

Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Comportamiento elastoplástico del hormigón  
pretensado en la zona de los anclajes

Autor: Marcos López Martín de Oliva

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

**Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# **Comportamiento elastoplástico del hormigón pretensado en la zona de los anclajes**

Autor:

Marcos López Martín de Oliva

Tutor:

Antonio Martínez de la Concha

Profesor asociado

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado: Comportamiento elastoplástico del hormigón pretensado en la zona de los anclajes

Autor: Marcos López Martín de Oliva

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis amigos*

*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

En primer lugar, quiero agradecer a mi tutor del Trabajo de Fin de Grado, Antonio Martínez de la Concha, por su brillante atención, y el excelente trato recibido en todo momento. Desde un principio dejó constancia de que este proyecto sería un trabajo en conjunto, algo en lo que aprendiéramos los dos, y así ha sido en todo momento. Me ha resuelto todas las dudas que han ido surgiendo, y todo en intervalos de tiempo extremadamente cortos, ya sea por correo electrónico, por teléfono, o por multitud de tutorías que hemos realizado.

Agradecer a mi familia por el apoyo diario en estos años de duros estudios, en los cuales siempre han sido mi referencia y mi pilar fundamental tanto para alegrías como para sinsabores. Agradecer a mi compañera, ya que sin su estancia en mi vida y su apoyo desmedido, nada de estos años hubiera sido igual.

Y finalmente, no quiero dejar atrás a los amigos con los que he compartido estos años de Ingeniería. Gracias por hacer más amenas las clases y sus descansos, ya que me llevo de la universidad a personas importantes que me consta que siempre van a estar a mi lado.



# Resumen

---

El hormigón pretensado es un material de amplio uso en la construcción a nivel mundial. Surge como mejora al hormigón armado en grandes estructuras, siendo habitualmente utilizado en puentes de vigas con largos tramos entre pilas, rascacielos, núcleos resistentes de edificios expuestos a un alto grado de peligrosidad frente al sismo, y cámaras de reactores nucleares.

Su ventaja principal es la desaparición de las fisuras más comunes del hormigón armado, aprovechando la resistencia a compresión del hormigón, y evitando a toda costa los esfuerzos a tracción. Es por ello, por lo que se utiliza en construcciones que requieren una alta resistencia frente a grandes sollicitaciones.

En contraposición a tan importantes ventajas, surge la problemática del proceso de pretensado, el cual origina tracciones internas en el hormigón, cuyos efectos pueden ocasionar la rotura de piezas pretensadas. Es por ello por lo que se pretende analizar y estudiar en este Trabajo de Fin de Grado, la aparición de dichas tensiones transversales, con el fin de diseñar las correspondientes armaduras que eviten esos fenómenos tan desfavorables.



# Abstract

---

Prestressed concrete is a widely used material in construction worldwide. It appears as an improvement to reinforced concrete in large structures, being commonly used in girder bridges with long sections between pillars, skyscrapers, resistant cores of buildings exposed to a high degree of danger from the earthquake, and nuclear reactor chambers.

Its main advantage is the disappearance of the most common cracks in reinforced concrete, taking advantage of the compressive strength of concrete, and avoiding tensile stresses at all costs. That is why it is used in constructions that require high resistance to great stresses.

Faced with such important advantages, the problema of the prestressing process appears, which causes internal stresses in the concrete, the effects of which can fracture the prestressed pieces. That is why it seeks to analyce and study in this Final Degree Project, the appearance of these transversal tensions, in order to design the corresponding reinforcements that avoid such unfavorable phenomena.

# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>9</b>
<b>Resumen</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>13</b>
<b>Índice</b>	<b>14</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>16</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>17</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>23</b>
<b>2 Bases Teóricas</b>	<b>24</b>
2.1. <i>Antecedentes</i>	24
2.1.1 Historia del pretensado	24
2.1.2 Pretensado con armadura pretesa	25
2.1.3 Pretensado con armadura postesa	26
2.2. <i>Tensiones en el interior de piezas pretensadas</i>	27
2.2.1. Introducción	27
2.2.2. Armaduras pretesas	29
2.2.3. Armaduras postesas	34
<b>3 Modelos Realizados</b>	<b>37</b>
3.1. <i>Geometría</i>	37
3.1.1 Viga pretensada con armadura pretesa	37
3.1.2 Viga pretensada con armadura postesa	39
3.2. <i>Materiales</i>	39
3.2.1 Modelo en régimen elástico	39
3.2.2 Modelo en régimen elastoplástico	40
3.2.3 Características del armado a disponer	44
3.3. <i>Uniones entre elementos</i>	44
3.4. <i>Condiciones de contorno y cargas aplicadas</i>	46
3.4.1 Régimen elástico	46
3.4.2 Régimen Plástico	48
3.5. <i>Mallado</i>	48
3.6. <i>Modelos a analizar</i>	49
<b>4 Resultados</b>	<b>51</b>
4.1. <i>Régimen elástico</i>	51
4.1.1 Variación de las tensiones trasversales con la relación entre el canto de la placa de postesado y el de la viga	51
4.1.2 Variación de las tensiones trasversales con la relación entre el canto ficticio de los cables de pretensado y el de la viga	54
4.1.3 Variación de las tensiones trasversales con el cambio de ubicación de la placa de postesado	56
4.1.4 Variación de las tensiones trasversales con el cambio de ubicación de los cables de pretensado	59

4.1.5	Cálculo de la armadura necesaria para soportar las tensiones transversales originadas en el postesado	63
4.2.	<i>Régimen elastoplástico</i>	66
4.2.1	Efecto de la viscosidad en regimen elastoplástico	66
4.2.2	Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada en el centro de la sección de la viga	68
4.2.3	Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga	72
4.2.4	Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados en el centro de la sección de la viga	76
4.2.5	Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga	77
4.2.6	Tensiones transversales de postesado con la viga armada y la placa ubicada en el centro de la sección	79
<b>5</b>	<b>Análisis de Resultados</b>	<b>88</b>
5.1.	<i>Régimen elástico</i>	88
5.2.	<i>Régimen plástico</i>	91
5.3.	<i>Aportación de la armadura a las tensiones transversales de la viga postesada</i>	95
<b>6</b>	<b>Conclusión</b>	<b>98</b>
	<b>Desarrollos Futuros</b>	<b>100</b>
	<b>Referencias</b>	<b>102</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 3-1. Propiedades plásticas del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].	42
Tabla 3-2. Comportamiento a compresión del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].	42
Tabla 3-3. Comportamiento a tracción del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].	43
Tabla 3-4. Propiedades plásticas del hormigón de alta resistencia [8].	43
Tabla 3-5. Comportamiento a compresión del hormigón de alta resistencia [8].	43
Tabla 3-6. Comportamiento a tracción del hormigón de alta resistencia [8].	44

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2-1. Walnut Lane Bridge (Philadelphia, 1951) [9].	25
Figura 2-2. Proceso de pretensado con armadura pretesa [9].	26
Figura 2-3. Proceso de pretensado con armadura postesa [9].	27
Figura 2-4. Tensión en la armadura pretensada en función de la distancia desde el extremo de la pieza [1].	27
Figura 2-5. Representación de los diferentes tipos de tensiones originados en el hormigón pretensado [1].	28
Figura 2-6. Fisuras provocadas por las tensiones del pretensado [1].	28
Figura 2-7. Direcciones principales de las tensiones [2].	29
Figura 2-8. Regiones de tracción y compresión en una viga pretensada [1].	29
Figura 2-9. Diagrama analítico de tensiones de estallido en armadura pretesa [1].	30
Figura 2-10. Diagrama analítico de tensiones de exfoliación en armadura pretesa [1].	31
Figura 2-11. Método equivalente para el cálculo de tensiones de exfoliación en armadura pretesa [1].	33
Figura 2-12. Representación del proceso del hormigón postesado [1].	34
Figura 2-13. Representación detallada del hormigón postesado armado [2].	34
Figura 2-14. Método para el cálculo de tensiones de hendimiento en hormigón postesado [1].	35
Figura 2-15. Representación de las tensiones de descantillado en hormigón postesado [1].	36
Figura 3-1. Representación como sólido de la geometría de la viga con armadura pretesa.	38
Figura 3-2. Representación mediante líneas de la geometría de la viga con armadura pretesa.	38
Figura 3-3. Representación como sólido de la geometría de la viga con armadura postesa.	39
Figura 3-4. Curva tensión-deformación del hormigón sometido a carga uniaxial de tracción [8].	41
Figura 3-5. Curva tensión-deformación del hormigón sometido a carga uniaxial de compresión [8].	41
Figura 3-6. Representación de la unión entre la placa de postesado y la viga.	45
Figura 3-7. Representación mediante líneas de la unión entre los cables de pretensado y la viga.	45
Figura 3-8. Representación de las condiciones de contorno aplicadas en la viga.	46
Figura 3-9. Representación de la carga aplicada de postesado en régimen elástico.	47
Figura 3-10. Representación del incremento de temperatura aplicado en los cables de pretensado.	47
Figura 3-11. Representación del desplazamiento de la placa de postesado en régimen elastoplástico.	48
Figura 3-12. Representación del mallado del modelo.	49
Figura 4-1. Tensiones transversales de postesado en régimen elástico con placa de 200x400 mm.	52
Figura 4-2. Tensiones transversales de postesado en régimen elástico con placa de 400x400 mm.	52
Figura 4-3. Tensiones transversales de postesado y distancia adimensionales para diferentes relaciones entre canto de la placa y canto de la viga.	53
Figura 4-4. Tensiones transversales de pretensado con una relación de un 10% entre el canto ficticio de los cables y el canto de la viga.	54

Figura 4-5. Tensiones trasversales de pretensado con una relación de un 20% entre el canto ficticio de los cables y el canto de la viga.	55
Figura 4-6. Tensiones trasversales de postesado y distancia adimensionales para diferentes relaciones entre canto ficticio de los cables y canto de la viga.	55
Figura 4-7. Tensiones trasversales de postesado con la placa situada en el centro de la sección de la viga.	56
Figura 4-8. Tensiones trasversales de postesado con la placa situada a 400 mm del borde inferior de la sección de la viga.	57
Figura 4-9. Tensiones trasversales de postesado con la placa situada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.	57
Figura 4-10. Reacciones longitudinales con la placa de postesado situada en el centro de la sección de la viga.	58
Figura 4-11. Reacciones longitudinales con la placa postesado con la placa situada a 400 mm del borde inferior de la sección de la viga.	59
Figura 4-12. Reacciones longitudinales con la placa postesado con la placa situada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.	59
Figura 4-13. Tensiones trasversales con los cables de pretensado situados en el centro de la sección de la viga.	60
Figura 4-14. Tensiones trasversales con los cables de pretensado situados a 400 mm del lado inferior de la sección de la viga.	60
Figura 4-15. Tensiones trasversales con los cables de pretensado situados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga.	61
Figura 4-16. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados en el centro de la sección de la viga.	62
Figura 4-17. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados a 400 mm del lado inferior de la sección de la viga.	62
Figura 4-18. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga.	63
Figura 4-19. Tensiones trasversales de postesado para el cálculo de armadura necesaria.	64
Figura 4-20. Tensiones trasversales de postesado y distancia adimensionales para la presión de cálculo de las armaduras.	65
Figura 4-21. Representación de la viga con la armadura diseñada.	66
Figura 4-22. Curvas carga-desplazamiento para diferentes tiempos de ejecución.	67
Figura 4-23. Reacción longitudinal de la viga en función del tiempo, con la placa de postesado ubicada en el centro de la sección de la viga.	68
Figura 4-24. Puntos de análisis de los diagramas de tensiones de postesado con la placa ubicada en el centro de la sección de la viga.	69
Figura 4-25. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en $t = 114,33$ s.	69
Figura 4-26. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en $t = 175,03$ s.	70
Figura 4-27. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en $t = 180,13$ s.	70
Figura 4-28. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en $t = 228,06$ s.	71
Figura 4-29. Reacción longitudinal de la viga en función del tiempo, con la placa de postesado ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.	72
Figura 4-30. Puntos de análisis de los diagramas de tensiones de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.	73
Figura 4-31. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en $t = 100$ s.	73

Figura 4-32. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en $t = 125$ s.	74
Figura 4-33. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en $t = 280$ s.	74
Figura 4-34. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en $t = 325$ s.	75
Figura 4-35. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados en el centro de la sección de la viga.	76
Figura 4-36. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en $t = 175$ s.	78
Figura 4-37. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en $t = 220$ s.	78
Figura 4-38. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en $t = 330$ s.	79
Figura 4-39. Representación de la viga postesada armada con 38 estribos $\phi 12$ de dos ramas.	80
Figura 4-40. Reacción longitudinal de la viga postesada en función del tiempo, con el armado de 38 estribos $\phi 12$ de dos ramas.	80
Figura 4-41. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en $t = 149,63$ s.	81
Figura 4-42. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en $t = 196,38$ s.	81
Figura 4-43. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en $t = 217,50$ s.	82
Figura 4-44. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en $t = 304,12$ s.	82
Figura 4-45. Representación de la viga postesada armada con 38 estribos $\phi 12$ de tres ramas.	83
Figura 4-46. Reacción longitudinal de la viga postesada en función del tiempo, con el armado de 38 estribos $\phi 12$ de tres ramas.	84
Figura 4-47. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en $t = 149,63$ s.	85
Figura 4-48. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en $t = 195,73$ s.	85
Figura 4-49. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en $t = 217,44$ s.	86
Figura 4-50. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en $t = 303,77$ s.	86
Figura 5-1. Comparativa entre tensiones transversales con la placa de postesado en el centro, y tensiones transversales con los cables de pretensado en el centro.	88
Figura 5-2. Comparativa entre las funciones tensión-distancia adimensionales del pretensado con armadura pretesa y armadura postesa.	89
Figura 5-3. Tensiones de hendimiento frente a distancia, adimensionales, en la referencia bibliográfica.	89
Figura 5-4. Comparativa entre tensiones transversales con la placa de postesado a 400 mm del borde inferior de la viga, y los cables de pretensado en la misma ubicación.	90
Figura 5-5. Comparativa entre la dispersión de tensiones en el hormigón pretensado con armadura postesa, y con armadura pretesa [2].	91
Figura 5-6. Comparativa de tensiones transversales de postesado en dos instantes del escalón de cedencia.	91
Figura 5-7. Comparativa de tensiones transversales entre el postesado con excentricidad y el pretesado con excentricidad.	92
Figura 5-8. Comparativa de las tensiones transversales de los cables de pretensado ubicados en la zona inferior de la sección de la viga, entre el régimen elástico y el régimen elastoplástico.	92
Figura 5-9. Comparativa de las tensiones transversales entre la placa postesada en el centro de la sección de la viga, y los cables de pretensado en la misma ubicación.	93

- 
- Figura 5-10. Comparativa de las funciones de tensiones transversales y distancia adimensionales, entre el régimen elástico y el régimen elastoplástico. 94
- Figura 5-11. Comparativa entre las tensiones transversales de postesado surgidas en la viga sin armar, y armada. 95
- Figura 5-12. Comparativa entre las gráficas carga-desplazamiento en régimen elastoplástico de la viga sin armar, y la viga armada. 96
- Figura 5-13. Comparativa de las tensiones transversales y la distancia adimensionales, entre la viga sin armar y la viga armada. 96





# 1 INTRODUCCIÓN

---

El estudio del comportamiento elastoplástico de piezas de hormigón pretensado se centrará principalmente en el análisis de las tensiones transversales de tracción que surgen durante dicho proceso de fabricación, al aplicarle a la pieza su correspondiente carga de pretensado. Se modelarán diversas situaciones mediante el Método de Elementos Finitos, con la finalidad de estudiar los diagramas de tensiones que surgen, y evitar mediante la adición de armaduras la fisuración del hormigón.

Aunque se hará un repaso de la historia del hormigón pretensado en el siguiente capítulo, se va a realizar a continuación una breve introducción. El hormigón pretensado aparece como solución a las fisuras que se originan en piezas de hormigón armado cuando estas se someten a esfuerzos que provocan tracciones en las regiones ocupadas por hormigón. A Eugene Freyssinet se le ocurrió la brillante idea de experimentar cómo se comportaría el hormigón si se expusiera a una compresión previa a las sollicitaciones propias de la pieza en cualquier estructura. Si al colocarla, esta se encontrara ya comprimida, un posible esfuerzo de tracción aplicado al hormigón provocaría que este se descomprimiera, pero sin llegar a traccionarse, evitando las fisuras propias de la ausencia de resistencia a tracción del hormigón.

Sin embargo, este proceso lleva en sí la aparición de fisuras debido a las tracciones que aparecen en dirección transversal al eje de la viga pretensada, e incluso en algunos casos, estallidos y roturas. Es por ello por lo que se pretende analizar el comportamiento de las vigas de hormigón al aplicarle las tensiones propias del pretensado, para observar las regiones en las cuales se producen, y dar solución al problema ocasionado mediante el cálculo de la armadura correspondiente.

El proyecto se estructurará en cuatro grandes partes:

- Bases teóricas. En este capítulo se mostrará la teoría extraída de las referencias bibliográficas utilizadas, sobre la cual se ha partido en primera instancia con el fin de empezar a realizar modelos de elementos finitos, y comparar los resultados obtenidos con los resultados analíticos expuestos.
- Modelos realizados. Se explicarán detalladamente los modelos a realizar, justificando cada decisión tomada. Esto es, geometrías, materiales, condiciones de contorno y cargas aplicadas, mallado de elementos finitos, y finalmente, todos los modelos que se han realizado en el software de cálculo ABAQUS [1] para su posterior análisis.
- Análisis de resultados. El fin de este capítulo es mostrar detalladamente todos los modelos expuestos en el capítulo anterior, explicando los cambios de parámetros (geometría, materiales, cargas, etc.) adoptados en cada caso, y adjuntando todos los resultados obtenidos, para proceder a explicarlos. La principal división utilizada en este capítulo se basa en el régimen utilizado, ya sea régimen elástico o régimen elastoplástico.
- Conclusión. Finalmente se realizará una conclusión de todo lo extraído en este Trabajo de Fin de Grado, proporcionando numerosas comparativas entre los resultados mostrados en el capítulo anterior, para finalmente explicar todo lo aprendido.

## 2 BASES TEÓRICAS

---

Las bases teóricas utilizadas para el trabajo, se encuentran ubicadas en el libro de José Calavera Ruiz [2], y el libro de Michael P. Collins [3]. Dichos documentos han servido como referencia para entender las diferentes distribuciones de tensiones que se originan en el hormigón pretensado en la zona de anclajes, esto es, el cálculo de tensiones de forma analítica, el diseño de armaduras para soportar las tensiones propias del pretensado en la zona de anclajes, y una sucesión de gráficas y representaciones de los diagramas de tensiones bajo las cuales basarse para comparar con los modelos realizados.

### 2.1. Antecedentes

La finalidad de este apartado es realizar una breve introducción en la técnica del pretensado, partiendo de su precursor y de la historia que lo rodea, y continuando con la explicación de las dos diferentes técnicas de pretensado que se utilizan más comúnmente en la actualidad.

Las ideas principales han sido obtenidas de un artículo publicado por la Universidad Politécnica de Cartagena [4], en el grado impartido de Arquitectura Técnica. Por otro lado, en la referencia de Hormigón Pretensado en Wikipedia [5], aparecen reflejadas diversas fechas que han sido útiles para una buena cronología del paso del hormigón pretensado por la historia.

#### 2.1.1 Historia del pretensado

El precursor de dicho avance fue Eugene Freyssinet, ingeniero civil y estructural francés, a primeros del siglo XX. Sin embargo, debido a la falta de aceros de alta resistencia y hormigones de alta calidad, la idea no pudo fructificar, aunque registró la patente en 1928 (“*Una revolución en el arte de construir*”) [6].

Gracias a su teoría, la utilización de la técnica del hormigón pretensado comenzó en la década de 1940, cuyo impulso fue promovido por la escasez de acero en Europa al finalizar la Segunda Guerra Mundial, ya que se necesitaba mucha menos cantidad de dicho material para armar el hormigón. Con todo ello, en 1945 se prefabricó la primera viga pretensada en España, y posteriormente, en 1949 se empezó a trabajar con el pretensado en Estados Unidos, completándose la construcción del primer puente de hormigón pretensado en 1951 (Walnut Lane Bridge). Además, cabe recalcar que cerca del 80 % de los puentes que se construyen en Alemania son de hormigón pretensado.

Tras el conocimiento de dicha técnica vanguardista, en 1952 se crea en Cambridge la *Fédération Internationale de la Précontrainte* (FIP), la cual fue conformada por ingenieros cuyo objetivo era iluminar al mundo acerca del concepto de construcción con hormigón pretensado, lo que provocó un particular interés internacional.



Figura 2-1. Walnut Lane Bridge (Philadelphia, 1951) [11].

La idea fundamental del origen del hormigón pretensado reside en la mínima capacidad de resistencia a tracción del hormigón. A diferencia del hormigón armado, cuyo hormigón se fisura en las zonas traccionadas aun no siendo este el que resiste los esfuerzos, el hormigón pretensado usualmente no se fisura. Esto se debe a la técnica empleada, ya que se basa en la compresión inicial de la pieza de hormigón para que posteriormente, al aplicarle un esfuerzo de tracción, se origine una descompresión del elemento a pretensar, evitando que aparezca el esfuerzo indeseado de tracción.

A partir de ahí, surgen dos técnicas de fabricación de piezas de hormigón pretensado: pretensado con armadura pretesa y pretensado con armadura postesa.

### **2.1.2 Pretensado con armadura pretesa**

Para pretensar piezas de hormigón con dicho método, se parte de cables de acero de gran resistencia situados en las zonas de la geometría expuestas a sufrir esfuerzos de tracción, los cuales se traccionan inicialmente para verter el hormigón a posteriori. Una vez fraguado el hormigón y adoptada la resistencia requerida, se elimina la tracción aplicada a los cables de pretensado en los extremos, lo cual provoca una compresión por adherencia en el hormigón al encontrarse los cables embebidos en él. Este método produce una eficiente unión entre las armaduras y el hormigón, motivando la protección del acero frente a la oxidación.

Los cables de pretensado se tesan con gatos hidráulicos, como se muestra en la figura adjunta, y finalmente se le vierte el hormigón adoptando la geometría esperada.



Figura 2-2. Proceso de pretensado con armadura pretesa [10].

### 2.1.3 Pretensado con armadura postesa

El método de pretensado con armadura postesa parte de introducir dentro del elemento (antes de verter el hormigón) una o varias vainas de plástico, acero o aluminio, la cual cuenta con los cables en su interior sin tesar, y se coloca con la geometría solicitada para variar la excentricidad y con ello los esfuerzos ocasionados en el interior del hormigón. Posteriormente se vierte el hormigón en el encofrado en el cual se encuentra la vaina, e igual que en el otro método, se espera a que el hormigón adopte la resistencia esperada.

Una vez retirados los encofrados, se le aplica tensión a los cables que se encuentran en el interior de la vaina, pero en este caso, sin sistemas de anclaje colocados a una distancia de la pieza, pues es el propio hormigón ya fraguado el que actúa de soporte para la aplicación de la fuerza en la armadura. Como consecuencia de ello, el hormigón es comprimido para soportar la tensión de tracción aplicada en los cables de la vaina.

Finalmente, existen dos formas de finalizar el proceso: postesado adherente y no adherente. En el primero, al concluir el tesado de los cables, se inyecta lechada de cemento o mortero en el interior de la vaina, lo cual protege al acero de la corrosión y evita que se produzcan desplazamientos relativos entre los cables. El segundo método consiste en insertar inicialmente los cables en la vaina cubiertos individualmente de grasa y protegidos por una vaina de plástico lisa.

En la siguiente figura, aparecen las vainas ya explicadas en el interior de la geometría de la pieza a pretensar, para posteriormente encofrar, verter el hormigón, y aplicar la tensión en los extremos de las vainas.



Figura 2-3. Proceso de pretensado con armadura postesa [9].

## 2.2. Tensiones en el interior de piezas pretensadas

### 2.2.1. Introducción

Como principal base teórica y finalidad del trabajo, a continuación se pretende poner de manifiesto las diferentes tensiones que se originan en la zona de los anclajes de una pieza de hormigón al aplicarle la técnica de pretensado. Con ello, se procederá a introducir los diversos tipos de tensiones, para posteriormente explicarlos con un mayor detenimiento en los dos grandes tipos de métodos posibles dentro del pretensado (armadura pretesa y postesa).

En la siguiente gráfica, se muestra la tensión en la armadura pretensada conforme aumenta la distancia entre el extremo del anclaje de la pieza y el punto en cuestión.

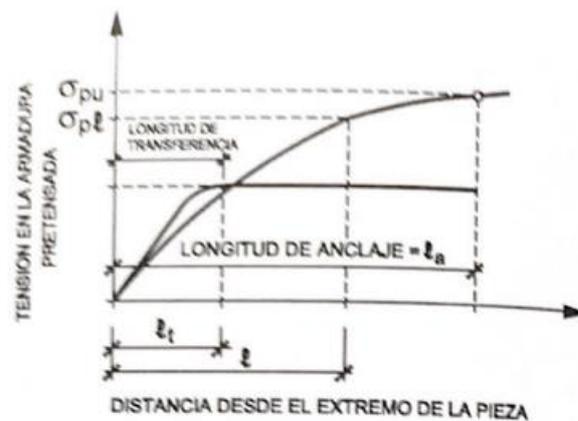


Figura 2-4. Tensión en la armadura pretensada en función de la distancia desde el extremo de la pieza [2].

Como se puede observar, la tensión va aumentando hasta llegar a la distancia  $l_t$ , la cual se denomina longitud de transferencia. A partir de dicha distancia, la tensión a la cual se encuentra sometida la armadura pretensada, toma el valor de  $\sigma_{p02}$ , llamada tensión de pretensado permanente.

La transferencia de la tensión en el interior de la pieza, genera un estado de tensiones que se representa en las siguientes figuras.

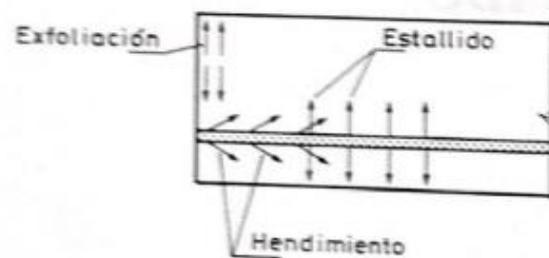


Figura 2-5. Representación de los diferentes tipos de tensiones originados en el hormigón pretensado [2].

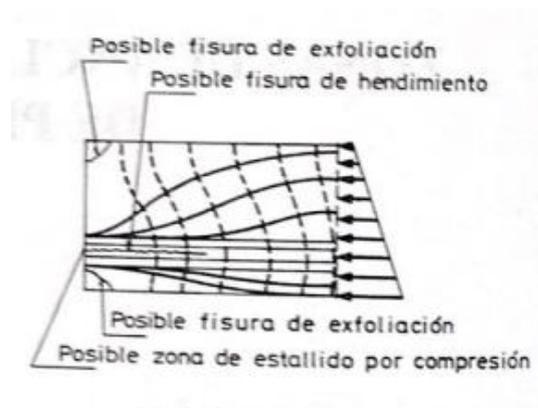


Figura 2-6. Fisuras provocadas por las tensiones del pretensado [2].

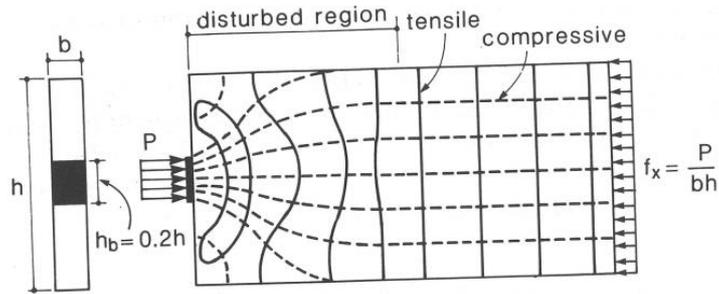


Figura 2-7. Direcciones principales de las tensiones [3].

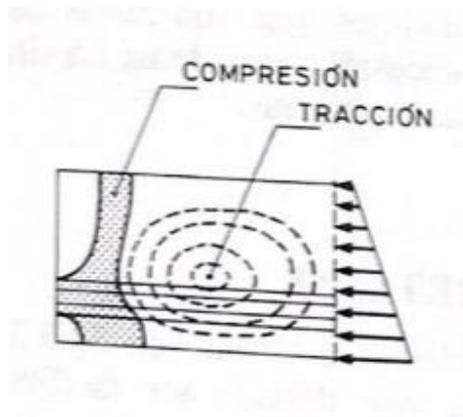


Figura 2-8. Regiones de tracción y compresión en una viga pretensada [2].

Tras analizar las figuras adjuntas, la apertura de las líneas de fuerza en el interior del hormigón genera una zona de compresiones y otra de tracciones. Esta zona de tracciones puede ocasionar la fisura por hendimiento paralelo a la armadura, comúnmente denominada “fisura de cocodrilo”, y para evitarlo, se deben disponer estribos en el interior.

En general, las tensiones que aparecen en el interior de la pieza a pretensar se pueden denominar de la siguiente forma: tensiones de estallido, tensiones de exfoliación y tensiones de hendimiento.

## 2.2.2. Armaduras pretesas

Las diferentes tensiones ya comentadas que se originan en el pretensado para la situación de armadura pretesa, se pueden obtener analíticamente bajo las expresiones o métodos que se muestran a continuación. Previamente, se ha de recalcar que dichos métodos no dejan de ser una aproximación de las tensiones reales que aparecen en la pieza, además de encontrarse basados en un régimen elástico lineal.

### 2.2.2.1. Tensiones de estallido

El cálculo de tensiones ocasionadas a partir de la fuerza de pretensado, se puede estudiar a partir de la analogía del prisma simétrico.

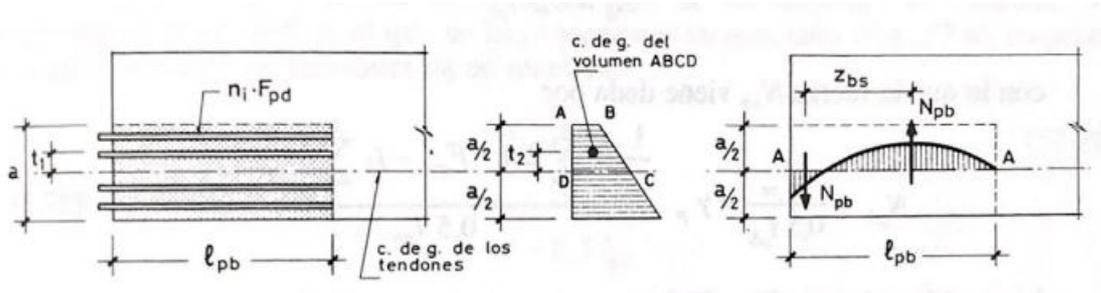


Figura 2-9. Diagrama analítico de tensiones de estallido en armadura pretensa [2].

Siendo  $a/2$  la distancia del centro de gravedad de los tendones a la fibra inferior de la pieza, se puede definir  $l_{pb}$  como:

$$l_{pb} = \sqrt{a^2 + (0,6l_{pbt})^2} \neq l_{pbt}$$

donde  $l_{pbt}$  es la longitud de transferencia de los tendones.

Por otro lado, el momento provocado por las fuerzas que producen las tensiones de estallido, calculado en el extremo de la pieza y a una altura  $a/2$  de la fibra inferior, se puede simplificar mediante la siguiente expresión:

$$M_{pe} = \gamma_p \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot t_2 \cdot \sum_1^n n_i F_{pd} - t_1 \cdot \sum_1^k k_i F_{pd} \right]$$

donde

$\gamma_p$  = coeficiente de ponderación de la fuerza de pretensado.

$t_1$  = distancia del c.d.g. de los tendones de las  $k$  capas situadas por encima del plano A-A, a dicho plano.

$t_2$  = distancia del c.d.g. del bloque de tensiones del hormigón por encima del plano A-A, a dicho plano.

$n_i$  = número total de tendones de la capa  $i$ .

$F_{pd}$  = fuerza de pretensado de un tendón.

El brazo bajo el cual se transmiten los momentos originados por las tensiones internas de la pieza, en el punto en el que se encuentra aplicado el momento  $M_{pe}$ , es el siguiente:

$$z_{bs} = 0,5 l_{pb}$$

con lo que la fuerza  $N_{pb}$ , definida como la resultante de fuerzas transversales que se ocasionan en el interior del hormigón, viene dada por:

$$N_{pb} = \frac{M_{pe}}{0,5 l_{pb}} = \gamma_p \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot t_2 \cdot \sum_1^n n_i F_{pd} - t_1 \cdot \sum_1^k k_i F_{pd}}{0,5 l_{pb}}$$

Finalmente, la tensión máxima debida a las fuerzas transversales puede estimarse por:

$$\sigma_{pb} = 2 \frac{N_{pb}}{b_{pb} l_{pb}}$$

donde  $b_{pb}$  es el ancho de la pieza en el plano A-A.

Si  $\sigma_{pb} > f_{ct,d}$ , siendo  $f_{ct,d} = \frac{f_{ct,k}}{1,5}$ , y  $f_{ct,k}$  la resistencia característica del hormigón a tracción, es necesario disponer armadura ortogonal al plano A-A, y anclada a ambos lados del plano, de sección:

$$A_{spb} = \frac{N_{pb}}{f_{yd}}$$

Dicha armadura transversal, debe distribuirse en la zona del plano A-A situada entre  $\frac{l_{pb}}{3}$  y  $l_{pb}$  a partir del extremo de la pieza.

