

Trabajo Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial

Estudio de fallo no convencional en laminados $[0_m, 90_n]_S$: caracterización del fallo a partir del efecto de borde

Autor: Ester Culebras Durán

Tutores: Alberto Barroso Caro y Federico París Carballo

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería Aeroespacial

**Estudio de fallo no convencional en laminados
 $[0_m, 90_n]_S$: caracterización del fallo a partir del
efecto de borde**

Autor:

Ester Culebras Durán

Tutores:

Alberto Barroso Caro y Federico París Carballo

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Estudio de fallo no convencional en laminados $[0_m, 90_n]_S$: caracterización del fallo a partir del efecto de borde

Autor: Ester Culebras Durán

Tutores: Alberto Barroso Caro y Federico París Carballo

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

A mi familia

Agradecimientos

La realización de este trabajo supone para mí la finalización de una parte de mi carrera universitaria y con ello me da acceso a otros estudios para completar mi formación y así llegar a ser algún día una gran ingeniera.

Al escribir estas líneas sólo se me vienen a la cabeza palabras de agradecimiento para todas esas personas que me han acompañado en mi andadura y me han ayudado a superar todos los obstáculos. Siento un cúmulo de emociones que mezclan alegría y satisfacción al ser consciente de lo que he conseguido; aunque también de añoranza y pena por los sacrificios que he tenido que hacer para llegar hasta aquí y espero den sus frutos algún día no muy lejano.

Le agradezco mucho a mi familia, por su enorme esfuerzo al darme todo lo que estaba dentro de sus posibilidades y brindarme siempre un apoyo incondicional en todos los momentos. En especial a mis padres, mi abuela y mi hermana, quienes sé se sienten muy orgullosos de mi.

A mis amigos, en especial a mi amiga Lucía, que tuve la suerte de conocer durante mis años de estudio y sin duda alguna ha hecho todo más llevadero.

Gracias por vuestro cariño y apoyo, que sé me seguirá acompañando siempre.

Mención aparte mis tutores, que me han dado la posibilidad de finalizar mis estudios en este proyecto y han inculcado en mí su admiración por su trabajo.

A Alberto, gracias por tu dedicación, por sacar siempre cualquier hueco para atenderme y hacerlo con tanta paciencia y cariño. He aprendido muchas cosas gracias a ti, se nota que amas tu trabajo y eso se transmite a tus alumnos.

A Federico, por su capacidad de transmitir y aportar siempre un punto de vista diferente a los problemas.

A Alejandro, por introducirme en los programas de análisis en elementos finitos y brindarme su tiempo para cualquier consulta.

A todos vosotros, mil gracias.

Resumen

Los laminados de material compuesto sufren en determinadas condiciones fallos prematuros de difícil explicación. Así, ciertos laminados pertenecientes al grupo de laminados principalmente ortótropos y simétricos $[0_m, 90_n]_S$, presentan un mecanismo de fallo bastante peculiar, que difiere significativamente de los daños convencionales derivados del ensayo de tracción. En esencia, consisten en delaminaciones entre las láminas de 0° y de 90° , unidas por una rotura entre las fibras de la lámina de 90° que se asemeja a una grieta transversal orientada con un ángulo aproximado de 45° (ver figura 1).

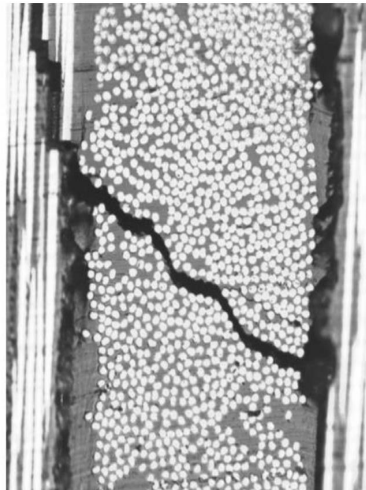


Figura 1 Mecanismo de daño observado en laminado *cross-ply* $[0_2, 90]_S$ sometido a tracción hasta un valor del 80% de la carga de rotura media del panel [15].

El objetivo de este trabajo es intentar dilucidar el origen de este daño, partiendo de la suposición de que el daño comienza por la separación entre las láminas de 0° y 90° . Dado que se parte de la estimación de que el daño arranca en la superficie exterior de la probeta, se caracteriza el estado tensional en dicho plano buscando relacionar su aparición con el conocido como *efecto de borde* (*Edge-effect*). A tal efecto se usa un modelo de *elementos finitos*, en conjunción con un análisis del estado singular de tensiones en la interfase entre las láminas de 0° y 90° .

La progresión del daño y su penetración en la lámina de 90° no es objeto de este trabajo.

Índice Abreviado

<i>Resumen</i>	V
<i>Índice Abreviado</i>	VII
1 Introducción	1
1.1 Concepto de material compuesto	3
1.2 Contexto del trabajo y motivación	5
1.3 Problema elástico en las probetas del laminado $[0_2, 90]_S$	10
1.4 Metodología de resolución	14
2 Análisis del modelo en elementos finitos	15
2.1 Análisis mecánico	16
2.2 Análisis térmico	38
2.3 Análisis conjunto	55
2.4 Conclusiones del Capítulo 2	56
3 Caracterización del estado tensional singular a nivel interlaminar	57
3.1 Procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados para la evaluación del GSIF a nivel interlaminar	57
3.2 Obtención del GSIF	60
3.3 Origen de las delaminaciones	68
3.4 Conclusiones del capítulo 3	70
4 Conclusiones finales. Recomendaciones y trabajos futuros	71
<i>Índice de Figuras</i>	75
<i>Índice de Tablas</i>	79
<i>Índice de Códigos</i>	81
Apéndice A Códigos del Capítulo 2	83
A.1 Simulación mecánica	83
A.2 Simulación térmica	99
A.3 Simulación completa	113
Apéndice B Códigos del Capítulo 3	117
B.1 Simulación mecánica	117

B.2 Simulación térmica	125
B.3 Tensiones en la intercara	128
<i>Bibliografía</i>	133

Índice

<i>Resumen</i>	V
<i>Índice Abreviado</i>	VII
1 Introducción	1
1.1 Concepto de material compuesto	3
1.1.1 Laminados $[0_m, 90_n]_S$	4
1.2 Contexto del trabajo y motivación	5
1.2.1 Daño en laminados $[0_2, 90]_S$	8
1.2.2 Relación entre el origen del daño en laminados $[0_2, 90]_S$ y el efecto borde	9
1.3 Problema elástico en las probetas del laminado $[0_2, 90]_S$	10
1.4 Metodología de resolución	14
2 Análisis del modelo en elementos finitos	15
2.1 Análisis mecánico	16
2.1.1 Optimización geométrica 3D	17
2.1.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D	27
2.1.3 Análisis en 2D	32
2.2 Análisis térmico	38
2.2.1 Optimización geométrica	38
2.2.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D	46
2.2.3 Análisis en 2D	50
2.3 Análisis conjunto	55
2.4 Conclusiones del Capítulo 2	56
3 Caracterización del estado tensional singular a nivel interlaminar	57
3.1 Procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados para la evaluación del GSIF a nivel interlaminar	57
3.1.1 Aplicación a los laminados "cross-ply" $[0_2, 90_n]_S$	58
3.2 Obtención del GSIF	60
3.2.1 Obtención del GSIF para el problema mecánico	60
3.2.2 Obtención del GSIF para el problema térmico	64
3.2.3 Problema conjunto	67
3.3 Origen de las delaminaciones	68
3.4 Conclusiones del capítulo 3	70

4 Conclusiones finales. Recomendaciones y trabajos futuros	71
<i>Índice de Figuras</i>	75
<i>Índice de Tablas</i>	79
<i>Índice de Códigos</i>	81
Apéndice A Códigos del Capítulo 2	83
A.1 Simulación mecánica	83
A.1.1 Optimización geométrica	83
Modelo mecánico 1-9	83
Modelo mecánico 10-11	87
Modelo mecánico 12-13	90
A.1.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D	92
A.1.3 Modelo 2D considerando deformación plana generalizada	95
A.2 Simulación térmica	99
A.2.1 Optimización geométrica	99
Modelo térmico 1-9	99
Modelo térmico 10-11	103
Modelo térmico 12-13	106
A.2.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D	108
A.2.3 Modelo 2D térmico	110
A.3 Simulación completa	113
Apéndice B Códigos del Capítulo 3	117
B.1 Simulación mecánica	117
B.2 Simulación térmica	125
B.3 Tensiones en la intercara	128
<i>Bibliografía</i>	133

1 Introducción

La industria aeronáutica es bien conocida por las altas exigencias en calidad, seguridad y fiabilidad de los sistemas que integra, siendo el avión un sistema complejo y multidisciplinar; es por esto que las compañías del sector son bastante conservadoras en cuanto a las tecnologías que implementan, buscando siempre optimizar las prestaciones del producto sin comprometer lo más mínimo la seguridad y reduciendo todo lo posible los costes operativos para el cliente. En consecuencia, esto conlleva largos procesos de definición, desarrollo, lanzamiento y puesta en servicio que implican en última instancia altas inversiones.

La selección de los materiales es crucial y se realiza teniendo en cuenta diversos factores como las propiedades mecánicas, las condiciones operativas y ambientales de trabajo, las solicitaciones externas, los procesos de fabricación, la mantenibilidad durante el servicio o su disponibilidad. En esencia, la tarea del ingeniero es encontrar el material idóneo para la gran diversidad de situaciones y condiciones de trabajo de una aeronave; eso sí, sin comprometer la integridad estructural ni disparar los costes.

Los materiales compuestos juegan un papel decisivo en la industria aeronáutica y están reemplazando a los metálicos debido a sus buenas propiedades específicas. Destacan por ser capaces de soportar altos niveles de esfuerzos en relación a su peso tan bajo; además de tener excelentes propiedades anticorrosivas. Tal es así que modelos recientes de aeronaves comerciales como el Boeing 787 Dreamliner o el Airbus A350XWB han implementado de forma significativa en su estructura materiales compuestos [8]. Como se aprecia en la figura 1.1, el Boeing 787 Dreamliner tiene el fuselaje fabricado de materiales compuestos; en el caso del A350XWB incuye fuselaje, empenaje y cajones central y exterior del ala.

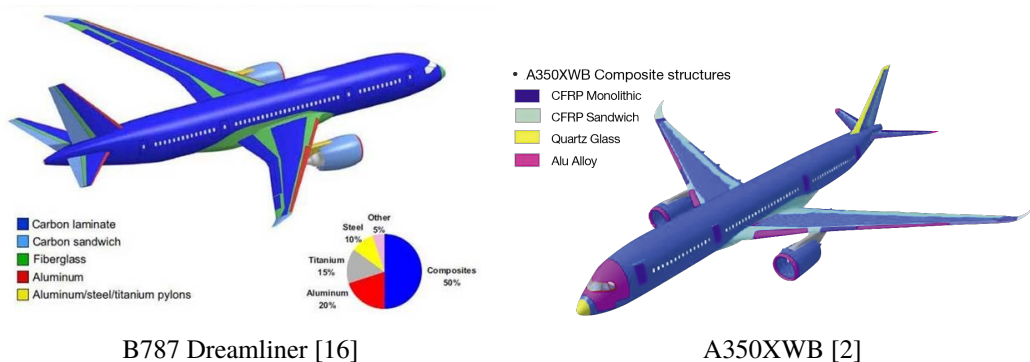


Figura 1.1 Uso de materiales compuestos en la aviación comercial.

Por contra, el precio de los materiales compuestos aumenta considerablemente en relación al de los materiales metálicos convencionales. Sin embargo, en la aviación comercial se estima que el coste para el propietario de la aeronave en cuanto a los materiales supone solamente un 4% del coste total a lo largo de su vida útil, siendo el orden de los costes operativos de alrededor un 30%. Es por esto que aunque los materiales compuestos son más caros, el impacto sobre el coste total es mucho menos significativo que el ahorro que supone en combustible para el cliente, siendo esta la principal razón que ha llevado a las compañías a utilizar estos materiales. Además, las exigencias medioambientales cada vez más presentes, obligarán en un futuro a las compañías a reducir considerablemente las emisiones y para eso es imprescindible contar con estructuras ligeras. Por otra parte, la buena resistencia a la corrosión de los materiales compuestos permite reducir considerablemente en costes de mantenimiento [19].

Otro de los atractivos de este material es sin duda la posibilidad de modificar la disposición de su estructura interna durante la fabricación, consiguiendo diseños específicos para soportar de la forma más óptima posible el estado tensional que se va a producir [13]. Sin embargo, no todo son ventajas pues su inherente heterogeneidad los hace difícilmente reciclables [17]; a esto se le suma su degradación con la temperatura que obliga al diseñador a alejarlos de las zonas calientes de la aeronave.

La utilización de materiales compuestos en una aeronave supone cambios significativos en la certificación estructural de esta pues los mecanismos de daño de los materiales compuestos son radicalmente diferentes respecto a los de los materiales metálicos. El conocimiento de estos mecanismos en profundidad es indispensable para garantizar la seguridad y lo más importante, para proveer de criterios fiables de fallo, reparación y mantenibilidad durante el servicio [8].

Garantizar la seguridad estructural de una aeronave consiste en demostrar la robustez de la estructura durante su ciclo de vida. Es prácticamente imposible predecir con seguridad un fallo repentino de los materiales, pero sí está al alcance del ingeniero intentar evitar que ocurra haciendo estudios exhaustivos y a fondo del comportamiento de los materiales, con el fin último de identificar los posibles modos de fallo en cualquiera de sus variantes.

Fenómenos de impacto o condiciones ambientales adversas contribuyen notablemente a la degradación de los materiales compuestos. Debe prestarse especial atención bajo estas circunstancias pues pueden originar microgrietas, que podrían crecer desencadenando delaminaciones del material [8]. Las delaminaciones ¹ reducen drásticamente las propiedades mecánicas de los laminados; esto sumado a las altas sollicitaciones y niveles de carga a los que se somete una aeronave en toda la envolvente de vuelo podría desencadenar de forma instantánea un fallo catastrófico.

En esta línea se encuadra este trabajo, cuyo objetivo es intentar dilucidar el origen del daño observado en ciertos laminados carbono-epoxi $[0_m, 90_n]_S$, donde se han producido delaminaciones continuadas entre las láminas de 0° y 90° . El interés reside en ahondar en el estudio de los mecanismos de daño de los materiales compuestos para prevenir que piezas fabricadas de este material puedan sufrir deterioros graves y en consecuencia desencadenar fallos catastróficos en estructuras con altas sollicitaciones externas como es el caso de una aeronave.

¹ Separación entre las láminas que conforman un laminado de material compuesto

1.1 Concepto de material compuesto

Antes de profundizar en los mecanismos de daño de los materiales compuestos, se realiza una breve introducción al concepto de material compuesto, destacando sus atributos más básicos.

Se define el **material compuesto** como la combinación a escala macroscópica de dos o más materiales con interfases de separación entre ellos para formar un nuevo material. De este modo se consigue aunar las propiedades individuales de dichos constituyentes en un solo material, pero también se obtienen propiedades nuevas que no pueden ser alcanzadas por ninguno de los constituyentes actuando aisladamente [13].

