

Trabajo de Fin de Grado
Ingeniería Electrónica, Robótica y Mecatrónica

Modelización de un exoesqueleto de rehabilitación
propulsado por cables con capacidad de
desplazamiento espacial

Autor: Efraim Muñoz Bayo

Tutores: Joaquín Ojeda Granja, Juana Mayo Núñez

Dpto. Ingeniería Mecánica y de Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Electrónica, Robótica y Mecatrónica

Modelización de un exoesqueleto de rehabilitación propulsado por cables con capacidad de desplazamiento espacial

Autor:

Efraim Muñoz Bayo

Tutores:

Joaquín Ojeda Granja

Juana Mayo Núñez

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Proyecto Fin de Carrera: Modelización de un exoesqueleto de rehabilitación propulsado por cables con capacidad de desplazamiento espacial

Autor: Efraim Muñoz Bayo

Tutores: Joaquín Ojeda Granja, Juana Mayo Núñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

A mis maestros

A mi familia

A mi prometida Sara

Agradecimientos

Las investigaciones llevadas a cabo en este trabajo surgen gracias a la oportunidad que el Doctor Maarouf Saad, director del Laboratorio GRÉPCI de la École de Technologie Supérieure de Montréal, me ofreció en mayo del año 2019. Gracias a sus enseñanzas sobre el robot KINECAB pude emprender mi propio camino y encontrar una meta en la ingeniería que comienza con este TFG.

A mis tutores, por haber puesto su experiencia y dedicación al servicio de esta empresa.

A mis compañeros de carrera, de una generación excepcional, y especialmente a Javier Gómez Jiménez por su apoyo en la representación tridimensional de los sistemas trabajados. Gran ingeniero y mejor persona al que auguro un futuro brillante.

A mi hermano mayor, por su colaboración en la sección médica del trabajo, y a mis padres, por todo el apoyo incondicional. Al resto de mis hermanos por toda la ayuda ofrecida.

A mi prometida, por ser el verdadero motivo por el que esforzarme y aquella que me ha mantenido y acompañado en este camino de grandes esfuerzos.

Gracias a todos.

Efraim Muñoz Bayo

Estudiante de último año del grado en Ingeniería Electrónica, Robótica y Mecatrónica

Sevilla, 2021

Resumen

En la actualidad miles de personas en nuestro país y en el mundo se enfrentan a las enfermedades cerebrovasculares y a sus devastadoras consecuencias sobre la vida humana. Aquellos que sobreviven se ven obligados a sufrir diversas secuelas permanentes, de las cuales aquellas que afectan a la movilidad física son de las que más situaciones de dependencia producen. El aumento de la frecuencia de este tipo de males lo convierten en una de las principales preocupaciones de la medicina moderna

La esperanza de los pacientes con reducción de la movilidad se centra en las terapias de rehabilitación, las cuales exigen gran cantidad de medios y horas de esfuerzo que a menudo no se encuentran al alcance de los especialistas. La ingeniería robótica ha proporcionado un gran apoyo a estos procesos mediante los exoesqueletos de rehabilitación, pero su investigación se mantiene hoy en pleno desarrollo y aún existen muchos inconvenientes en el uso de sus sistemas.

Una nueva línea de investigación de robots de cables ha surgido demostrando poder resolver muchos de estos inconvenientes y propone un futuro prometedor. Sus sistemas aún sufren grandes restricciones al movimiento que hacen que todavía estos exoesqueletos de cables no posean todas las capacidades que la medicina de rehabilitación requiere.

El proyecto “*Modelización de un exoesqueleto de rehabilitación propulsado por cables con capacidad de desplazamiento espacial*” tiene como objetivo ampliar las posibilidades de los exoesqueletos de cables actuales mediante la modelización y simulación de un sistema completo de tres grados de libertad capaz de desplazarse en el espacio tridimensional.

Abstract

Nowadays thousands of people in our country and in the world face cerebrovascular diseases and its devastating consequences on human life. Those who survive are forced to suffer different kinds of permanent sequelae. Among them, mobility disabilities are those who produce more dependency situations. The increase in the frequency of this type of illness makes it one of the main concerns of modern medicine.

The hope of patients with reduced mobility is focused on rehabilitation therapies, which require a great deal of means and hours of effort that are often not available to specialists. Robotic engineering has provided great support to these processes through rehabilitation exoskeletons, but its research is still in a developing state and there are many drawbacks in the use of these systems.

A new line of research on cable-driven robots has emerged showing that it can solve many of these problems and it seems to have a bright future. Their systems still suffer great restrictions to movement that mean that these cable exoskeletons still do not have all the capabilities that rehabilitation medicine requires.

The project "Modelling a cable-driven rehabilitation exoskeleton with space displacement capacity" aims to expand the possibilities of current cable exoskeletons by modelling and simulating a complete system of three degrees of freedom capable of movement in three-dimensional space.

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xv
Índice de Tablas	xvii
Índice de Figuras	xix
Notación	xxiii
1 Introducción	1
1.1 <i>El Accidente Cerebrovascular y sus consecuencias en la vida humana</i>	1
1.2 <i>La robótica en la rehabilitación de los miembros inferiores</i>	2
1.3 <i>Los exoesqueletos de rehabilitación</i>	4
1.3.1 <i>Funcionamiento en la reeducación</i>	4
1.3.2 <i>Clasificación</i>	5
1.4 <i>Inconvenientes de los sistemas robóticos rígidos en los exoesqueletos</i>	7
1.5 <i>Los robots paralelos de cables</i>	8
1.5.1 <i>Elementos de los robots de cables</i>	10
1.5.2 <i>Características de los robots de cables</i>	11
1.5.3 <i>Ventajas y desventajas de los robots de cables</i>	11
1.5.4 <i>Clasificación</i>	12
1.5.5 <i>Modelaje cinemático de cables</i>	14
1.5.6 <i>Los exoesqueletos de cables</i>	15
1.6 <i>Planteamientos y objetivos</i>	17
2 Métodos y herramientas	19
2.1 <i>Modelaje cinemático de robots</i>	19
2.1.1 <i>Algoritmo Denavit-Hartenberg</i>	19
2.1.2 <i>Método geométrico</i>	21
2.1.3 <i>Método de Newton-Raphson</i>	21
2.1.4 <i>Modelos de cables</i>	22
2.2 <i>Herramientas computacionales empleadas</i>	22
2.2.1 <i>MATLAB®</i>	22
2.2.2 <i>Simulink®</i>	23
2.2.3 <i>Cinema4D®</i>	23
2.2.4 <i>Unity3D®</i>	23
3 Desarrollo del proyecto	25
3.1 <i>Fases de desarrollo</i>	25
3.1.1 <i>Robot planar</i>	26
3.1.2 <i>Robot FA</i>	27
3.1.3 <i>Robot FAR</i>	28
3.2 <i>Estudio de grados de libertad</i>	29
3.2.1 <i>Miembros inferiores</i>	29

3.2.2	Robot planar	32
3.2.3	Robot FA	34
3.3	<i>Modelos Cinemáticos</i>	40
3.3.1	Robot planar	40
3.3.2	Robot FA	53
3.4	<i>Simulación</i>	65
3.4.1	Generación de Trayectorias	66
3.4.2	Modelo planar	67
3.4.3	Modelo FA	72
3.5	<i>Representación 3D</i>	81
3.5.1	Generación de modelo tridimensional en Cinema 4D	82
3.5.2	Simulación virtual en Unity 3D	86
4	Resultados y discusión	91
5	Conclusiones	95
	Referencias	97

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1: Parámetros DH del modelo planar de miembros inferiores	42
Tabla 3-2: Parámetros DH del modelo de miembros inferiores para el sistema FA	55
Tabla 3-3: Medidas de parámetros de los modelos	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1: Exoesqueletos de rehabilitación de miembros inferiores. Fuente: [12]	5
Figura 1-2: Exoesqueleto de rehabilitación de miembro superior. Fuente: [13]	5
Figura 1-3: Lokomat. Fuente: [14]	6
Figura 1-4: Exoesqueletos móviles de rehabilitación de la marcha. Fuente: [12]	6
Figura 1-5: Exoesqueleto Atlas 2030®	7
Figura 1-6: Robot PUMA. Fuente:[16]	8
Figura 1-7: Ejemplo de robot industrial. Fuente:[18]	8
Figura 1-8: Robot Skycam. Fuente:[18]	9
Figura 1-9: Cablerobot Simulator en funcionamiento. Fuente:[20]	9
Figura 1-10: Prototipos de robots IPAnema1 e IPAnema2. Fuente:[21, p. 128]	10
Figura 1-11: Modelo de cabrestante. Fuente:[21, p. 123]	11
Figura 1-12: Cabrestante del robot IPAnema	11
Figura 1-13: Modelo de un robot de cables híbrido. Fuente: [22]	14
Figura 1-14: Esquema de diseño de modelo de cables para robot planar paralelo de cables. Fuente:[21, p. 218]	14
Figura 1-15: Exoesqueleto CAREX-7. Fuente:[24]	16
Figura 1-16: Efector final del robot MACARM. Fuente:[23]	16
Figura 1-17: Estructura y morfología del robot KINECAB. Fuente:[25]	17
Figura 2-1: Disposición de los parámetros DH entre dos vínculos rígidos de morfología cualquiera. Fuente:[26, p. 64]	20
Figura 2-2: Esquema de método geométrico de robot planar.[26]	21
Figura 2-3: Ejemplo de aplicación del método de Newton-Raphson. Fuente: [28, p. 146]	22
Figura 3-1: Movimientos del miembro inferior	26
Figura 3-2: Plano sagital del cuerpo humano	27
Figura 3-3: Ejemplo de movimiento de abducción-aducción de la cadera	28
Figura 3-4: Propuesta de movimiento de rotación de la cadera asistido por cables.	28
Figura 3-5: Esquema de gdl de la pierna	30
Figura 3-6: Ejemplo de esquema de gdl. Fuente: [34]	31
Figura 3-7: esquema de gdl KINECAB sin cable trasero	32
Figura 3-8:Esquema de gdl del robot KINECAB con cable trasero	33
Figura 3-9: Esquema de gdl del robot KINECAB con miembro inferior acoplado	33
Figura 3-10: ejemplo de sistema CRPM con plataforma móvil. Fuente:[17]	34
Figura 3-11: Esquema general de gdl del robot FA	35
Figura 3-12: Triángulo de cables con acoplamiento único	36
Figura 3-13: Esquema de gdl de barras del robot FA sin cable trasero	37

Figura 3-14: Esquema de gdl de barras del robot FA con cable trasero	38
Figura 3-15: Esquema de gdl del sistema robot FA(negro) - miembro inferior (azul)	39
Figura 3-16: Esquema de barras del miembro inferior (modelo planar)	41
Figura 3-17: Esquema de barras completo para modelo planar de miembros inferiores. Fuente propia	42
Figura 3-18: Diagrama de bloques de control de seguimiento de posición para un exoesqueleto	45
Figura 3-19: Esquema de cálculo de modelo cinemático inverso de miembros inferiores (modelo planar)	46
Figura 3-20: relación entre niveles del sistema robótico de cables	48
Figura 3-21: Esquema de modelo cinemático de cables con nomenclatura adaptada. Fuente propia	49
Figura 3-22: Visualización 3D de la polaina sobre la pierna	51
Figura 3-23: Esquema de medidas del sistema de cables	51
Figura 3-24: Modelo de cadera FA (representación bicilíndrica)	54
Figura 3-25: Modelo de cadera FA (representación esférica)	54
Figura 3-26: esquema geométrico de la pierna derecha	55
Figura 3-27: Proceso de transformación del sistema -1 al 0	56
Figura 3-28 Esquema geométrico FA completo (miembros inferiores)	58
Figura 3-29: Esquema geométrico para el MCI de miembros inferiores FA	59
Figura 3-30: esquema de acoplamiento a la plataforma móvil	61
Figura 3-31: esquema de medidas de plataforma móvil y puntos de acoplamiento	62
Figura 3-32: Esquema del modelo de cables completo (sistema FA)	62
Figura 3-33: Secuencia de simulaciones	66
Figura 3-34: generadores de trayectoria del modelo FA	67
Figura 3-35: simulación Simulink de pedaleo (sistema planar)	68
Figura 3-36: Etapas en la transición de sentado a levantarse. Fuente [35]	70
Figura 3-37: Generador de trayectorias planar para movimiento de levantamiento de silla	71
Figura 3-38: simulación Simulink de levantamiento de silla (sistema planar)	71
Figura 3-39: simulación Simulink de pedaleo (sistema FA)	73
Figura 3-40: Generador de trayectorias de levantamiento de silla para sistema FA	75
Figura 3-41: simulación Simulink de levantamiento de silla (sistema FA)	75
Figura 3-42: Planos del cuerpo humano. Fuente:[36]	77
Figura 3-43: Generador de trayectorias de paso lateral para sistema FA	78
Figura 3-44: simulación Simulink de paso lateral (sistema FA)	79
Figura 3-45: Entorno de trabajo de Cinema 4D	82
Figura 3-46: Estructura fija	83
Figura 3-47: Cadera	83
Figura 3-48: Piernas	84
Figura 3-49: Plataforma móvil (polaina)	84
Figura 3-50: Detalle de acoplamiento a la plataforma móvil	85
Figura 3-51: Detalle de los acoplamientos de la plataforma fija en la parte superior de la estructura	85

Figura 3-52: Árbol de jerarquía del proyecto de Cinema 4D	86
Figura 3-53: Entorno de desarrollo de la herramienta de Unity 3D	87
Figura 3-54: Movimiento de apertura, vista frontal	87
Figura 3-55: Movimiento de apertura, vista lateral	88
Figura 3-56: Movimiento de apertura, vista trasera	88
Figura 3-57: Movimiento de levantamiento de rodilla con ligera apertura, vista lateral derecha	89

A^*	Conjugado
e	número e
Re	Parte real
Im	Parte imaginaria
sen	Función seno
sin	Función seno
tg	Función tangente
arctg	Función arco tangente
sen	Función seno
$\text{sen}^x y$	Función seno de x elevado a y
$\text{cos}^x y$	Función coseno de x elevado a y
S_a	Función sampling
sgn	Función signo
rect	Función rectángulo
$\frac{\partial y}{\partial x}$	Derivada parcial de y respecto
x°	Notación de grado, x grados.
$<$	Menor o igual
$>$	Mayor o igual
ACV	Accidente Cerebrovascular
gdl	Grados de libertad
IRPM	Incompletely restrained positioning mechanism
CRPM	Completely restrained positioning mechanism
RRPM	Redundant restrained positioning mechanism
MCD_{mi}	Modelo cinemático directo de miembros inferiores
MCI_{mi}	Modelo cinemático inverso de miembros inferiores
MCD_c	Modelo cinemático directo de cables
MCI_c	Modelo cinemático inverso de cables
FA	Flexión-abducción
FAR	Flexión-abducción-rotación
T_j^i	Transformación del sistema j en función del sistema i
V^i	Vector V en fusión del sistema i

1 INTRODUCCIÓN

The fundamental problem of communication is that of reproducing at one point either exactly or approximately a message selected at another point.

Claude Shannon, 1948

El primer capítulo de este documento comienza por establecer las bases de conocimiento necesarias para comprender la línea de investigación y definir unos objetivos concretos que guíen el desarrollo del proyecto. En una primera instancia se comentarán las características de las enfermedades cuyas secuelas son tratadas por los sistemas de tipo exoesqueleto, de las cuales se hará hincapié en el ACV. A continuación, se realiza una exposición de los exoesqueletos de rehabilitación, objeto de estudio de este proyecto. Se mostrarán sus características, funciones y desafíos actuales. Seguidamente se pasará a presentar la rama de la robótica de cables, junto a sus características, líneas de investigación, clasificaciones y funciones, con el motivo de introducir las ventajas de estos sistemas en el mundo de los exoesqueletos.

El desarrollo de este capítulo introductorio conlleva una minuciosa investigación de la literatura existente sobre los exoesqueletos, los robots de cables y los exoesqueletos de cables que fundamenta el marco teórico de un proyecto cuyas finalidades se expondrán al final de este. Todas las secciones irán acompañadas de ejemplos reales del sistema que arrojan luz sobre el estado del arte de estas investigaciones científicas a la par que sirven como guía en el desarrollo de las bases de un sistema que buscará, ante todo, aportar nuevos puntos de vista a esta rama de la ingeniería.

Los sucesivos capítulos continuarán con la redacción de los conocimientos, métodos y herramientas que se han utilizado para desarrollar el proyecto, seguidos del cuerpo de la investigación con la aplicación de esos métodos en los exoesqueletos propuestos para, finalmente, discutir los resultados obtenidos en los procesos de simulación a los que se someterán todos los materiales generados.

En última instancia se ofrecerá una sección de conclusiones con los que se hará una visualización global del proyecto con su desarrollo, marco teórico y resultados para cerrar el documento, incluyendo propuestas de estudios futuros basados en los materiales producidos por este trabajo de fin de carrera.

1.1 El Accidente Cerebrovascular y sus consecuencias en la vida humana

En el último siglo, la esperanza de vida ha aumentado exponencialmente y es hoy casi el doble que a principios del siglo pasado. Fruto de ello es el envejecimiento de la población [1, p. 6] mundial que se espera que se mantenga hasta doblar la cifra actual de personas a partir de 60 años en 2050, y que se triplique en 2100 [2]. En España, en 2020, la tasa de población a partir de 65 años de edad ya era del 19,58% [3]. Esto lleva de la mano todo un conjunto de enfermedades asociadas a la edad que, de no preverlas, pueden desbordar en las próximas décadas los sistemas de salud mundiales de manera similar a la pandemia actual de la COVID-19.

En este escenario las enfermedades vasculares, concretamente las cerebrovasculares, toman especial relevancia por su estrecha relación con la edad. Las enfermedades cerebrovasculares son la segunda causa de muerte en todo el mundo, con 6.2 millones de casos en 2015, un aumento de 830 000 respecto del año 2000. Pero no sólo eso, sino que también son una causa importante de discapacidad, llegando a ser la principal en países como Estados Unidos [4]. Las mejoras en los tratamientos favorecen esta tendencia de reducción de la letalidad a costa de aumentar la carga de discapacidad de la enfermedad.

El accidente cerebrovascular (ACV) se define como una deficiencia neurológica repentina atribuible a una

causa vascular focal, cuyos signos y síntomas se prolongan más de 24 horas [5] [4]. Esta entidad puede afectar a cualquier nivel del sistema nervioso central, siendo más frecuente que afecte al encéfalo, en las zonas menos protegidas por una irrigación redundante. Los síntomas sólo dependen del área afectada. Si se reestablece la normal circulación de la sangre a tiempo, parte del tejido encefálico no morirá, y se recuperará, al menos parcialmente, en pocos meses. Sin embargo, la zona destruida por la muerte celular dejará un déficit neuronal permanente. Cuanto más tarde el tratamiento en llegar, mayor será la zona irrecuperable.

Las secuelas tras un ACV pueden abarcar multitud de síntomas, principalmente déficits motores y sensoriales, también de las funciones superiores del cerebro (memoria, atención...). Todo ello, en la mayor parte de los casos desemboca en una situación de discapacidad. En España un 9% de la población sufre algún tipo de discapacidad [6], un 4% de ellas causada directamente por un accidente cerebrovascular [7], siendo la más frecuente la dificultad en el desplazamiento [6]. La marcha erguida bípeda depende de la integración exitosa del control postural y la locomoción [8]. Estas funciones se distribuyen en regiones amplias del sistema nervioso central. La biomecánica de la marcha bípeda es compleja y es fácil que su desempeño se deteriore por alguna deficiencia neurológica a cualquier nivel. Para llevarla a cabo no sólo basta con tener los circuitos motores efectores intactos, sino que son precisos también los sensores que detectan la posición del cuerpo en cada momento para poder corregir la trayectoria del movimiento en caso de que sea necesario. El ACV puede afectar en cualquier punto.

Más allá de las secuelas del ACV, la capacidad de deambulación es especialmente sensible a la edad. Los trastornos de la marcha y el equilibrio son comunes en los ancianos y contribuyen al riesgo de caídas y lesiones. Se han descrito trastornos de la marcha en 15% de los individuos de más de 65 años [8]. Hacia los 80 años de edad, una persona de cada cuatro utilizará un dispositivo mecánico para auxiliarse en la deambulación. Entre los que tienen 85 años o más, la prevalencia de anomalías en la marcha se acerca a 40%. Cada año, el 33% de la población de personas mayores de 65 años sufre una caída. Esta cifra es aún mayor en residencias de ancianos y hospitales. Los ancianos no sólo tienen mayor riesgo de caer, sino también es más probable que sufran complicaciones graves. Por si fuera poco, por cada persona con discapacidad física, existen otras cuya independencia funcional se encuentra limitada por ansiedad y temor a una caída. Casi 20% de los ancianos limita voluntariamente su actividad por miedo a caer. Al dejar de caminar, la calidad de la vida disminuye y el índice de morbilidad¹ aumenta.

Todo ello exige la búsqueda de la mejor manera de trabajar los miembros inferiores para alcanzar una buena funcionalidad que permita una deambulación en aquellas personas que la han perdido, o que están en riesgo de perderla.

1.2 La robótica en la rehabilitación de los miembros inferiores

Hasta hace unos 50 años, el desconocimiento del sistema nervioso central llevaba a pensar que, tras una lesión irreversible, como el ACV, sólo cabía encontrar mecanismos de compensación [9, Ch. 9]. La rehabilitación únicamente consistía en enseñar a sobrevivir asumiendo la pérdida de la función dañada. Esto se ha visto cambiado con la observación de la capacidad del tejido neuronal para regenerarse funcional y morfológicamente, denominada como neuroplasticidad. Este descubrimiento abrió la puerta a un nuevo concepto de rehabilitación del paciente neurológico que busca, más allá de suplir una deficiencia, recuperar la funcionalidad necesaria para afrontar el día a día de manera independiente. Es importante destacar que, si bien la plasticidad del sistema nervioso no es siempre la misma, sigue existiendo en mayor o menor medida a cualquier edad, incluso cuando existe un proceso degenerativo en marcha [10]. El sistema nervioso es un sistema complejo dinámico, en constante transformación y adaptación a los requerimientos que el entorno pide [9, Ch. 9].

Tras pasar la fase aguda del ACV, el paciente se encuentra con una situación neuronal nueva que requiere de una reeducación, similar a la manera en que aprende un niño [9, Ch. 27]. El concepto Bobath pone en relieve las consideraciones previas de la neurorrehabilitación. Las personas aprenden a moverse *moviéndose*, la ejecución de cualquier movimiento conlleva a su vez una retroalimentación sensorial que demanda a su vez una corrección del movimiento. La repetición de este proceso de ejecución y retroalimentación consigue

¹ De morbilidad (enfermedad) y mortalidad.

finalmente la anticipación, pasando de reaccionar a dichas sensaciones a adelantarse a ellas. Es en este punto en el que el movimiento se puede hacer de forma concisa y consciente.

En este proceso juega un papel determinante la participación activa del paciente. *“Los procesos neurales se organizan alrededor de metas funcionales y conductuales en vez de patrones sensoriomotores predeterminados”* [9, p. 248]. Otro aspecto a tener en cuenta es la conveniencia de un ejercicio continuado y con una intensidad suficiente, evaluando con suficiente periodicidad el adecuado desarrollo de las capacidades. El objetivo debe ir siempre enfocado a la consecución de una actividad concreta y cotidiana, la conocida como: “rehabilitación orientada a la tarea”. La repetición de movimientos que luego no tienen aplicación en la vida diaria no redundan en una verdadera mejora de la independencia y la calidad de vida del paciente [9, Ch. 44].

Cabe añadir la importancia del componente motivacional del paciente, que influye mucho en el aprendizaje [9, Ch. 27]. Así se alcanza la incorporación de un movimiento normal, entendiéndolo como tal la forma óptima de alcanzar la función de la manera más eficiente, minimizando el esfuerzo.

En resumidas cuentas, la rehabilitación ideal consistiría en una serie de ejercicios interactivos y lúdicos, que impliquen la repetición de movimientos cotidianos a la máxima intensidad tolerada por el paciente, diariamente evaluados y adaptados a la situación cambiante de este. La ayuda recibida debe ser la mínima necesaria y permitir una retroalimentación sensorial similar a la de la situación real. Tiene que ser posible aplicar exactamente el ejercicio que el paciente requiere, de una forma reproducible.

La rehabilitación de la marcha entendida desde la neurorrehabilitación lleva a la terapia convencional a su límite. Es necesaria mucha mano de obra, requiriendo hasta tres terapeutas por paciente para ayudarlo a mover el torso y las piernas, y el desgaste físico que conlleva es grande [1]. Durante una sesión, la fatiga de los rehabilitadores hace que la intensidad del ejercicio vaya decayendo, haciendo que sea menos eficaz [9, Ch. 44]. Además, es difícil reproducir la misma terapia de uno a otro paciente, con la pérdida que ello conlleva a la hora de realizar ensayos clínicos e incluso el detrimento en la calidad de la atención del propio paciente. Si a ello se suma lo anteriormente citado sobre el envejecimiento de la población y el aumento de la demanda de este tipo de atenciones, se puede concluir fácilmente que, para evitar un gasto demasiado elevado y poco eficaz en fisioterapeutas, la terapia convencional necesita apoyo externo [1].

Es aquí donde la tecnología puede hacer su aparición. Dispositivos robóticos y de realidad virtual han sido probados en la rehabilitación de diversos trastornos neurológicos con resultados prometedores que podrían suponer una auténtica revolución en la neurorrehabilitación en cuanto a accesibilidad y posibilidad de cumplir regímenes de tratamiento muy demandantes [10]. Los sistemas robóticos son capaces de tomar mediciones durante el ejercicio, proporcionando una evaluación cuantitativa precisa del avance del paciente con la terapia. Esta ayudaría a los rehabilitadores en el diseño de dicha terapia para que no decaiga el esfuerzo realizado por el sujeto. Con una orientación lúdica y un diseño en constante mejora para mayor comodidad, se favorecen la adherencia y la atención por parte del paciente, esenciales en la neuroplasticidad [10]. Además, el soporte antigravitatorio hace posible practicar la terapia en presencia de debilidad grave, lo cual, como se ha mencionado, es altamente complicado y demandante bajo los estándares actuales.

Se han aplicado métodos de rehabilitación con robots tanto para miembros superiores como inferiores. Si bien la complejidad de la mano aún dificulta obtener claras mejoras en la calidad de vida al usar robots sobre los miembros superiores, son ya muchos estudios los que lo avalan en los miembros inferiores, aseverando, al menos, la no inferioridad de la rehabilitación robótica frente a la convencional [9, Ch. 44]. La reeducación de la marcha se basa en movimientos cíclicos más simples de modelizar y controlar. Se plantean dos retos a este respecto: la consecución de un patrón fisiológico de la marcha y un grado de asistencia variable. Un robot que constriña los movimientos del paciente impidiéndole trazar un movimiento natural, “normal”, difícilmente va a mejorar la marcha independiente de este. Del mismo modo, si el paciente se siente como una marioneta, incapaz de realizar él mismo los movimientos cuando ya no precise tanta asistencia, disminuirá su atención y su esfuerzo, con la consiguiente merma en el remodelado neuronal que se busca [9, Ch. 44].

No obstante, independientemente de la mejora motriz, el trabajo realizado durante este tipo de terapias tiene muchas más ventajas que lo hacen rentable. Aumenta el número de pacientes que pueden ser tratados por una persona y disminuye la fatiga de los rehabilitadores, reduciendo listas de espera y enfermedades y bajas laborales. El movimiento, sea como fuere, aporta beneficios cardiovasculares muy importantes en un tipo de pacientes que suelen llevar una forma de vida más sedentaria.

AVC, esclerosis múltiple, traumatismo craneoencefálico, parálisis cerebral, lesión medular, tal vez ancianos frágiles... La aplicación de estas tecnologías en la mejora de la salud de las personas es un terreno aún muy inexplorado y cuyo límite parece estar sólo en la imaginación de los desarrolladores. Este trabajo se adhiere a las bases de estas necesidades para plantear soluciones a estas realidades de la medicina moderna, centrándose en el ACV como origen principal de sus principales retos.

1.3 Los exoesqueletos de rehabilitación

Actualmente existe una amplia gama de investigaciones relacionadas con la conexión humano-robot y es posible observar sus avances a diario. Empresas como Boston Dynamics^{TM2}, altamente reputada, o la estadounidense Ekso Bionics^{TM3} dedican áreas de sus investigaciones a robots basados en la morfología del cuerpo humano.

Dentro de estas investigaciones, los exoesqueletos son uno de los objetos de estudio la rama de la bioingeniería. Según el IEEETM, *“un exoesqueleto es un mecanismo estructural externo con eslabones y articulaciones que corresponden a los del cuerpo humano”* [11]. Se trata de aparatos electromecánicos cuya función se desempeña en unión mecánica con el cuerpo, y que tienen diversas funcionalidades valiosas para personas sanas y enfermas. Entre esas funciones se encuentra la ya citada capacidad de asistir la rehabilitación humana.

Debido a la extensa bibliografía, en este documento se describirán las características, clasificaciones y funciones de los exoesqueletos dedicados a la rehabilitación de miembros corporales humanos.

1.3.1 Funcionamiento en la reeducación

Como se ha mencionado anteriormente, los exoesqueletos de rehabilitación funcionan como un complemento en el proceso de la reeducación de los miembros que ha demostrado aportar beneficios en la velocidad de aprendizaje y otros campos que siguen en investigación.

Existen diversas maneras de diseñar un robot exoesqueleto, pero la mayoría de ellos plantean ciertas características comunes en su aplicación a la rehabilitación: están diseñados para funcionar en entornos favorables a la rehabilitación, como laboratorios o centros dedicados a esta finalidad, por lo que no se les requiere capacidades de resistencia al entorno. Por este mismo motivo, son dispositivos de alta dependencia, que no necesitan el uso de baterías o sistemas de energía específicos. Por otra parte, a diferencia de otro tipo de exoesqueletos, los robots de rehabilitación operan en condiciones de movilidad normal, por lo que sus capacidades de fuerza y velocidad se mantienen estrictamente en valores comunes de las personas sanas. Por último, los exoesqueletos de rehabilitación son sistemas de funcionalidad específica que no buscan ofrecer versatilidad a sus usuarios, sino más bien desempeñar una función concreta con el mayor grado de precisión y análisis de datos posible.

El papel principal de los exoesqueletos de rehabilitación y concretamente en la reeducación es la reiteración de movimientos. Para ello, estos robots se diseñan con el objetivo de actuar de manera directa y lo más precisa posible sobre los ejes de movimiento del paciente. Una vez alcanzado este objetivo, se busca analizar una manera eficaz de controlar sus movimientos para que puedan asistir a los pacientes en el proceso de rehabilitación de forma segura y eficaz. Para que esto sea posible, los exoesqueletos de rehabilitación necesitan trayectorias de desplazamiento que correspondan con los del movimiento humano. Es por esto que un análisis del movimiento humano es necesario en la aplicación de los exoesqueletos a la reeducación.

Uno de los requisitos más importantes para los exoesqueletos de rehabilitación es la adaptabilidad al paciente. Es imprescindible que el modelo que se genere sea capaz de funcionar en uno o varios pacientes sin perder ninguna de sus facultades por la morfología de estos. Por estos motivos, un modelo de robot en desarrollo debe tener la mayor cantidad posible de dimensiones variables, incluso llegar a tener piezas que se puedan ajustar a cada usuario si esto fuera posible.

² Página web oficial: <https://www.bostondynamics.com/>

³ Página web oficial: <https://eksobionics.com/>

1.3.2 Clasificación

Los exoesqueletos de rehabilitación han sido clasificados de varias maneras. Una primera forma de clasificarlos puede hacerse en función del órgano que se pretenda rehabilitar. Según este criterio, los principales exoesqueletos están dedicados a la rehabilitación de miembros superiores y de miembros inferiores. Un ejemplo de cada uno se puede observar en la Figura 1-1 y la Figura 1-2.



Figura 1-1: Exoesqueletos de rehabilitación de miembros inferiores. Fuente: [12]

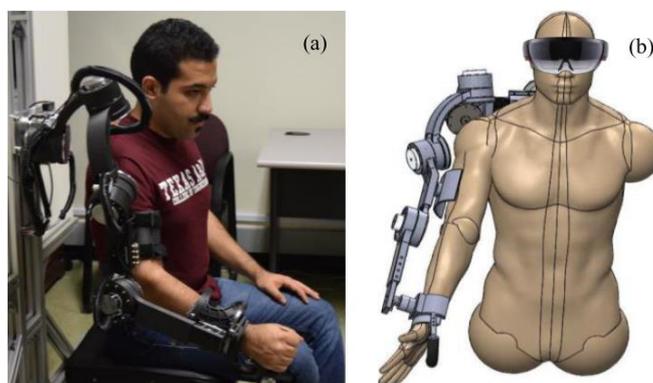


Figura 1-2: Exoesqueleto de rehabilitación de miembro superior. Fuente: [13]

Los exoesqueletos de rehabilitación de miembros inferiores tienen en su mayoría como función reeducar las piernas para recuperar la capacidad de caminar. Es por esto por lo que se les conoce como exoesqueletos de marcha.

Según D.Shi, se pueden diferenciar dos tipos principales de robots de la marcha:

- Exoesqueletos fijos: son sistemas que no realizan desplazamientos sobre el suelo. Están formados por una armadura que se ajusta a las piernas del paciente, donde se realiza la actuación sobre los propios miembros, y una estructura fija que, en ocasiones, alberga una cinta rotativa sobre la que se suspende al paciente con la armadura ajustada para que realice los movimientos de marcha. Un ejemplo de estos sistemas se puede encontrar en Lokomat^{®4}, en la Figura 1-3. Más adelante se mencionará como ejemplo el sistema KINECAB, el cual sirve como base para el desarrollo de este proyecto.

⁴ Documentación del producto: http://www.wheelchair.ch/fra/services/images/docs/lokomat_commercial.pdf



Figura 1-3: Lokomat. Fuente: [14]

- Exoesqueletos móviles: son sistemas con la capacidad de acompañar al paciente en su desplazamiento sobre la superficie del suelo. Existen diversos modelos de exoesqueletos móviles, algunos de ellos totalmente automáticos, otros accionados por elementos externos como muletas de apoyo, etc. No están concebidos para sustituir el miembro inferior en su capacidad, sino para servir de apoyo en la reeducación de la marcha en situaciones de desplazamiento real. Algunos ejemplos se vislumbran en la Figura 1-4. Recientemente ha destacado un proyecto de exoesqueleto móvil en España que ha tenido éxito en el apoyo a pacientes niños con dificultades en la marcha, el proyecto Atlas 2030®. La empresa Marsi Bionics™ ha obtenido buenos resultados en la mejora del tono muscular de los pacientes⁵, y su exoesqueleto posee la capacidad de adaptarse al crecimiento de los niños. En la Figura 1-5 puede vislumbrarse el modelo en funcionamiento.



Figura 1-4: Exoesqueletos móviles de rehabilitación de la marcha. Fuente: [12]

⁵ Fuente: <https://www.marsibionics.com/atlas-pediatric-exo-profesionales/>



Figura 1-5: Exoesqueleto Atlas 2030®

Dentro de cada tipo de exoesqueleto existe la posibilidad de diferenciar los modelos según si están diseñados para actuar directamente en el movimiento o si, por el contrario, sirven para el análisis del movimiento. Se diferencia, por lo tanto, tres subcategorías:

- Robots activos: son los exoesqueletos que tienen capacidad de variar de manera directa la posición de los miembros humanos. Sus actuadores deben tener la fuerza necesaria para desplazar el cuerpo de manera segura con el fin de reeducar al paciente mediante la imitación de movimientos con su propio cuerpo. También pueden realizar movimientos de oposición al movimiento para algunos tipos de terapia con el fin de reforzar la musculatura del miembro.
- Robots pasivos: los exoesqueletos de accionamiento pasivo son aquellos que acompañan al movimiento del paciente con el fin de monitorizarlo y de apoyar mediante elementos de almacenamiento de energía. Sus sensores buscan tener la precisión necesaria para poder obtener todos los datos necesarios de la trayectoria realizada activamente por el paciente y de otros datos como la fuerza aplicada.
- Robots mixtos: se incluye en este conjunto aquellos robots que pueden combinar de cualquier manera las capacidades de los subgrupos anteriores.

1.4 Inconvenientes de los sistemas robóticos rígidos en los exoesqueletos

Actualmente la aplicación de los exoesqueletos al mundo de la rehabilitación se encuentra todavía en una fase inicial debido a algunos factores que hacen difícil su uso por parte de los especialistas del campo. Algunas de estas causas son ajenas al propio diseño y funcionamiento de los exoesqueletos: el elevado precio de la robótica hace inaccesible para muchos pacientes el uso de estos sistemas. Por otra parte, la necesidad de especialistas formados en el empleo de sistemas robóticos avanzados plantea un desafío para incentivar a los médicos y personal rehabilitador a la incorporación de estos en los tratamientos.

Otra desventaja común a todos los sistemas automáticos que señalan los expertos es la incapacidad de estos a reaccionar a situaciones impredecibles que un paciente pueda producir en una situación real de rehabilitación [15].

Aparte de estas dificultades, que en ocasiones se encuentran fuera del alcance de los estudios científicos sobre el diseño de los mecanismos, existen algunas desventajas concretas del uso de sistemas rígidos en el funcionamiento de los exoesqueletos:

La primera desventaja se encuentra en la alta inercia de los robots serie. Este tipo de mecanismos está formado por cadenas de piezas cuyos pesos se van sumando al esfuerzo de la articulación anterior. Además, la mayor parte de los actuadores en los exoesqueletos observados son motores cuyos ejes están conectados directamente a la articulación, por lo que el propio peso de estos sumado a los de las piezas tiene que ser trasladado en cada movimiento por las articulaciones más cercanas a la base.

El problema de la alta inercia está relacionado con una de las dos polémicas relacionadas con los

exoesqueletos señaladas por J.López-Sánchez. Se trata del “*patrón de marcha no fisiológico*” [9, p. 455] que se da en estos casos. Esto quiere decir que, por los motivos citados, los robots de alta inercia plantean dificultades para realizar movimientos que el paciente pueda percibir como propios.

La segunda polémica consiste en el grado de asistencia y la pasividad del paciente en el uso de los exoesqueletos. Los especialistas debaten sobre hasta qué punto es beneficioso un movimiento totalmente asistido por una máquina en el reaprendizaje. Algunos se plantean que pueda suponer un obstáculo que las máquinas no sean capaces de dar al paciente la capacidad de formar parte activamente de las acciones. En robots de alta inercia este problema puede verse afectado por el hecho de que el miembro humano, sumado al cuerpo del exoesqueleto, forma un conjunto más difícil de trasladar en el espacio, sin que esto sea un efecto deseado en todos los tratamientos.

Como se puede deducir de estas desventajas, la realimentación que recibe el paciente del movimiento en el proceso de reeducación es de gran importancia para su progreso hacia la recuperación de la movilidad. Esta capacidad se ve mermada por el nivel de invasión que producen los exoesqueletos clásicos, que pretenden reeducar al sujeto en movimientos de la vida cotidiana con un conjunto de aparatos de gran volumen ajustados a sus miembros. Este hecho interfiere en la sensación sobre el movimiento y se aleja del objetivo de imitar las funciones naturales del cuerpo.

Por otra parte, los exoesqueletos, y en concreto los exoesqueletos clásicos, demuestran tener limitaciones a la hora de cubrir todos los grados de libertad del miembro inferior humano. Por último, los sistemas rígidos, debido a la necesidad de aplicar fuerzas grandes en comparación con el peso del sistema, tienen requerimientos energéticos y económicos mayores que otros de menor inercia.

