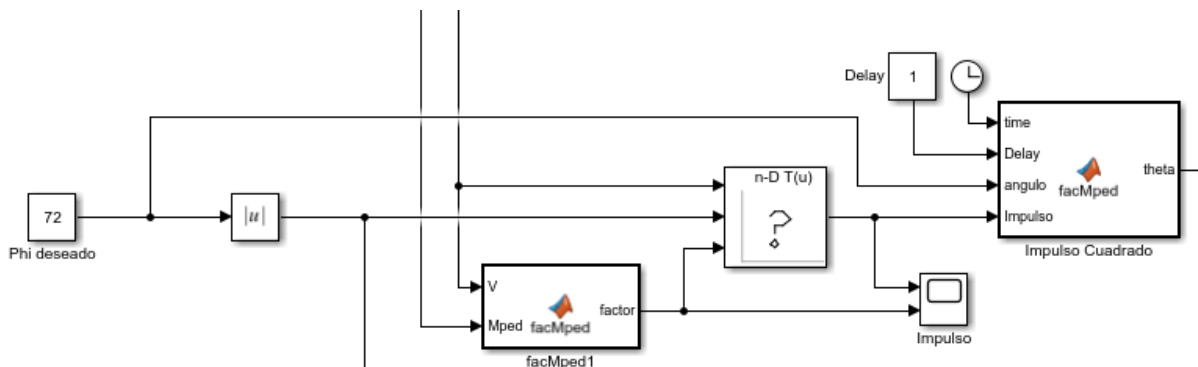


Fig. 27 - Bloques de generación del impulso cuadrado

Los bloques de la Fig. 27 permiten generar el impulso cuadrado deseado en ángulo de vuelco. Se introduce el ángulo de guiñada deseado. Este ángulo junto con la velocidad de la bicicleta y el par de pedaleo están usados en la interpolación que determina la duración del impulso. El bloque impulso cuadrado genera el impulso en el ángulo de vuelco de la duración determinada y de una amplitud de 0,35 radianes. El retraso (delay) permite determinar después de cuánto tiempo tras el inicio de la simulación se quiere generar el impulso. El resto de la estructura del sistema es la misma que para la estabilización.

### 5.2.2 Resultados

El análisis de resultados se hará mediante la diferencia entre el ángulo de guiñada deseado y el ángulo de guiñada real al final de la simulación. Se decidieron hacer las comparaciones con 3 ángulos dispersos: 35°, 72° y 144°. De esta forma se puede ver el comportamiento del controlador en situaciones muy diversas. Además de los ángulos distintos, también varían los pares de pedaleo y las velocidades iniciales de la bicicleta igual que en la parte anterior. De nuevo, se compararán los resultados de las interpolaciones usando la velocidad real y la velocidad inicial. Se pueden ver los resultados de las simulaciones en la Tabla 9.

Tabla 9 - Tabla comparativa de los ángulos de guiñada obtenidos con los distintos coeficientes

Angulo real		V=4,5m/s		V=5,5m/s		V=7m/s		V=8m/s	
Angulo deseado (°)	Perfil	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos	Coefficientes adaptativos
		V variable	Vini	V variable	Vini	V variable	Vini	V variable	Vini
35	1	26,9	21,6	28,4	31	34,2	34,2	33,3	34
	2	37,5	34,8	32,7	35,9	33,2	33,2	32,8	32,7
	3	Contrario	Contrario	40,7	34,5	36,5	35,3	36	33,7
	4	22,7	40,6	34,2	34,2	37,3	35,3	39,4	35,4
72	1	72	57,7	62,9	68,1	78,7	74,8	74,7	75,2
	2	68,9	64,2	65,5	70,1	69,8	70,4	70,2	70,4
	3	Contrario	Contrario	78,6	69,5	73,6	72,3	72,3	69,4
	4	42,8	NaN	77,2	75,1	77,9	73,2	73,5	73
144	1	146,7	190,3	155,6	202	161,4	149,7	145,5	149,9
	2	140,7	119,8	136,8	133,6	151,5	149,8	151,2	152,8
	3	Contrario	Contrario	126,5	145,1	137,9	158,4	156,8	167,8
	4	144,4	NaN	155,5	143,9	134	143,8	186,1	124
error (%)		12,7	14,9	9,6	6,8	5,8	3,0	6,6	5,5

Las casillas verdes significan que el error en el ángulo de guiñada al final de la simulación es inferior al 5%, las casillas amarillas significan un error inferior al 10% y las casillas naranjas son un error superior al 10%.