### 2.2.2.2. Tensiones de exfoliación

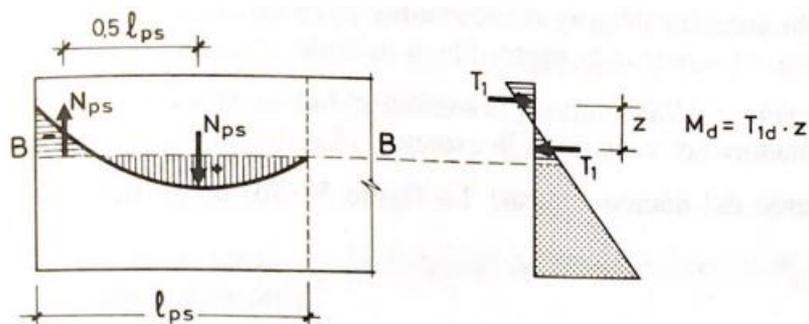


Figura 2-10. Diagrama analítico de tensiones de exfoliación en armadura pretensa [2].

El valor de  $l_{ps}$  se define igual que con las tensiones de estallido. En este caso, el plano B-B se encuentra en una superficie libre de tensiones tangenciales.

Respecto a dicho plano, y en el extremo de la pieza, puede definirse el momento ocasionado por las fuerzas que

provocan las tensiones de exfoliación como:

$$M_d = T_{1d} \cdot z$$

Siendo

$$T_{1d} = \gamma_p \cdot T_d$$

$$z \approx 0,5 l_{ps}$$

Por lo tanto, la fuerza resultante originada por las tensiones de exfoliación viene dada por:

$$N_{ps} = \frac{M_d}{0,5 l_{ps}}$$

y la tensión máxima,

$$\sigma_{ps} = \frac{8 N_{ps}}{b_{ps} \cdot l_{ps}}$$

donde  $b_{ps}$  es el ancho de la pieza en el plano B-B.

En este caso, si  $\sigma_{ps} > f_{cd,flex}$ , siendo  $f_{cd,flex} = \frac{f_{ck,flex}}{1,5}$ , y  $f_{ck,flex}$  la resistencia característica a flexotracción del hormigón, debe disponerse una armadura paralela al plano de la cara extrema y tan próxima a ella como quepa la posibilidad, de sección:

$$A_{sps} = \frac{N_{ps}}{f_{yd}}$$

El método mostrado, es muy conservador para elementos con secciones de canto inferior a 400 mm. Para estos casos, es preferible el método que se enseñará a continuación.

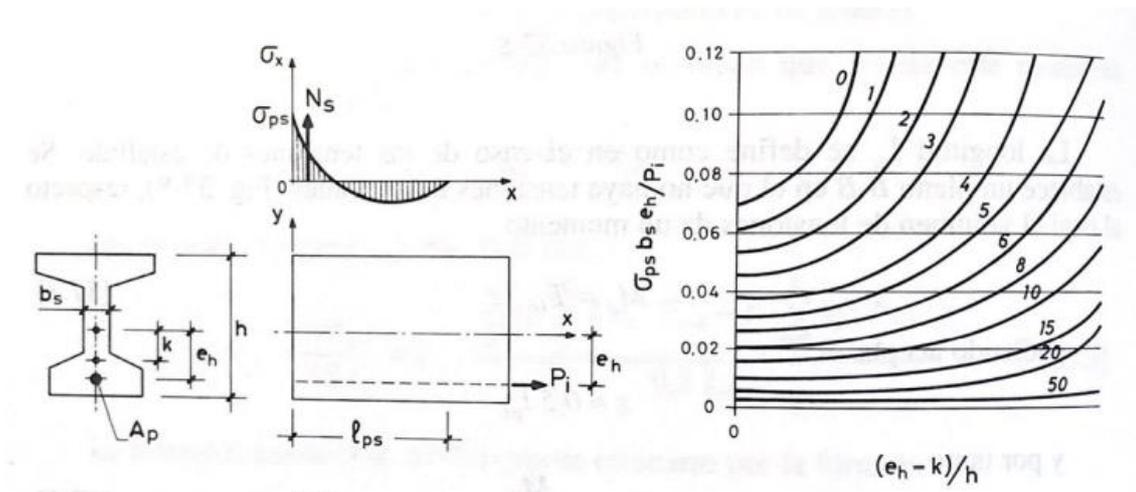


Figura 2-11. Método equivalente para el cálculo de tensiones de exfoliación en armadura pretesa [2].

$P_i$  = fuerza total de pretensado después de la transferencia.

$e_h$  = distancia del c.d.g. de la sección a el c.d.g. de la armadura.

$k$  = excentricidad máxima antes de que aparezcan tracciones en la fibra superior (núcleo central).

Con ello, si  $\sigma_{ps} > f_{cd,flex}$ , debe disponerse una armadura en la zona ya explicada anteriormente, con una sección:

$$A_{sps} = \frac{\sigma_{ps} \cdot b_s \cdot l_{ps}}{f_{yd}}$$

### 2.2.2.3. Tensiones de hendimiento

Para el cálculo de dichas tensiones, resulta adecuado aplicar el método de Marshall y Mattock, que se explica a continuación.

La tracción total  $T$  que resistirán los estribos, dependerá del valor  $P_{kt}$  del pretensado, de la siguiente forma:

$$T = 0,01 P_{kt} \frac{h}{l_{bpt}}$$

$h$  = canto de la pieza.

$l_{bpt}$  = longitud de transferencia.

$P_{kt}$  = fuerza de pretensado al transferir en Newton.

Bajo un gran número de ensayos, se demostró que una tensión máxima en los estribos de  $140 \text{ N/mm}^2$  producía una fisura aceptable, por lo que se puede definir el área total de los estribos como:

$$A_t \frac{140}{2} = 0,01 P_{kt} \frac{h}{l_{bpt}}$$

$$A_t = \frac{P_{kt}}{7000} \frac{h}{l_{bpt}}$$

Dicha armadura debe ser de alambre corrugado grafilado o bien de torzales o cordones, pero nunca de alambre liso. Se debe distribuir de manera uniforme en una longitud  $\frac{h}{5}$  a partir del extremo, con el primer estribo tan próximo como lo permita el recubrimiento.

### 2.2.3. Armaduras postesas

Por otro lado, en el caso de piezas de hormigón pretensadas con armadura postesa, se requieren tres comprobaciones independientes:

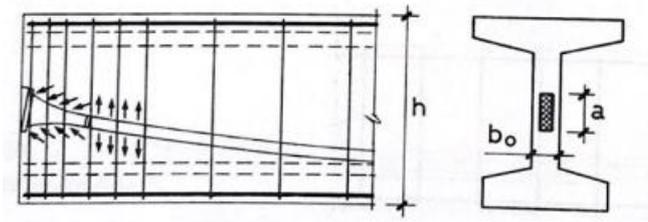


Figura 2-12. Representación del proceso del hormigón postesado [2].

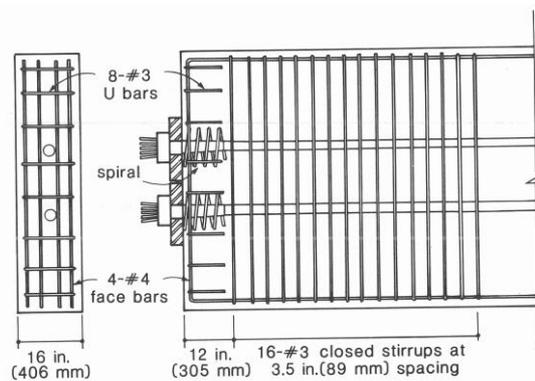


Figura 2-13. Representación detallada del hormigón postesado armado [3].

1) Comprobación de las presiones locales bajo la pieza de anclaje. Aunque existen comprobaciones aproximadas, estas se pueden alejar mucho de la situación real, ya que puede variar suficiente dependiendo del tipo comercial de anclaje. Por ello, resulta más eficiente adoptar los valores obtenidos por el fabricante en ensayos directos con el tipo concreto de anclaje.

2) Control de las tensiones verticales en el interior de la pieza (tensiones de hendimiento), para evitar la formación de “fisuras de cocodrilo”. Un método para el cálculo de dichas tensiones, se expone a continuación.

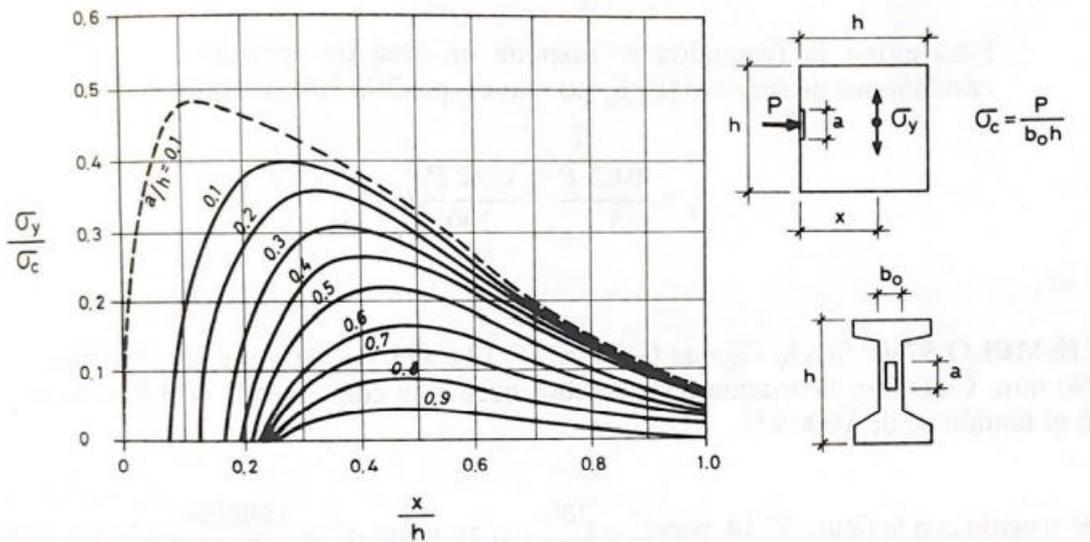


Figura 2-14. Método para el cálculo de tensiones de hendimiento en hormigón postesado [2].

Partiendo de dicha gráfica, obtendríamos según los parámetros geométricos de la pieza a analizar y su correspondiente fuerza de pretensado, la tensión vertical a la que se encuentra sometido el hormigón. Si dicha tensión fuera mayor a la resistencia de cálculo a tracción del hormigón ( $f_{ct,d}$ ), ya definida anteriormente, haría falta la introducción de armadura para evitar fisuras considerables.

Para el cálculo de la sección de armadura necesaria, se partiría de la distribución de tensiones expuesta en la *Figura 2-14*, y con ella, asemejando la curva a un triángulo (con el fin de facilitar la integración), podríamos obtener la resultante de fuerzas de tracción en el hormigón  $N_y$ .

$$A_s = \frac{N_y}{f_{yd}}$$

La armadura pasiva debe tener un valor tal que su tensión de servicio, se encuentre por debajo de  $0,5 f_{yd}$  sin rebasar los  $200 \text{ N/mm}^2$ .

c) Comprobación de tensiones de descantillado en la cara extrema de la pieza. Bajo ensayos previamente realizados, se ha obtenido un valor conservador de fuerza total para dichas tensiones, el cual es  $T = 0,02 P$ , siendo  $P$  la fuerza de pretensado.

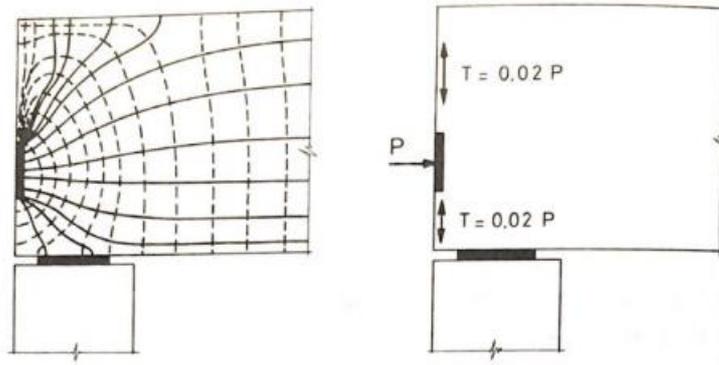


Figura 2-15. Representación de las tensiones de descantillado en hormigón postesado [2].

Al igual que en otras comprobaciones, el área a disponer se calcula a partir de la fuerza transversal aplicada ( $T$ ) y la resistencia de cálculo a tracción del acero  $f_{yd}$ , imponiendo las mismas restricciones que el caso anterior (tensión en servicio menor que  $0,5 f_{yd}$  y sin rebasar los  $200 \text{ N/mm}^2$ ):

$$A_s = \frac{0,02 P}{0,5 f_{yd}} \geq \frac{0,02 P}{200} \text{ mm}^2$$

# 3 MODELOS REALIZADOS

---

En este capítulo se describirán los modelos a realizar, justificando cada decisión tomada. El trabajo se ha realizado con sucesivos modelos en el software de cálculo ABAQUS [1], todos ejecutados sobre una pieza de hormigón cuyas propiedades se mostrarán a continuación. Los valores expuestos en este capítulo se corresponden a las situaciones genéricas, en las cuales coinciden con mayor frecuencia dichos parámetros. Sin embargo, habrá modelos en los cuales cambiarán el número de cables de pretensado colocados, las dimensiones de la placa de postesado, etc., lo cual se hace con el fin de obtener diferentes resultados y compararlos finalmente. Por ello, dichas variaciones se explicarán en el Capítulo 4, ya que es ahí donde se expondrán todos los resultados de cada modelo realizado.

El principal objetivo ha sido obtener las tensiones transversales que se originan en el proceso de pretensado, empezando por analizar el comportamiento de la viga en cuestión en régimen elástico, continuando con el régimen elastoplástico, y finalizando con el diseño de las armaduras correspondientes y el posterior análisis de las tensiones al añadirlas.

El cálculo de las armaduras se encuentra reflejado en el Capítulo 4, ya que este parte de unos resultados previamente expuestos, los cuales se muestran en el capítulo de Análisis de Resultados.

## 3.1. Geometría

En este apartado, se definirán las geometrías seleccionadas para los distintos modelos a realizar. Principalmente se han definido dos tipos de vigas:

- Viga pretensada con armadura pretesa.
- Viga pretensada con armadura postesa.

A partir de dichas geometrías, una vez realizados los análisis correspondientes elástica y plásticamente, se procederá a insertar la armadura calculada con antelación, para soportar las tensiones originadas en el interior del hormigón. Este cálculo se mostrará más adelante.

### 3.1.1 Viga pretensada con armadura pretesa

Este modelo se basa en una viga de hormigón, a la cual se le añaden unos cables de pretensado, y se somete a las tensiones propias del proceso.

La viga de hormigón seleccionada es de sección rectangular, con dimensiones 400x2000 mm, y con una longitud de 5000 mm. A esta, se le añaden un número de cables de acero, cuya cantidad se definirá posteriormente, ya que depende del modelo a ejecutar, y cuya sección y longitud son: 140 mm<sup>2</sup> y 5000 mm, respectivamente.

A continuación se adjuntan dos figuras, la primera es la representación de la viga como sólido, y la segunda es la representación de las líneas de la viga para una correcta visualización de los cables en su interior. La ubicación de estos, y el número dispuesto se explicará en apartados posteriores.

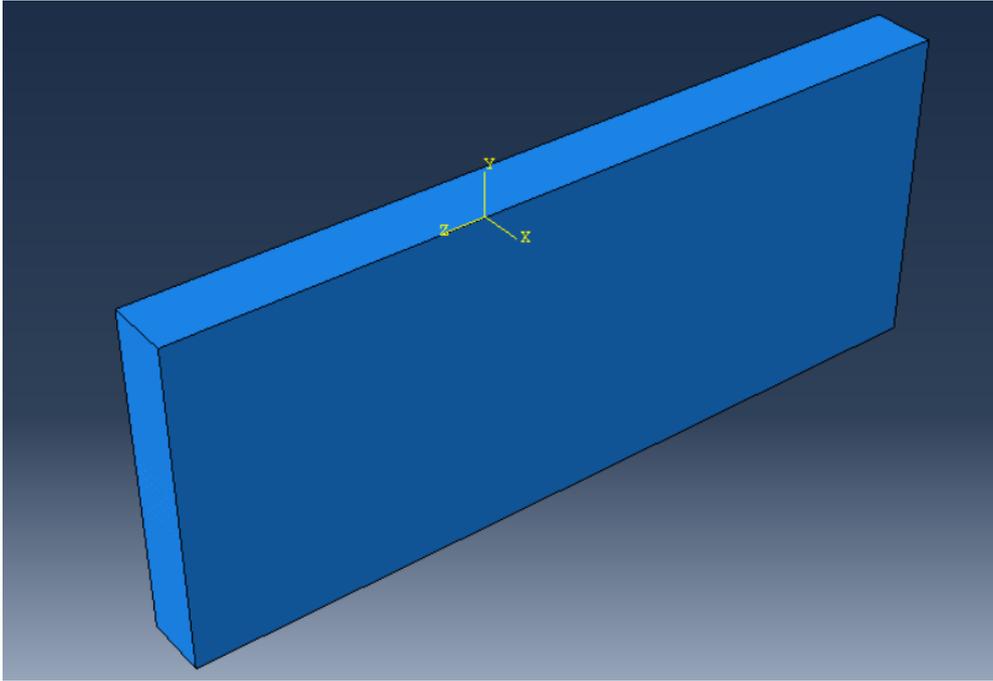


Figura 3-1. Representación como sólido de la geometría de la viga con armadura pretesa.

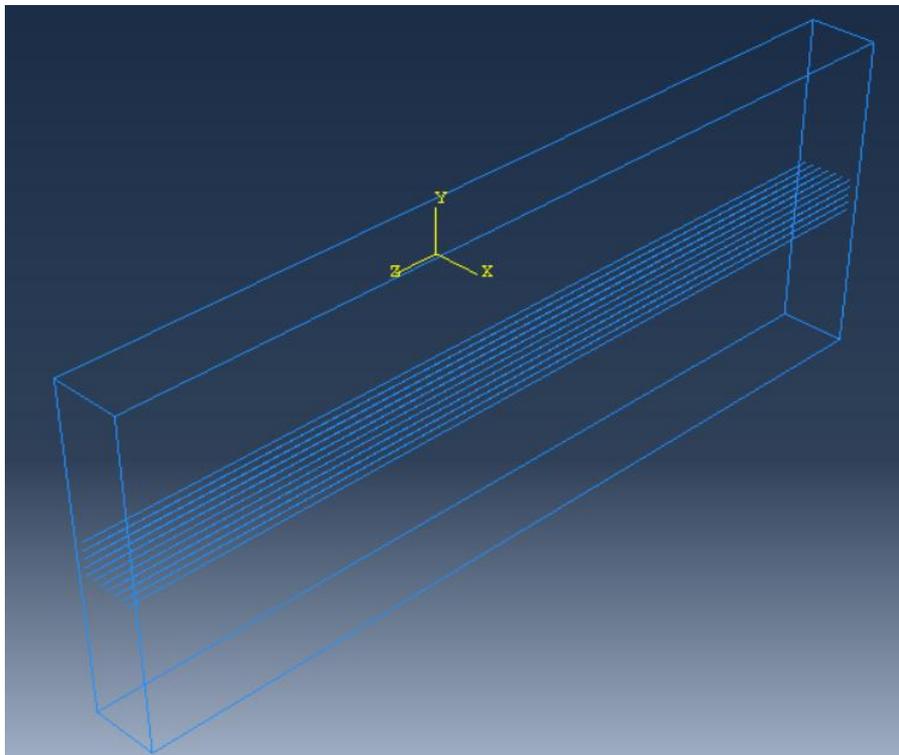


Figura 3-2. Representación mediante líneas de la geometría de la viga con armadura pretesa.

### 3.1.2 Viga pretensada con armadura postesa

La viga a modelar tendrá las mismas dimensiones que el caso de armadura pretesa, es decir, sección rectangular de 400x2000 mm, y longitud de 5000 mm. En este caso, se sustituyen los cables de pretensado por una placa de postesado, de sección rectangular de dimensiones 200x400 mm, y un espesor de 50 mm (dichas dimensiones pueden variar dependiendo del modelo que se quiera realizar).

A continuación se adjunta una representación de la geometría de la viga postesada. En este caso, no es necesaria una vista de las líneas que la componen, ya que la pieza de hormigón no posee ningún elemento en su interior.

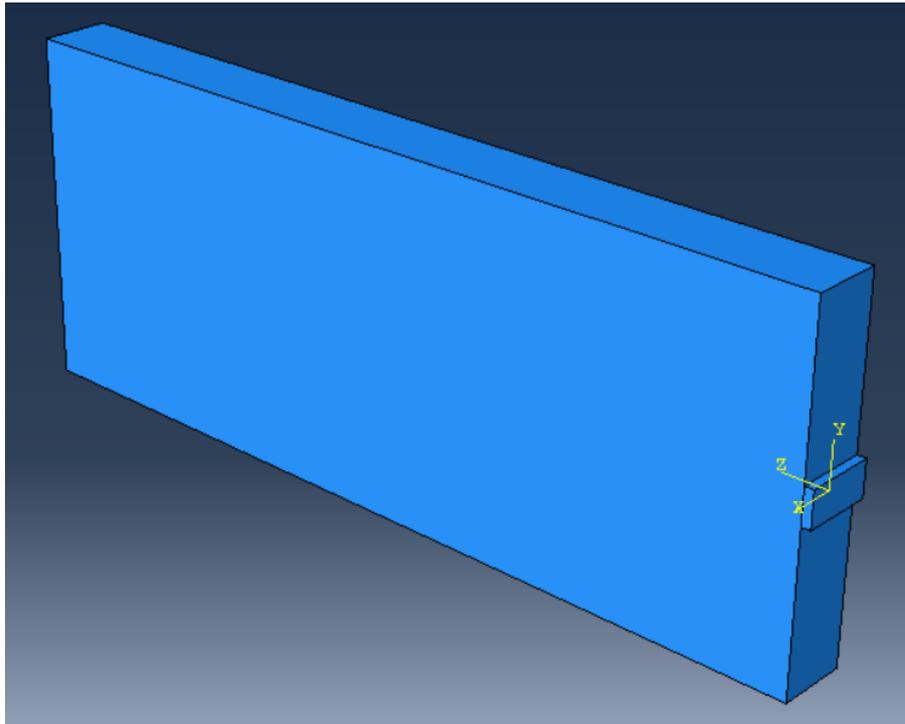


Figura 3-3. Representación como sólido de la geometría de la viga con armadura postesa.

## 3.2. Materiales

Las propiedades de los materiales a utilizar se dividirán en tres subapartados:

- Modelo en régimen elástico.
- Modelo en régimen elastoplástico.
- Características del armado a disponer.

### 3.2.1 Modelo en régimen elástico

En el análisis elástico, tanto para la viga pretensada con armadura pretesa como postesada, se ha utilizado el mismo hormigón. Al tratarse de régimen elástico lineal, únicamente son necesarios dos parámetros para definir al hormigón, cuyos valores se muestran a continuación:

- Módulo de Young del hormigón: 30 GPa.
- Coeficiente de Poisson del hormigón: 0,2.

Además de añadir al acero los mismos parámetros del hormigón, se ha tenido en cuenta el coeficiente de dilatación térmica del acero, para aplicar la carga de pretensado como una variación de la temperatura (se explicará en posteriores apartados. Por ello, los valores insertados en el acero, ya sea de la placa de postesado como de los cables de pretensado, son:

- Módulo de Young del acero: 210 GPa.
- Coeficiente de Poisson del acero: 0,3.

Además del coeficiente de dilatación ya mencionado, necesario para únicamente los cables de pretensado:

- Coeficiente de dilatación térmica del acero:  $10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

### 3.2.2 Modelo en régimen elastoplástico

En régimen elastoplástico, se mantienen los parámetros elásticos del acero, ya que se considerará un material infinitamente elástico en comparación con el hormigón, por lo que para cargas propias de fisuración del hormigón, el acero no habrá plastificado. Estos son:

- Módulo de Young del acero: 210 GPa.
- Coeficiente de Poisson del acero: 0,3.

Además del coeficiente de dilatación anteriormente mencionado:

- Coeficiente de dilatación térmica del acero:  $10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

En cuanto a las propiedades elastoplásticas del hormigón a pretensar, se considerarán dos materiales: hormigón de alta resistencia (HAR), y hormigón de ultra-altas prestaciones. Los valores que se mostrarán a continuación, han sido obtenidos de dos fuentes: un artículo publicado por el Department of Civil Engineering, Bursa Uludag University, Turkey [7] ; y el Trabajo Fin de Máster de Alicia Afán Torrijos [8].

#### 3.2.2.1 Hormigón de ultra-altas prestaciones

Este tipo de hormigón se caracteriza por poseer una densidad de  $2600 \text{ kg/m}^3$ , un módulo de Young de 47800 Mpa, y un coeficiente de Poisson de 0,3.

Estos valores y todas las deducciones que se mostrarán a continuación, tanto en el hormigón de ultra-altas prestaciones como en el de alta resistencia (HAR), han sido obtenidas del TFM de Alicia Afán [8].

Para modelizar el comportamiento cuasi frágil del hormigón en el software de cálculo ABAQUS [1], se deben emplear los parámetros que definen el concepto de elasticidad dañada isotrópica, en combinación con la tracción y la compresión. Este fenómeno se basa en considerar que la degradación de la rigidez elástica viene inducida por el esfuerzo plástico tanto a compresión como a tracción.

Ya sea ensayo a compresión o a tracción, el primer valor introducido en las curvas esfuerzo-deformación se trata del punto a partir del cual, el comportamiento del material deja de ser elástico y lineal. En compresión, dicho valor ( $\sigma_{c0}$ ) corresponde aproximadamente al 30% de la resistencia máxima a compresión; mientras que en tracción, corresponde al punto de paso entre curvas de la ley bilineal de tracción ( $\sigma_{t0}$ ).

En la siguiente figura, se muestra la mencionada curva bilineal de esfuerzo-deformación del hormigón sometido a una carga uniaxial de tracción, en la cual, aparece un primer tramo de pendiente positiva (región elástica), y un segundo tramo curvo de pendiente negativa (región plástica) en el cual se produce un ablandamiento de la pieza ensayada hasta la rotura.

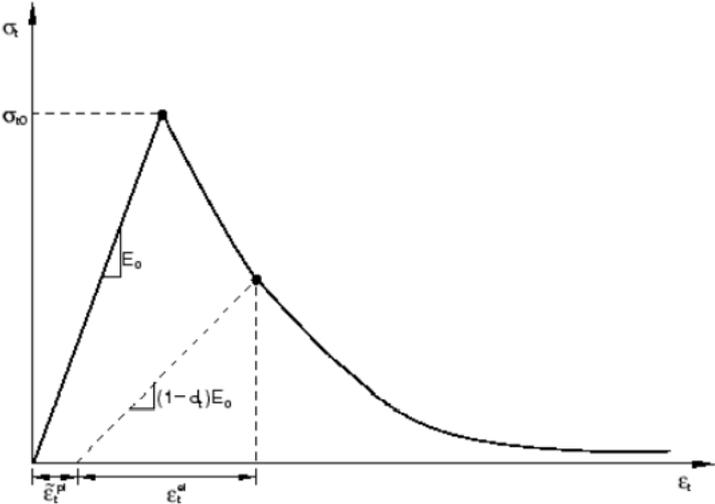


Figura 3-4. Curva tensión-deformación del hormigón sometido a carga uniaxial de tracción [8].

Por otro lado, la curva de esfuerzo-deformación del hormigón sometido a una carga uniaxial de compresión se muestra en la siguiente figura.

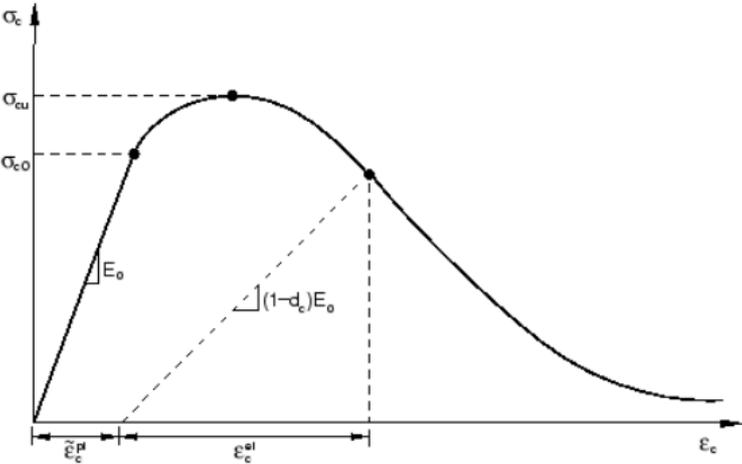


Figura 3-5. Curva tensión-deformación del hormigón sometido a carga uniaxial de compresión [8].

Como se puede observar, aparece un tramo entre la tensión final del comportamiento elástico ( $\sigma_{e0}$ ) y la tensión máxima que soporta el hormigón a compresión ( $\sigma_{cu}$ ), que se caracteriza por un endurecimiento de la pieza a ensayar. Tras esta región mencionada, el hormigón se introduce en un tramo de fisuración hasta la rotura final.

Los parámetros de plasticidad del hormigón son los siguientes:

- Ángulo de dilatancia ( $\psi$ ): relación entre el incremento de tensión de cortante vertical y el incremento de deformación.
- Excentricidad: número positivo y pequeño, que define la velocidad a la cual el potencial de flujo hiperbólico se aproxima a su asíntota.
- Relación de resistencia biaxial ( $f_{b0}/f_{c0}$ ): relación entre esfuerzo inicial de fluencia en compresión equibiaxial y la tensión inicial uniaxial de fluencia a compresión.
- K: relación entre el segundo esfuerzo invariante en el meridiano de tracción y el meridiano de compresión con un rendimiento inicial con un valor predeterminado de 2/3. Tiene que satisfacer la condición de que esté comprendido entre 0.5 y 1.
- Coeficiente de viscosidad ( $\mu$ ): regula el comportamiento visco-plástico de las ecuaciones constitutivas del hormigón. Su valor por defecto es 0.

Tabla 3-1. Propiedades plásticas del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].

Ángulo de dilatancia	Excentricidad	$f_{b0}/f_{c0}$	K	Coeficiente de viscosidad
35	0,1	1,16	0,7	1,00E-05

Finalmente, se deben introducir tres puntos de las curvas de esfuerzo-deformación, tanto a compresión como a tracción. El primero de ellos será el punto de paso entre comportamiento elástico y comportamiento plástico de ambas curvas.

En el ensayo a compresión, los siguientes serán la tensión máxima a compresión ( $\sigma_{cu}$ ) obtenida experimentalmente, y un último punto aleatorio de la zona plástica. Por último, en el ensayo a tracción se definirá como segundo punto un valor aleatorio de la región plástica de la curva, y como tercero, el valor de rotura a tracción.

Tabla 3-2. Comportamiento a compresión del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].

Comportamiento a compresión	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
30	0
152,49	3,00E-03
90,32	3,50E-03

Tabla 3-3. Comportamiento a tracción del hormigón de ultra-altas prestaciones [8].

Comportamiento a tracción	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
10,4	0
3,6	0,30
0	0,77

### 3.2.2.1 Hormigón de alta resistencia

Con igual densidad que el anterior ( $2600 \text{ kg/m}^3$ ), el hormigón de alta resistencia se caracteriza por poseer unas propiedades elásticas tales como un módulo de Young de  $24874 \text{ Mpa}$ , y un coeficiente de Poisson de  $0,18$ .

Las propiedades plásticas, el comportamiento a compresión y el comportamiento a tracción, se muestran en las *Tablas 3-4, 3-5 y 3-6*, respectivamente.

Tabla 3-4. Propiedades plásticas del hormigón de alta resistencia [8].

Ángulo de dilatancia	Excentricidad	$f_{b0}/f_{c0}$	K	Coficiente de viscosidad
35	0,1	1,16	0,667	0,007985

Tabla 3-5. Comportamiento a compresión del hormigón de alta resistencia [8].

Comportamiento a compresión	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
30	0
60	0,000476
18	0,004364

Tabla 3-6. Comportamiento a tracción del hormigón de alta resistencia [8].

Comportamiento a tracción	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
7,2	0
3,9	0,000418
1,0	0,002854

A partir de este punto, el modelo elastoplástico se estudiará con el hormigón de alta resistencia, ya que en un principio se meditó realizar los mismos análisis con los dos, aunque se ha considerado suficiente el material aportado por uno de los hormigones, y el otro se pospondrá como trabajo futuro.

### 3.2.3 Características del armado a disponer

La armadura que se dispondrá para soportar las tensiones transversales, se compondrá de estribos y portaestribos de acero B500S corrugado, lo cual proporciona una resistencia característica del acero de 500 MPa.

Los portaestribos serán  $\phi$  10, y se colocarán como rigidización de los estribos, los cuales serán  $\phi$  12. El número a disponer de cada uno de ellos, dependerá de la sollicitación de la viga y las tensiones a las cuales se encuentre expuesta, por lo que se definirá posteriormente.

## 3.3. Uniones entre elementos

En los modelos realizados aparecen diferentes uniones a considerar entre los elementos dispuestos.

La primera de ellas es la que une la placa de postesado con la pieza de hormigón. Esta ha sido modelada con la Constraint Tie de ABAQUS [1], la cual se utiliza para unir dos caras que se encuentran en distintos elementos sin relación alguna entre ellos. Este tipo de Constraint es válida para regiones cuyas mallas no sean iguales. Para llevarla a cabo, es necesario realizar una Partition Face en la cara extrema del hormigón, con el tamaño del área a unir de la placa metálica, para finalmente proceder a insertar en los parámetros del Tie, la cara interior de la placa y la Partition Face creada.