1.5 Los robots paralelos de cables

En la actualidad, la mayor parte de sistemas robóticos que se encuentran en la industria son aquellos comúnmente llamados “brazos robóticos”. En la práctica, estos sistemas electromecánicos son, una extensión de la propia estructura locomotora humana que otorga al usuario capacidades de fuerza, precisión y repetibilidad especiales para cada caso. Observando modelos ampliamente utilizados a lo largo de la historia, como el robot PUMA [16], se observa que estos robots están formados por una cadena cinemática abierta, o lo que es lo mismo, un conjunto de piezas rígidas debidamente conectadas por articulaciones cuyo extremo puede desplazarse libremente por el espacio para realizar tareas concretas.[17]



Figura 1-6: Robot PUMA. Fuente:[16]



Figura 1-7: Ejemplo de robot industrial. Fuente:[18]

Desde hace algunos años, una corriente de la robótica ha comenzado a retomar el uso de otras herramientas para actuar sobre efectores y cargas distintas a las ideas intuitivas de los mecanismos clásicos. Según A.Pott, “*La idea de usar cables para manipular cargas es muy antigua [...] Hasta hoy, las grúas son ampliamente utilizadas en las construcciones y en producciones industriales porque son máquinas de gran versatilidad y eficiencia*” [17, p. 3]. De esta iniciativa surgen los robots de cables, que son sistemas electromecánicos autónomos cuyo método de actuación es la aplicación de tensiones transmitidas por cables acoplados a sus miembros.

Los robots de cables presentan numerosas ventajas sobre los sistemas rígidos que serán expuestos más adelante, y su tratamiento y estudio engloba todo un campo de la ingeniería que se encuentra en desarrollo, como se puede observar gracias a las actualmente cinco *Conferencias Internacionales sobre Robots de cables*, la última de ellas celebrada en julio del año 2021⁶ [19].

Un matiz que se aplica a los estudios citados de robots de cables es el concepto de “Robot paralelo”. En contra posición a un robot serie, que posee una única cadena cinemática conectada al efector final, los robots paralelos poseen múltiples cadenas cinemáticas conectadas al cuerpo cuyo desplazamiento se pretende controlar [17, p. 1]. Como se explicará más adelante, los robots de cables siempre necesitan del acoplamiento de varios cables a los efectores para un funcionamiento correcto. Esto implica que, para ser aplicado a un uso como el de un exoesqueleto, un robot de cables siempre será paralelo.

Algunos ejemplos de robots de cables comercializados actualmente se muestran a continuación.

- **Skycam**⁷: se trata de un robot diseñado para la grabación de eventos deportivos en emplazamientos de tipo estadio. Su diseño consiste en la suspensión de un cuerpo de sujeción de una cámara sobre tres cables acoplados a tres puntos del cuerpo del estadio que permitan el movimiento a lo largo y ancho de toda la superficie del campo de juego. Posee también la capacidad de desplazarse en el eje vertical gracias a la acción de la gravedad [18].



Figura 1-8: Robot Skycam. Fuente:[18]

- **Cablerobot Simulator**: se trata de un proyecto desarrollado por Ciberneum⁸ cuyo fin es la investigación sensorial en el ámbito de la realidad virtual. Consiste en una plataforma con asiento para un ocupante suspendida por un conjunto de cables que producen movimientos rápidos y ágiles coordinados con entornos de realidad virtual en los que el piloto se inmersa mediante dispositivos oculares [20].



Figura 1-9: Cablerobot Simulator en funcionamiento. Fuente:[20]

⁶ El sitio web oficial del evento se puede encontrar en la siguiente dirección: <https://cablecon2021.sciencesconf.org/>

⁷ El sitio web oficial del producto se puede encontrar en la siguiente dirección: <http://skycam.tv/>

⁸ Página de la empresa: <https://www.cyberneum.de/2760/en>

- IPAnema: se trata de un robot de cables en fase experimental diseñado para el desplazamiento de carga en espacios delimitados. Forma parte de los robots de cables en desarrollo para la industria que, en la actualidad, son pioneros en el progreso de estas funcionalidades [21]



Figura 1-10: Prototipos de robots IPAnema1 e IPAnema2. Fuente:[21, p. 128]

1.5.1 Elementos de los robots de cables

Existen ciertos componentes presentes en la mayoría de los robots de cables que facilitan un consenso en la nomenclatura con el fin de permitir la aplicación de los métodos matemáticos y computacionales desarrollados para otros sistemas. Estos componentes serán nombrados frecuentemente en los sucesivos apartados, por lo que es necesario definirlos uno a uno:

- Cable: según la RAE⁹, “*Cordón de alambres trenzados*”. Se trata de una pieza longitudinal y flexible, con una sección mucho menor que su longitud. La flexibilidad permite que, aplicada una tensión en tracción, se comporte como un sólido rígido mientras que, al aplicar compresión, se deforma sin oponer resistencia. Los cables se ven delimitados por puntos de acoplamiento a las plataformas móvil y fija.
- Acoplamiento: punto de unión del cable a un cuerpo distinto. Existen diferentes modos de acoplamiento. En este proyecto se tendrán en cuenta los acoplamientos en punto fijo, aplicados a la plataforma móvil y que funcionan como una unión rígida entre el cable y una pieza, y los acoplamientos deslizantes, que se aplican a la plataforma fija y permiten la elongación del cable mediante las poleas y los actuadores.
- Plataforma fija: se considera plataforma fija al cuerpo del robot que se considera estático y respecto al que se miden los movimientos. En la mayoría de los robots de cables, es en la plataforma fija donde se sitúan los actuadores y las poleas con las que se elonga el cable y se producen las tensiones. Los acoplamientos a la plataforma fija se consideran los orígenes de cada cable.
- Plataforma móvil: en muchos casos, el robot de cables tiene como objetivo producir desplazamientos y rotaciones en una pieza a la cual se considera acoplado el efector final del sistema. Es a esta pieza a la que se acoplan los cables para realizar el funcionamiento concreto del sistema. Los acoplamientos a la plataforma fija se consideran los extremos de cada cable.
- Cabrestante: los robots de cables producen movimientos gracias a la variación en la longitud de los cables. Para producir esa variación, es necesario utilizar actuadores, es decir, artefactos que tengan la capacidad de realizar esta acción. En la mayoría de los casos, este trabajo lo realizan motores situados en la plataforma móvil y que tiene acoplado a su eje un carrete¹⁰ entorno al cual se bobina el cable, formando así el llamado cabrestante. En la Figura 1-11 se puede observar un modelo de cabrestante

⁹ Real Academia española de la Lengua: <https://dle.rae.es/>

¹⁰ Definición de la RAE: “*Cilindro de madera, metal, plástico, etc., generalmente taladrado por el eje, con rebordes en sus bases, que sirve para devanar y mantener arrollados en él hilos, alambres, cordeles, cables, cintas, etc.*”.

con motor, carrete y guía de cable. La Figura 1-12 muestra la aplicación de este modelo al robot IPAmena.

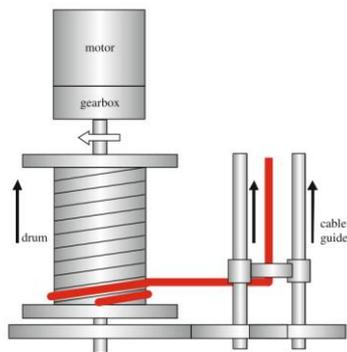


Figura 1-11: Modelo de cabestrante.
Fuente:[21, p. 123]

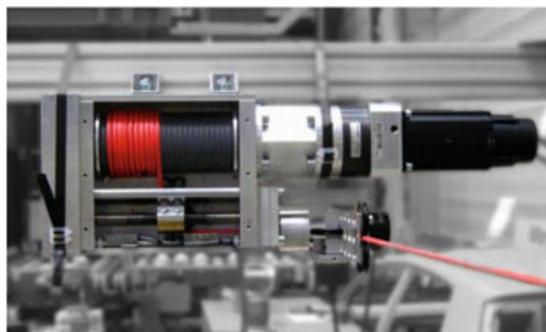


Figura 1-12: Cabestrante del robot IPAmena

- Poleas/guías de cables: los mecanismos de cables necesitan especificar los orígenes de los cables de manera puntual. Por ese motivo, no es posible utilizar el cabestrante como referencia del cable; es necesario utilizar un elemento que lo guíe hasta un punto concreto desde el que se medirá su longitud en los modelos de control. Este elemento suele ser una polea en robots de gran tamaño y, en prototipos más pequeños, puede bastar con conductos de baja fricción para evitar el desgaste del cable como el que se observa en la Figura 1-12.

1.5.2 Características de los robots de cables

Los robots de cables son sistemas que han presentado una gran eficacia en ciertos entornos que se comentarán en el siguiente apartado. No obstante, analizando sus elementos, existen consideraciones importantes que se deben tener en cuenta antes de poder estudiar matemática y físicamente su comportamiento.

Como se ha mencionado en el apartado anterior, el medio de actuación sobre las piezas móviles de los robots descritos son los cables. Las características físicas de estos elementos son críticas en el funcionamiento de la máquina, pues son distintas a las de los componentes rígidos de los robots serie clásicos. Las ecuaciones y los métodos de cálculo deberán ser ajustados a su comportamiento.

Todos los sistemas robóticos de cables parten de la **condición de incompresibilidad de los cables**. Esta condición consiste en que, ante cualquier fuerza aplicada sobre el cable que produzca una compresión, se produce una deformación total sobre el mismo, anulando su efecto sobre el sistema. Según esta condición, para que un sistema robótico pueda funcionar de manera eficaz, todos sus cables deben mantener siempre tensiones positivas (consideradas de tracción) que los mantengan elongados. Ante la aparición de una tensión negativa (de compresión), el comportamiento de un cable es impredecible.

Partiendo del mismo principio, una condición añadida a los robots de cables es la **imposibilidad de aplicar pares dinámicos** a cualquier punto del cable, ya que estos también producen deformaciones sobre los cables que no producen resultados predecibles. Esto condiciona la posibilidad de utilizar los cables de manera similar a como se utilizan las barras en las cadenas cinemáticas rígidas.

Por último, en los sistemas de cables la **redundancia** de cadenas cinemáticas, a diferencia de los sistemas mecánicos rígidos, resulta de máximo interés para su correcto funcionamiento. En secciones posteriores se explicará cómo, a falta de grados de libertad redundantes, un sistema robótico de cables puede volverse dependiente de fuerzas externas para poder ser controlado.

Estas características citadas conforman algunas de las restricciones dinámicas de los robots de cables. En capítulos posteriores se tratarán a fondo para poder desarrollar los modelos objeto de este proyecto.

1.5.3 Ventajas y desventajas de los robots de cables

A lo largo de los años en los que han sido investigados, los robots de cables han demostrado aportar ciertas

mejoras a algunas funciones de los robots que los sistemas rígidos clásicos no han sido capaces de alcanzar. D.Shi reúne algunas de las ventajas y desventajas de estos sistemas [12] para las aplicaciones comunes en la industria:

Entre las ventajas destaca la capacidad de los robots de cables de abarcar grandes espacios. Esta capacidad queda evidenciada en modelos como el citado Cablerobot Simulator, que posee la capacidad de desplazar su plataforma móvil a lo largo de una estancia espaciosa.

Se menciona también la eficiencia estructural de estos sistemas, carentes de piezas pesadas que conectan los efectores finales con los actuadores, lo que resulta en una relación fuerza aplicada-peso de la instalación muy elevada.

En la misma línea que la ventaja anterior, A.Pott menciona los robots de cables como sistemas de baja inercia. Puntúa que *“Los robots paralelos de cables son capaces de generar altas velocidades y aceleraciones debido a que sus partes móviles poseen un grado muy reducido de inercia”* [17, p. 129].

Conviene mencionar que, al ser sistemas con un alto grado de paralelismo, las fuerzas pueden ser distribuidas entre numerosos actuadores, disminuyendo así las exigencias sobre estos. Esta ventaja se tratará con detalle más adelante,

En ámbitos distintos a la propia funcionalidad, los robots de cables son mecanismos de fácil instalación, mantenimiento, transporte y almacenamiento. Además, el hecho de ser sistemas modulares facilita la posibilidad de reparar, sustituir o reconfigurar elementos. Todo esto, a su vez, hace a estos robots considerablemente más baratos económicamente.

A pesar de estos atractivos de los robots de cables, algunas desventajas hacen que no siempre sean deseables para su aplicación en algunos campos:

Los robots de cables plantean muchas más dificultades que los sistemas rígidos a la hora de ganar precisión en sus movimientos. El principal motivo de esto es la dificultad de predecir el comportamiento de los cables en algunas circunstancias, como el combado que se produce por el peso del material del cable o las oscilaciones relacionada con la elasticidad de este.

Constantemente los estudios y prototipos sobre los sistemas de cables se encuentran con dos desafíos principales, y que cada investigación detalla y trabaja de manera distinta. Estos son: la **interferencia de cables** y la **irregularidad del espacio de trabajo**. El primero de ellos, la interferencia de cables consiste en que, a mayor número de cables, más probabilidades existen de que estos colisionen entre ellos, pudiendo producir daños catastróficos al propio desplazamiento e incluso al sistema. Por otra parte, la irregularidad del espacio de trabajo tiene dos vertientes: la primera, la forma del espacio de trabajo, por la que puede desplazarse el robot, suele contener gran cantidad de singularidades y puntos críticos. La segunda vertiente viene de la elevada dependencia de la carga que posee el espacio de trabajo que, como se verá más adelante, puede llegar a producir que haya zonas del mismo espacio de trabajo que necesiten de fuerzas externas para ser accesibles por el robot.

En apartados posteriores se estudiará la aplicación de estas ventajas y desventajas a los exoesqueletos de rehabilitación.

1.5.4 Clasificación

Existen diferentes criterios según los cuales clasificar los robots de cables. Entre las más comunes se encuentran la clasificación según los grados de libertad y según el grado de paralelismo.

1.5.4.1 Según grados de Libertad

La clasificación de los robots de cables según sus grados de libertad diferencia cuatro o tres grupos de mecanismos, según A.Pott, en función de la relación entre el número de grados de libertad n y el número de cables m . Se basa en el principio de la redundancia y en la necesidad de mantener la tensión de los cables para diferenciar diferentes comportamientos y niveles de dependencia de fuerzas externas.

Las clases que se diferencian son:

- $m < n < 6$ (IRPM): se consideran IRPM (del inglés *incompletely restrained positioning mechanisms*) aquellos robots en los que, para una longitud fija de los cables, es posible desplazar la plataforma móvil aplicando fuerzas externas sobre el sistema. En estos modelos es necesaria la presencia de fuerzas externas conocidas y predecibles para que un control sea posible en el espacio de trabajo. Ejemplos de estas fuerzas externas son la gravedad y los resortes o cables elásticos pasivos, que mantienen tensiones conocidas sin poder actuar sobre sus longitudes.
- $m = n$ (IRPM): los casos en los que el número de cables iguala al número de grados de libertad es un caso concreto de IRPM que, por encontrarse en el límite entre dos clases diferentes, se suele diferenciar del grupo anterior. Al tener un número límite de cables antes de superar a los grados de libertad, posee una independencia mayor, pero no total, en el espacio de trabajo de las fuerzas externas que aquellos en los que $m < n$.
- $m = n + 1$ (CRPM): se consideran CRPM (del inglés *completely restrained positioning mechanisms*) aquellos mecanismos que contienen el número de cables justo para mantener una restricción total de sus movimientos. Esto se traduce en la imposibilidad de desplazar la plataforma móvil en situaciones en las que los cables tienen una longitud fija. Es importante apuntar que los CRPM no siempre mantienen estas capacidades, pues según la disposición de los elementos del robot pueden existir espacios en los que fuerzas externas sean necesarias.
- $m > n + 1$ (RRPM): se considera RRPM (del inglés *redundant restrained positioning mechanisms*) a aquellos mecanismos que superan el nivel de redundancia de cables umbral para restringir el mecanismo. Son sistemas diseñados para evitar completamente la necesidad de fuerzas externas en todo el espacio de trabajo y que imposibilitan el desplazamiento de la carga para longitudes de cables fijas. Según J.-P. Merlet, "*estos robots no son cinemáticamente redundantes, ya que sólo poseen una solución para el problema cinemático inverso*" [17, p. 20].

En capítulos posteriores se realizará un análisis de los grados de libertad del exoesqueleto desarrollado en este proyecto y se profundizará en las utilidades de cada una de estas clases.

1.5.4.2 Según grado de paralelismo

La clasificación de los robots de cables según el grado de paralelismo no tiene unos límites tan definidos como la clasificación descrita en el apartado anterior. La base de esta clasificación es la observación del nivel de paralelismo, es decir, de en qué cantidad existen varias cadenas cinemáticas conectadas a la plataforma móvil y cómo son estas cadenas.

Teniendo en cuenta estas premisas, se pueden diferenciar dos bloques principales según el tipo de conexión entre la plataforma móvil y la fija: sistemas de cables puros, en los que todas las cadenas cinemáticas que conectan ambas plataformas están formadas por cables, y sistemas híbridos, en los que se combinan cables con otros elementos estructurales.

Dentro de los sistemas híbridos existen diversos tipos según qué tipo de elementos se conecten en paralelo con los cables. Los más comunes son los sistemas con resorte y los sistemas híbridos con cadenas rígidas. En el primero aparecen los ya mencionados resortes, sustituibles por otros elementos elásticos, que ofrecen fuerzas conocidas sobre la plataforma móvil que no se pueden controlar y que funcionan en paralelo a los cables sin formar parte de ellos. Por otra parte, los robots híbridos con cadenas cinemáticas rígidas funcionan como robots serie corrientes cuyos actuadores son los propios cables activados por los cabrestantes. Son sistemas diseñados para mantener las capacidades de las cadenas cinemáticas rígidas, pero aprovechando las ventajas de reducción de inercia de los cables.

Los sistemas híbridos conforman un conjunto muy amplio dentro de la robótica de cables. Los límites en este campo resultan difusos ante la capacidad de combinar diversos métodos de trabajo en paralelo con los cables. Un ejemplo real de esta capacidad de combinar paralelamente los cables con otro tipo de elementos se encuentra en el modelo planteado en la Figura 1-13: Modelo de un robot de cables híbrido. Fuente:, donde los cables funcionan como actuadores que deforman un vástago flexible a través de un conjunto de plataformas móviles paralelas a la plataforma final.

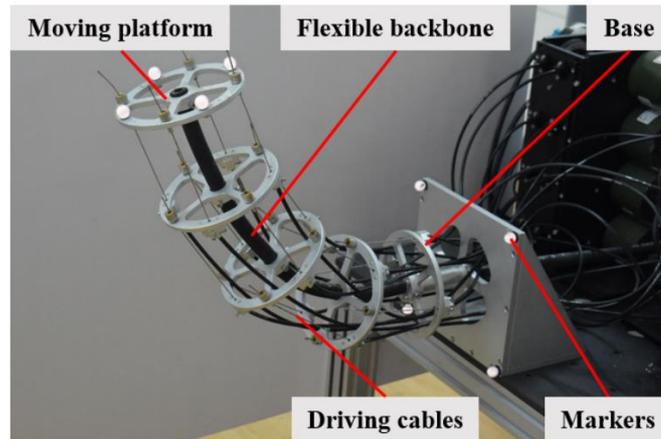


Figura 1-13: Modelo de un robot de cables híbrido. Fuente: [22]

1.5.5 Modelaje cinemático de cables

Para poder realizar cualquier estudio físico sobre un robot de cables es necesario desarrollar un método para generar modelos cinemáticos de cables. Estos métodos se basan en la geometría de las matrices de transformación homogéneas y el cálculo a través de vectores de acoplamiento.

La Figura 1-14 muestra un esquema geométrico diseñado por K.Azizian para el desarrollo de un modelo cinemático de cables para un robot paralelo de cables en un espacio de dos dimensiones. Se puede observar cómo trata los cables como vectores (en rojo en la figura) que tienen como origen un punto de acoplamiento a la plataforma móvil, representados como B_x , y como punto final un acoplamiento en la plataforma fija, nombrado A_x . El vector verde coincidiría con el vector de posición del punto de la plataforma fija respecto al sistema de referencia externo y el vector azul al vector de posición del punto de acoplamiento a la plataforma móvil respecto a un sistema de referencia interior a dicha pieza.

Conociendo los vectores de posición de los puntos de acoplamiento y una matriz de transformación para posicionar los sistemas de referencia, se podría obtener un modelo cinemático de cables que relacionara la posición de la plataforma móvil con los vectores de los cables y viceversa.

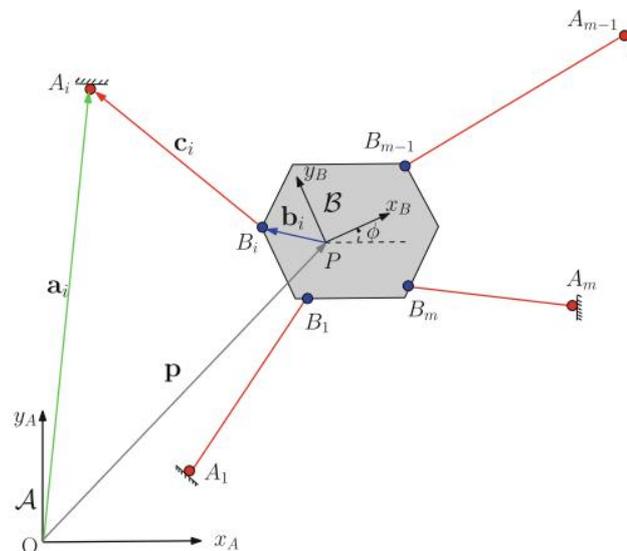


Figura 1-14: Esquema de diseño de modelo de cables para robot planar paralelo de cables. Fuente:[21, p. 218]

En capítulos posteriores se desarrollará este método aplicado al caso concreto del exoesqueleto de cables planteado en este proyecto.

1.5.6 Los exoesqueletos de cables

Habiendo expuesto por separado las características de los exoesqueletos de rehabilitación y los robots de cables por separado, se puede pasar a estudiar este innovador conjunto de exoesqueletos. Esta rama de estudio se adentra en la separación de la línea de los exoesqueletos rígidos clásicos, cuya concepción resulta más intuitiva al estar principalmente compuesto por elementos que imitan la propia morfología del cuerpo humano que tratan de rehabilitar, para indagar en las ventajas de aplicar métodos más complejos de actuación sobre las articulaciones y los órganos locomotores de los pacientes supervivientes de ACV.

Se comenzará por la exposición de los puntos favorables y desfavorables de los robots de cables aplicados a los exoesqueletos de rehabilitación, para luego describir algunas características y ejemplos de estos modelos. Entre estos modelos se encuentra aquel sobre el cual se basa el proyecto descrito en este documento.

1.5.6.1 Ventajas y desventajas de los exoesqueletos de cables

Los robots de cables poseen numerosas ventajas que ya han sido aplicadas en la industria y que dan resultados deseables en la práctica. Aplicados a los exoesqueletos, estas ventajas solucionan algunos de los problemas mencionados en la sección 1.4 que plantean los sistemas rígidos:

Primeramente, la mayor diferencia entre los exoesqueletos de cables y los rígidos es su reducida inercia. Gracias a esta característica, los exoesqueletos de cables amplían su capacidad de reproducir patrones de movimiento fisiológicos y evitan la adherencia de mecanismos pesados al paciente que puedan producir efectos adversos en la reeducación.

Por otra parte, los sistemas de baja inercia pueden ofrecer mejores capacidades en el ámbito de los exoesqueletos por su eficacia a la hora de trasladar cargas de gran peso con menor tamaño de actuadores. Esto también permite abaratar costes en mecanismos y en energía.

Por otra parte, en el uso de exoesqueletos de cables, el paciente tiene menor contacto con elementos mecánicos, lo cual produce una mayor sensación de naturalidad en el proceso de rehabilitación. También permite una mayor adaptabilidad al paciente, pues al no poseer el mismo número de piezas rígidas presenta menos problemas a la variación de sus componentes en función de las características del sujeto.

Las características de amplio espacio de trabajo de los robots de cables hacen más fácil cubrir los movimientos más amplios que se pretendan reproducir en el proceso de rehabilitación. También poseen menos restricciones a variar el número de grados de libertad, pues como se verá más adelante sólo será necesario variar la cantidad y la ubicación de los cables para llegar a cubrir los grados de libertad que se precisen.

Por último, los robots de cables han demostrado abaratar precios de mantenimiento e instalación [23], lo cual podría suponer un impulso para el uso de estos mecanismos en el uso corriente de los procesos de rehabilitación.

1.5.6.2 Ejemplos de exoesqueletos de cables

Los exoesqueletos de cables son principalmente exoesqueletos de tipo estático, ya que necesitan de una plataforma fija a la que acoplar los cables y los cabrestantes. En cuanto a los miembros tratados, existen modelos tanto para miembros inferiores como para superiores.

Un ejemplo de exoesqueleto de cables para el miembro superior es el robot CAREX-7, que se observa en la Figura 1-15. Se observa que es un sistema de tipo híbrido parecido al mostrado en la Figura 1-13, pero en la que el vástago flexible se sustituye por el propio miembro superior. Es un robot de siete grados de libertad que ha demostrado gran eficacia en precisión de movimientos y que cubre las articulaciones desde el hombro hasta la muñeca.

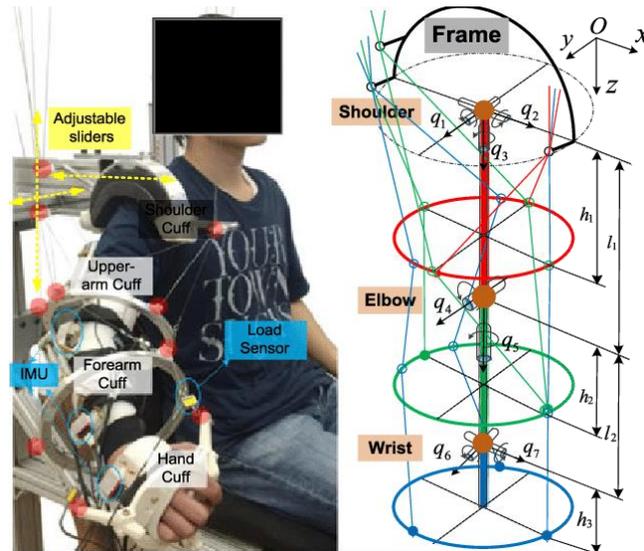


Figura 1-15: Exoesqueleto CAREX-7. Fuente:[24]

Otro robot para la rehabilitación de miembros superiores que se encuentra en desarrollo es el robot MACARM. A diferencia del anterior, es un robot de apuntamiento espacial diseñado para posicionar el brazo, ajustado al efector final (Figura 1-16), en el espacio interno a una estructura que cumple la función de plataforma fija. Es, por lo tanto, un exoesqueleto estático activo y un robot de cables accionado puramente por cables.



Figura 1-16: Efector final del robot MACARM. Fuente:[23]

El último ejemplo que se va a mostrar es el robot que se toma de ejemplo y base en este proyecto para innovar en el campo de los exoesqueletos de cables. Se trata del robot KINECAB [1], desarrollado en el laboratorio GRÉPCI™ de la ETS de Montreal (Canadá)¹¹. Consiste en un exoesqueleto de marcha para la reeducación de miembros inferiores de tipo estático y funcionamiento paralelo híbrido en conjunto con el miembro inferior.

¹¹ École de Technologie Supérieure de Montréal. Página web oficial: <https://www.etsmtl.ca/>

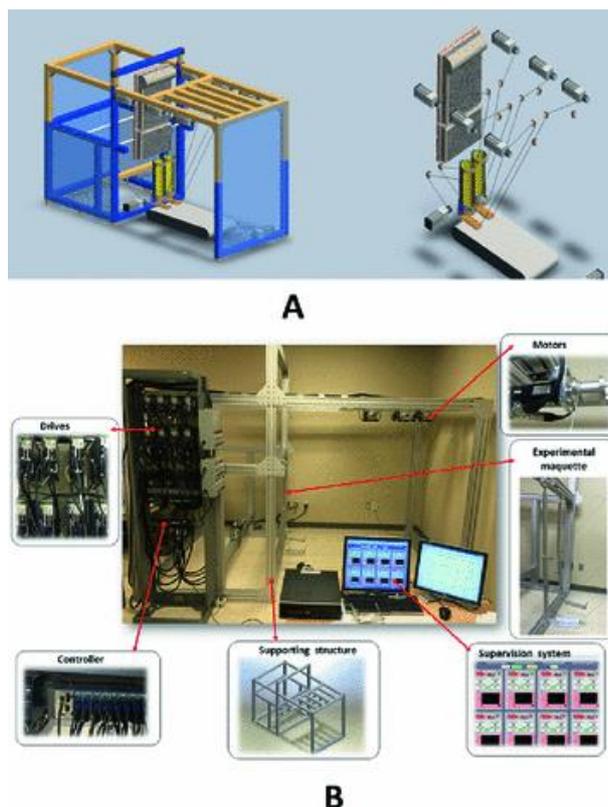


Figura 1-17: Estructura y morfología del robot KINECAB. Fuente:[25]

El robot KINECAB es un robot planar de tres grados de libertad que posee la capacidad de realizar movimientos en el plano sagital del paciente actuando sobre los movimientos de flexión-extensión de la cadera, la rodilla y el tobillo. Se le aplica un control de tipo deslizante para realizar seguimiento de trayectorias planas. Tiene, además, la capacidad de cumplir sus funciones con el paciente en dos posiciones: erguido y recostado boca arriba.

Este sistema se ha empleado para realizar trayectorias de marcha y pedaleo, demostrando tener gran eficacia en prototipos sin paciente.

Posee una estructura en forma de jaula donde se sitúan los cabrestantes, una plataforma sobre la que se ajusta al paciente en cualquier de las dos posiciones y una plataforma móvil ajustable a la tibia y el pie de este. Los cabrestantes varían la longitud de los ocho cables, cuatro para cada pierna, y estos desplazan la plataforma con el miembro ajustado en el plano sagital de cada uno.

La principal limitación de este modelo de robot de cables es su espacio de trabajo, que se limita a los planos paralelos al plano sagital del cuerpo que coinciden con cada pierna, siendo imposible realizar movimientos tridimensionales.

1.6 Planteamientos y objetivos

En este punto del proyecto se tiene información suficiente de todos los campos de la ciencia involucrados en el ámbito de los exoesqueletos como para extraer necesidades concretas que tienen estos sistemas en la realidad, y aquellos que los utilizan, y plantear objetivos que cumplir para cubrir dichas necesidades.

Se he observado que existe una enfermedad, el ACV, que afecta a miles de personas y que, a aquellas personas que tienen la suerte de sobrevivir, les deja un conjunto de secuelas que merman su calidad de vida, a veces de manera permanente. De esas secuelas, una de las más importantes y que más se observa es la pérdida de movilidad en las extremidades y, concretamente, de los miembros inferiores. En muchos casos, esta pérdida de la movilidad afecta sólo a la mitad del cuerpo, causando hemiplejías, y otras se dan de manera generalizada.

Entre las diferentes maneras de tratar las secuelas de esta enfermedad se encuentra la rehabilitación, de la mano de fisioterapeutas y médicos rehabilitadores. Estos estudian los métodos de rehabilitación que surten

efecto en la recuperación de la movilidad de estos miembros afectados por el ACV, encontrando resultados deseables de manera concreta en la rehabilitación por repetición orientada a la tarea.

Este tipo de rehabilitación conlleva largas horas de trabajo con el paciente en las que el rehabilitador realiza de manera repetida movimientos que el paciente desea recuperar, impidiendo al profesional dedicarse a otras tareas de mayor necesidad. En este punto los robots de tipo exoesqueleto ofrecen un gran apoyo en el proceso de rehabilitación, pues permiten a los rehabilitadores delegar la rehabilitación por guiado de movimientos repetidos a un sistema automático que puede realizar esas tareas de manera precisa, eficaz y tomando gran cantidad de datos interesantes para el estudio de la evolución del miembro enfermo.

En la actualidad, los exoesqueletos se encuentran en constante avance. Los más comunes, los robots rígidos, plantean una serie de desventajas que merman las capacidades y el interés en estos sistemas, reduciendo la esperanza de mejora de muchos pacientes que los necesitan. Por estos motivos, el estudio de los robots de cables para los exoesqueletos de rehabilitación, que resuelven gran cantidad de esas desventajas, se plantea de gran interés para el futuro de esta rama de la ciencia.

De los exoesqueletos de cables existentes, algunos de ellos dedicados a la rehabilitación de miembros inferiores, presentan buenos resultados en sus funciones, pero se encuentran limitados en capacidades de movilidad y en grados de libertad. Por este motivo, se plantea la necesidad de desarrollar nuevos robots exoesqueletos de cables que avancen en estas mismas capacidades para ampliar las posibilidades de los profesionales de la rehabilitación a la hora de confiar en estos mecanismos la salud de sus pacientes.

Los objetivos de este proyecto serán los siguientes: desarrollar las bases de un nuevo modelo de exoesqueleto de cables que tome como base los sistemas existentes para aumentar el número de movimientos que pueda realizar, añadiendo nuevos grados de libertad al sistema exoesqueleto-miembro; generar un conjunto definido de ecuaciones y algoritmos que conformen esas bases de diseño; estudiar las capacidades de los nuevos modelos desarrollados, sometiéndolos a simulación en situaciones relacionadas con la rehabilitación; por último, producir modelos tridimensionales que permitan visualizar estos modelos para que puedan ser expuestos y promulgados para su futuro desarrollo.

2 MÉTODOS Y HERRAMIENTAS

En este capítulo se expondrán por separado todos los métodos matemáticos y herramientas computacionales que son necesarias para comprender el resto del documento y que han sido requeridas para el desarrollo completo del proyecto.

En una primera instancia, se presentarán los métodos matemáticos, los cuales engloban algoritmos, ecuaciones y métodos numéricos para el desarrollo de modelos. A continuación, se realizará una descripción superficial de los programas y sus complementos que han sido empleados para llevar a cabo los cálculos, representaciones y el análisis de los datos de los robots que se estudiarán en el capítulo 3.

Finalizando la última sección se comentan los programas de representación tridimensional y virtualización seleccionados para este proyecto. Se trata de programas de gran capacidad en la generación de animaciones y modelos visuales que requieren de formación específica, por lo que se ha visto de rigor incluirlas en este documento. Su elección se ha realizado por motivos de accesibilidad.

2.1 Modelaje cinemático de robots

En ingeniería robótica es imprescindible el uso de las matemáticas para caracterizar el movimiento en el espacio de los mecanismos que conforman la arquitectura física de los robots. Resultaría imposible realizar cálculos de control de sistemas sin una relación conocida entre las variables medibles de un mecanismo y su comportamiento en el espacio.

Los modelos son el conjunto de ecuaciones, algoritmos y otros procedimientos que demuestran arrojar resultados equivalentes a los que un sistema físico tendría en las mismas circunstancias. Representan la base del estudio de cualquier mecanismo. Concretamente los modelos cinemáticos son aquellos que involucran únicamente las variables cinemáticas del sistema, a saber, posiciones, ángulos, velocidades y aceleraciones en el espacio que se encuentre en estudio.

Para todo sistema robótico existe un modelo cinemático directo (MCD) y un modelo cinemático inverso (MCI). El primero consiste en el conjunto de relaciones que permiten la obtención de las variables de posición en el espacio cartesiano para unas variables internas del mecanismo conocidas. El modelo inverso, por el contrario, soluciona el problema de la obtención de las variables internas necesarias para alcanzar un punto y una orientación dadas en el espacio de trabajo. Ambos son problemas altamente estudiados en la bibliografía y conforman la base del desafío del control automático de mecanismos en la robótica [26].

Como se ha mencionado previamente, el objetivo principal de este proyecto es la generación de modelos que relacionen la geometría del exoesqueleto y sus variables de control con las posiciones en el espacio cartesiano de sus miembros. Las ecuaciones empleadas se enumeran a continuación.

2.1.1 Algoritmo Denavit-Hartenberg

Ampliamente conocido en el sector de la ingeniería robótica, el algoritmo de Denavit-Hartenberg (DH) es un procedimiento cuyo fin es el de obtener un conjunto definido de variables de control y su relación con la posición y orientación de los eslabones de una cadena cinemática.

Este algoritmo no se limita a la aplicación de unas ecuaciones, también incluye una convención para establecer las posiciones de los ejes de referencia intrínsecos de cada pieza del mecanismo, así como la manera de obtener una tabla de parámetros que sea necesaria y suficiente para determinar la posición y la orientación de cualquier elemento del sistema que se encuentre ligado a otro a través de una articulación¹² [26, Ch. 3].

En la Figura 2-1 se puede observar el uso de los parámetros DH para la generación de ecuaciones. En el ejemplo se conectan dos piezas mediante una articulación de giro, cada una con un eje solidario a su movimiento y un sistema de coordenadas local cuya posición y orientación relativa es medida por un conjunto

¹² Definición de la RAE: "Unión entre dos piezas rígidas que permite el movimiento relativo entre ellas".

de cuatro variables: θ_i , d_i , α_i y a_i . Cada eslabón posee un grupo concreta de estas variables, de las cuales una o varias son variables de control y las demás son parámetros propios que definen la morfología del mecanismo.

El objetivo final del algoritmo es la generación de matrices de transformación homogénea. Estas son descritas como matrices que contienen la matriz de giro de un sistema de referencia según los tres ejes del espacio y el vector de desplazamiento de un sistema respecto al anterior.

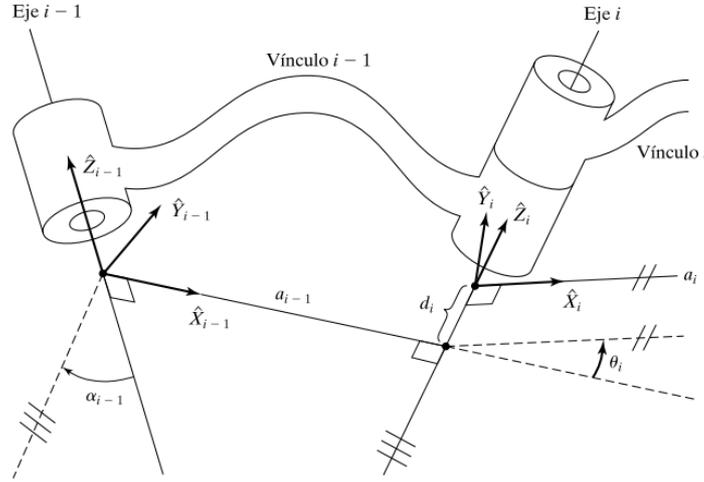


Figura 2-1: Disposición de los parámetros DH entre dos vínculos rígidos de morfología cualquiera.

Fuente:[26, p. 64]

El procedimiento general sigue la siguiente secuencia: se comienza por aplicar las convenciones para situar los ejes de las articulaciones y los sistemas de referencia de cada pieza, se continúa por obtener una tabla de parámetros DH que relacionen esos sistemas de referencia para, finalmente introducir esos parámetros en las matrices de transformación homogénea de DH que se esté utilizando en cada caso.

Existen dos algoritmos DH diferentes que se pueden utilizar indistintamente para cualquier mecanismo. Según M.G.Granja Ramírez:

“Los dos métodos se diferencian en la asignación de los sistemas de coordenadas, cada uno de los cuales permite cierta libertad en la asignación de los sistemas. 1. En el método D-H estándar el origen del sistema i está a lo largo del eje de la articulación $i+1$, y la secuencia de movimientos son rotación y traslación en z (rosca en z), y luego traslación y rotación en x (rosca en x). 2. En el método D-H modificado el origen del sistema i está a lo largo del eje de la articulación i , y la secuencia de movimientos son rotación y traslación en x (rosca en x) y luego rotación y traslación en z (rosca en z)” [27]

En la práctica estas diferencias aplican al estándar sobre situación de ejes y a la matriz DH que se aplica. A continuación, se muestran las ecuaciones de las matrices para el método DH estándar (2-1) y el modificado (2-2):

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & \sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

El método DH es eficaz para la modelización de cadenas cinemáticas rígidas, así que, como se verá más adelante, será empleado en la generación de los modelos cinemáticos directos de los miembros inferiores para cada sistema planteado.