Al contrario del ejercicio de estabilización de la bicicleta tras giros de duraciones de impulsos aleatorias, en este ejercicio los coeficientes adaptativos que usan la velocidad inicial tienen mejores resultados, presentando errores inferiores al 5% en la gran mayoría de las situaciones. Esta eficiencia del controlador es muy satisfactoria para un uso casual que no pida una precisión excesiva.

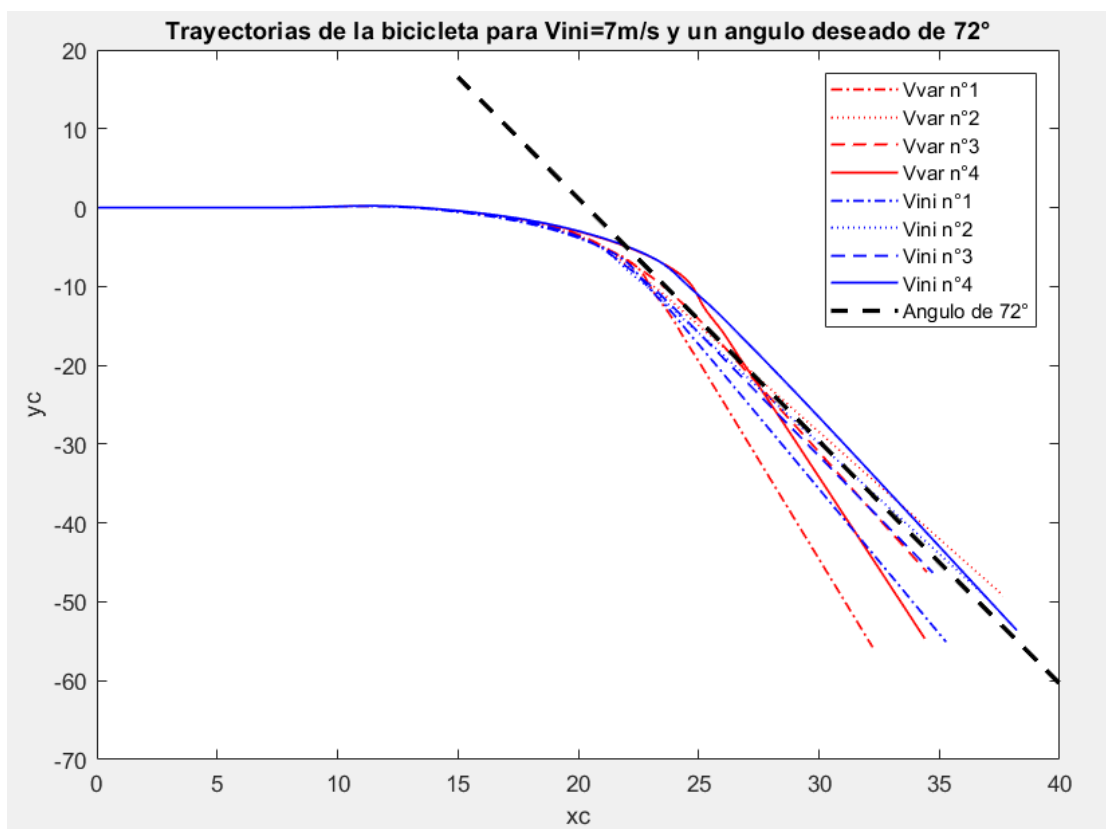


Fig. 28 - Comparativo de las trayectorias para una velocidad inicial de 7m/s y un ángulo de guiñada deseado de 72°

La Fig. 28 presenta una visualización de las trayectorias de la bicicleta para los dos tipos de coeficientes y para los 4 perfiles de par de pedaleo en el ejemplo de una velocidad inicial de 7m/s y un ángulo de guiñada deseado de 72°. La línea negra presenta un ángulo de 72° y permite comparar las otras trayectorias a ese ángulo. Se puede apreciar que los coeficientes obtenidos por interpolación con la velocidad inicial son más precisos lo cual confirma visualmente los resultados de la tabla.

Sin embargo, para una velocidad inicial de 4,5m/s, sigue siendo mejor usar la velocidad real de la bicicleta, y permite estabilizar todas las situaciones menos con el perfil de pedaleo n°3, la cual falla por razones ya explicadas previamente. El error es superior al que se puede ver para velocidades superiores, pero esto era de esperarse. Aun así, sigue estando por debajo del 5% en la mitad de los casos y del 12,7% en media lo cual es aceptable.