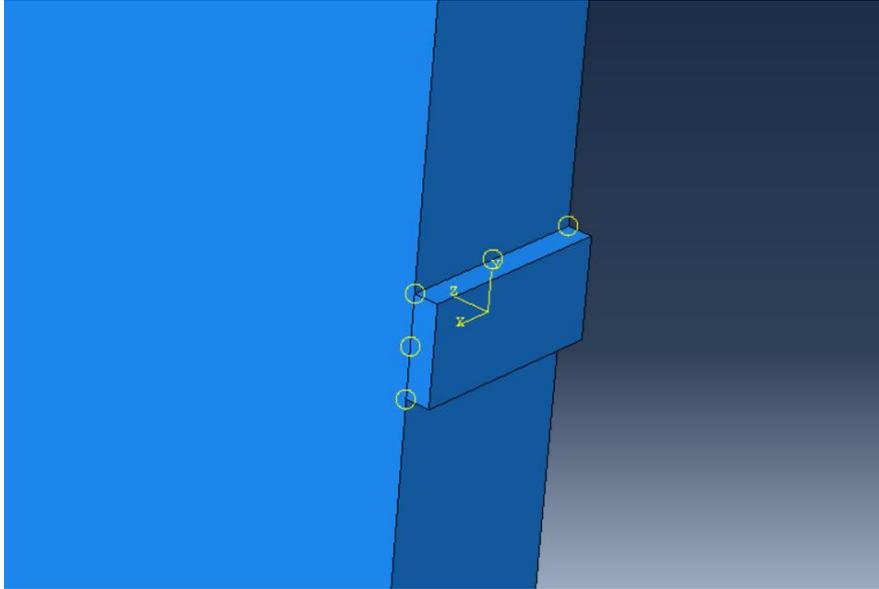


Figura 3-6. Representación de la unión entre la placa de postesado y la viga.

La otra es la unión entre los cables de pretensado y el hormigón. Esta se realiza con la Constraint Embedded Region, en la cual se selecciona la región que se quiere embeber (cables de acero), y la región dentro de la cual se van a embeber los cables (viga de hormigón).

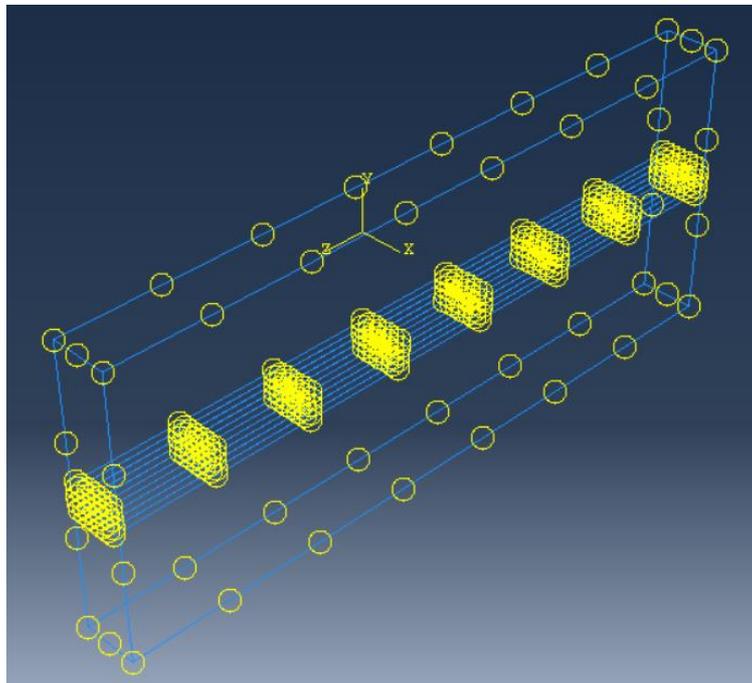


Figura 3-7. Representación mediante líneas de la unión entre los cables de pretensado y la viga.

### 3.4. Condiciones de contorno y cargas aplicadas

A todos los modelos se les ha aplicado una condición de simetría en el plano cuya normal coincide con el eje longitudinal de la viga, en la cara opuesta a la placa de postesado, y en la misma zona para el caso del pretensado con armadura pretesa. Además, se le ha añadido una condición de sólido rígido en una de las esquinas de la cara de simetría, para solventar diversos problemas de convergencia del modelo.

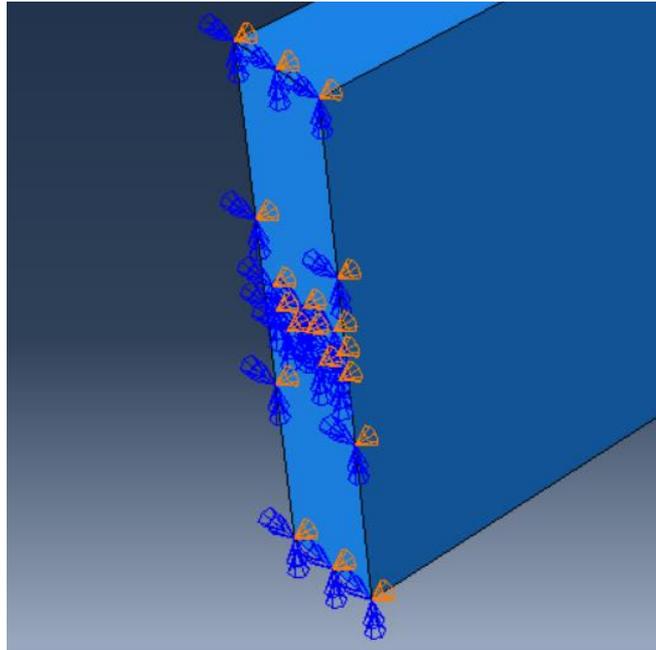


Figura 3-8. Representación de las condiciones de contorno aplicadas en la viga.

Las cargas aplicadas en cada modelo, se diferencian según el régimen en el cual se disponga analizar la viga. Es por ello, por lo que se explicarán por separado.

#### 3.4.1 Régimen elástico

La carga propia del pretensado en el modelo de armadura postesa en régimen elástico, ha sido insertada como una presión de valor 25 MPa en la placa metálica, lo cual originará una distribución de tensiones transversales que se explicará en posteriores apartados.

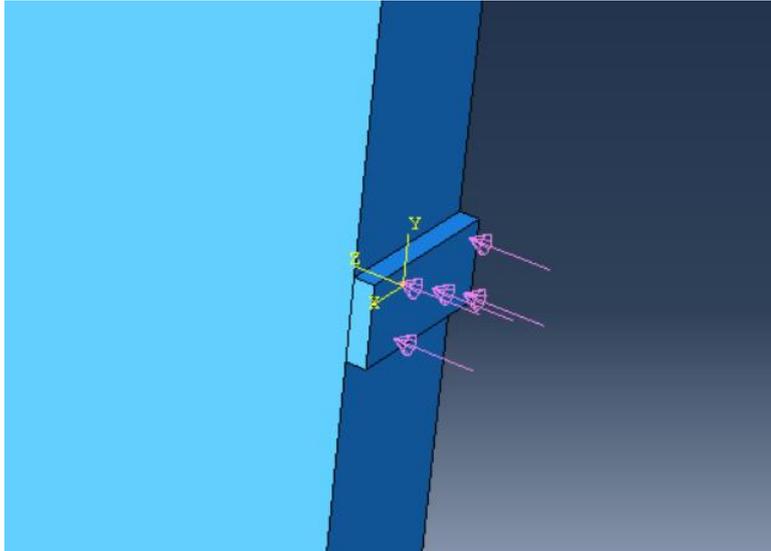


Figura 3-9. Representación de la carga aplicada de postesado en régimen elástico.

Por otro lado, para insertar las fuerzas de pretensado de los cables de acero, por metodología del software de cálculo utilizado, se ha procedido a aplicar una diferencia de temperatura negativa en los cables, provocando así un esfuerzo que sea equivalente a la tensión a la cual es habitual exponer los cables de pretensado, esto es, al 75% de su carga de rotura (1395 MPa multiplicado por la sección transversal), para así poder comparar los modelos más adelante.

Partiendo del coeficiente de expansión térmica del acero ya expuesto, y sabiendo que los cables deben aportar una tensión tal que sea igual al 75% de su carga de rotura (1395 MPa multiplicado por  $140 \text{ mm}^2$ ) esto aporta un valor de incremento de temperatura en los cables de  $-664,29 \text{ }^\circ\text{C}$ .

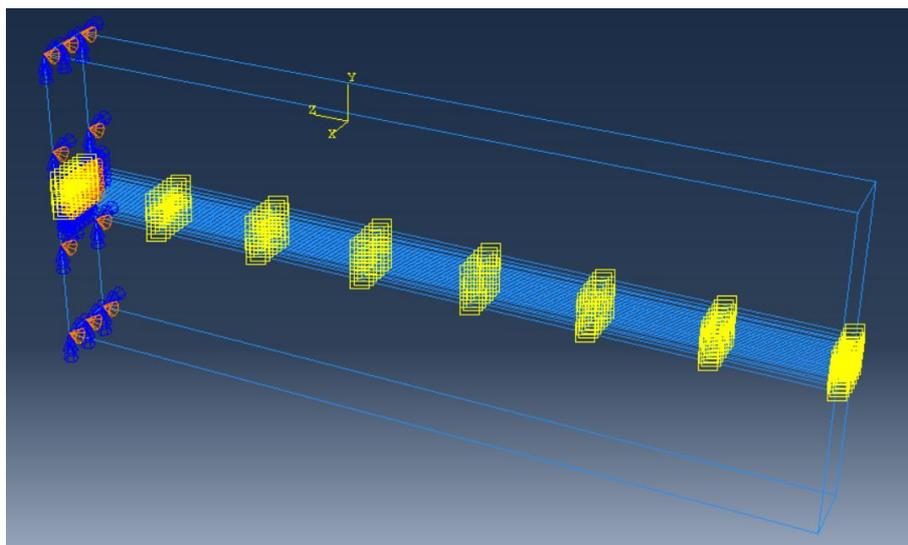


Figura 3-10. Representación del incremento de temperatura aplicado en los cables de pretensado.

### 3.4.2 Régimen Plástico

La situación cambia en el régimen plástico, ya que se pretende analizar cómo varían las tensiones en el interior del hormigón en función de la carga aplicada. Por ello, en la situación de armadura postesa se ha impuesto un desplazamiento de la placa metálica de 10 mm en dirección longitudinal a la viga, introducido en el software en forma de rampa, es decir, aplicándolo de forma lineal con el tiempo, permitiendo así la evolución de las tensiones y deformaciones con dicho desplazamiento. El valor de 10 mm se ha intuido suficiente al dar por hecho que el hormigón se encontrará en régimen plástico bajo esa magnitud de tensiones, y al tener una baja resistencia a la tracción, este fisurará a bajos niveles de carga ya que no posee armadura.

Sin embargo, en el modelo de armadura pretesa, ABAQUS [1] no permite un desplazamiento impuesto en los cables de acero embebidos, por lo que se ha optado por aplicar el mismo incremento de temperatura que en régimen elástico (-664,29 °C), pero de igual forma que la situación postesada, es decir, se ha impuesto una variación de temperatura lineal con el tiempo (en forma de rampa), obteniendo así la evolución de las tensiones y deformaciones con dicha variación de temperatura. La finalidad de aplicar el mismo valor de tensión que en régimen elástico es observar si esta carga es suficiente para fisurar el hormigón, y en caso contrario, aumentar el número de cables dispuestos. Todo ello se explicará en los resultados de los modelos elastoplásticos realizados.

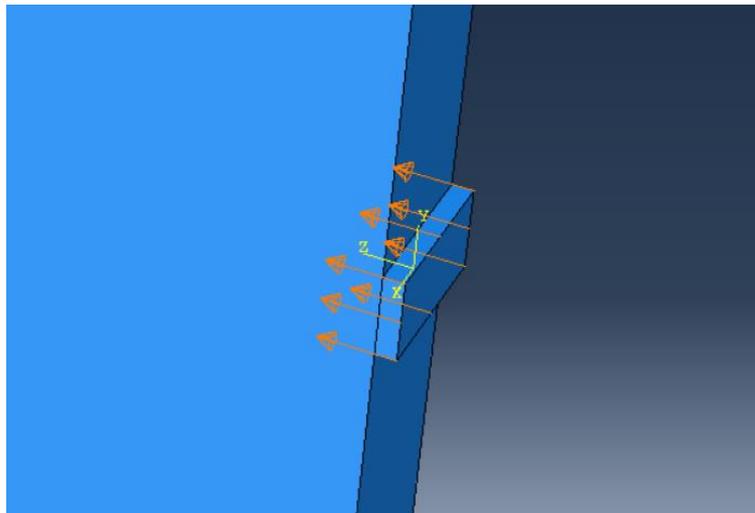


Figura 3-11. Representación del desplazamiento de la placa de postesado en régimen elastoplástico.

### 3.5. Mallado

Los elementos seleccionados para mallar tanto el tocho de hormigón, como la placa de postesado, son de la familia 3D Stress (elementos sólidos 3D), a los cuales se les ha aplicado una función de forma cuadrática sin integración reducida, lo cual toma 20 puntos de integración.

Por otro lado, los cables de pretensado han sido mallados con elementos de la familia Truss (elementos tipo barra que únicamente soportan esfuerzos axiales), y se les ha asignado una función de forma cuadrática, cuyos puntos de integración coinciden con el mallado del hormigón, para una mejor aproximación de los resultados.

Además, se ha considerado una malla de elementos hexaédricos de tamaño 50x50x50 mm, ya que estos aportan un buen acercamiento a la solución real, y el tamaño seleccionado ayuda bastante a la hora de analizar resultados.

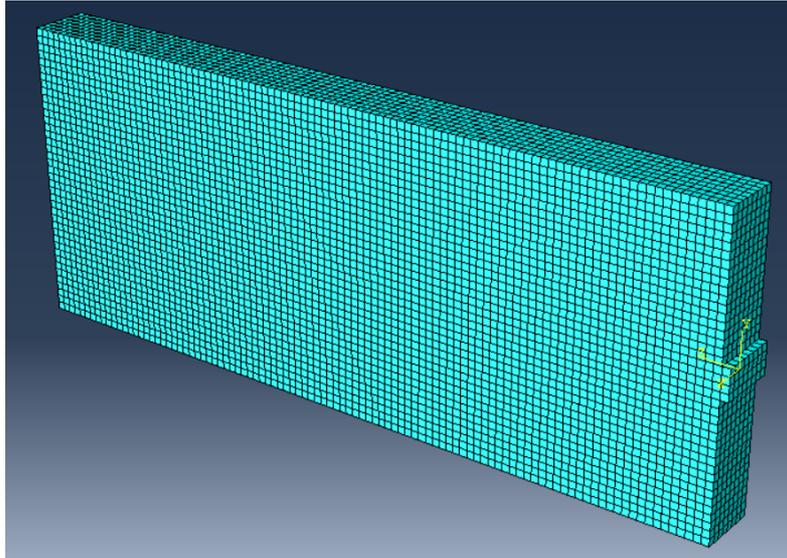


Figura 3-12. Representación del mallado del modelo.

### 3.6. Modelos a analizar

En este apartado se van a exponer todos los modelos que se presentarán con detalle en el siguiente capítulo, en el cual se incluirán los resultados aportados por ABAQUS [1] y sus correspondientes análisis. Se ha partido de la base teórica aportada por el libro de José Calavera [2], para realizar diversos modelos con el fin de comparar con el cálculo analítico. Estos se dividen según el régimen aplicado de análisis.

#### Régimen elástico

- Tensiones transversales en el hormigón, modificando la relación entre el canto de la placa de postesado y el canto de la viga.
- Tensiones transversales en el hormigón, modificando la relación entre el canto del conjunto de cables de pretensado, y el canto de la viga.
- Tensiones transversales en el hormigón, modificando la situación de la placa de postesado, es decir, añadiendo una excentricidad a la presión aplicada.
- Tensiones transversales en el hormigón, modificando la situación de los cables de pretensado, es decir, añadiendo una excentricidad al incremento de temperatura aplicado.
- Cálculo del armado necesario para soportar las tensiones originadas en el postesado con la placa de acero colocada en el centro de la cara extrema de la viga.

#### Régimen elastoplástico

- Efecto de la viscosidad en el análisis elastoplástico del hormigón.
- Tensiones transversales en el hormigón, en la situación del postesado con la placa ubicada en el centro de la cara extrema de la pieza.

- Tensiones transversales en el hormigón, en la situación del postesado con la placa ubicada en la zona inferior de la cara extrema de la pieza, es decir, con una excentricidad aplicada.
- Tensiones transversales en el hormigón, en la situación del pretensado con los cables de acero ubicados en el centro de la cara extrema de la pieza.
- Tensiones transversales en el hormigón, en la situación del pretensado con los cables de acero ubicados en la zona inferior de la cara extrema de la pieza, es decir, con una excentricidad aplicada.
- Tensiones transversales en el hormigón armado con la armadura diseñada anteriormente, en la situación del postesado con la placa ubicada en el centro de la cara extrema de la pieza.

Antes de empezar en el siguiente capítulo con el análisis detallado de todos los modelos expuestos, se van a hacer algunas aclaraciones. Aunque se ha visto interesante para comparar con la referencia bibliográfica ya explicada [2] [3] todos los casos mostrados en régimen elástico, para el régimen elastoplástico únicamente se ha procedido a analizar los modelos con las variaciones en la ubicación tanto de la placa de postesado, como de los cables de pretensado. Por otro lado, la armadura se ha calculado para un modelo de pretensado con armadura postesa, por lo que se analizará únicamente el régimen elastoplástico de ese proceso, posponiendo como trabajos futuros los cálculos de armaduras en demás situaciones, además de su análisis en régimen elastoplástico.

Finalmente, es importante recalcar que la armadura se ha diseñado en régimen elástico, y se han analizado sus resultados en régimen elastoplástico. Esto provoca que el análisis que se muestre posteriormente se asemeje más a la realidad, ya que así se puede exponer el efecto real que supone añadir armadura a una pieza de hormigón que no se comporta únicamente de forma elástica.

# 4 RESULTADOS

---

El capítulo de resultados se centra en el cálculo de todos los modelos explicados anteriormente, los cuales han sido introducidos en ABAQUS [1], y se han obtenido los diagramas de tensiones correspondientes. Se debe recalcar que para el diseño de las armaduras, se ha partido de unos resultados previos, por lo que dicho cálculo se muestra en este capítulo. Además de adjuntar resultados, se harán explicaciones de ellos, para que finalmente en los Capítulos 5 y 6, se puedan realizar comparaciones entre todos los modelos, y sacar conclusiones a todo el proyecto.

Como se ha explicado anteriormente, el capítulo se dividirá en función del régimen de trabajo de cada modelo, por lo que habrá una división más general (régimen elástico y régimen elastoplástico), y dentro de cada una se encontrarán todas las situaciones expuestas en el apartado 3.6.

## 4.1. Régimen elástico

La principal diferencia entre el régimen elástico y el régimen plástico a la hora de realizar un modelo en ABAQUS, reside en las características de los materiales bajo los cuales se quieren obtener resultados. Este material es el hormigón, y para ello, en régimen elástico se han insertado únicamente dos parámetros: módulo de Young, y coeficiente de Poisson. Estas mismas propiedades se han introducido también para el acero además del coeficiente de expansión térmica en el caso del pretensado con armadura pretesa, para evaluar las cargas aplicadas por los cables como diferencias de temperatura.

### 4.1.1 Variación de las tensiones transversales con la relación entre el canto de la placa de postesado y el de la viga

En este apartado se calcularán las tensiones transversales que se originan en una pieza de hormigón, al ser sometida a una presión sobre una placa de igual ancho a la sección transversal de la pieza en cuestión, pero con canto variable, situada en un extremo de la viga.

La pieza de hormigón tiene una sección de 2000x400 mm, y una longitud de 5000 mm. Además, la placa sobre la que se aplicarán las presiones será de acero, y tendrá un espesor de 50 mm y unas dimensiones de la sección que dividirán el problema a analizar en dos casos:

- 1) Placa metálica de 200x400 mm.
- 2) Placa metálica de 400x400 mm.

La placa se someterá en ambos casos a una presión de valor 25 MPa, la cual provocará una distribución de tensiones en el interior de la pieza que se analizará posteriormente.

A continuación, se muestran gráficamente las tensiones transversales en el interior de la viga de hormigón (plano medio de la sección), en los dos casos ya explicados.

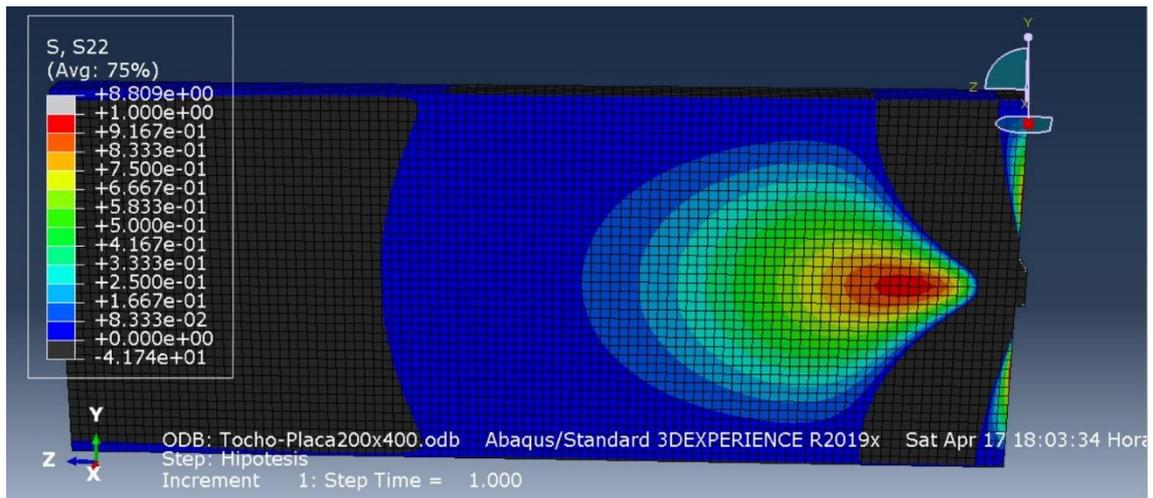


Figura 4-1. Tensiones transversales de postesado en régimen elástico con placa de 200x400 mm.

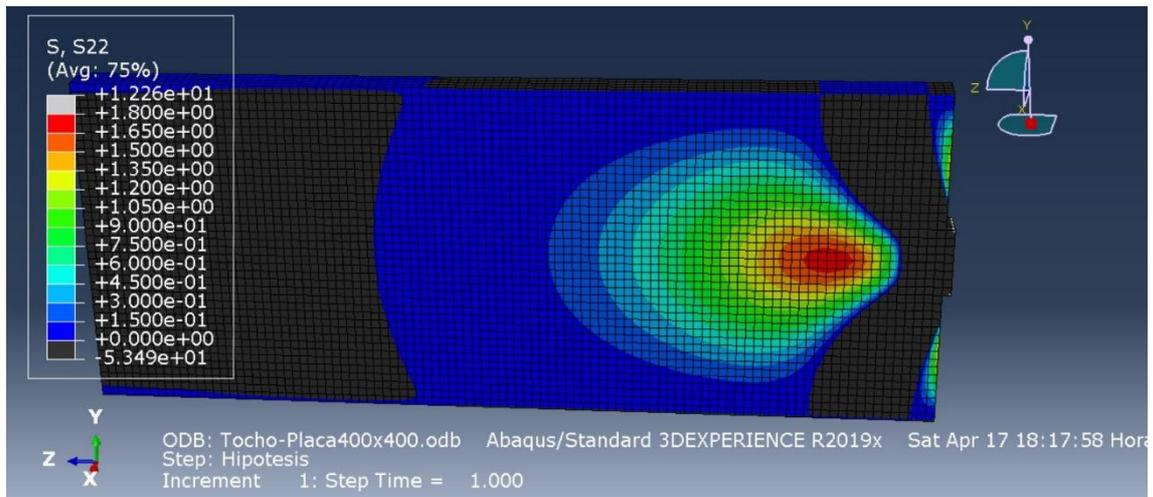


Figura 4-2. Tensiones transversales de postesado en régimen elástico con placa de 400x400 mm.

Como se puede observar en el rango de valores bajo el cual se mueve la magnitud de dichas tensiones, cuando se aumenta el canto de la placa (aplicando la misma presión), aumenta el valor de dichas tensiones, manteniéndose la distribución de estas.

Con ello, se puede concluir que tanto las tensiones de hendimiento como las de exfoliación que aparecen en la pieza, al estar sometida a una presión en su extremo, aumentan su valor cuanto mayor sea la superficie de aplicación de dicha presión.

El origen de dichas tensiones transversales se debe a la distribución de las líneas de fuerza en el interior de la viga, ya que estas se distribuyen tanto por el eje Z como por el eje Y, provocando con este segundo desplazamiento, que aparezcan compresiones o tracciones perpendicularmente al eje longitudinal de la pieza.

Además de todo ello, se ha visto interesante realizar una comparativa entre la variación del cociente de las tensiones transversales o tensiones de hendimiento en la línea media de la viga ( $\sigma_y$ ) entre la tensión aplicada en el canto total de la pieza ( $\sigma_c$ ), y la distancia adimensional en la cual se encuentra originada dicha tensión ( $x/h$ ).

Una vez se calcula la fuerza resultante de pretensado a la cual se somete la pieza, multiplicando la presión aplicada en la placa por la superficie de esta, se divide dicha carga entre la sección total de la viga de hormigón, calculando así el valor que se requiere de  $\sigma_c$ .

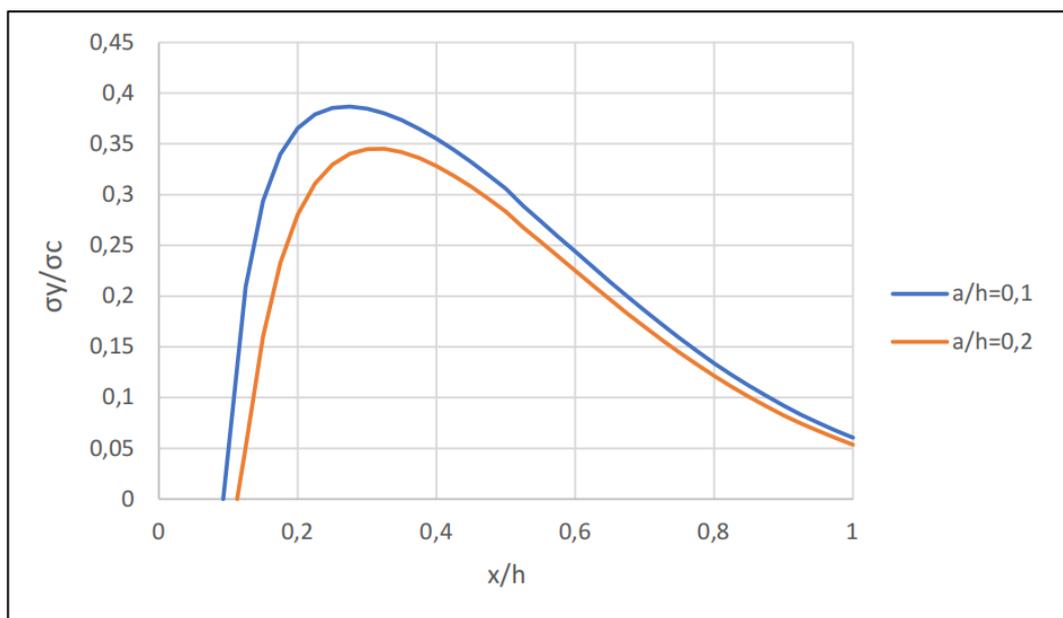


Figura 4-3. Tensiones trasversales de postesado y distancia adimensionales para diferentes relaciones entre canto de la placa y canto de la viga.

En dicha gráfica comparativa, se puede apreciar la variación de los parámetros explicados en los párrafos anteriores, y se observa cómo varía la curva cuando se modifica el canto de la placa metálica sobre la cual se aplica la presión de 25 MPa.

Como se observa en la gráfica, la curva azul (placa de 200x400) se encuentra por encima de la curva naranja (placa de 400x400). Esto es así debido a que se representa la tensión adimensional, y como se encuentra reflejado en las Figuras 4-1 y 4-2, aunque las tensiones transversales son mayores en el caso de la curva naranja, ya que se aplica una misma presión sobre una superficie mayor lo que origina una fuerza resultante mayor, el cambio de dimensiones, y como consecuencia, el cambio de  $\sigma_c$ , hacen que el cociente de tensiones sea menor en el segundo caso.

Resulta curioso apreciar que el modelo se asemeja en una gran medida a las gráficas expuestas en el libro en el cual se ha basado el modelo teórico [2], cuya comparativa se realizará en el Capítulo 5. La diferencia reside en los valores de las gráficas, ya que los que se encuentran en la Figura 4-3 aparecen referenciados al plano medio de la sección, mientras que los valores máximos se dan en las caras laterales de la pieza postesada, y estos son los que se representan en el libro mencionado.

#### 4.1.2 Variación de las tensiones transversales con la relación entre el canto ficticio de los cables de pretensado y el de la viga

En este apartado se va a realizar una comparativa entre la distribución de tensiones transversales de una pieza de hormigón, cuando se varía la relación entre el canto de la sección y las dimensiones de la superficie de los cables de pretensado en su totalidad.

El modelo a analizar parte de una viga de hormigón, a la cual se le introducen cinco filas de siete cables de acero cada una, ubicadas en el centro de la sección transversal de la pieza. Estos cables, de sección  $140 \text{ mm}^2$ , son tesados al 75% de su carga de rotura (1395 MPa), para posteriormente ser embebidos por el hormigón en cuestión.

La comparativa a realizar se va a dividir en dos situaciones:

- 1) Canto de la superficie de los cables del 10% del canto de la pieza de hormigón.
- 2) Canto de la superficie de los cables del 20% del canto de la pieza de hormigón.

Para facilitar la modelización en el software de cálculo ABAQUS [1], se ha procedido a variar el canto de la pieza de hormigón, teniendo así una dimensión de cables de pretensado de 200 mm, y dos cantos a considerar: 2000 y 1000 mm.

A continuación se muestra gráficamente la distribución de dichas tensiones transversales al eje longitudinal de la viga.

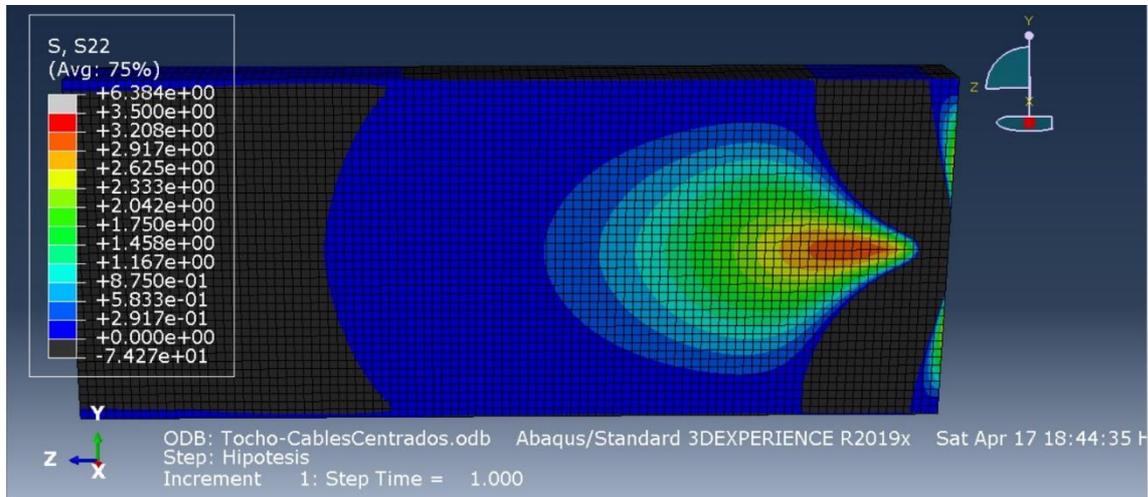


Figura 4-4. Tensiones transversales de pretensado con una relación de un 10% entre el canto ficticio de los cables y el canto de la viga.

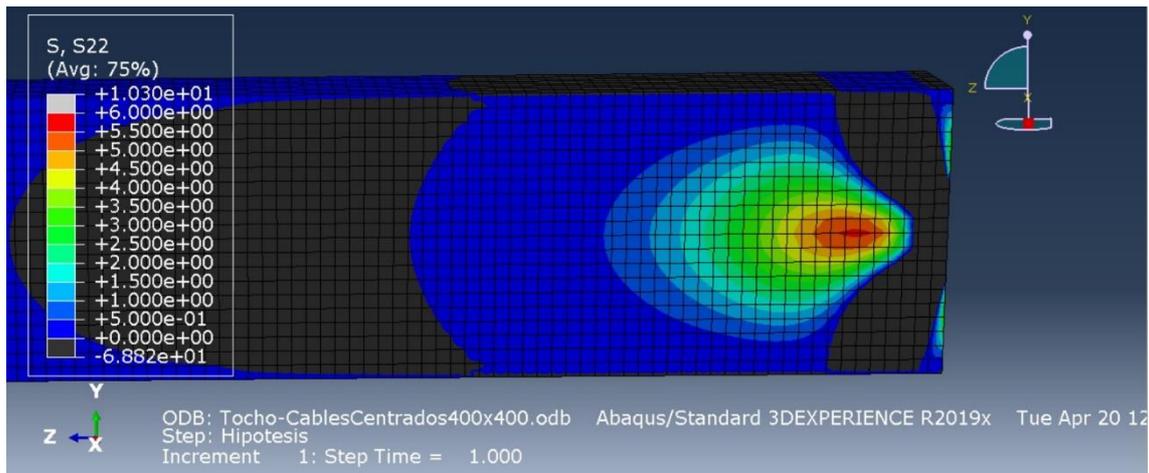


Figura 4-5. Tensiones trasversales de pretensado con una relación de un 20% entre el canto ficticio de los cables y el canto de la viga.

Como se puede apreciar en ambas imágenes, la distribución de tensiones no varía de forma cualitativa, cambiando sólo la magnitud de dichos esfuerzos. Se observa que cuanto mayor es la relación entre dimensiones de cables y viga, mayores van a ser las tensiones trasversales, al estar aplicando una misma fuerza sobre una superficie menor, ya que en este caso lo que disminuye es el canto de la viga.