2.1.2 Método geométrico

A diferencia del método DH, el método geométrico no sigue patrones estandarizados para su resolución en los modelos cinemáticos. Concretamente, es un método que se utiliza en los modelos cinemáticos inversos cuando la complejidad del sistema es lo suficientemente baja como para que el diseñador pueda obtener las relaciones directas entre la posición y orientación del efector final del robot a través de ecuaciones matemáticas de geometría. Estas ecuaciones incluyen las relaciones trigonométricas y, a menudo, teoremas básicos como el teorema del coseno y de Pitágoras entre otros.

El uso de estos métodos para la solución del MCI viene de la alta complejidad matemática que presentan las matrices DH a la hora de ser invertidas. También es importante recalcar que se trata de un método cerrado, es decir, de *“un método de solución basado en expresiones analíticas o en la solución de un polinomio de grado 4 o menor, de tal forma que basta con los cálculos no iterativos para llegar a una solución”* [26, p. 106].

Se puede observar el uso de este método en modelos de robots planares como el de la Figura 2-2, donde resulta sencillo descomponer el problema en ángulos cuyas relaciones trigonométricas pueden obtener un MCI para el mecanismo.

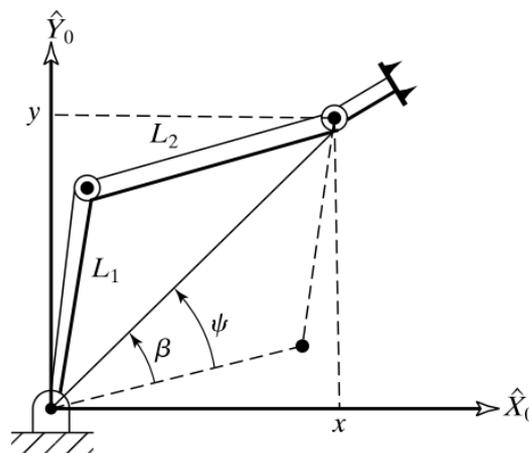


Figura 2-2: Esquema de método geométrico de robot planar.[26]

De nuevo, este método se podrá emplear para los modelos de miembros inferiores, debido a su parecido con sistemas como el de la figura anterior, que han sido ampliamente estudiados en la bibliografía.

2.1.3 Método de Newton-Raphson

En ocasiones resulta de una complejidad extrema el uso de métodos cerrados para solucionar los problemas de cinemática. En estos casos es común el uso de métodos numéricos para aproximar una solución con la mayor precisión posible.

“Los métodos numéricos constituyen técnicas mediante las cuales es posible formular problemas matemáticos, de tal forma que puedan resolverse utilizando operaciones aritméticas.”[28].

Dentro de los métodos numéricos, los métodos iterativos son aquellos que alcanzan aproximaciones a la solución de un problema a través de la repetición de cálculos sencillos que convergen en el valor deseado de las variables. Entre estos, el método de Newton-Raphson (NR) es uno de los más empleados en el cálculo de modelos cinemáticos complejos de estructuras.

El método NR es un método iterativo que requiere el uso de computadora. Consiste en hallar la tangente en un punto inicial de una función, cortar esta recta con el eje de abscisas y así encontrar un nuevo punto sobre el cual repetir el proceso hasta aproximarse de manera suficiente a la raíz de la función. La

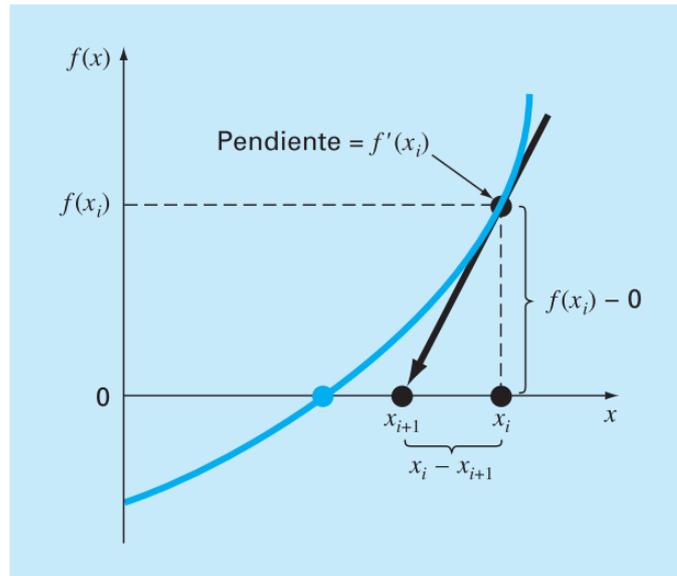


Figura 2-3: Ejemplo de aplicación del método de Newton-Raphson. Fuente: [28, p. 146]

La solución del problema se obtiene al aplicar un conjunto finito de veces la ecuación de Newton-Raphson (2-3) a la función cuya raíz se está buscando.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (2-3)$$

El método NR es utilizado en sistemas rígidos, pero en este documento se aplicará para obtener una solución aproximada de los modelos cinemáticos de cables de los exoesqueletos planteados.

2.1.4 Modelos de cables

En la sección 1.5.5 se describe el funcionamiento de los modelos de cables para hallar la relación entre las longitudes de los cables y las posiciones de las plataformas móviles. Siguiendo el ejemplo de Y.M.Boukra, se utilizarán los métodos de modelaje de cables apoyados sobre las ecuaciones del MCD de miembros inferiores. En la sección correspondiente se tratará este tema en profundidad en la aplicación a los exoesqueletos planteados.

2.2 Herramientas computacionales empleadas

A continuación, se describen las funciones de los programas empleados en el desarrollo de este proyecto y los puntos concretos en los que ha sido ventajoso su uso. En los casos en los que sea necesario, se detallarán los complementos y extensiones que han sido empleados.

2.2.1 MATLAB®

Diseñada por la organización MathWorks™, MATLAB® es una plataforma de programación y computación numérica utilizada por millones de ingenieros y científicos para analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos [29]. Se trata de un entorno que permite el cálculo matemático iterativo y automático a través de matrices que pueden llegar a alcanzar numerosos componentes, de ahí el acrónimo de su nombre, del inglés Matrix Laboratory.

Entre las funciones destacadas de MATLAB® atractivas para este proyecto se encuentran el análisis de datos masivos, la capacidad de generación de gráficos de control, el desarrollo de algoritmos automáticos y la computación en paralelo. por estas características MATLAB® ha sido empleado en todos los cálculos de los modelos matemáticos y en la generación de programas capaces de aplicar dichas funciones en tiempos de computación lo suficientemente pequeños como para poder ser utilizados en simulación. Además, como se

verá más adelante, se utilizarán sus herramientas gráficas para la generación de esquemas y gráficas de resultados comparables. Además, la gran precisión de cálculo de este programa permitirá realizar un análisis fiable de los errores cometidos por los algoritmos generados.

El entorno de MATLAB® hace uso de paquetes de herramientas externas que pueden ser instaladas para hacer uso de funciones especiales o de uso concreto, las llamadas “toolboxes” (del inglés, “caja de herramientas”). En este proyecto han sido necesarias dos:

- Robotics Toolbox®: desarrollada por P. Corke [30], proporciona un conjunto amplio de funciones relacionadas con la robótica móvil y el estudio de manipuladores robóticos basadas en algunos métodos descritos, como el método DH. Ha sido empleada en la generación de modelos cinemáticos directos e inversos y en la representación gráfica de algunos de ellos.
- Optimization Toolbox: desarrollada por la misma empresa MathWorks™, contiene métodos optimizados de solución de ecuaciones no lineales, integración y derivación. Ha sido utilizado como referencia para comprobar las capacidades de los algoritmos desarrollados para la implementación del algoritmo de Newton-Raphson.

2.2.2 Simulink®

El entorno de Simulink® es una extensión del espacio de trabajo de MATLAB® diseñado con el fin de apoyar en la simulación de sistemas reales en tiempo real previamente a la implementación física. Está configurado para funcionar con diagramas de bloques sencillos y visuales que ofrecen una amplia gama de funciones de entrada y salida combinables con algoritmos personalizados en el entorno de MATLAB®.

Dos de las funciones por las que este programa es altamente conocido en la industria son la capacidad de generar y comprobar resultados de test en tiempos reducidos y la herramienta interna de generación de código embebido. De estas funciones sólo la primera resulta de interés para este proyecto.

EL entorno de Simulink® ha sido el utilizado para la puesta a prueba de los modelos cinemáticos de los miembros inferiores y de los cables. En la sección 3.4 se detallará el conjunto de simulaciones y diagramas diseñados para dichas pruebas en cada movimiento estudiado.

2.2.3 Cinema4D®

Cinema 4D es un programa de modelado, animación, simulación y representación tridimensional producido por la compañía alemana MAXON™¹³. Como otros programas del sector, centra sus capacidades en ofrecer una amplia variedad de herramientas de modelado con las que generar figuras, variar sus superficies y dotarlas de realismo y detalle a niveles profesionales.

Entre sus capacidades se encuentran el modelado poligonal, el modelaje paramétrico, la texturización de superficies, entorno de animación tridimensional y muchas otras. Una de las capacidades que posee y que lo han hecho de interés es la posibilidad de exportar proyectos en diversos formatos para poder ser utilizados por otras aplicaciones [31, p. 39].

En este trabajo se utilizará para generar objetos tridimensionales virtuales correspondientes a las piezas del exoesqueleto y los modelos de las piernas con los que se visualizará su movimiento.

2.2.4 Unity3D®

Desarrollado por la compañía Unity Technologies™¹⁴, es la plataforma líder en creación de contenido interactivo en tiempo real. Sus principales aplicaciones están relacionadas con el desarrollo de videojuegos y aplicaciones gráficas en 2D, 3D y realidad virtual [32]. Sin embargo, también es posible encontrar su aplicación en la simulación para la ingeniería, debido a sus características de representación interactiva programable con diversos lenguajes de programación y sus eficaces motores físicos.

En este proyecto, Unity 3D será empleado para poner en funcionamiento los modelos tridimensionales

¹³ Sitio web oficial: <https://www.maxon.net/en/>

¹⁴ Sitio web oficial: <https://unity.com/es>

generados en Cinema 4D mediante la programación en lenguaje C#.

3 DESARROLLO DEL PROYECTO

The fundamental problem of communication is that of reproducing at one point either exactly or approximately a message selected at another point.

Claude Shannon, 1948

Una vez se ha puesto en contexto el proyecto, explicando los problemas que puede ayudar a solucionar, su finalidad en el mundo de la medicina, las características que precisa, los antecedentes, las herramientas necesarias y los objetivos, se puede pasar a describir el proceso de desarrollo.

A lo largo de este capítulo se realiza una explicación detallada del modo en el que los métodos y herramientas descritos en la sección 2 han sido utilizados para obtener los modelos de un exoesqueleto de cables para los miembros inferiores capaz de realizar trayectorias tridimensionales.

En un principio se realiza una propuesta de planificación por fases del proyecto, seguido de un estudio de grados de libertad de las propuestas de modelos según las fases. Este estudio es una aportación no existente en la bibliografía previa de este tipo de sistemas. A continuación, se pasa al desarrollo matemático de modelos de miembros inferiores y de cables para ser puestos a prueba en simulación. La descripción de los métodos de simulación requiere de un estudio riguroso y una explicación detallada para poder ser considerados aceptables para validar el funcionamiento de los algoritmos diseñados.

En un último apartado, tras haber ofrecido las gráficas con los resultados arrojados por las simulaciones, se explica el proceso de desarrollo de modelos visuales en tres dimensiones generados por los programas anteriormente descritos. En este apartado se podrán observar las capturas de los vídeos de funcionamiento virtual del exoesqueleto, incluidos en los archivos adjuntos a este documento.

3.1 Fases de desarrollo

El primer paso en el desarrollo de cualquier proyecto de ingeniería es observar cuáles son las necesidades que impulsan a los investigadores a emprender su avance con el fin de marcar un objetivo claro y definido. Este objetivo ya ha sido expuesto en el apartado 1.6, llegando a la conclusión de que es necesario obtener las bases y modelos de un exoesqueleto de miembros inferiores con capacidad de movimiento más allá del plano sagital del cuerpo humano.

Por esta razón se propone no sólo diseñar los esquemas de un robot de cables que cumpla esta función, sino llevar a cabo un método detallado para añadir progresivamente capacidades a un exoesqueleto base planar basado en el modelo KINECAB, desarrollado por la ETS de Montréal descrito en el apartado 1.5.6.2.

Para comprender las bases de este proyecto, es necesario comprender la biomecánica del miembro inferior humano con el fin de establecer su relación con el exoesqueleto y con el espacio en el que ambos se desplazarán.

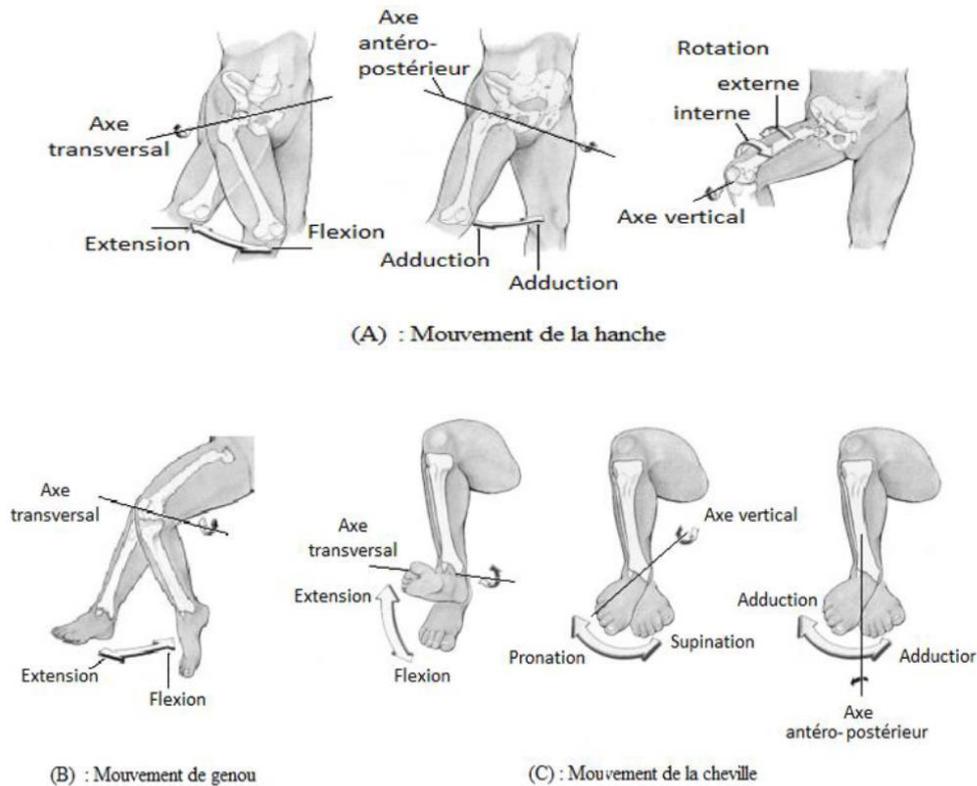


Figura 3-1: Movimientos del miembro inferior

En la Figura 3-1 se puede observar cómo existe un número finito de movimientos que el miembro inferior humano puede realizar gracias a las tres articulaciones que posee: la cadera, la rodilla y el tobillo. Se puede observar cómo cada una de estas articulaciones tiene uno o más ejes de rotación que permiten el giro relativo de cada parte de la extremidad, a partir de ahora llamadas eslabones por ser tratadas como miembros de una cadena cinemática mecánica. Los exoesqueletos tienen como función principal ejercer fuerzas y pares sobre piezas ajustadas a los eslabones de la pierna con el fin de producir variaciones angulares en estos ejes articulares de manera directa o indirecta.

Los exoesqueletos rígidos suelen tener efectores de tipo motor con ejes paralelos a estos ejes articulares para así obtener relaciones lo más directas posible entre los giros del motor y los de las articulaciones. En el caso del robot de cables los actuadores se encuentran separados de las propias articulaciones, luego la actuación sobre estas se hace de manera más indirecta. A pesar de esto, el fundamento de funcionamiento es el mismo, y cada exoesqueleto es capaz de actuar en un conjunto concreto de estos movimientos.

En las sucesivas fases del proyecto se propondrá un modelo de robot de cables que pueda actuar sobre cada vez más movimientos del cuerpo humano. Además, cada modelo tomará como base el anterior para realizar una escalada hasta objetivos de movilidad vada vez más amplios.

Para simplificar máximamente el proceso de adquisición de capacidades motrices del exoesqueleto, en este documento no se tendrán en cuenta los movimientos que involucren los ejes del tobillo y los desplazamientos del pie.

3.1.1 Robot planar

La primera fase del proyecto se fundamenta en el funcionamiento del robot KINECAB®. Este es un robot planar, lo que quiere decir que todos sus componentes realizan desplazamientos contenidos en el mismo plano. El plano en el que se dan estos movimientos es un plano paralelo al plano sagital, mostrado en la Figura 3-2, separado de este una distancia variable según la anchura de la pelvis, como se verá más adelante.



Figura 3-2: Plano sagital del cuerpo humano

En esta primera fase, los movimientos que se tienen en cuenta son los siguientes:

- Cadera: flexión-extensión.
- Rodilla: flexión-extensión.

Estos movimientos son los involucrados principalmente en la marcha y en otros movimientos como el pedaleo. Estos movimientos serán algunos de los que usarán para poner a prueba los modelos de este primer exoesqueleto.

El estudio de este primer exoesqueleto se utiliza como base para la siguiente fase, estando la mayoría de sus cálculos basados en el exoesqueleto de ejemplo citado.

3.1.2 Robot FA

El nombre de este robot es un acrónimo de Flexión Abducción. En esta fase, se comienza por abordar nuevos movimientos en la articulación de la cadera. Como se observa en la Figura 3-1, la cadera es una articulación que posee tres ejes de giro distintos. Esto significa tres pares de movimientos de giro, lo cual aumenta la complejidad de los problemas cinemáticos.

Este es el primer exoesqueleto de cables que se plantea con capacidad de operar fuera del plano. Constituye el grueso de la investigación de este documento, y su desarrollo conforma la principal aportación del proyecto al mundo de los exoesqueletos de cables.

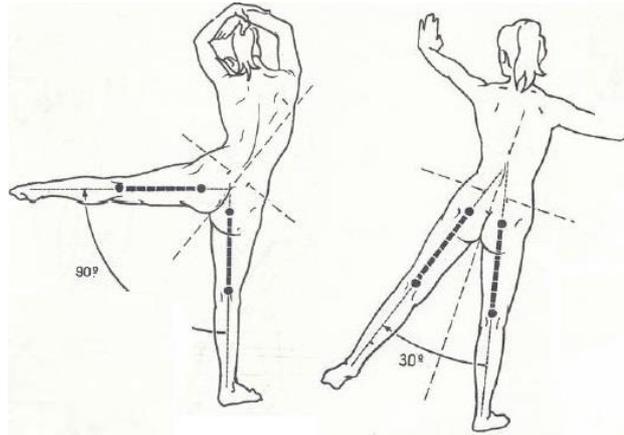


Figura 3-3: Ejemplo de movimiento de abducción-aducción de la cadera

En este exoesqueleto los movimientos tratados son:

- Cadera: flexión-extensión y abducción-aducción.
- Rodilla: flexión-extensión.

Algunos de los movimientos que se pueden realizar con un modelo planar pueden ser extendidos al modelo FA, como se verá más adelante. Pero gracias a este exoesqueleto, muchos de los movimientos cotidianos totalmente fuera del alcance del modelo planar pueden ser entrenados en el proceso de reeducación gracias a este segundo modelo.

3.1.3 Robot FAR

Esta tercera fase añadiría al sistema el último de los pares de movimientos de la cadera: la rotación exterior e interior. El nombre del robot proviene de Flexión Abducción Rotación por este mismo motivo.

Aunque en este documento no se va a desarrollar esta fase del proyecto, se plantea como posibilidad para el futuro avance del proyecto, y se asientan los métodos de para desarrollarlo en la fase anterior. En la Figura 3-4 se propone un método de asistencia a la rotación de la cadera a través de pares de cables situados en la articulación de la cadera y del tobillo.

Los movimientos asistidos por este exoesqueleto son:

- Cadera: flexión-extensión, abducción-aducción y rotación interna y externa.
- Rodilla: flexión-extensión.

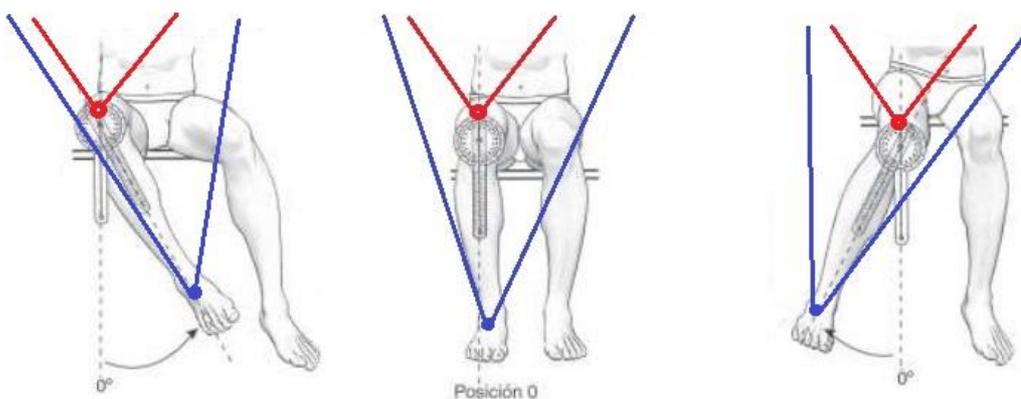


Figura 3-4: Propuesta de movimiento de rotación de la cadera asistido por cables.

En el siguiente capítulo comienza el desarrollo de estas fases de diseño por el estudio de los grados de libertad. En lo sucesivo se aplicará cada método de diseño a cada una de las fases por separado.

3.2 Estudio de grados de libertad

La innovación que este proyecto representa tiene su origen en el aumento de grados de libertad de los robots de cables existentes. Para comprender este concepto es necesario aclarar qué son los grados de libertad y cuáles son los grados de libertad que se pretenden variar en el exoesqueleto de cables para la reeducación de miembros inferiores.

Según [33], los grados de libertad son “*el número de variables de coordenada independientes que determinan la posición de todas las partículas de un sistema dinámico*”. Dicho de otro modo, aplicado a un sistema mecánico, se podrían comprender como la cantidad de variables dinámicas que se necesitan especificar para fijar una posición cualquiera. En los robots de cables, como se ha visto en apartados anteriores, este valor está estrechamente relacionado con el número de cables necesarios y con la propia arquitectura del sistema.

Tal y como se indicó en los capítulos introductorios, las piernas, o miembros inferiores, tienen un conjunto limitado y conocido de pares de movimientos involucrados en las actividades del miembro. En sistemas planares para rehabilitación, los únicos pares atendidos son los de tipo Flexión-Extensión de la cadera y de la rodilla. La intención es atender un grado de libertad nuevo para estos sistemas: la Abducción-Aducción de la cadera. Este nuevo par de movimientos es el que convierte al conjunto en un sistema de desplazamiento espacial, o tridimensional.

La mejor manera de esclarecer totalmente las capacidades de movilidad de un conjunto formado por un robot y una pierna acoplados es estudiar sus gdl de manera separada y luego unidos. Por este motivo, en adelante se procederá a calcular los grados de libertad siguiendo el orden a continuación:

1. Grados de libertad de la pierna según el modelo.
2. Grados de libertad del exoesqueleto asociado funcionando por separado.
3. Grados de libertad del conjunto robot-miembro.

Así será más sencillo comprobar cómo se comporta el sistema y conseguir que el conjunto final tenga el mismo número de grados de libertad que se desea para cada exoesqueleto.

Se comienza por el cálculo para los miembros inferiores en el sistema planar.

3.2.1 Miembros inferiores

En los sistemas mecánicos, este estudio se realiza a través de la representación de las piezas y mecanismos como eslabones y pares o articulaciones cinemáticas. Asignados los eslabones a los cuerpos rígidos en movimiento y los enlaces a las uniones entre ellos, se puede hacer uso de la ecuación (3-1) para hallar el número de grados de libertad.

$$gdl = \left[d + \binom{d}{2} \right] \cdot (n - 1) - \sum_{i=1}^m r_i \quad (3-1)$$

Donde:

- gdl es el número de grados de libertad resultante.
- d es el número de dimensiones del espacio.
- n es el número de eslabones del sistema, incluida la plataforma.
- m es el número de enlaces cinemáticos.
- r_i es el número de grados de libertad relativos que un enlace impide entre dos eslabones.

En el esquema de la Figura 3-5 se representan en rojo las articulaciones y, junto a cada enlace, su número identificador. El eslabón 1 corresponde al muslo y el 2 a la tibia. La articulación 2 representa la rodilla y la 2 la cadera, y es aquí donde pueden matizar los gdl que se atienden.

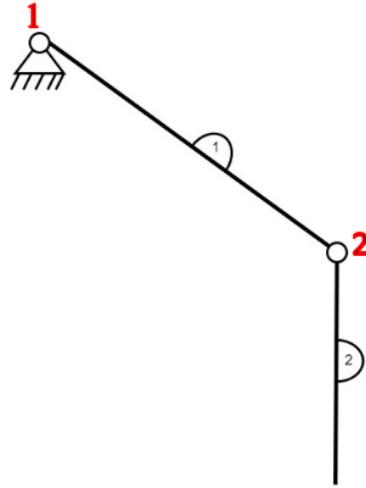


Figura 3-5: Esquema de gdl de la pierna

En un primer caso, se puede considerar un sistema planar en el que tanto la cadera como la rodilla sean pares de rotación r_c . En ese caso, la ecuación (3-1) se escribiría como sigue:

$$gdl = \left[2 + \binom{2}{2} \right] \cdot (3 - 1) - 2 \cdot r_c \quad (3-2)$$

Donde se han considerado tres barras (pues la base fija se cuenta como una sola) y dos pares de rotación. Contando con que los pares de rotación en el plano impiden dos traslaciones relativas, su valor sería $r_c = 2$ y la ecuación (3-2) se resolvería:

$$\left[2 + \binom{2}{2} \right] \cdot (3 - 1) - 2 \cdot 2 = 2 \quad (3-3)$$

La solución concuerda con los dos grados de libertad del clásico robot planar de dos eslabones. Este valor es de gran importancia para el desarrollo del exoesqueleto, pues el sistema robot-miembro debe tener el mismo número de grados de libertad, como se verá más adelante.

Pensando en generar un sistema tridimensional para el robot FA, se deben hacer cambios sobre la ecuación: en primer lugar, las dimensiones del espacio pasan a ser tres; en segundo lugar, la articulación cilíndrica de la rodilla pasa a impedir tres traslaciones y dos rotaciones, por lo que ahora $r_c = 5$; en tercer y último lugar, la articulación de la cadera pasa a ser de tipo esférico sin torsión, es decir, que permite al eslabón del fémur rotar respecto a los dos ejes perpendiculares al eje del eslabón anterior, pero no girar en torsión respecto al eje longitudinal. A este par se le llamará r'_e , e impide tres traslaciones y una rotación relativa.

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 3 \\ d = 3 \\ r'_e = 4 \\ r_c = 5 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[3 + \binom{3}{2} \right] \cdot (3 - 1) - r_c - r'_e = 6 \cdot (3 - 1) - 5 - 4 = 3 \quad (3-4)$$

Como se evidencia en (3-4), el modelo FA de la pierna tiene un gdl más que el planar, y deberán ser respetados por el sistema robot-miembro.

Terminados los cálculos para los miembros inferiores, se puede continuar con el estudio de los robots de cables.

En los robots de cables, el sistema de estudio de grados de libertad no es igual que en el de sistemas de barras rígidas. Existen algunas consideraciones previas que son necesarias para poder aplicar los mismos criterios que

a los demás sistemas. Entre ellas se encuentran las ya mencionadas restricciones dinámicas, por las cuales un sistema de cables siempre necesita de una fuerza que mantenga la tensión en todos los filamentos para poder funcionar de manera determinista.

Como se vio en capítulos previos, existe una forma de clasificar los robots de cables según sus grados de libertad. En función de la relación entre el número de cables y el número de gdl, se obtenían tres subgrupos principales. Será necesario estudiarlos para poder elegir adecuadamente el número de cables en función de las necesidades del sistema robot-miembro y de las ventajas y desventajas de cada uno:

- IRPM: los robots que no están totalmente restringidos siempre dependerán de la actuación de fuerzas añadidas para un funcionamiento correcto. En el caso del exoesqueleto de estudio, la fuerza de gravedad aplicada a la plataforma móvil está siempre asegurada, y es posible añadir resortes, pero es crítico tener en cuenta que, en caso de que el paciente venza esa fuerza por movimientos voluntarios sobre el miembro, el sistema sería difícilmente controlable. La ventaja principal de este modelo es la baja cantidad de cables, lo que disminuye las probabilidades de colisión entre cables.
- CRPM: se considera el sistema óptimo, ya que la cantidad de cables es la justa y necesaria para cubrir todos los grados de libertad. Sin embargo, es un sistema que exige mayores restricciones en la topografía del mecanismo [21] por la posibilidad de colisión de cables. Además, es posible que el grado de redundancia crezca al acoplar el sistema robótico al miembro, haciendo innecesario sus cálculos. También es necesario puntualizar que el sistema no está totalmente restringido en todos los puntos del espacio, por lo que su capacidad varía a lo largo del espacio de trabajo.
- RRPM: es el sistema con mayor nivel de redundancia. Ofrecería al exoesqueleto la capacidad de obviar la acción de cualquier fuerza externa a los cables, e incluso ofrecería robustez al diseño y, al distribuir las fuerzas entre más cables, los actuadores se verían expuestos a menor nivel de exigencia. Sin embargo, en un sistema como el que ocupa en este documento, la cantidad de cables podría duplicarse al actuar sobre los dos miembros inferiores, haciendo de la colisión de los cables un problema realmente complejo de solucionar.

Llegados a este punto, hay que añadir una característica concreta del exoesqueleto de cables: en uso real, el sistema funciona acoplado a un miembro inferior, que funciona como un sistema mecánico como se ha descrito en el principio del apartado. Por este motivo, se plantea la solución de diseñar un robot IRPM que, acoplado al miembro, se convierta en un CRPM o un RRPM con mayor grado de paralelismo. Así el robot no tendría uso de sus funcionalidades sin estar acoplado al miembro, pero se aprovecharían las ventajas del IRPM con las utilidades de los otros dos.

Siguiendo el ejemplo de [34], se modelarán los cables como un grupo de dos barras rígidas unidas entre ellas con un par cinemático prismático (τ_p) y a su vez que se relaciona en sus extremos con el resto de la estructura mediante pares esféricos¹⁵ o cilíndricos, según se encuentre en sistemas planares o tridimensionales. Esto tiene sentido físico siempre que los cables mantengan su tensión. En la Figura 3-6 se muestra un ejemplo del uso de esta representación.

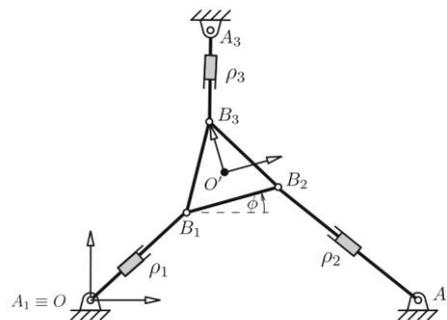


Figura 3-6: Ejemplo de esquema de gdl. Fuente: [34]

Para poder modelar los cables como barras rígidas se considerarán en todo momento dos premisas de crucial

¹⁵ Los pares esféricos se pueden clasificar en pares esféricos con rotación (τ_e) y sin rotación (τ_e').

importancia:

1. El robot tendrá una disposición de los cables enfrentada que permita que los cables en tracción se mantengan siempre en tensión. No todas las configuraciones permiten este comportamiento, pero este estudio queda fuera del alcance de este proyecto.
2. La longitud de todos los cables será la justa para mantener el hilo estirado y sin combamientos en todo instante.

Con esta filosofía se pretende realizar un análisis de grados de libertad del robot KINECAB para, seguidamente, diseñar un modelo para el sistema FA que cumpla las expectativas de gdl.

3.2.2 Robot planar

En primer lugar, se realiza un análisis del robot KINECAB sin acoplamiento del miembro inferior. Se parte por un modelo en el que se elimina el cable trasero.

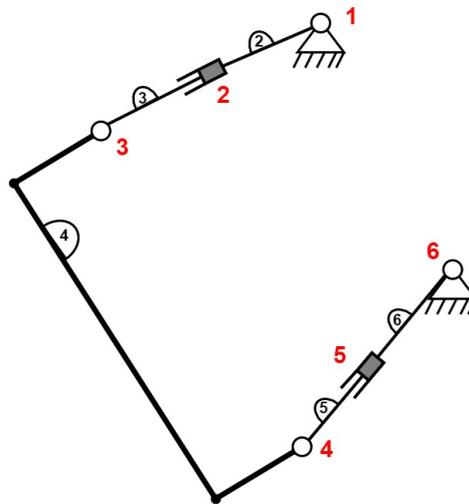


Figura 3-7: esquema de gdl KINECAB sin cable trasero

En la Figura 3-7 se observa el parecido del sistema planteado a un modelo de cuatro barras cuando las longitudes de los cables son constantes. El eslabón 4 de la cadena corresponde a la plataforma móvil o polaina que iría adherido a la pierna, y los cables se repartirían entre los pares de eslabones 2 y 3 y el 5 y 6. El eslabón 1, en este caso, sería la barra fija. Existirían también 6 articulaciones, de las cuales cuatro serían cilíndricas (r_c) y dos prismáticas (r_p).

Aplicando la ecuación (3-1):

$$\begin{cases} n = 6 \\ m = 6 \\ d = 2 \\ r_p = 2 \\ r_c = 2 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[2 + \binom{2}{2} \right] \cdot (6 - 1) - 4 \cdot r_c - 2 \cdot r_p = 3 \cdot (6 - 1) - 8 - 4 = 3 \quad (3-5)$$

La ecuación (3-5) demuestra que el sistema tiene 3 grados de libertad, uno más que los deseados, pues al tener sólo dos cables para tres grados de libertad, el sistema es un IRPM. Por este motivo es necesario aplicar el cable trasero al sistema, como se muestra en la Figura 3-8:

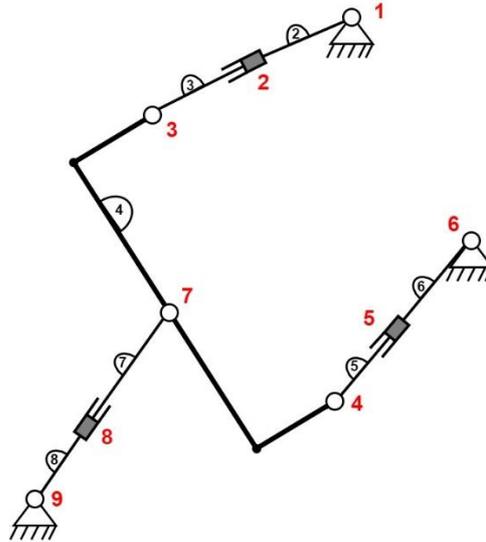


Figura 3-8: Esquema de gdl del robot KINECAB con cable trasero

Tras la aplicación de un tercer cable, el resultado de los grados de libertad es:

$$\begin{cases} n = 8 \\ m = 9 \\ d = 2 \\ r_p = 2 \\ r_c = 2 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[2 + \binom{2}{2} \right] \cdot (8 - 1) - 6 \cdot r_c - 3 \cdot r_p = 3 \quad (3-6)$$

Se concluye que el cable trasero no aporta ningún grado de libertad.

De este modo, el sistema tiene tres cables y tres grados de libertad. Como se ha mencionado anteriormente, este tipo de robots de cables son el límite entre los IRPM y los CRPM, y a veces son tratados en régimen especial. Esto quiere decir que, en función de su topología pueden requerir una ligera actuación de fuerzas externas para su funcionamiento. Sin embargo, hay que recordar que el robot no opera como un sistema puramente de cables, sino que tiene un grado mayor de paralelismo al añadir los eslabones de la pierna al conjunto.

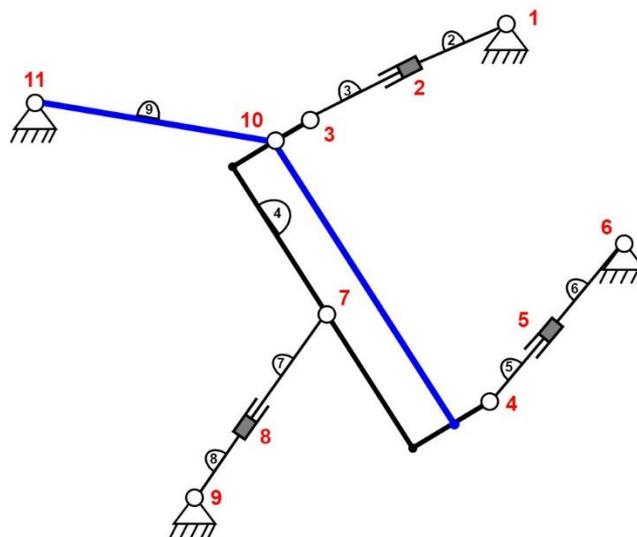


Figura 3-9: Esquema de gdl del robot KINECAB con miembro inferior acoplado

La Figura 3-9 muestra el comportamiento final del robot acoplado al miembro inferior. Este sistema funciona de manera similar al presentado por A. Taghavi en [21, p. 201] como un robot de funcionamiento mixto entre cables y enlaces rígidos. Aplicando (3-1), se tiene un resultado final:

$$\begin{cases} n = 9 \\ m = 11 \\ d = 2 \\ r_p = 2 \\ r_c = 2 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[2 + \binom{2}{2} \right] \cdot (9 - 1) - 8 \cdot r_c - 3 \cdot r_p = 2 \quad (3-7)$$

Donde se ha considerado que el eslabón de la tibia y la plataforma móvil están totalmente acoplados y funcionan como un único eslabón, la articulación 11 es la cadera considerada como un par cilíndrico (atendiendo sólo al movimiento de flexión-extensión) y la 10 es la articulación cilíndrica de la rodilla.

Finalmente se tiene un robot con dos grados de libertad y tres cables, resultando el sistema en un CRPM tal y como se deseaba. Es importante comprender que el robot sólo operará de manera independiente a fuerzas exteriores en un debido espacio de trabajo y sólo cuando se encuentre acoplado al miembro inferior.

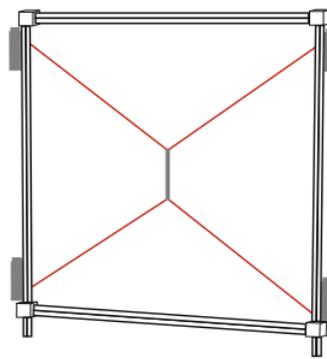
Estas últimas dos cuestiones restringirán en un proceso de rehabilitación el arranque del sistema y el proceso de calibración, que deberá realizarse con el paciente ya dispuesto en posición con el exoesqueleto acoplado.

3.2.3 Robot FA

Siguiendo el ejemplo del apartado anterior, se buscará generar un modelo de gdl que cumpla los mismos patrones que el robot anterior, partiendo del sistema robot con diferente cantidad de cables y llegando al sistema robot-miembro para alcanzar un DRPM.

Se plantea un procedimiento inverso: se partirá presentando el esquema de gdl deseado para luego descomponerlo en partes más sencillas y evidentes, y poder así analizar a fondo el funcionamiento.

La base de operación es comenzar por un esquema como el de la Figura 3-5, pero duplicando cada cable para ofrecer desplazamiento paralelo como el ejemplo que se muestra en la Figura 3-10. A esto se añadirá el cable trasero de la pierna, en el eje normal al plano de movimiento, ofreciendo la posibilidad de desplazamiento espacial.