Existe gran variedad de tipologías en función de los constituyentes o su disposición. Este trabajo se centra en materiales compuestos de fibra continua de tipo *carbono-epoxi* debido a sus excelentes propiedades mecánicas. Las fibras se caracterizan por tener una longitud mucho mayor que las otras dos; debido a las pequeñas dimensiones de la sección transversal, son embebidas en una matriz cuya función es la de unir las fibras posibilitando la transferencia de la carga y protegiéndolas contra agentes exteriores [13]. En la figura 1.2 se representan diversas combinaciones geométricas de matriz y fibra.

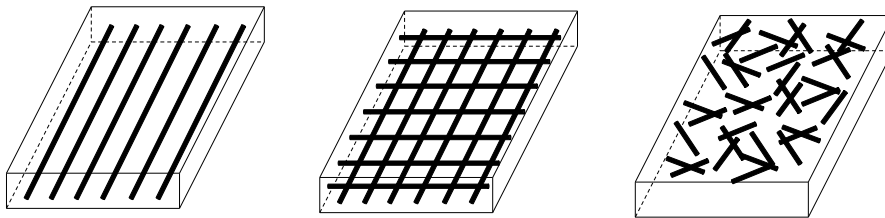


Figura 1.2 Configuración esquemática de varias disposiciones de la fibra en un material compuesto. La primera se corresponde con un laminado unidireccional de fibra continua, la central con uno bidireccional y la última con fibra discontinua dispuesta al azar.

Las fibras de carbono son frágiles y presentan una elevada rigidez y resistencia en la dirección longitudinal, lo que se traduce en deformaciones en rotura del orden del 1%. En contraposición, la matriz presenta deformaciones en rotura mayores, del orden del 3% y 4%; por otra parte, al ser de tipo epoxi se caracteriza por ser además termoestable². La combinación de ambos constituyentes resulta en un material con una estructura heterogénea³ y anisótropa⁴ que complica considerablemente su estudio; sin embargo, la complejidad de análisis es compensada por las excelentes propiedades específicas de resistencia y rigidez que se obtienen en comparación con los materiales metálicos convencionales [13]. Este es el motivo del gran atractivo que presentan los materiales compuestos en la industria aeronáutica, donde la más mínima reducción de peso estructural es de vital importancia.

En la tabla 1.1 se recogen valores numéricos de rigidez y resistencia específicas para diversos materiales, se comprueba como para el caso de laminados carbono-epoxi las propiedades mejoran bastante respecto de los materiales metálicos convencionales.

² Las matrices termoestables no se funden al calentarlas pero se degradan o pierden sus propiedades de rigidez a partir de una cierta temperatura, representando una limitación real para su uso [13]

³ La heterogeneidad implica que las propiedades del material son función de punto [13]

⁴ La anisotropía implica que las propiedades del material dependen de la dirección a la que se refiera [13]

Tabla 1.1 Comparación de propiedades entre materiales metálicos convencionales y laminados "cross-ply" de material compuesto [13].

Material	Fracción en volumen de fibra [%]	Módulo de Elasticidad (E) [GPa]	Resistencia a la tracción (σ_u) [GPa]	Densidad (ρ) [g/cm ³]	Módulo de elasticidad específico (E/ ρ)	Resistencia específica (σ_u/ρ)
Acero	–	210	0.45-0.83	7.8	26.9	0.058-0.106
Aluminio 2024-T4	–	73	0.41	2.7	27.0	0.152
Carbono-Epoxi	60	83	0.97	1.54	53.9	0.63

1.1.1 Laminados $[0_m, 90_n]_S$

Este trabajo se centra en el análisis y estudio de laminados de material compuesto de tipo carbono-epoxi con una secuencia de apilado $[0_m, 90_n]_S$. Los laminados no son más que el resultado de apilar múltiples capas de material compuesto con el mismo tipo de matriz y fibra, pero con orientaciones diferentes de la fibra debido a las necesidades de diseño [13]. Por ejemplo, los laminados unidireccionales son muy rígidos y resistentes en la dirección de la fibra pero muy débiles en dirección transversal, por esta razón se combinan láminas con orientaciones diferentes para mejorar las propiedades en las direcciones restantes.

Los laminados $[0_m, 90_n]_S$ son principalmente *ortótropos* y *simétricos*. Estos se construyen apilando láminas donde la fibra se encuentra orientada a 0° y 90° respecto de la dirección de aplicación de la tracción; en concreto, se comienza por láminas a 0° , para seguir con láminas a 90° y finalizar de nuevo con láminas a 0° ; de ahí la simetría adjudicada. Respecto a los subíndices "m" y "n", se corresponden con el número de láminas a 0° y 90° que se apilan en cada capa respectivamente. A este tipo de laminados también se les conoce como "cross-ply".

En la figura 1.3 se puede ver una representación esquemática para mayor entendimiento de la geometría interna.

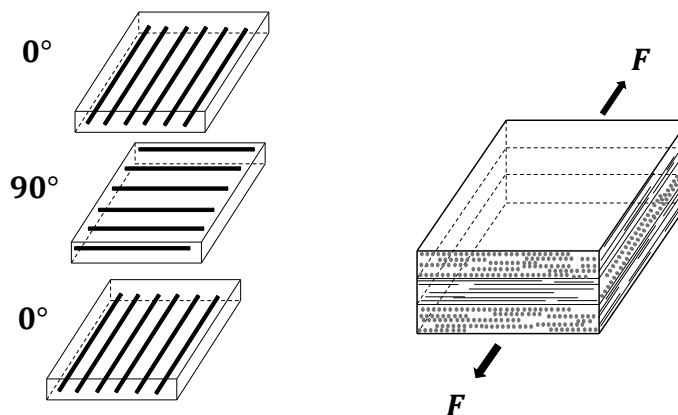


Figura 1.3 Representación esquemática del laminado *cross-ply* $[0_m, 90_n]_S$.

Por otra parte, las láminas son además ortótropas; o lo que es lo mismo, presentan 3 planos de simetría elástica. Los planos de simetría elástica definen zonas con una constitución simétrica, lo que conlleva una similitud a nivel de punto del comportamiento elástico con respecto a las dos direcciones perpendiculares al plano [12]. Esto permite simplificar notablemente los cálculos pues se pueden definir las propiedades de una lámina homogénea y ortótropa que se comporta de forma equivalente, desde el punto de vista mecánico, a la lámina real. Al no considerar la microestructura, cada lámina queda definida a través de 9 constantes en ejes de ortotropía. Conocidas las constantes se puede determinar la ley de comportamiento mecánico de cada una de las láminas y por ende la del laminado completo [13].

En la tabla 1.2 se indican las constantes elásticas necesarias para definir la lámina homogénea equivalente en ejes de ortotropía, para el caso tridimensional. Los ejes de ortotropía se han representado en la figura 1.4

Tabla 1.2 Constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina ortótropa homogénea equivalente en ejes de ortotropía.

E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}	G_{23}	G_{13}	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
--	--	--	--	--	--	--	--	--

Siendo:

- E: Módulo de elasticidad longitudinal
- G: Módulo de elasticidad tangencial o de cizalladura
- ν : Coeficiente de Poisson

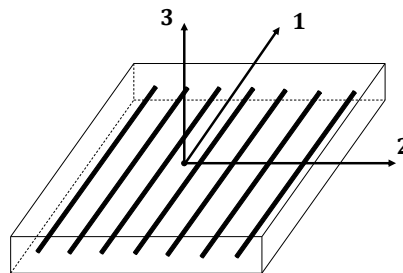


Figura 1.4 Laminado ortótropo y ejes de ortotropía.

1.2 Contexto del trabajo y motivación

El Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla presenta diversas líneas de investigación centradas en los materiales compuestos reforzados con fibra, debido a su amplia aplicación ingenieril.

La anisotropía y heterogeneidad intrínsecas de los laminados de material compuesto implica unos métodos de análisis y definición del comportamiento mecánico bastante más complejos y diferentes

que los de materiales metálicos convencionales. Además, el amplio abanico de posibilidades de combinación que ofrecen en cuanto a disposición de la fibra, tipo de matriz y tipo de fibra, espesores de las láminas...radica en la ausencia de una ley de comportamiento mecánico general que defina el material en todas y cada una de sus variantes, siendo necesario recurrir al análisis experimental y a programas de cálculo con elementos finitos o elementos de contorno.

Trabajos anteriores realizados en el departamento como [14] [15] [3] se han centrado en estudiar la influencia que tiene la variación del espesor de las capas de un laminado *cross-ply* de tipo carbono-epoxi en el comportamiento mecánico del mismo. En todos se ha abordado el conocido *efecto escala*⁵ y se ha experimentado con los mecanismos de iniciación y evolución del daño sometidos a cargas estáticas de tracción.

Los resultados obtenidos en el trabajo realizado por María José Peña Manrique, denominado *Efecto escala en la resistencia a tracción de laminados de material compuesto* [14], casan con los recogidos en el artículo *Experimental and numerical study of oblique transverse cracking in cross-ply laminates under tension* [11]. Ambos asumen que el primer modo de fallo presente en laminados *cross-ply* bajo tracción se corresponde con la aparición de grietas transversales con respecto a la dirección de aplicación de la carga en la capa más débil, la de 90°. Estas grietas son además prácticamente rectas en todo el espesor. Sin embargo, no hay el mismo consenso en relación al segundo modo de daño. La mayoría de los resultados analíticos y experimentales conducen a la aparición de delaminaciones entre las capas de 0° y 90° debido a la presencia de una alta densidad de grietas transversales en la capa de 90°. Este mecanismo se ha representado en la figura 1.5, se aprecia como una vez que la grieta transversal alcanza la interfaz de separación entre las láminas de 0° y 90°, se puede propagar a través de esa interfaz originando la delaminación de ambas capas. Esto ocurre para niveles de carga cercanos a la rotura.

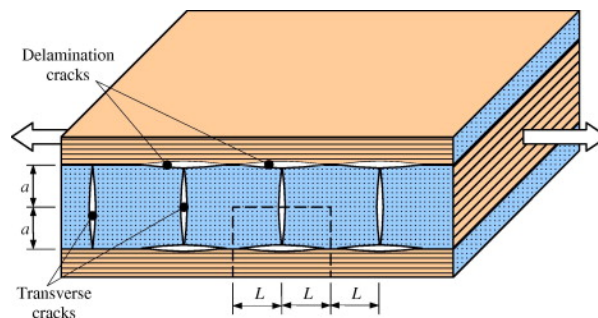


Figura 1.5 Modo de fallo convencional para laminados *cross-ply*, consistente en grietas transversales prácticamente rectas a lo largo del espesor de la capa de 90°. Al alcanzar la capa de 0°, se bifurcan en una grieta de delaminación [6].

Sin embargo, se ha observado que en otras circunstancias, como al modificar el material del laminado [11] o el espesor de las capas [14], al aumentar el nivel de carga aplicada, o lo que es lo mismo, para una alta densidad de grietas transversales presentes, el segundo modo de fallo difiere bastante del convencional. Se generan ahora grietas oblicuas o bien curvas cercanas a las rectas a lo largo del espesor de la capa de 90°. Este modo se puede ver en la figura 1.6, donde se realizó el ensayo de tracción para dos laminados con la misma secuencia de apilado pero distinto espesor de las capas [14]. El caso a) se corresponde con el laminado $[0_2, 90_2]_S$, donde se aprecia el modo de fallo convencional expuesto en la figura 1.5; por contra, el caso b) se corresponde con un laminado

⁵ Se conoce por efecto escala al retraso en la aparición del primer daño que aparece en un laminado a medida que se reduce el espesor de sus capas. De esta forma también se ven modificadas su resistencia y rigidez

$[0_2,90_4]_S$, donde ahora aparecen grietas oblicuas o curvas. Se desprende que el mero hecho de modificar el espesor de las capas influye notablemente en los mecanismos de daño de los laminados, de ahí la gran complejidad de predicción de estos en todas sus variantes.

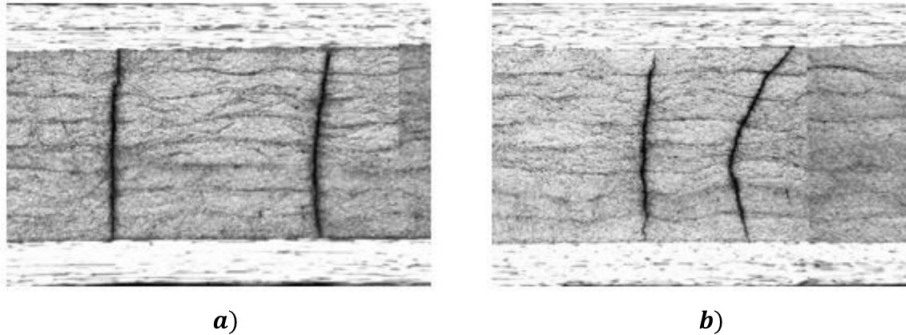


Figura 1.6 Comparación de ambos modos de fallo (a-b) [14]. a) Se corresponde con un laminado $[0_2,90_2]_S$ sometido a tracción; b) Se corresponde con un laminado $[0_2,90_4]_S$ sometido a tracción.

Prosiguiendo en el estudio del *efecto escala* se encuadra también otro trabajo realizado por María José Peña Manrique, denominado *Efecto a escala en materiales compuestos: estudio del fallo a primera lámina en laminados $[0,90n]_S$* [15]. En este trabajo no sólo se modificó el espesor de la capa de 90° sino también el de la capa de 0° . Al modificar el espesor de la capa de 90° en laminados $[0_4,90_N]_S$ se obtuvieron unos resultados acordes a lo que cabía esperar, confirmando el retraso en la aparición del primer daño transversal al disminuir el espesor del laminado. Sin embargo, en el análisis de los laminados $[0_Q,90]_S$ y $[0_Q,90_4]_S$, ensayados para distintos espesores de la lámina de 0° , se encontraron resultados muy diversos. Todos presentaban formas de rotura diferentes, diferentes comportamientos ante carga y descarga, distintos tipos de daño y niveles de carga de aparición del mismo... cuya consecuencia fue la incapacidad de establecer comparaciones respecto al nivel de carga y deformación al que aparecía el primer daño; dejando entrever entonces el importante efecto que tiene variar el espesor de la capa de 0° en la forma en que se inicia y se propaga el daño en un *cross-ply*.

En concreto, para el laminado $[0_2,90]_S$ se obtuvo un resultado muy curioso respecto al mecanismo de daño, consistente en grietas a 45° conectadas por una delaminación continuada entre la capa de 0° y 90° (ver figuras 1.7 y 1.8); este hecho se explica mucho más en detalle en el apartado 1.2.1, pues es el punto de partida de la investigación actual.

El objetivo del presente trabajo es tratar de dilucidar el origen del daño que aparece en laminados $[0_2,90]_S$ sometidos a un aumento gradual de carga a tracción, y que fue puesto de manifiesto en [15]. La motivación puede resumirse en los siguientes puntos:

- Por una parte porque difiere en gran medida de los mecanismos de daño que cabría esperar que se produjeran en un laminado de tipo *cross-ply*, esquematizados en las figuras 1.5 y 1.6.
- Por otra parte, el mecanismo de daño es en sí muy interesante desde el punto de vista de la delaminación continuada que aparece entre las capas de 0° y 90° ; al separarse por completo se pierden las propiedades de diseño en términos de rigidez y resistencia y en consecuencia las piezas fabricadas a partir de estos laminados dejan de ser válidas a nivel estructural. En estructuras con solicitaciones externas elevadas, como pueden ser las de una aeronave, este hecho podría desembocar en fallo catastrófico.