Se puede introducir un interruptor que use la velocidad inicial para la interpolación en caso de velocidades iniciales superiores a 5m/s y que use la velocidad real si la velocidad inicial fuera inferior a 5m/s para obtener los mejores resultados.

### 5.3 Unión de las técnicas de control en un mismo ejemplo

En este trabajo se presentaron 3 resultados distintos e independientes, pero no tienen porque no ser compatibles. Las 3 partes tienen como objetivo que el sistema realice una operación simple: estabilizar, girar con un impulso cuadrado de duración aleatoria, girar en una dirección concreta. Pero en los 3 casos, se usa una estructura muy similar para el control.

Para adaptar el sistema para que utilice las distintas partes en la misma simulación, es necesario hacer tres cambios:

- Introducir las 3 posibles entradas en el sistema y que se puedan ir alternando en el tiempo
- Definir en qué casos se tiene que utilizar qué coeficientes
  - o Si la entrada es nula, se considera que se está en el caso de estabilización
  - o Si la entrada es un impulso cuadrado, se está en el caso de giro con un impulso de duración aleatoria
  - o Si la entrada es un ángulo preciso, se está en el caso de seguir un ángulo de guiñada concreto
- Introducir interruptores que decidan que coeficientes se usan para el controlador en función del caso

La restricción que hace falta respetar para el buen funcionamiento del sistema es que hay que esperar la estabilización de la bicicleta entre cada nueva orden.

A continuación, se van a mostrar resultados para un ejemplo concreto que haga uso de las 3 partes del trabajo. El ejemplo que se va a ilustrar es una simulación de 20 segundos con los parámetros siguientes:

- Velocidad inicial de 6,5m/s
- Par de pedaleo que varía de 0 a 15N.m de 0 a 5 segundos, se mantiene a 15N.m de 5 a 15 segundos y disminuye hasta 0 en los últimos 5 segundos (similar al perfil n°1)
- Perturbación inicial del ángulo de vuelco de 0,3 radianes
- Introducción de un impulso cuadrado de 2,5 segundos después de 4 segundos de simulación
- Introducción de una orden de giro de un ángulo de guiñada de 60° después de 11 segundo

De esta forma, la simulación usa las 3 partes del trabajo de forma secuencial manteniendo bastante tiempo entre las 3 para asegurarse de que el sistema se estabilice entre tiempo.

La Fig. 29 muestra la evolución del ángulo de vuelco durante la simulación. El ángulo de vuelco del sistema está en amarillo mientras que en azul está la entrada deseada del sistema. Se puede apreciar la estabilización de la perturbación inicial en aproximadamente 2 segundos. Luego empieza la orden de giro, la cual es respetada y empieza el giro casi instantáneamente y se estabiliza también en aproximadamente 2 segundos tras el final de la orden. Después de 11 segundos empieza la nueva orden, esta vez sobre el ángulo de guiñada deseado. En esta gráfica, no se ve si fue respetada la orden, pero si se ve que después de girar, se vuelve a estabilizar la bicicleta



y queda estable hasta el final de la simulación.

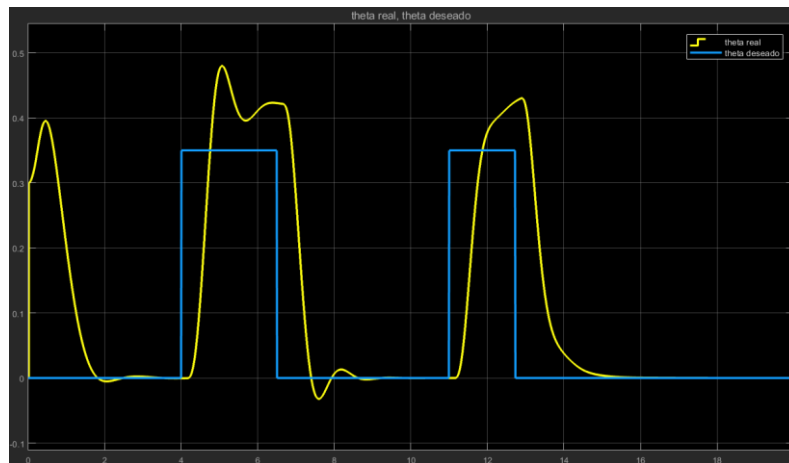


Fig. 29 - Grafica de la evolución del ángulo de vuelco (amarillo) respecto a la referencia (azul)

La Fig. 30 presenta la trayectoria de la bicicleta a lo largo de la simulación. La primera “curva” es debida al trabajo de estabilización de la bicicleta frente a la perturbación. Luego se puede apreciar el giro debido al impulso cuadrado de 2,5 segundos. El último giro es el que tenía como ángulo de guiñada deseado  $60^\circ$ . El ángulo real hecho por el modelo es de  $54,6^\circ$ , lo cual significa un error inferior al 10%, un resultado aceptable.