1R2T: $m=4$, $n=3$

Figura 3-10: ejemplo de sistema CRPM con plataforma móvil. Fuente:[17]

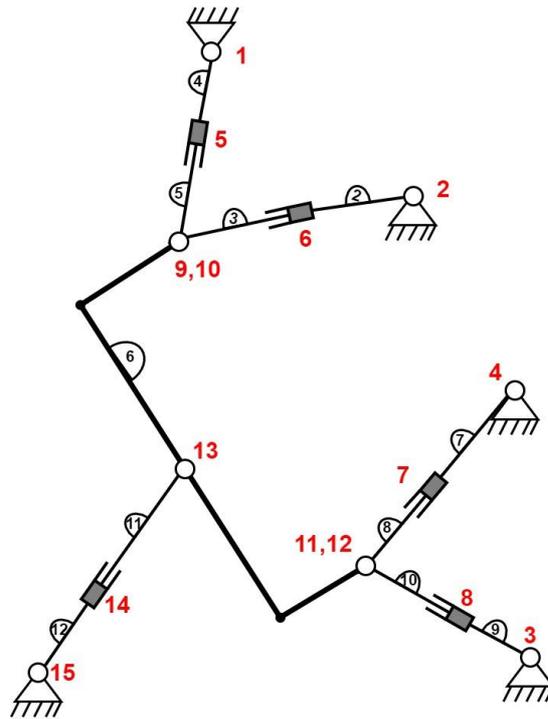


Figura 3-11: Esquema general de gdl del robot FA

La Figura 3-11 contiene el modelo objetivo, donde es preciso matizar varias cuestiones antes de aplicar las ecuaciones:

- En aquellas articulaciones donde se enlazan tres eslabones, es necesario considerar dos pares cinemáticos. Por ejemplo, los eslabones 5 y 3 se relacionan a través del par 9; los eslabones 5 y 6, a través del par 10 y así la relación entre 3 y 6 queda establecida.
- Las articulaciones de los extremos de los cables son de tipo esférico con rotación (r_e), las cuales sólo impiden tres desplazamientos y ninguna rotación.

Con estas consideraciones, se clasifican las articulaciones en sus grupos:

$$\begin{cases} r_p = 5 \rightarrow \text{art. } 5,6,7,8,14 \text{ (5)} \\ r_e = 3 \rightarrow \text{art. } 1,2,3,4,9,10,11,12,13,15 \text{ (10)} \end{cases}$$

Co esta clasificación, se aplica la ecuación (3-1):

$$\begin{cases} n = 12 \\ m = 15 \\ d = 3 \\ r_p = 5 \\ r_e = 3 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[3 + \binom{3}{2} \right] \cdot (12 - 1) - 5 \cdot r_p - 10 \cdot r_e = 11 \quad (3-8)$$

El resultado de la ecuación es muy superior a los gdl esperados en un sistema tridimensional. Esto se debe a que existen gdl pasivos (o parásitos) y a que el sistema debe seccionarse.

En este punto se pretende hacer una demostración rigurosa de cuáles son los gdl pasivos y cuáles son los activos; cuáles son los gdl reales e interesantes y cuales son desechables. Para ello se pretende hacer una simplificación del sistema para reducir al absurdo el problema de los gdl sobrantes. Se comenzará por observar los pares de cables tensionados, seguidamente se estudiará el robot sin el cable trasero y se añadirá este al final. Todo esto antes de regresar al sistema original. Además, se simplificarán los cables como una sola barra rígida, lo que equivale a fijar longitudes constantes.

En primer lugar, se analiza el comportamiento del triángulo cinemático que forman dos cables entre sí:

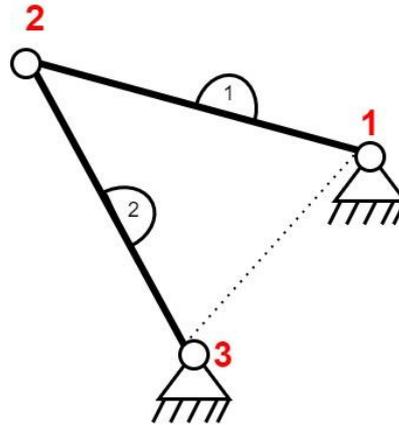


Figura 3-12: Triángulo de cables con acoplamiento único

La figura anterior muestra el funcionamiento de un par de cables con una longitud fija unidos por uno de sus extremos y por el otro a la barra fija. Considerando que, como en el esquema general, todas las articulaciones sean de tipo esférico con rotación, la ecuación sería la siguiente:

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 3 \\ d = 3 \\ r_e = 3 \end{cases} \rightarrow gdl = \left[3 + \binom{3}{2} \right] \cdot (3 - 1) - 3 \cdot r_e = 3 \quad (3-9)$$

Es lógico pensar que este sistema sólo tiene un gdl, aquel que hace girar el triángulo sobre la charnela marcada en línea discontinua en la Figura 3-12. Si la ecuación da tres grados de libertad es porque tiene en cuenta dos gdl pasivos: el del giro de los cables 1 y 2 sobre sus ejes longitudinales. Para solucionar esta cuestión, de ahora en adelante se considerará la unión cinemática de todos los cables a la barra fija como un par esférico sin rotación. La ecuación corregida sería:

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 3 \\ d = 3 \\ r_e = 3 \\ r'_e = 4 \end{cases} \rightarrow gdl = 6 \cdot (3 - 1) - r_e - 2 \cdot r'_e = 1 \quad (3-10)$$

A continuación, se estudia el resto de la estructura sin el cable trasero. Los pares de cables unidos a la plataforma móvil se muestran en la siguiente figura:

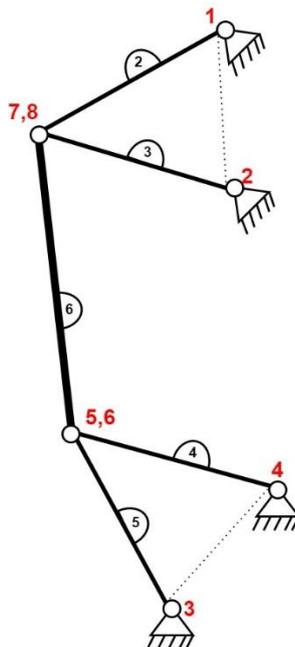


Figura 3-13: Esquema de gdl de barras del robot FA sin cable trasero

La Figura 3-13 contiene dos triángulos acoplados a la plataforma móvil, modelada de momento por un solo segmento, pues más adelante esta representación será útil. Manteniendo la regla de eliminar la rotación de los pares de la base de los cables, la ecuación sería la siguiente:

$$\begin{cases} r'_e = 4 \rightarrow \text{art. } 1,2,3,4 \text{ (4)} \\ r_e = 3 \rightarrow \text{art. } 5,6,7,8 \text{ (4)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 6 \\ m = 8 \\ d = 3 \rightarrow gdl = 6 \cdot (6 - 1) - 4 \cdot r'_e - 4 \cdot r_e = 2 \\ r'_e = 4 \\ r_e = 3 \end{cases} \quad (3-11)$$

Aunque de manera razonada se puede llegar a la conclusión de que, de nuevo, el sistema debería tener un único grado de libertad, ya que ambos triángulos sólo tienen un gdl y están unidos entre ellos por una barra rígida que coordinaría sus rotaciones, el resultado de la ecuación vuelve a ser mayor del esperado. La causa es la misma que en el caso del triángulo, existe un gdl parásito: la rotación de la barra 6 respecto a su eje longitudinal. Si todos los pares que están en contacto con la barra 6 permiten la rotación en todos los ejes, es lógico pensar que esta pueda rotar sobre sí misma, pero más adelante se comprobará que no.

Finalmente, se añade la barra final:

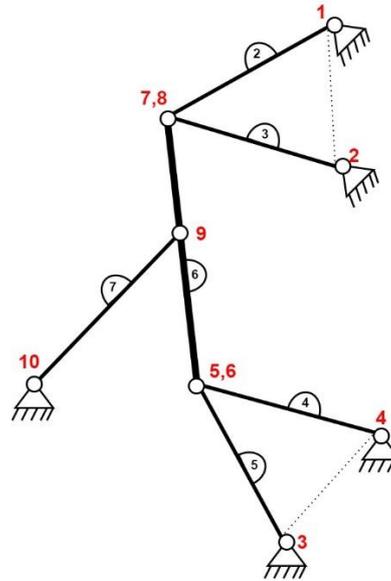


Figura 3-14: Esquema de gdl de barras del robot FA con cable trasero

Se muestra de nuevo una esquematización del robot FA completo con las longitudes de los cables fijas. Considerando la misma restricción de la base de los cables, se plantea la siguiente solución:

$$\begin{cases} r'_e = 4 \rightarrow \text{art. } 1,2,3,4,10 & (5) \\ r_e = 3 \rightarrow \text{art. } 5,6,7,8,9 & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 7 \\ m = 10 \\ d = 3 \rightarrow gdl = 6 \cdot (7 - 1) - 5 \cdot r'_e - 5 \cdot r_e = 1 \\ r'_e = 4 \\ r_e = 3 \end{cases} \quad (3-12)$$

Es evidente que este sistema no se debería desplazar de ninguna manera, pues el movimiento anteriormente descrito de los dos triángulos se vería impedido por la barra trasera. El problema sigue siendo la rotación de la barra fija. Sin embargo, la geometría del robot hace la rotación de este miembro imposible debido a que la plataforma fija no tiene forma de segmento, sus cables se adhieren en puntos distintos de la pieza y ofrecen tensiones en direcciones opuestas, por lo que se puede corregir el modelo considerando cualquiera de las articulaciones en contacto con la plataforma móvil como un par esférico sin rotación. De esta manera, la ecuación (3-12) tendría la siguiente solución:

$$gdl = 6 \cdot (7 - 1) - 6 \cdot r'_e - 4 \cdot r_e = 0 \quad (3-13)$$

El sistema queda bloqueado para una longitud fija de todos sus cables.

Comparando las figuras Figura 3-14 y Figura 3-11 se puede reescribir la ecuación (3-8) para obtener el resultado definitivo del modelo de gdl de cables sin miembro inferior acoplado:

$$\begin{cases} r_p = 5 \rightarrow \text{art. } 5,6,7,8,14 & (5) \\ r_e = 3 \rightarrow \text{art. } 10,11,12,13 & (4) \\ r'_e = 4 \rightarrow \text{art. } 1,2,3,4,15,9 & (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 12 \\ m = 15 \\ d = 3 \\ r_p = 5 \\ r_e = 3 \\ r'_e = 4 \end{cases} \rightarrow gdl = 6 \cdot (12 - 1) - 5 \cdot r_p - 4 \cdot r_e - 6 \cdot r'_e = 5 \quad (3-14)$$

Se llega de nuevo a la conclusión de que, como en el sistema planar, el robot FA se comporta como un IRPM cuando no se encuentra acoplado al miembro inferior.

Finalizando la sección, se muestra a continuación el sistema robot-miembro para comprobar la validez de las premisas.

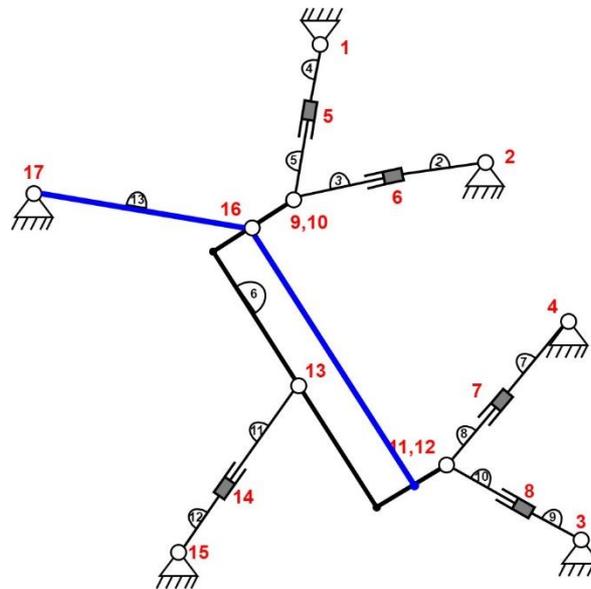


Figura 3-15: Esquema de gdl del sistema robot FA(negro) - miembro inferior (azul)

La Figura 3-15 muestra el sistema completo con el miembro inferior acoplado en las mismas condiciones que el sistema planar. Sólo hay que tener en cuenta que esta vez, el modelo de miembro inferior insertado es el modelo FA, explicado en la Figura 3-5 con la articulación de la cadera de tipo esférico sin rotación. Las ecuaciones finales para el sistema completo serían:

$$\begin{cases} r_p = 5 \rightarrow \text{art. } 5,6,7,8,14 \text{ (5)} \\ r_e = 3 \rightarrow \text{art. } 9, 10,11,12,13 \text{ (5)} \\ r'_e = 4 \rightarrow \text{art. } 1,2,3,4,15, \mathbf{17} \text{ (6)} \\ r_c = 5 \rightarrow \text{art. } \mathbf{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 13 \\ m = 17 \\ d = 3 \\ r_p = 5 \\ r_e = 3 \\ r'_e = 5 \\ r_c = 5 \end{cases} \rightarrow gdl = 6 \cdot (13 - 1) - 5 \cdot r_p - 5 \cdot r_e - 6 \cdot r'_e - r_c = 3 \quad (3-15)$$

Interpretando la ecuación (3-15), se observa que el sistema tiene en conjunto los tres grados de libertad del modelo FA de la pierna, lo cual es el resultado esperado.

En conclusión, se tiene que el sistema robótico planteado como robot FA se comporta como un robot de cables de tipo RRPM (al tener tres grados de libertad y cinco cables) cuando funciona acoplado a la pierna, lo cual vuelve a condicionar su funcionamiento en el arranque. Se cuenta con un sistema totalmente restringido en su

espacio de trabajo y un cable redundante, obteniendo así la ventaja de la distribución de los robots RRPM y el reducido número de cables que el sistema IRPM posee en solitario.

3.3 Modelos Cinemáticos

En la sección anterior se ha realizado un análisis pormenorizado de los grados de libertad de cada exoesqueleto, haciendo hincapié en una estructura de barras y de cables que dan como resultado un mecanismo de un cierto número de gdl. En esta sección se ponen en prácticas las técnicas de modelización para dar una morfología a esas barras y cables.

Para cada exoesqueleto por separado se propondrá una estructura física y un modelo cinemático para los miembros inferiores y el robot de cables acoplado. Todas las medidas se tomarán como parámetros para poder ser implementados en cualquier sistema y las ecuaciones sean adaptables.

Se comienza por los modelos del robot planar para continuar con los del robot FA, tal y como se plantea en la sección de fases del proyecto.

3.3.1 Robot planar

3.3.1.1 Modelo Cinemático directo de miembros inferiores

El modelo cinemático directo de los miembros inferiores consiste en un conjunto de fórmulas expresadas con el fin permitir el tratamiento matemático de las extremidades biológicas tal y como se haría con un mecanismo robótico. El producto final debe ser un grupo delimitado de ecuaciones que, operando con un número conocido de variables provenientes de las posiciones articulares de los miembros inferiores, se pueda obtener de manera directa y unívoca la posición y orientación de las partes del miembro en el espacio cartesiano.

De esta forma, se plantea tratar un miembro biológico como una cadena cinemática de tres eslabones o "barras": la primera recorre el muslo por su centro, la siguiente la tibia y, por último, el pie. Se considerará como efector final, es decir, el punto del sistema cuya posición y orientación se encontrarán al final de las ecuaciones, la unión entre el eslabón de la tibia y del pie, el tobillo.

Siguiendo el ejemplo del robot KINECAB [cita], se empleará el método de Denavit-Hartenberg modificado [cita Bolton] para establecer el conjunto de sistemas de referencia asociados a cada eslabón de la cadena cinemática. Siguiendo el mismo, se obtiene un conjunto de ejes y posiciones que permiten extraer las variables articulares de la pierna y sustituirlos en matrices de transformación homogénea, de cuyos componentes se extraerán las ecuaciones de posición y orientación del tobillo.

En la siguiente figura se observa la elección de los ejes de referencia de la pierna derecha y las variables longitudinales:

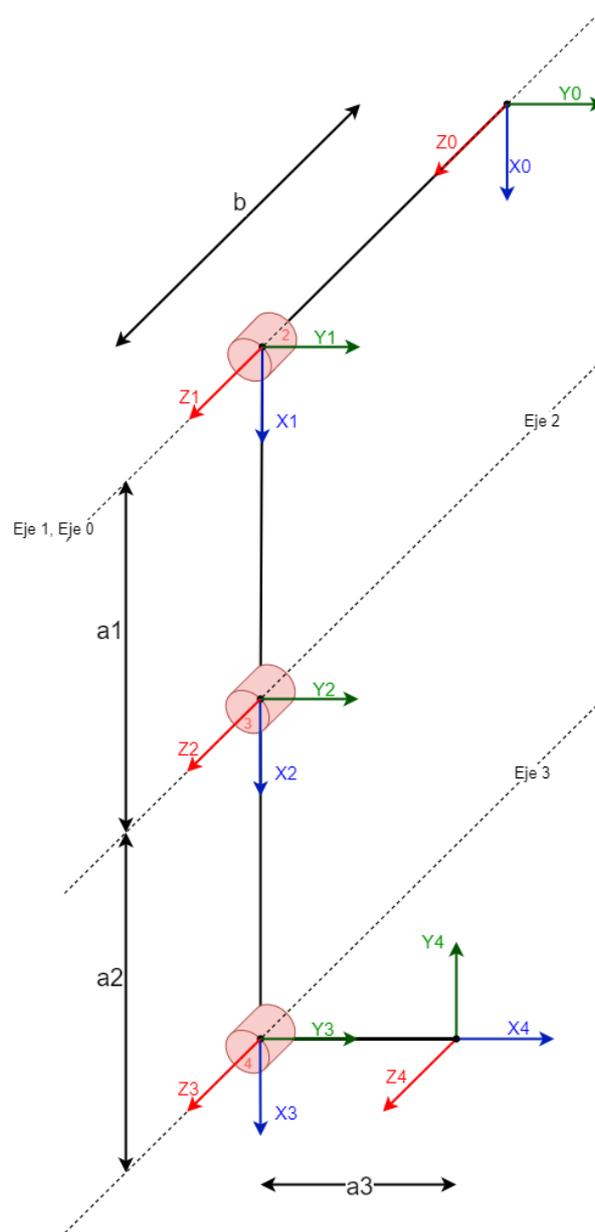


Figura 3-16: Esquema de barras del miembro inferior (modelo planar)

Como se puede observar, cada sistema de coordenadas formadas por vectores XYZ está asociada a la barra de su mismo número. Por otra parte, cada articulación marcada está asociada a un eje que se desplaza con el eslabón y que permite extraer las variables articulares. Todas estas corresponden a pares cinemáticos cilíndricos, ya que las articulaciones de la pierna son siempre de giro. En la siguiente figura se especifican todas las variables:

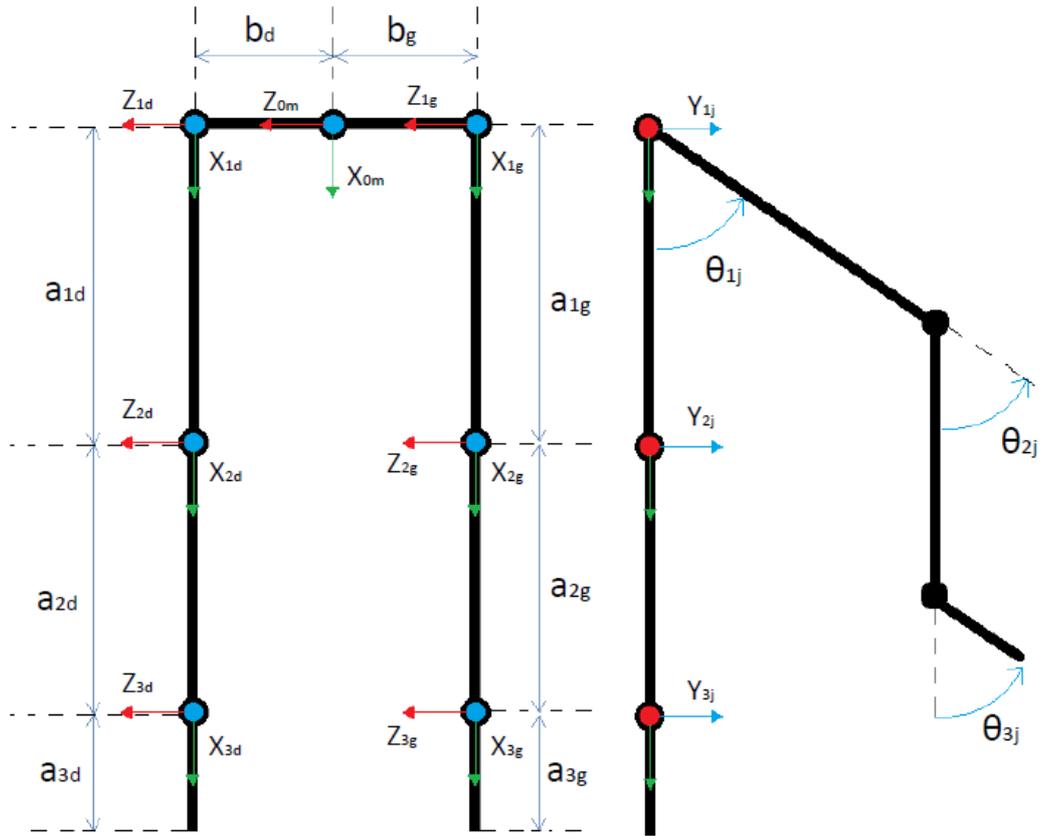


Figura 3-17: Esquema de barras completo para modelo planar de miembros inferiores. Fuente propia

A continuación, se pasa a describir la tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg según el algoritmo modificado:

Articulación	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	b_j	θ_{1j}
2	0	a_{1j}	0	θ_{2j}
3	0	a_{2j}	0	θ_{3j}

Tabla 3-1: Parámetros DH del modelo planar de miembros inferiores

Obtenidas los parámetros según el método, obtener las matrices de transformación homogénea sólo es cuestión de sustituir los valores tabulados en la matriz de Denavit-Hartenberg del algoritmo modificado, mostrada a continuación:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & \sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

La matriz DH tiene la forma siguiente:

$${}^{i-1}_i T = \begin{bmatrix} {}^{i-1}_i Q & {}^{i-1}_i C \\ [0 \ 0 \ 0] & w \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

Donde ${}^{i-1}_i Q$ representa la matriz de rotación del sistema i respecto al sistema $i-1$, ${}^{i-1}_i C$ es la posición del centro de referencia i respecto a las coordenadas del sistema $i-1$ y w es el factor de escalado, que en este caso interesa que tenga valor unitario pues la escala del problema será siempre en verdadera magnitud.

Aplicando las ecuaciones propuestas a cada uno de los sistemas de referencia, se pueden obtener las ecuaciones de transformación homogénea de cada uno de los sistemas de referencia del sistema mecánico de los miembros inferiores como se indica a continuación:

$${}^0_1 T = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

$${}^1_2 T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_{1j} \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

$${}^2_3 T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_{2j} \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

Notación :

$$c_1 = \cos \theta_{1j} \quad s_1 = \sin \theta_{1j} \quad c_{kl} = \cos (\theta_{jk} + \theta_{jl})$$

$$c_2 = \cos \theta_{2j} \quad s_2 = \sin \theta_{2j}$$

$$c_3 = \cos \theta_{3j} \quad s_3 = \sin \theta_{3j}$$

El subíndice j podrá tomar valores i o d dependiendo de si se refiere a la pierna izquierda o derecha, respectivamente.

En este punto, se tienen las ecuaciones que relacionan las posiciones de los ejes de referencias respecto al eje anterior y las matrices de rotación para cada par. Sin embargo, el interés último de las ecuaciones del MCD es obtener un único sistema de ecuaciones referidos a un sistema de referencia global y estático, en este caso el sistema cero.

Siguiendo las normas de encadenamiento de matrices homogéneas [cita Bolton], para obtener la transformación de dos sistemas interconectados indirectamente, se puede aplicar:

$${}^{i-1}_{i+1} T = {}^{i-1}_i T \cdot {}^i_{i+1} T \quad (3-21)$$

Así pues, la matriz de transformación homogénea que relaciona la posición y orientación de la tibia respecto al eje de referencia global es la siguiente:

$${}^0_2 T = {}^0_1 T {}^1_2 T = \begin{bmatrix} c_1 c_2 - s_1 s_2 & -c_1 s_2 - c_2 s_1 & 0 & a_{1j} c_1 \\ c_1 s_2 + c_2 s_1 & c_1 c_2 - s_1 s_2 & 0 & a_{1j} s_1 \\ 0 & 0 & 1 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

Esta ecuación es de gran importancia, pues en el modelo de cables será la utilizada para generar el modelo de cables. Además, como se explica en apartados anteriores, este proyecto se centrará en el posicionamiento de los dos primeros eslabones de la cadena cinemática de los miembros inferiores.

Finalmente, la matriz de transformación homogénea del tercer eslabón quedaría según sigue:

$${}^0_3T = {}^0_2T {}^2_3T = \begin{bmatrix} c_{12}c_3 - s_{12}s_3 & -c_{12}s_3 - c_3s_{12} & 0 & a_{1j}c_1 + a_{2j}c_{12} \\ c_{12}s_3 + c_3s_{12} & c_{12}c_3 - s_{12}s_3 & 0 & a_{1j}s_1 + a_{2j}s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Esta última matriz, contiene la posición respecto al sistema de referencia global del tobillo y la matriz de rotación del pie. De ella interesará el primer miembro.

Siguiendo la formulación indicada en la ecuación (3-17), se puede extraer la posición del efector final de la ecuación (3-23) y la orientación de la tibia de la ecuación (3-22):

$${}^0_3C = \begin{bmatrix} a_{1j}c_1 + a_{2j}c_{12} \\ a_{1j}s_1 + a_{2j}s_{12} \\ b_j \end{bmatrix}, \text{ la posición del tobillo respecto al sistema cero en función de las variables articulares.}$$

$${}^0_2Q = \begin{bmatrix} c_1c_2 - s_1s_2 & -c_1s_2 - c_2s_1 & 0 \\ c_1s_2 + c_2s_1 & c_1c_2 - s_1s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ la matriz de rotación de la tibia según el sistema cero en función de las variables articulares.}$$

Extraídas de las matrices los componentes interesantes para este MCD de los miembros inferiores, se pueden desplegar las ecuaciones que resuelven la posición en X_0 , Y_0 , y Z_0 del tobillo, el punto que será controlado en el exoesqueleto de cables.

$$\begin{cases} x = a_{1j} \cos(\theta_{1j}) + a_{2j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j}) \\ y = a_{1j} \sin(\theta_{1j}) + a_{2j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j}) \\ z = b_j \end{cases}$$

Como nota, se puede indicar que las ecuaciones finales se podrían haber obtenido siguiendo otros métodos, pues no presentan una gran complejidad, pero la aplicación del algoritmo descrito ha sido de todos ellos el seleccionado para poder enfrentar el aumento de dificultad de los próximos problemas. Además, gracias al mismo se tienen las matrices de rotación completas de todos los eslabones, que podrán ser utilizadas más adelante. (3-24)

3.3.1.2 Modelo cinemático inverso de miembros inferiores

En un sistema de control automático de lazo cerrado, las ecuaciones del modelo cinemático directo no son suficientes, hacen falta las ecuaciones inversas. En la figura siguiente, se muestra un ejemplo de bucle de control:

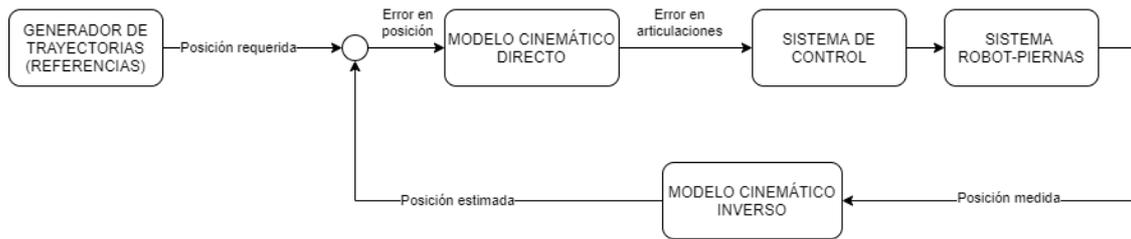


Figura 3-18: Diagrama de bloques de control de seguimiento de posición para un exoesqueleto

El diagrama de bloques representa a nivel de caja negra el conjunto de objetos que intervienen en el sistema final. Los principales bloques son:

- Generador de trayectorias: es la función que envía al sistema de control las posiciones por las que debe pasar el efector final de la cadena en cada instante.
- Sistema de control: calcula las unidades de entrada del sistema real que son necesarias para eliminar el error entre la posición actual a la referencia, haciendo posible el seguimiento de la trayectoria a tiempo real.
- Sistema Robot-Piernas: representa el conjunto del exoesqueleto unido a las piernas y a los actuadores que generan los movimientos. Reaccionan a las salidas del controlador tal y como lo haría el sistema físico, devolviendo en su salida las posiciones cartesianas del efector final (en este caso, el tobillo).
- Modelos cinemáticos: relacionan las posiciones articulares con las posiciones cartesianas como se explica anteriormente.

De esta manera, queda en evidencia la necesidad de obtener un modelo cinemático inverso de los miembros inferiores si se desea cerrar el bucle de control.

Las ecuaciones obtenidas en el MCD_{mi} son de tipo no lineal. Este tipo de ecuaciones presentan una gran complejidad para ser invertidas de manera directa, y el proceso de cálculo suele ser demasiado complejo para ser resuelto en la ingeniería. Sin embargo, en sistemas simples, se pueden emplear métodos geométricos para llegar a las mismas soluciones. Estos consisten en aplicar relaciones trigonométricas y de geometría cartesiana para aislar como incógnitas las variables articulares correspondientes a los esquemas empleados en el MCD_{mi} en función de las posiciones en el espacio del efector final.

Para plantear el problema, habrá que comenzar por la premisa de que, en el modelo planar, todos los movimientos se dan en un plano normal a Z_0 a una distancia b_j del origen de coordenadas cero. Con esta premisa, el problema se puede expresar como un problema de dos dimensiones, siendo siempre la posición en Z el valor b_j . A continuación, se muestra el esquema con el que se solucionará el problema.

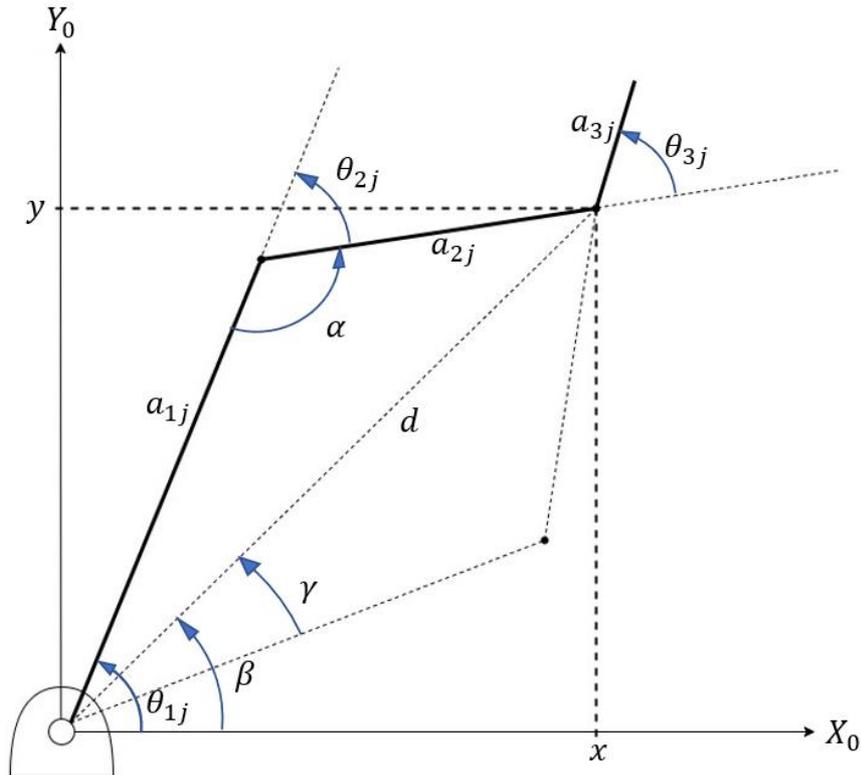


Figura 3-19: Esquema de cálculo de modelo cinemático inverso de miembros inferiores (modelo planar)

El esquema anterior es una representación detallada del problema. Es notable su similitud a la figura 2 (derecha), pero guarda algunas diferencias: se han añadido ciertas variables que serán de ayuda para obtener las funciones buscadas en esta sección. Dichas ecuaciones tendrán como salida despejada los valores de θ_{1j} y θ_{2j} en función de x e y , al contrario del MCD_{mi} .

Resalta en la imagen la aparición de una línea discontinua que se opone simétricamente a los eslabones del muslo y la tibia. Esto se debe a que, como se verá más adelante, las ecuaciones que resuelven el problema tienen dos soluciones posibles para cada articulación y para un mismo punto en el espacio. Como es evidente, ambas soluciones son posibles al mismo tiempo, pues tanto los eslabones en línea continua como los de línea discontinua finalizan en el mismo punto (x, y) , pero físicamente sería imposible alcanzar la posición discontinua. Este problema se solucionará más adelante.

En primer lugar, según el teorema de Pitágoras, se sabe que la distancia del origen a la posición del tobillo se da de la siguiente forma:

$$d^2 = x^2 + y^2 \quad (3-25)$$

A continuación, se aplica el teorema del coseno, que relaciona los lados del triángulo formado con sus ángulos de la siguiente manera:

$$d^2 = a_{1j}^2 + a_{2j}^2 - 2a_{1j}a_{2j}\cos(\alpha) \quad (3-26)$$

La variable α está relacionada de manera directa con la variable articular θ_{2j} de la siguiente manera:

$$\theta_{2j} = \alpha - 180^\circ \quad (3-27)$$

Sabiendo por relaciones trigonométricas que,

$$\cos(x \pm 180) = -\cos(x) \quad (3-28)$$

se puede deducir de (3-25), (3-26) y (3-27) que:

$$x^2 + y^2 = a_{1j}^2 + a_{2j}^2 - 2a_{1j}a_{2j} \cos(180 + \theta_2) \quad (3-29)$$

Añadiendo (3-28):

$$x^2 + y^2 = a_{1j}^2 + a_{2j}^2 + 2a_{1j}a_{2j} \cos(\theta_{2j}) \quad (3-30)$$

De esta manera, se obtiene una ecuación que resuelve el valor de la variable articular a partir de las posiciones cartesianas despejando (3-30):

$$\theta_{2j} = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}a_{2j}} \quad (3-31)$$

Si se observa la ecuación (3-31), se puede entender que, por la aparición de un arco coseno, el problema tiene múltiples soluciones. Estas soluciones concuerdan con las mostradas en la Figura 3-19, en la cual se aprecia que el valor de θ_{2j} es positivo para el caso continuo y negativos para el caso discontinuo. Es evidente pensar que una pierna humana, en condiciones normales, no ofrece la posibilidad de mantener la rodilla en ángulos negativos. Por este motivo, se considerará como restricción al problema la siguiente condición:

$$\forall \theta_{2j} > 0 \quad (3-32)$$

De esta manera, se obtiene una solución única y el problema se vuelve determinista.

Para solucionar la variable θ_{1j} hace falta maniobrar con las variables angulares añadidas β y γ . Estas se relacionan como sigue:

$$\theta_{1j} = \beta + \gamma \quad (3-33)$$

Calculando las variables por separado:

$$\beta = \text{atan2} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (3-34)$$

La operación *atan2* equivale a una tangente inversa, pero que evita la solución múltiple observando el sector en el que se encuentra el ángulo según el signo de y y x . Es una operación altamente utilizada en programas de cálculo y en lenguajes de programación de uso común como C o C++.

Continuando con γ , se pueden aplicar los mismos pasos vistos para obtener la ecuación (3-31) para despejar θ_{2j} :

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (3-35)$$

Finalmente, uniendo las ecuaciones (3-33), (3-34) y (3-35), se obtiene la expresión de la variable articular referente a la articulación de la cadera en el sistema planar:

$$\theta_{1j} = \text{atan} 2 \left(\frac{y}{x} \right) + \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (3-36)$$

En este punto, representadas las dos variables articulares que se precisan para el control, se va a pasar a obtener la última de ella, la articulación del tobillo. El generador de trayectorias, como se verá más adelante, genera

una trayectoria a seguir por el punto de la articulación del tobillo y una orientación, un ángulo en el plano XY_0 para el pie. Esta orientación se expresa respecto al origen de coordenadas, por lo que será necesario atender a las ecuaciones del modelo cinemático directo.

$${}^0_3Q = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 \\ s_{123} & c_{123} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-37)$$

La ecuación (3-37) está extraída de la (3-23), y representa la matriz de rotación del eslabón del pie respecto al sistema de referencia global. Según esta, el ángulo de giro del pie (Φ), se podría relacionar con el resto de los ángulos según:

$$\theta_{3j} = \phi - \theta_{1j} - \theta_{2j} \quad (3-38)$$

De esta manera, se habrían extraído todas las variables articulares de la pierna en función de las variables de posición generadas por las trayectorias diseñadas para este problema, y se englobarían en un solo sistema como se aprecia a continuación:

$$\begin{cases} \theta_{1j} = \text{atan} 2\left(\frac{y}{x}\right) + \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \theta_{2j} = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}a_{2j}} \\ \theta_{3j} = \phi - \theta_{1j} - \theta_{2j} \end{cases} \quad (3-39)$$

3.3.1.3 Modelo Cinemático inverso de cables

El modelo de cables de un robot engloba un conjunto de ecuaciones cuyo objetivo es el de establecer una relación directa entre sus variables internas y las variables de longitud de los cables que van a ser acoplados a la máquina para actuar sobre la misma. Este tipo de modelos es exclusivo de los robots de cables, y se apoya sobre las ecuaciones cinemáticas del robot para hallar su solución.

Para comprender la secuencia de transformación de valores y así poder tener control sobre todas las variables del sistema completo se hablará de niveles diferentes: el nivel cartesiano, el articular y el de cables. En la Figura 3-20 se aprecia el diagrama de bloques con sus relaciones:

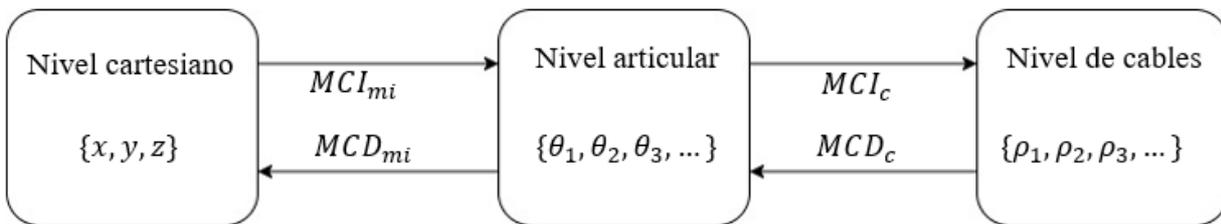


Figura 3-20: relación entre niveles del sistema robótico de cables

Donde MCD_c representa el modelo cinemático directo de cables y MCI_c el modelo inverso de cables.

Se tiene pues que los modelos cinemáticos no son más que la relación entre tres niveles, que a su vez representan un conjunto de variables del sistema robótico de cables. El objetivo que se persigue es que, para un valor dado de cualquier conjunto de variables de un nivel, exista un valor unívoco en los demás niveles para las variables que contienen.