1.2.1 Daño en laminados $[0_2,90]_S$

En esta sección se expone en detalle el problema de interés. Se trata del mecanismo de daño que aparece en laminados *cross-ply* $[0_2,90]_S$ sometidos a un aumento gradual de carga a tracción y que fue observado en el trabajo realizado por María José Peña Manrique [15].

En el trabajo mencionado anteriormente [15], se prepararon diversos laminados a partir de paneles obtenidos de un rollo de pre-preg carbono-epoxi, cuya designación era *BMS 8-256 D411 - CLI_GRI90 (T300 12K)*. De cada laminado se pudo obtener un total de 29 probetas, dedicadas posteriormente a diferentes ensayos. Antes de ensayar, las probetas se sometieron a un proceso de lijado y pulido para poder detectar los mecanismos de daño presentes al microscopio.

Las probetas obtenidas del laminado $[0_2,90]_S$ se destinaron a la realización de tres ensayos concretos:

1. Detección del daño al primer aviso sonoro

En este ensayo se intentó relacionar el primer aviso sonoro de rotura con la aparición de daño en la capa de 90° . Se ensayaron 5 probetas hasta el primer aviso sonoro de daño y una vez escuchado se detuvo la máquina de ensayo, se descargó y se analizó la muestra en el microscopio. En concreto, apareció para un amplio rango de carga, que va desde el 40,35% hasta el 82,66% de la carga de rotura del laminado. Sin embargo, al ser inspeccionadas en el microscopio ninguna de las muestras presentaba daño, por lo que no fue posible relacionar el primer aviso sonoro de rotura con la aparición de daño a escala microscópica en la capa de 90° .

2. Ensayos al 80% de la carga de rotura

Al no ser posible relacionar el primer aviso sonoro con la presencia de daño transversal, se sometieron 3 probetas a un ensayo con una carga correspondiente al 80% de la carga media de rotura del laminado. En dos de las probetas ensayadas se reveló un resultado muy curioso, consistente en un daño generalizado muy peculiar. En concreto, el daño consistía en grandes delaminaciones entre las láminas a 0° y 90° , además se observó una alta densidad de grietas inclinadas formando un ángulo aproximado de 45° con respecto a la dirección de aplicación de la carga (ver figuras 1.7 y 1.8). Por último, destacar el hecho de que cuando se encontró el daño, ya se había producido el primer aviso sonoro de este.

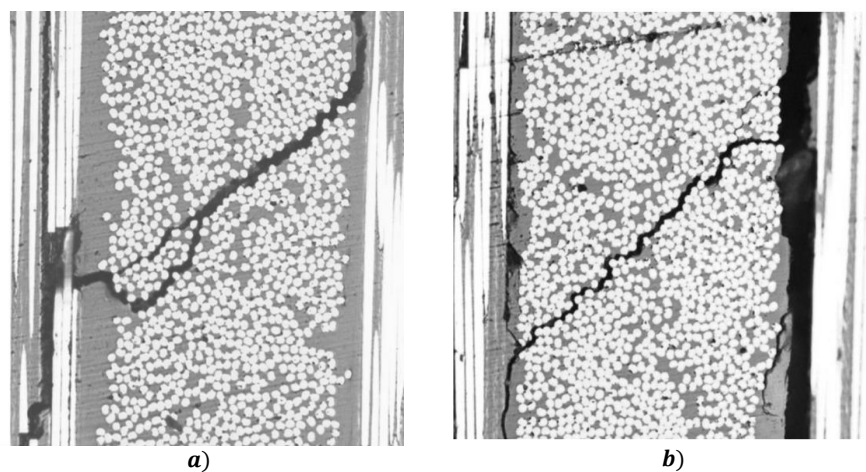


Figura 1.7 Grietas inclinadas a 45° y delaminaciones observadas en una de las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ sometida a un ensayo al 80% de la carga de rotura. Aumentos $\times 200$ [15].

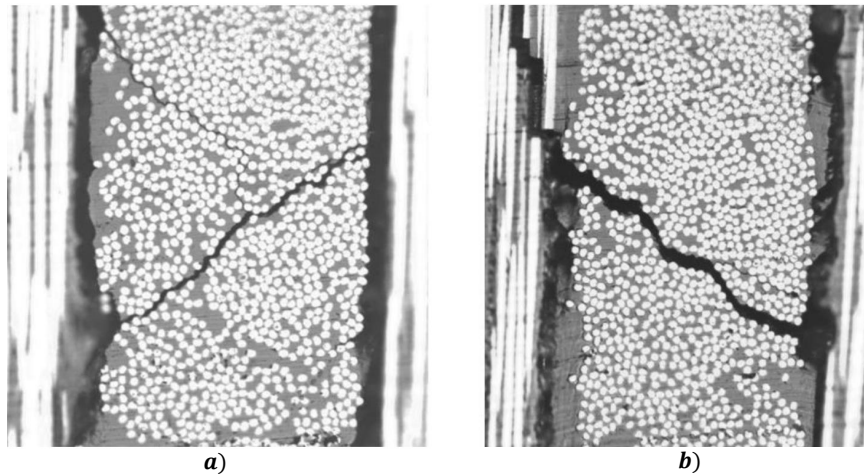


Figura 1.8 Grietas inclinadas a 45° y delaminaciones observadas en otra de las probetas del laminado $[0_2, 90]_S$ sometida a un ensayo al 80% de la carga de rotura. Aumentos x200 [15].

3. Detección del primer daño transversal: aumento gradual de carga

Se sometieron dos probetas a un aumento gradual de carga hasta que se detectó el primer daño transversal. Sin embargo, las probetas se debilitaban al ser cargadas y descargadas y rompían por tanto a una carga inferior a la de rotura, con un corte perpendicular a la dirección de la carga y sin que se apreciara más daño en la sección; siendo el porcentaje de carga aplicada respecto a la de rotura de un 68.92% y un 82.66% en cada probeta respectivamente.

En lo que sigue, el trabajo se centra en intentar dilucidar el origen del daño mostrado en las figuras 1.7 y 1.8. Para ello se parte de la suposición de que el daño comienza por la separación entre las láminas de 0° y 90° ; en concreto se supone que arranca en la superficie exterior de la probeta, luego se caracteriza el estado tensional en dicho plano buscando relacionar su aparición con el conocido como *efecto borde*. En la sección 1.2.2 se explica en detalle los razonamientos por los cuales se parte de la suposición expuesta anteriormente.

1.2.2 Relación entre el origen del daño en laminados $[0_2, 90]_S$ y el efecto borde

Al observar con detenimiento los daños mostrados en las figuras 1.7 y 1.8, se plantean diversas cuestiones. Por una parte, las grietas en la capa de 90° no son transversales, sino que presentan una inclinación muy marcada a 45° ; además, las delaminaciones continuadas entre las capas de 0° y 90° dotan todavía de una mayor singularidad al daño. Se desconoce si es la alta densidad de grietas oblicuas en la capa de 90° el origen de las delaminaciones, o bien, han sido las delaminaciones las que han dado paso a las grietas oblicuas.

Se parte de la suposición de que el daño comienza debido a la separación entre las láminas de 0° y 90° y que además ocurre en la superficie exterior de la probeta. Los razonamientos son:

- Por una parte, la superficie exterior de la probeta es la única que presenta una singularidad especial respecto a las demás por el mero hecho de ocupar la capa más superficial. Este acontecimiento es más conocido como *efecto borde*.
- Por otra parte, el mero cambio de la orientación de la fibra al pasar de la capa de 0° a 90° o viceversa, se puede considerar como un cambio abrupto en las propiedades del material. En estas circunstancias, la teoría elástico lineal predice que las tensiones interlaminares [13] son infinitas, al igual que ocurre en la punta de una grieta [4].

Bajo una serie de otras coincidencias, como defectos internos en el material, zonas con exceso de matriz, altas cargas aplicadas o el propio espesor elegido para las láminas; en caso de que haya energía suficiente para crear nuevas superficies, pueden generarse microgrietas que podrían crecer y desembocar en delaminaciones entre las capas de 0° y 90° y por consiguiente en el agrietamiento oblicuo de la capa intermedia. Por tanto, se pretende determinar el estado tensional interlaminar en dicha superficie para relacionarlo con el origen de la delaminación y agrietamiento y por consiguiente del daño generalizado. Destacar que el fenómeno aparece cuando el laminado se somete a un aumento gradual de la carga a tracción hasta un valor correspondiente al 80 % de la carga de rotura.

1.3 Problema elástico en las probetas del laminado $[0_2,90]_S$

En esta sección se esquematiza el problema elástico al que se someten las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ previo a la aparición del daño. Así se adquiere una visión global del problema y de la solución en términos de las tensiones y los desplazamientos o deformaciones que deben aparecer, para así facilitar la elaboración de las simulaciones en elementos finitos y proveer de criterios para comprobar que se han realizado correctamente.

En la figura 1.9 se representa el ensayo de tracción en una probeta perteneciente al laminado $[0_2,90]_S$. Aplicando principios de simetría [12], se puede reducir el estudio exclusivamente a un octavo de la probeta; en este caso, aparecen tres planos de simetría y el desplazamiento impuesto en el extremo superior se reduce a la mitad. En lo que sigue, se considera el modelo simplificado de la geometría pues reduce considerablemente la complejidad y el número de cálculos.

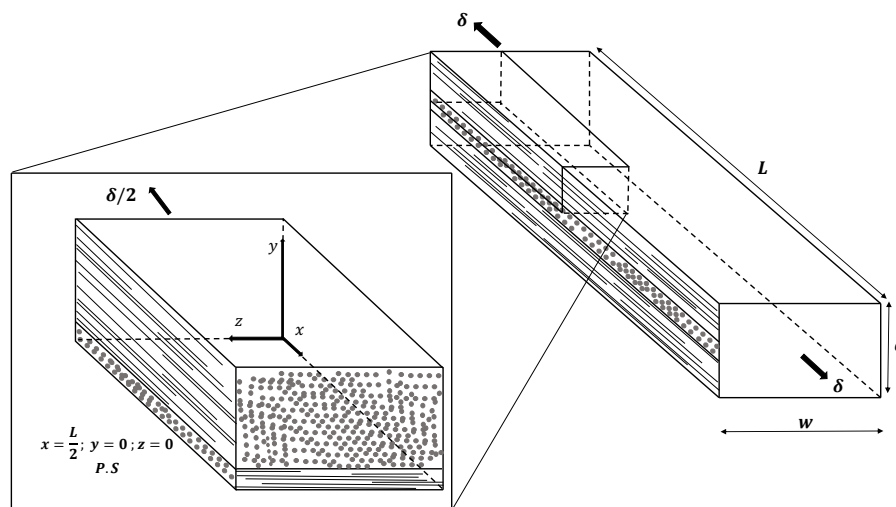


Figura 1.9 Ensayo de tracción sobre una probeta perteneciente al laminado $[0_2,90]_S$. Aplicando simetría, se puede analizar el mismo problema en una octava parte de la geometría .

Bajo estas circunstancias y en concordancia con el *Principio de Saint-Venant* [12], se esquematiza en la figura 1.10 la deformación mecánica que debe aparecer en una superficie suficientemente lejana al extremo de aplicación de la carga y/o imposición del desplazamiento; además, se representan las tensiones interlaminares σ_y y σ_{yz} que podrían originar la delaminación y/o el agrietamiento a nivel de sección, bajo modos de fractura equivalentes al I y II respectivamente (ver figura 1.11).

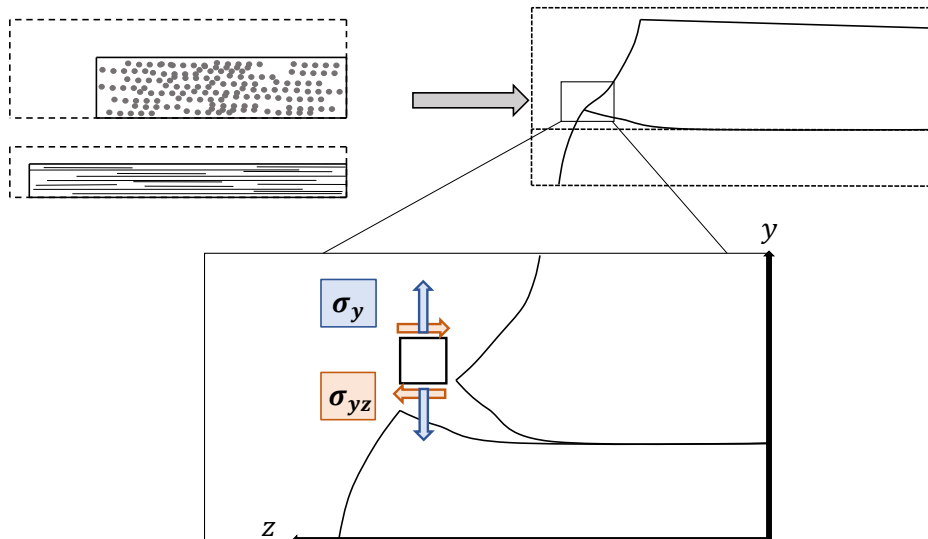


Figura 1.10 Deformada mecánica y tensiones interlaminares que pueden causar el agrietamiento y la delaminación..

Respecto a la deformada de la figura 1.10, se muestra en la imagen superior izquierda la deformación en ambas capas si estas estuvieran separadas, siendo la deformación menor en la capa inferior, al ser superior su rigidez en dirección z con respecto a la capa superior. En la imagen superior derecha, se compatibilizan ambas deformaciones para el caso en que ambas capas se encuentran unidas.

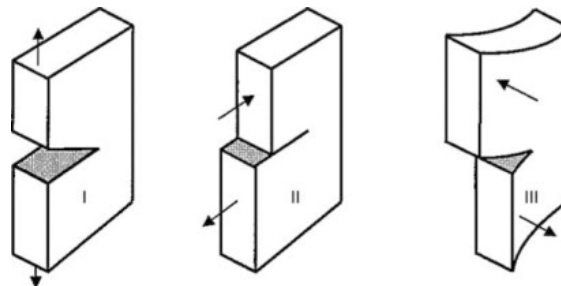


Figura 1.11 Modos de fractura I, II y III [9].

En simulaciones posteriores en elementos finitos del problema mecánico, se comprueba que este se ha planteado correctamente si el nivel de deformación en la sección coincide con el esquematizado. Además, se calculan las tensiones que podrían desencadenar la delaminación y que también se han representado en la figura 1.10.

Se incluye en la tabla 1.3 las constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de las láminas y que son datos imprescindibles para la elaboración de las simulaciones.

Respectivamente, en la tabla 1.4 se recogen las dimensiones de las probetas que se han ensayado; donde cada lámina tiene un espesor de 0.19 mm antes del ensayo.

Tabla 1.3 Constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina ortótropa homogénea equivalente en ejes de ortotropía.

[GPa]			[GPa]			[GPa]		
E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}	G_{23}	G_{13}	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
135	8.75	8.75	4.75	3.4	4.75	0.3	0.4	0.3

Tabla 1.4 Dimensiones de las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ sometidas a ensayo.