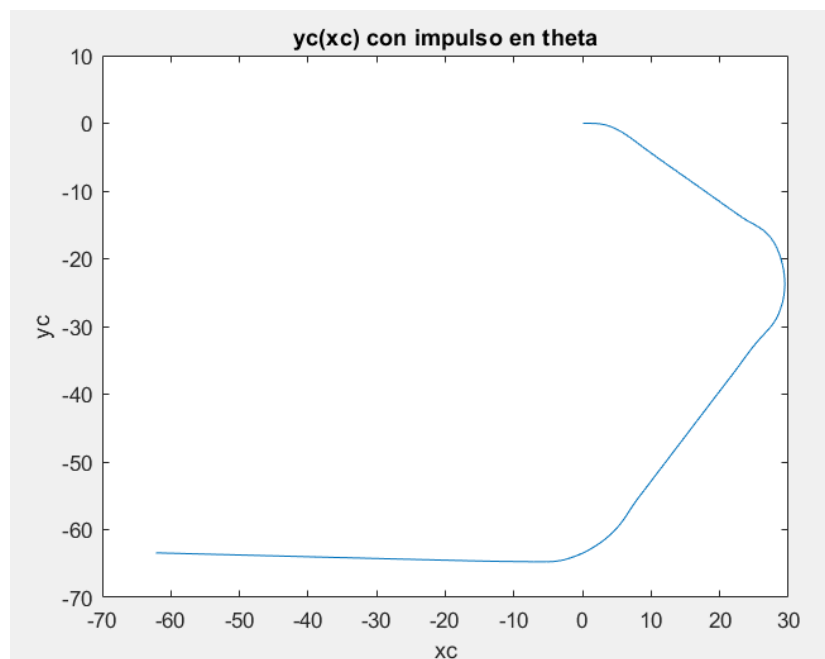


Fig. 30 - Grafica de la trayectoria de la bicicleta

Esto muestra que las 3 partes del trabajo, aunque independientes, también son compatibles y permiten obtener un control de la bicicleta que permite mucho más que solo un simple giro.

## 5.4 Representación gráfica

Un informe de este tipo no es el más adaptado a representaciones gráficas ya que se trabaja con simulaciones y entonces es más adaptado mostrar videos para poder apreciar la evolución del sistema. Es por esta razón que se presentaron principalmente figuras y tablas de la evolución de un único parámetro, generalmente el ángulo vuelco, para entender el comportamiento de este parámetro principal, sin poder apreciar totalmente el comportamiento de la bicicleta en su globalidad.

Sin embargo, se hizo un script *MATLAB* que permite generar un video el que se puede ver como se mueve la bicicleta. Se puede ver en la Fig. 31 (izquierda) una imagen fija del video en el que se puede ver la bicicleta con la flecha roja señalando el par aplicado en el manillar. La Fig. 31 (derecha) muestra mejor la ilustración de un giro de la bicicleta. También se puede cambiar el punto de vista en función de lo que se quiere observar. La Fig. 32 permite observar más precisamente la evolución de dos parámetros muy distintos: el ángulo de guiñada (izquierda) y el ángulo de vuelco (derecha) respectivamente anotados explícitamente en una casilla de texto.

Esta representación gráfica no aporta mucho en este informe, pero si permite llegar a entender mejor cómo evoluciona el sistema en su globalidad.