En este apartado se soluciona el problema del modelo cinemático inverso de cables para el sistema planar. A diferencia del modelo de miembros inferiores, el modelo inverso, en este caso, es más sencillo de obtener, pues se apoya directamente en las ecuaciones de transformación homogénea que se calcularon en su apartado correspondiente.

El MCI_c se apoya sobre el siguiente esquema geométrico:

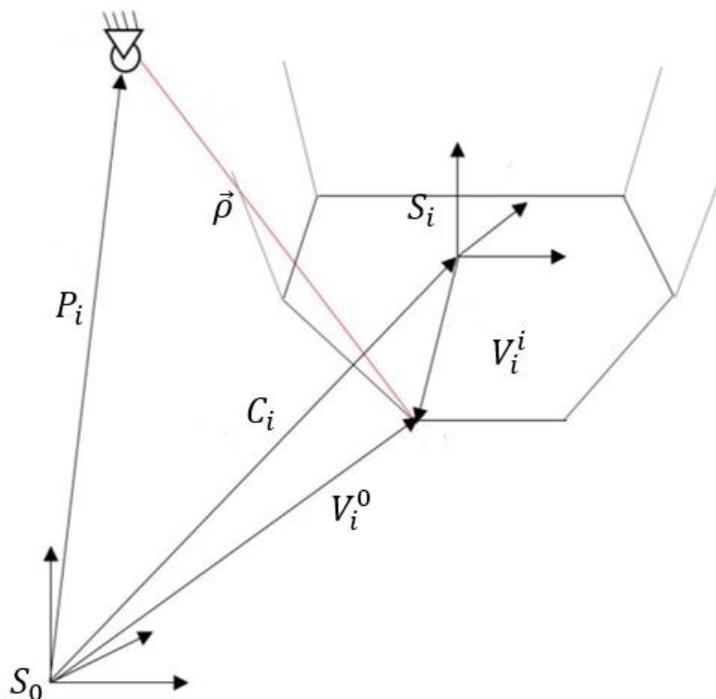


Figura 3-21: Esquema de modelo cinemático de cables con nomenclatura adaptada. Fuente propia

Donde:

- S_0 y S_i son los sistemas de referencia global y de la pieza a la que se acopla el cable.
- V_i^0 y V_i^i son los puntos de acoplamiento del cable a la pieza móvil respecto al sistema global y respecto al de la pieza.
- C_i es el vector de posición del centro del sistema de referencia de la pieza según el sistema global.
- P_i es el punto de acoplamiento del cable al sistema fijo, donde se sitúa el actuador que varía su longitud.
- $\vec{\rho}$ es el vector del cable y ρ es su módulo, cuyo valor es el buscado por el modelo Indirecto.

Conociendo las matrices de transformación homogénea de la pieza móvil, se puede decir que:

$$\vec{\rho}_i = V_i^0 - P_i = [C_i^0 + {}^0Q_i \cdot V_i^i] - P_i \quad (3-40)$$

Donde 0Q_i Es la matriz de rotación del sistema S_i respecto al S_0 .

Teniendo un patrón de modelo para un cable i cualquiera, se pasa a hallar los valores de los vectores de acoplamiento del sistema planar. En este, como se ve en la siguiente figura, todos los cables se acoplan a la misma pieza móvil, la polaina anteriormente descrita, que se considera totalmente fija a la tibia. Por este motivo, todos los vectores están referidos al sistema de referencia local S_2 , solidario a esta parte de la pierna. En la Figura 3-22 es posible visualizar la forma de la polaina, la pieza móvil donde se acoplan los cables, y en la Figura 3-23 están plasmadas las medidas que se utilizan a continuación para detallar los vectores necesarios para el modelo:

$$P_{1j} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} \\ b_j^{16} \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

$$V_{1j}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{e_{1j}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

$$P_{2j} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} + e_{5j} \\ b_j \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

$$V_{1j}^2 = \begin{bmatrix} e_{3j} \\ \frac{e_{1j}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

$$P_{3j} = \begin{bmatrix} e_{8j} - e_{4j} \\ -e_{7j} \\ b_j \end{bmatrix} \quad (3-45)$$

$$V_{3j}^2 = \begin{bmatrix} e_{8j} - e_{4j} \\ -e_{7j} \\ b_j \end{bmatrix} \quad (3-46)$$

Aplicando (3-40) a todos los vectores de puntos de acoplamiento, se obtienen los vectores de los tres cables:

$$\vec{\rho}_{1j} = \begin{bmatrix} a_{4j} - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \\ \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{4j} + a_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-47)$$

$$\vec{\rho}_{2j} = \begin{bmatrix} a_{4j} + e_{3j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j}) - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \\ \frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{5j} - e_{4j} + e_{3j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j}) + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-48)$$

$$\vec{\rho}_{3j} = \begin{bmatrix} a_{4j} - e_{8j} + \frac{e_{3j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \\ e_{7j} - \frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + \frac{e_{3j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

Conocidos los vectores de todos los cables, el $MCI_c(planar)$ corresponde con la aplicación de la norma euclídea a dichos vectores.

$MCI_c(planar) =$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 = \left(\left(a_{4j} - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \right)^2 + \left(\frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{4j} + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \rho_2 = \left(\left(a_{4j} + e_{3j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j}) - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \right)^2 + \left(\frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{5j} - e_{4j} + e_{3j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j}) + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \rho_3 = \left(\left(a_{4j} - e_{8j} + \frac{e_{3j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \right)^2 + \left(e_{7j} - \frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + \frac{e_{3j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{array} \right.$$

Ecuación (3-50)

¹⁶ El parámetro b_j tendrá valor positivo en caso de la pierna derecha y negativo en la pierna izquierda.

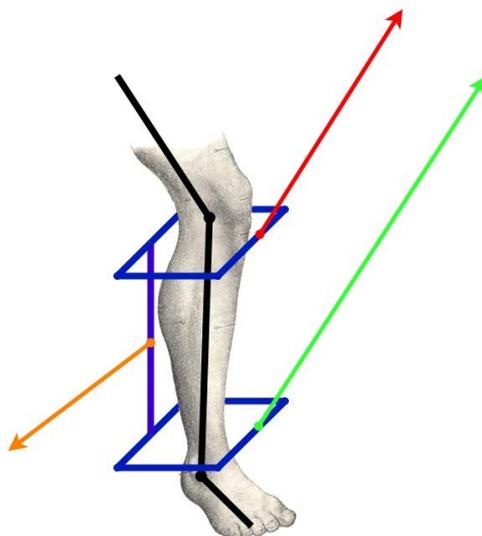


Figura 3-22: Visualización 3D de la polaina sobre la pierna

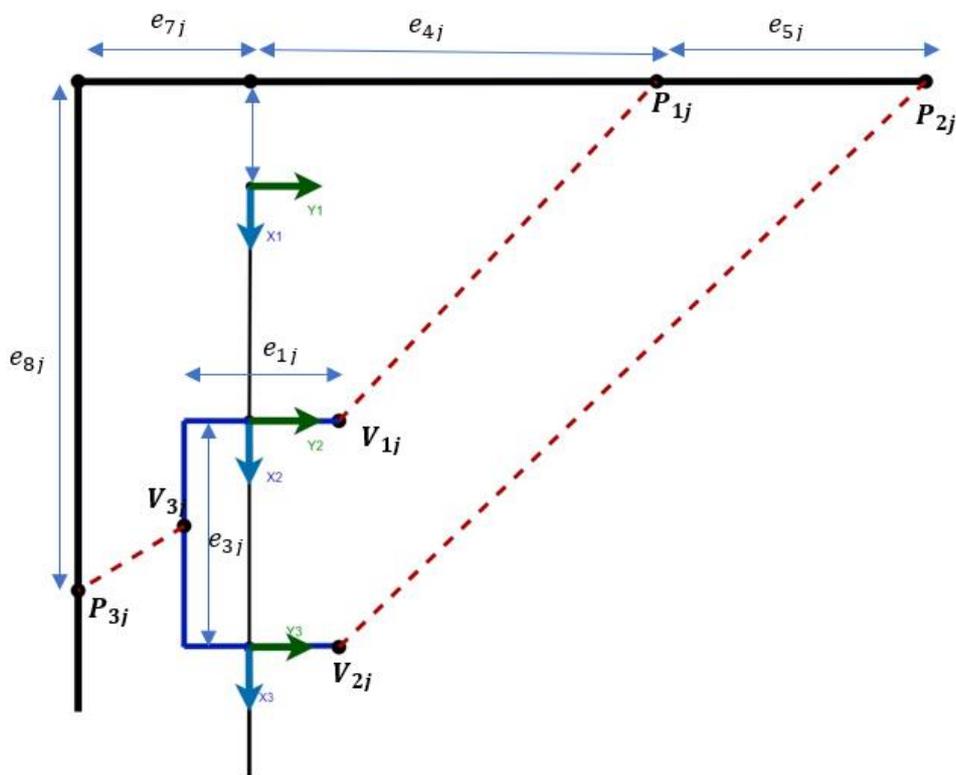


Figura 3-23: Esquema de medidas del sistema de cables

3.3.1.4 Modelo cinemático directo de cables

Las ecuaciones del modelo inverso mostradas en Ecuación (3-50) son no lineales, y además presentan una enorme complejidad para ser invertidas. En el caso de los cables, el método geométrico tampoco puede aplicarse debido a la dificultad. Para vislumbrar de qué tipo de problema se trata, se compara con un sistema formado por dos mecanismos de cuatro barras, uno formado por ρ_1 , ρ_2 y la pieza móvil, y el otro por ρ_3 , la pieza móvil y ρ_2 . Las ecuaciones son de una gran complejidad, por lo que no se considerará en este texto la posibilidad de encontrar una solución exacta del problema.

En lugar de ecuaciones directas, se aplicará un método numérico de aproximación ampliamente utilizado en robótica: el método de Newton-Raphson. Se escoge por su amplia bibliografía y porque ya ha sido probada su

eficacia en el modelo del que parte este desarrollo.

El método de Newton-Raphson es un método iterativo que halla los ceros de una función partiendo de unas condiciones iniciales conocidas. En el caso del sistema del exoesqueleto planar, el problema del punto inicial de cálculo es trivial, pues se puede conocer de antemano la posición de reposo del robot con todas sus variables articulares igualadas a cero y una medida exacta de los cables en ese punto.

El método se basa en el siguiente algoritmo:

$$X_{n+1} = X_n - J^{-1}F \quad (3-51)$$

Donde:

- F es la función cuya raíz se pretende encontrar.
- X es la variable de entrada a esa fusión, y que tiene un valor de la iteración anterior y otro de la actual.
- J^{-1} es el jacobiano de Newton, con la siguiente expresión:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_m} \end{pmatrix} \quad (3-52)$$

- Siendo m el número de ecuaciones e incógnitas para que el problema tenga solución.

Por lo tanto, hay que obtener unas ecuaciones F cuyas raíces obtengan la solución del MCD_c , o lo que es lo mismo, que ofrezcan el valor de las variables articulares de la pierna en función de la longitud medida de los cables.

Las ecuaciones a las que se aplicará el método serán las ecuaciones del MCI_c . Aplicando una ligera transformación a las ecuaciones, se consigue la siguiente secuencia:

$$\begin{cases} \rho_1 = f_1(\theta_1, \theta_2) \\ \rho_2 = f_2(\theta_1, \theta_2) \\ \rho_3 = f_3(\theta_1, \theta_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = \tilde{\rho}_1 - f_1(\theta_1, \theta_2) \\ 0 = \tilde{\rho}_2 - f_2(\theta_1, \theta_2) \\ 0 = \tilde{\rho}_3 - f_3(\theta_1, \theta_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_1(\theta_1, \theta_2) \\ F_2(\theta_1, \theta_2) \\ F_3(\theta_1, \theta_2) \end{cases} \quad (3-53)$$

Donde:

- $\tilde{\rho}_i$ representa una longitud de cables medida por un sensor, por lo que no se cuenta como variable en la ecuación, sino como parámetro.
- F_i sería la función cuya raíz coincide con el valor de θ_1 y θ_2 que solucionan el problema.

Habiendo tres funciones F para sólo dos variables articulares, el problema está sobrerrestringido, por lo que se tomarán sólo dos de estas funciones para hallar la solución mediante el método iterativo. En el caso del sistema planar esto tiene sentido físico, ya que, como se vio en la sección de los grados de libertad referente a este problema, el sistema con cables sólo tiene dos grados de libertad, que en este caso son dos de ellos. Las funciones referentes a los cables 1 y 2 serán las seleccionadas. El cable 3 calculará su longitud mediante el MCI_c una vez que las variables articulares hayan sido estimadas. De esta manera se ofrece la posibilidad de sustituir dicho cable por un resorte al estilo de otros robots de cables, como se ha explicado en capítulos anteriores.

Se aplica el método aplicando el siguiente algoritmo:

$$F = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_1 - \left(\left(a_{4j} - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \right)^2 + \left(\frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{4j} + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \tilde{\rho}_2 - \left(\left(a_{4j} + e_{3j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j}) - \frac{e_{1j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} + a_{1j} \cos(\theta_{1j}) \right)^2 + \left(\frac{e_{1j} \cos(\theta_{1j} + \theta_{2j})}{2} - e_{5j} - e_{4j} + e_{3j} \sin(\theta_{1j} + \theta_{2j}) + a_{1j} \sin(\theta_{1j}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{1j}} & \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{2j}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{1j}} & \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{2j}} \end{bmatrix} \quad (3-55)$$

$$\Theta_{n+1} = \Theta_n - J^{-1}F \quad (3-56)$$

Donde $\Theta = \begin{bmatrix} \theta_{1j} \\ \theta_{2j} \end{bmatrix}$

El algoritmo de (3-56) utilizando las ecuaciones de (3-54) y (3-55) ha sido probado en MATLAB mediante simulación con un procedimiento similar al utilizado para comprobar la validez de las ecuaciones del MCI_c : se aplica una entrada con ángulos articulares, se transforman en medidas de cables con el MCI_c y se aplican estas medidas al MCD_c . Como restricción al número de iteraciones, se pide al sistema que el error sea menor a $1e - 10$ unidades, y se proporciona como valor inicial la longitud de los cables cuando θ_{1j} y θ_{2j} son igual a cero.

Se observa en el apartado de conclusiones que las ecuaciones convergen en menos de cinco iteraciones, manteniendo siempre un error inferior al requerido.

3.3.2 Robot FA

3.3.2.1 Modelo Cinemático Inverso FA

En este apartado, se aprecia el origen de la aportación que este trabajo realiza a la funcionalidad de los exoesqueletos de rehabilitación. Como se plantea en la introducción, para plantear un nuevo modelo robótico que amplíe el número de grados de libertad de los preexistentes, hace falta partir de un nuevo modelo matemático de los miembros inferiores que contemple dicho grado de libertad.

El punto de partida es el mismo, unas ecuaciones cinemáticas directas de los miembros inferiores que ofrezcan los valores de posición y orientación de los eslabones de la pierna en función de las variables articulares controlables. En el modelo FA (Flexión-Abducción), se centrará el problema en especificar las ecuaciones para las dos primeras articulaciones biológicas, las de la cadera y la rodilla, que son las que realmente varían respecto al modelo planar.

Se especifica articulación “biológica” de la cadera porque, desde el punto de vista matemático, se va a subdividir en dos articulaciones cilíndricas o de giro. Mientras que el movimiento de flexión-extensión de la cadera están recogidas en el modelo planar, el movimiento de abducción-aducción necesita ser añadido mediante una nueva articulación del mismo tipo en posición normal a la anterior. En la

Figura 3-24 se muestra la representación de esta combinación de dos pares cilíndricos cuyos ejes convergen en el mismo punto y, a su derecha, en la

Figura 3-24, se representa de manera simplificada como una esfera con dos ejes de rotación similares a los anteriores.

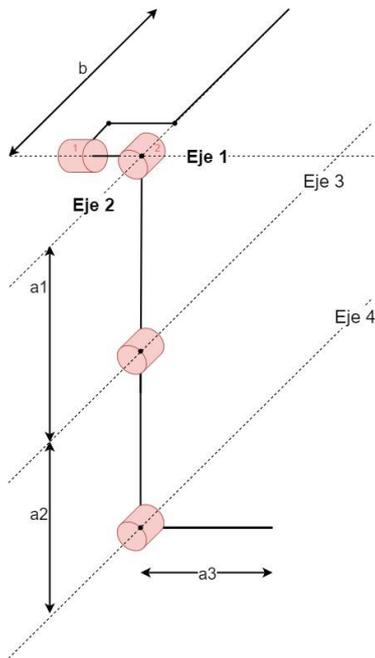


Figura 3-24: Modelo de cadera FA (representación bicilíndrica)

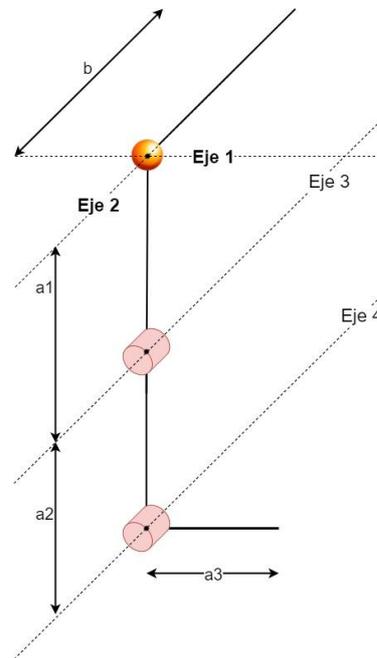


Figura 3-25: Modelo de cadera FA (representación esférica)

Siguiendo el procedimiento del modelo planar, se aplicará el algoritmo Denavit-Hartenberg para generar las matrices de transformación homogénea para cada par cinemático. Se utilizará en este caso, para comparar procedimientos, el algoritmo estándar. En la Figura 3-26, se representa el modelo planteado con los sistemas de referencia para cada eslabón. Dentro de la misma, se observa que la articulación de la cadera está representada con una esfera que engloba dos articulaciones prismáticas con ejes de ejes 1 y 2. El sistema de referencia 0 sería estático respecto a la cintura, mientras que el sistema de referencia 1 (superpuesto al sistema cero) se desplazaría con el eslabón 1, el del muslo. El sistema -1 se ha añadido en la misma posición que el sistema global del modelo planar con el fin de igualar el marco global y poder comparar las ecuaciones. La Figura 3-28 muestra el sistema completo con las dos piernas y la notación.

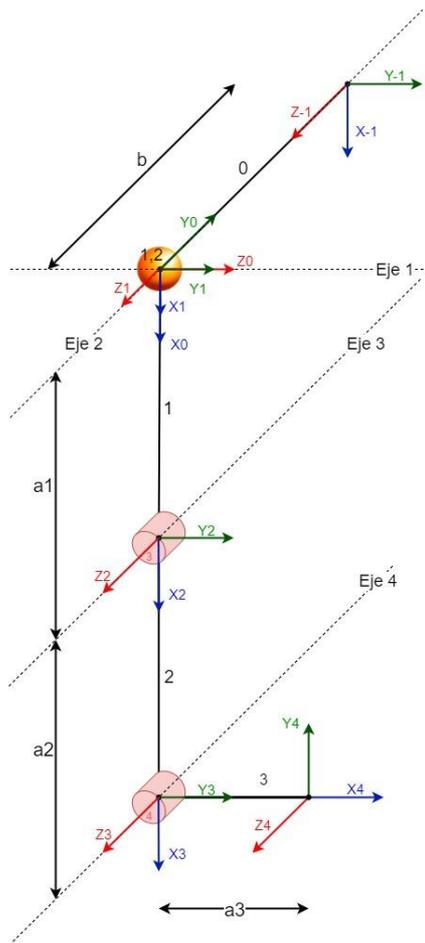


Figura 3-26: esquema geométrico de la pierna derecha

Situados todos los sistemas de referencias, se pasa a generar una tabla de parámetros DH por el método estándar, como se muestra en la siguiente tabla:

Articulación	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_{1j}	0	0	$\frac{\pi}{2}$
2	θ_{2j}	0	a_{1j}	0
3	θ_{3j}	0	a_{2j}	0
4	$\frac{\pi}{2} + \theta_{4j}$	0	a_{3j}	0

Tabla 3-2: Parámetros DH del modelo de miembros inferiores para el sistema FA

De la Tabla 3-2 se pueden sacar varias conclusiones: en primer lugar, existe una fila más respecto a la tabla de parámetros del modelo planar, esto se debe al aumento de un grado de libertad. Además, la articulación 4 tiene un término que suma $\frac{\pi}{2}$ al valor de la variable articular, esto se debe a que, en esta propuesta, el valor cero de la variable θ_{4j} corresponde a la posición del pie natural, a 90° de la tibia.

Obtenidos los parámetros DH, sólo hace falta sustituir los valores de cada variable en la matriz DH estándar:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-57)$$

Sustituyendo en (3-57) para cada articulación de la Tabla 3-2, se obtienen las matrices de transformación ligadas a cada par cinemático:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-58) \quad {}^2T_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_{2j} c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_{2j} s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-59)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_{1j} c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_{1j} s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-60) \quad {}^3T_4 = \begin{bmatrix} c_{4\pi} & -s_{4\pi} & 0 & a_{3j} \cdot c_{4\pi} \\ s_{4\pi} & c_{4\pi} & 0 & a_{3j} \cdot s_{4\pi} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

Notación: $c_{4\pi} = \cos \theta_{4j} + \frac{\pi}{2}$ $s_{4\pi} = \sin \theta_{4j} + \frac{\pi}{2}$

A las matrices de transformación anteriores hace falta sumarles una matriz extra que no aparece en el algoritmo DH, la del sistema de referencia global S_{-1} . Al no formar parte del algoritmo originalmente, se deben tratar sus términos de manera separada. En la Figura 3-27, se aprecia la cadena de transformaciones que hace falta aplicar al sistema S_{-1} para alcanzar la posición y orientación de S_0 . Se trata de encadenar una traslación en Z seguida de una rotación respecto a X.

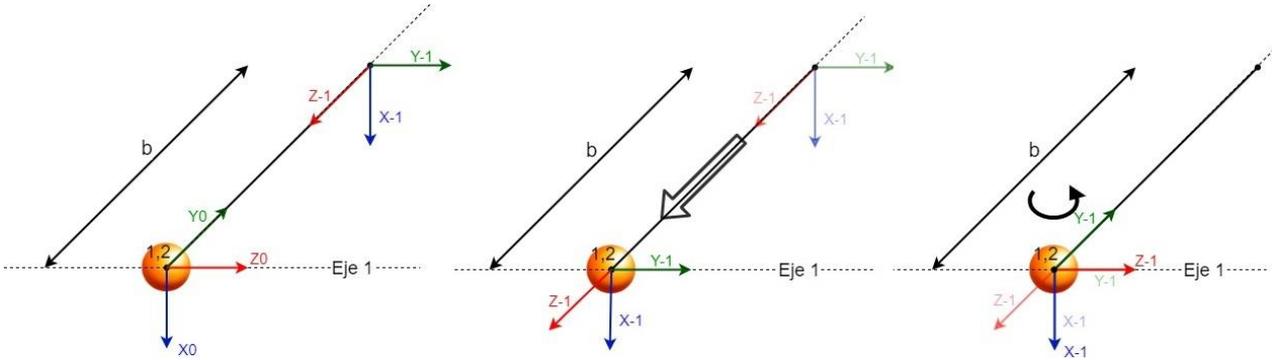


Figura 3-27: Proceso de transformación del sistema -1 al 0

Aplicando las normas de las matrices homogéneas, al ser una traslación y rotación a ejes móviles, se aplica una post-multiplicación de matrices de transformación. La ecuación muestra el proceso matemático:

$${}^{-1}T_0 = \text{tras}(Z, b_j) \cdot \text{rot}(X, -\frac{\pi}{2}) \quad (3-62)$$

Donde $\text{tras}(k, l)$ representa la matriz de traslación a lo largo del eje k una distancia l y $\text{rot}(p, q)$ representa una matriz de rotación entorno al eje p un ángulo q , siguiendo la regla de la mano derecha. Las matrices se muestran a continuación:

$$\text{tras}(Z, z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-63) \quad \text{rot}(X, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-64)$$

Sustituyendo en (3-63) y (3-64):

$$\text{tras}(Z, b_j) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-65) \quad \text{rot}\left(X, -\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-66)$$

De esta forma, combinando (3-65) y (3-66) y aplicándolas a (3-62) se obtiene la matriz de transformación para el sistema de referencia global (s_{-1}):

$${}_{0}^{-1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-67)$$

Con todas las matrices de transformación se puede pasar a obtener las ecuaciones del modelo cinemático directo a través de la encadenación de matrices tal y como se vio en apartados anteriores:

$${}_{1}^{-1}T = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_1 & 0 & c_1 & b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-68)$$

$${}_{2}^{-1}T = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -c_1 s_2 & s_1 & a_{1j} c_1 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_{1j} s_2 \\ -s_1 c_2 & s_1 s_2 & c_1 & b_j - a_{1j} c_2 s_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-69)$$

$${}_{3}^{-1}T = \begin{bmatrix} c_{23} c_1 & -s_{23} c_1 & s_1 & c_1 (a_{2j} c_{23} + a_{1j} c_2) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & a_{2j} s_{23} + a_{1j} s_2 \\ c_{23} s_1 & s_{23} s_1 & c_1 & b_j - a_{1j} c_2 s_1 - a_{2j} s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-70)$$

$${}_{4}^{-1}T = \begin{bmatrix} -s_{234} c_1 & -c_{234} c_1 & s_1 & c_1 (a_{2j} c_{23} + a_{1j} c_2 - a_{3j} s_{234}) \\ c_{234} & -s_{234} & 0 & a_{2j} s_{23} + a_{1j} s_2 + a_{3j} c_{234} \\ s_{234} s_1 & c_{234} s_1 & c_1 & b_j - a_{1j} c_2 s_1 + a_{3j} s_1 (c_{23} s_4 + s_{23} c_4) - a_{2j} s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-71)$$

Debido a que esta parte del proyecto se centra en las ecuaciones de la posición del tobillo, sólo habrá que extraer de la matriz (3-70) los términos referentes a la posición del centro del marco de referencia S_3 respecto al marco global. Estos quedan especificados en la siguiente ecuación

$${}_{3}^{-1}T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3}Q & -\frac{1}{3}C \\ [0 \ 0 \ 0] & w \end{bmatrix} \rightarrow -\frac{1}{3}C = \begin{bmatrix} c_1 (a_{2j} c_{23} + a_{1j} c_2) \\ a_{2j} s_{23} + a_{1j} s_2 \\ b_j - a_{1j} c_2 s_1 - a_{2j} s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \end{bmatrix} \quad (3-72)$$

Como se explicará más adelante, el generador de trayectorias de este sistema robótico generará una trayectoria

en posición para el tobillo y una trayectoria angular directamente sobre la variable θ_{4j} (ángulo de giro del tobillo), por lo que el MCD de miembros inferiores para el robot FA quedaría recogido en la ecuación (3-72) y se desglosarían a continuación:

$$MCD_{mi} \rightarrow \begin{cases} x = \cos \theta_{1j} (a_{2j} \cos(\theta_{2j} + \theta_{3j}) + a_{1j} \cos \theta_{2j}) \\ y = a_{2j} \sin(\theta_{2j} + \theta_{3j}) + a_{1j} \sin \theta_{2j} \\ z = b_j - a_{1j} \cos \theta_{2j} \sin \theta_{1j} - \\ - a_{2j} \sin \theta_{1j} (\cos \theta_{2j} \cos \theta_{3j} - \sin \theta_{2j} \sin \theta_{3j}) \end{cases} \quad (3-73)$$

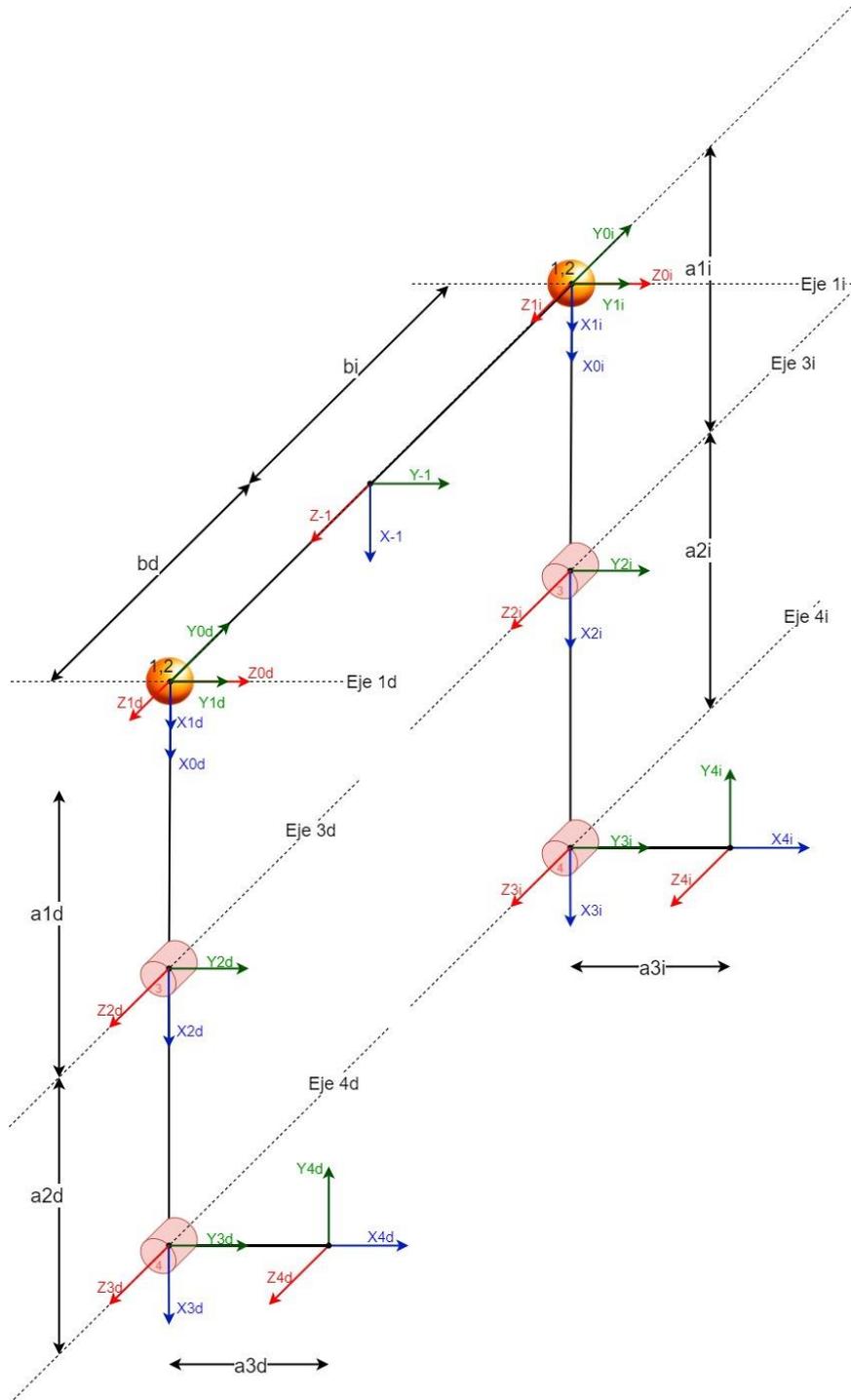


Figura 3-28 Esquema geométrico FA completo (miembros inferiores)

3.3.2.2 Modelo Cinemático Directo FA

Siguiendo los mismos pasos que los empleados en el MCI_{mi} del sistema planar, se procederá a obtener las ecuaciones del MCI_{mi} del sistema FA. Vistos los parecidos en funcionamiento, se volverá a utilizar el método geométrico para obtener las ecuaciones de las variables articulares en función de la posición cartesiana del tobillo referidos al marco de referencia global, el S_{-1} .

El aumento en un grado de libertad del problema eleva exponencialmente la complejidad de los cálculos, pero haciendo uso de los cálculos y los esquemas del sistema planar, se puede facilitar la comprensión y el desarrollo de las ecuaciones. En las siguientes figuras, se puede apreciar la geometría de la pierna derecha con las variables necesarias para el cálculo:

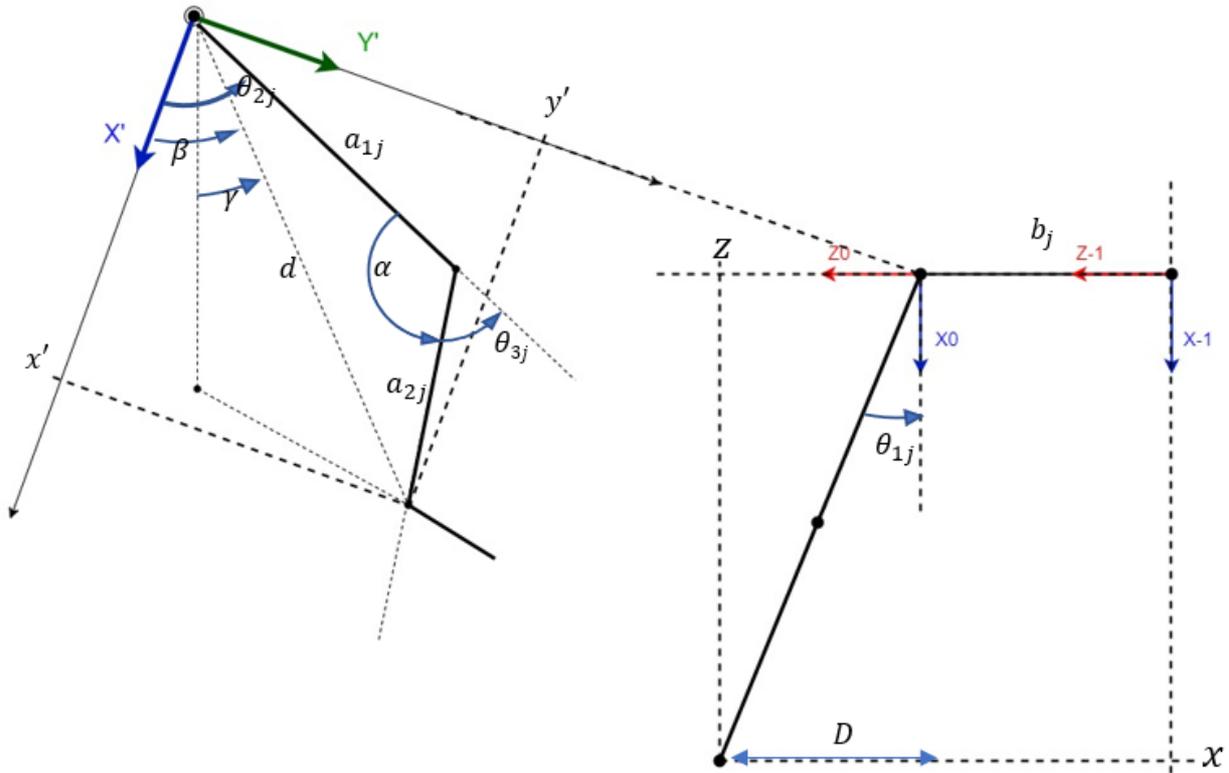


Figura 3-29: Esquema geométrico para el MCI de miembros inferiores FA

La Figura 3-29 representa la geometría dividida en planos del problema. En ella se puede observar, a la derecha, la proyección frontal de la pierna, en la que la variable θ_{1j} queda plasmada de manera aislada. Esto será especialmente útil para poder desacoplar la ecuación de esta variable. Por otro lado, a la izquierda, se ofrece la vista en verdadera magnitud del lateral de la pierna representada en un plano $X'Y'$ normal al eje Z_1 . Como se observará a continuación, la solución de este problema consistirá en relacionar los valores del plano $X'Y'$ con los del plano X_1Y_1 , consiguiendo así simplificar el problema.

En primer lugar, se puede obtener de manera directa que:

$$\theta_{1j} = -atan2\left(\frac{D}{x}\right) \quad (3-74)$$

Donde $atan2$ es la misma operación de tangente por sectores que se describió en el desarrollo del modelo planar. La variable D tiene la siguiente definición:

$$D = z - b_j \quad (3-75)$$

Uniendo (3-74) y (3-75), se extrae la expresión de θ_{1j} definitiva para el modelo inverso:

$$\theta_{1j} = -\text{atan}2\left(\frac{z - b_j}{x}\right) \quad (3-76)$$

Para extraer las ecuaciones de las otras dos variables, se comenzará por utilizar las ecuaciones del MCI_{mi} del sistema planar. En este, las ecuaciones en el plano que contiene la pierna eran:

$$MCI_{mi}(\text{planar}) \rightarrow \begin{cases} \theta_{1j} = \text{atan}2\left(\frac{y}{x}\right) + \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \theta_{2j} = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}a_{2j}} \end{cases} \quad (3-77)$$

Para transformar el problema al modelo FA, se parte de las siguientes premisas:

$$\begin{cases} \theta_{1j}(\text{planar}) \rightarrow \theta_{2j}(\text{FA}) \\ \theta_{2j}(\text{planar}) \rightarrow \theta_{3j}(\text{FA}) \end{cases} \quad (3-78)$$

Además, las nuevas variables de posición corresponden con los nuevos ejes del plano $X'Y'$. De este modo, el problema sería el siguiente:

$$\begin{cases} \theta_{2j} = \text{atan}2\left(\frac{y'}{x'}\right) + \cos^{-1} \frac{x'^2 + y'^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x'^2 + y'^2}} \\ \theta_{3j} = \cos^{-1} \frac{x'^2 + y'^2 - a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}a_{2j}} \end{cases} \quad (3-79)$$

El siguiente paso consiste en relacionar las variables x' y y' con las variables referidas al marco global. Primero se observa que el eje Y' es paralelo al eje Y_{-1} original y sus sentidos de crecimiento también coinciden:

$$y = y' \quad (3-80)$$

Por otra parte, partiendo de que X' es un eje paralelo a la proyección frontal de la pierna mostrada a la derecha de la Figura 3-29, se tiene por relaciones trigonométricas el siguiente valor:

$$x' = \frac{x}{\cos \theta_{1j}} \quad (3-81)$$

Aunque esta relación sería válida para sustituir en (3-79), plantea un problema de cara al cálculo computacional en aquellos puntos en los que $\cos \theta_{1j} = 0$. Por este motivo, será más conveniente utilizar la relación:

$$x' = \sqrt{x^2 + D^2} = \sqrt{x^2 + (z - b_j)^2} \quad (3-82)$$

Recogidas en funciones los valores de x' y y' , se pueden introducir en (3-79) para alcanzar la solución final de las variables:

$$MCI_{mi}(FA) \left\{ \begin{array}{l} \theta_{1j} = -atan2\left(\frac{z - b_j}{x}\right) \\ \theta_{2j} = atan2\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + (z - b_j)^2}}\right) + \\ + \cos^{-1} \frac{x^2 + (z - b_j)^2 + y^2 + a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}\sqrt{x^2 + (z - b_j)^2 + y^2}} \\ \theta_{3j} = \cos^{-1} \frac{x^2 + (z - b_j)^2 + y^2 - a_{1j}^2 - a_{2j}^2}{2a_{1j}a_{2j}} \end{array} \right. \quad (3-83)$$

3.3.2.3 Modelo Cinemático inverso de cables

Durante esta sección se hará uso de los métodos matemáticos descritos anteriormente con el fin de generar un modelo directo e inverso de cables para el nuevo sistema propuesto, el sistema FA. Como se irá detallando, los procedimientos serán los mismos; no obstante, se atenderá a las necesidades y peculiaridades de este sistema, sobre el cual se recuerda que tiene tres grados de libertad cuando se controla la abducción de la cadera, flexión de la cadera y flexión de la rodilla.

Tal y como se explica con anterioridad, el MCI_c se apoya sobre las ecuaciones cinemáticas directas del modelo de miembros inferiores para generar una relación entre variables articulares y longitudes de cables. Visto que en el apartado previo se obtuvieron todas las matrices de transformación homogénea para cada eslabón de la pierna, sólo es necesario añadir una descripción del sistema robótico de acoplamiento de cables para el modelo FA.