Resulta de interés realizar un gráfico comparativo entre las tensiones adimensionales y la distancia adimensional desde el extremo de la viga, a dichas tensiones. Siendo  $\sigma_y$  la tensión transversal (tensión de hendimiento), y siendo  $\sigma_c$  la tensión a la cual se encuentra sometida la sección de la viga en su totalidad; se calcularán valores de tensión adimensional a lo largo de la longitud de la viga, hasta llegar a una distancia del orden del canto de la pieza en cuestión.

Con ello, la gráfica transcurrirá en el eje horizontal por un valor de distancia adimensional que será  $x/h$ , siendo "h" el canto de la viga. Por otro lado, el eje vertical se basará en el cociente de tensiones  $\sigma_y/\sigma_c$ .

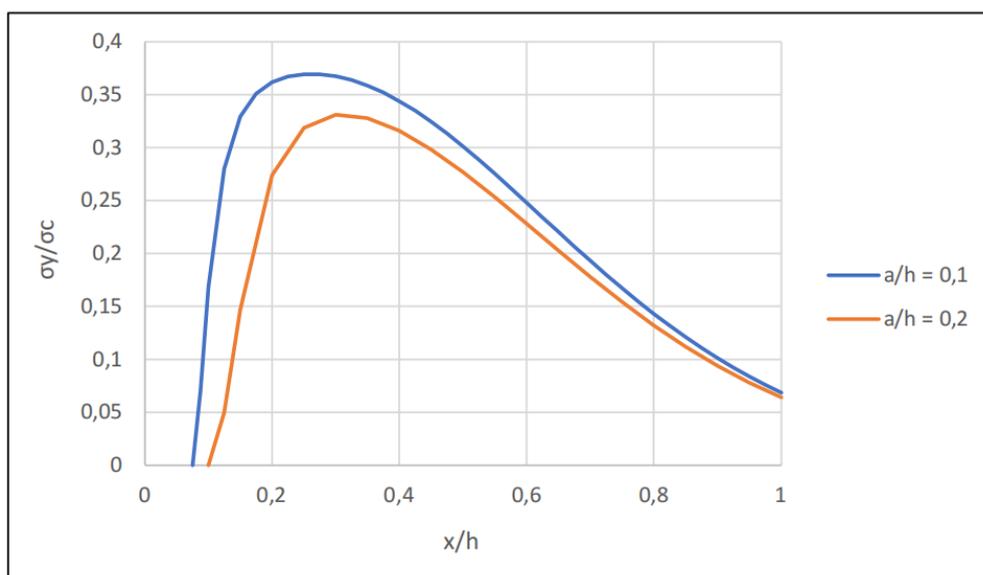


Figura 4-6. Tensiones trasversales de postesado y distancia adimensionales para diferentes relaciones entre canto ficticio de los cables y canto de la viga.

En la *Figura 4-6* explicada anteriormente, se puede apreciar lo ya expuesto. Como se observa en las Figuras 4-4 y 4-5, las tensiones transversales ( $\sigma_y$ ) son mayores en el caso de mayor relación entre cantos, ya que se aplica una igual fuerza resultante sobre una superficie menor (presión aplicada mayor), sin embargo, esta curva se sitúa por debajo de la primera. Esto es así, debido a que se encuentran representadas tensiones adimensionales, y estas se adimensionalizan con relación al cociente de dimensiones entre la superficie de los cables y la superficie de la viga, por lo que el aumento de las tensiones aplicadas en la sección de hormigón ( $\sigma_c$ , denominador) es mayor que el aumento de tensiones trasversales ( $\sigma_y$ , numerador), lo cual hace que la fracción disminuya.

#### 4.1.3 Variación de las tensiones transversales con el cambio de ubicación de la placa de postesado

El modelo a analizar, se basa en una viga de hormigón de sección rectangular 400x2000 mm, y una longitud de 5000 mm, a la cual se le coloca una placa de acero de sección rectangular 200x400 mm (ocupando el ancho de la viga) y espesor 50 mm, en un extremo de ella. A dicha placa metálica, se le aplicará una presión de 25 MPa, y se observará la distribución de las tensiones transversales que se originan en el interior de la pieza de hormigón.

Las tensiones transversales mencionadas, se originan debido a la apertura de las líneas de fuerza en el interior de la pieza, ya que estas se distribuyen por el interior tanto en dirección longitudinal como en dirección transversal. El movimiento de las líneas de fuerza en dirección perpendicular a la línea media de la viga, provocan tensiones verticales positivas (tracción), o negativas (compresión).

El objetivo de este apartado, es analizar la variación de dichas tensiones mencionadas, cuando se cambia la situación de la placa metálica alrededor del canto de la viga. Con ello, se presentan tres situaciones:

- 1) Centro de la placa situado en el centro de la sección de la viga.
- 2) Centro de la placa situado a 400 mm del borde inferior de la sección de la viga.
- 3) Centro de la placa situado a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga (placa colocada en la zona inferior).

A continuación se muestra en tres imágenes, la distribución de las tensiones transversales en las tres situaciones comentadas.

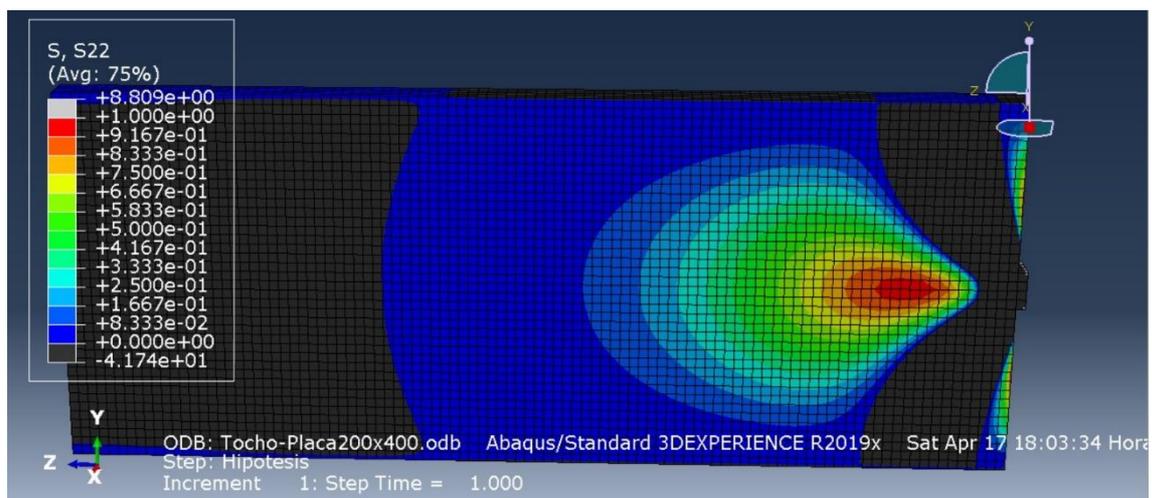


Figura 4-7. Tensiones transversales de postesado con la placa situada en el centro de la sección de la viga.

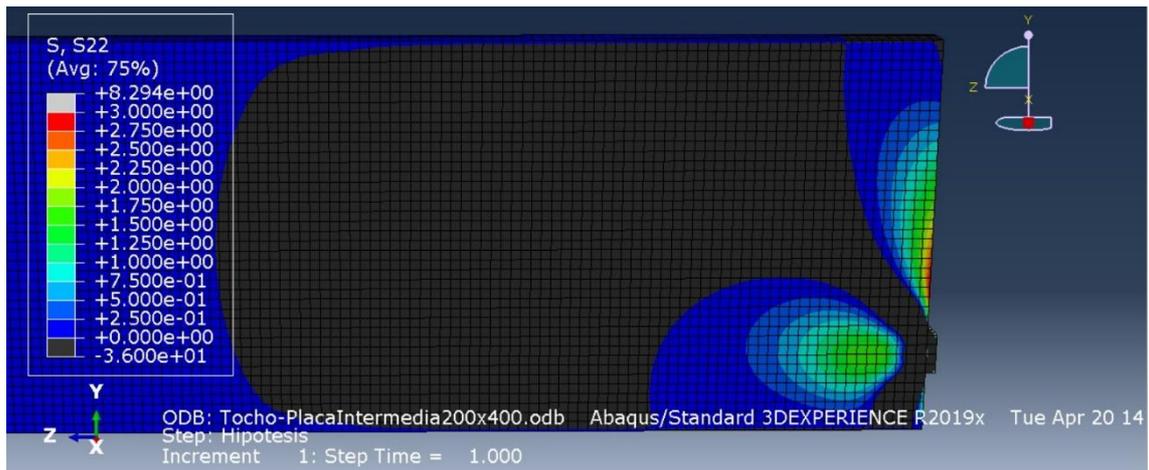


Figura 4-8. Tensiones transversales de postesado con la placa situada a 400 mm del borde inferior de la sección de la viga.

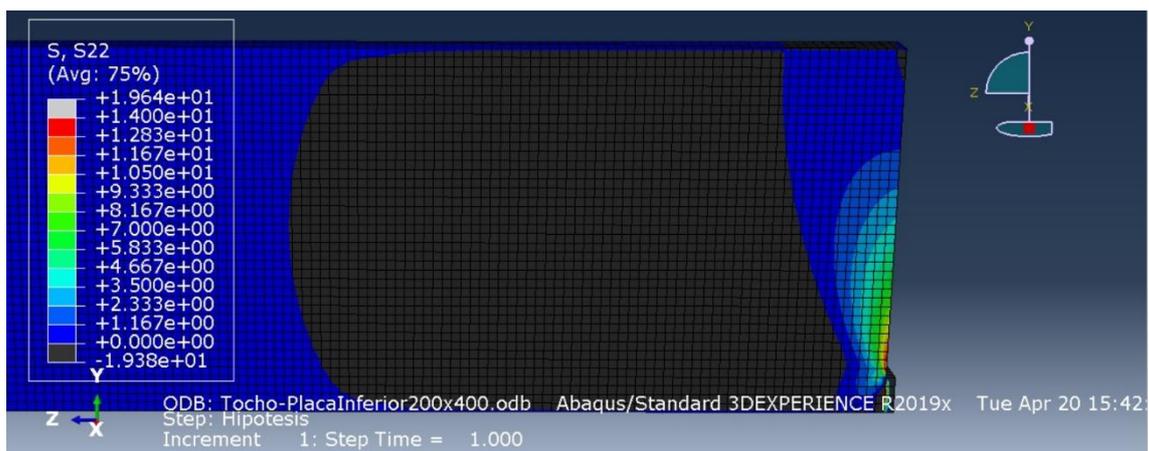


Figura 4-9. Tensiones transversales de postesado con la placa situada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.

Como se puede observar, tras analizar las tres figuras adjuntas, las tensiones de hendimiento y de exfoliación varían cuando se traslada la placa metálica a través del canto de la pieza de hormigón. Las tensiones de hendimiento, que aparecen en su máximo en la primera situación, van disminuyendo conforme se aleja la placa del eje longitudinal de la viga, hasta desaparecer en el caso extremo (situación 3).

Por el contrario, las tensiones de exfoliación, que son aquellas que se originan próximas a la cara extrema de la pieza en la cual se aplica la presión, aumentan conforme mayor es la distancia entre el eje longitudinal de la viga y el centro de la placa, llegando a su máximo en la situación opuesta a las tensiones de hendimiento (en la situación 3).

Todo ello surge debido a la excentricidad ocasionada en la pieza de hormigón al alejar la placa de su centro. Cuando se aplica una presión con una excentricidad, además de dicha carga, se añade un momento flector ocasionado por el brazo mecánico entre el punto a analizar y el punto de aplicación de la fuerza. Este es el motivo principal por el que aumentan las tensiones de exfoliación al aumentar la excentricidad mencionada, ya que se origina un esfuerzo flector en la viga que provoca tracciones tales como las mostradas en las figuras anteriores.

Las tensiones de hendimiento se originan con las aperturas de las líneas de fuerza en el interior de la viga, ya que estas se mueven a través del eje longitudinal y transversal de la viga, y este segundo desplazamiento es el que provoca tensiones de tracción o compresión verticales. Todo ello se puede visualizar con las siguientes imágenes, las cuales muestran cómo varían las reacciones en la pieza de hormigón cuanto mayor es la excentricidad de la carga aplicada en su extremo opuesto.

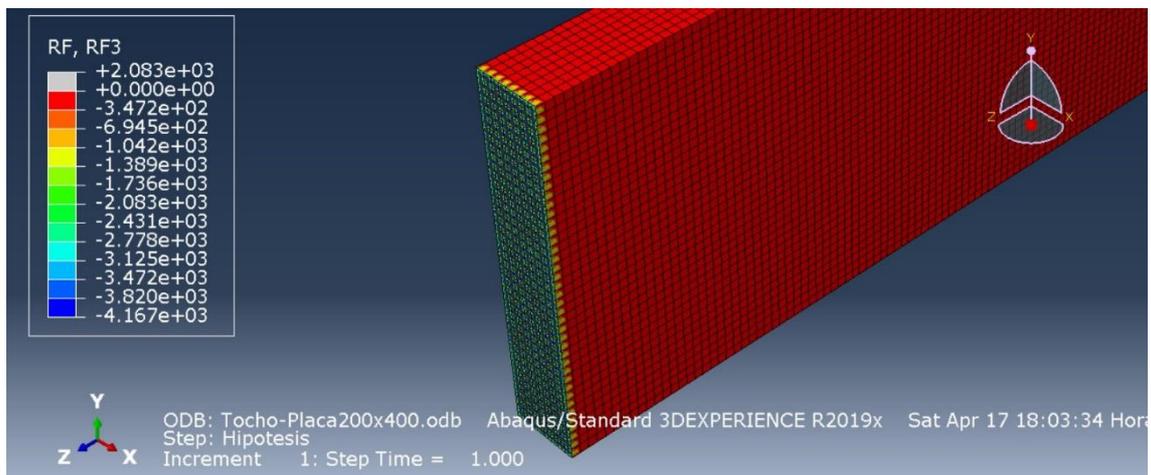
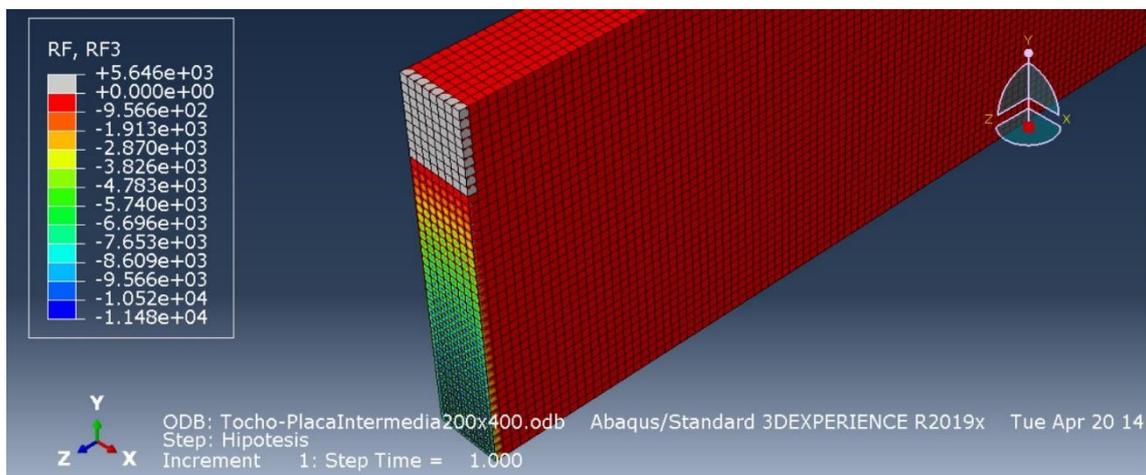


Figura 4-10. Reacciones longitudinales con la placa de postesado situada en el centro de la sección de la viga.



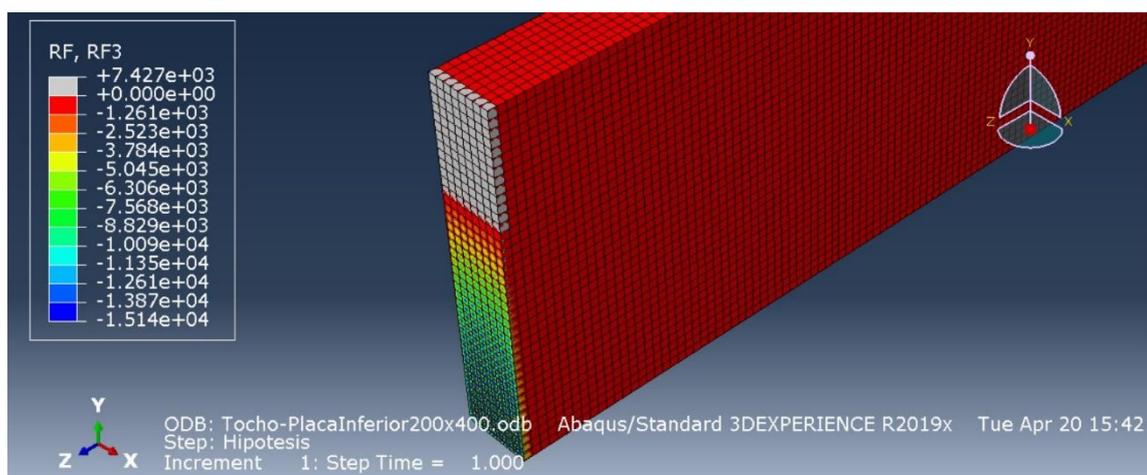


Figura 4-12. Reacciones longitudinales con la placa postesado con la placa situada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.

Tras analizar las imágenes adjuntas (*Figuras 4-10, 4-11 y 4-12*), se puede observar un cambio considerable en las tensiones propias de la zona de apoyos, la cual se encuentra en la cara opuesta a la región de aplicación de la carga.

Como se ha mencionado anteriormente, las líneas de fuerza parten de una presión aplicada en una placa de dimensiones 200x400 mm, y sin embargo, provocan tensiones en la cara final de la viga en su totalidad. Esto se debe a lo ya explicado, pues las tensiones avanzan en dirección transversal a la pieza cargando la sección completamente, y originando tracciones o compresiones verticales.

Conforme se añade una excentricidad mayor, se puede percibir que la zona de compresiones en la sección mostrada va disminuyendo, apareciendo en las regiones nuevas, una superficie superior traccionada, la cual se debe al momento flector provocado por el brazo mecánico que se introduce al bajar la placa metálica de postesado. Dicho esfuerzo flector causa tracciones en la zona superior de la viga, las cuales deben ser solventadas por la nueva superficie de reacciones mencionada.

#### 4.1.4 Variación de las tensiones transversales con el cambio de ubicación de los cables de pretensado

A continuación se comprobará cómo varían los esfuerzos de tracción vertical de una pieza sometida a las tensiones propias del pretensado, al variar la ubicación geométrica de los cables de acero.

El modelo a mostrar, se realiza sobre una pieza de hormigón de sección 400x2000 mm, y de longitud 5000 mm. En ella, se encontrarán embebidos unos cables de pretensado de sección 140 mm<sup>2</sup>, dispuestos en cinco filas de siete cables cada una, y separados 50 mm de los bordes y entre ellos. Dichos cables se tesarán al 75% de su carga de rotura (1395 MPa). Se compararán tres situaciones distintas:

- 1) Centro de gravedad de los cables situado en el eje longitudinal de la pieza.
- 2) Centro de gravedad de los cables situado a 400 mm del lado inferior de la sección.
- 3) Centro de gravedad de los cables situado a 150 mm del lado inferior de la sección (última fila de cables separada 50 mm del borde).

Para empezar, se mostrarán gráficamente las distribuciones de esfuerzos ya explicadas, y posteriormente se realizará una conclusión sobre los aspectos a tener en cuenta, las diferentes comparaciones, y el motivo de dichas variaciones.

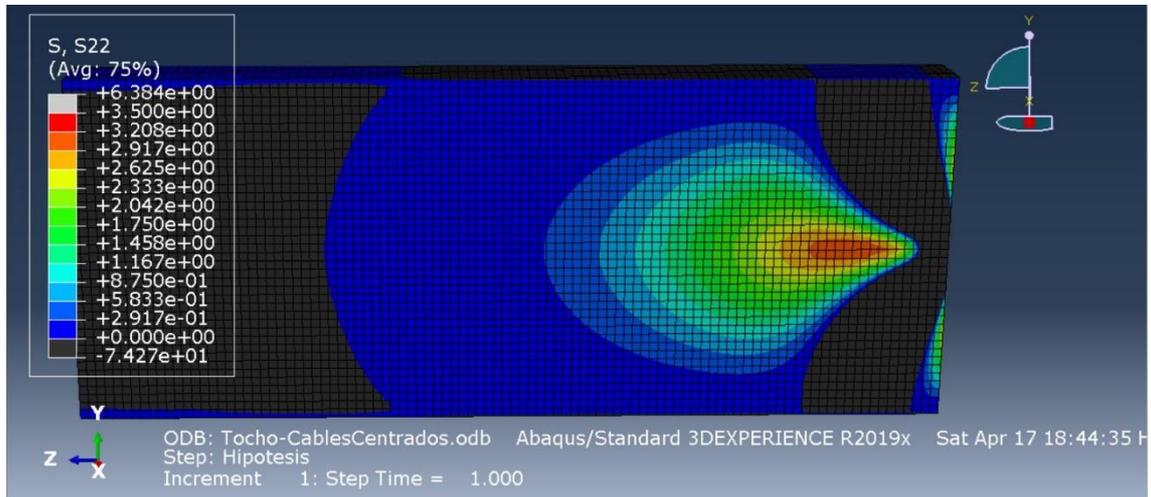


Figura 4-13. Tensiones transversales con los cables de pretensado situados en el centro de la sección de la viga.

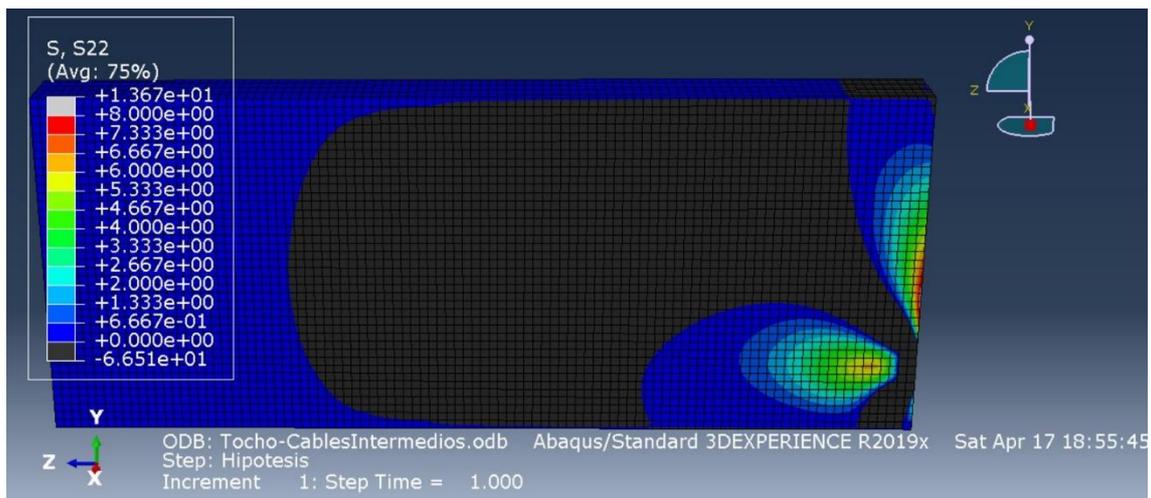


Figura 4-14. Tensiones transversales con los cables de pretensado situados a 400 mm del lado inferior de la sección de la viga.

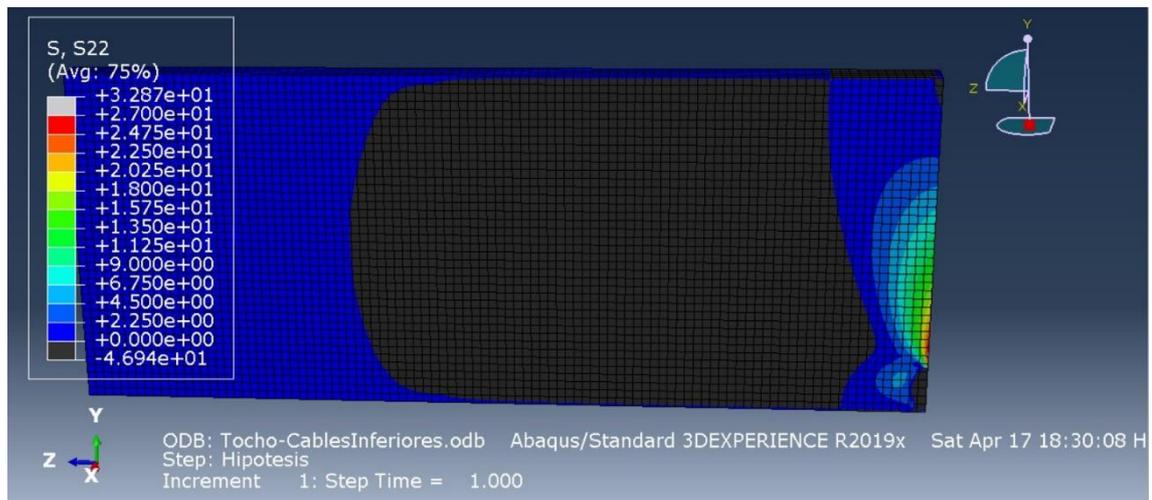


Figura 4-15. Tensiones transversales con los cables de pretensado situados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga.

Como se puede comprobar, en el caso primero aparece una zona de tensiones transversales positivas (tracciones) tras pasar una región de esfuerzos de compresión, lo cual va atenuándose conforme se bajan los cables de pretensado. Igualmente, las tensiones que aparecen en el canto de la pieza, se hacen mayores con el mismo fenómeno geométrico. Con esto se puede observar que las tensiones de hendimiento van desapareciendo conforme mayor es la excentricidad entre los cables y el eje longitudinal de la pieza. Por el contrario, las tensiones de exfoliación se hacen mayores con la misma variación geométrica.

Todo ello es ocasionado por la distribución de las líneas de fuerza en el interior de la pieza de hormigón. Cuando se aplica una fuerza, estas se distribuyen bidimensionalmente por la longitud de la pieza a considerar, esto es, no sólo se mueven por la coordenada Z de la figura, sino que también van por la coordenada Y, originando unos esfuerzos verticales de tracción o compresión. Cuanto menor es la excentricidad, los esfuerzos comentados (tensiones de hendimiento) se hacen mayores, llegando a su máximo con los cables situados en el eje longitudinal de la pieza; y al contrario cuando aumenta la excentricidad.

Algo diferente pasa con las tensiones de exfoliación. Estas son provocadas por el momento flector que origina en la viga la distancia de los cables a los extremos superiores e inferiores. En el momento en el que se bajan los cables, dicho esfuerzo flector en la zona superior de la pieza aumenta, ya que el brazo mecánico es mayor, y por ello, ganan importancia las tensiones de exfoliación.

Hay otro punto interesante con el que poder observar el fenómeno descrito de la apertura de las líneas de fuerza a través del eje longitudinal de la pieza. Este es, la variación de las reacciones en la cara extrema de la pieza (situada a la izquierda de las figuras), ya que es en ese lugar donde se encuentran los apoyos. A continuación se muestra de la misma forma que las imágenes anteriores, las reacciones en los tres casos expuestos.

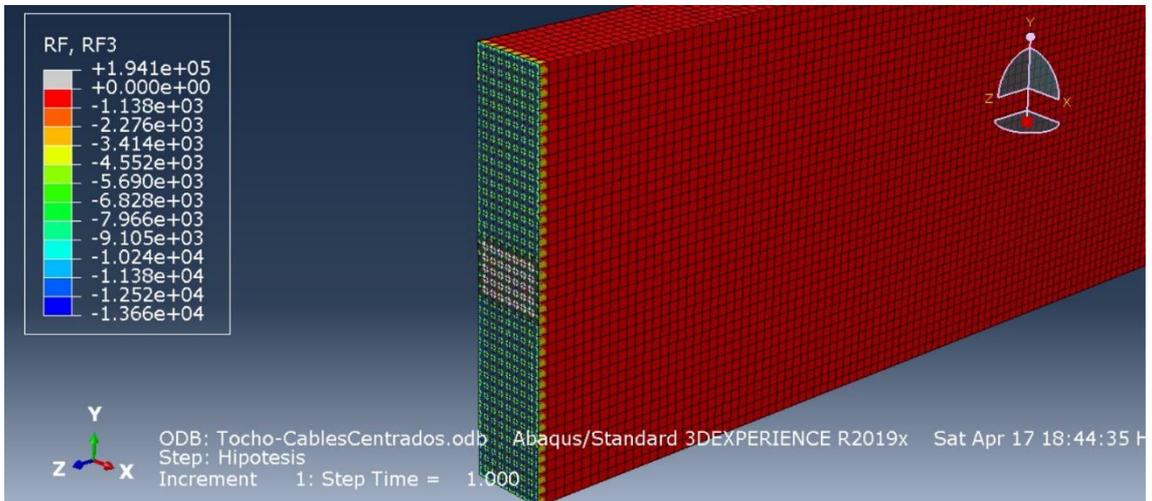


Figura 4-16. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados en el centro de la sección de la viga.

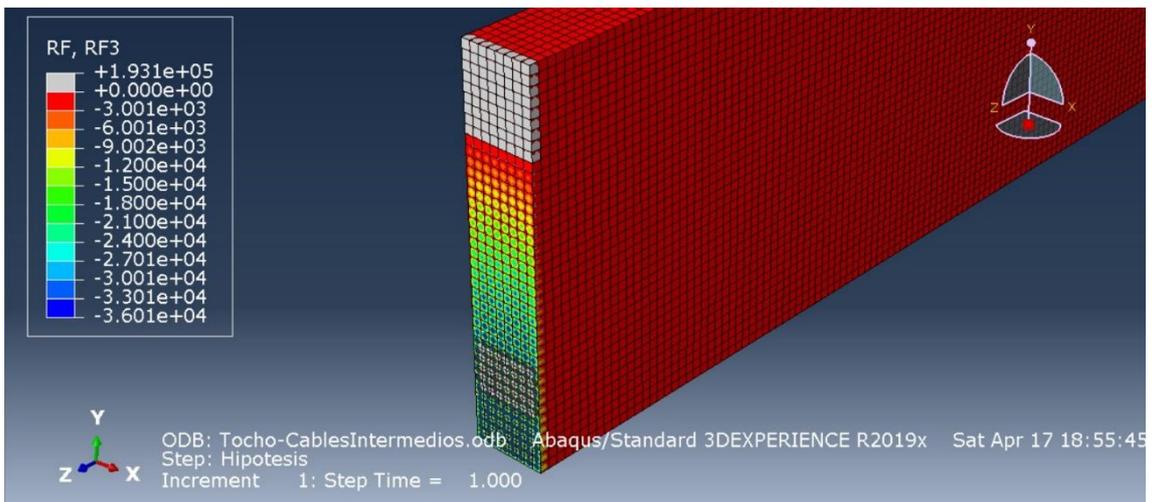


Figura 4-17. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados a 400 mm del lado inferior de la sección de la viga.

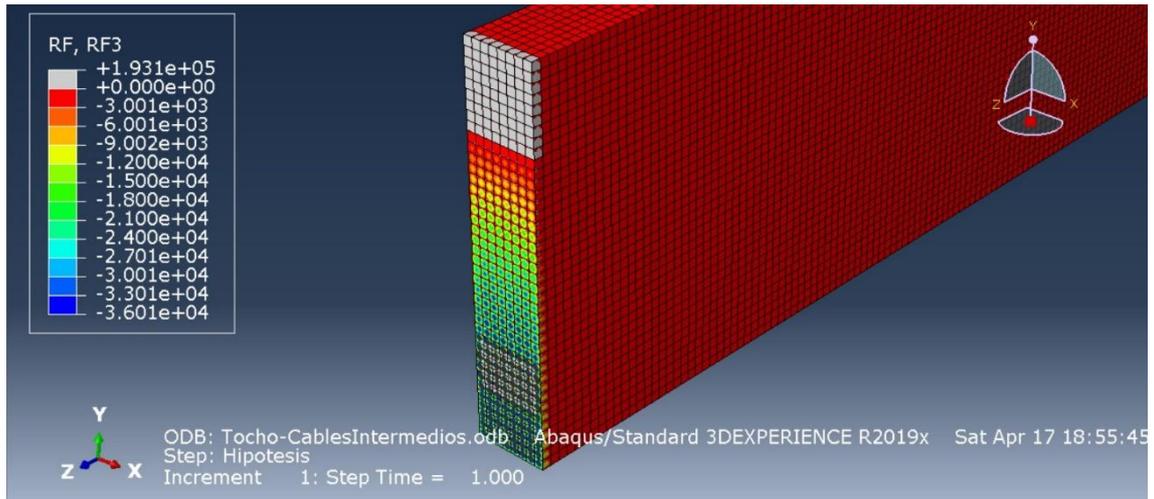


Figura 4-18. Reacciones longitudinales con los cables de pretensado situados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga.

Con el fundamento teórico de lo dicho en los anteriores párrafos, tras observar las últimas tres figuras, se puede verificar aún más si cabe la conclusión tomada. Las tensiones originadas por el pretensado parten del área de todos los cables, sin embargo, en la cara extrema se aprecia cómo estas tensiones se han ido distribuyendo transversalmente hasta ocupar la sección de la pieza en su totalidad.

La diferencia aparece cuando se incluye una excentricidad entre los cables y el eje longitudinal de la pieza, ya que esto provoca el momento flector explicado antes, y con todo ello, disminuye la zona de compresiones de la cara extrema de la viga (zona de apoyos), apareciendo así una superficie de tracciones que compensará los esfuerzos del mismo signo, ocasionados por la excentricidad de los cables.