Espesor e [mm]	Canto w [mm]	Largo L [mm]
$0.19 \times 5 = 0.95$	15	155

En paralelo, se debe realizar un estudio termoelástico con el objetivo de calcular las tensiones térmicas residuales procedentes del proceso de enfriamiento o post-curado del laminado y así poder contabilizarlas junto con las de origen mecánico. Las tensiones térmicas pueden aparecer a diferentes niveles y por diversas razones:

- A nivel macro, en laminados con capas donde la fibra presenta diferentes orientaciones, debido a la anisotropía del coeficiente de dilatación térmica⁶. Este caso aplica al laminado de interés $[0_2,90]_S$
- A nivel micro, debido a la diferencia entre el coeficiente de dilatación térmica entre matriz y fibra; aunque en este trabajo no se ahondará hasta este nivel

Si tras un cambio de temperatura sólo es de interés el resultado elástico final, *la Teoría de la Termoelasticidad* predice que la relación entre las tensiones y deformaciones para materiales isotrópicos y homogéneos, con un comportamiento elástico lineal, cuyo coeficiente de dilatación térmica depende de la temperatura es [10]:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} - \frac{E}{1-2\nu} \alpha_{avg} \Delta T \varepsilon_{ij} \quad (1.1)$$

Donde: α_{avg} es el valor medio del coeficiente de dilatación térmica en el rango $\Delta T = T_f - T_i$, siendo T_f y T_i la temperatura final e inicial; G el módulo de cortadura; λ la constante de Lamé y ν el coeficiente de Poisson.

Este resultado es extrapolable a materiales ortótropos, donde ahora el coeficiente de dilatación térmica α adopta tres valores diferentes en ejes de ortotropía. En la tabla 1.5 se recogen valores del coeficiente de dilatación térmica en ejes de ortotropía para el pre-preg carbono-epoxi en cuestión.

⁶ El coeficiente de dilatación térmica α es una propiedad del material que cuantifica los cambios en las dimensiones de un cuerpo en función de la temperatura. Se mide en $^{\circ}C^{-1}$

Tabla 1.5 Coeficiente de dilatación térmica en lámina ortótropa carbono-epoxi.

Temperatura[°C]	$\alpha_{11}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{22}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{33}(1e^{-6})[°C^{-1}]$
120	-8.66	20.65	22.48
100	-8.95	20.4	22.23
75	-8.26	18.11	19.2
50	-7.46	15.79	16.68

Se interpolan linealmente los valores de la tabla 1.5 para obtener resultados a temperatura ambiente, siendo 20°C la temperatura de trabajo en condiciones habituales (ver tabla 1.6).

Tabla 1.6 Coeficiente de dilatación térmica en lámina ortótropa carbono-epoxi a temperatura ambiente.

Temperatura[°C]	$\alpha_{11}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{22}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{33}(1e^{-6})[°C^{-1}]$
20	-7.0886	13.921	14.316

Se calcula además el coeficiente de dilatación térmica medio α_{avg} entre la situación inicial $T_i = 120°C$ y final $T_f = 20°C$, siendo entonces la variación total de temperatura $\Delta T = -100°C$ (ver tabla 1.7). Este se obtiene como el valor promedio del conjunto de coeficientes de las tablas 1.5 y 1.6.

Tabla 1.7 Coeficiente de dilatación térmica medio en lámina ortótropa carbono-epoxi tras un proceso de enfriamiento desde 120°C a 20°C.

$T_i = 120°C, T_f = 20°C$	$\alpha_{avg11}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{avg22}(1e^{-6})[°C^{-1}]$	$\alpha_{avg33}(1e^{-6})[°C^{-1}]$
$\Delta T = -100°C$	-8.08372	17.7742	18.9812

De la tabla 1.7 se extrae un resultado muy curioso en relación a la deformada. Tras el enfriamiento de la probeta, al ser $\alpha_{avg11} < 0$ la lámina se debe dilatar en dirección de la fibra, algo totalmente contradictorio con el sentido común que conduciría a pensar que es la contracción la deformación habitual durante un enfriamiento. Sin embargo, en las direcciones restantes, al ser $\alpha_{avg22} > 0$ y $\alpha_{avg33} > 0$, se producirán contracciones (ver figura 1.12).

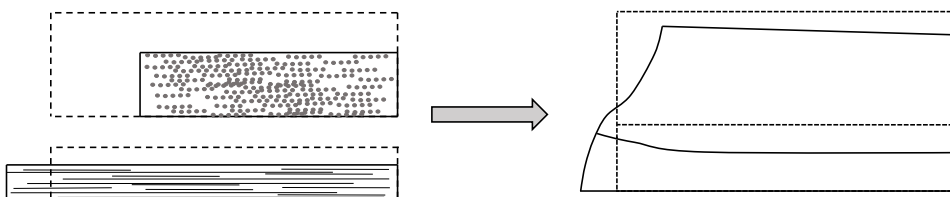


Figura 1.12 Deformada por enfriamiento en un octavo de una probeta del laminado $[0_2,90]_S$.

1.4 Metodología de resolución

Este trabajo trata de dilucidar el origen de la delaminación mostrada en las figuras 1.7 y 1.8, partiendo de la suposición de que esta arranca en la superficie exterior de la probeta. Para ello se caracteriza el estado tensional singular a nivel interlaminar en la superficie exterior utilizando el programa de elementos finitos ANSYS, donde se simula el problema elástico descrito en la sección 1.3.

La secuencia de simulación consiste en primer lugar en la realización de modelos tridimensionales representativos del problema elástico real. Posteriormente, se realizan modelos bidimensionales en *deformación plana generalizada* equivalentes a los tridimensionales; de este modo se reduce la complejidad de los análisis y el tiempo de resolución.

En todo momento se debe tener en cuenta que el cambio abrupto en las propiedades del material a nivel interlaminar genera singularidad tensional; por tanto, se toman precauciones especiales con el mallado en esta zona.

Una vez se tiene un modelo bidimensional válido se pasa a la obtención del estado tensional singular. Se realiza entonces un mallado muy fino alrededor de la punta de la esquina interlaminar, con el objetivo de poder caracterizar correctamente la tendencia asintótica de la solución en tensiones.

En todo momento se contempla también el análisis de laminados con espesores mayores de la capa de 90° , para así cuantificar la dependencia entre la severidad de la singularidad tensional y el espesor de la capa más débil, demostrando si aquellas configuraciones con espesores pequeños presentan las singularidades más severas y son por tanto las más proclives a la delaminación. La estimación de la severidad se obtiene en base al cálculo de los *Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados*.

La caracterización de la singularidad tensional presente a nivel interlaminar en el laminado $[0_2,90]_S$, junto con los estudios que se están realizando en paralelo en otras investigaciones sobre la progresión y penetración del daño, permite la obtención de evidencias que pueden servir como base para la elaboración de una justificación sobre el origen y la progresión real del daño observado.

2 Análisis del modelo en elementos finitos

En este capítulo se realiza una simulación del problema expuesto en la sección 1.3 mediante el programa de elementos finitos ANSYS, utilizando el módulo *Mechanical APDL R1*; en concreto, se utiliza la versión académica libre disponible en la web del propio distribuidor [1], en su última versión correspondiente al año 2021.

La simulación tiene dos objetivos:

- Encontrar la geometría óptima de análisis, es decir, aquella más pequeña y simple para la cual la solución es equivalente a la que aporta la geometría original. Para ello se aprovechan las condiciones de simetría del problema y se contempla la realización de modelos bidimensionales.
- Estudiar la influencia que tiene la variación del espesor de las capas del laminado en la solución.

Ambos objetivos se plantean a su vez desde dos puntos de vista:

- En primer lugar, se realiza un análisis puramente mecánico del problema, supuesta la probeta sometida a un ensayo de tracción y que se describe en la sección 2.1.
- En segundo lugar, se realiza un análisis térmico del problema, simulando el estado de la probeta tras el proceso de curado del laminado y que se explica en la sección 2.2.

La razón estriba en que se conoce cómo debe ser la deformación de la sección de la probeta en ambos análisis por separado, de esta modo se puede comprobar que la simulación se realiza correctamente. Puntualizar que en ambos casos se desprecia la presencia de cualquier daño introducido durante el proceso de curado.

La descomposición del problema elástico en su parte mecánica y térmica es posible debido a que sobre el problema elástico aplica el *Principio de Superposición* [12] y por tanto la solución total se puede obtener también como la suma de la solución que aporta cada análisis por separado.

Por otra parte, se comienza realizando simulaciones de modelos 3D de la probeta. Posteriormente, se considera el análisis del problema bajo el punto de vista de la *deformación plana generalizada* [18]. La *deformación plana generalizada* se presenta en problemas cuya geometría y cargas externas permanecen constantes a lo largo de una dirección, considerándose esta como infinita. El término *generalizada* sirve para distinguir el problema respecto al de *deformación plana*, caracterizándose este último por incluir infinitos planos de simetría a lo largo de la dirección longitudinal, reduciendo el análisis a una sección bidimensional en la que se conoce que los desplazamientos perpendiculares al eje son nulos y que la solución elástica en tensiones y deformaciones es función exclusiva de las

cargas y la geometría de la sección; sin embargo, esto no ocurre en *deformación plana generalizada* donde la ausencia de los infinitos planos de simetría implica desplazamientos no nulos a lo largo de la dirección longitudinal.

El problema que se analiza en este trabajo trata una probeta cuya dirección longitudinal es superior a las demás y en el que las cargas y la geometría permanecen prácticamente constantes a lo largo de esa dirección; sin embargo, la ausencia de infinitos planos de simetría en dirección longitudinal implica en desplazamientos longitudinales no nulos; por tanto, se puede realizar un análisis bidimensional de una de las secciones transversales de la probeta, teniendo en cuenta el desplazamiento impuesto en dirección perpendicular.

Simular un problema 2D implica una reducción considerable en tiempo y costos, por tanto, se pretende demostrar la equivalencia entre la solución 3D y 2D para analizar en modelos sucesivos geometrías bidimensionales. Destacar por último que para establecer equivalencias adecuadas, el número de elementos y la forma del mallado en la sección debe ser idéntico entre ambos modelos.

Es bien sabido que para simular correctamente un laminado en un programa de elementos finitos hay que prestar especial atención en la disposición de la fibra. Para comprobar que se ha realizado correctamente se compara la deformada obtenida con la razonada y expuesta en las figuras 1.10 y 1.12. Además, se debe ser cuidadoso en la realización del mallado, eligiendo los elementos adecuados y mallando más fino en aquellas zonas donde se busque mayor precisión.

Debido a la singularidad tensional que se produce a nivel interlaminar, un mallado cada vez más fino en esta zona solo conduce a obtener tensiones cada vez mayores, luego se presta especial precaución con el mallado entre láminas.

Resaltar por último que la escala de análisis del problema se considera *meso* al modelar la lámina como un material homogéneo definido a través de unas constantes en ejes de ortotropía; en ningún momento se entra al detalle de lo que ocurre en la transición fibra-matriz.

2.1 Análisis mecánico

En esta sección se realiza una simulación del problema mecánico representado en la figura 2.1.

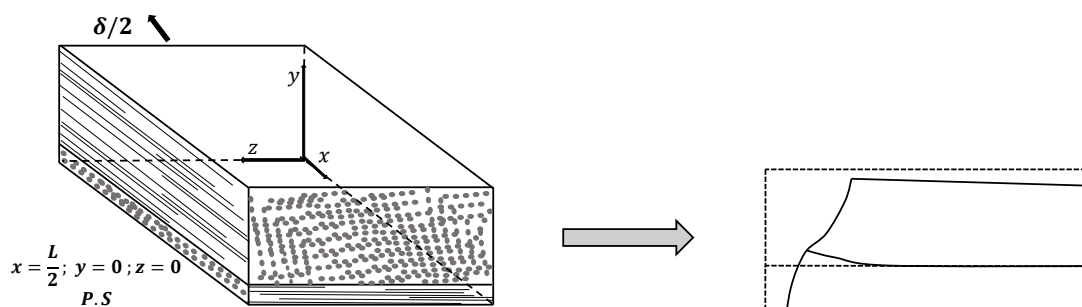


Figura 2.1 Esquemática del problema mecánico y la deformada asociada a la sección más alejada de la zona de imposición del desplazamiento.

Para ello se necesitan las dimensiones geométricas de la probeta del laminado $[0_2, 90]_S$, mostradas en la tabla 1.4 y las constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina ortótropa homogénea equivalente en ejes de ortotropía, mostradas en la tabla 1.3. Aprovechando la simetría tanto en geometría como en desplazamientos impuestos, se reduce el análisis a una octava parte de la probeta.

En lo que sigue, el análisis se diferencia en tres grandes grupos:

- El primer grupo, descrito en la sección 2.1.1, analiza la probeta en 3D y trata de optimizar la geometría de estudio, buscando aquella con unas dimensiones lo más reducidas posibles cuya solución sea equivalente a la que aporta la geometría original.
- El segundo grupo, descrito en la sección 2.1.2, parte de la geometría 3D óptima alcanzada en la sección 2.1.1 y modifica los espesores de las capas del laminado para estudiar su influencia en los resultados.
- Por último, el tercer grupo descrito en la sección 2.1.3, modela el problema bajo deformación plana generalizada y compara los resultados con los obtenidos en los análisis tridimensionales anteriores.

2.1.1 Optimización geométrica 3D

El objetivo de este estudio es encontrar la geometría óptima de análisis, es decir, la más pequeña cuya solución sea equivalente a la del problema original. Para ello se parte de la geometría simplificada, es decir, de una octava parte de la probeta y se realizan un total de 13 modelos donde se reducen progresivamente las dimensiones de la probeta y se adapta el mallado para la obtención de soluciones comparables.

Partiendo del conocimiento de la singularidad tensional a nivel interlaminar, se realiza un mallado mucho más fino en el borde libre. Para ello se diferencia en la geometría de partida un volumen hexaédrico alrededor del borde libre, denominado "*esquina*". Este se sitúa suficientemente alejado de la zona de imposición del desplazamiento y presenta una arista principal con unas dimensiones de alrededor 4 veces el espesor total del laminado, para asegurar así la validez de la solución en base al *Principio de Saint Venant* [12]. En esta esquina el mallado se realiza a través de elementos hexaédricos de 8 nodos y de forma mucho más fina que en el resto, disminuyendo las dimensiones de los elementos de forma progresiva en dirección al borde, con el objetivo de mostrar la superioridad en cuanto a intensidad de las tensiones interlaminares (ver figura 2.2)

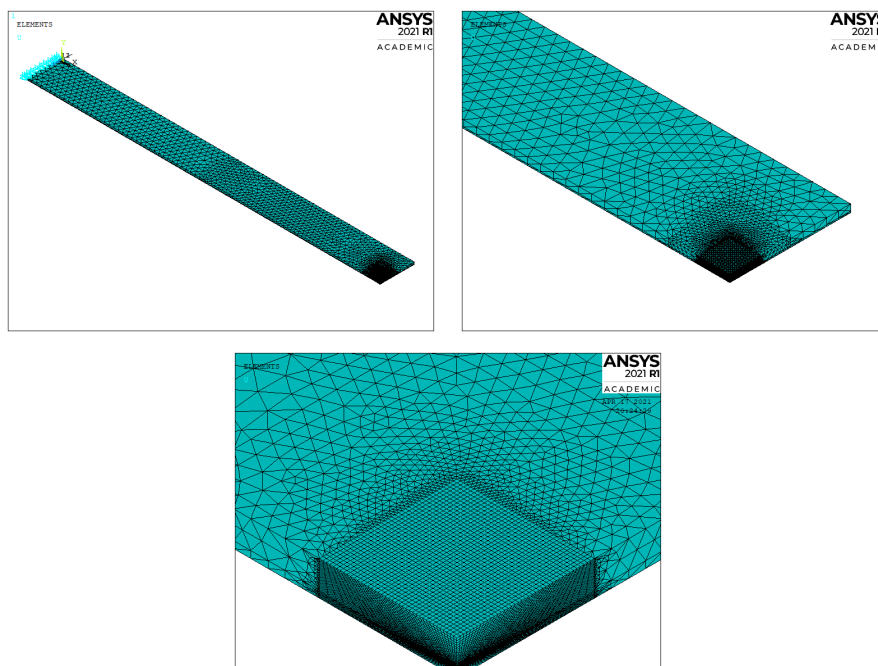


Figura 2.2 Mallado del modelo mecánico original.