De nuevo, el robot constará de una polaina o plataforma móvil adherida totalmente al segundo eslabón de la pierna, la tibia. Es preciso especificar la importancia de que no haya ningún movimiento relativo entre la plataforma móvil y la tibia, ya que, de existir algún tipo de desplazamiento o rotación, las suposiciones sobre los grados de libertad y las ecuaciones del MCD_{mi} no serían fiables, por lo que no se podrían aplicar al modelo de cables.

En la siguiente figura se visualiza el modelo de la plataforma adherida a la pierna y, a diferencia de lo que ocurriría con el sistema planar, la duplicación de dos de los cables de este último sistema:

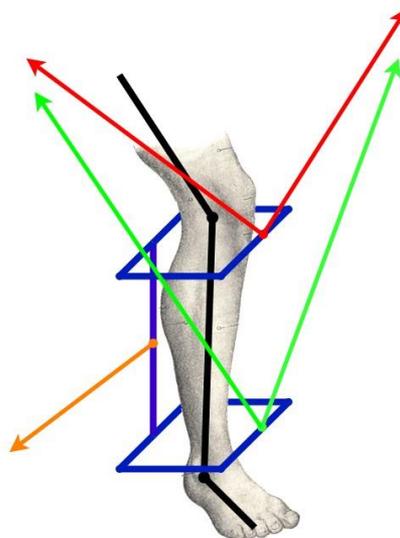


Figura 3-30: esquema de acoplamiento a la plataforma móvil

Se evidencia en la Figura 3-30 lo comentado en el apartado sobre los grados de libertad: dos pares de cables

- P_{ijk} : puntos de acoplamiento a la plataforma fija para cada cable.
 - o i : toma valores 1, 2 o 3 según si se refiere al par de cables superior, para de cables inferior o al cable trasero, respectivamente.
 - o j : como en apartados anteriores, tiene valor i o d según se aplique a la pierna izquierda o derecha.
 - o k : con valores d o i, este subíndice representa, dentro de una pierna, si el punto pertenece a los cables sujetos al lado derecho o al izquierdo con respecto a la pierna mirando hacia adelante.
- V_{ij} : se trata de los puntos de acoplamiento a la plataforma móvil. Se rige por la misma nomenclatura de subíndices que los puntos anteriores, pero en este caso no hay subíndice k debido a que cada par de cables tiene un solo punto de acoplamiento a la plataforma móvil.

Atendiendo a todas las combinaciones de subíndices, se tiene que existen para cada pierna:

- 5 cables.
- 5 puntos de acoplamiento a la plataforma fija.
- 3 puntos de acoplamiento a la plataforma móvil.

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se contemplan los detalles de los acoplamientos a la plataforma móvil. Es importante notar la diferencia con el sistema planar de que, en este caso, el eje que es solidario con el giro del eslabón 2 es el sistema de referencia S_3 , por lo que los vectores V_{ij} se medirán según esta referencia.

Con todas las medidas representadas y la nomenclatura especificada, se pasa a definir los vectores para el $MCI_c(FA)$:

$$P_{1jd} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} \\ b_j^{17} + c_{jd} \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

$$P_{3j} = \begin{bmatrix} e_{8j} - a_{4j} \\ -e_{7j} \\ b_j \end{bmatrix} \quad (3-85)$$

$$P_{1ji} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} \\ b_j - c_{ji} \end{bmatrix} \quad (3-86)$$

$$V_{1j}^3 = \begin{bmatrix} -e_{3j} \\ \frac{e_{1j}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-87)$$

$$P_{2jd} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} + e_{5j} \\ b_j + c_{jd} \end{bmatrix} \quad (3-88)$$

$$V_{2j}^3 = \begin{bmatrix} -e_{3j} \\ -\frac{e_{1j}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-89)$$

$$P_{2ji} = \begin{bmatrix} -a_{4j} \\ e_{4j} + e_{5j} \\ b_j - c_{ji} \end{bmatrix} \quad (3-90)$$

$$V_{3j}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{e_{1j}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-91)$$

Después de haber concretado la expresión de todos los puntos de acoplamiento de los cables, se procede a resolver el modelo de cables para cada uno de los cinco como sigue:

¹⁷ El parámetro b_j tendrá valor positivo en caso de la pierna derecha y negativo en la pierna izquierda.

$$\vec{\rho}_{1jd} = [C_3^{(-1)18} + Q_3^0 \cdot V_{1j}^3] - P_{1jd} \quad (3-92)$$

$$\vec{\rho}_{1ji} = [C_3^{(-1)} + Q_3^0 \cdot V_{1j}^3] - P_{1ji} \quad (3-93)$$

$$\vec{\rho}_{2jd} = [C_3^{(-1)} + Q_3^0 \cdot V_{2j}^3] - P_{2jd} \quad (3-94)$$

$$\vec{\rho}_{2ji} = [C_3^{(-1)} + Q_3^0 \cdot V_{2j}^3] - P_{2ji} \quad (3-95)$$

$$\vec{\rho}_{3j} = [C_3^{(-1)} + Q_3^0 \cdot V_{3j}^3] - P_{3j} \quad (3-96)$$

Finalmente, el modelo inverso de cables se obtiene con el módulo de los vectores de cable:

$$MCI_c(FA) \rightarrow \begin{cases} \rho_{1jd} = |\vec{\rho}_{1jd}| = f_1(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{1ji} = |\vec{\rho}_{2jd}| = f_2(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{2jd} = |\vec{\rho}_{2jd}| = f_3(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{2ji} = |\vec{\rho}_{2ji}| = f_4(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{3j} = |\vec{\rho}_{3j}| = f_5(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \end{cases} \quad (3-97)$$

Las ecuaciones del modelo se añaden en anexos.

3.3.2.4 Modelo cinemático directo de cables

Se finaliza la sección de desarrollo matemático de modelos exponiendo la obtención del $MCD_c(FA)$ a través del ya explicado método de Newton. Quedaría el sistema FA cerrado con la relación directa entre las longitudes de los cables y las variables de articulación de la pierna en ese mismo sentido.

Como es sabido, el método de Newton se obtiene a partir de un sistema de ecuaciones no lineales, transformadas para hacer coincidir sus raíces con la solución del problema, y de la matriz jacobiana de Newton. Así pues, se debe comenzar por estudiar las ecuaciones concretas del problema. Primero, observando las ecuaciones de (3-97), se puede obtener la conclusión de que el sistema tiene ecuaciones redundantes, pues posee cinco ecuaciones para tres incógnitas. Esto coincide con el estudio de grados de libertad, que otorgaba al sistema de cables un total de tres grados de libertad, los tres grados de libertad de la pierna que se cubren en este proyecto.

Se seleccionarán tres cables cuyas ecuaciones restringirán todo el sistema. Como se observa en el $MCI_c(FA)$, las ecuaciones de menor extensión son las referidas al segundo par de cables. Se tomarán estas dos ecuaciones y la ecuación del cable derecho del primer par, dejando el cable izquierdo como un cable de accionamiento pasivo. El tercer cable, el trasero, se tratará como un cable igualmente pasivo o sustituible por un resorte.

Las ecuaciones para aplicar el método de Newton-Raphson serán las siguientes:

¹⁸ El superíndice no indica en este caso una inversión de la matriz, sino que el punto está referido al sistema de referencia S_{-1} .

$$\begin{cases} \rho_{1jd} = f_1(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{2jd} = f_3(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ \rho_{2ji} = f_4(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = \tilde{\rho}_{1jd} - f_1(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ 0 = \tilde{\rho}_{2jd} - f_3(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ 0 = \tilde{\rho}_{2ji} - f_4(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_1(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ F_2(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \\ F_3(\theta_{1j}, \theta_{2j}, \theta_{3j}) \end{cases} \quad (3-98)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (3-99)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{1j}} & \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{2j}} & \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{3j}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{1j}} & \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{2j}} & \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{3j}} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \theta_{1j}} & \frac{\partial F_3}{\partial \theta_{2j}} & \frac{\partial F_3}{\partial \theta_{3j}} \end{bmatrix} \quad (3-100)$$

Haciendo uso de (3-99) y (3-100) en el método de Newton, la ecuación que rige el algoritmo y que soluciona el problema del modelo directo de cables es:

$$\Theta_{n+1} = \Theta_n - J^{-1}F \quad (3-101)$$

Donde $\Theta = \begin{bmatrix} \theta_{1j} \\ \theta_{2j} \\ \theta_{3j} \end{bmatrix}$ es el vector de las variables articulares que, como se observará en el apartado de simulación,

converge en menos de 5 iteraciones a la solución del problema con un error inferior a 10^{-10} . El método de simulación es el mismo que el descrito para el sistema planar, y las ecuaciones funcionan dentro de los límites indicados para las variables articulares según los límites biológicos reales.

3.4 Simulación

Los modelos obtenidos a lo largo de la evolución de este proyecto han comprobado su validez mediante la simulación en el entorno de desarrollo de MATLAB-Simulink. En los siguientes apartados se documenta el proceso de generación de un entorno de simulación y un conjunto de bloques funcionales y conexiones que hacen uso de las ecuaciones que modelan los sistemas planteados para así poner a prueba sus capacidades en el espacio de trabajo del robot.

El método empleado consistirá en diseñar un conjunto de bloques con las entradas y salidas de los diferentes modelos cinemáticos para conectarlos de la misma manera en la que lo estarían en una operación de control. Las variables deberán sufrir las transformaciones adecuadas propias de cada función siguiendo los movimientos producidos por un bloque generador de trayectorias.

Cada simulación tendrá un generador de trayectorias propio en el espacio cartesiano, que tendrá como salida el conjunto de puntos que el sistema robótico debe seguir con el efector final (según cada caso) para realizar un movimiento real, a saber, de pedaleo, levantamiento de silla o paso lateral según el caso. Al final de la línea de transformaciones, los bloques habrán estimado una salida en el mismo espacio cartesiano que podrá ser comparada con la original, calculando así un error global de todos los modelos en el mismo espacio de la trayectoria generada.

La secuencia de transformaciones que se realiza en las diferentes simulaciones para obtener los valores de las variables del robot en las diferentes capas se vislumbra en la Figura 3-33. El generador de trayectorias envía variables en el espacio cartesiano, las cuales son transformadas por el MCI_{mi} en variables en el espacio articular del miembro inferior, representadas con la nomenclatura $q_{ij}(ref)$, como variables de referencia que serían utilizadas por un controlador. Seguidamente, el MCI_{cables} transforma esas referencias al espacio de cables. Obtenidas las variables de referencia, estas realizan una transformación a la inversa a través del MCD_{cables} y el MCD_{mi} , ofreciendo las variables de salida en los mismos espacios anteriores. El objetivo final

es poder comparar las variables de referencia con las variables de salida en cada espacio, para así observar los posibles errores de los modelos.

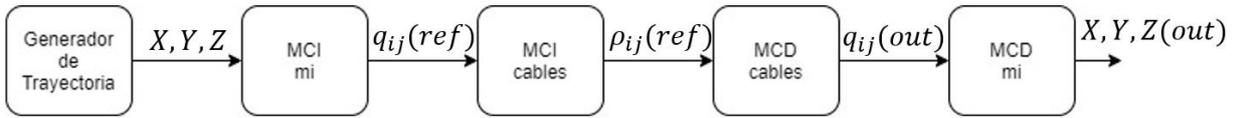


Figura 3-33: Secuencia de simulaciones

Las simulaciones se realizarán aplicando los métodos a una sola pierna, la derecha, y sustituyendo los parámetros de medidas a_{1j} y e_{ij} por los valores mostrados en la Tabla 3-3.

Pierna derecha		Pierna izquierda	
Símbolo	Medida (m)	Símbolo	Medida (m)
a1d	0,55	a1i	0,55
a2d	0,47	a2i	0,47
a3d	0,25	a3i	0,25
a4d	1	a4i	1
bd	0,15	bi	0,15
e1d	0,15	e1i	0,15
e2d	0,15	e2i	0,15
e3d	0,47	e3i	0,47
e4d	1,43	e4i	1,43
e5d	0,35	e5i	0,35
e6d	0,25	e6i	0,25
e7d	0,57	e7i	0,57
e8d	1,46	e8i	1,46
cdd	0,9659	cid	0,9659
cdi	0,9659	cii	0,9659

Tabla 3-3: Medidas de parámetros de los modelos

En los próximos apartados se muestra el diseño de los generadores de trayectorias, los bloques funcionales y el diagrama de conexiones y, finalmente, las gráficas de resultados de cada simulación para cada modelo de robot de cables.

3.4.1 Generación de Trayectorias

El bloque de generación de trayectorias no funciona de la misma manera que los bloques de los modelos cinemáticos, aunque externamente tenga la misma estructura de entrada-salida. Su configuración se orienta a la implementación de la función de una línea en el espacio a lo largo de la cual se avanza según un parámetro de entrada, que puede ser el tiempo de ejecución en algunos casos o un parámetro de ángulo de giro en las trayectorias circulares o semicirculares.

En este proyecto, no se hace diferencia entre los conceptos de camino y trayectoria ya que, al tratarse de modelos cinemáticos, las fuerzas y aceleraciones no se tienen en cuenta y, por lo tanto, los puntos de la

trayectoria podrán ser recorridos en cualquier instante sin que esto afecte a los resultados de las ecuaciones.

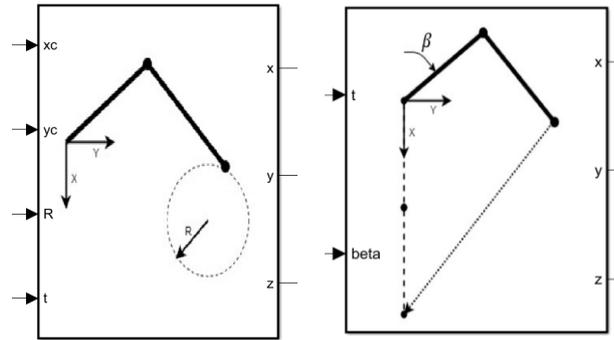


Figura 3-34: generadores de trayectoria del modelo FA

La Figura 3-34 muestra dos ejemplos de generadores de trayectorias para movimiento de pedaleo (izquierda) y levantamiento de silla (derecha). En ambos se tiene una entrada de tiempo (t) y salidas en el espacio cartesiano, pero además hay entradas adicionales que son útiles para parametrizar los caminos. En el caso del generador de pedaleo, se requiere como parámetro el centro de la circunferencia y su radio, mientras que el levantamiento de silla sólo exige un ángulo entre el tronco y el fémur. Ambas trayectorias se detallan más adelante.

A continuación, se exponen los procesos de simulación para cada movimiento que pone a prueba los modelos robóticos, así como los resultados.

3.4.2 Modelo planar

3.4.2.1 Pedaleo

El movimiento del pedaleo consiste en recorrer trayectorias circulares planas de manera similar a la que se realizaría, por ejemplo, al montar en una bicicleta o practicar la natación. Su generador de trayectoria consiste, pues, en la función de una circunferencia de centro y radio dados en el mismo plano de las piernas.

Debido a que en este documento las variables controlables de la pierna en el robot planar son las dos primeras variables articulares del $MCD_{mi}(planar)$, se generará una trayectoria de seguimiento para el punto de la articulación del tobillo en el mismo plano de las piernas, con todas las variables referidas al sistema de referencia global.

$$\begin{cases} x = x_c + R \cdot \cos(t) \\ y = y_c + R \cdot \sin(t) \\ z = b_j \end{cases} \quad (3-102)$$

Donde:

- $[x_c \ y_c]$ es la posición del centro de la circunferencia.
- R es el radio de la circunferencia.
- t es el parámetro temporal de seguimiento de la circunferencia.

En la ecuación (3-102) se muestra el sistema de ecuaciones que implementa el generador de trayectorias. A continuación, se muestra el esquema Simulink donde se ponen a prueba los modelos.

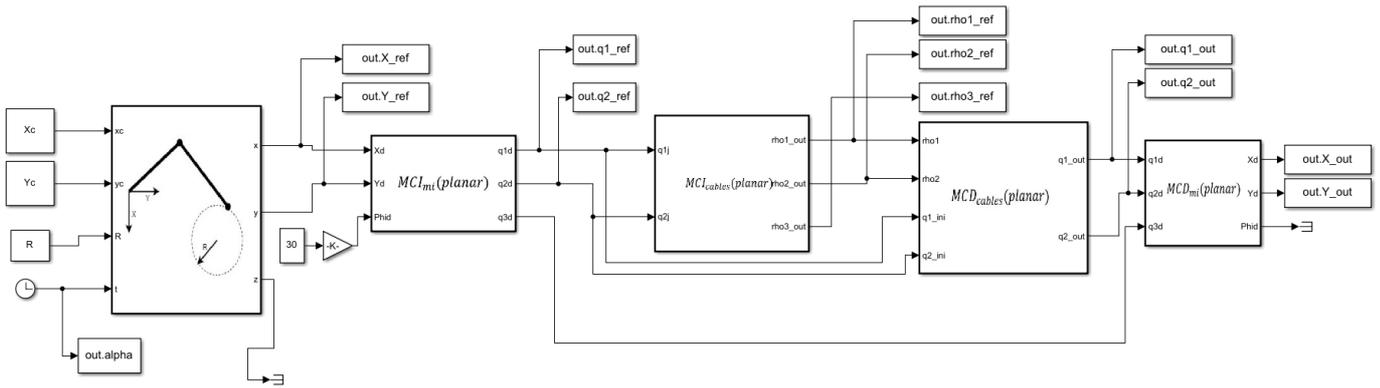
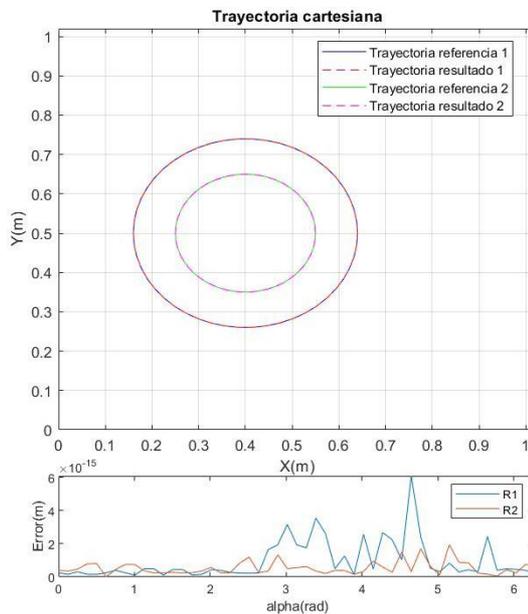


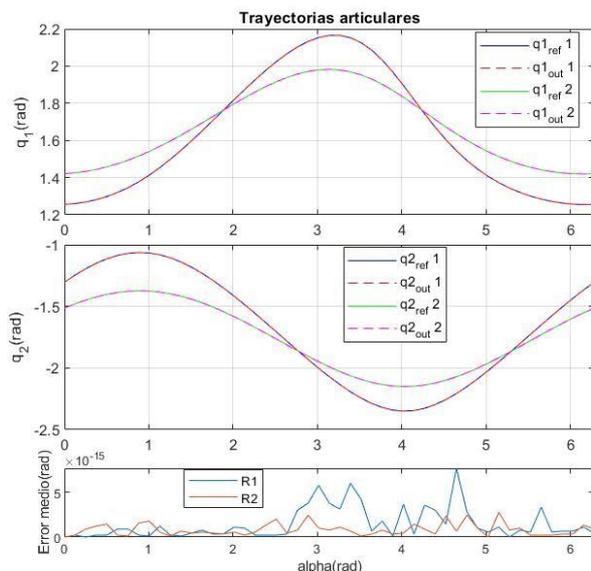
Figura 3-35: simulación Simulink de pedaleo (sistema planar)

En la Figura 3-34 se vislumbran las diferentes etapas de transformación que se observan en la Figura 3-33 desarrolladas para el caso del modelo planar. En la parte superior del esquema se observan bloques de tipo “out” con extensión de la variable que almacenan en el espacio de trabajo. Las variables de referencia $q1_ref$ y $q2_ref$ corresponden con las variables articulares θ_{1j} y θ_{2j} del modelo planar. La Figura 3-34 desarrolla la figura anterior ampliando todas las variables tratadas en al modelo planar, con algunas diferencias funcionales: la salida en z del generador de trayectorias no se introduce en los modelos ya que se trata de un sistema planar y esa variable siempre se mantendrá fija con valor b_j , según el desarrollo del modelo de miembros inferiores planar. Por otra parte, las salidas del bloque del $MCI_{mi}(planar)$ se introducen también en el $MCD_{cables}(planar)$ con el único fin de transmitir el valor inicial de las variables articulares (que siempre será conocido antes de realizar cualquier trayectoria) para aplicar el algoritmo de Newton-Raphson. Finalmente, la variable $q3$, correspondiente a θ_{3j} no se tiene en cuenta en el modelo de cables por no ser una variable de control del robot.

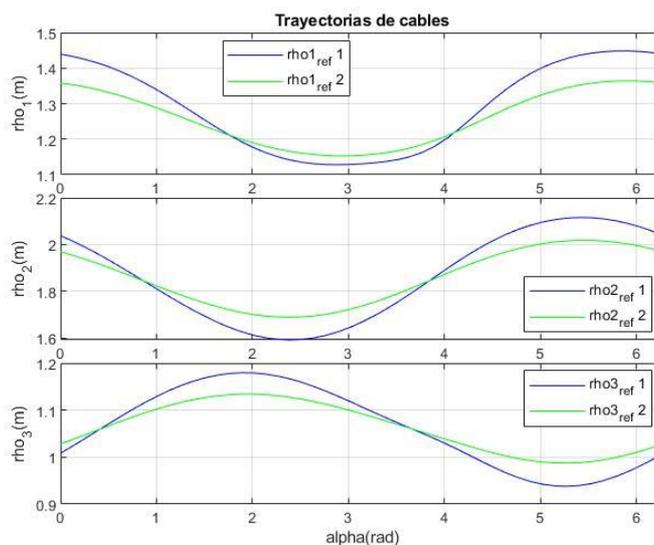
Los resultados de la simulación se muestran a continuación en tres diagramas separados, correspondientes a cada espacio de variables del robot:



Gráfica 3-1: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del pedaleo en sistema planar



Gráfica 3-2: Trayectoria en el espacio articular de simulación del pedaleo en sistema planar



Gráfica 3-3: Trayectoria en el espacio de cables de simulación del pedaleo en sistema planar

Las gráficas Gráfica 3-1, Gráfica 3-2 y Gráfica 3-3 muestran los resultados de la simulación. Se han hecho experimentos para dos trayectorias concéntricas, pero de radios diferentes: un radio 1 de valor $0,24m$ y un radio 2 de valor $0.15m$. En cada figura se muestra el valor a lo largo del parámetro que recorre la trayectoria de cada una de las variables en cada espacio, cartesiano, articular y de cables, y el error cometido al comparar las variables de referencia y de salida de los modelos. En el caso del espacio cartesiano, ese error se mide como la distancia euclídea que separa cada punto de la trayectoria de la salida con el de la referencia. En el espacio articular, el error se calcula como la media de las diferencias entre las variables de referencia y las de salida. En el modelo de cables, el error no puede ser calculado, pues sólo existe la magnitud de referencia.

3.4.2.2 Levantamiento de silla

El movimiento de levantamiento de una silla, desde el punto de vista de las variables articulares, consiste en una transición de estas desde una posición inicial con la pierna sentada hasta la posición vertical y estirada (en pie). Según es posible observar en la Figura 3-36, la secuencia de levantamiento comienza cuando el sujeto reduce el ángulo entre su tronco y sus piernas trasladando así su centro de gravedad del asiento a los pies para, seguidamente, elevar el valor de los ángulos entre tronco y fémur y entre fémur y tibias hasta un valor cercano

a 180° .



Figura 3-36: Etapas en la transición de sentado a levantarse. Fuente [35]

En el modelo de miembros inferiores planar planteado, esta secuencia se traduce en una transición de valores para las variables θ_{1j} y θ_{2j} como se muestra en

$$\begin{cases} \theta_{1j}(t_0) = 180^\circ - \beta \\ \theta_{2j}(t_0) = -90^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \theta_{1j}(t_f) = 0 \\ \theta_{2j}(t_f) = 0 \end{cases} \quad (3-103)$$

Donde:

- t_0 y t_f representan el instante inicial y final del movimiento.
- β representa el ángulo entre el tronco y el fémur representado en la Figura 3-36.

La transición entre una posición y la otra puede ser estudiada para cada paciente como se puede ver en [35], pero en el generador planteado se aproxima a una función lineal en el espacio cartesiano seguida por el punto del tobillo como se muestra en la Figura 3-37. La función matemática se muestra en la ecuación

$$\begin{cases} x = \frac{x_f - x_0}{T} \cdot t + x_0 \\ y = \frac{y_f - y_0}{T} \cdot t + y_0 \\ z = b_j \end{cases} \quad (3-104)$$

Donde T corresponde con el tiempo de ejecución del movimiento. También es notable que la variable z se mantiene siempre fija en la distancia del plano de movimiento de la pierna en este modelo.

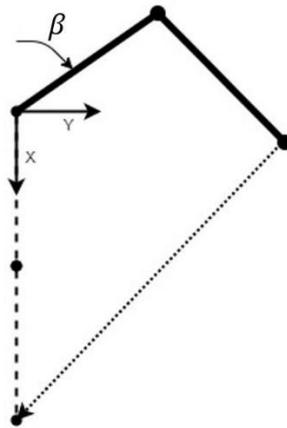


Figura 3-37: Generador de trayectorias planar para movimiento de levantamiento de silla

El diagrama de bloques de la simulación para este movimiento se muestra a continuación. En él se representan los mismos bloques de transformación empleados en la Figura 3-35 para el movimiento del pedaleo, con la diferencia de que el generador de trayectorias es sustituido por el generador nuevo. Éste recibe como entrada el ángulo β previamente descrito y la variable temporal que parametriza la recta que se realiza en el movimiento.

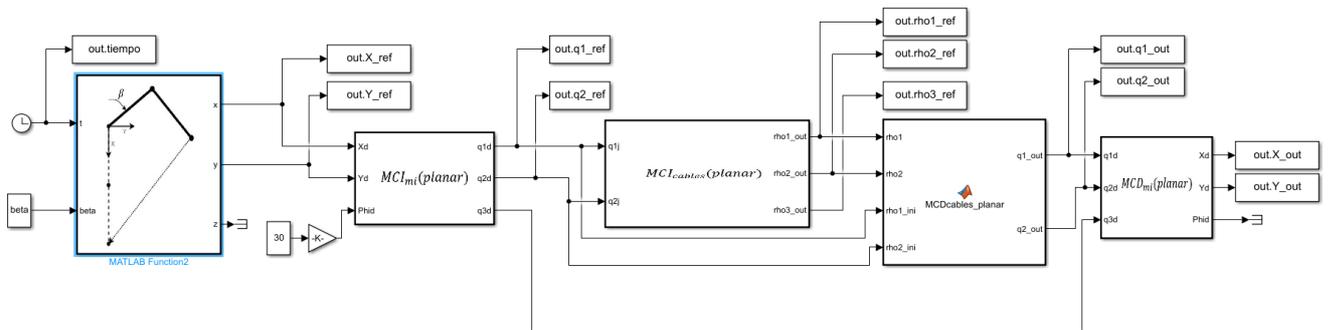
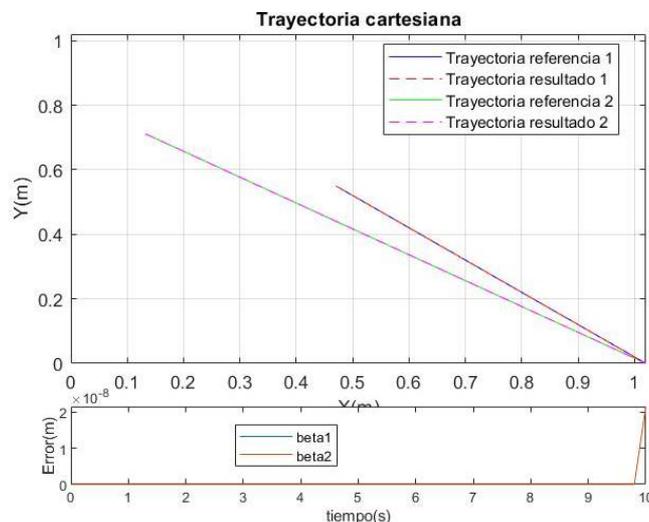
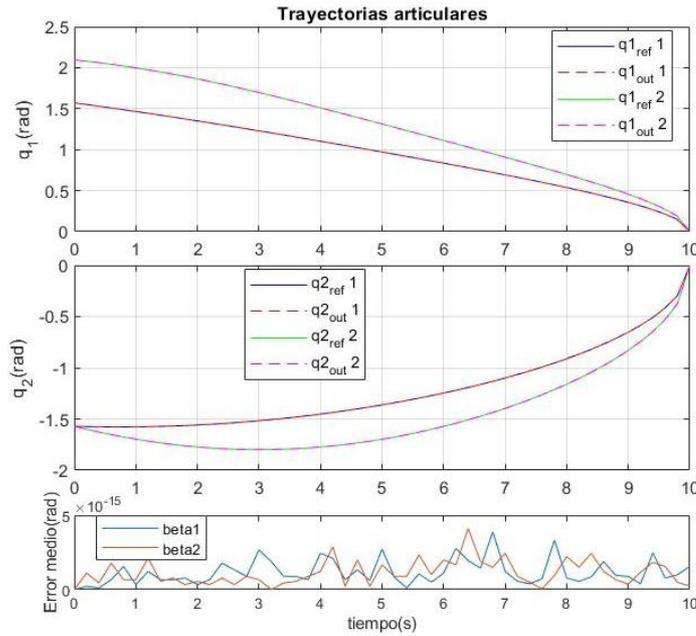


Figura 3-38: simulación Simulink de levantamiento de silla (sistema planar)

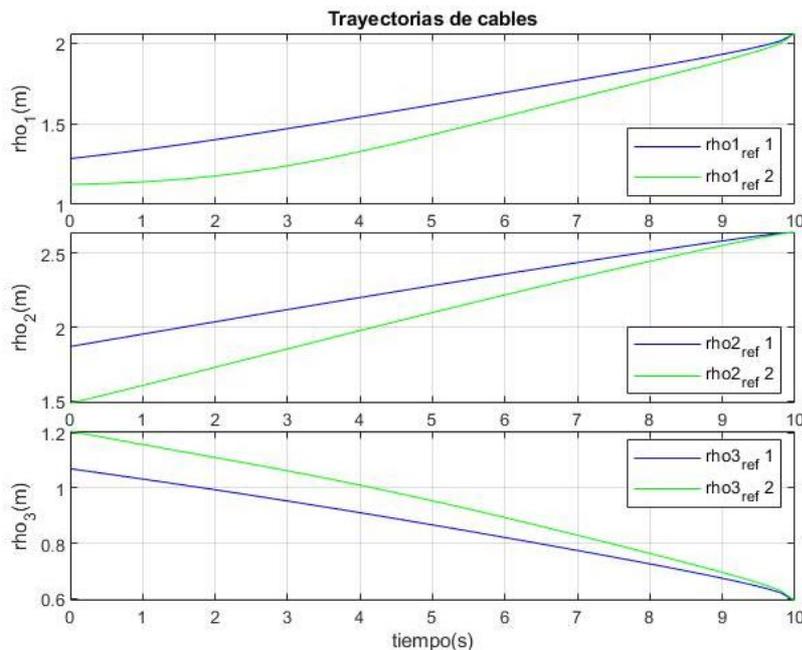
Los resultados de la simulación se muestran en las gráficas Gráfica 3-4, Gráfica 3-5 y Gráfica 3-6 para el espacio cartesiano, articular y de cables respectivamente, siguiendo los mismos métodos que en apartado anterior. Se han trazado dos trayectorias distintas con dos valores del parámetro β para observar las diferencias entre dos movimientos que podrían realizar diferentes pacientes que tomaran distintos ángulos de arranque del movimiento.



Gráfica 3-4: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del levantamiento de silla en sistema planar



Gráfica 3-5: Trayectoria en el espacio articular de simulación del levantamiento de silla en sistema planar



Gráfica 3-6: Trayectoria en el espacio de cables de simulación del levantamiento de silla en sistema planar

3.4.3 Modelo FA

3.4.3.1 Pedaleo

En esta sección se van a mostrar los resultados de simulaciones para el sistema FA. Es en este apartado donde se vislumbran realmente los resultados de la investigación del proyecto, la posibilidad de generar trayectorias fuera del plano sagital. Se comienza con una trayectoria similar a la planteada en el apartado sobre el pedaleo planar, con el fin de poner a prueba el nuevo modelo en una trayectoria para la que el sistema planar ya ha demostrado tener eficacia.

El generador de trayectorias de este apartado, por lo tanto, será equivalente al del apartado del modelo planar, pero en este caso, como es visible en la parte izquierda de la Figura 3-39, es necesario indicar expresamente que la posición en Z del plano de movimiento se encuentra a una distancia b_j del marco de diferencia global.

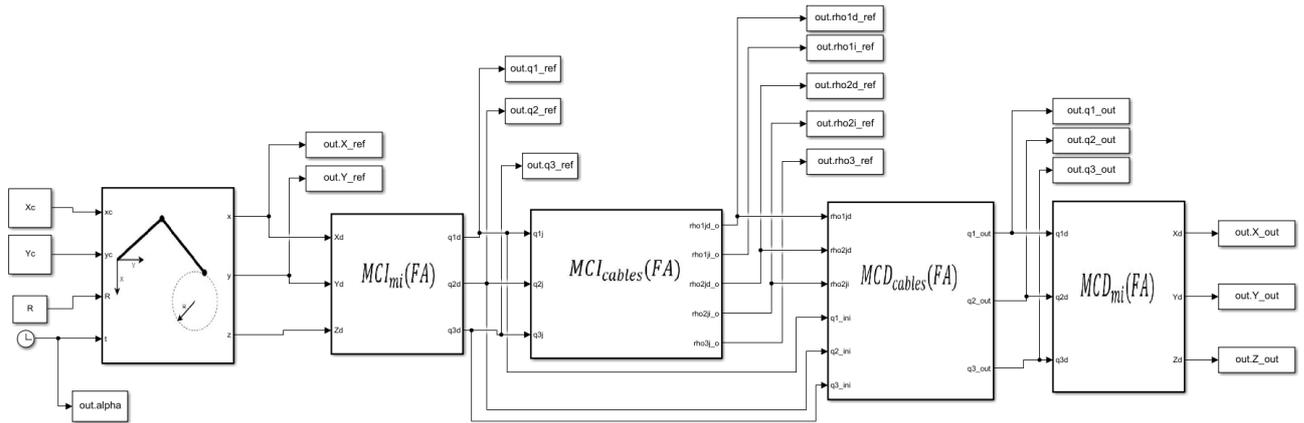
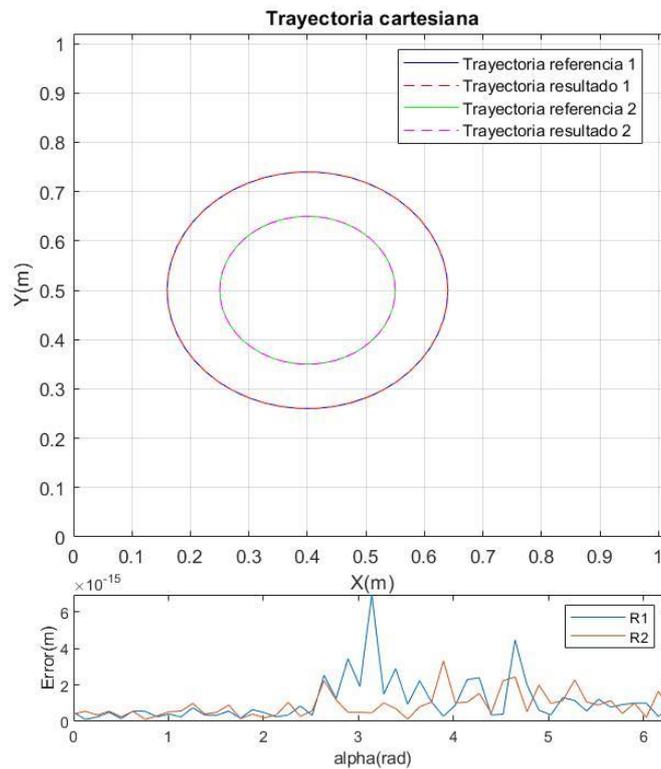


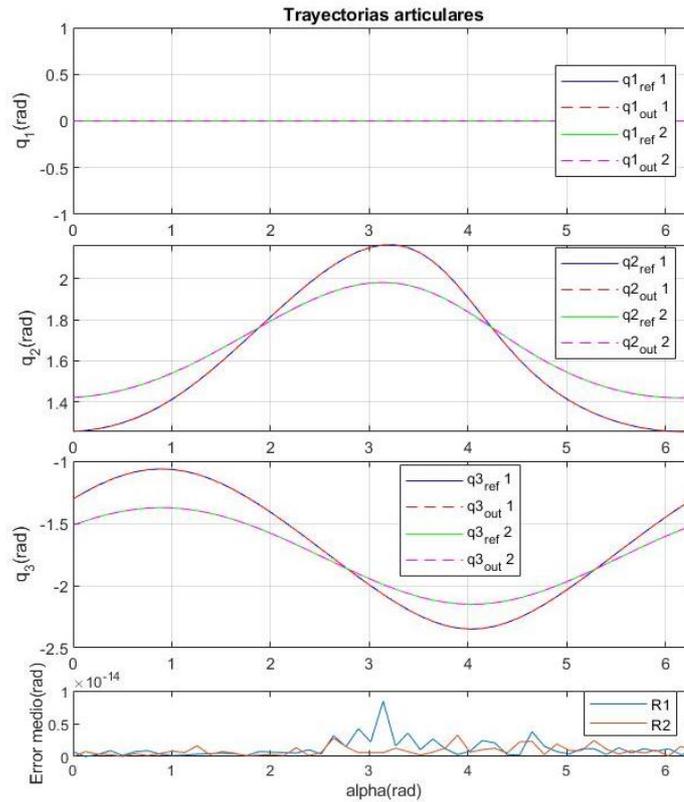
Figura 3-39: simulación Simulink de pedaleo (sistema FA)

La Figura 3-39 muestra el esquema de la simulación en el entorno Simulink del pedaleo, la cual demuestra tener más variables de interés, según los requerimientos de este sistema. El número de longitudes de referencia de los cables es de cinco, los dos pares superiores y el cable trasero; las variables articulares pasan a ser tres y las trayectorias se especifican en los tres ejes del espacio. En este diagrama, las variables q_1 , q_2 y q_3 de la salida coinciden con θ_{1j} , θ_{2j} y θ_{2j} en el modelo cinemático directo e inverso de miembros inferiores.

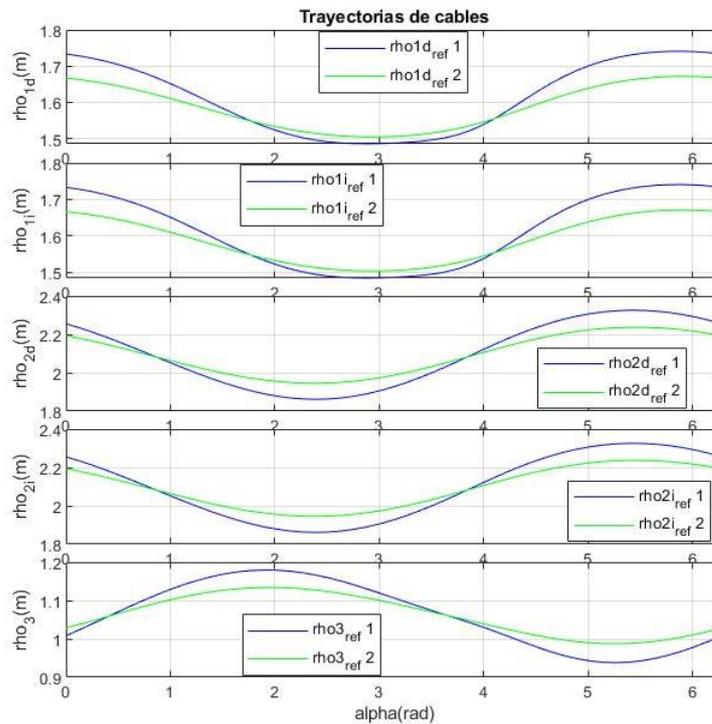
Los resultados de las simulaciones se muestran en las gráficas Gráfica 3-7, Gráfica 3-8 y Gráfica 3-9, y siguen los mismos patrones de cálculo y representación que las del modelo planar.