#### 4.1.5 Cálculo de la armadura necesaria para soportar las tensiones transversales originadas en el postesado

Este apartado se va a dividir en dos: fundamento teórico bajo el cual se han realizado todos los cálculos, y modelo sobre el cual se han reflejado.

##### 4.1.5.1 Fundamento teórico

Al observar fisuras en el hormigón en los análisis elasto-plásticos que se mostrarán posteriormente, se debe diseñar una armadura que absorba dichas tensiones transversales originadas en el proceso de pretensado. El cálculo de ellas varía según se trate de pretensado con armadura pretesa o armadura postesada. A su misma vez, se deben calcular las armaduras a disponer tanto para tensiones de hendimiento como tensiones de exfoliación, cuyos valores superen la resistencia característica del hormigón a tracción.

Se ha considerado un hormigón de alta resistencia (HAR), cuyos parámetros de entrada introducidos en ABAQUS [1] para su comportamiento a tracción son de 7,2 MPa de resistencia, esto es, el límite entre régimen elástico y régimen plástico. Aplicando el coeficiente de seguridad impuesto por la EHE (1,15), la resistencia característica de diseño a tracción pasa a ser 6,26 MPa.

En la situación de una viga pretensada con armadura postesa, la ecuación de la cual se obtiene el área de armadura necesaria para soportar las tensiones de exfoliación es  $A_s = \frac{0,02 P}{0,5 f_{yd}} \geq \frac{0,02 P}{200} \text{ mm}^2$ .

Por otro lado, para las tensiones de hendimiento, en la situación en la cual el valor máximo de dichas tensiones sobrepase la resistencia de cálculo a tracción del hormigón, será necesario calcular la resultante de las tensiones ( $N_y$ ) y finalmente, obtener el área de armadura necesaria con la expresión  $A_s = \frac{N_y}{0,5 f_{yd}}$ .

#### 4.1.5.2 Modelo realizado

Para dimensionar las armaduras transversales, se ha partido del modelo elástico de la pieza postesada, a la cual se le ha aplicado una tensión mayor a la que se le aplicó inicialmente, ya que esta no conseguía superar el límite a tracción del hormigón.

Anteriormente se aplicó una presión en la placa de 25 MPa, y en este caso se han aplicado 125 MPa, lo que equivale a una resultante de cargas de 10.000 kN. Esta hipótesis de carga provoca el siguiente diagrama de tensiones transversales a través de la viga.

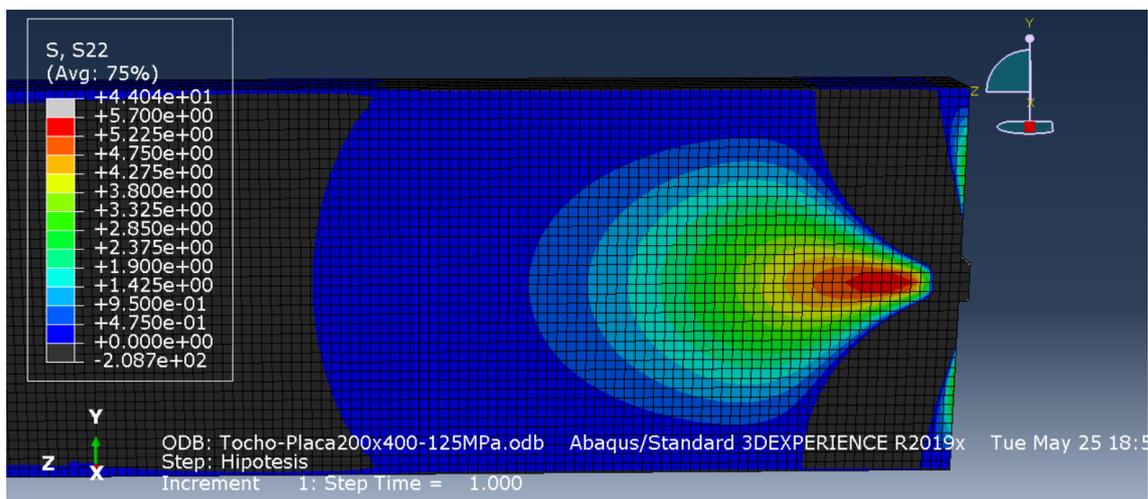


Figura 4-19. Tensiones transversales de postesado para el cálculo de armadura necesaria.

Como se puede observar, las tensiones máximas tienen un valor de 5,7 MPa, lo cual se encuentra por debajo de los 6,26 MPa de resistencia de cálculo a tracción del hormigón. Aun así, se procederá al cálculo de la armadura necesaria para soportar dichas tracciones, como contenido académico, y para analizar cómo disminuyen las tensiones transversales en el hormigón conforme se le va añadiendo más armadura. Además, si se comprueba el modelo elastoplástico que se realizó (con una presión aplicada algo menor que 125 MPa), se observan puntos en los cuales el valor de tracción supera al de resistencia del HAR mencionado.

Al igual que se efectuó en la distribución de tensiones de hendimiento del régimen elástico en la viga postesada con la placa en el centro, la función de tensión adimensional – distancia adimensional se muestra en la siguiente figura. En este caso, se encuentra representada para los valores de tensiones transversales originados en la pieza al aplicarle la nueva hipótesis de carga (125 MPa).

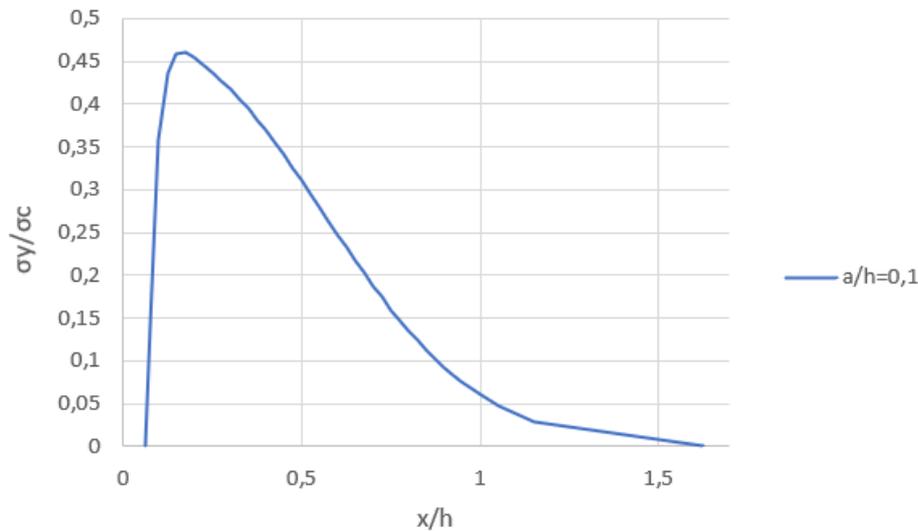


Figura 4-20. Tensiones transversales de postesado y distancia adimensionales para la presión de cálculo de las armaduras.

Para calcular la resultante de tensiones, al ser una representación compuesta por funciones lineales entre los diferentes puntos tomados, se realiza una integración numérica basada en el valor de la integral:  $I = \sum_1^n \frac{1}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_i + y_{i+1})$ , para cada intervalo de la función. El valor de la integración numérica explicada es:  $I = 0,2672$ , cuyo resultado hay que multiplicar por  $\sigma_c$  (12,5 MPa) y el área trasversal ( $400 \cdot 2000 = 800.000 \text{ mm}^2$ ), lo cual aporta una resultante de tensiones de hendimiento de 2672 kN.

Finalmente, con la expresión de armadura necesaria  $A_s = \frac{N_y}{0,5 f_{yd}}$  y el valor de resistencia característica del acero de armadura B-500S (500 MPa), corregido con el correspondiente coeficiente de seguridad de la EHE (1,15), el área de estribos necesaria es  $12291,2 \text{ mm}^2$ . Considerando estribos de tres ramas de diámetro 12 mm ( $113 \text{ mm}^2/\text{rama}$ ), son necesarios 37 e  $\phi$  12 de 3 ramas espaciados uniformemente a través de los 3250 mm de tensiones transversales. Las ramas se encuentran separadas entre sí 150 mm, con la única función de distribuirlos de manera uniforme.

Por otro lado, para el cálculo de armaduras de tensiones de exfoliación, resulta necesario colocar un área de  $A_s = \frac{0,02 P}{0,5 f_{yd}} \geq \frac{0,02 P}{200} \text{ mm}^2$ . Como el denominador ( $0,5 f_{yd}$ ) es mayor que 200, hay que emplear la cuantía mínima impuesta por la ecuación, lo cual induce a colocar una cantidad de armadura necesaria de valor:  $267,2 \text{ mm}^2$ . Partiendo de estribos de 12 mm de tres ramas, es necesario únicamente 1 e  $\phi$  12 de 3 ramas.

Al tener que armar el hormigón con 37 estribos para tensiones de hendimiento, y 1 para tensiones de exfoliación, se colocarán 38 estribos separados del extremo 50 mm (recubrimiento mecánico), y espaciados uniformemente 85 mm a través de la longitud de tensiones transversales. Para las barras longitudinales portaestribos, se colocarán seis en total (cuatro en las esquinas, y dos más en la parte superior e inferior de la rama central) de diámetro 10 mm.

A continuación, se adjunta un croquis del diseño y colocación de las armaduras en la viga de hormigón modelada.

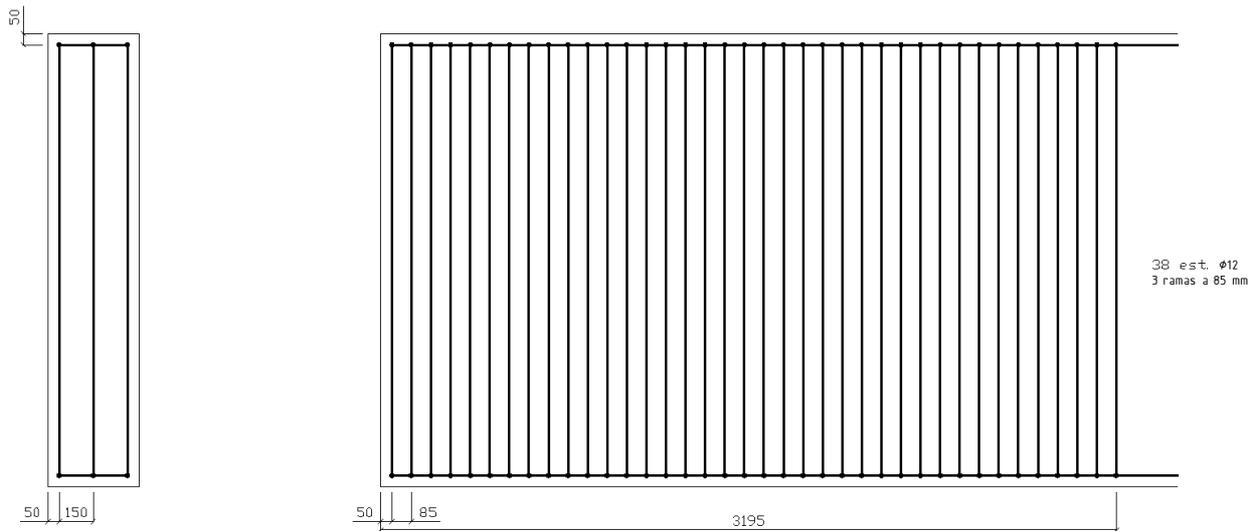


Figura 4-21. Representación de la viga con la armadura diseñada.

## 4.2. Régimen elastoplástico

Para modelizar el régimen elastoplástico, se han modificado las características del hormigón, introduciendo los parámetros propios del comportamiento elastoplástico del hormigón de alta resistencia (HAR), los cuales se han expuesto en el apartado 3.2.2. Como se ha explicado anteriormente, únicamente se analizará el comportamiento de este tipo de hormigón, ya que se ha considerado suficiente el material aportado. Los modelos con el hormigón de ultra-altas prestaciones se pospondrán como trabajos futuros.

Igualmente, sólo se ha considerado de mayor interés académico el cálculo de tensiones plásticas para los modelos bajo variaciones en la ubicación tanto de la placa de postesado, como de los cables. Además se añaden dos apartados: efecto de la viscosidad en régimen elastoplástico, y tensiones transversales de postesado con el modelo armado.

### 4.2.1 Efecto de la viscosidad en regimen elastoplástico

La viscosidad se puede definir como la resistencia que opone un fluido al movimiento relativo entre las partes que lo componen. Esta propiedad se debe insertar en su comportamiento plástico, y por ello se hace relevante en el estudio del modelo que se pretende realizar.

El hormigón de alta resistencia posee un valor de viscosidad de 0,007985, y cuando se somete a la pieza de hormigón a un desplazamiento, este se comporta como un fluido con el valor de viscosidad expuesto. Por ello, gana una gran importancia el tiempo en el que se realiza el modelo.

Al analizar los resultados del cálculo de deformaciones por método de elementos finitos de la viga a pretensar, se ha contemplado una variación de las curvas carga-deformación conforme se modifica el tiempo en el cual se llega al desplazamiento máximo impuesto. Con todo ello, en la siguiente gráfica se muestran las diferentes curvas de carga-desplazamiento para una misma geometría y diferentes tiempos de ejecución.

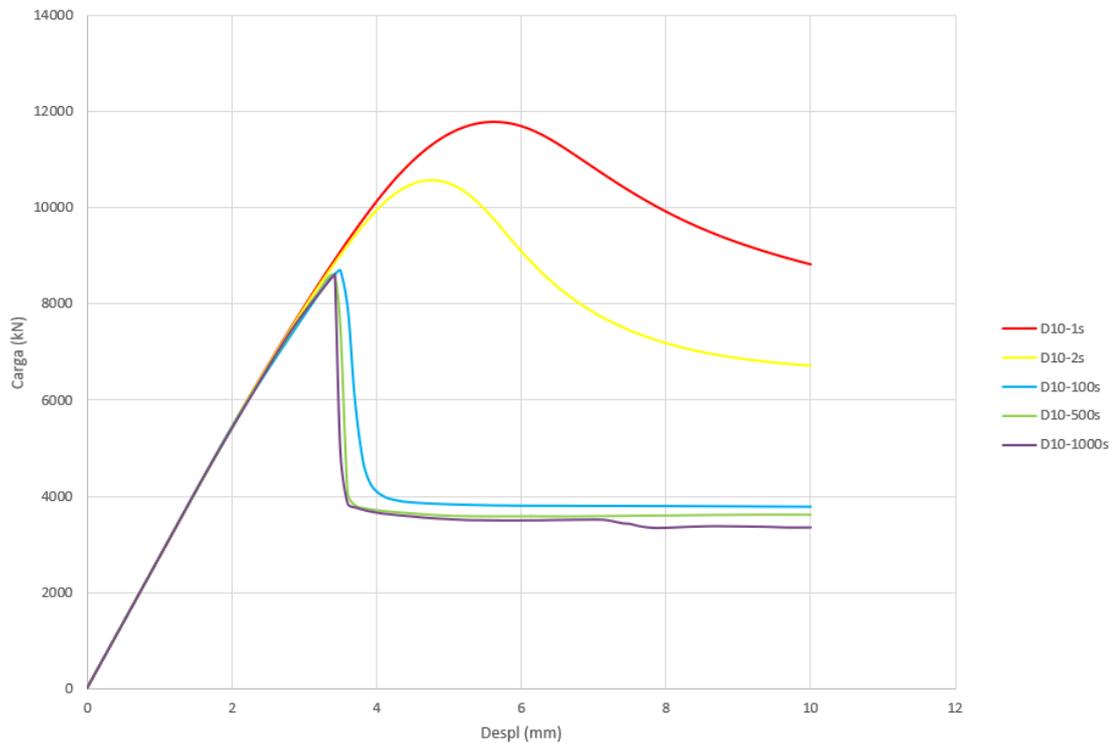


Figura 4-22. Curvas carga-desplazamiento para diferentes tiempos de ejecución.

Como se puede comprobar en la *Figura 4-22*, se aplica a la placa de postesado un desplazamiento máximo de 10 mm, y dicho desplazamiento se ejecuta para diferentes tiempos: 1, 2, 100, 500 y 1000 segundos.

Se puede realizar una analogía al efecto de la viscosidad explicado, ya que si se compara la deformación de la viga a pretensar con un amortiguador al cual se le aplica una carga, cuanto mayor sea el tiempo en el cual se ejecuta la presión sobre el fluido, las tensiones se distribuyen de mejor forma, y se alcanzan deformaciones mayores al aplicar el fluido una resistencia menor. Si por el contrario se aplica la presión en un tiempo menor, las tensiones explicadas no tienen tiempo suficiente para distribuirse, lo cual ocasiona una resistencia del fluido mayor.

Todo ello se puede comparar con el pretensado de la viga, ya que cuanto menor sea el tiempo de ejecución del proceso de pretensado, mayor será la carga necesaria para producir un mismo desplazamiento. En la gráfica se ve cómo las curvas bajan su límite elástico conforme aumenta el tiempo, llegando a converger a partir de aproximadamente un tiempo de ejecución de 100 segundos. Esto provoca que la viga plastifique antes cuando se aplica el desplazamiento de una forma más lenta, lo que se acerca a la realidad del proceso a analizar, ya que la aplicación de las fuerzas de pretensado no son instantáneas y llevan cierto tiempo hasta que se llega a la tensión máxima.

Resulta interesante explicar el instante en el que la carga baja su valor de manera considerable, causando un escalón que se puede visualizar en las tres últimas curvas. Esto se explica como un máximo en la tracción que es capaz de resistir el hormigón, y a partir de dicho punto, la carga necesaria para producir un mínimo desplazamiento baja cuantiosamente. Tras pasar por la caída de resistencia a tracción del hormigón, este sigue aumentando su desplazamiento bajo una carga aproximadamente constante hasta llegar al instante de la rotura.

Como conclusión, cabe subrayar que tras haber comprobado las variaciones que causa la viscosidad en el tiempo de ejecución del pretensado, los modelos posteriores se analizarán con un tiempo de actuación de 500 segundos, llegando en este instante a su desplazamiento máximo impuesto (10 mm).

#### 4.2.2 Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada en el centro de la sección de la viga

El comportamiento elasto-plástico de una pieza de hormigón de alta resistencia sometida a un pretensado con armadura postesa, se ha modelado como una viga de sección rectangular de dimensiones 2000x400 mm y longitud 5000 mm, a la cual se le ensambla en una de sus caras extremas una placa metálica de postesado de dimensiones 200x400x50 mm. A dicha placa se le aplica un desplazamiento máximo de 10 mm de forma progresiva (aumento lineal con el tiempo) en dirección longitudinal a la viga, y con ello se analizan las tensiones transversales originadas en el interior.

Una vez insertadas las propiedades ya explicadas del hormigón de alta resistencia (HAR) en su comportamiento plástico, se le aplica un tiempo de ejecución del desplazamiento expuesto de 500 segundos, ya que es lo estudiado debido al fenómeno de la viscosidad.

A continuación se muestra la gráfica que contempla la reacción en dirección Z de la viga (eje longitudinal) en función del tiempo, es decir, en función del desplazamiento, ya que este varía de forma lineal con el tiempo.

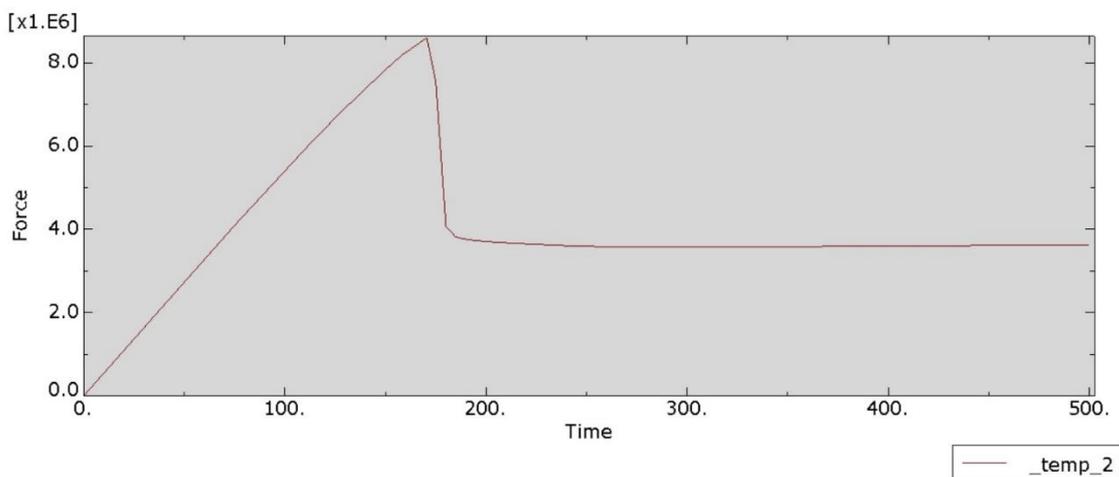


Figura 4-23. Reacción longitudinal de la viga en función del tiempo, con la placa de postesado ubicada en el centro de la sección de la viga.

Como se puede comprobar, aparece una primera región en la cual se produce un comportamiento elástico lineal, el cual llega a un punto de incremento de resistencia, en el cual deja de ser lineal la función, pero sigue aumentando su fuerza. Al terminar esa zona, la geometría de hormigón analizada llega a su máxima fuerza resistente (8.600 kN aproximadamente), lo cual equivale a una tensión aplicada de 107,5 MPa que provoca un desplazamiento de 3,413 mm de la placa de postesado (170,644 segundos).

Posteriormente, se produce el fenómeno de fisuración del hormigón, en el cual se origina un escalón en la gráfica mostrada debido a que el hormigón no soporta más tensión, es decir, aparecen las primeras fisuras y con ello una redistribución de las tensiones al disminuir la resistencia de la viga. En esta situación, sigue aumentando el desplazamiento sin necesidad de aumentar la carga (disminuye la carga necesaria para mantener el ritmo de deformación impuesto). Finalmente, esta deformación va aumentando con una carga aplicada aproximadamente constante, ya que el hormigón sigue deformándose sin aumentar ni disminuir la fuerza aplicada hasta prácticamente la rotura.

Tras exponer las distintas regiones que aparecen en la gráfica fuerza-desplazamiento, resulta de gran interés de cara al análisis de la redistribución de las tensiones anteriormente comentada, observar la distribución de tensiones transversales en cuatro puntos distintos:

- 1) Punto de entrada de la región plástica (114,33 s).
- 2) Primer punto de fisuración del hormigón (175,0304 s).
- 3) Segundo punto de fisuración del hormigón (180,126 s).
- 4) Punto con el doble de desplazamiento de la situación 1 (228,061 s).

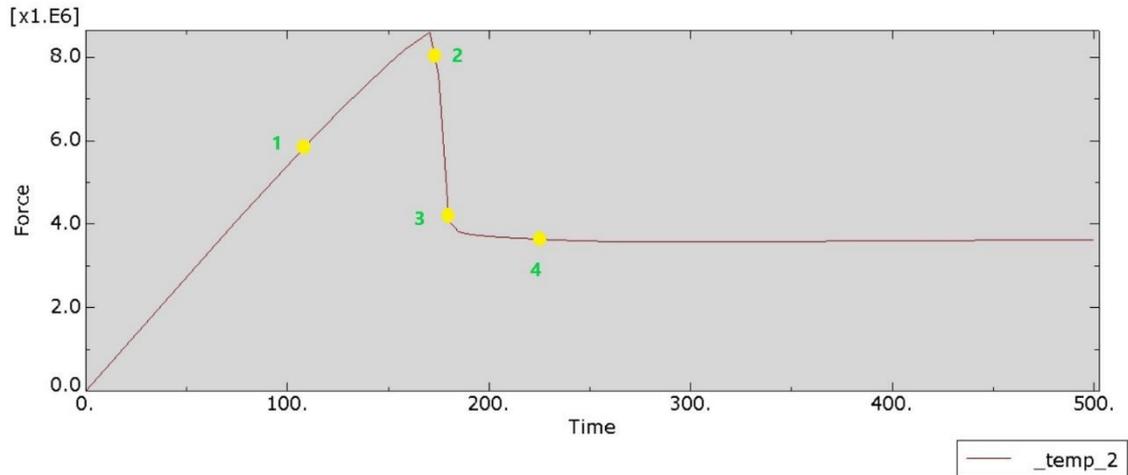


Figura 4-24. Puntos de análisis de los diagramas de tensiones de postesado con la placa ubicada en el centro de la sección de la viga.

En la *Figura 4-24*, se expone de una forma más visual los puntos sobre los cuales se mostrarán los diagramas de tensiones transversales del hormigón, a partir de los que se analizarán las distribuciones y las magnitudes de los valores. Dichos diagramas se muestran a continuación.

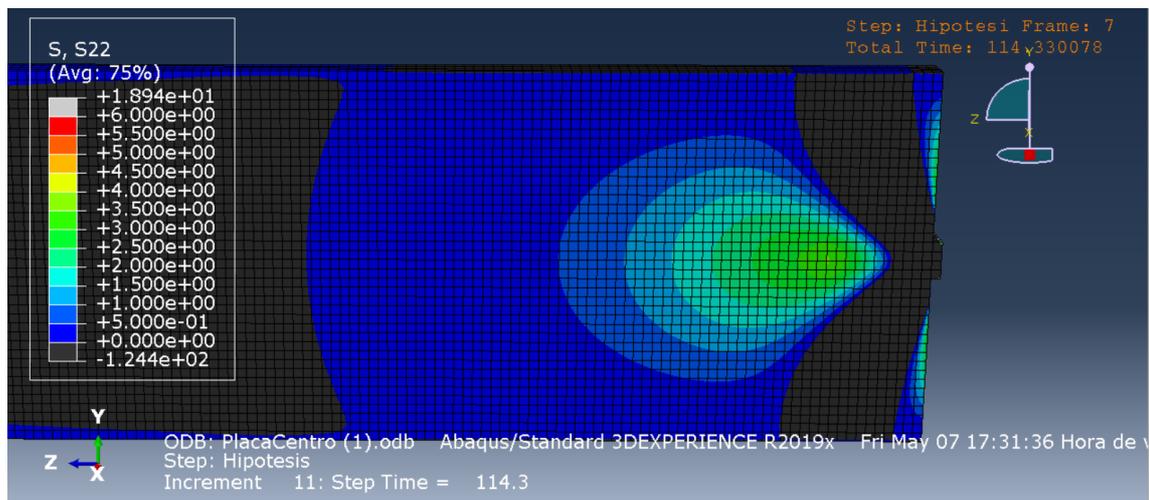


Figura 4-25. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en  $t = 114,33$  s.

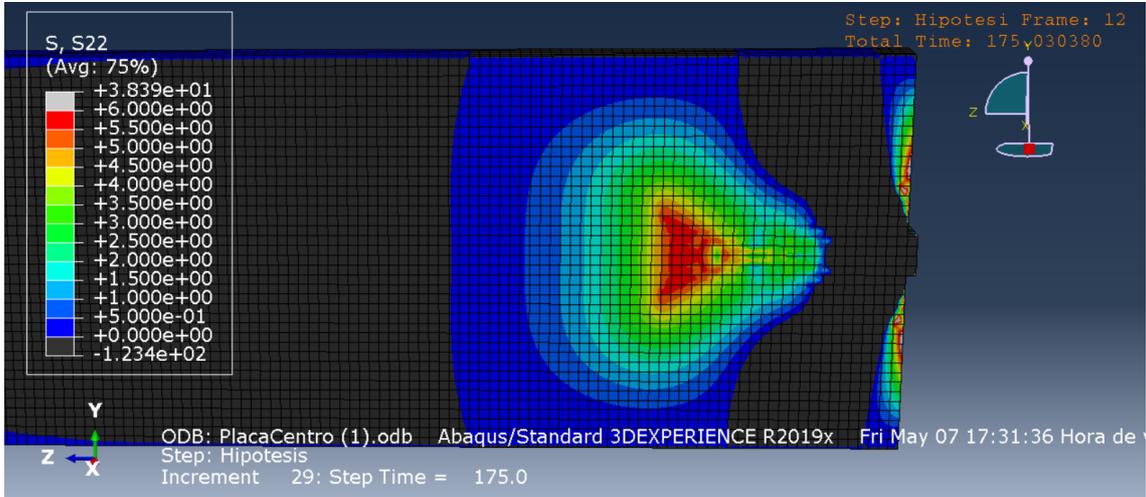


Figura 4-26. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en  $t = 175,03$  s.

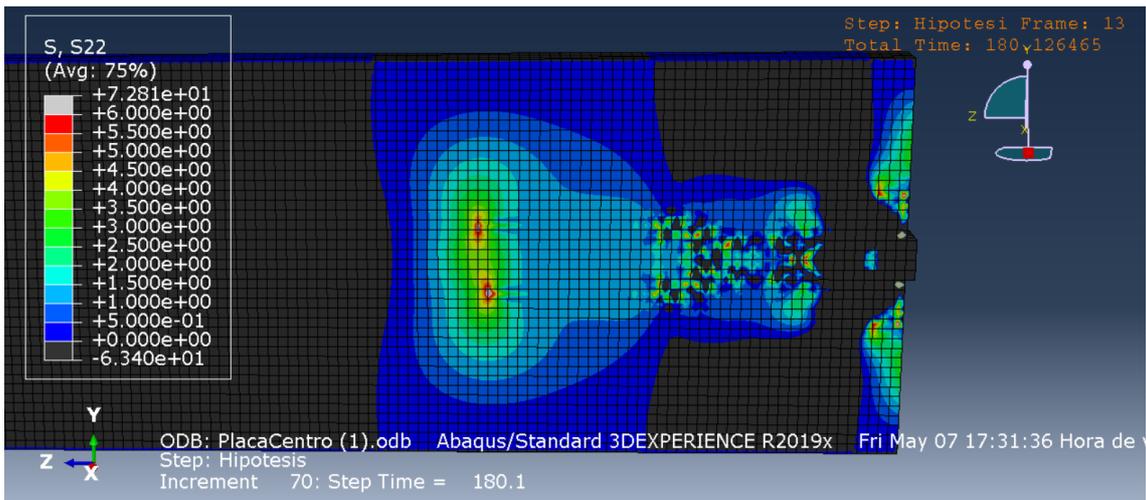


Figura 4-27. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en  $t = 180,13$  s.

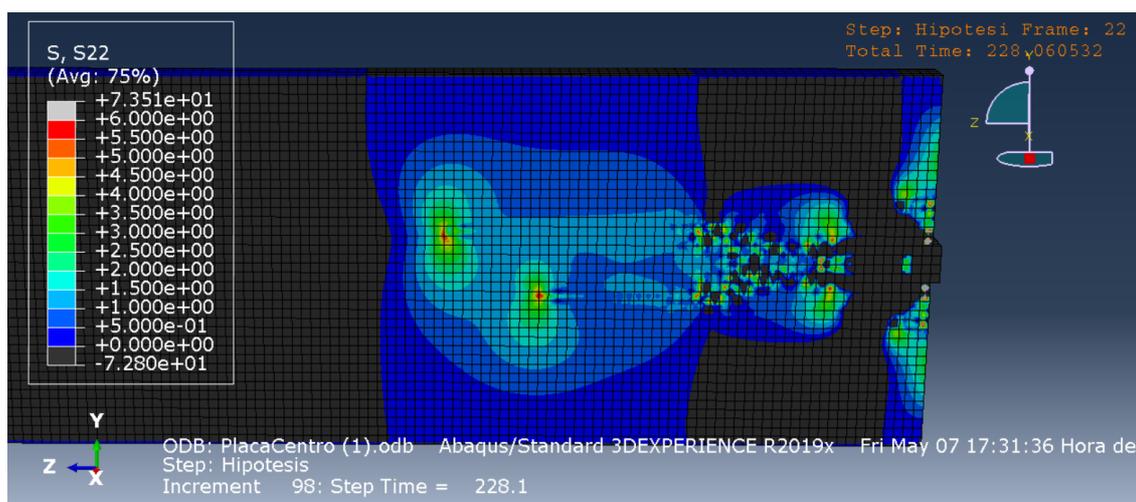


Figura 4-28. Tensiones trasversales de postesado con la placa ubicada en el centro, en  $t = 228,06$  s.

Como se puede observar en las cuatro figuras adjuntas, las tensiones van aumentando progresivamente, al igual que su distorsión a lo largo de la viga de hormigón. En la situación 1 (transición entre región elástica y región plástica) se diferencian a la perfección tanto las tensiones de hendimiento como las de exfoliación, siendo las primeras de un valor máximo de 3,583 MPa, y las segundas de 3,618 MPa. Asimismo, el punto de paso entre el estado elástico y el estado plástico, se da para una reacción de 6.200 kN y un desplazamiento de 2,287 mm, aproximadamente.

Conforme pasa la zona de incremento de resistencia, y llega a la región en la cual el hormigón empieza a fisurarse (situación 2), se empiezan a observar distorsiones en el diagrama de tensiones, ya que los pasos entre elementos discretizados dejan de ser continuos para dar pequeños saltos apreciables. Además, las tensiones máximas de hendimiento pasan a ser de 5,717 MPa, y las de exfoliación de 13,43 MPa.

La transición entre la situación 2 y 3 se hace mucho más violenta, ya que como se puede observar en la gráfica de fuerza-deformación, se origina un escalón muy brusco de la fuerza de reacción longitudinal de la viga en un instante muy corto de tiempo. Este fenómeno se refleja en una gran variación del diagrama de tensiones trasversales, ya que a parte del desplazamiento de las tensiones hacia la izquierda, se producen numerosos picos de tensión en puntos muy distintos (tracciones localizadas). Estos “saltos” de tensión llegan a tomar valores de 7,809 MPa en las tensiones de hendimiento, y 7,19 MPa en las tensiones de exfoliación. Con dichas magnitudes se puede observar que conforme se pasa a la región plástica, los puntos de alta tensión originados se hacen mayores en las tensiones de hendimiento, y menores en las de exfoliación. Además, cabe recalcar que aunque los valores máximos expuestos cambien, se aprecia en el diagrama un aumento de la longitud de la zona traccionada, ya que disminuyen las tracciones en la zona fisurada y estas se desplazan hacia el centro de la viga.