En base a los principios de la *Teoría de la Elasticidad*, las tensiones interlaminares son singulares debido al cambio abrupto en las propiedades elásticas que se produce cuando cambia la dirección de la fibra. Por tanto, un mallado cada vez más fino en la zona interlaminar, solo conduce a obtener unas tensiones cada vez mayores, sin alcanzar convergencia alguna; por eso, en sucesivos análisis se mantiene un tamaño y número de elementos constante en el volumen "*esquina*" para así poder establecer comparaciones apropiadas entre los diferentes modelos.

La metodología seguida se basa en ir reduciendo las dimensiones totales de la probeta, manteniendo constantes las del volumen "*esquina*". Respecto al mallado, se mantiene constante en la zona de interés y se refina progresivamente en dirección a esta con el objetivo de determinar si la solución en tensiones depende exclusivamente de la geometría y del mallado a nivel local.

Para confirmar que el modelo se ha realizado de forma adecuada se comprueba que la deformada coincide con la esperada y representada en la figura 1.10. En la figura 2.3 se representa la deformada del modelo original, para una mejor visualización se ha ampliado 100 veces la escala en relación a los desplazamientos.

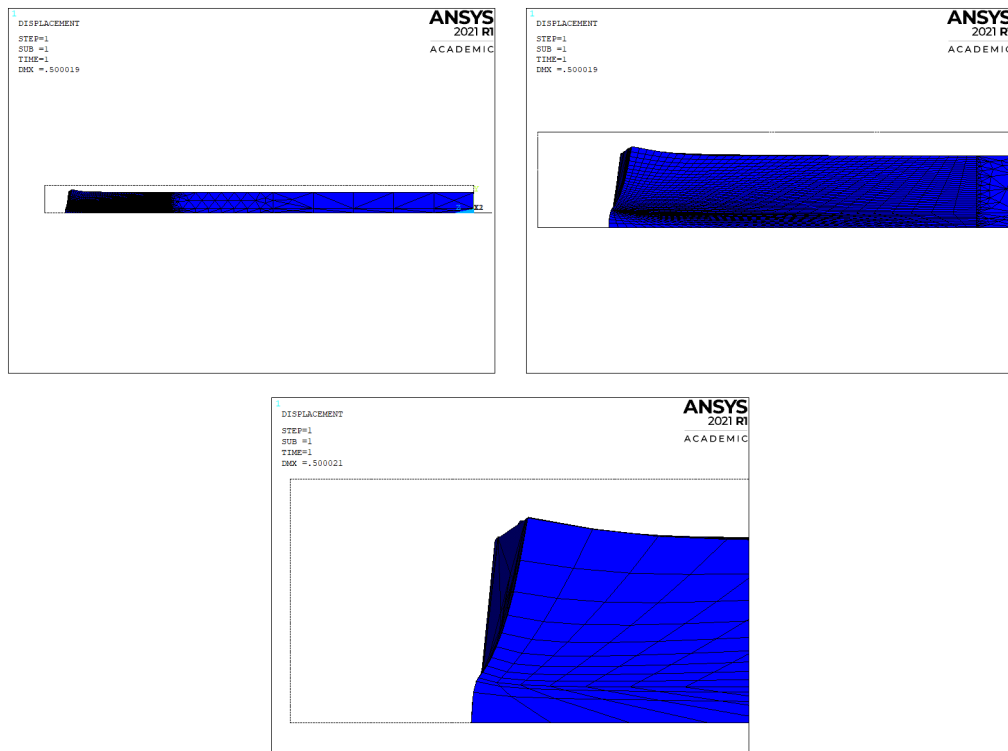


Figura 2.3 Deformada en la esquina del modelo mecánico original.

Se analiza ahora la solución en tensiones. Se representa en las figuras 2.4 y 2.5 las tensiones de interés σ_y y σ_{yz} ; solución del problema original. Debido al refinado del mallado en la zona interlaminar del volumen "*esquina*" sólo se capta en esta zona la severidad tensional conocida a priori. Si el refinado se realizase a lo largo de toda la longitud de la probeta, la solución se repetiría en cada sección; por eso se plantea posteriormente la realización de un modelo bidimensional.

Sin embargo, el objetivo de estos análisis es determinar la dependencia de la solución en tensiones a nivel interlaminar con el mallado y la geometría local, por eso se mantiene en modelos sucesivos el mallado del volumen "*esquina*" intacto y se reducen progresivamente las dimensiones restantes.

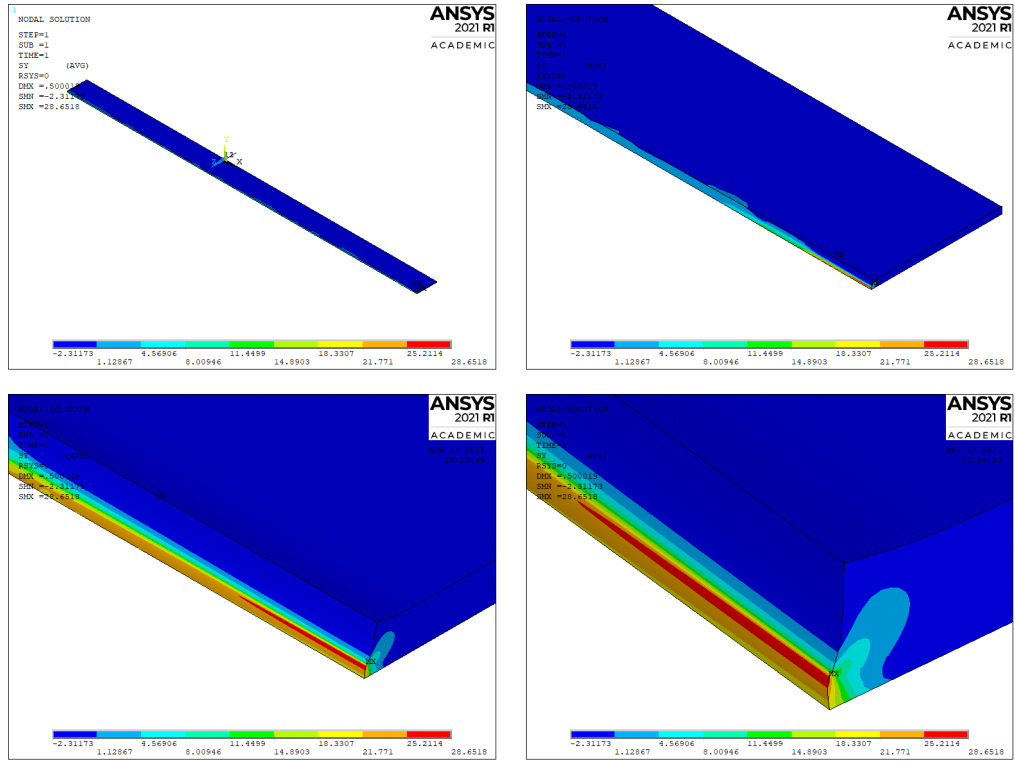


Figura 2.4 Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico original.

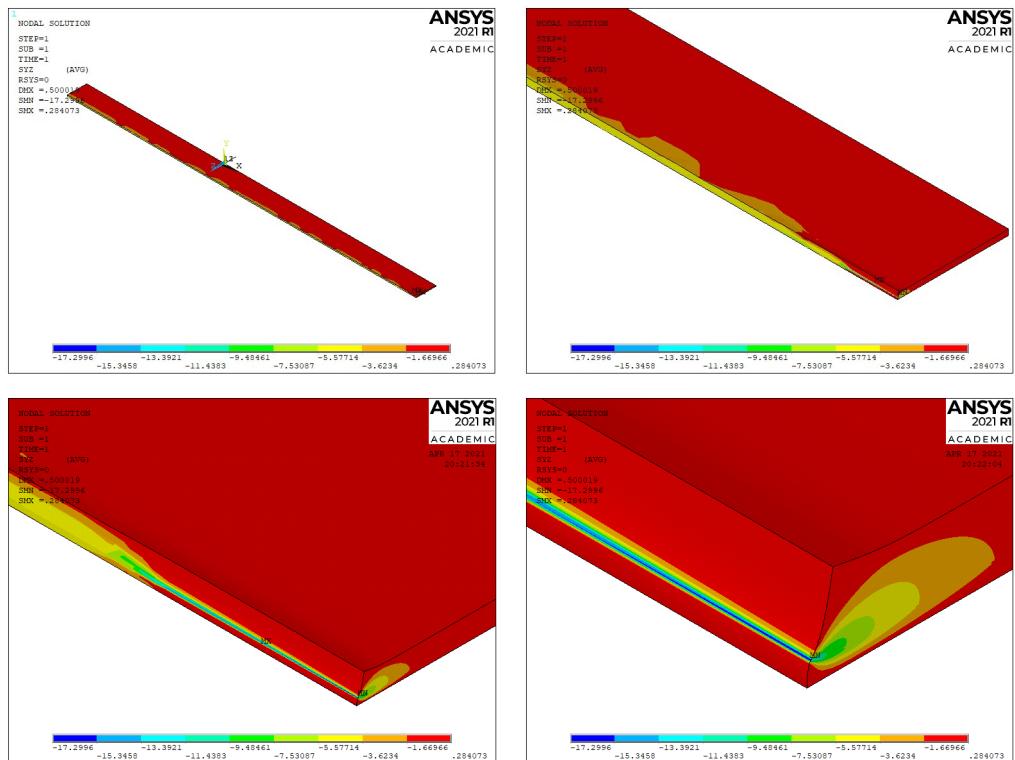


Figura 2.5 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico original.

En la tabla 2.1 se recogen datos identificativos de los 13 modelos, como L longitud, w canto, e espesor total, número de elementos y nodos del mallado, y desplazamiento impuesto durante el ensayo u_x . Respecto al desplazamiento impuesto, este debe equivaler a una tracción cercana a la tensión de rotura transversal de 61 MPa del laminado. Si se calcula la deformación longitudinal $\varepsilon_{11} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{155}$; conocido el módulo de elasticidad longitudinal de la capa de 90° , se puede calcular la tensión longitudinal equivalente aplicada: $\sigma_{11} = \varepsilon_{11} \cdot E_{22} = 56.4516$ MPa; resultando del orden del valor buscado. En la tabla 2.2 se registra la geometría del volumen "esquina", siendo a la longitud de la arista principal, $elementos_a$ el número de elementos por arista y a_{min} el tamaño más pequeño de elemento conseguido. Además, se presenta la solución en tensiones, registrando a título comparativo, el valor máximo de la tensión interlaminar $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$.

Tabla 2.1 Parámetros de los modelos mecánicos para optimización de la geometría.

Modelo	Dimensiones [mm]			Mallado		Desplazamiento [mm]	
	Nº	L	w	e	Elementos	Nodos	u_x
1		77.5	7.5	0.475	111529	77272	0.5
2		77.5/5	7.5	0.475	119542	78437	0.5/5
3		77.5/10	7.5	0.475	120798	78668	0.5/10
4		77.5/15	7.5	0.475	121993	78632	0.5/15
5		77.5/20	7.5	0.475	120730	78368	0.5/20
6		77.5/25	7.5	0.475	126198	79315	0.5/25
7		77.5/30	7.5	0.475	122247	78761	0.5/30
8		77.5/30	7.5/2	0.475	124789	78763	0.5/30
9		77.5/30	7.5/3	0.475	119858	77622	0.5/30
10		77.5/35=2.21	2.21	0.475	118999	77701	0.5/35
11		77.5/38.5=2.013	2.013	0.475	116066	77616	0.5/38.5
12		77.5/40.77=1.9	1.9	0.475	64000	68921	0.5/40.77
13		77.5/40.77=1.9	1.9	0.475	110592	117649	0.5/40.77

Tabla 2.2 Parámetros de los modelos mecánicos para optimización de la geometría.

Modelo	Esquina			Tensiones [MPa]		
	Nº	a [mm]	elementos _a	a _{min} [mm]	$\sigma_{y_{max}}$	$\sigma_{yz_{max}}$
1		$4 \cdot e = 1.9$	40	2.3245e-03	28.6518	-17.2996
2		1.9	40	2.3245e-03	28.6493	-17.2981
3		1.9	40	2.3245e-03	28.6456	-17.2953
4		1.9	40	2.3245e-03	28.6440	-17.2945
5		1.9	40	2.3245e-03	28.6422	-17.2936
6		1.9	40	2.3245e-03	28.6412	-17.2931
7		1.9	40	2.3245e-03	28.6402	-17.2926
8		1.9	40	2.3245e-03	28.6394	-17.2924
9		1.9	40	2.3245e-03	28.639	-17.2922
10		1.9	40	2.3245e-03	28.6366	-17.2921
11		1.9	40	2.3245e-03	28.6355	-17.2920
12		1.9	40	2.3245e-03	28.6309	-17.2941
13		1.9	48	1.9526-03	29.9132	-17.4339

Del análisis de las tablas 2.1 y 2.2 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- En los modelos del 1 al 7 se modifica la longitud total de la probeta, manteniendo las dimensiones restantes constantes, hasta que la longitud es del orden de las dimensiones del volumen "*esquina*". El mallado se refina en dirección a la esquina, conservando esta el número de elementos total y tamaño fijo. De forma proporcional a la reducción de longitud, se reduce el desplazamiento impuesto en el extremo; de esta manera la solución en tensiones permanece prácticamente constante pues se registran disminuciones en el valor absoluto tensional máximo del orden de las milésimas.
- En los modelos 8 y 9 se ha modificado el canto de la probeta, hasta que este es del orden de las dimensiones del volumen "*esquina*". Del mismo modo que en modelos anteriores, al conservarse el mallado local en la zona de interés, se registran disminuciones en el valor absoluto tensional máximo del orden de las milésimas, pudiendo considerar que la solución permanece prácticamente inalterable.
- En los modelos 10 y 11 se reduce aún más el tamaño de la probeta, considerando un volumen total escasamente superior al de la esquina. En este caso la solución varía pobremente.
- Por último, en los modelos 12 y 13 se considera el análisis exclusivo del volumen "*esquina*". En el modelo 12 se mantiene el mallado intacto respecto a los modelos anteriores, registrando variaciones ínfimas en el valor tensional máximo. En el modelo 13 se modifica ligeramente el mallado, introduciendo más elementos en cada arista; entonces las variaciones en el valor tensional máximo ya son mayores. Se demuestra así que la solución depende exclusivamente del mallado y de la geometría local, luego esto permite reducir cuantiosamente el volumen de análisis.

En lo que sigue se toma como geometría definitiva de análisis la que aporta el último modelo.

Se adjuntan imágenes de las simulaciones más peculiares, es decir, de aquellas que conllevan cambios geométricos más significativos, para mostrar la diferencia en el degradado del mallado y comparar los resultados obtenidos en relación a la deformada en el borde libre y a las tensiones máximas a nivel interlaminar.