Gráfica 3-7: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del pedaleo en sistema FA



Gráfica 3-8: Trayectoria en el espacio articular de simulación del pedaleo en sistema FA



Gráfica 3-9: Trayectoria en el espacio de cables de simulación del pedaleo en sistema FA

Gracias a este movimiento se puntualiza que el modelo es capaz de realizar este movimiento propio del modelo anterior y que los movimientos planares corresponden con un valor cero de la primera de las variables articulares.

3.4.3.2 Levantamiento de silla

El movimiento del levantamiento de silla en el modelo FA toma como ejemplo el desarrollado para el sistema planar. No obstante, para comenzar a aprovechar las ventajas del nuevo sistema, se plantea una variación del movimiento mostrada en la Figura 3-40. En esta, la pierna realiza un movimiento de apertura o abducción hasta alcanzar un ángulo de 15° respecto al plano sagital. De esta manera, se podrá comenzar a percibir las diferencias con el sistema planar y el efecto del nuevo grado de libertad sobre las gráficas.

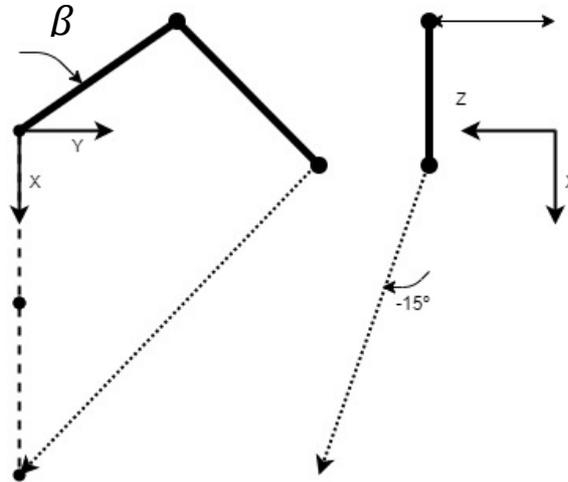


Figura 3-40: Generador de trayectorias de levantamiento de silla para sistema FA

Las ecuaciones del generador de trayectorias mostrado se ofrecen a continuación:

$$\begin{cases} x = \frac{x_f - x_0}{T} \cdot t + x_0 \\ y = \frac{y_f - y_0}{T} \cdot t + y_0 \\ z = \frac{z_f - b_j}{T} \cdot t + b_j \end{cases} \quad (3-105)$$

La única diferencia entre las ecuaciones (3-104) y (3-105) es que, en esta última, la variable z se reemplaza por la ecuación que permite la transición lineal de dicha variable entre los valores de b_j (distancia entre el origen de la pierna y el marco de referencia global) y el punto final, en el cual la pierna se encuentra estirada y a 15° de inclinación.

De nuevo, se muestra en la Figura 3-41 el esquema de la simulación con los bloques funcionales dispuestos de la misma manera que en la simulación anterior. En este caso, el generador de trayectorias recibe como parámetro el ángulo β de inicio del movimiento y la variable temporal con la que avanza la simulación.

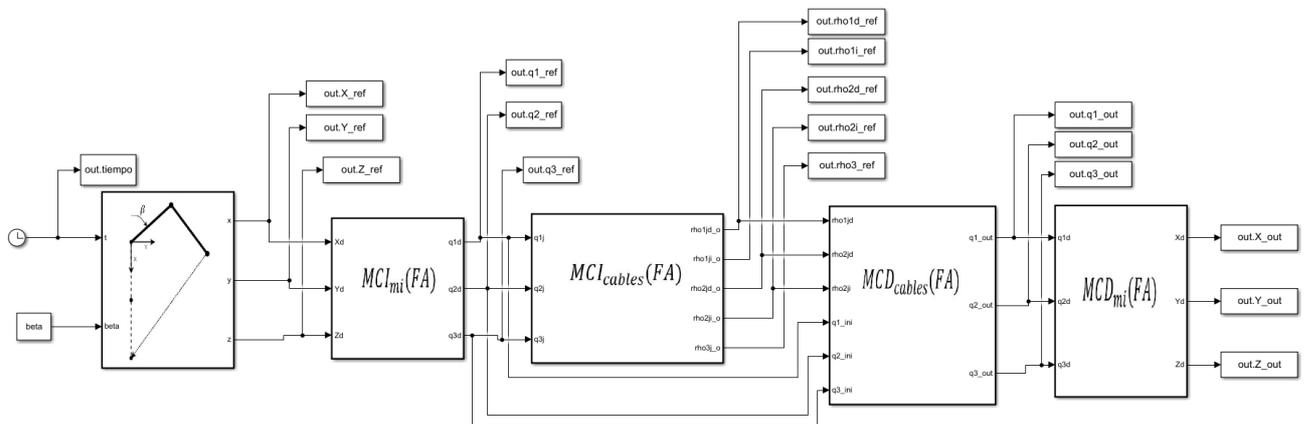
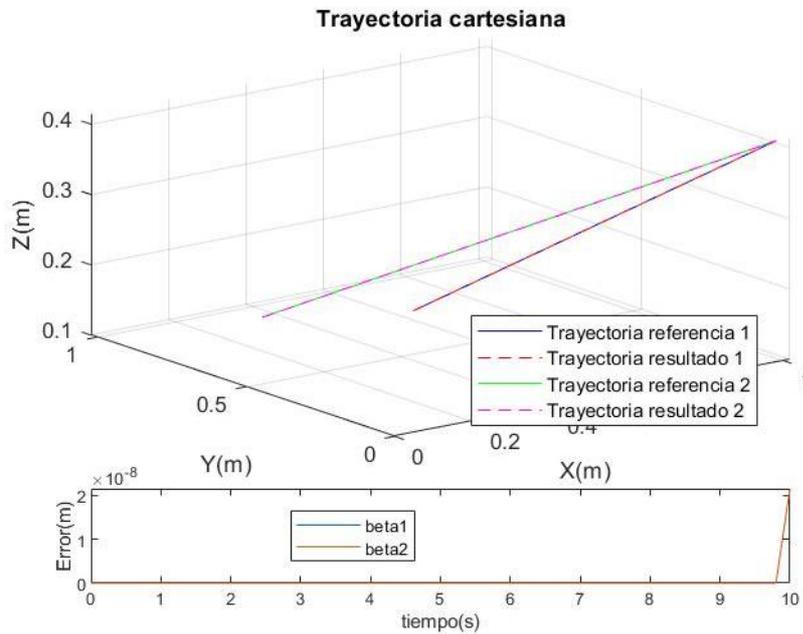
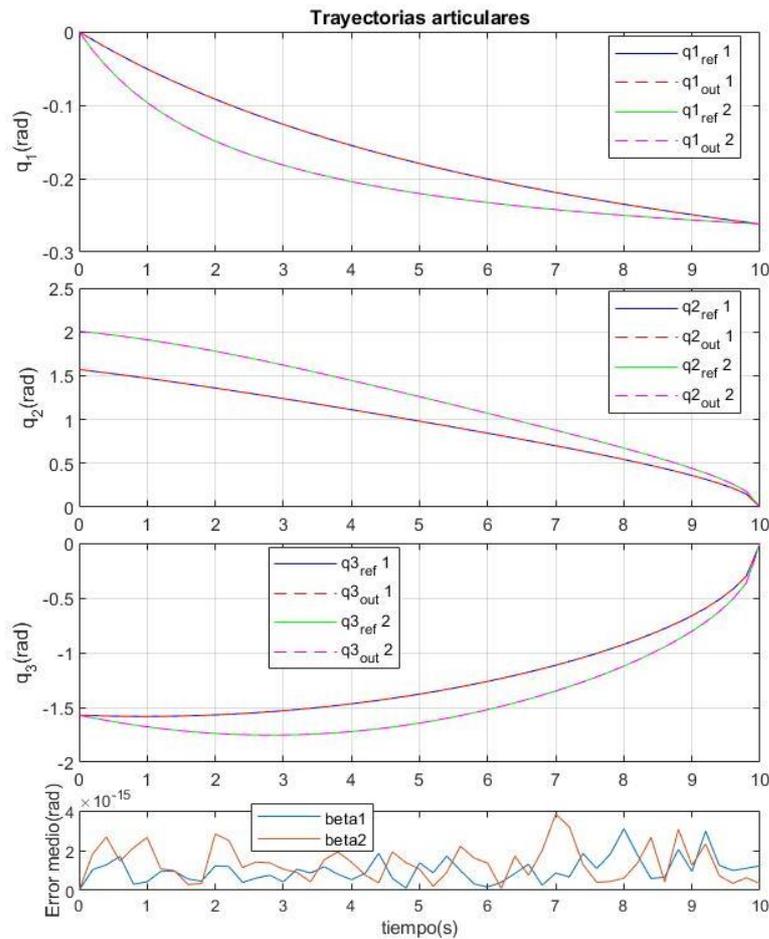


Figura 3-41: simulación Simulink de levantamiento de silla (sistema FA)

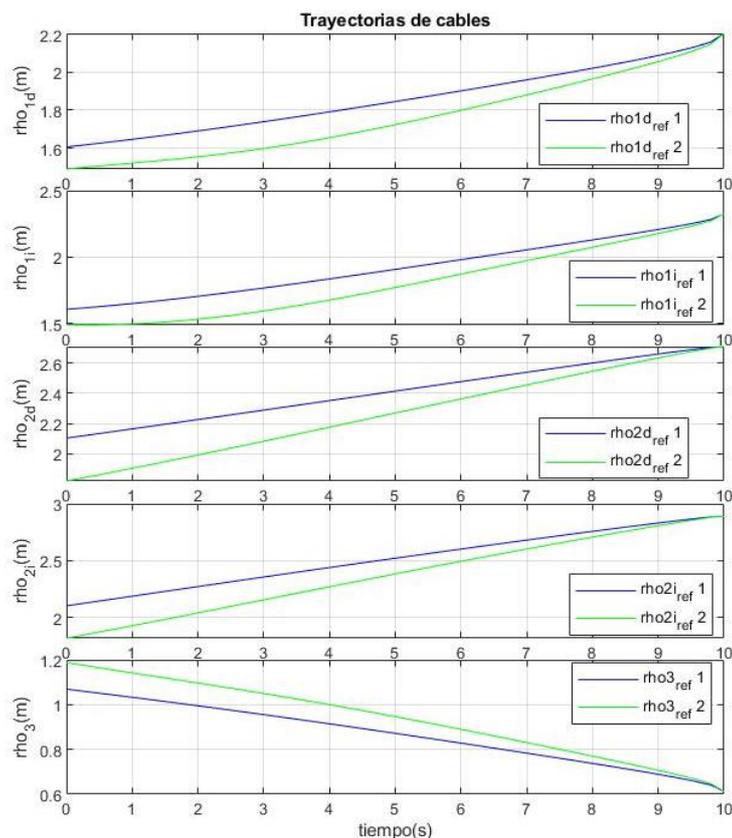
Para comparar dos trayectorias distintas, se han vuelto a realizar dos trayectorias diferenciadas por distintos ángulos de arranque β con los que comparar los resultados recogidos en las gráficas Gráfica 3-10, Gráfica 3-11 y Gráfica 3-12 para cada espacio de trabajo.



Gráfica 3-10: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del levantamiento de silla en sistema FA



Gráfica 3-11: Trayectoria en el espacio articular de simulación del levantamiento de silla en sistema FA



Gráfica 3-12: Trayectoria en el espacio de cables de simulación del levantamiento de silla en sistema FA

3.4.3.3 Paso lateral

A diferencia del modelo planar, el robot FA permite realizar movimientos más allá del plano sagital. Hasta ahora se han analizado acciones cotidianas reproducibles por el exoesqueleto planteado que son posibles para ambos robots, para así comparar el funcionamiento de ambos y observar ligeras diferencias cuando se amplía un grado de libertad a la movilidad del miembro. En este apartado, se plantea un movimiento que se realiza enteramente en el plano coronal del cuerpo, mostrado en el índice B de la Figura 3-42: Planos del cuerpo humano. Fuente:[36], que se encuentra fuera del alcance del sistema planar. Dicho movimiento es el del paso lateral

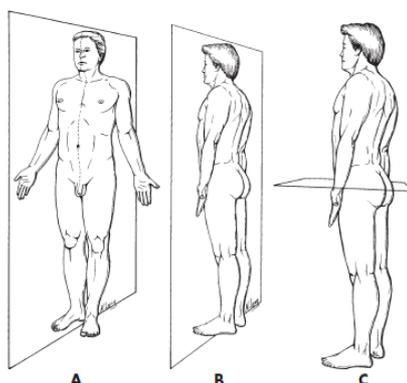


Figura 3-42: Planos del cuerpo humano. Fuente:[36]

El paso lateral que se plantea en este documento es un movimiento dividido en dos tramos: el tramo 1, de levantamiento del pie y posicionamiento en el lateral, y el tramo 2, de impulsión del cuerpo en la dirección de avance. La Figura 3-43: Generador de trayectorias de paso lateral para sistema FA muestra el esquema del movimiento generado. El tramo 1 coincide con la parte semicircular del movimiento, que finaliza en una posición con la pierna separada del plano sagital, y el tramo 2 coincide con el segmento que une el final del

primer tramo con la posición inicial, donde la pierna se encuentra en una posición vertical.

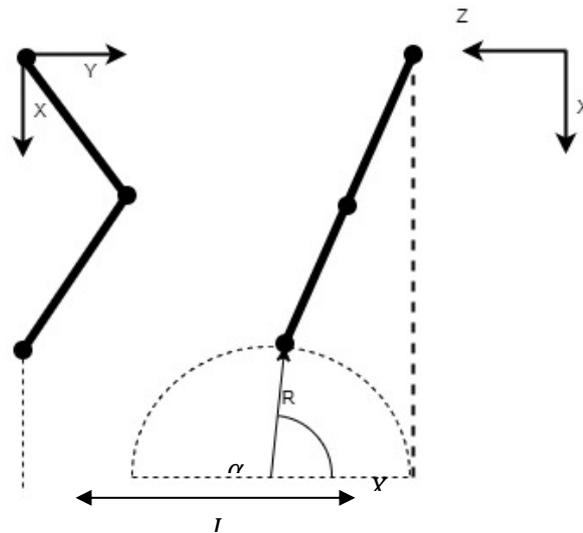


Figura 3-43: Generador de trayectorias de paso lateral para sistema FA

A continuación, se encuentran las ecuaciones del generador de trayectorias para cada tramo.

$$\text{Tramo 1} \rightarrow \begin{cases} x = X_c - \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha \\ y = 0 \\ z = b_j + \frac{L}{2} \cdot (1 - \cos \alpha) \end{cases} \quad (3-106)$$

$$\text{Tramo 2} \rightarrow \begin{cases} x = X_c \\ y = 0 \\ z = b_j + \frac{L}{2} \cdot (1 - \cos \alpha) \end{cases} \quad (3-107)$$

Donde:

- L es la longitud del paso.
- X_c es la distancia en X a la que se da el paso. Su valor debe ser tal que la pierna esté ligeramente flexionada, evitando así que el final del tramo 2 se salga del espacio de trabajo del robot.
- α es el parámetro angular que recorre la trayectoria.

Conocidas las ecuaciones, se pasa a representar en la Figura 3-44 el diagrama de bloques de la simulación. Se puede observar en el extremo izquierdo del esquema que el generador recibe como parámetros la longitud del paso, la distancia en X y el parámetro α , cuya función se aprecia en la Figura 3-43.

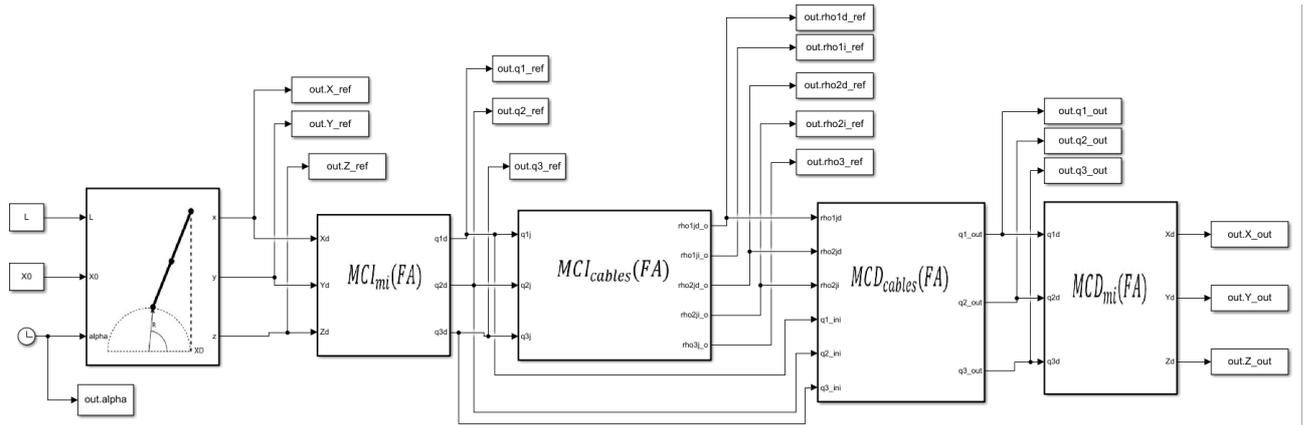
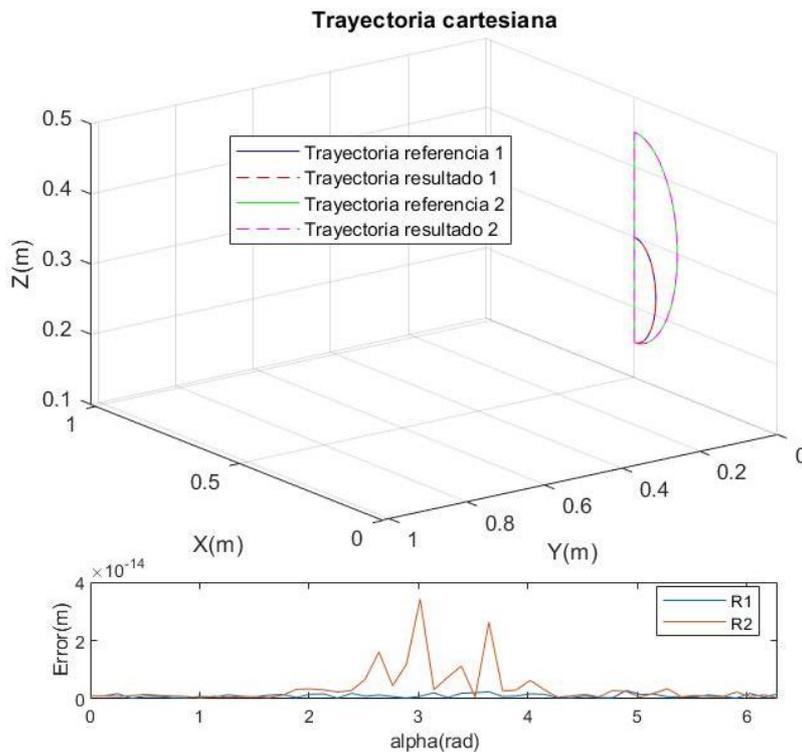
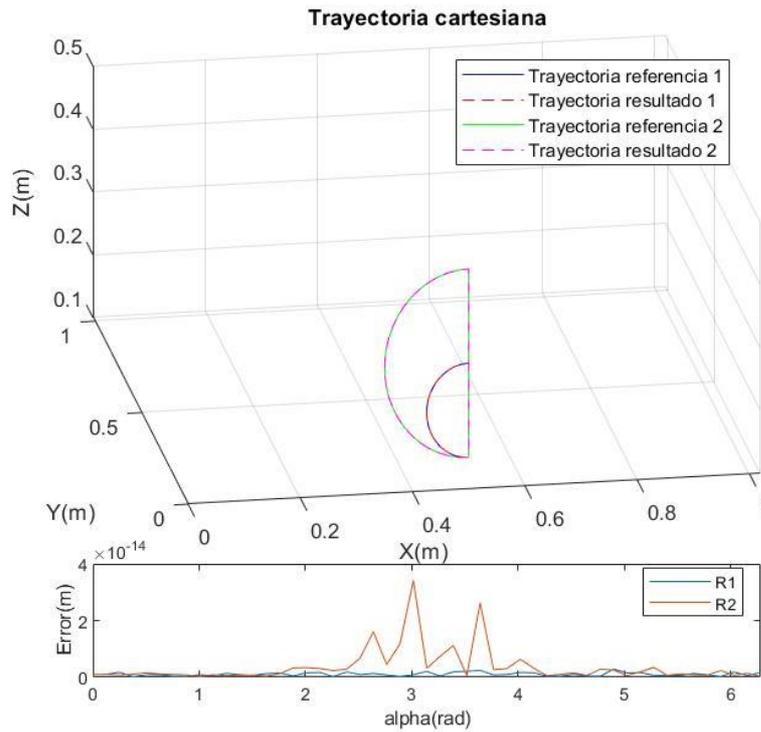


Figura 3-44: simulación Simulink de paso lateral (sistema FA)

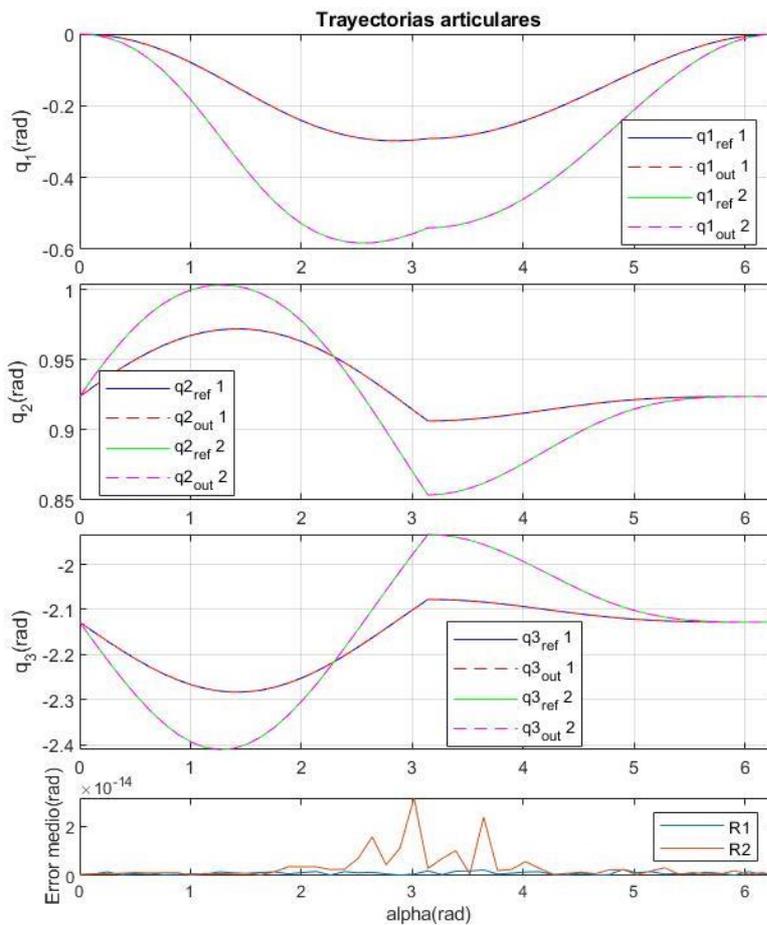
En esta última sección se han vuelto a simular dos trayectorias con la misma forma y diferentes medidas para comparar en los resultados, mostrados en las gráficas Gráfica 3-13, Gráfica 3-14, Gráfica 3-15 y Gráfica 3-16. Ambas trayectorias tienen la misma forma y distancia en X, pero poseen diferentes valores de longitud del paso. Así pues, se comparan las trayectorias seguidas por los modelos en un paso más corto y uno más largo. Cabe mencionar que la Gráfica 3-13 y la Gráfica 3-14 son equivalentes, pero ofrecen dos vistas distintas del movimiento en el espacio tridimensional para facilitar la visualización de la trayectoria.



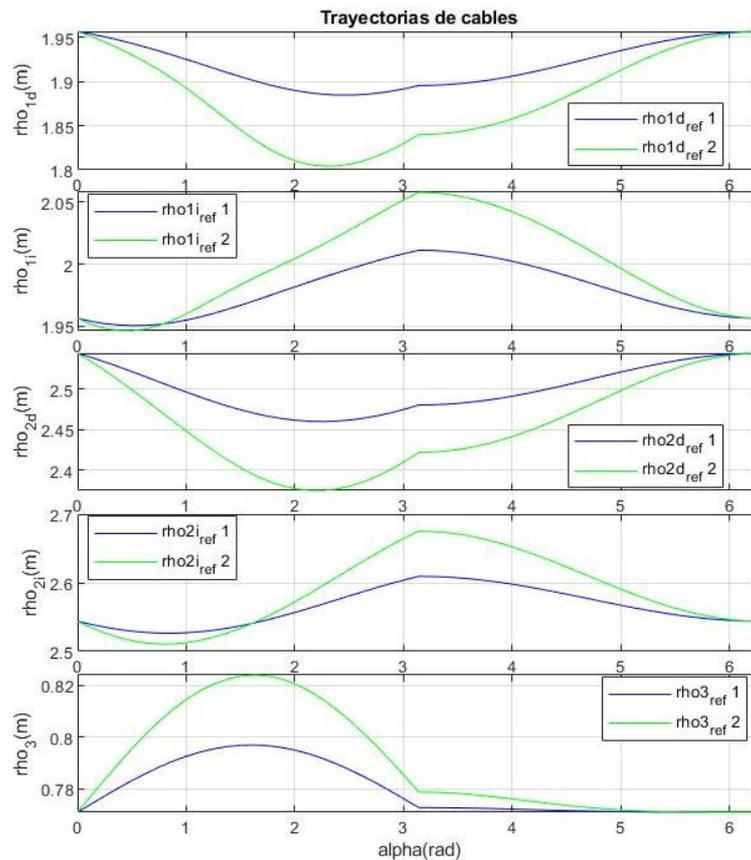
Gráfica 3-13: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del paso lateral en sistema FA (vista 1)



Gráfica 3-14: Trayectoria en el espacio cartesiano de simulación del paso lateral en sistema FA (vista 2)



Gráfica 3-15: Trayectoria en el espacio articular de simulación del paso lateral en sistema FA



Gráfica 3-16: Trayectoria en el espacio de cables de simulación del paso lateral en sistema FA

Es de gran relevancia indicar que los picos de los desplazamientos de las gráficas anteriores sólo pueden ser realizados en modelos ideales como este. En la realidad, se producirían aceleraciones infinitas, lejos de la capacidad de cualquier actuador, y tendrían que ser necesariamente suavizadas para no producir fallos mecánicos.

Como conclusión para este bloque, se tiene un conjunto de gráficas que muestran, para diferentes movimientos diseñados específicamente con el objetivo de probar los sistemas y sus capacidades, la evolución de todas las variables involucradas en el funcionamiento del exoesqueleto. Dicho conjunto de gráficas contiene información comparable de trayectorias con diferentes parámetros, del mismo modo que en la realidad cada paciente requeriría su propio diseño del movimiento y de los errores cometidos por los modelos en cada instante de la simulación.

En secciones posteriores se hará una valoración de los resultados obtenidos.

3.5 Representación 3D

El último apartado del desarrollo del proyecto corresponde con los pasos seguidos para producir una simulación tridimensional virtual con la que poder visualizar un ejemplo de aplicación de los materiales producidos por apartados previos de este capítulo.

El proyecto aquí presentado se presenta especialmente difícil de visualizar por dos razones: la primera viene dada por el hecho de que la mayoría de los materiales que lo conforman son ecuaciones y sistemas matemáticos que, aunque describen el mundo físico, no facilitan a la intuición ni la comprensión de sus mecanismos. El otro motivo le viene dado por la dificultad que todos los sistemas de cables presentan para ser comprendidos en el espacio. Ya se ha mencionado anteriormente que los robots de cables se separan de las líneas de diseño mecánico clásicas, por lo que parece de gran interés para este proyecto que, a falta de poder fabricar un prototipo real, se genere uno virtual en tres dimensiones que pueda desplazarse como lo haría uno real.

En los siguientes subapartados se explica de manera superficial el procedimiento, para lograr estos objetivos, repartido entre los dos programas informáticos presentados en la sección 2.2. El empleo de estas herramientas puede alcanzar altos grados de conocimientos informáticos, y han solicitado una formación específica para poder ser útiles en el proyecto.

3.5.1 Generación de modelo tridimensional en Cinema 4D

El primer paso en la obtención de una simulación virtual es la generación de los objetos tridimensionales que la forman. La herramienta Cinema 4D® ofrece una gran cantidad de opciones que han permitido construir los cuerpos de manera realista y estilizada.

En la Figura 3-45 se ofrece una vista del entorno de trabajo utilizado con esta herramienta:

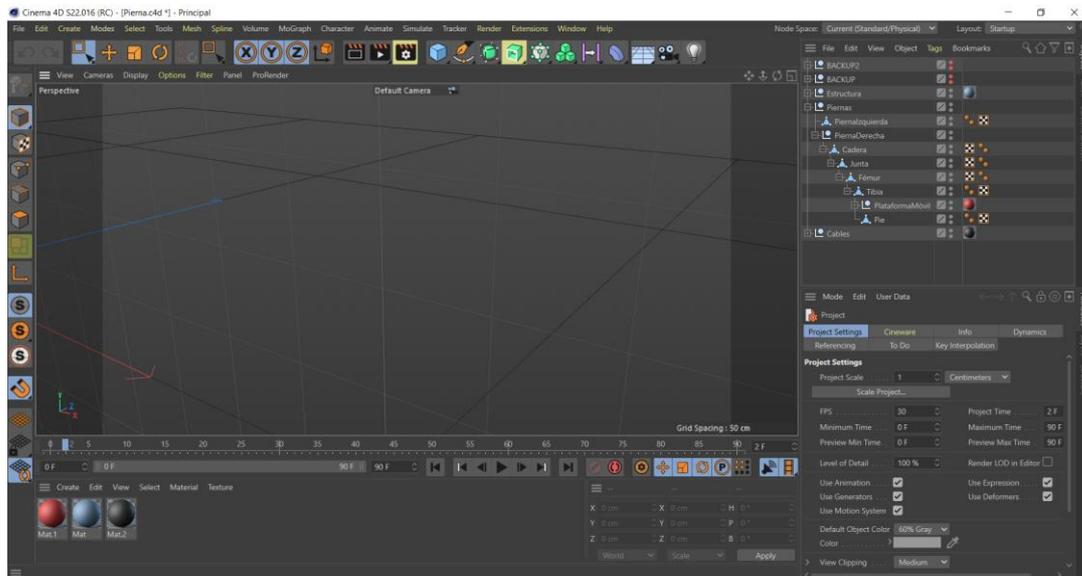


Figura 3-45: Entorno de trabajo de Cinema 4D

Mediante la inserción de formas geométricas básicas y su posterior modelado, deformación, recorte y posicionamiento se han construido las piezas de manera individual antes de ensamblarlas en la estructura. Por cuestiones de simplicidad se ha preferido diseñar un robot para una sola pierna, pues facilita la visualización y coincide con lo que podría ser un robot de tratamiento hemisférico.

A continuación, se muestra una lista de las piezas modeladas:

- Estructura fija: Consiste en una construcción en forma de jaula abierta que envuelve al sistema y donde se situarán los orígenes de los cables. Se puede observar en la Figura 3-46 su morfología final. El saliente central sirve para conectar la estructura fija con la cadera, ya que en la realidad esta se considera fija.

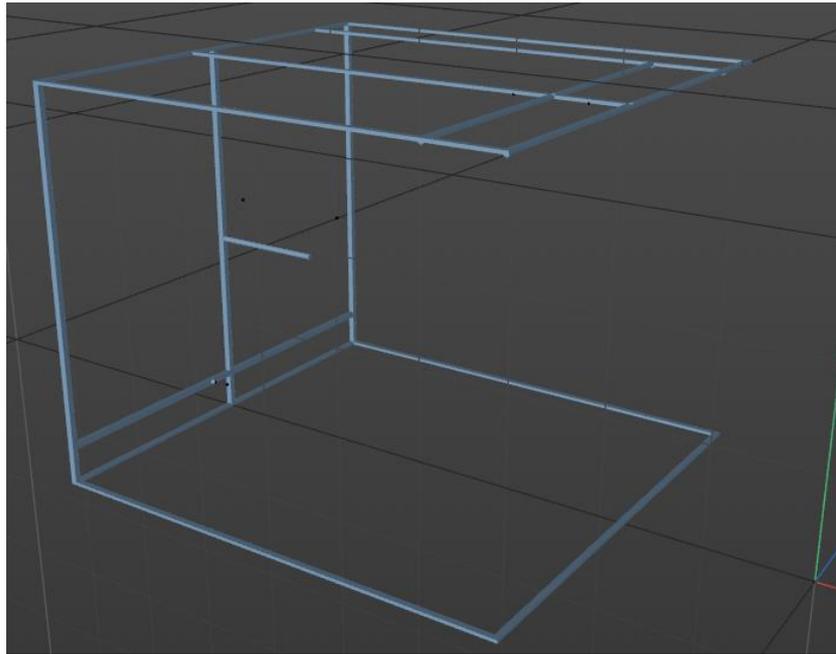


Figura 3-46: Estructura fija

- Cadera: la estructura de la cadera, en gris en la Figura 3-47, está construida para funcionar según los esquemas del modelo FA de miembros interiores. Contiene una primera pieza en forma de manillar con dos juntas en sus extremos, en las cuales se insertarán los fémures.

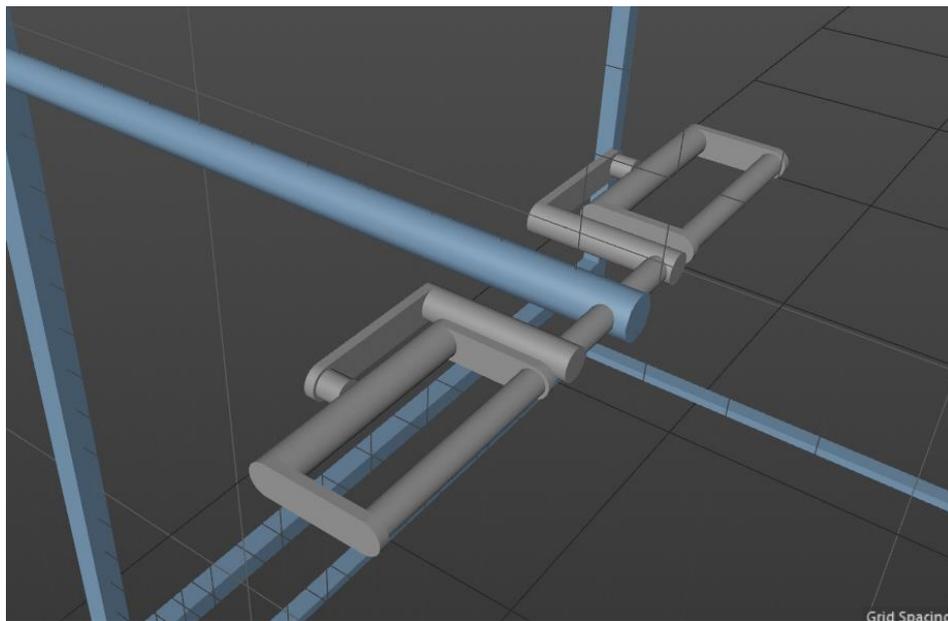


Figura 3-47: Cadera

- Piernas: Se realiza un modelo simplificado y articulado de las piernas con el único motivo de ofrecer la vista del sistema exoesqueleto-miembro inferior. Se muestra en la

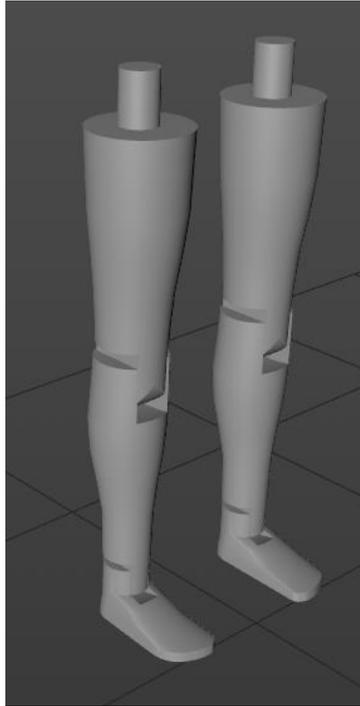


Figura 3-48: Piernas

- Plataforma móvil: la plataforma móvil, que se ajusta al segundo eslabón de la pierna, la tibia, debe ser fiel a la estructura planteada en la Figura 3-31. Se ha diseñado, pues, un modelo de polaina que imita la forma de la tibia y los gemelos, y se ha estilizado recortando áreas innecesarias. Los puntos de acoplamiento se sitúan en el mismo plano siguiendo las directrices del modelo de cables.

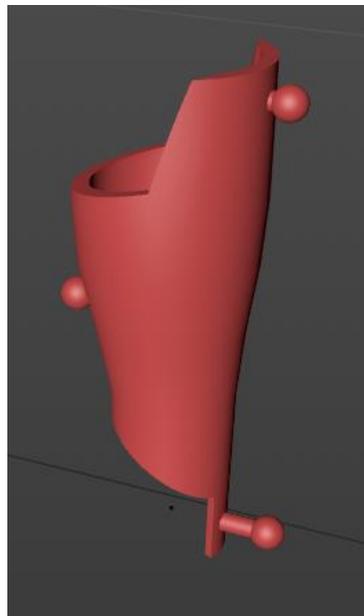


Figura 3-49: Plataforma móvil (polaina)

- Acoplamientos a la plataforma móvil: la unión entre los cables y la plataforma móvil en la práctica puede realizarse de muchas maneras. En este modelo se ha optado por simplificarlas mediante esferas unidas a la plataforma por cilindros. Los cables serán acoplados a los centros de las esferas, para asimilarse lo más posible a los modelos matemáticos, que consideran los acoplamientos como puntos en el espacio.

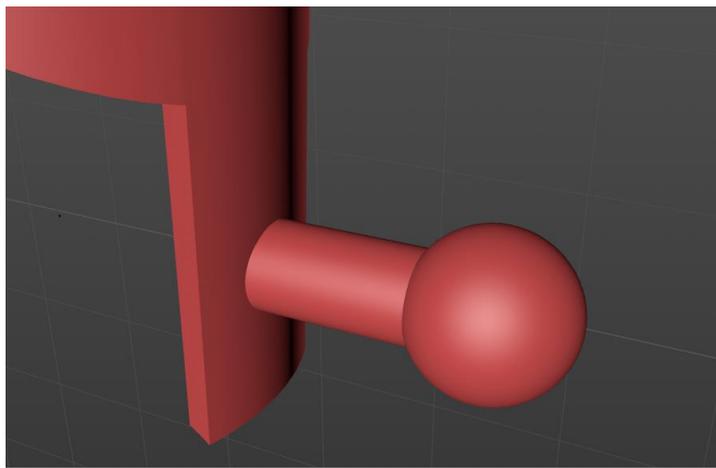


Figura 3-50: Detalle de acoplamiento a la plataforma móvil

- Acoplamientos a la plataforma fija: de la misma manera que los anteriores, los acoplamientos fijos, que serán tomados como origen de los cables, se simplifican mediante la incrustación de esferas en la plataforma fija. En estos modelos simplificados no serán representados cabrestantes como origen de los cables.