Por último, en la última situación en la cual se ha tomado un instante de tiempo correspondiente al doble del desplazamiento del punto de transición elasto-plástico (4,573 mm), la fuerza de reacción se mantiene prácticamente estable con el tiempo en un valor aproximado de 3.600 kN, y simultáneamente se aprecia una distorsión total de las tensiones trasversales a lo largo de la pieza de hormigón. Las tensiones de hendimiento siguen desplazándose hacia la izquierda, originándose los “picos” de tensión ya explicados de valores máximos 8,055 MPa en tensiones de hendimiento, y 7,04 MPa en exfoliación.

Resulta de gran interés analizar los tiempos de cada región, ya que aparecen variaciones bruscas de tensión en instantes muy cortos, como ocurre entre la situación 2 y 3. El desplazamiento aplicado (10 mm) se produce en un tiempo estipulado de 500 s de forma lineal, lo que equivale a una velocidad de deformación 0,02 mm/s. Por otro lado, el régimen elástico se origina en los primeros 114 segundos (aproximadamente); la región de incremento de resistencia en los siguientes 56 s; el escalón de fisuración en los posteriores 15 segundos; y finalmente, la zona “estable” de la función fuerza-desplazamiento se da en los 315 s restantes.

### 4.2.3 Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga

Para realizar el análisis deseado, se parte de una viga de hormigón de alta resistencia (HAR) de sección rectangular, con dimensiones 400x2000 mm y longitud de 5000 mm. En la cota inferior de uno de sus extremos, se coloca una placa de acero de dimensiones 400x200x50 mm a la cual se le aplica un desplazamiento de 10 mm.

En cuanto a los parámetros insertados en el software de MEF, se ha aplicado el desplazamiento explicado en un rango de tiempo de 500 segundos. Este tiempo se ha seleccionado tras estudiar los efectos de la viscosidad en el comportamiento plástico del hormigón, permitiendo una correcta distribución de las tensiones, lo cual se asemeja a la realidad del proceso de postesado.

A continuación, se grafica la fuerza de reacción en dirección longitudinal de la pieza en función del tiempo, lo cual es directamente proporcional al desplazamiento, ya que los 10 milímetros impuestos varían de forma lineal durante los 500 segundos que dura el proceso.

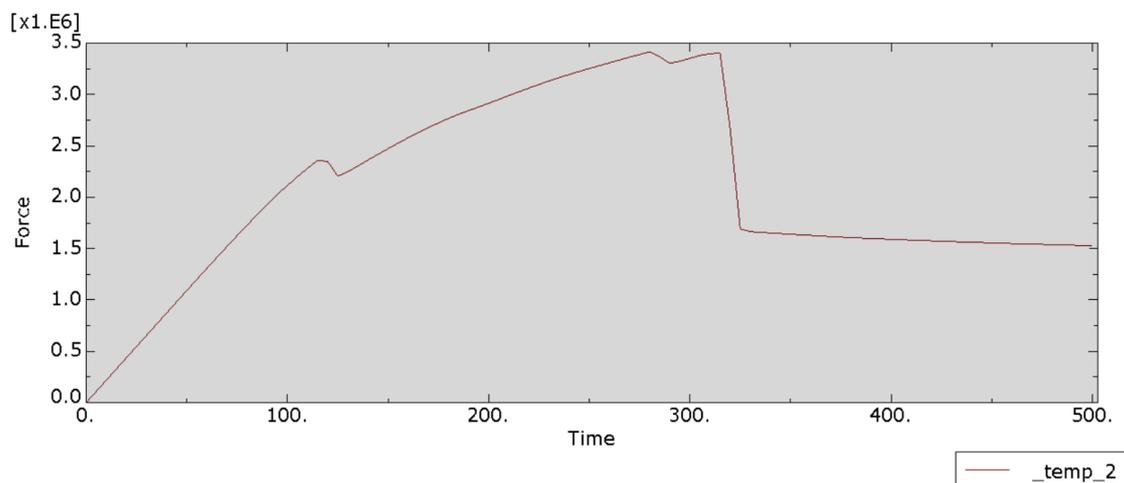


Figura 4-29. Reacción longitudinal de la viga en función del tiempo, con la placa de postesado ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.

Como se puede observar, aparece un primer tramo aparentemente elástico que dura aproximadamente 100 segundos, lo cual equivale a un desplazamiento de 2 mm. Posteriormente, se produce una primera plastificación localizada, lo que causa una relajación de la fuerza mostrada en la Figura 1, ya que disminuye la fuerza necesaria para aplicar un mismo desplazamiento en dicho instante. Tras ello, se origina un incremento de resistencia de la viga debido a la redistribución de las tensiones, provocando un ascenso de la curva fuerza-desplazamiento.

En el instante  $t = 280$  s, la viga llega a su máximo de resistencia (3414 kN), y tras él, se produce una primera relajación de las tensiones en un instante corto de tiempo, para consecutivamente endurecerse con un valor no muy elevado, y finalmente caer la fuerza de aplicación al no soportar más carga la viga. A partir de aquí, la fuerza de reacción se mantiene prácticamente constante para provocar una misma deformación.

Una vez analizada la gráfica, se van a estudiar con detenimiento varias situaciones que se han considerado de gran interés para entender la distribución de las tensiones en el plano medio de la pieza. Dichos escenarios de carga se muestran en la siguiente figura.

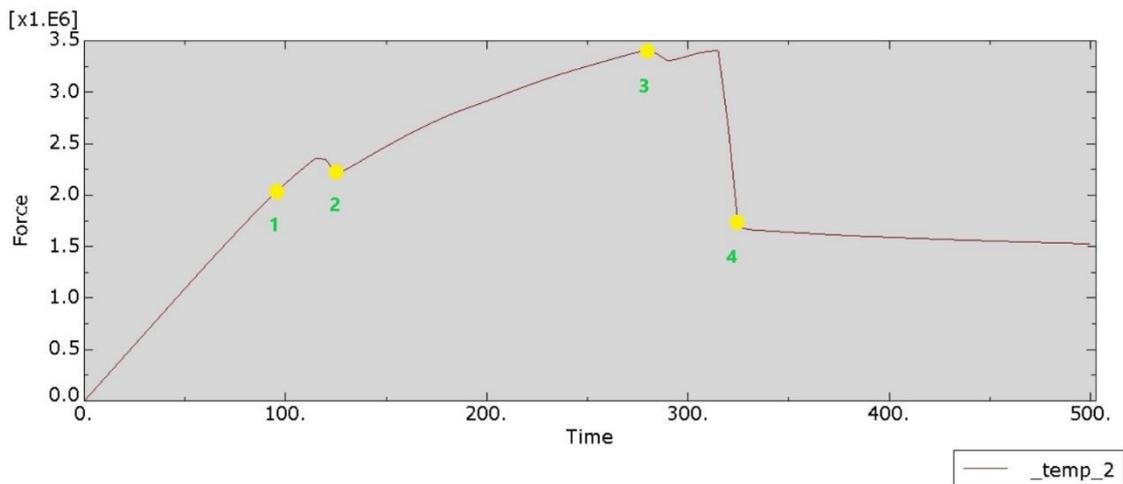


Figura 4-30. Puntos de análisis de los diagramas de tensiones de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior de la sección de la viga.

- 1) Punto de paso entre el régimen elástico y el régimen plástico (100 s).
- 2) Primera fisuración (125 s).
- 3) Punto de máxima fuerza a soportar por la viga (280 s).
- 4) Punto del escalón de ablandamiento máximo por deformación (325 s).

A continuación, se muestran en imágenes consecutivas, la distribución de tensiones transversales al eje longitudinal de la pieza, en las cuatro situaciones expuestas.

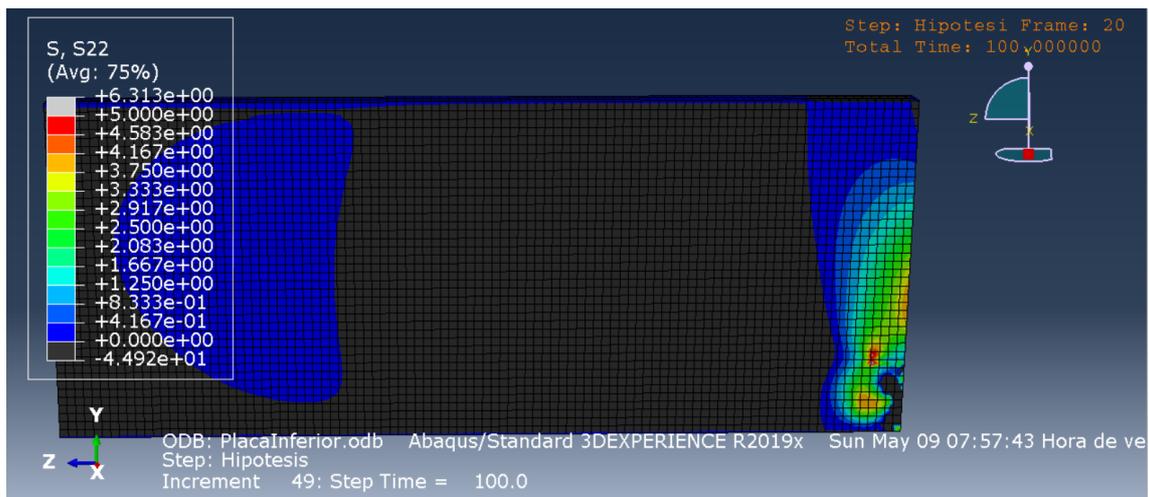


Figura 4-31. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en  $t = 100$  s.

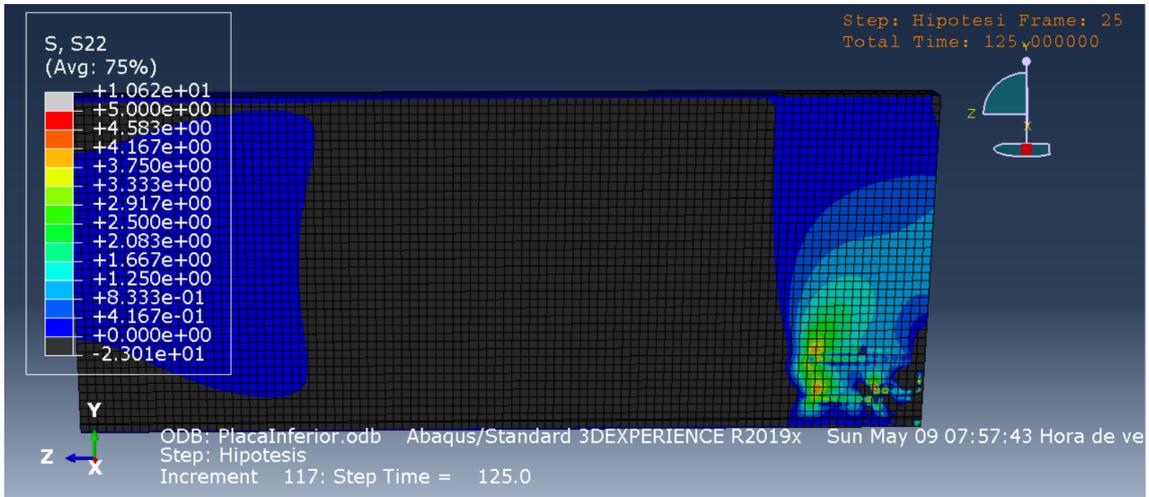


Figura 4-32. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en  $t = 125$  s.

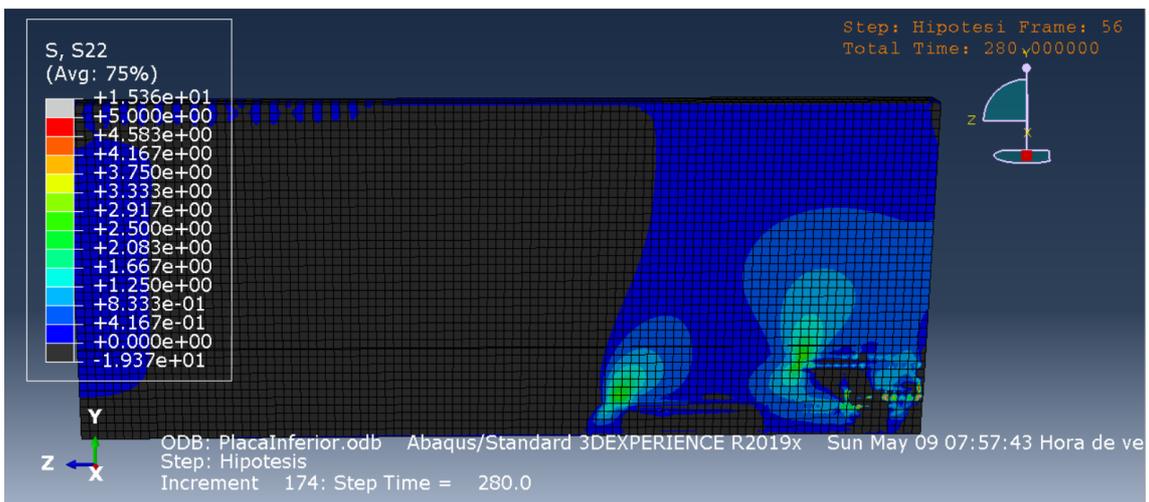


Figura 4-33. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en  $t = 280$  s.

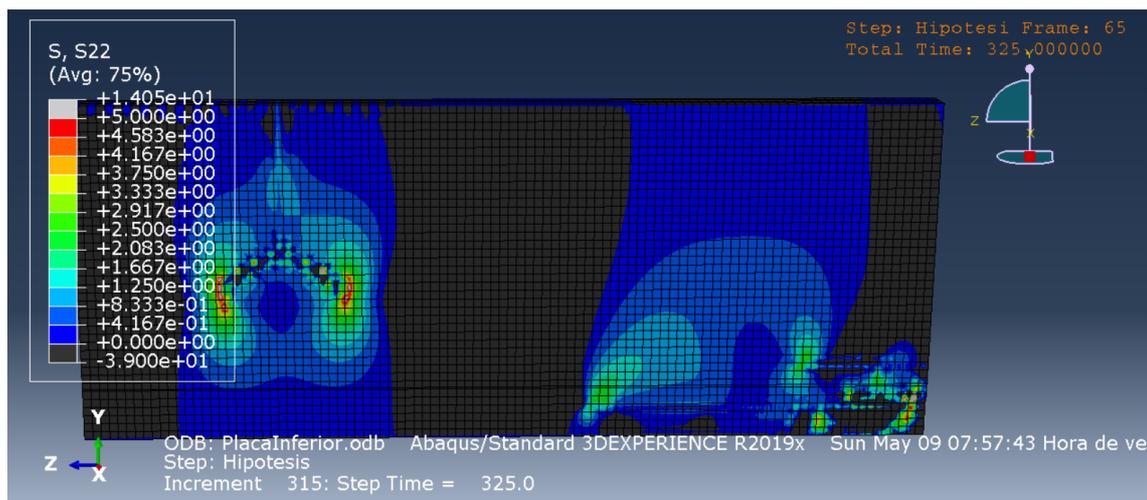


Figura 4-34. Tensiones transversales de postesado con la placa ubicada a 100 mm del borde inferior, en  $t = 325$  s.

Como se puede observar, la situación 1 guarda una pequeña similitud al régimen elástico ya visto, salvando las distancias de encontrarse esta en el inicio del régimen plástico. Esto provoca que se origine una pequeña distorsión en las tensiones de exfoliación, trasladándose estas hacia la izquierda, y uniformándose las superiores con las inferiores. Como ya se ha estudiado en el régimen elástico, las tensiones de hendimiento desaparecen del interior de la viga, al encontrarse la carga aplicada con una gran excentricidad. El punto de tensión transversal máximo se da para un valor de 6,01 MPa.

La primera fisuración se da en el instante 125 s (situación 2), en el cual la distorsión de las tensiones se hace mayor, provocada por las diversas plastificaciones en el interior de la pieza. El punto de mayor tensión de exfoliación aparece para un valor de 7,2 MPa. Como se ha explicado anteriormente, a partir de este escenario se origina una reordenación de tensiones que causa una nueva rigidización en la viga, lo cual hace que aumente de nuevo la resistencia al desplazamiento aplicado.

Tras salvar el incremento de resistencia explicado, se llega a la situación 3, la cual es la de mayor resistencia de la pieza de hormigón, ya que se encuentra soportando la mayor carga admisible (3414 kN). Por otro lado, al seguir aumentando el desplazamiento aplicado, la distorsión del diagrama de tensiones transversales aumenta considerablemente, provocando una mayor región de tracciones. En este escenario, la tensión máxima que aparece en la viga se encuentra con una magnitud de 9,7 MPa.

Finalmente, en la última situación aparecen nuevas zonas de tensiones transversales, las cuales se encuentran reflejadas en la zona izquierda de la Figura 4. Por otro lado, las tensiones anteriormente explicadas continúan desplazándose hacia la izquierda, y la distorsión gana una gran importancia. En este escenario de carga, el máximo valor de tensión transversal es 13,2 MPa.

Como se explicó en anteriores párrafos, a partir del último punto analizado, las tensiones transversales no varían de forma considerable, pudiéndose considerar estas prácticamente constantes.

#### 4.2.4 Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados en el centro de la sección de la viga

Con el objetivo de analizar las tensiones transversales en una pieza de hormigón de alta resistencia, se ha modelado una viga de sección rectangular de dimensiones 2000x400, y longitud 5000 mm. A dicha pieza, se le han embebido 49 cables de acero de pretensado de sección 140 mm<sup>2</sup>, centrados en el eje longitudinal de la viga.

La idea del número de cables elegido parte de asemejar la situación de pretensado a la de postesado, en la cual la placa de acero centrada aplica una fuerza máxima de 8600 kN. Sabiendo que los cables se tesan a una tensión máxima de 1395 MPa, y conociendo su sección circular, colocar 49 cables equivale a una resultante de fuerzas de 9500 kN aproximadamente.

Estos se colocan en siete filas de siete cables cada una, colocando un recubrimiento mecánico de 5 cm, y una separación entre cables de la misma magnitud, lo cual cubre todo el ancho del la sección rectangular.

Al encontrarse los cables embebidos en el hormigón, no se puede calcular con igual exactitud que con el postesado la variación temporal de la fuerza de reacción provocada en la dirección del eje longitudinal de la pieza. Esto se debe a que al seleccionar la cara en la cual se encuentra empotrada la viga, se seleccionan también los cables, lo cual origina una resultante nula de reacciones, ya que el hormigón se encuentra cargado a un valor igual y de sentido contrario que el de los cables de pretensado.

Por otro lado, la tensión se ha insertado en el software de elementos finitos como una variación de temperatura en los cables, conociendo el módulo de elasticidad del acero (210 GPa), el coeficiente de dilatación térmica ( $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), y la tensión de pretensado. Con esos tres valores, el incremento de temperatura que es necesario aplicar en los cables para provocar la resultante de fuerzas deseada es  $-664,29 \text{ }^\circ\text{C}$ . Dicha variación térmica se aplica gradualmente en forma de rampa (variación lineal con el tiempo) en un tiempo de 500 segundos, según lo estudiado derivado de la viscosidad del hormigón en el régimen plástico.

A continuación, se analizarán la tensiones transversales en la situación límite de la viga, la cual se da en el instante final, ya que en este los cables se encuentran tensados a su máximo valor (1395 MPa), y se puede observar cómo el diagrama se encuentra prácticamente en régimen elástico (no se aprecian distorsiones, o grandes plastificaciones).

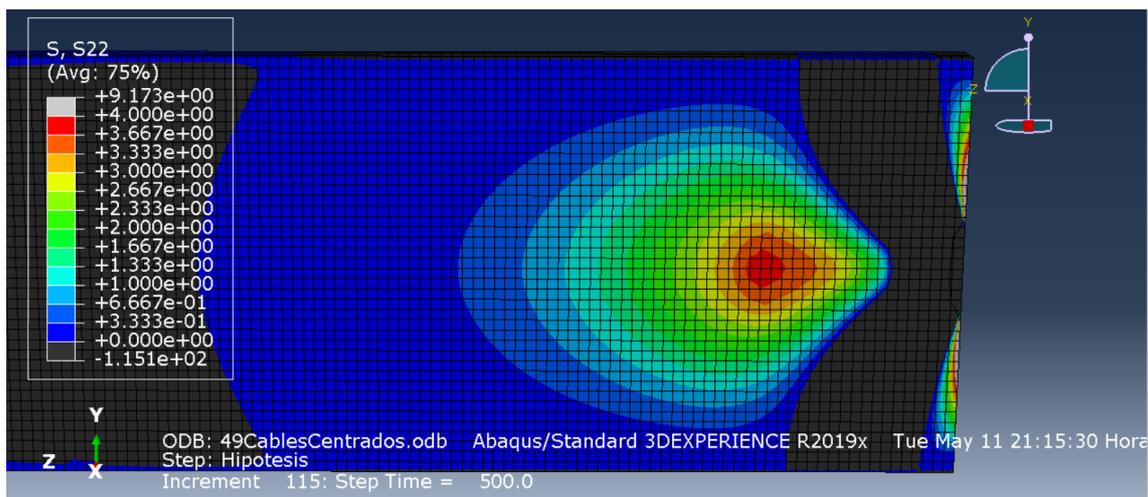


Figura 4-35. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados en el centro de la sección de la viga.

Como se puede observar en la figura adjunta, la distorsión de las tensiones es mínima, al distribuirse esta de una mejor forma por el interior de la viga. Esto se debe a los cables pretensados, los cuales permiten para una misma fuerza resultante aplicada, un mejor comportamiento de la pieza de hormigón.

Por otro lado, se pueden diferenciar las dos regiones de tracciones transversales estudiadas (tensiones de hendimiento y tensiones de exfoliación). El valor máximo de la primera de ellas es 3,83 MPa, y el de las tensiones de exfoliación, 6,80 MPa.

Finalmente, aunque parezca que la pieza no ha plastificado y se ha encontrado únicamente en régimen elástico, se pueden observar fisuras en el extremo de la viga (lado derecho de la Figura 1), encontrándose esta, a la altura de la colocación de los cables.

#### **4.2.5 Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del lado inferior de la sección de la viga**

Con motivo de analizar las tensiones transversales originadas en una pieza de hormigón de alta resistencia en régimen plástico, se ha partido de un modelo de una viga de sección rectangular de dimensiones 400x2000 mm, y longitud 5000 mm.

En dicho elemento, se encuentran embebidos 35 cables de acero de pretensado, los cuales se han colocado en el inferior de la sección de la viga, para analizar las tensiones provocadas por una resultante de fuerzas excéntrica. El motivo del número seleccionado de cables se debe a una igual "sección" de aplicación de cargas que con el proceso de postesado (placa metálica de 400x200 mm). Al encontrarse en 5 filas de 7 cables cada una, separados entre ellos 5 cm, y con un recubrimiento mecánico de 5 cm también, el cómputo de la región originada se asemeja a un rectángulo de 200x400 mm.

Además, en este caso no ha sido necesario añadir un mayor número de cables, ya que la resultante provocada por lo 35 insertados, más su excentricidad, provocan plastificaciones y fisuras en la viga.

Para la aplicación del incremento térmico, se ha partido de tres parámetros necesarios:

- Coeficiente de dilatación térmica del acero:  $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .
- Módulo de elasticidad del acero: 210 GPa.
- Tensión aplicada en los cables: 1395 MPa.

Con ello, se calcula un incremento de temperatura en los cables de  $-664,29 \text{ }^\circ\text{C}$ , el cual se aplica en un tiempo de 500 s. El tiempo de ejecución se encuentra diseñado a partir del estudio del efecto de la viscosidad del hormigón en régimen plástico.

Aunque no se puede analizar la variación temporal de la resultante de fuerzas en la reacción de la viga, debido a que los cables se encuentran también en la sección final de la pieza y seleccionarlos supondría una resultante nula de tensiones; se van a mostrar diferentes diagramas de tensiones en los cuales las variaciones sean considerables.

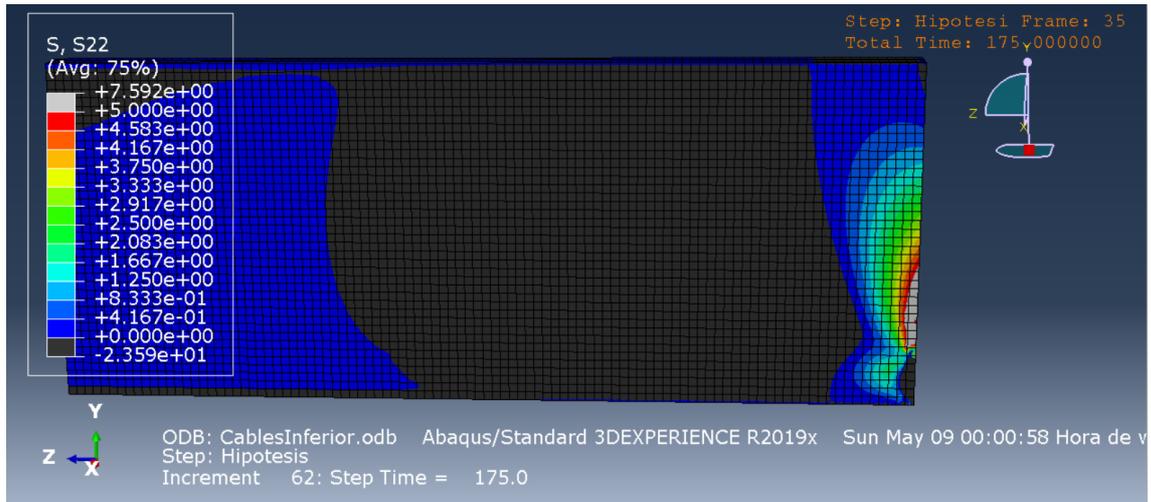


Figura 4-36. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en  $t = 175$  s.

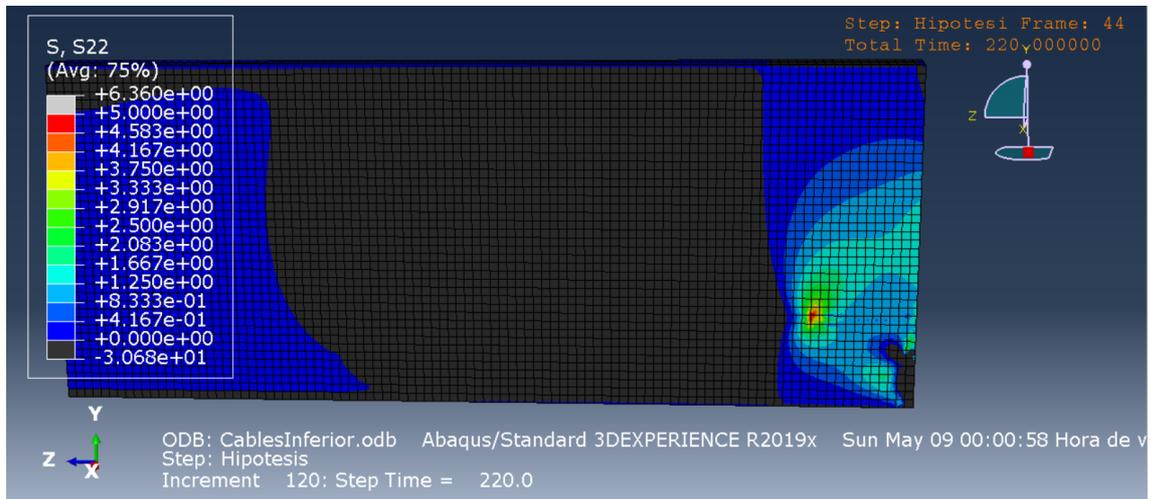


Figura 4-37. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en  $t = 220$  s.

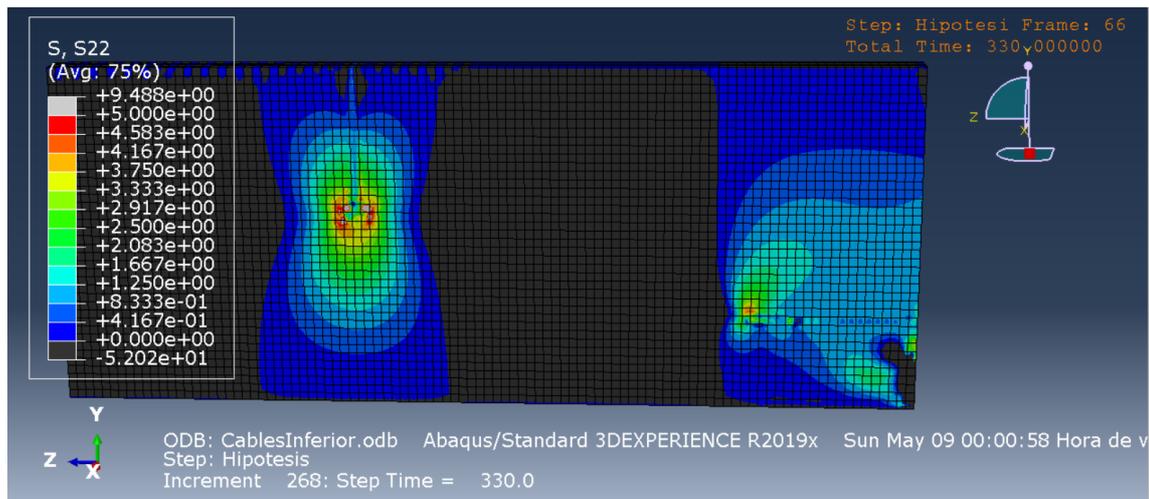


Figura 4-38. Tensiones transversales con los cables de pretensado ubicados a 150 mm del borde inferior, en  $t = 330$  s.

Como se puede observar en las tres figuras consecutivas adjuntadas, las tensiones parten de un diagrama parecido al que se encuentra en el régimen elástico, lo cual hace intuir un primer paso entre el régimen elástico y el régimen plástico. En ese instante, la tensión máxima se da para un valor de 6,7 MPa.

Posteriormente, se comprueba que las tensiones transversales se van desplazando hacia la izquierda, distorsionándose el diagrama de esfuerzos, lo cual significa que la pieza se encuentra en régimen plástico. Además, la región traccionada se va haciendo mayor conforme aumenta la carga aplicada. En esta situación, la tensión máxima transversal tiene un valor de 5 MPa.

Finalmente, el último escenario de tensiones es característico de la situación final de la pieza, la cual ya ha atravesado el escalón de cedencia producido por la fisuración del hormigón, y se encuentra en un diagrama prácticamente estable de tracciones transversales. La deformación sigue aumentando para una carga aplicada aproximadamente constante. En este instante, el valor de tensión transversal máxima se encuentra en 7,8 MPa.

#### 4.2.6 Tensiones transversales de postesado con la viga armada y la placa ubicada en el centro de la sección

Una vez calculadas y diseñadas las armaduras para la viga postesada, se ha procedido a analizar el comportamiento elasto-plástico, y comprobar cómo varían las tensiones al añadir los estribos necesarios para absorber las tensiones transversales. Como primera situación, se analizará el comportamiento de la viga con el mismo número de estribos calculados, pero compuestos únicamente de dos ramas (el cálculo de armaduras aporta una solución de estribos de tres ramas). Posteriormente, se introducirán los estribos de tres ramas, con el fin de comparar la distribución de tensiones conforme se añaden armaduras a la viga, siendo la primera hipótesis de armadura insuficiente, y correcta la segunda con las tres ramas.

#### 4.2.6.1 Armado con 38 estribos $\phi$ 12 de dos ramas

El modelo realizado en ABAQUS [1], se muestra a continuación como representación mediante líneas para visualizar de mejor forma el armado introducido en la viga de hormigón.

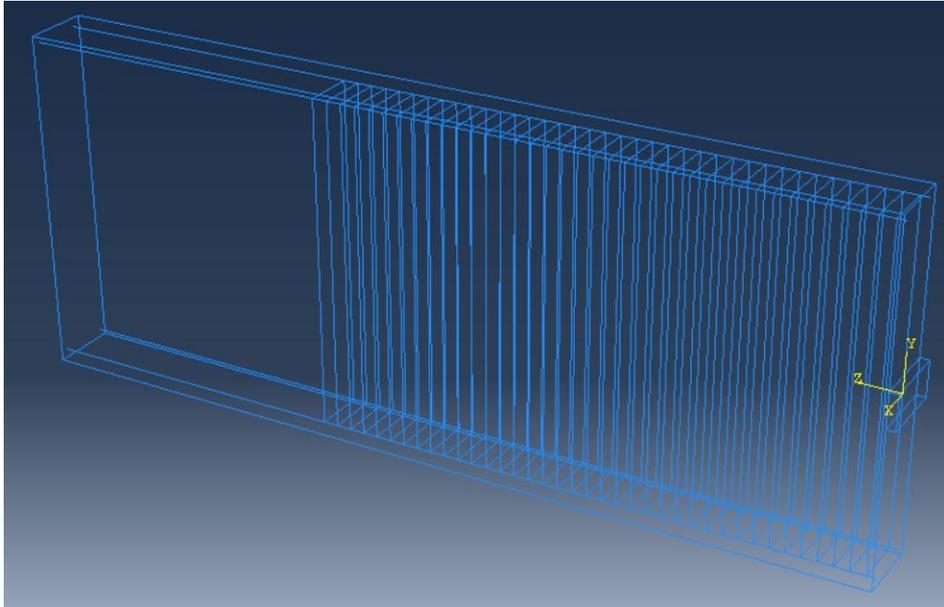


Figura 4-39. Representación de la viga postesada armada con 38 estribos  $\phi$  12 de dos ramas.