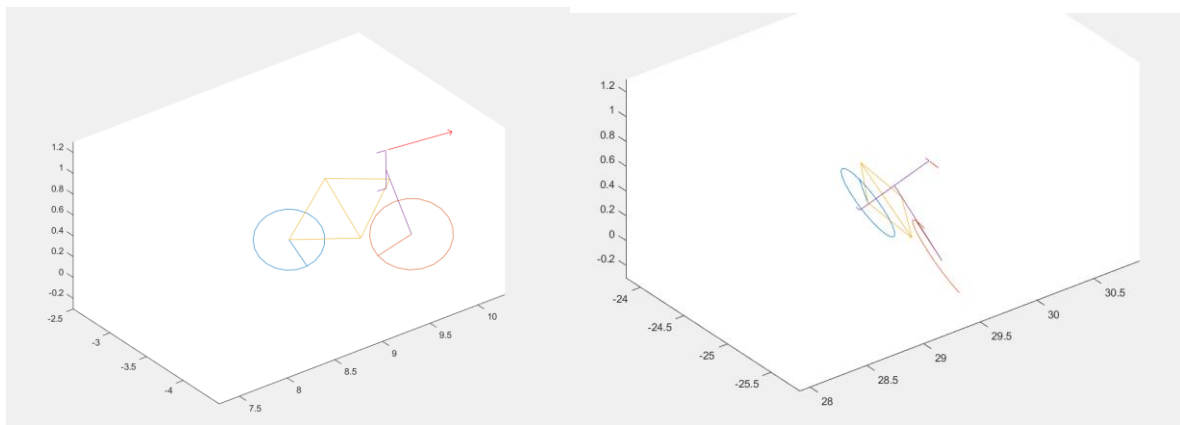


Fig. 31 - Ejemplos de imágenes del video ilustrando una curva y el par en el manillar

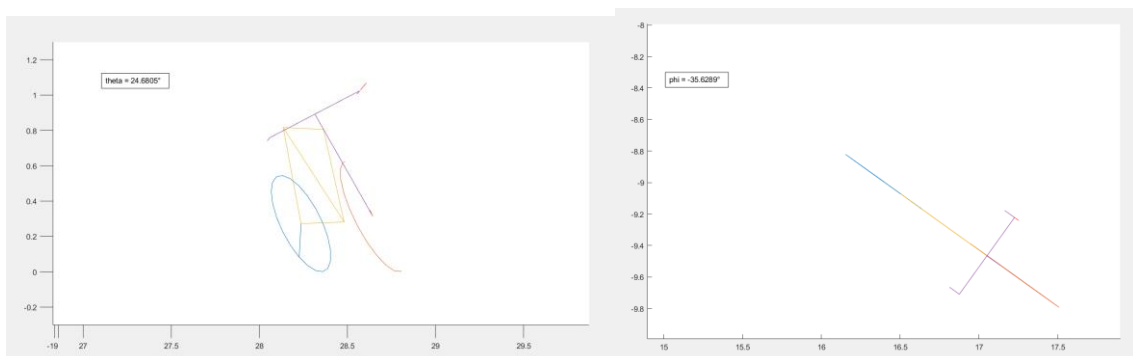


Fig. 32 - Ejemplos de imágenes del video ilustrando los ángulos de vuelco y de guiñada



## 6 CONCLUSIÓN

La conclusión de este trabajo reunirá los objetivos que se han conseguido realizar y propondrá pistas de mejora que podrían llevar a una mejor precisión del control o nuevos estudios basados en los resultados presentados.

### 6.1 Objetivos cumplidos

Para cualquier velocidad inicial superior a 5,5m/s y cualquier perturbación inferior a  $28,6^\circ$  se consigue estabilizar la bicicleta en menos de 4 segundos cualquier sea el par de pedaleo del ciclista y por consecuencia la evolución de la velocidad. Cuanto más alta sea la velocidad inicial, más rápido es el sistema para estabilizar la bicicleta. También se consigue estabilizar la bicicleta para velocidades por debajo de los 5,5m/s siempre y cuando sigan en el rango intrínsecamente estable, pero necesita más tiempo.

Respeto al seguimiento de giros, el modelo consigue estabilizar la bicicleta tras una orden de giro de duración cualquiera (impulso cuadrado sobre el ángulo de vuelco) en menos de 2 segundos para velocidades superiores a 5m/s y cualquier perfil de par de pedaleo. Esto podría ser útil en la realización de bicicletas con control remoto por ejemplo. También se consigue seguir un ángulo de guiñada concreto con un error inferior al 10% en ese rango de estudio.

Se han conseguido los objetivos propuestos. El modelo presentado en este trabajo es robusto y consigue realizar sus tareas, ya sea estabilizar o girar, para distintas velocidades y pares de pedaleo desarrollados por el ciclista y puede realizar varias tareas distintas de forma secuencial en una misma simulación.