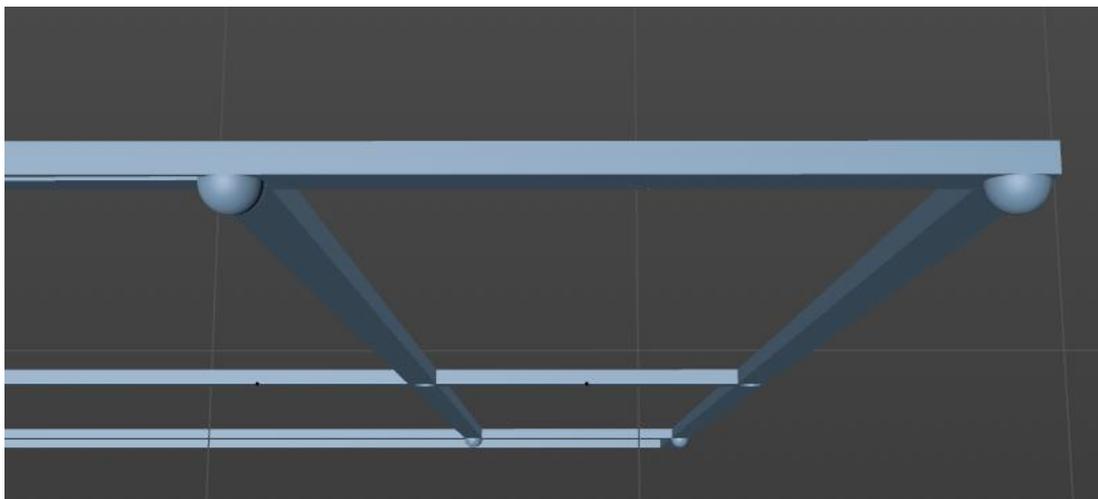


Figura 3-51: Detalle de los acoplamientos de la plataforma fija en la parte superior de la estructura

- Cables: los cables serán representados mediante cilindros de sección fina cuya longitud, posición y orientación se variarán en la simulación.

Los proyectos de Cinema 4D estructuran sus componentes en padres e hijos. Una estructura es padre de otra cuando contiene sus identificadores en el esquema general. Los desplazamientos y giros realizados sobre las estructuras padre afectarán de la misma manera a las estructuras hijas. La jerarquía establecida es necesaria para que en la simulación las piezas se desplacen en armonía y con sentido físico. La Figura 3-52 muestra el árbol del proyecto completo desplegado, conteniendo la jerarquía de padres e hijos con todas las figuras descritas.

Es importante remarcar que todas las piezas deben tener un sistema de ejes locales que coincida con el modelo matemático al menos en posición del origen, pues de otra manera los giros relativos de las piezas no coincidirían con los deseados en la simulación virtual que se describe en el apartado a continuación.

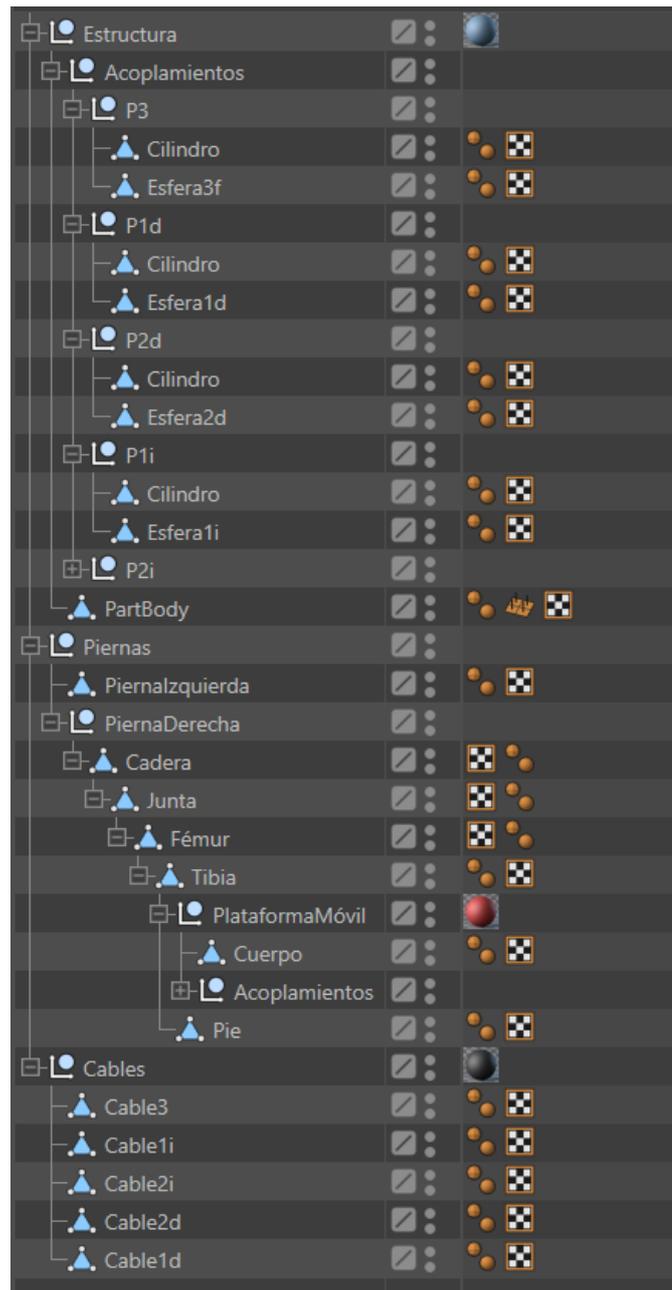


Figura 3-52: Árbol de jerarquía del proyecto de Cinema 4D

3.5.2 Simulación virtual en Unity 3D

Para poder poner en marcha una simulación interactiva con los elementos diseñados en la sección anterior, se pasa al entorno de desarrollo de Unity 3D. El primer paso fundamental para Poder trasladar el trabajo es exportar el proyecto anterior en formato “.fbx” para después insertarlo en una de las carpetas internas del proyecto de Unity, desde el cual podrá ser tratado como objeto virtual.

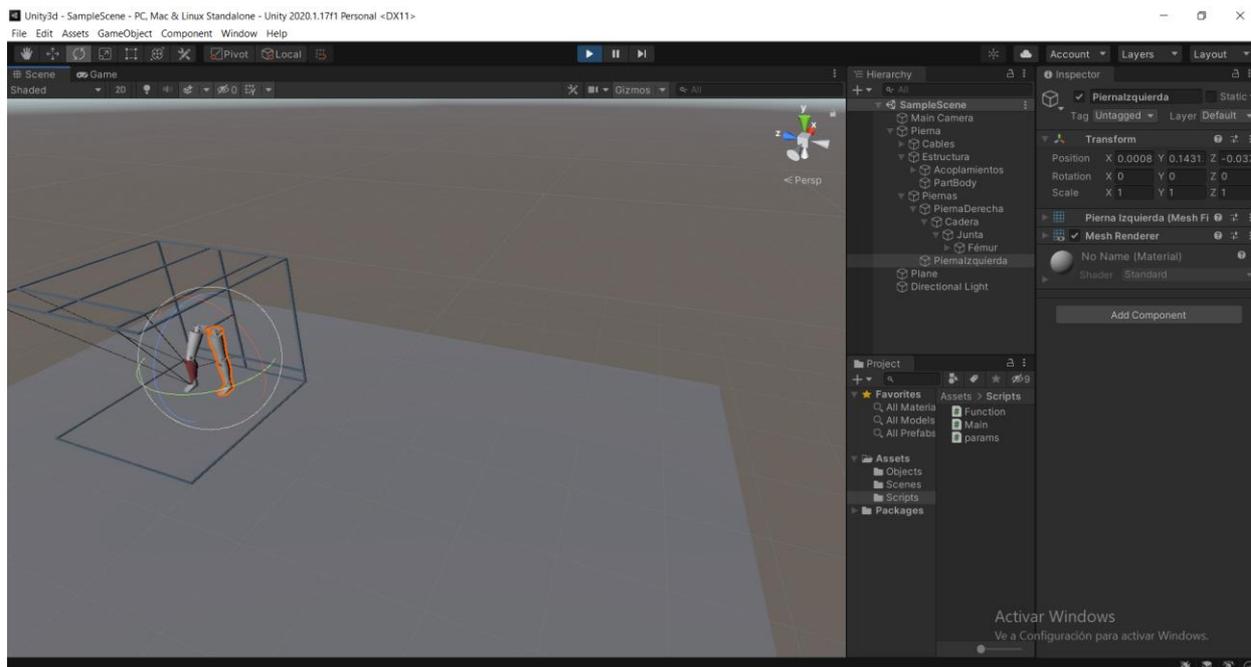


Figura 3-53: Entorno de desarrollo de la herramienta de Unity 3D

Una vez dentro, será posible redactar el cuerpo de un código que relacione los movimientos siguiendo los patrones de los modelos matemáticos. Como este parte del proyecto sólo tiene función representativa y los modelos ya han sido puestos a prueba, los métodos computacionales empleados no implementan rigurosamente las ecuaciones, pero si la finalidad de estas.

El lenguaje empleado es C#, con el que, gracias a la programación orientada a objetos, se ha diseñado una aplicación que varía los tres grados de libertad de la pierna derecha mediante el pulsado de teclas en el teclado de una computadora.

A continuación, se muestra algunas capturas realizadas durante la simulación de movimientos descrita, y que constituyen el último de los materiales producidos en este proyecto.

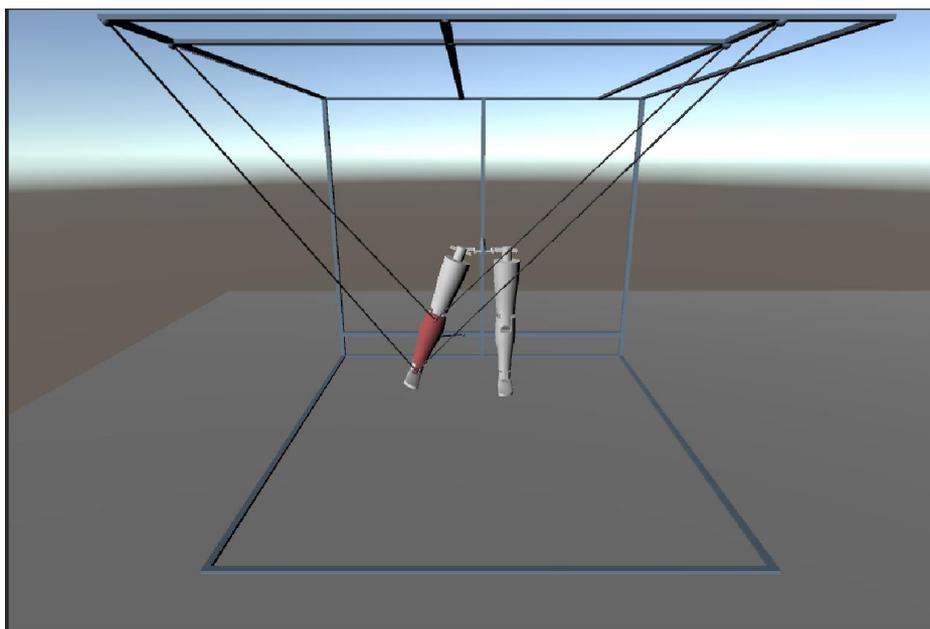


Figura 3-54: Movimiento de apertura, vista frontal

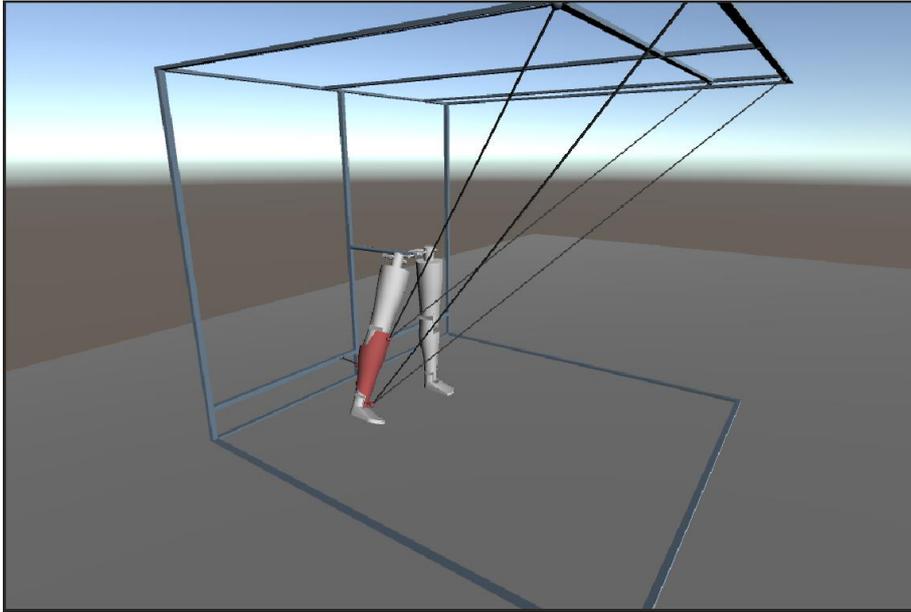


Figura 3-55: Movimiento de apertura, vista lateral

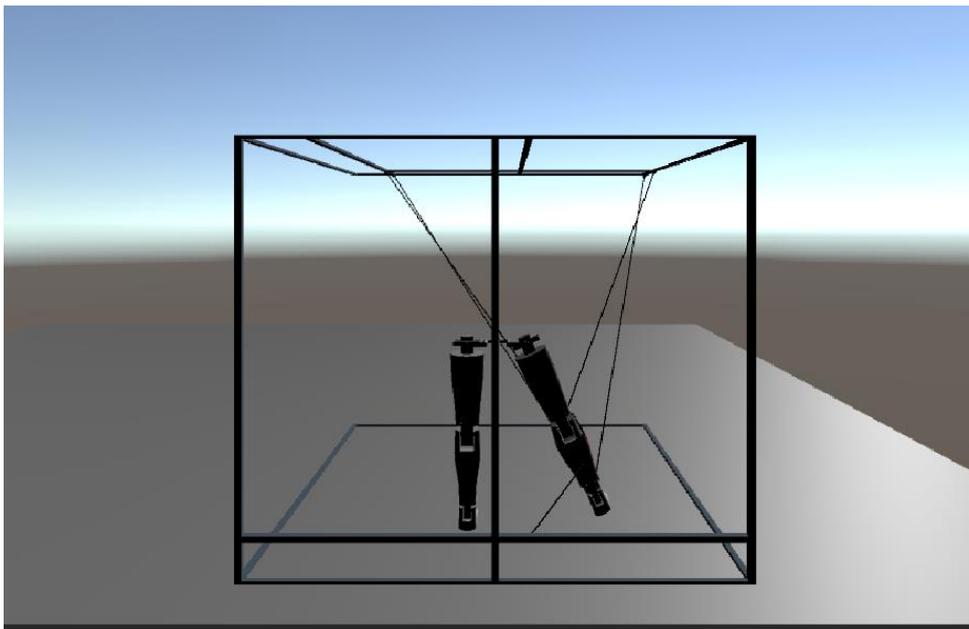


Figura 3-56: Movimiento de apertura, vista trasera

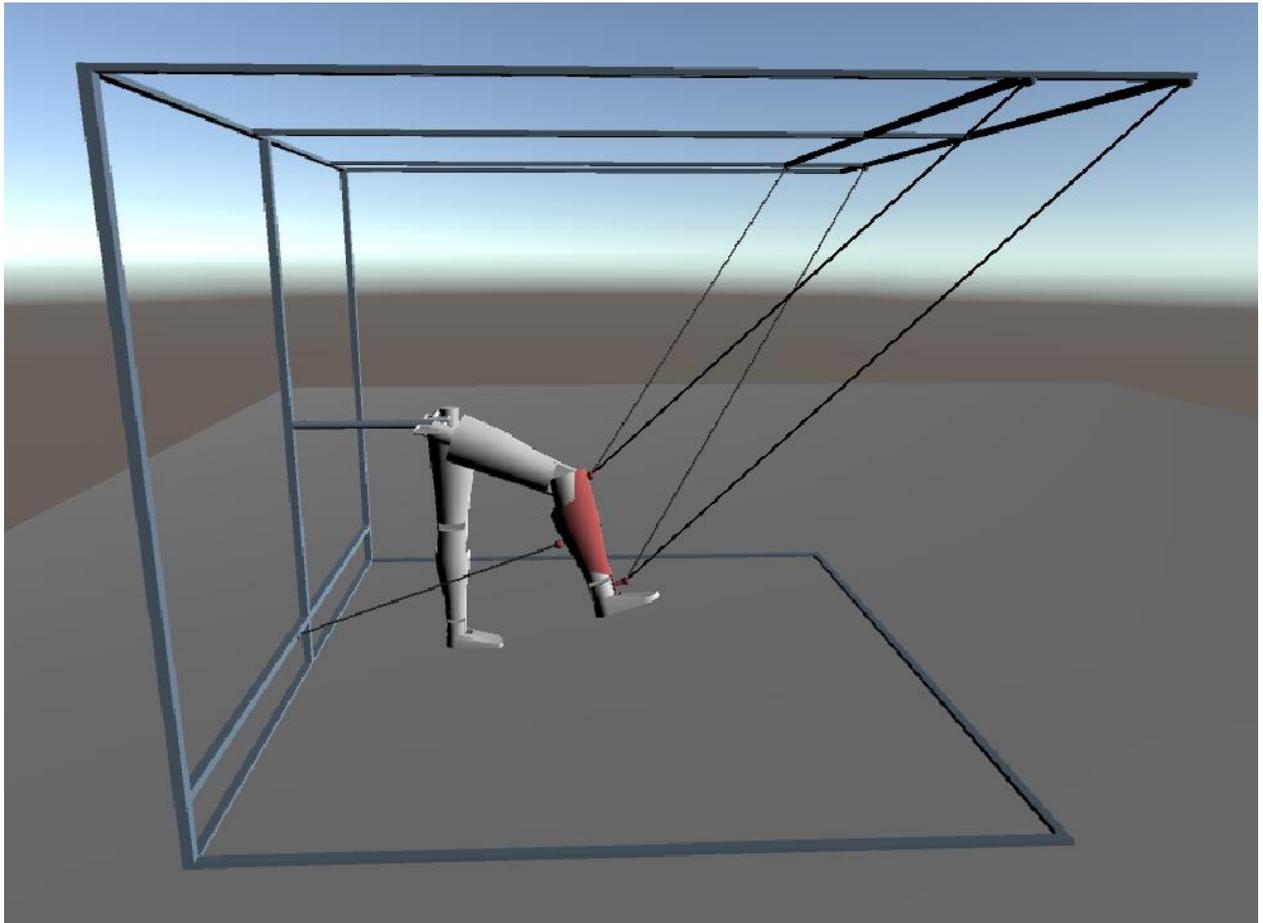


Figura 3-57: Movimiento de levantamiento de rodilla con ligera apertura, vista lateral derecha

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Mira cómo hizo pecho de su espalda: pues mucho quiso ver hacia adelante, mira hacia atrás y marcha reculando.

"La divina comedia", Dante Alighieri, 1293

El objetivo de este capítulo es revisar los resultados obtenidos en los capítulos anteriores y discutir su valor en el proyecto. Se realizará una comprobación de los materiales producidos por cada sección y se conectarán los resultados entre secciones para comprobar el producto global del proyecto.

El primer punto cuyos resultados se comparan es el estudio de grados de libertad. Es de notable importancia que, durante este apartado, se ha aplicado un método de análisis de gdl comenzando por el robot planar. Al obtener un resultado con sentido físico, de dos grados de libertad para el conjunto miembro-exoesqueleto, permite concluir que el método aplicado es válido en el análisis de los exoesqueletos de cables. De esta manera, cuando más adelante se hace un análisis paso a paso de los gdl del robot FA, se hace con la confianza de que los resultados que se pueden obtener son concluyentes.

Los grados de libertad obtenidos en el robot FA para el conjunto miembro-exoesqueleto también son concluyentes: tres grados de libertad para el control de cadera y rodilla. Para llegar a este resultado han sido necesarias ciertas suposiciones sobre el giro de los cables que han permitido eliminar de las ecuaciones algunos gdl que falseaban los datos obtenidos.

Este estudio de los grados de libertad no sólo arroja resultados sobre el conjunto de movimientos que el sistema puede realizar en conjunto con el miembro, sino que también ofrece un esquema de morfología para el robot que es importante contemplar. Se presenta que es posible obtener un modelo físico de robot de cables capaz de operar en todas las direcciones y con los grados de libertad requeridos con sólo cinco cables y tres puntos de acoplamiento a la plataforma móvil. Esto quiere decir que es posible cumplir los objetivos y especificaciones del proyecto haciendo que cuatro de los cables compartan acoplamientos móviles dos a dos. Esto reduce la cantidad de vectores en el modelo de cables y simplifica su análisis.

El resultado de la disposición de cables y la morfología se observa en los apartados de cálculo de modelos cinemáticos. En estos se puede apreciar cómo las ecuaciones se simplifican al poder utilizar el mismo vector de acoplamiento móvil en pares de cables.

Durante el bloque de modelaje cinemático se han obtenido ecuaciones tanto para los miembros inferiores como para los robots de cables. Los modelos de miembros inferiores son de gran utilidad, pues son altamente adaptables a cualquier problema que pueda requerirlos y, como se ve más adelante, su eficacia ha sido mostrada. Por otra parte, se ha obtenido un conjunto de ecuaciones finito que restringen el problema en la mayoría de los casos. Mediante procesos cerrados se ha resuelto el problema del MCD_{mi} , el MCI_{mi} y el MCI_{cables} para los dos robots tratados, comenzando por el robot planar para poder validar los métodos aplicados. Los métodos cerrados son los más deseables en este tipo de problemas, pues ofrecen soluciones exactas y de la manera óptima.

Sólo en el caso de los MCD_{cables} ha sido necesario aplicar métodos iterativos. Aunque el método de Newton-Raphson no es un método cerrado, ha demostrado en simulación ser capaz de obtener resultados fiables en menos de cinco iteraciones, con errores inferiores a $1 \cdot 10^{-10}$ m.

El apartado que más materiales ha producido es el de simulación. En los diferentes movimientos generados se ha realizado un análisis de los datos de salida de la simulación con información de interés. Toda esta queda reflejada en las gráficas de la Gráfica 3-1 a la Gráfica 3-6.

En primer lugar se observa que todas las simulaciones generan tres tipos de gráficas: una contiene las trayectorias en el espacio cartesiano y sus errores calculados como la distancia euclídea entre la trayectoria deseada y la recorrida por los modelos encadenados, la segunda muestra las mismas trayectorias en el espacio articular con el error calculado como la media del valor absoluto de las diferencias entre las trayectorias de referencia y las de salida y, por último, la representación de las longitudes de los cables calculados por el MCI_c para todo el recorrido.

Se observa que, al estar enlazando las salidas y entradas de todos los modelos al mismo tiempo, los errores representados son errores globales, no aislados, pues a cada salida le afecta el error cometido por todos los bloques obtenidos en la secuencia, siendo la última de ellas, la salida en el espacio cartesiano, la afectada por todos los bloques a la vez.

Observando de manera global las gráficas Gráfica 3-1, Gráfica 3-2, Gráfica 3-4 y Gráfica 3-5, referentes al sistema planar, se puede comprobar que, para las dos trayectorias con parámetros diferentes obtenidas, los caminos seguidos por la referencia (en línea continua) y la salida (en línea discontinua) son prácticamente indiferenciables a simple vista. Es necesario atender a la representación del error en cada caso para observar que siempre se sitúa en valores mínimos. En estos, se observa en la Gráfica 3-4 que el valor mayor de error es del orden de 10^{-8} m, valor que se puede achacar a los propios errores de precisión de cálculo del programa utilizado. En las variables articulares, el error nunca supera el orden de 10^{-15} rad, lo cual se encuentra en el mismo orden que el menor número calculable por el programa.

Estos resultados demuestran que los modelos desarrollados para el sistema planar son válidos para las aplicaciones aquí señaladas y que son fiables en su uso en sistemas de control automático. Son resultados esperados teniendo en cuenta que este modelo está basado en un sistema previo cuya eficacia ya ha sido demostrada [1, p. 29].

Los mismos resultados se pueden observar en las gráficas pertenecientes al modelo FA, desde la Gráfica 3-7 hasta la Gráfica 3-16. De nuevo, se observa que los errores máximos se cometen en el espacio cartesiano en el movimiento de levantamiento de la silla (Gráfica 3-10) y se mantienen inferiores a 10^{-8} m. En el espacio articular el error sigue siendo menor, del orden de 10^{-14} rad, pudiéndose considerar en ambos casos el error global despreciable en las aplicaciones de exoesqueleto. Existen dos observaciones importantes respecto a estos errores: los valores mayores se dan en los extremos del movimiento del levantamiento de silla, lo cual se puede relacionar con las ecuaciones utilizadas en el MCI_{mi} , que contienen valores de senos y cosenos anulables en denominadores, que pueden producir de manera local infinitos no deseados. Por otra parte, los picos de error en las gráficas del espacio articular son mayores en las trayectorias de mayor tamaño (trayectoria 1 según el caso).

Comparando los resultados obtenidos en el modelo FA y el modelo planar, se pueden sacar ciertas conclusiones:

En primer lugar, las trayectorias de pedaleo en ambos sistemas permiten comparar el funcionamiento del nuevo robot, con mayor cantidad de cables y mayor complejidad, con el robot base para la misma trayectoria. Se observa que las trayectorias articulares de q_1 y q_2 de la Gráfica 3-2 coinciden con q_2 y q_3 , respectivamente, en la Gráfica 3-8. Esto demuestra que, a nivel de miembro inferior, los modelos cinemáticos son prácticamente idénticos, sólo que en el robot FA las variables del modelo planar están desplazadas un valor por el nuevo grado de libertad añadido, que mantiene a cero su valor al mantenerse en el mismo plano durante todo el recorrido. Sin embargo, a nivel de cables ningún parecido puede hallarse entre ambos sistemas, sólo las trayectorias de tipo senoidal. De esta manera se concluye que el robot FA, para la misma trayectoria que el modelo planar, obtiene las mismas trayectorias articulares gracias a movimientos distintos en los cables.

Conviene mencionar que en ninguna de las trayectorias de cables mostradas en este documento se ha hallado ninguna singularidad ni puntos de tendencia a infinito, y todos los valores de longitud de los cables se mantienen entre valores acotados y razonables.

En la trayectoria del levantamiento de silla se ha planteado una ligera variación que comienza a arrojar luz sobre las nuevas capacidades del exoesqueleto FA. Se observa que, al darse un movimiento progresivo de apertura, las trayectorias articulares ya no coinciden en ningún caso. Se comienza a hacer uso de la variable q_1 de la Gráfica 3-11, que es la responsable del movimiento de apertura. En el espacio cartesiano se recorre una trayectoria lineal que expande sus movimientos fuera del plano sagital, demostrando las capacidades de

movilidad tridimensional del robot FA que se estaban buscando.

Estas nuevas capacidades se observan en su máximo exponente en la simulación del paso lateral. En esta se aprecia cómo los movimientos del miembro se dan en el en un plano perpendicular al que contiene al robot planar. Se trata, además, de una trayectoria más compleja, realizada en dos tramos, que se diferencian fácilmente en cualquiera de las gráficas, desde la Gráfica 3-15 hasta la Gráfica 3-16, al existir un punto de discontinuidad en la derivada (un punto de esquina) que divide en dos cada curva.

Es necesario remarcar que, aunque todas las trayectorias dan resultados satisfactorios de error y valores máximos y mínimos de longitud de cables, ninguna representa un movimiento realista que pueda realizar una persona en su vida real. Este no es un objetivo al alcance de este proyecto, por ello todas las simulaciones se realizan sobre aproximaciones del movimiento en cuestión con el fin simplemente de observar las capacidades del robot dentro de su espacio de trabajo en diferentes circunstancias. En una aplicación física del robot, sería necesario realizar un estudio más detallado del movimiento del miembro humano en cada caso, incluso pudiendo utilizar el robot en comportamiento pasivo para obtener los datos reales de un movimiento realizado por una persona sana.

Los últimos materiales por discutir son aquellos arrojados por la representación virtual de los elementos del robot. Observando las figuras del apartado 3.5 se puede apreciar con facilidad cada uno de los objetos creados en un entorno realista. Gracias a la modelización realizada de los miembros inferiores y a los objetos simples y de fácil comprensión producidos, se ha logrado conseguir una galería de imágenes que representa claramente la morfología del robot en la aplicación real.

En el siguiente apartado se valorarán los resultados obtenidos en comparación con los objetivos planteados en el inicio del proyecto.

5 CONCLUSIONES

La vida es el arte de sacar conclusiones suficientes a partir de datos insuficientes.

Samuel Butler, 1835

Finalizando este documento, en el que se han redactado todas las investigaciones, ideas, objetivos y desarrollos contenidos en este trabajo de fin de grado, es menester realizar una revisión de los resultados y los procesos del mismo y compararlos con los objetivos marcados para, así, definir el éxito o fracaso de los frutos recogidos.

En el principio de este documento se ha realizado una investigación enriquecedora sobre la enfermedad cerebrovascular y se ha aclarado la necesidad de aportar todos los métodos posibles a la rehabilitación de los pacientes para permitirles recuperar sus capacidades y mejorar su calidad de vida. Por parte de la ingeniería, los exoesqueletos han sido un gran avance en este campo, y su vertiente en los exoesqueletos de rehabilitación ha sido analizada para formar una base de estudio en este proyecto.

Los robots de cables presentados en la introducción esclarecen las soluciones a los problemas que plantean los exoesqueletos rígidos actuales, y sus investigaciones se encuentran en plena fase de inicio respecto a las demás. Es por esto por lo que la contribución de este proyecto al desarrollo de modelos de exoesqueletos de cables con todas las capacidades que la medicina demanda es de gran interés, ya que se ha podido observar que es una necesidad real para un problema con predicción creciente en nuestra sociedad.

A lo largo de las secciones de este trabajo se han generado grupos de ecuaciones que han demostrado tener eficacia en ciertas aproximaciones a movimientos que pueden resultar interesantes en un proceso de rehabilitación. Se ha buscado el mayor rigor a la hora de comprobar que estos modelos pueden ser empleados a partir de ahora sin necesidad de preocupación por su validez.

La representación en tres dimensiones del sistema contribuye en gran medida a la posibilidad de expandir este proyecto, pues facilita la visualización de los resultados y ayuda en la comprensión de un sistema que se demuestra muy poco intuitivo, al no relacionarse por sí mismo con ninguna realidad natural, pero tener que contribuir a ella.

Se concluye, por lo tanto, el éxito en el cumplimiento de los objetivos planteados en el principio del documento. Se ha conseguido generar un modelo de exoesqueleto de rehabilitación con capacidad de desplazamiento espacial y tres grados de libertad. Se han planteado sus modelos matemáticos y su esquema de morfología, se ha sometido a simulaciones con resultados concluyentes y se han generado imágenes tridimensionales que facilitan la percepción del sistema desarrollado.

En última instancia, algunos de los resultados que no estaban planteados en un principio pero que también resultan de interés son: se ha desarrollado un método de adición de grados de libertad que podría contribuir al desarrollo futuro del proyecto, se ha planteado la siguiente fase de desarrollo y se ha contribuido al estudio del robot base con un análisis minucioso de los grados de libertad.

Como propuestas de desarrollo futuro se plantea continuar el proyecto con el desarrollo del modelo FAR siguiendo el mismo método aplicado al robot FA. El siguiente paso sería añadir al modelo la articulación del tobillo y el movimiento del pie y avanzar así hasta obtener el modelo de un robot completo de cerca de 6 grados de libertad.

El proyecto de *“Modelización de un exoesqueleto de rehabilitación propulsado por cables con capacidad de desplazamiento espacial”* se ofrece como una base sólida al diseño de un exoesqueleto totalmente nuevo y con todas las capacidades que la medicina requiere para poder restaurar las capacidades de los miles de pacientes de ACV que necesitan su ayuda. Es una contribución a una línea de investigación incipiente que hoy

demuestra dar un paso hacia el futuro.

REFERENCIAS

- [1] Y. M. Boukra, “Modélisation et commande d’un robot parallèle à câbles pour la rééducation des membres inférieurs,” École de Technologie Supérieure de Montréal, 2019.
- [2] Y. Zou, N. Wang, X. Wang, H. Ma, and K. Liu, “Design and Experimental Research of Movable Cable-Driven Lower Limb Rehabilitation Robot,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 2315–2326, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2887233.
- [3] “Proporción de personas mayores de cierta edad por comunidad autónoma- Instituto Nacional de Estadística,” *INEbase*, 2021. <https://www.ine.es/jaxiT3/Datos.htm?t=1451>.
- [4] W. S. Smith, S. C. Johnston, and I. I. I. Hemphill J. Claude, “Enfermedades cerebrovasculares,” in *Harrison. Principios de Medicina Interna, 20e*, J. L. Jameson, A. S. Fauci, D. L. Kasper, S. L. Hauser, D. L. Longo, and J. Loscalzo, Eds. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2018.
- [5] “CIE-11 Enfermedad cerebrovascular,” 2020. <https://icd.who.int/browse11/l-m/es#/http://id.who.int/icd/entity/534629524>.
- [6] D. Crailsheim, “La salud de los españoles,” *Boletín Inf. del Inst. Nac. Estadística*, vol. 1, p. 8, 2005.
- [7] “Encuesta de Discapacidad, Autonomía Personal y Situaciones de Dependencia - Instituto Nacional de Estadística,” *INEbase*.
- [8] J. M. Baker and L. R. Sudarsky, “Trastornos de la marcha, del equilibrio y caídas,” in *Harrison. Principios de Medicina Interna, 20e*, J. L. Jameson, A. S. Fauci, D. L. Kasper, S. L. Hauser, D. L. Longo, and J. Loscalzo, Eds. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2018.
- [9] R. Cano de la Cuerda, S. Collado Vázquez, and A. M. Águila Maturana, *Neurorrehabilitación métodos específicos de valoración y tratamiento*. Buenos Aires [etc: Editorial Médica Panamericana, 2012.
- [10] J. Mishra and K. Ganguly, “Tecnologías neuroterapéuticas emergentes,” in *Harrison. Principios de Medicina Interna, 20e*, J. L. Jameson, A. S. Fauci, D. L. Kasper, S. L. Hauser, D. L. Longo, and J. Loscalzo, Eds. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2018.
- [11] J. C. Perry, J. Rosen, and S. Burns, “Upper-Limb Powered Exoskeleton Design,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 12, no. 4, pp. 408–417, 2007, doi: 10.1109/TMECH.2007.901934.
- [12] D. Shi, W. Zhang, W. Zhang, and X. Ding, “A Review on Lower Limb Rehabilitation Exoskeleton Robots,” *Chinese J. Mech. Eng. (English Ed.)*, vol. 32, no. 1, 2019, doi: 10.1186/s10033-019-0389-8.
- [13] R. Soltani-zarrin, A. Zeiaee, A. Eib, R. Langari, and R. Tafreshi, “CLEVERarm: A Novel Exoskeleton for Rehabilitation of Upper Limb Impairments,” in *2017 International Symposium on Wearable Robotics and Rehabilitation (WeRob)*, 2017, pp. 1–2.
- [14] Médimex, “Thérapie locomotrice fonctionnelle intensive avec « augmented feedback »,” *Hocoma*, 2015.
- [15] A. S. Gorgey, “Robotic exoskeletons: The current pros and cons,” *World J. Orthop.*, vol. 9, no. 9, pp. 112–119, 2018, doi: 10.5312/wjo.v9.i9.112.
- [16] J. Cortés, “Cinémática del Brazo articulado PUMA,” p. 9, 2008, [Online]. Available: https://personal.us.es/jcortes/Material/Material_archivos/Articulos PDF/RobotPUMA.pdf.
- [17] A. Pott, *Cable-driven parallel robots: Theory and application*, vol. 120. 2018.
- [18] A. Vysocký and P. Novák, “Human-robot collaboration in industry,” *MM Sci. J.*, pp. 903–906, 2016.
- [19] M. Gouttefarde, T. Bruckmann, and A. Pott, *Cable-Driven Parallel Robots: Proceedings of the 5th International Conference on Cable-Driven Parallel Robots*. Springer International Publishing, 2021.
- [20] P. Miermeister *et al.*, “The CableRobot simulator large scale motion platform based on cable robot technology,” in *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*,

- 2016, pp. 3024–3029, doi: 10.1109/IROS.2016.7759468.
- [21] T. Bruckmann and A. Pott, *Cable-Driven Parallel Robots*. Springer International Publishing, 2012.
- [22] W. Shen, G. Yang, T. Zheng, Y. Wang, K. Yang, and Z. Fang, “An accuracy enhancement method for a cable-driven continuum robot with a flexible backbone,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 37474–37481, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2975087.
- [23] D. Mayhew, B. Bachrach, W. Z. Rymer, and R. F. Beer, “Development of the MACARM - A novel cable robot for upper limb neurorehabilitation,” *Proceedings of the 2005 IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 299–302, 2005.
- [24] X. Cui, W. Chen, X. Jin, and S. Agrawal, “Design of a 7-DOF Cable-driven Arm Exoskeleton (CAREX-7) and a Controller for Dexterous Motion Training or Assistance,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 22, p. 1, Jan. 2016, doi: 10.1109/TMECH.2016.2618888.
- [25] A. Pott, C. Gosselin, P. Cardou, and T. Bruckmann, *Cable-Driven Parallel Robots. Proceedings of the Third International Conference on Cable-Driven Parallel Robots*. 2017.
- [26] J. J. Craig, *John Craig*, 3rd ed., vol. 1, no. Ingeniería. Pearson Educación, 1977.
- [27] M. G. Granja Ramírez, “Comparación Del Método De Denavit-Hartenberg Estándar Con El Modificado En La Modelación De La Robótica,” Universidad de Quito, 2014.
- [28] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, 5ª edición. McGraw-Hill Interamericana, 2005.
- [29] Mathworks, “MATLAB Home page,” 2021. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [30] P. Corke, “Robotics Toolbox,” 2021. <https://petercorke.com/toolboxes/robotics-toolbox/>.
- [31] J. Gómez Jiménez, J. M. Escaño, and P. Fern, *Modelado y control de quadrotors en la plataforma UNITY 3D*. Sevilla, 2020.
- [32] Unity, “Unity 3D home page,” 2021. .
- [33] J. Bernal, R. Flowers-Cano, and A. Carbajal-Dominguez, “Exact calculation of the number of degrees of freedom of a rigid body composed of n particles,” *Rev. Mex. Fis. E*, vol. 55, no. 2, pp. 191–195, 2009.
- [34] M. H. Saadatzi, M. Masouleh, H. Taghirad, C. Gosselin, and P. Cardou, “Geometric analysis of the kinematic sensitivity of planar parallel mechanisms,” *Trans. Can. Soc. Mech. Eng.*, vol. 35, Dec. 2011, doi: 10.1139/tcsme-2011-0028.
- [35] D. Pérez Viguera, A. Blanco Ortega, C. H. Guzman Valdivia, and W. M. Alcocer Rosado, “Análisis biomecánico de la acción sentarse-levantarse para el control de exoesqueletos,” *Rev. Ing. Biomédica y Biotecnol.*, vol. 2, no. 4, pp. 34–44, 2018, [Online]. Available: http://www.ecorfan.org/taiwan/research_journals/Ingenieria_Biomedica_y_Biotecnologia/vol2num4/Revista_de_Ingenieria_Biomedica_y_Biotecnologia_V2_N4_4.pdf.
- [36] C. Velandia Cárdenas, “Modelado, control y monitoreo de un exoesqueleto para asistir procesos de rehabilitación en miembro inferior,” 2016.