La curva fuerza-desplazamiento que se mostró en el modelo sin armado, se puede observar en la siguiente figura para el modelo armado con dos ramas:

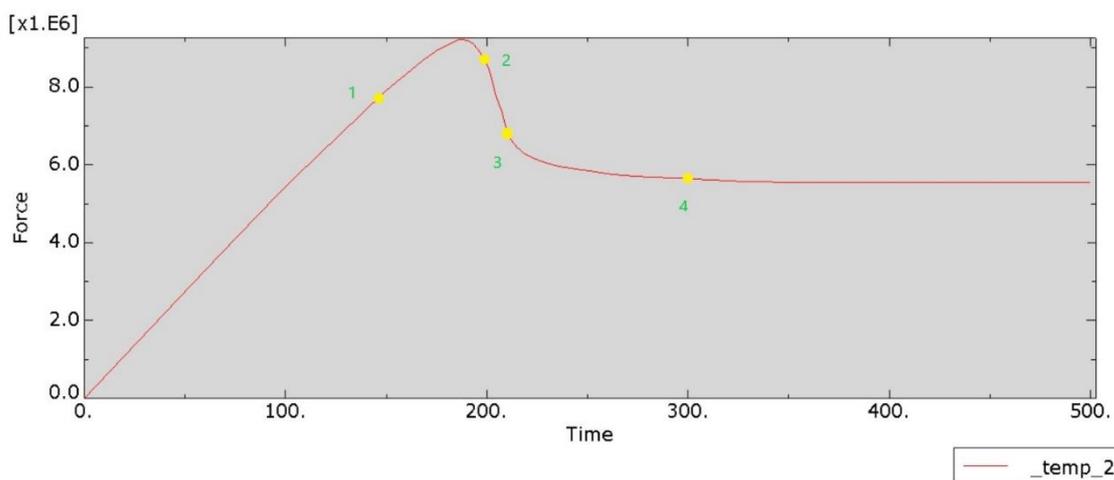


Figura 4-40. Reacción longitudinal de la viga postesada en función del tiempo, con el armado de 38 estribos  $\phi$  12 de dos ramas.

Aun comprobando de nuevo una plastificación del material, esta se origina de forma suave, ya que la primera región de fisuración del hormigón no aparece como un escalón tan pronunciado, tal y como se observaba en el modelo sin armadura.

Por otro lado, si se analizan los instantes relativamente parejos a los detallados en la viga sin armar, aparecen las distribuciones de tensiones transversales que se mostrarán a posteriori. Dichos instantes de carga son:

- 1) Región de incremento de resistencia (149,63 s).
- 2) Primer punto de fisuración del hormigón (196,38 s).
- 3) Segundo punto de fisuración del hormigón (217,50 s).
- 4) Doble desplazamiento que situación 1 (304,12 s).

Aunque no son exactamente los mismos instantes, debido al tamaño de paso seleccionado en ABAQUS [1] y su método para realizar el análisis, se han elegido instantes en las mismas regiones de comportamiento, acercándose estas lo máximo posible al modelo sin armar.

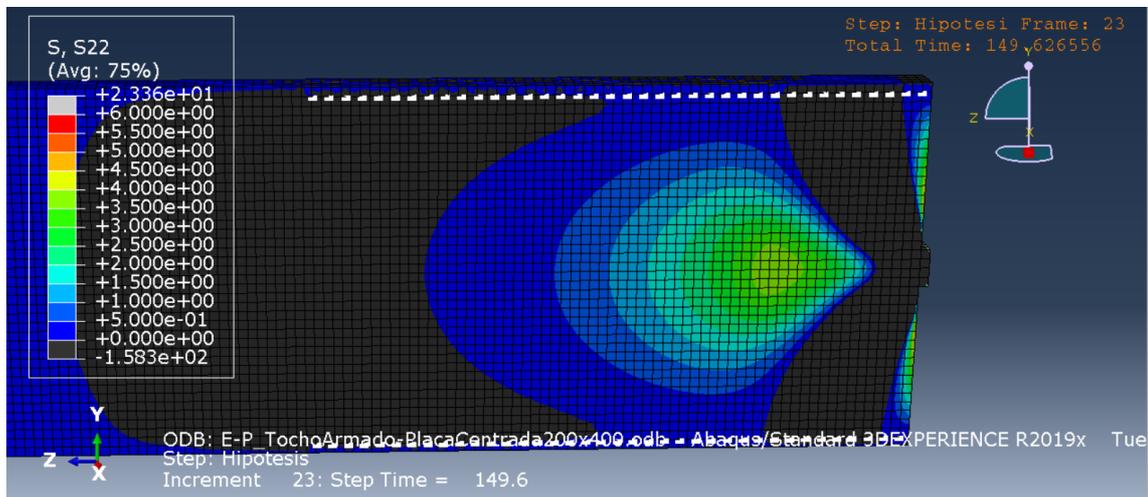


Figura 4-41. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en  $t = 149,63$  s.

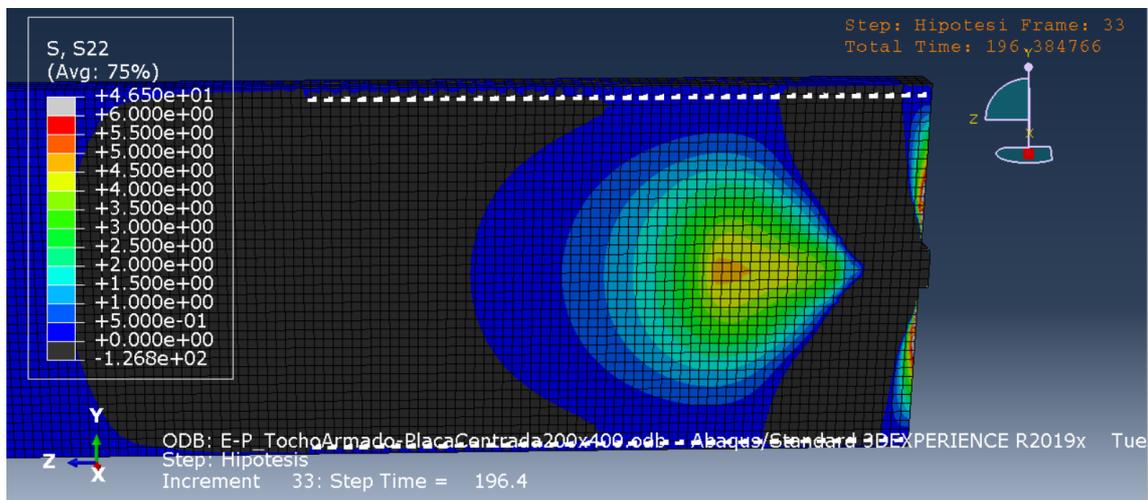


Figura 4-42. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en  $t = 196,38$  s.

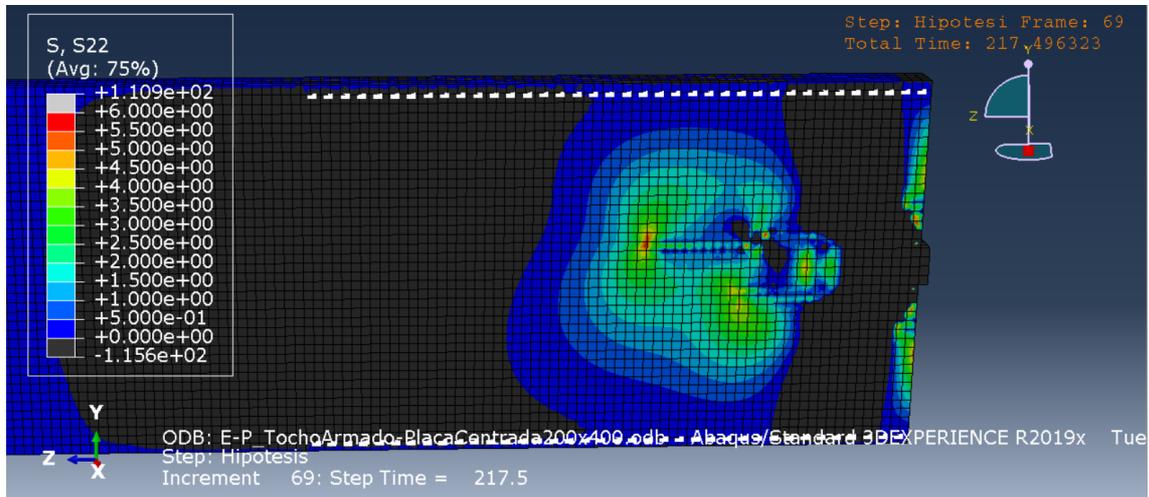


Figura 4-43. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en  $t = 217,50$  s.

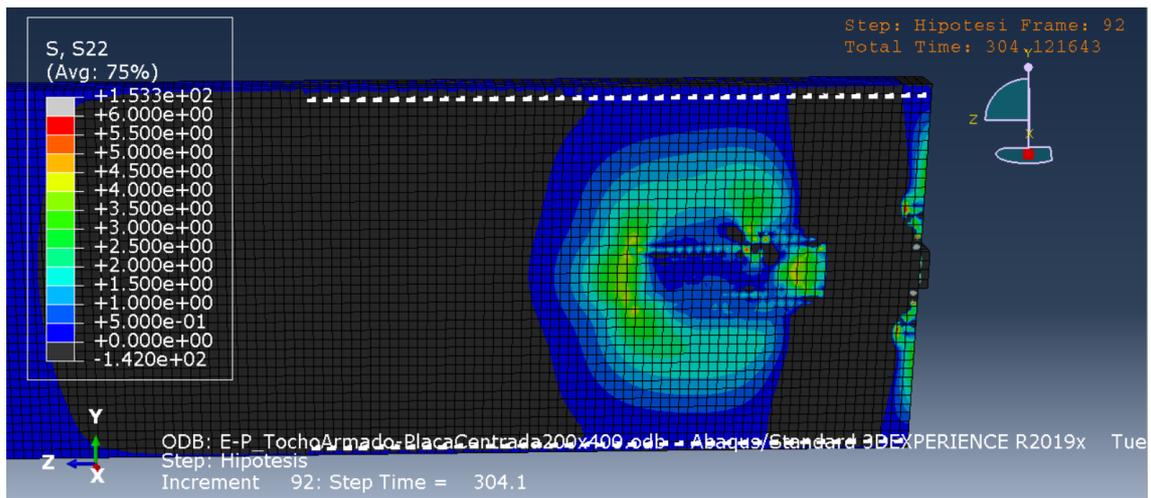


Figura 4-44. Tensiones transversales de la viga armada postesada (dos ramas), en  $t = 304,12$  s.

Existen grandes diferencias en las tensiones transversales al añadirle la armadura. La distorsión aparecida al plastificar el hormigón, se concentra en una región de la viga, sin desplazarse de una forma excesiva hacia la izquierda, aspecto que ocurría en el modelo sin armar. Además, las tensiones a soportar por el hormigón se reducen de manera considerable, ya que se ha seleccionado el mismo rango de colores para las tensiones que en el modelo de la viga sin armadura, originándose las tensiones máximas en la situación 2, ya que es la que se encuentra con mayor carga aplicada de las cuatro.

Además, cabe resaltar que entre la situación 1 y 2, no aparece el cambio drástico que surgía en el modelo anterior, lo cual hace mayor hincapié en la importancia de la armadura al pretensar una pieza de hormigón. De la misma manera, las tracciones transversales máximas originadas en la viga en la situación 2, son menores en magnitud que las mostradas en la situación 3.

Resulta interesante detenerse a pensar en que las armaduras de tres ramas han sido diseñadas para una carga de postesado de 125 MPa (carga de postesado de 10000 kN) en régimen elástico, mientras que la pieza con la armadura de dos ramas se encuentra soportando una carga máxima de 115 MPa (carga de postesado de 9200 kN) en régimen elastoplástico, a partir de la cual se origina la fisuración del hormigón.

Aun habiendo comprobado que las armaduras mejoran considerablemente el comportamiento de la viga de hormigón, no llegan a ser suficientes ya que se ha considerado un número menor de armaduras transversales del que requiere realmente la viga, debido a que se ha añadido un área de armaduras de 8588 mm<sup>2</sup> (estribos  $\phi$  12 mm de dos ramas), frente al área de armaduras compuestas por tres ramas (12882 mm<sup>2</sup>), el cual es el requerido por dicha carga aplicada de postesado.

#### 4.2.6.2 Armado con 38 estribos $\phi$ 12 de tres ramas

En la siguiente figura se muestra el modelo realizado en ABAQUS [1] para esta situación, aplicando una representación mediante líneas con el fin de una mejor visualización del armado.

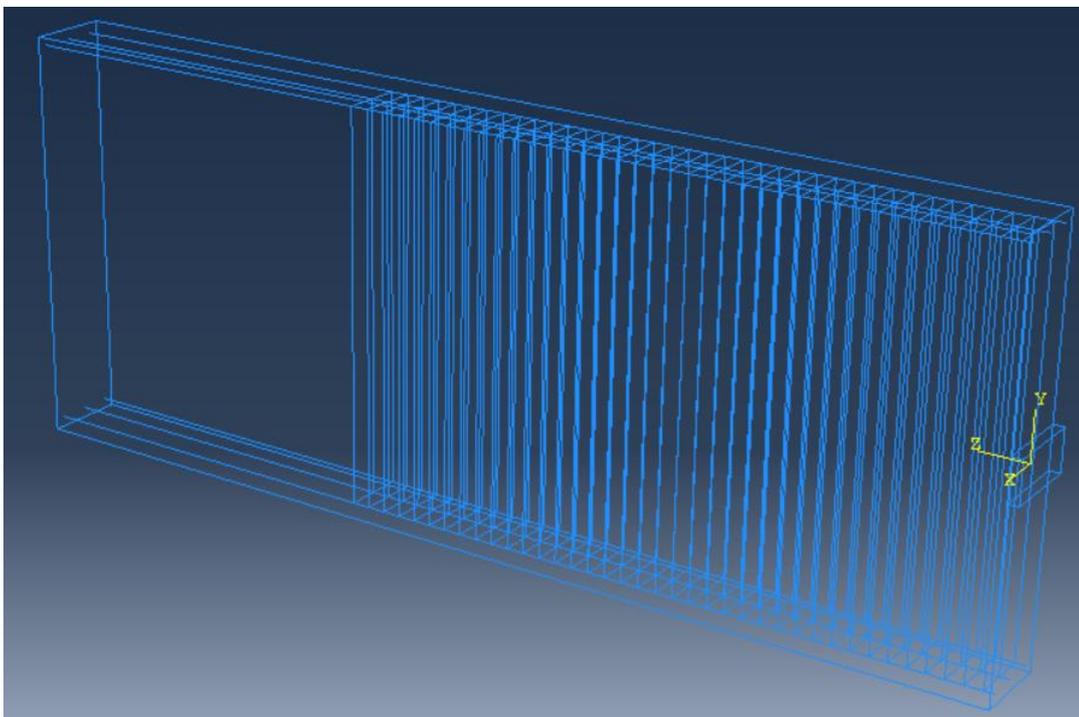


Figura 4-45. Representación de la viga postesada armada con 38 estribos  $\phi$  12 de tres ramas.

A continuación, se procede a analizar el modelo con el armado diseñado de tres ramas, el cual se intuye suficiente para soportar las tracciones originadas en el postesado. Los diagramas de tensiones se mostrarán en el plano longitudinal entre ramas, es decir, a 125 mm del extremo, ya que así se evitan las distorsiones provocadas alrededor de la zona de armado, lo cual aparece situando el plano de corte en el centro de la pieza.

Se comienza adjuntando la gráfica carga-desplazamiento de la viga postesada, para mostrar los puntos de interés que se analizarán a posteriori.

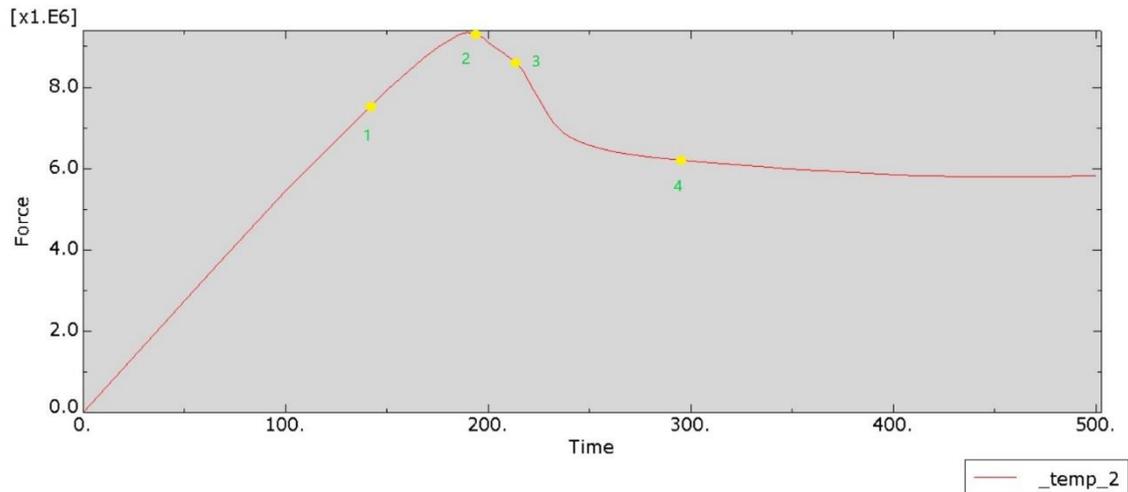


Figura 4-46. Reacción longitudinal de la viga postesada en función del tiempo, con el armado de 38 estribos  $\phi$  12 de tres ramas.

Los puntos seleccionados son los siguientes:

- 1) Región de incremento de resistencia (149,63 s).
- 2) Primer punto de fisuración del hormigón (195,73 s).
- 3) Segundo punto de fisuración del hormigón (217,44 s).
- 4) Doble desplazamiento que situación 1 (303,77 s).

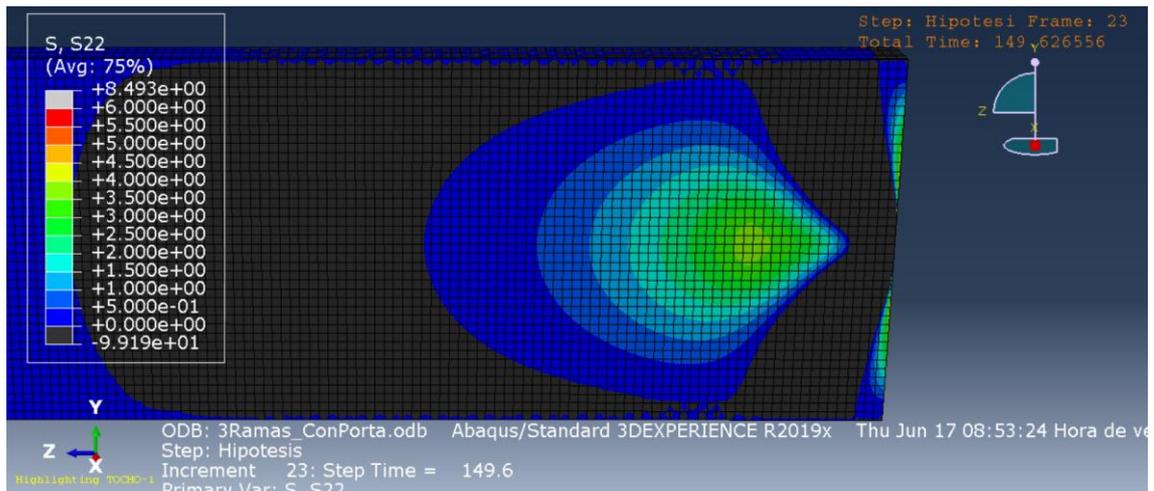


Figura 4-47. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en  $t = 149,63$  s.

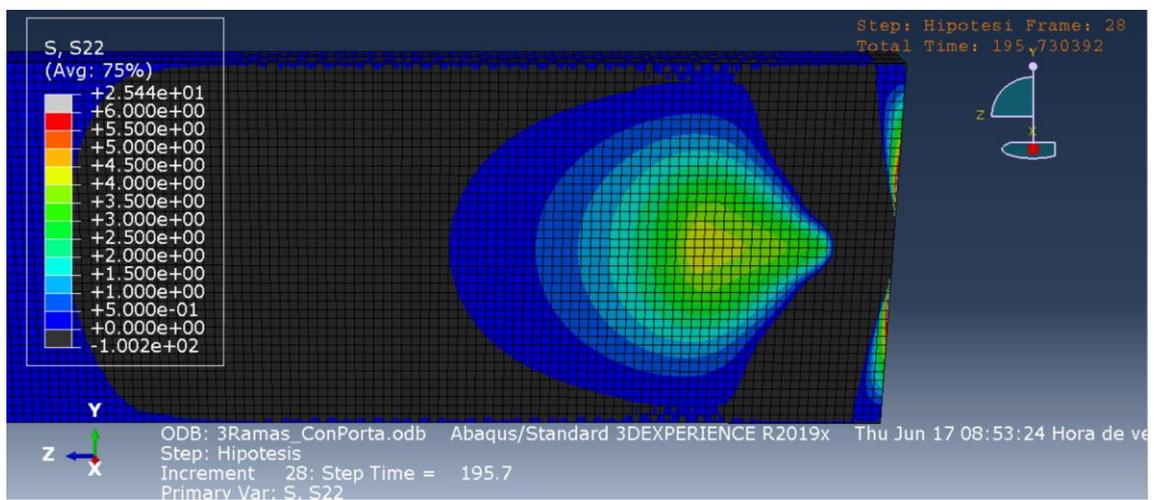


Figura 4-48. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en  $t = 195,73$  s.

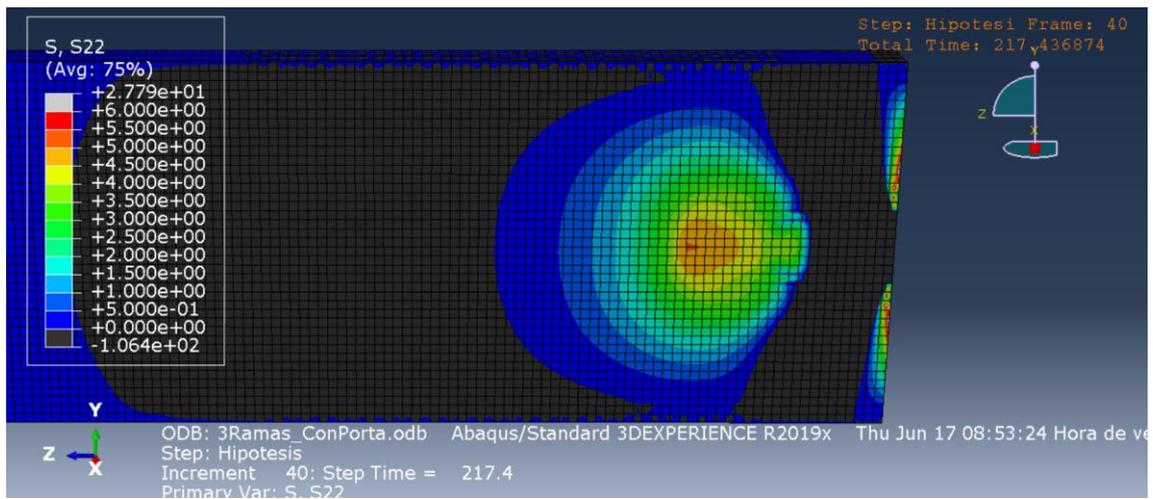


Figura 4-49. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en  $t = 217,44$  s.

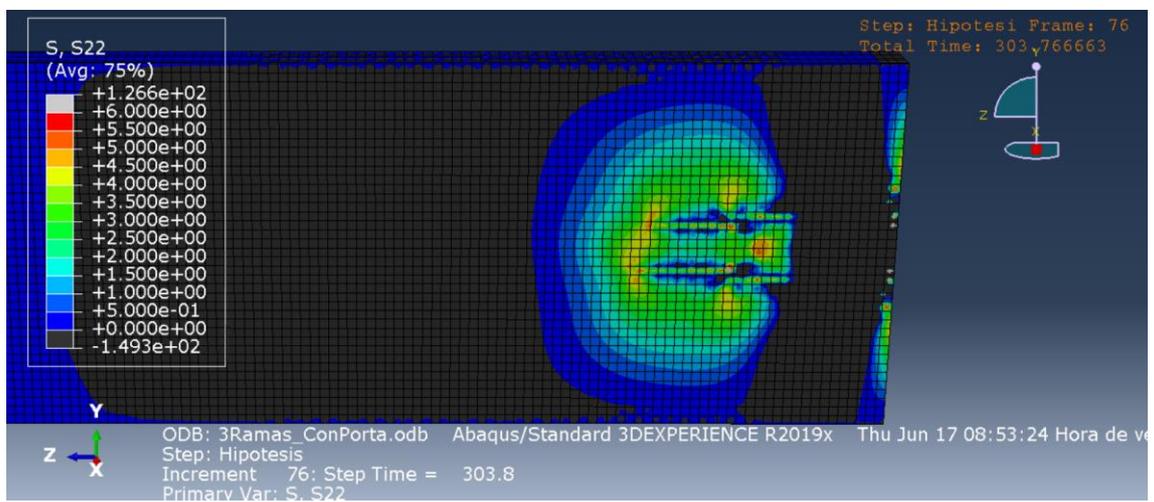


Figura 4-50. Tensiones transversales de la viga armada postesada (tres ramas), en  $t = 303,77$  s.

Como se puede observar, aun habiendo aumentado el área dispuesta de armaduras hasta el valor calculado analíticamente, la situación en régimen elástico difiere muy poco de la del anterior modelo (con dos ramas). Sin embargo, conforme entra en la región de fisuración del hormigón, el diagrama de tensiones sigue mejorando considerablemente con mayor área dispuesta de armaduras, ya que las tensiones se encuentran más compactadas en una zona de la viga, disminuyendo las distorsiones que se aprecian en el modelo de dos ramas.

Se aprecian en la situación 4 dos franjas paralelas en la zona de tensiones, las cuales muestran la zona de fisuración del hormigón, y el paso de tracciones a los estribos correspondientes. En general, aparece la región de tensiones algo más compactada, y con puntos de tracciones mayores, ya que como se puede apreciar en la figura 4-50, las cargas aplicadas aumentan para una misma deformación. Esto se basa en el aumento de armadura dispuesta en el interior del hormigón, cuyo efecto supone un aumento de su resistencia, y por lo tanto permite una mayor magnitud de carga (6000 kN frente a 5500 kN de la armadura con dos ramas, aproximadamente) para conseguir el desplazamiento impuesto en la placa de postesado de 10 mm.

Asimismo, resulta interesante comparar los desplazamientos originados con y sin armadura, al igual que las reacciones máximas ocasionadas en la viga. En régimen elástico, se ha aplicado una carga de postesado de 10000 kN, lo que equivale a una presión en la placa de postesado de 125 MPa, y en régimen elastoplástico se origina una reacción máxima en la pieza de hormigón de aproximadamente 9200 kN (115 MPa de presión en la placa). En la primera situación (elástico lineal), se considera una resistencia del hormigón mayor de la que realmente es, ya que se está teniendo en cuenta un módulo de Young constante con el tiempo. Sin embargo, esta situación no es real, ya que cuando el hormigón plastifica, primero aparece un aumento de rigidez y posteriormente, una disminución considerable debido a la fisuración del material. Una carga de 10000 kN bajo el régimen elástico provoca en la viga sin armar un desplazamiento máximo longitudinal de 3,8 mm, frente a los 4 mm que ocasiona una carga de 9200 kN en régimen elastoplástico, es decir, el hormigón se deforma más en régimen elastoplástico con menor carga aplicada. Además conforme atraviesa dicho punto (9200 kN), la viga se deforma longitudinalmente con una carga menor aún, llegando a un valor de 10 mm con una carga de postesado de 6000 kN aproximadamente, lo cual sería imposible en régimen elástico lineal, ya que para seguir deformando la viga hasta los 10 mm deseados, sería necesario aumentar la carga aplicada hasta un valor de aproximadamente 26500 kN (4,5 veces la fuerza resultante real).

## 5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se pretende realizar una comparación entre todos los modelos realizados y explicados anteriormente, para sacar conclusiones del principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado.

Se va a dividir en tres apartados: conclusión del régimen elástico, conclusión del régimen plástico, y conclusión de la aportación de la armadura a las tensiones trasversales de la viga.

### 5.1. Régimen elástico

Conforme se han ido observando los cambios originados en las piezas pretensadas con armadura pretesa o postesa, se puede llegar a elaborar una conclusión en la cual se plasmen los conceptos encontrados que relacionen las cuatro hipótesis realizadas: variación de tensiones con las dimensiones de la placa de postesado, variación de tensiones con las dimensiones de los cables de pretensado, variación de tensiones con la ubicación de la placa de postesado, y variación de las tensiones con la ubicación de los cables de pretensado.

Al observar la distribución de tensiones en el interior de las vigas pretensadas, no se evalúa un cambio apreciable entre el pretensado con armadura pretesa y el pretensado con armadura postesa. Sin comparar valores de magnitud, ya que en los cables de pretensado se ha aplicado una tensión que provoca una resultante de fuerzas de 6835,5 kN, y en la placa de postesado aparece una carga resultante de 2000 kN (todo variando cuando se han cambiado las dimensiones de la placa), se pueden apreciar unas tensiones distribuidas de forma prácticamente idéntica, un caso de otro.

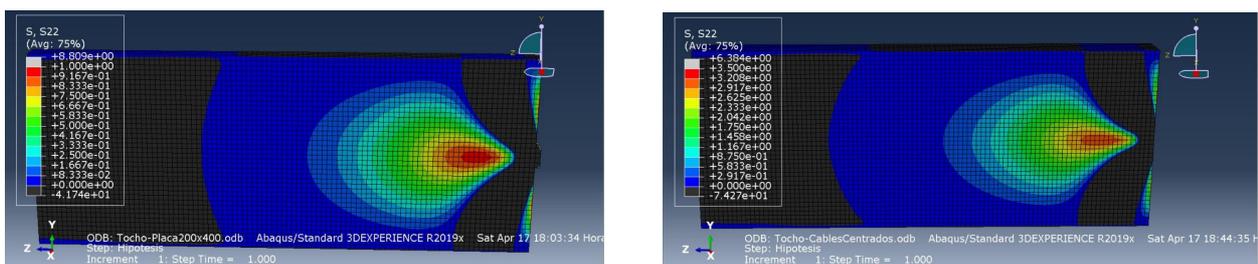


Figura 5-1. Comparativa entre tensiones trasversales con la placa de postesado en el centro, y tensiones trasversales con los cables de pretensado en el centro.

Igualmente, salvando las distancias de órdenes de magnitud ya mencionadas, conforme varía la relación entre el canto de la viga a pretensar, y ya sea la superficie de la región en la que se encuentran los cables, o la superficie de la placa de postesado, las tensiones se hacen mayores con el aumento de dichas relaciones en ambos casos. Además, las gráficas comparativas adjuntadas entre tensiones adimensionales y distancias adimensionales, adquieren una gran similitud entre ellas.

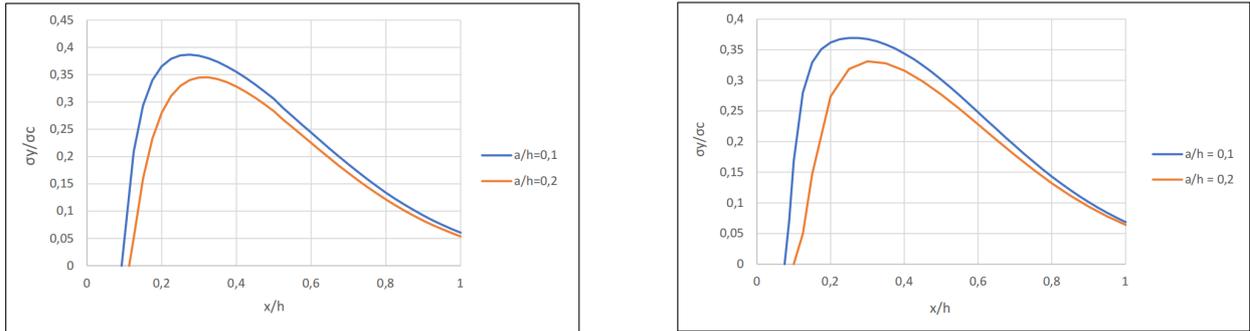


Figura 5-2. Comparativa entre las funciones tensión-distancia adimensionales del pretensado con armadura pretesa y armadura postesa.

Estas al compararlas con las que se encuentran en el libro de José Calavera Ruiz [1], se puede apreciar que son prácticamente iguales, lo que aporta veracidad entre lo explicado en dicha referencia bibliográfica, y lo que se produce al llevarlo a cabo en un software de elementos finitos como ABAQUS.

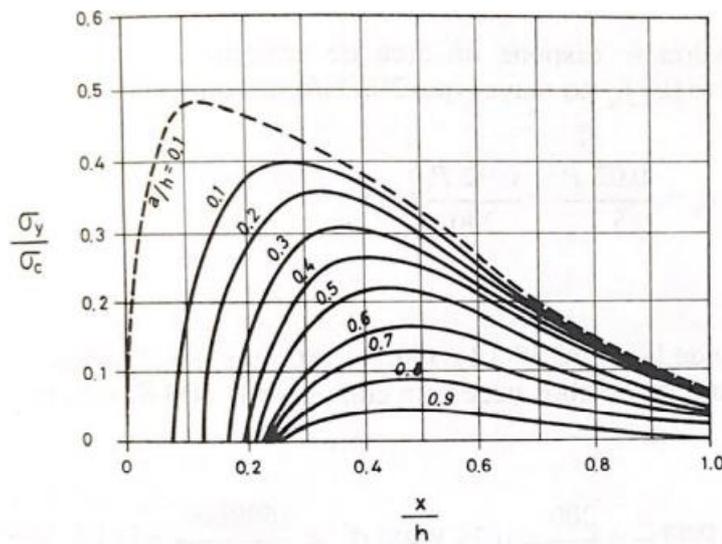


Figura 5-3. Tensiones de hendimiento frente a distancia, adimensionales, en la referencia bibliográfica [2].