En el apéndice A, sección A.1.1, se localizan los códigos base utilizados en la simulación, puesto que la diferencia entre ciertos modelos es exclusivamente geométrica, se han indicado los cambios a realizar en el código base para simular todos y cada uno de los modelos, con el objetivo de evitar reiteraciones innecesarias.

Modelo N° 7

En este modelo, se ha disminuido drásticamente la longitud, en concreto se reduce 30 veces respecto al modelo original; permaneciendo el canto de la probeta constante.

De las figuras 2.6, 2.7, 2.8 y 2.9 se desprende que la solución es prácticamente igual que la que aporta el modelo original.

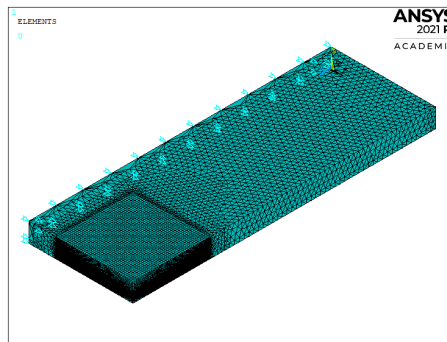


Figura 2.6 Mallado del modelo mecánico 7.

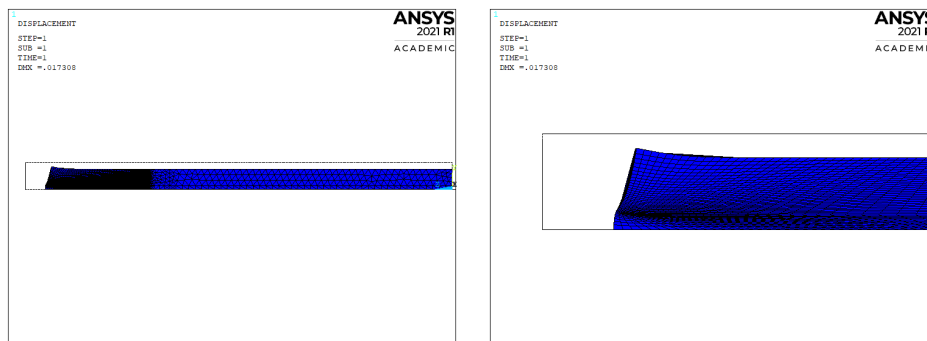


Figura 2.7 Deformada del modelo mecánico 7.

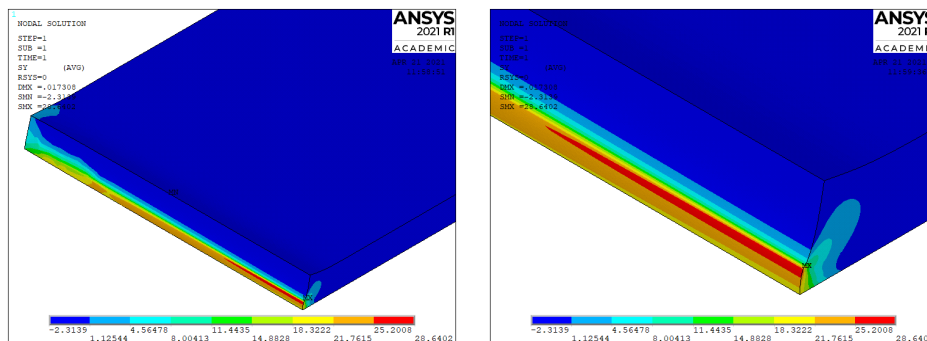


Figura 2.8 Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 7.

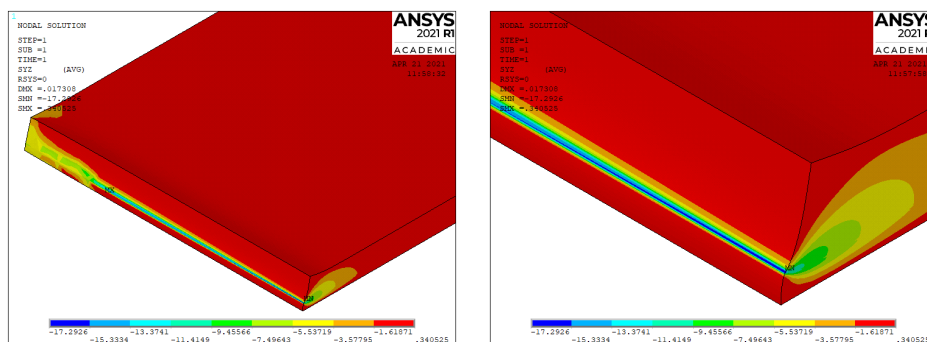


Figura 2.9 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 7.

Modelo N° 9

Reducida la longitud 30 veces, se opta por reducir el canto 3 veces respecto al modelo original.

De las figuras 2.10, 2.11, 2.12 y 2.13 se desprende que la solución es prácticamente la misma que en modelos previos.

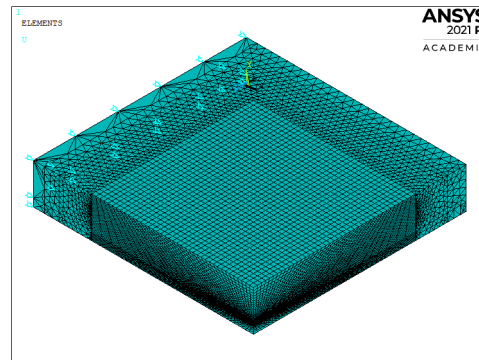


Figura 2.10 Mallado del modelo mecánico 9.

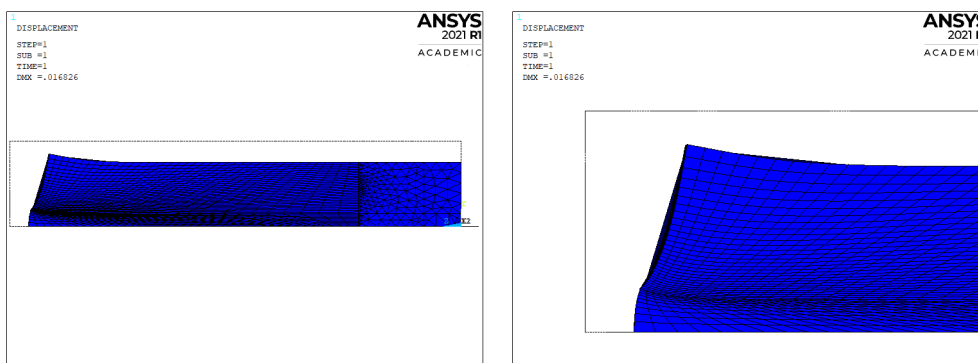


Figura 2.11 Deformada del modelo mecánico 9.

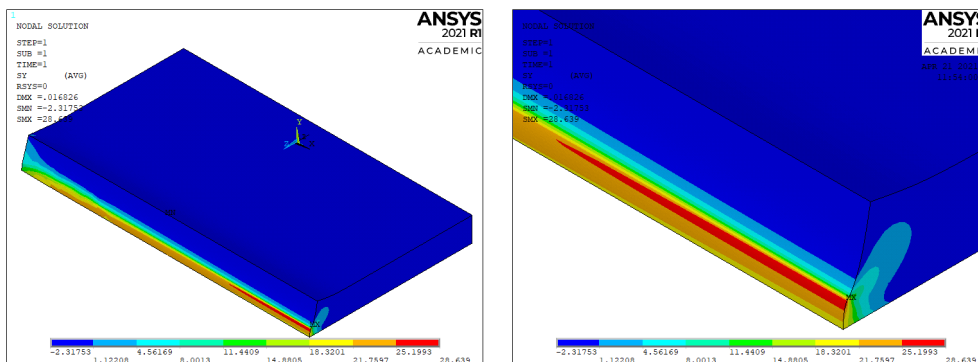


Figura 2.12 Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 9.

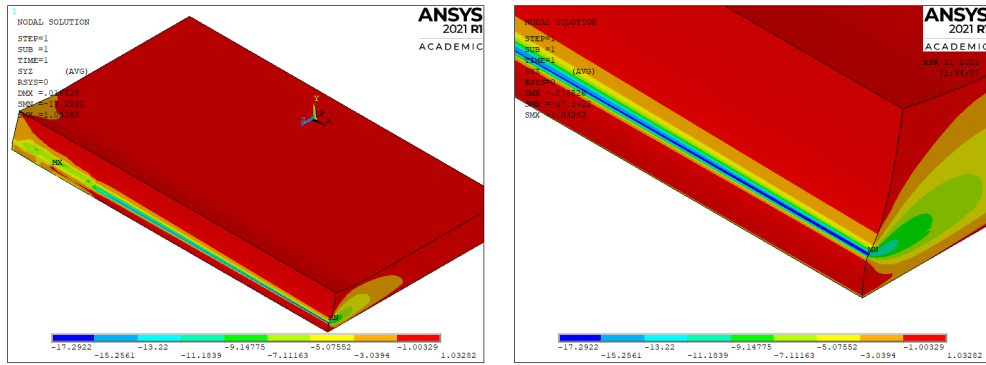


Figura 2.13 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 9.

Modelo N° 12

En este punto se decide analizar exclusivamente el volumen "esquina", para ello se modela una geometría con una longitud y un canto $L = w = 1.9$ mm.

De las figuras 2.14, 2.15, 2.16 y 2.17 se concluye que la solución permanece prácticamente inalterable. Por tanto se puede concluir que el análisis exclusivo del volumen "esquina" conlleva la obtención de la misma solución que si se analiza la geometría completa; este resultado es muy importante pues reduce considerablemente el número de nodos y elementos del modelo, optimizando tiempo y recursos.

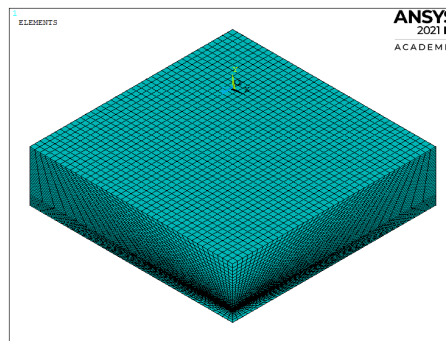


Figura 2.14 Mallado del modelo mecánico 12.

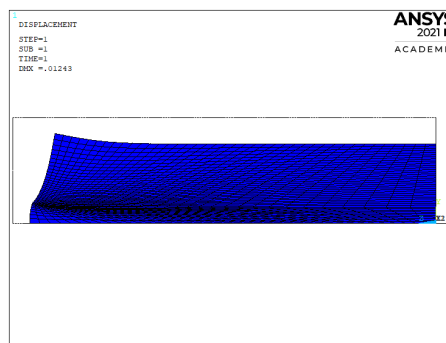


Figura 2.15 Deformada del modelo mecánico 12.

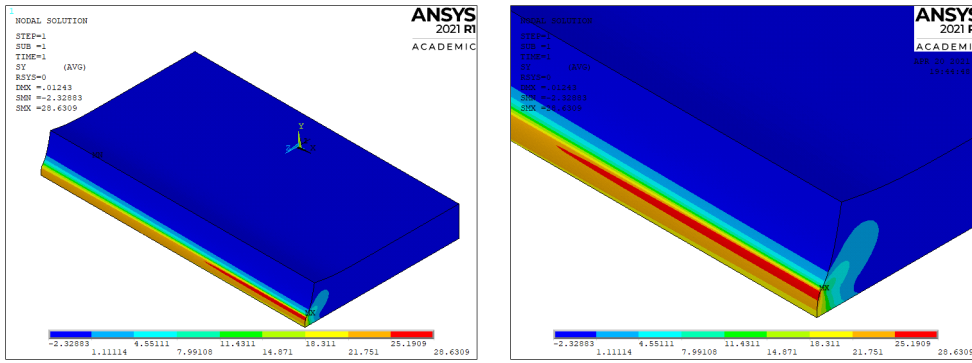


Figura 2.16 Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 12.

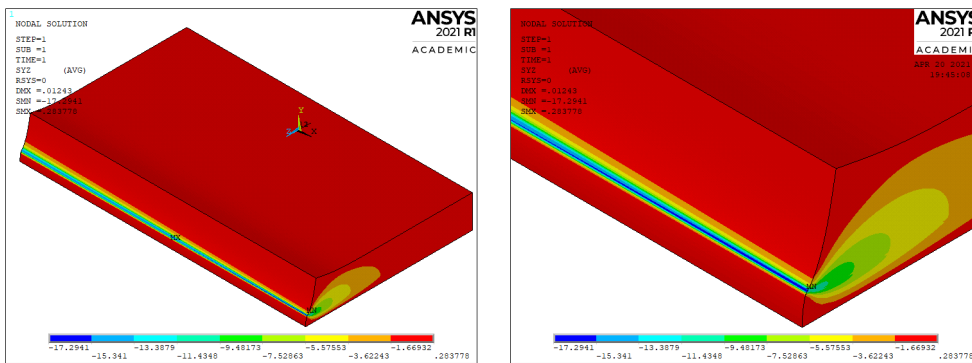


Figura 2.17 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 12.

Modelo N° 13

Tal y como se demuestra en los modelos 1-12, la solución en tensiones depende exclusivamente de la geometría y del mallado local. En caso de que el mallado de la *esquina* se modifique en tamaño o en número, la solución debe cambiar; en concreto, al aumentar el número de elementos de la arista hasta 48 el máximo tensional aumenta.

Las figuras 2.18, 2.19, 2.20 y 2.21 son representativas de la simulación.

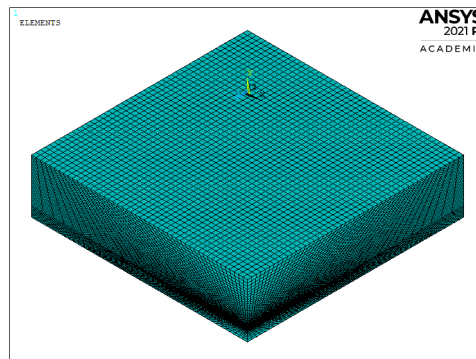


Figura 2.18 Mallado del modelo mecánico 13.

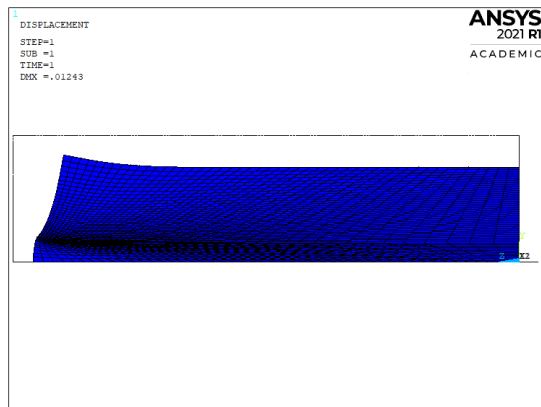


Figura 2.19 Deformada del modelo mecánico 13.