### 6.2 Posibles mejoras

Este estudio hace posible la estabilización de una bicicleta en ciertos rangos de velocidades y también permite tener un control de la bicicleta en giros simples. Sin embargo, la obtención de los coeficientes del controlador que permiten estas maniobras se hace mediante interpolación. Como en todo trabajo de interpolación o de extrapolación, siempre es posible mejorar la precisión aumentando la cantidad de puntos que se usan. En este trabajo, debido al tiempo requerido para cada situación, se optimizaron los coeficientes para unas 4 velocidades iniciales y 3 pares de pedaleo. Si se aumenta el rango o se buscan más puntos en estos rangos, el control será más eficiente.

El trabajo presente permite usar los distintos tipos de control presentados de forma secuencial, es decir uno tras otro siempre y cuando le dé tiempo al sistema estabilizarse entre cada situación. De la forma en la que están estructurados los bloques del sistema, no se puede hacer este trabajo en paralelo. Es decir, si entra una perturbación durante una orden de giro, el sistema presentado en este trabajo no puede saber que hay esta perturbación, lo va a interpretar todo como un giro. Además, los coeficientes están calculados dependiendo del tipo de control que se haga en un instante  $t$ . En ese instante, los coeficientes son distintos si el objetivo es

estabilizar o si es girar. Si de repente hay la perturbación durante el giro, no se pueden obtener coeficientes que funcionen para los dos. Una mejora posible sería tomar en cuenta estos casos y hacer un control que funcione con ordenes en paralelo.

Por último, este trabajo podría ser la base para la realización de una maqueta o de un prototipo que aplique la metodología presentada aquí para el control de una bicicleta en el mundo real.

## REFERENCIAS

---

- [1] A. L. Schwab y J. P. Meijaard, *A Review on Bicycle Dynamics and Rider Control*, 2013.
- [2] J. L. Escalona y A. M. Recuero, *A bicycle model for education in multibody dynamics and real-time interactive simulation*, 2011.
- [3] J. Kooijman, A. Schwab y J. Meijaard, *Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle*, 2007.
- [4] Á. Domina y V. Tihanyi, *Comparison of path following controllers for autonomous vehicles*, 2019.
- [5] A. J. de Winter, *Design and Implementation of a Path Following System for an Autonomous Vehicle*, 2017.
- [6] N. H. Getz y J. E. Marsden, *Control for an Autonomous Bicycle*, 1995.
- [7] D. Rodriguez-Rosa, I. Payo-Gutierrez, F. J. Castillo-Garcia, A. Gonzalez-Rodriguez y S. Perez-Juarez, *Improving Energy Efficiency of an Autonomous Bicycle with Adaptive Controller Design*, 2017.
- [8] X. Wang, *Test Platform Design and control of a Bicycle-type Two-wheeled Autonomous Vehicle*, 2011.
- [9] M. Corno, P. Giani, M. Tanelli y S. M. Savaresi, *Human-in-the-Loop Bicycle Control via Active Heart Rate Regulation*, 2015.
- [10] D. Bickford, *Path Following and Stabilization of an Autonomous Bicycle*, 2013.
- [11] C. Savoye, *Modelling and Path Tracking Control of an Autonomous Bicycle*, 2019.
- [12] G. Dialynas, *An experimental approach into the quantification of steering and balance behaviour of bicyclists*, 2020.
- [13] D. J. N. Limebeer y R. S. Sharb, *Bicycles, Motorcycles, and Models*, 2006.
- [14] J. K. Moore, *Human Control of a Bicycle*, 2012.
- [15] J. K. Moore, R. Hess y M. Hubbard, *Modelling the Manually Controlled Bicycle*, 2012.
- [16] J. K. Moore, M. Hubbard, A. L. Schwab, J. D. G. Kooijman y D. L. Peterson, *Statistics of Bicycle Rider Motion*, 2010.

- 
- [17] H. G. Stassen y A. van Lunteren, *Het stabilisatie proces van een fietser op een rechte weg*, 1967.
- [18] C.-K. Chen, T.-D. Chu y X.-D. Zhang, *Modeling and Control of an Active Stabilizing Assistant System for a Bicycle*, 2019.
- [19] J. Meijaard, J. M. Papadopoulos, A. Ruina y A. L. Schwab, *Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review*, 2007.
- [20] P. de Lange, *Rider Control Identification in Bicycling*, 2011.
- [21] S. Lee y W. Ham, *Self Stabilizing Strategy in Tracking Control of Unmanned Electric Bicycle with Mass Balance*, 2002.
- [22] D. Bickford y D. E. Davison, *Systematic Multi-loop Control for Autonomous Bicycle Path Following*, 2013.