Un hecho a recalcar en las figuras mostradas, es que conforme aumenta la relación del canto de la placa de postesado o los cables de pretensado, con el canto de la pieza, las tensiones se van desplazando hacia la derecha en la gráfica. Esto equivale a decir que conforme aumenta la fuerza de pretensado a la cual se somete la viga de hormigón, las tracciones originadas en su interior se van alejando del extremo (zona de anclajes). Igualmente, como se puede apreciar, la longitud en la cual se ubican las tensiones trasversales disminuye bajo el mismo criterio (aumento de la fuerza de pretensado), compactándose así la región traccionada. Esto se podría expresar de diferente manera, señalando que cuanto menor es la relación  $a/h$ , más se deben dispersar las compresiones desde la placa hasta la sección completa, provocando con ello mayores tracciones trasversales y mayor longitud de ocupación de dichas tensiones a lo largo de la viga.

El límite bajo el cual la región de tensiones transversales se aleja no es infinito, ya que este llega a un máximo de aproximadamente 0,27, es decir, la zona de tracciones se va alejando de los anclajes conforme aumenta la fuerza de pretensado hasta un máximo de distancia de aproximadamente el 27 % del canto de la viga. Esta situación extrema ocurriría para una relación del 90 % entre el canto de la placa de postesado (o de los cables de pretensado) y el canto de la viga de hormigón. Además de alejarse, dicha región de tracciones se va acortando (compactando) conforme mayor es la relación  $a/h$ , llegando a su límite máximo ( $a/h = 1$ ), en el cual la placa ocupa toda la sección de la viga y no se producen tensiones transversales.

Ocurre algo similar cuando se varía la zona en la cual se encuentra colocada ya sea la placa de postesado o bien los cables de pretensado. Cuando se comparan ambos casos, salvando las mismas distancias de órdenes de magnitud anteriormente mencionadas, ya que se aplican cargas distintas, la distribución de tensiones transversales varía de la misma forma conforme se aumenta la excentricidad de las cargas aplicadas.

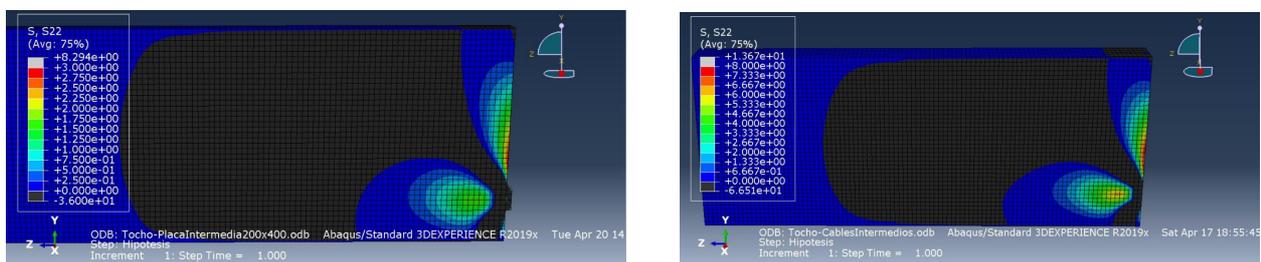


Figura 5-4. Comparativa entre tensiones transversales con la placa de postesado a 400 mm del borde inferior de la viga, y los cables de pretensado en la misma ubicación.

Esta es una situación intermedia entre los elementos de pretensado situados en el centro de la sección de la viga, y situados en la zona inferior, por lo que se ha seleccionado como un buen ejemplo para ilustrar lo que se pretende explicar. Como se puede apreciar, la distribución de tensiones en ambos casos es prácticamente idéntica, variando únicamente la magnitud de las propias tracciones. Se distingue una zona de tensiones de hendimiento que conforme aumenta la excentricidad de la carga de pretensado, se va haciendo más pequeña hasta desaparecer en el caso extremo de colocar la placa o los cables en la superficie inferior de la viga. Al igual que disminuyen las tensiones de hendimiento con la excentricidad, todo lo contrario ocurre con las de exfoliación, ya que como se puede observar, la región en la cual se manifiestan estas, se va haciendo más grande. Este fenómeno aparece por el aumento de momentos flectores que provoca la excentricidad impuesta en la carga, ya que esto origina tracciones mayores en la zona cercana a los anclajes (zona de tensiones de exfoliación).

Finalmente, se concluye que la diferencia entre aplicar el pretensado con armadura pretesa o con armadura postesa es poco apreciable, ya que las tensiones se van a distribuir por el interior de la pieza prácticamente de igual forma, siendo algo mayor la dispersión de las tensiones en el pretensado con armadura postesa al tener que viajar desde un extremo de la viga, en vez de desde el centro (armadura pretesa). Además, aplicar una excentricidad en los cables de pretensado equivale a aplicar la misma excentricidad en la placa de postesado, haciendo recalcar aún más si cabe, las semejanzas entre ambos métodos. Igualmente, el cambio de relación de dimensiones, ya sea entre el canto de la viga y el canto de la placa de postesado, o bien entre el canto de la viga y la dimensión vertical del conjunto de cables de pretensado, origina iguales variaciones en las tensiones que se distribuyen a lo largo de la viga. Al fin y al cabo, métodos con procedimientos distintos, pero con resultados similares.

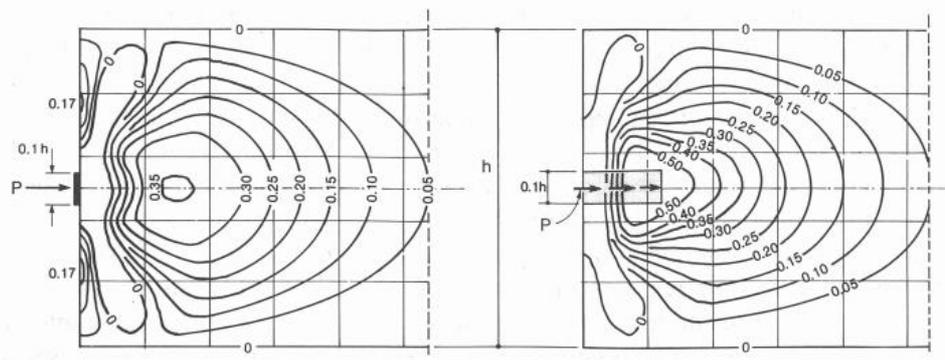


Figura 5-5. Comparativa entre la dispersión de tensiones en el hormigón pretensado con armadura postesa, y con armadura pretesa [3].

## 5.2. Régimen plástico

Como se observa en los cuatro diferentes análisis de cálculo en régimen elasto-plástico, el aumento de cargas en la pieza tras un cierto límite (transición entre régimen elástico y plástico), provoca que los diagramas de tensiones transversales se distorsionen considerablemente. Esto causa saltos puntuales de tensión en diferentes zonas localizadas, además de provocar un desplazamiento de la zona tensionada hacia la izquierda, aumentando la zona de actuación de las tracciones verticales.

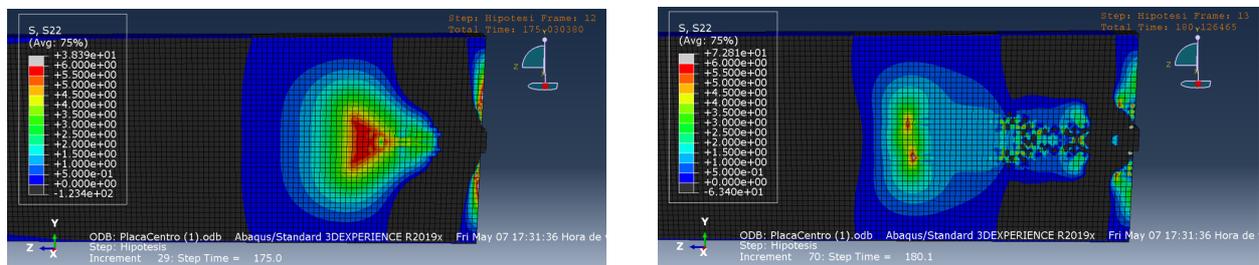


Figura 5-6. Comparativa de tensiones transversales de postesado en dos instantes del escalón de cedencia.

En la figura 5-5 puede observarse la gran variación que se produce en los diagramas de tensiones con un intervalo de tiempo de 5 segundos, lo cual equivale a un desplazamiento de la placa de 0,1 milímetros. Este suceso da importancia a la consideración del régimen elastoplástico, ya que conforme se supera el límite de resistencia a tracción del hormigón, la transición entre la región de incremento de resistencia (sin fisuración) y de fisuración del hormigón es muy brusca, provocando grandes cambios en las tracciones, llegando incluso a fisurar la pieza de hormigón en su interior. Este fenómeno se aprecia en los puntos negros que surgen en las regiones de tracción, lo cual hace sospechar de la aparición de fisuras al no soportar el hormigón un mayor valor de tracciones.

Cuando se comparan los diagramas de la viga postesada con la placa metálica en la zona inferior, y la viga pretensada con los cables en la misma zona, se observan grandes similitudes entre ambas distribuciones de tensiones, lo que hace admitir una gran semejanza entre ambos procesos de fabricación.

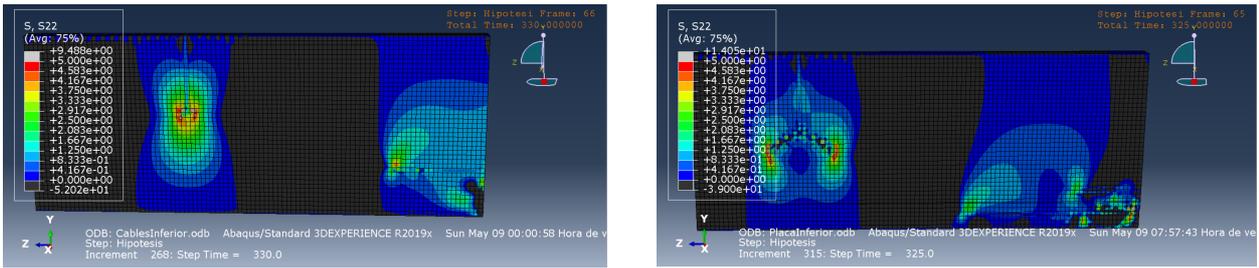


Figura 5-7. Comparativa de tensiones transversales entre el postesado con excentricidad y el pretensado con excentricidad.

Aun habiendo diferencias entre ambos diagramas, son más las similitudes que se encuentran. La variación reside en que la fuerza de postesado no es la misma que la aplicada en los cables de pretensado, por lo que no pueden coincidir las distribuciones de tensiones transversales. Sin embargo, aparecen dos regiones bien diferenciadas, que coinciden en ambos modelos. Una zona de tensiones cercana a los anclajes, la cual se puede asemejar a la región de tensiones de hendimiento ya explicada en el régimen elástico, y una nueva región que se origina en una distancia mayor de los anclajes.

Aquí surge una gran diferencia entre el modelo elástico y el modelo elastoplástico, ya que esta nueva región de tracciones (con forma de “mariposa”), no aparecía en el régimen elástico. Cabe resaltar que se trata de pretensados con excentricidad, por lo que sin dicha excentricidad de carga se ha podido comprobar que no aparece esa nueva región.

Resulta curioso observar que en todos los modelos anteriormente descritos, surge una zona de tracciones que cuando se atenúa, deja paso a las compresiones hasta el final del modelo. Sin embargo, en este caso de excentricidad en el modelo elastoplástico, se atenúa una primera región de tracciones, lo cual da paso a una zona de compresiones, y finalmente se origina una nueva región de tracciones.

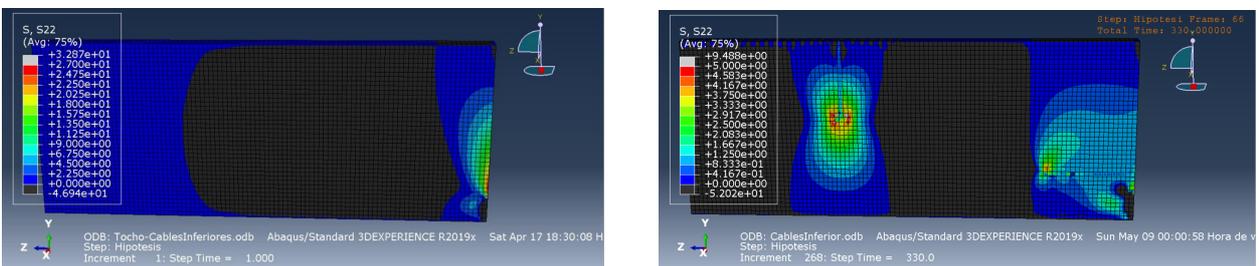


Figura 5-8. Comparativa de las tensiones transversales de los cables de pretensado ubicados en la zona inferior de la sección de la viga, entre el régimen elástico y el régimen elastoplástico.

Al comparar los diagramas de tensiones de la figura 5-7, se puede comprobar lo ya explicado. Ambos se encuentran reflejados bajo el mismo modelo de viga y cables, ya que poseen el mismo número de cables (35), y el mismo incremento de temperatura aplicado (-664,29 °C) a ellos. Además, coincide también la ubicación de los cables en ambos modelos. Es decir, únicamente varía el régimen de aplicación, elástico o elastoplástico.

Por otro lado, al comparar las situaciones de placa metálica centrada y cables de pretensado centrados, surge una diferencia apreciable aun habiendo aplicado la misma fuerza resultante. Esto se debe a la distribución de tensiones en el interior de la pieza de hormigón, ya que los cables de pretensado provocan una mejor reorganización de las tensiones transversales a lo largo de la viga. Como se ha explicado en anteriores apartados, el número de cables ha sido diseñado de tal forma que la resultante de las tensiones aplicadas por ellos sea del mismo orden que la aplicada por la placa de postesado. Sin embargo, al hallarse la placa empleando la carga únicamente en un extremo, las líneas de fuerza provocan que en régimen plástico se produzcan mayores tracciones, y como consecuencia, numerosas fisuras. Esta situación se refleja en la figura que se adjunta a continuación, en la cual la primera distribución de tensiones equivale al punto de carga máxima de postesado en régimen plástico, el cual es aproximadamente del mismo orden que la carga aportada por los cables de pretensado en el mismo régimen.

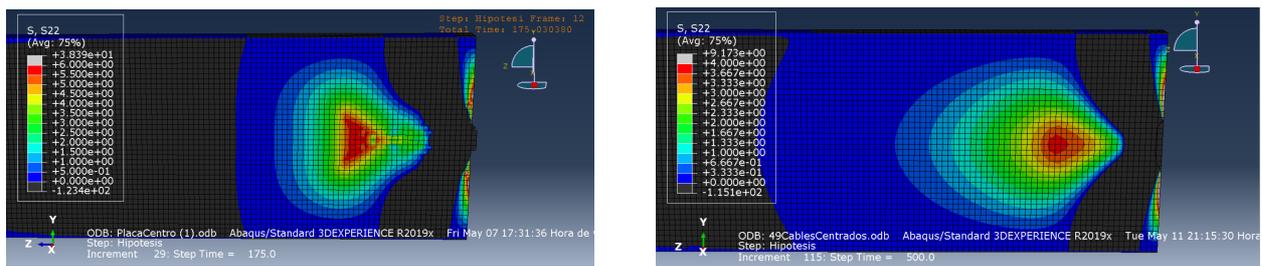


Figura 5-9. Comparativa de las tensiones transversales entre la placa postesada en el centro de la sección de la viga, y los cables de pretensado en la misma ubicación.

En el diagrama de tensiones transversales de la viga pretesada, aun habiendo llegado a la carga máxima, la distribución de esfuerzos se asemeja en gran medida al régimen elástico. Sin embargo, cuando se aplica la carga propia del postesado, la pieza plastifica causando valores puntuales de mayor magnitud.

Al encontrar fisuras en los cuatro modelos los cuales se han sometido a carga para analizar el régimen plástico, ha sido necesario diseñar las armaduras a disponer en la viga para evitar fisuras provocadas en el proceso de pretensado, ya sea con armadura pretesa o postesada.

Seguidamente, se procede a hacer una comparativa de las funciones de tensiones transversales y distancia adimensionales, entre el régimen elástico y el régimen elastoplástico. Dicha gráfica se muestra a continuación:

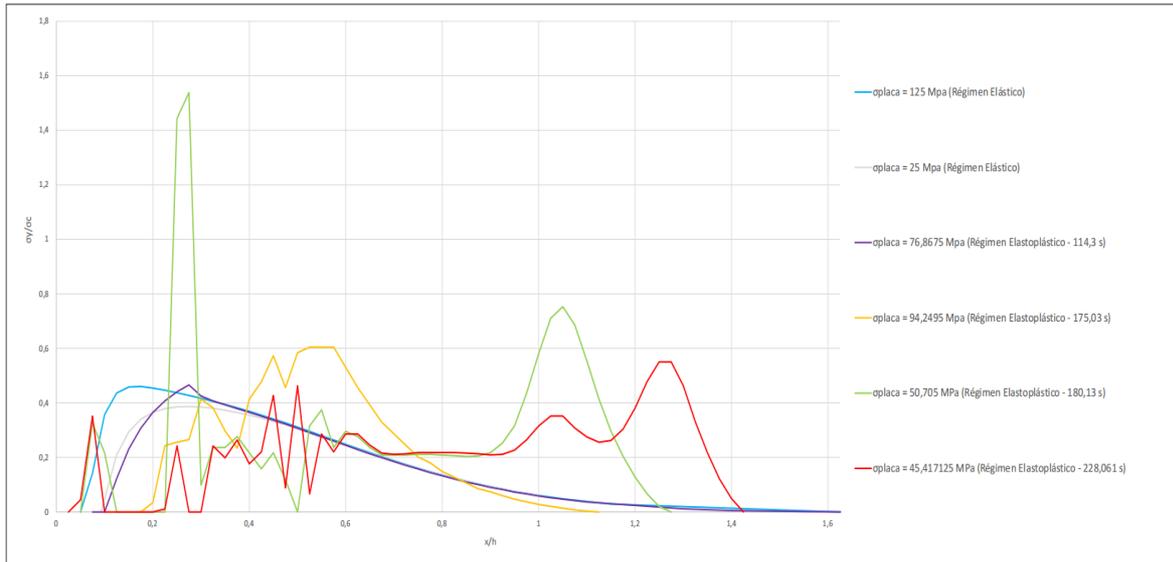


Figura 5-10. Comparativa de las funciones de tensiones transversales y distancia adimensionales, entre el régimen elástico y el régimen elastoplástico.

En la figura 5-9, se muestran las funciones ya explicadas para seis situaciones diferentes:

- Azul: modelo en régimen elástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) con una presión en la placa de 125 MPa, el cual ha sido utilizado para el cálculo de armaduras.
- Gris: modelo en régimen elástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) con una presión de en la placa de 25 MPa.
- Morado: modelo en régimen elastoplástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) en el instante de transición entre la región elástica y la región plástica de incremento de resistencia ( $t = 114,3$  s).
- Amarillo: modelo en régimen elastoplástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) en el primer punto de región plástica de fisuración del hormigón ( $t = 175,03$  s).
- Verde: modelo en régimen elastoplástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) en el segundo punto de fisuración del hormigón ( $t = 180,13$  s).
- Rojo: modelo en régimen elastoplástico de la viga postesada (placa ubicada en el centro) en el instante con doble desplazamiento del punto de transición entre el régimen elástico y la zona de incremento de resistencia del régimen plástico ( $t = 228,061$  s).

Como se puede observar, las funciones parten de una geometría uniforme, para empezar a oscilar conforme se acerca al régimen plástico. Las curvas azul y gris son análogas a las ya estudiadas en otros capítulos, con la diferencia de la magnitud de sus puntos, ya que la curva azul se encuentra con un pretensado de 125 MPa en la placa metálica, y la curva gris con un pretensado de 25 MPa en el mismo elemento. Cabe resaltar que aunque se vio con anterioridad que las curvas disminuían con mayor relación entre canto de la placa y canto de viga, en este caso se trata de variar la presión aplicada sin cambiar el ratio de dimensiones entre cantos, lo cual provoca que la curva de 125 MPa se encuentre por encima de la de 25 MPa.

Por otro lado, conforme la viga de hormigón entra en régimen plástico, dichas funciones empiezan a oscilar aleatoriamente. Esto es, la curva morada es de transición entre régimen elástico y plástico, por lo que su distorsión no se aprecia tan atenuada, sin embargo, el siguiente instante de tiempo (curva amarilla) ya se encuentra en la región plástica de fisuración del hormigón, por lo que sus oscilaciones se hacen notar de forma considerable.

Conforme aumenta el tiempo, y con ello la deformación longitudinal de la viga de hormigón, la región de tracciones transversales en su comienzo se va desplazando hacia el centro de la viga, al igual que su valor de atenuación se desplaza hacia la derecha. Esto concluye en que la zona de tensiones transversales se va expandiendo en régimen plástico hacia ambos sentidos de la dirección longitudinal de la viga, conforme mayores son las deformaciones longitudinales provocadas por el pretensado.

Esta idea puede ser complementaria a la idea de compactación de la región de tensiones al aumentar la carga de pretensado aplicada. Aunque la deformación aumente, esto no quiere decir que la tensión lo siga haciendo, ya que se trata de régimen plástico, y por ello, conforme pasa el punto de transición entre la región de incremento de resistencia y la de fisuración del hormigón del HAR, la fuerza que es necesaria aplicar para un mismo desplazamiento va disminuyendo. En régimen elástico, las deformaciones van aumentando linealmente con las tensiones, lo cual provocaba una compactación de la región de tracciones, y en este caso ocurre lo mismo, ya que la región de tensiones más compactada en régimen plástico se da para el instante de tiempo de la curva amarilla, el cual posee el valor de carga de pretensado aplicada mayor de todos los del régimen plástico.

En general, se concluye que un aumento de las tensiones tanto en régimen plástico como en régimen elástico, provoca una compactación de la región de tracciones transversales (ya que un mayor valor de carga para un mismo desplazamiento implica una viga más resistente), originando el desplazamiento de esta hacia el centro de la viga y disminuyendo la distancia de actuación de las tensiones.

### 5.3. Aportación de la armadura a las tensiones transversales de la viga postesada

La finalidad principal de este apartado es analizar las aportaciones del armado a la viga postesada, comparando las tensiones que se originaban antes y después de introducir la armadura, e intentando coincidir en los instantes de tiempo para proporcionar resultados equivalentes.

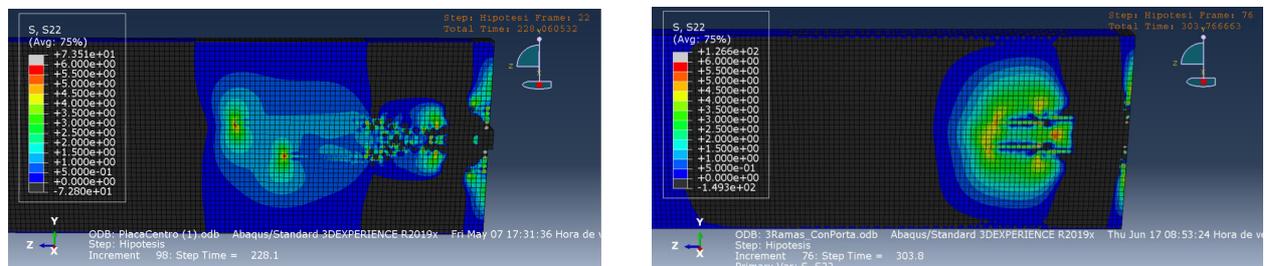


Figura 5-11. Comparativa entre las tensiones transversales de postesado surgidas en la viga sin armar, y armada.

En la figura 5-11 se aprecia a la perfección lo que se pretende explicar. Ambos se tratan de iguales situaciones, una sin armar y otra con la viga armada, en régimen elastoplástico, y aplicando un desplazamiento a la placa de postesado de 10 mm en dirección longitudinal. Al añadir la armadura diseñada a la viga, el comportamiento en su interior mejora considerablemente. Las tensiones transversales ya no se expanden, como se explicó en anteriores apartados, sino que el armado provoca que estas se compacten en una región de la viga, evitando zonas mayores de tracciones.

La disposición de armadura en la viga pretensada provoca que se necesite una mayor carga aplicada para un mismo desplazamiento, ya que esta se coloca para reforzar el hormigón, y esto conduce a una mayor compactación de las tensiones. El armado evita la brusquedad del escalón de cedencia que aparecía en régimen elastoplástico sin armadura, lo cual es muy ventajoso.

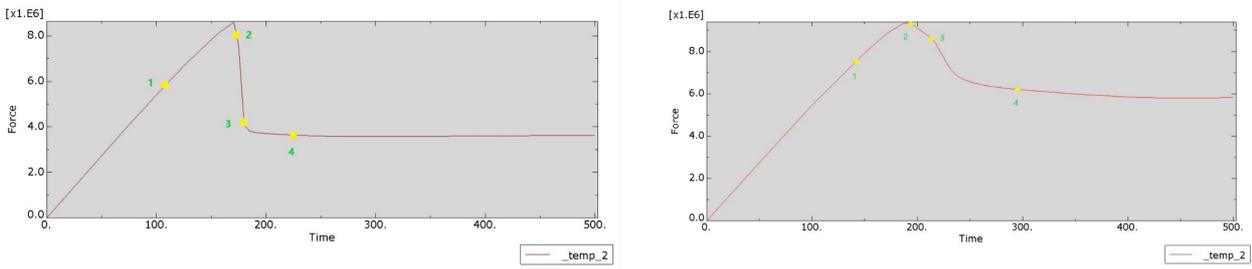


Figura 5-12. Comparativa entre las gráficas carga-desplazamiento en régimen elastoplástico de la viga sin armar, y la viga armada.

En la figura 5-12 se muestra cómo el escalón de cedencia se suaviza (disminuye el valor absoluto de la pendiente) al introducir la armadura en su interior. Esto como ya se ha explicado, induce a un mayor nivel de carga de pretensado para iguales desplazamientos (mayor resistencia de la viga), lo que es favorable ya que a mayor carga, las tensiones se compactan en una región de la viga, evitando su desplazamiento a diferentes zonas. La expansión explicada en la viga sin armar se aprecia en la figura 5-12, ya que el escalón de cedencia origina una pérdida de resistencia de la pieza de hormigón (necesita mucha menor carga para un mismo desplazamiento), lo que provoca que el área de influencia de las tracciones aumente considerablemente.

Por otro lado, resulta interesante comparar el valor de las tensiones de ambas situaciones, de forma que se representen con la distancia desde el extremo de la pieza, ambas adimensionales. Dicha idea se plasma en la siguiente figura:

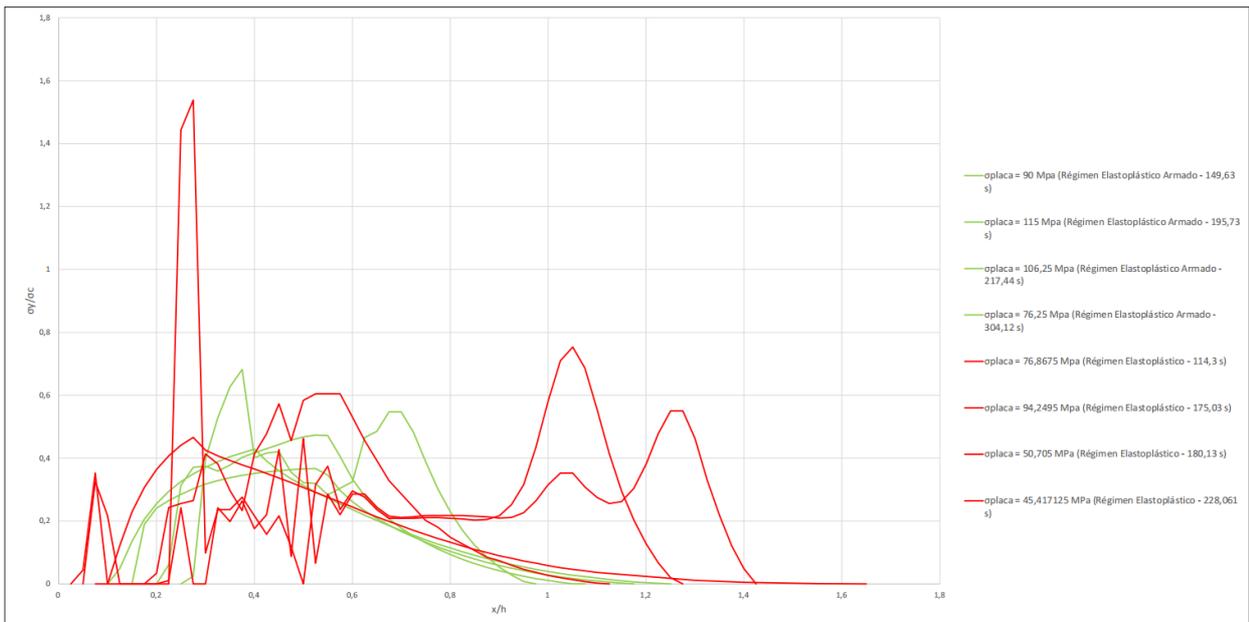


Figura 5-13. Comparativa de las tensiones trasversales y la distancia adimensionales, entre la viga sin armar y la viga armada.

Las curvas mostradas en la figura 5-13, se dividen en dos tipos:

- Rojo: tensiones transversales de la viga sin armar, en los instantes de tiempo que se muestran en la figura 5-11.
- Verde: tensiones transversales de la viga armada, en los instantes de tiempo que se muestran en la figura 5-11.

Como se ha observado en los diagramas de tensiones (figura 5-11), las tensiones se compactan al añadir armadura, lo cual se refleja en esta última figura, al observar cómo el rango de actuación de las tensiones de la viga armada (funciones verdes) es mucho más corto que el de las tensiones de la viga sin armar (funciones rojas). Además, las funciones verdes se uniformizan, obviando casos como el instante  $t = 304,12$  s, en el cual se produce alguna oscilación. Sin embargo, esta es despreciable en comparación con las originadas en las representaciones del modelo sin armar, ya que este muestra picos de tensiones muy elevados que se encuentran situados en regiones aleatorias de la viga, lo cual puede ser perjudicial para la aparición de fisuras en el hormigón.

## 6 CONCLUSIÓN

---

Como conclusión final, se enumerarán las múltiples ideas que se han obtenido a lo largo de este Trabajo Fin de Grado, con el principal objetivo de mostrar de una forma más esquemática, todo lo aprendido sobre el estudio del comportamiento elastoplástico del hormigón pretensado en la zona de los anclajes:

- No hay gran diferencia entre el proceso de pretensado con armadura pretesa y con armadura postesa (en régimen elástico), siendo únicamente apreciable la mayor distorsión de las tensiones en el segundo caso, al aplicarse la carga en un extremo, y viajar las tensiones un mayor trayecto hasta ocupar toda la sección de la viga.
- Una menor relación entre el canto de la placa de postesado (o de los cables) y el canto de la viga, origina mayores tracciones en el interior del hormigón, al haber una mayor diferencia entre la superficie de aplicación de la carga y la sección de la viga, provocando así un mayor número de tensiones transversales debidas a la dispersión a lo largo de la pieza.
- La fisuración en el hormigón provoca una disminución considerable de la rigidez de la viga, originando en instantes cortos de tiempo, grandes deformaciones para incrementos de tensión relativamente bajos.
- Aparecen grandes diferencias entre el comportamiento del hormigón en régimen elástico y en régimen elastoplástico, llegando a producirse en el segundo caso zonas de tracciones que no aparecen en régimen lineal.
- El comportamiento de las tensiones transversales de la viga de hormigón en régimen elastoplástico bajo pretensado con armadura pretesa es mejor que con armadura postesa, debido a una mejor distribución de las tensiones al encontrarse aplicada la carga en el centro de la viga.
- El análisis elastoplástico de piezas sin armadura transversal muestra una redistribución de las tracciones transversales en el sentido de aumentar la zona de las tracciones hacia el centro de la viga y disminuirlas en la zona más próximas al anclaje como consecuencia de la fisuración.
- El análisis elastoplástico de piezas con armadura transversal muestra una contención de la zona traccionada en la zona más próxima al anclaje evitando que progrese la fisuración.



# DESARROLLOS FUTUROS

---

A continuación se muestran diferentes estudios que se pueden llevar a cabo a partir de este trabajo, no habiéndose estudiado por considerar suficiente el material aportado:

- Estudio del comportamiento elastoplástico de los modelos ya expuestos, con vigas de hormigón de ultra-altas prestaciones.
- Estudio de la variación de las tensiones transversales con la relación entre el canto de la placa de postesado (o de los cables) y el canto de la viga, en régimen elastoplástico.



## REFERENCIAS

---

- [1] SIMULIA, «Abaqus/CAE 2019».
- [2] J. C. Ruiz, Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón, Madrid: INTEMAC, 1999.
- [3] M. P. Collins, Prestressed Concrete Structures, Response Publications, 1997.
- [4] Escuela Técnica de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Cartagena , *Historia del hormigón*.
- [5] «Hormigón Pretensado, Wikipedia,» [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Hormig%C3%B3n\\_pretensado](https://es.wikipedia.org/wiki/Hormig%C3%B3n_pretensado). [Último acceso: Junio 2020].
- [6] Freyssinet, Una revolución en el arte de construir, Grupo 2c, 1928.
- [7] Department of Civil Engineering, Bursa Uludag University, *The effect of the ratio of L-shaped shear connectors on the flexural behavior of a reinforced concrete frame*.
- [8] A. A. Torrijos, Estudio numérico del comportamiento a flexión de una viga de hormigón de ultra altas prestaciones y pretensado, Sevilla, 2020.
- [9] «idb,» [En línea]. Available: <https://ingeniero-de-caminos.com/hormigon-pretensado/>. [Último acceso: Junio 2020].
- [10] «PACADAR,» [En línea]. Available: <https://www.pacadar.es/que-hacemos/servicios/fabricacion-de-hormigon-pretensado>. [Último acceso: Junio 2020].
- [11] «Structurae,» [En línea]. Available: <https://structurae.net/en/structures/walnut-lane-memorial-bridge>. [Último acceso: Junio 2020].