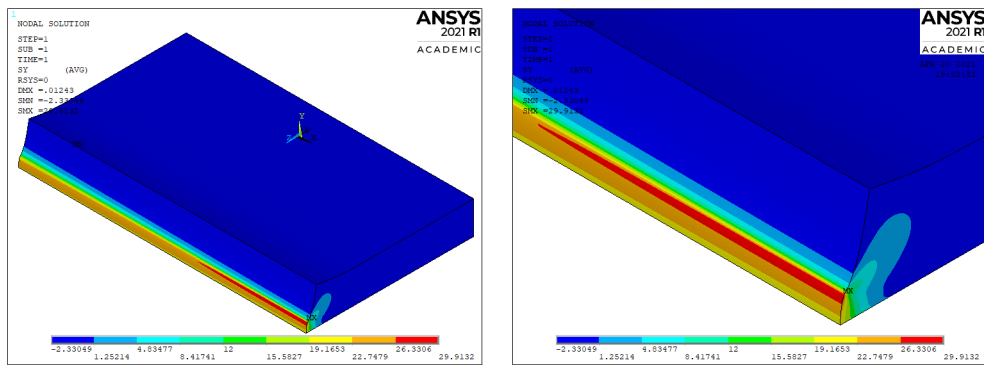


Figura 2.20 Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 13.

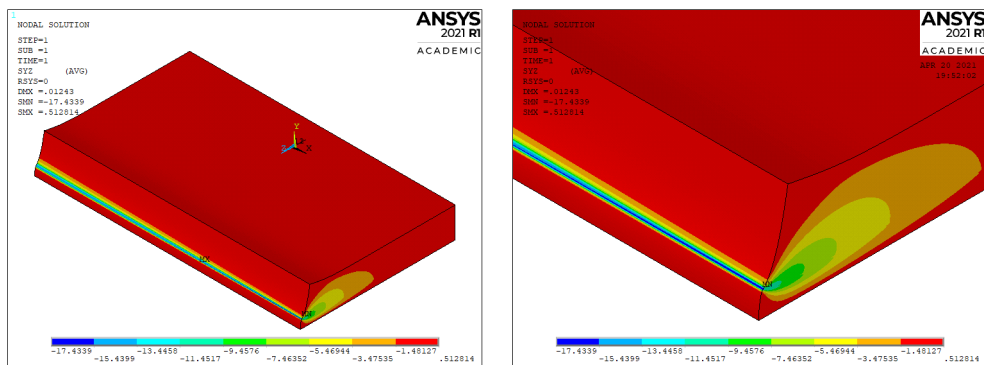


Figura 2.21 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 13.

2.1.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D

En este análisis se pretende determinar la influencia que tiene variar el espesor de las capas del laminado en la solución de la simulación. Partiendo del laminado de interés, $[0_2, 90, 0_2]$, se decide modificar el espesor de la capa de 90° manteniendo constante el de la capa de 0° , resultando entonces en laminados de tipo $[0_2, 90_N]_S$, para $N=1, 2, 3$ y 4 .

Vista la influencia que tiene la forma del mallado local en la solución, para poder establecer comparaciones válidas entre los modelos se hace indispensable mantener un tamaño de elementos constante en la zona interlaminar. Un cambio en el espesor de las capas, conlleva un ajuste en número y relación de tamaño entre los elementos del mallado para conseguir mantener a nivel general un tamaño constante en la zona de interés.

Fijado el tamaño del elemento más pequeño y la longitud de la línea sobre la que se realiza el degradado del mallado, puede constituirse la regla 2.1:

$$\begin{aligned}
 L &= l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_N \\
 l_1 &= f \cdot l_2 \\
 l_2 &= f \cdot l_3 \\
 &\dots \\
 l_{N-1} &= f \cdot l_N \\
 L &= l_N \cdot [1 + f + f^2 + f^3 + \dots + f^{N-1}]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde L es la longitud total de la línea, l_i la longitud de los elementos en que se divide, N el número total de elementos en que se descompone la línea y f la relación de aspecto entre elementos consecutivos.

La serie de potencias finita, se puede expresar a través del sumatorio 2.2:

$$1 + f + f^2 + f^3 + \dots + f^{N-1} = \sum_{K=0}^{K=N-1} f^K = \frac{1 - f^N}{1 - f} \tag{2.2}$$

Sustituyendo 2.2 en 2.1 se obtiene 2.3:

$$f^N - f \cdot \left(\frac{L}{l_N}\right) - 1 + \left(\frac{L}{l_N}\right) = 0 \tag{2.3}$$

Es decir, fijado el tamaño de elemento más pequeño l_N , la longitud de la arista L y el número de elementos en que se divide esta N , la resolución de la ecuación 2.3 permite obtener la relación de tamaño f entre elementos. En lo que sigue se fija un l_N constante para todos los modelos en cada una de las líneas donde se degrada el mallado; si se establece además un número de elementos proporcional al espesor de las láminas, se puede encontrar la relación de aspecto que mantiene el tamaño de los elementos constante para así poder establecer comparaciones válidas entre las soluciones.

La determinación de estos parámetros es suficiente para elaborar el modelo en ANSYS®, pues el degradado del mallado en una línea se realiza mediante la orden *LESIZE, N° LÍNEA, , , N, f^{N-1}*.

En el apéndice A, sección A.1.2, se adjunta un código elaborado en MATLAB® para resolver la ecuación 2.3. También se adjunta el código base elaborado en ANSYS y el valor de los parámetros a modificar para simular los modelos representados.

En la tabla 2.3 se recogen los datos más relevantes de la simulación. Se realizan 4 modelos, 1 por cada laminado, con las dimensiones óptimas ya obtenidas en la sección 2.1.1.

Tabla 2.3 Modelos mecánicos para diferente espesor de las capas del laminado.

Nº	Modelo	Dimensiones [mm]			Mallado		Desplazamiento
		L	w	e	Elementos	Nodos	u_x
1	$[0_2,90,0_2]$	1.9	L	0.19×2.5	110592	117649	-0.5/40.77
2	$[0_2,90_2,0_2]$	1.9	L	0.19×3	110592	117649	-0.5/40.77
3	$[0_2,90_3,0_2]$	1.9	L	0.19×3.5	110592	117649	-0.5/40.77
4	$[0_2,90_4,0_2]$	1.9	L	0.19×4	110592	117649	-0.5/40.77

En la tabla 2.4, se muestra además el tamaño más pequeño de elemento fijado en las aristas donde se degrada el mallado (a, b y c) (ver figura 2.22); y el valor de las tensiones interlaminares máximas $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$ en la sección de interés, es decir, aquella más alejada de la zona de imposición del desplazamiento y la que presenta el mallado más fino.

Tabla 2.4 Modelos mecánicos para diferente espesor de las capas del laminado .

Nº	Modelo	Dimensiones [mm]			Tensiones [MPa]	
		a	b	c	$\sigma_{y_{max}}$	$\sigma_{yz_{max}}$
1	$[0_2,90,0_2]$	1.004478e-02	3.980149e-03	3.980119e-03	30.024	-18.4214
2	$[0_2,90_2,0_2]$	1.004478e-02	3.980135e-03	3.980137e-03	27.4877	-17.4363
3	$[0_2,90_3,0_2]$	1.004478e-02	3.980149e-03	3.980125e-03	26.4083	-17.0594
4	$[0_2,90_4,0_2]$	1.004478e-02	3.980140e-03	3.980140e-03	25.9142	-16.8855

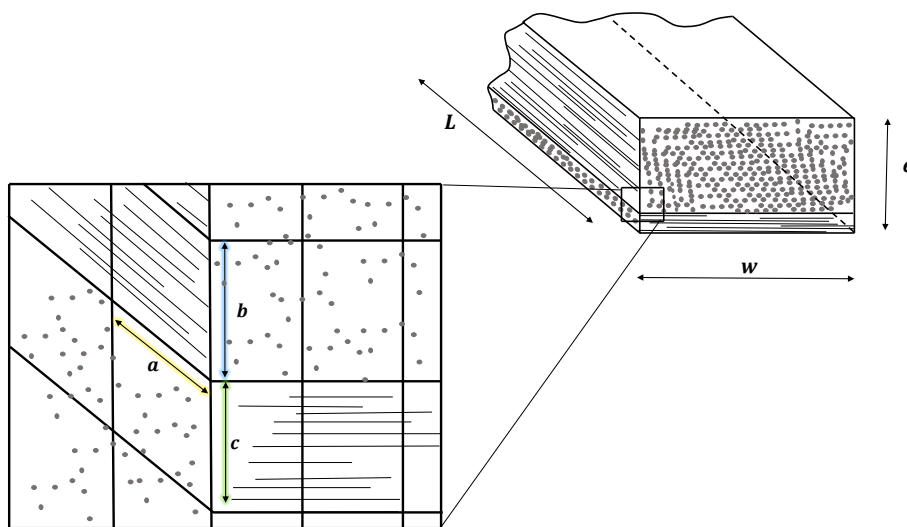


Figura 2.22 Tamaño de elemento más pequeño en el degradado del mallado.

En la tabla 2.5 se recogen además los desplazamientos de 3 puntos significativos (A, B y C) pertenecientes a la última sección del modelo (ver figura 2.23). Estos se obtienen para conocer el nivel de deformación de la sección.

Tabla 2.5 Desplazamientos en puntos significativos del modelo 3D.

Nº	Modelo Laminado	Punto A [mm]		Punto B [mm]		Punto C [mm]	
		u_y	u_z	u_y	u_z	u_y	u_z
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0	-0.75183e-003	-0.72322e-003	-0.18923e-002	-0.11889e-002	0
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	0	-0.46935e-003	-0.86987e-003	-0.18046e-002	-0.14595e-002	0
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	0	-0.35794e-003	-0.10366e-002	-0.18203e-002	-0.17180e-002	0
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	0	-0.29881e-003	-0.12171e-002	-0.18540e-002	-0.19752e-002	0

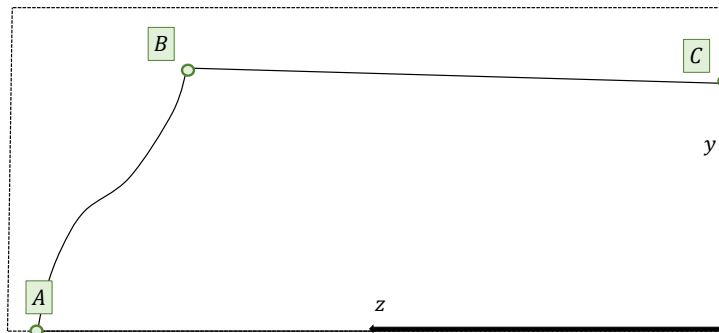


Figura 2.23 Desplazamientos significativos en la deformada del modelo.

En las figuras 2.24 y 2.25 se representan la variación de las tensiones máximas σ_y y σ_{yz} en cada laminado. Se deduce que al aumentar el espesor de la capa de 90°, el valor absoluto de las tensiones disminuye; esto tiene sentido por ser la capa de 90° la más débil. Sin embargo, esa disminución no es progresiva ni proporcional al aumento de espesor, observándose una disminución mucho más agresiva en la primera transición y dejando entrever que efectivamente los laminados [0₂,90,0₂] tienen una combinación de espesor tal que el estado tensional es singularmente mayor respecto al resto.

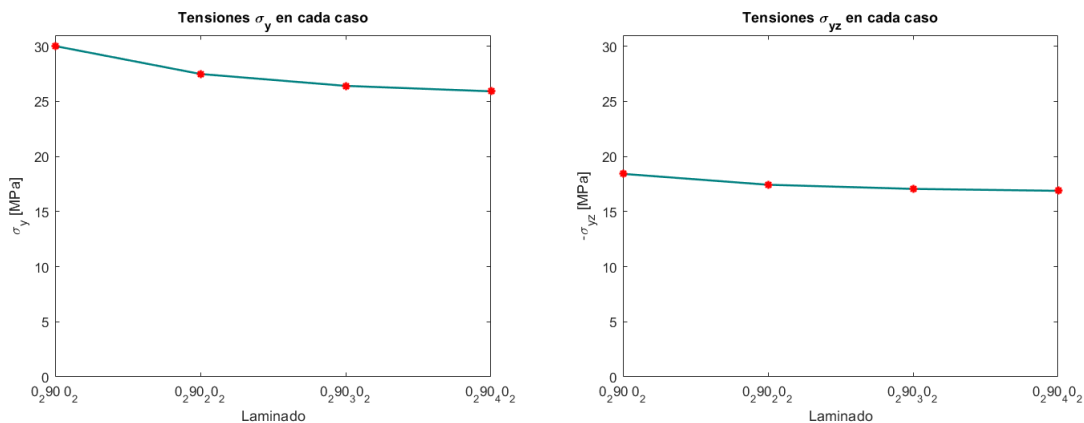


Figura 2.24 Variación, con carácter indicativo, en las tensiones máximas σ_y y σ_{yz} en cada laminado.

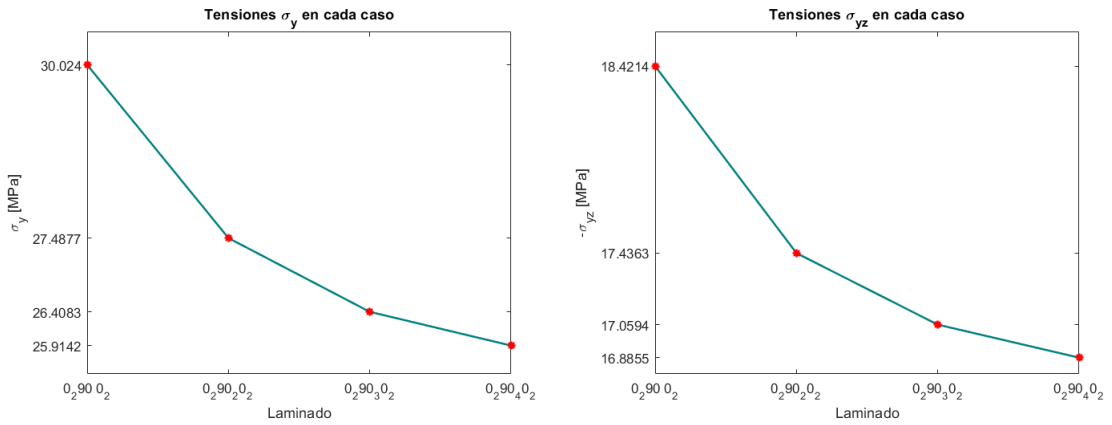


Figura 2.25 Detalle de la figura 2.24.

Se presenta a continuación imágenes de las cuatro simulaciones para comparar los resultados obtenidos en relación a la deformada en el borde libre (figura 2.26) y a las tensiones interlaminares de interés (figuras 2.27 y 2.28).

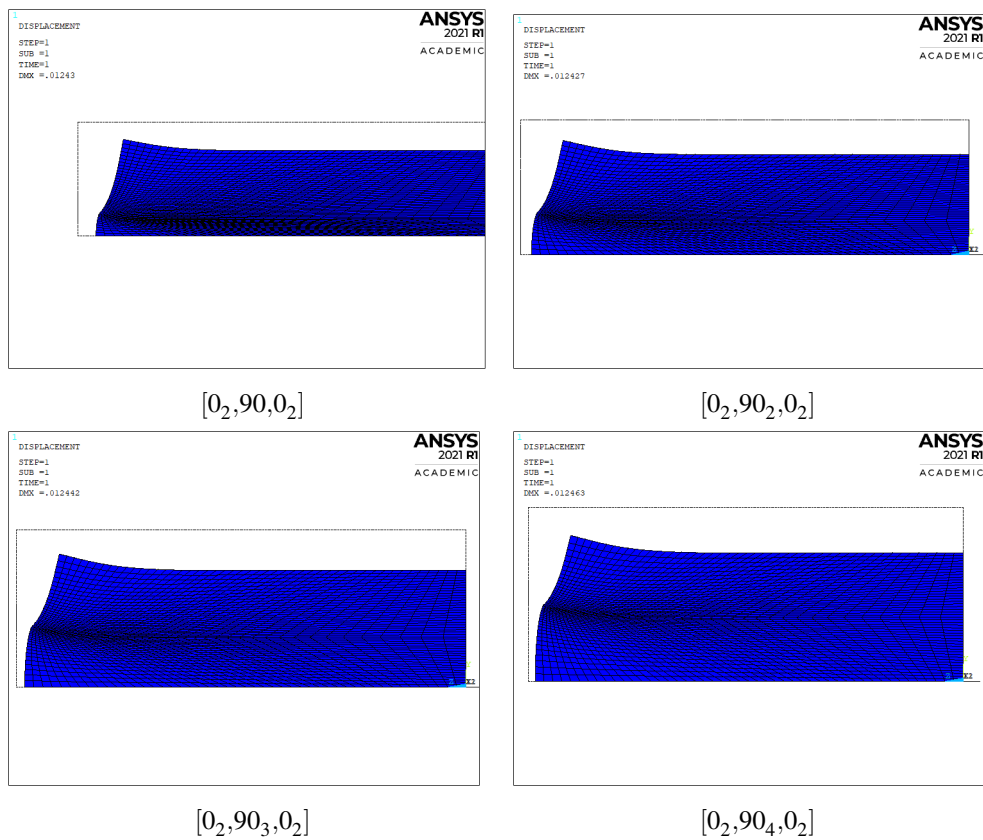


Figura 2.26 Deformada de los modelos mecánicos con cambio de espesor.

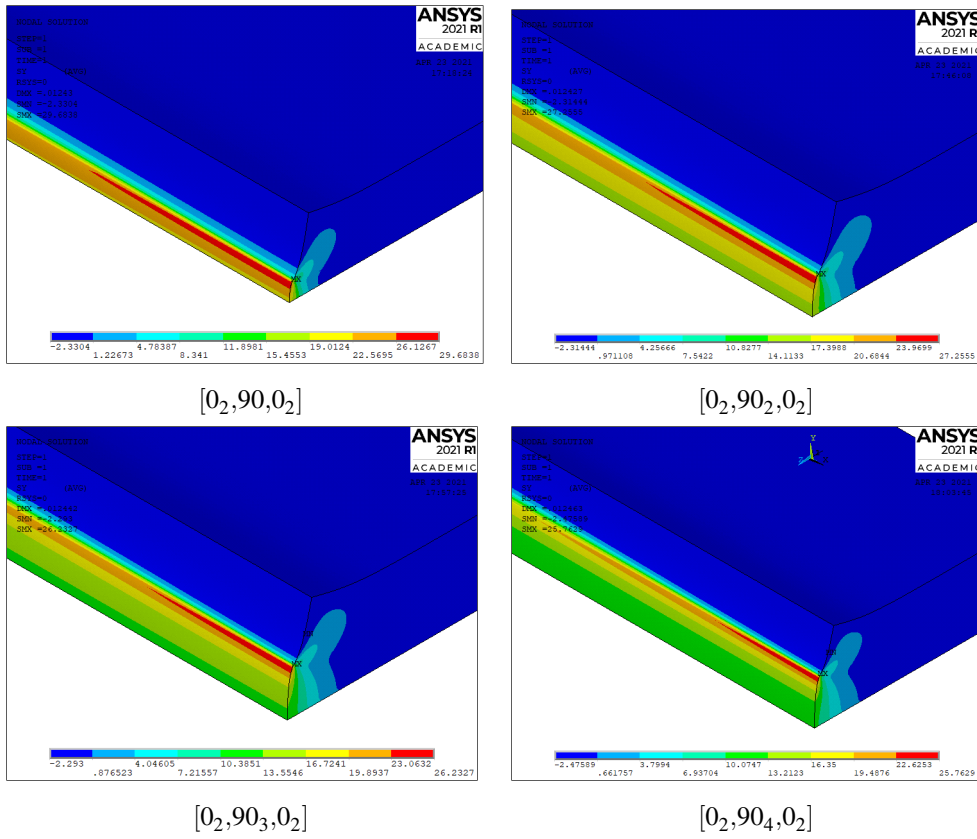


Figura 2.27 Tensiones σ_y de los modelos mecánicos con cambio de espesor.

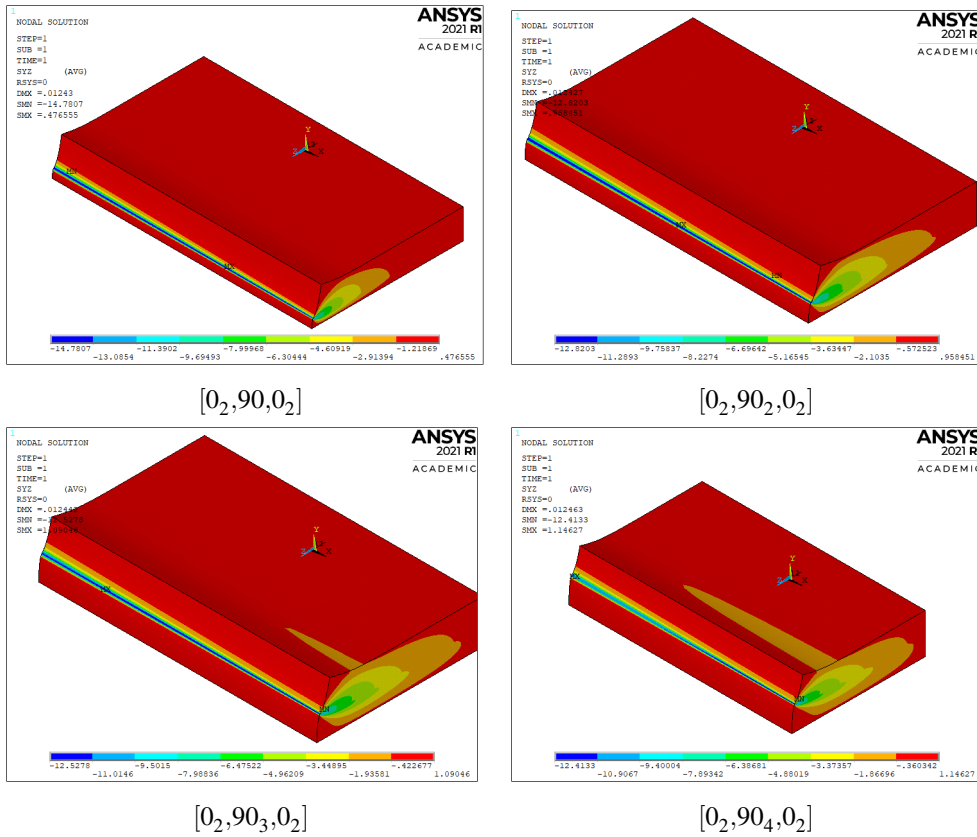


Figura 2.28 Tensiones σ_{yz} de los modelos mecánicos con cambio de espesor.

2.1.3 Análisis en 2D

Una vez realizados los análisis en 3D, se realiza un modelo en 2D considerando *deformación plana generalizada*. Para ello se modela la sección última, es decir, la más alejada de la zona de imposición del desplazamiento; se debe tener en cuenta que para poder establecer comparaciones válidas con el modelo 3D es indispensable que el tamaño y forma del mallado sea equivalente en ambos modelos.

Se representa en la figura 2.29 el modelo en deformación plana generalizada simulado. En comparación con el modelo tridimensional, se modifica el origen y la orientación de los ejes para facilitar su elaboración en ANSYS; además, se mantienen constantes las dimensiones de los elementos b y c para poder establecer comparaciones o equivalencias entre ambas simulaciones. En el apéndice A, sección A.1.3 se localizan los códigos de la simulación.

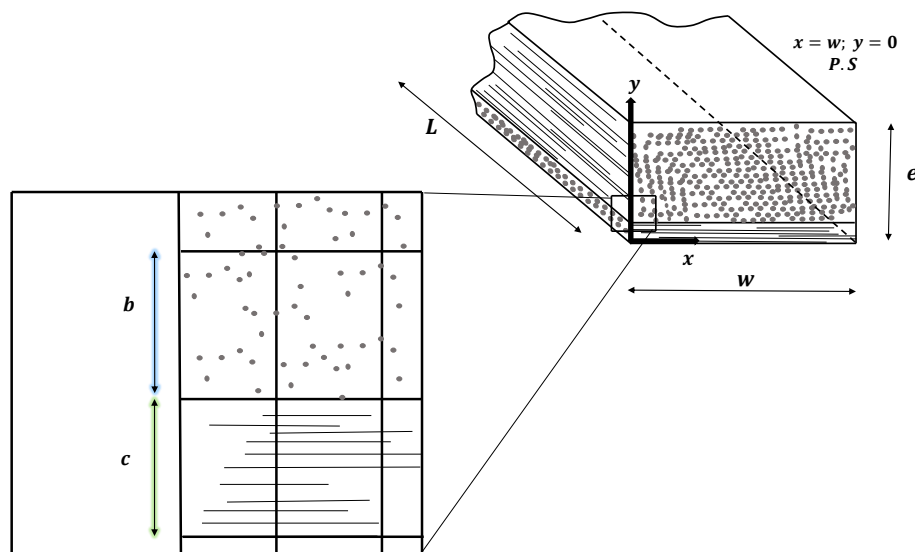


Figura 2.29 Modelo 2D simulado en deformación plana generalizada.

Se muestran en la tabla 2.6 las dimensiones de la sección modelada y el número de elementos y nodos total empleado, significativamente inferior con respecto a los modelos 3D.

Tabla 2.6 Modelos mecánicos 2D para diferente espesor de las capas del laminado.

Nº	Modelo Laminado	Dimensiones [mm]		Mallado	
		w	e	Elementos	Nodos
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	1.9	0.19 × 2.5	2304	2401
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	1.9	0.19 × 3	2304	2401
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.9	0.19 × 3.5	2304	2401
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	1.9	0.19 × 4	2304	2401

En la tabla 2.7 se presentan las dimensiones de los elementos b y c , que se mantienen constantes en todo momento e idénticas a las de los modelos 3D. Además, se incluye, a título indicativo, el valor de los tensiones de interés máximas $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{xy_{max}}$, localizadas siempre en el borde libre y en el entorno de la interfase.

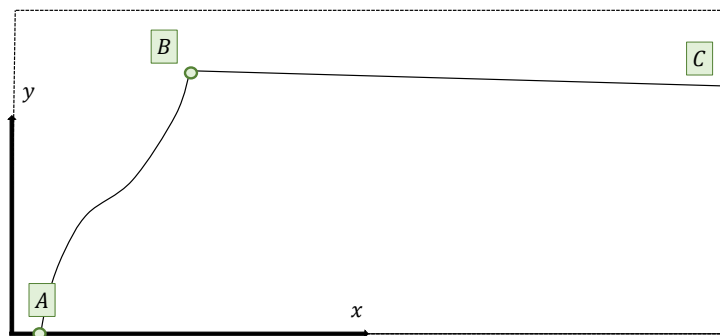
Tabla 2.7 Modelos mecánicos en 2D para diferente espesor de las capas del laminado .

Nº	Modelo	Dimensiones [mm]		Tensiones [MPa]	
	Laminado	b	c	$\sigma_{y_{max}}$	$\sigma_{xy_{max}}$
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	3.980149e-03	3.980119e-03	30.7718	20.9342
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	3.980135e-03	3.980137e-03	26.3894	19.4732
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	3.980149e-03	3.980125e-03	24.7798	18.949
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	3.980140e-03	3.980140e-03	24.2072	18.7018

Por último, se muestran en la tabla 2.8 los desplazamientos de tres puntos significativos de la deformada de la sección (ver figura 2.30), al igual que se hizo en las simulaciones 3D.

Tabla 2.8 Desplazamientos en puntos significativos del modelo 2D.

Nº	Modelo	Punto A [mm]		Punto B [mm]		Punto C [mm]	
		u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0.75295e-003	0	0.18913e-002	-0.72531e-003	0	-0.11878e-002
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	0.46984e-003	0	0.18034e-002	-0.87250e-003	0	-0.14585e-002
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	0.35838e-003	0	0.18195e-002	0.10392e-002	0	-0.17177e-002
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	0.29927e-003	0	0.18537e-002	0.12194e-002	0	-0.19759e-002

**Figura 2.30** Desplazamientos significativos en el modelo 2D.

En la figura 2.31 se captura la deformación de la sección para cada uno de los modelos. En las figuras 2.32 y 2.33 se captura la solución del modelo en tensiones. Se comprueba así que la deformada coincide con la esperada y es a priori idéntica a la que resulta de las simulaciones 3D y que las tensiones alcanzan el máximo en una zona muy pequeña del borde libre, alrededor de la interfase.

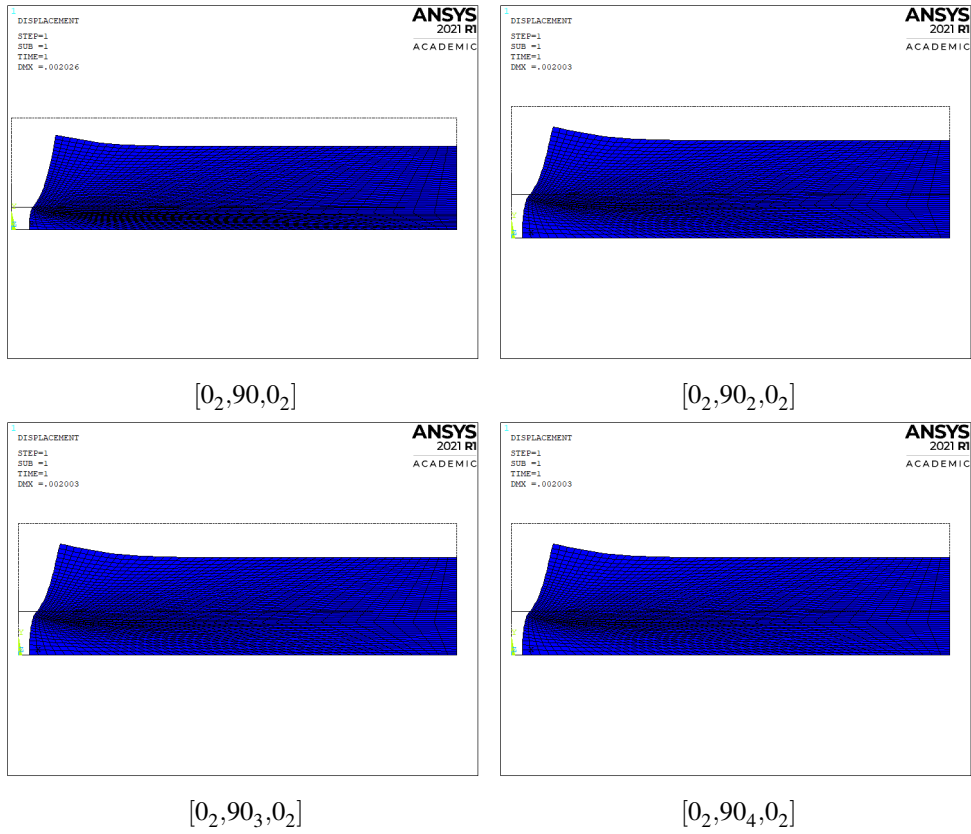


Figura 2.31 Deformada de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D.

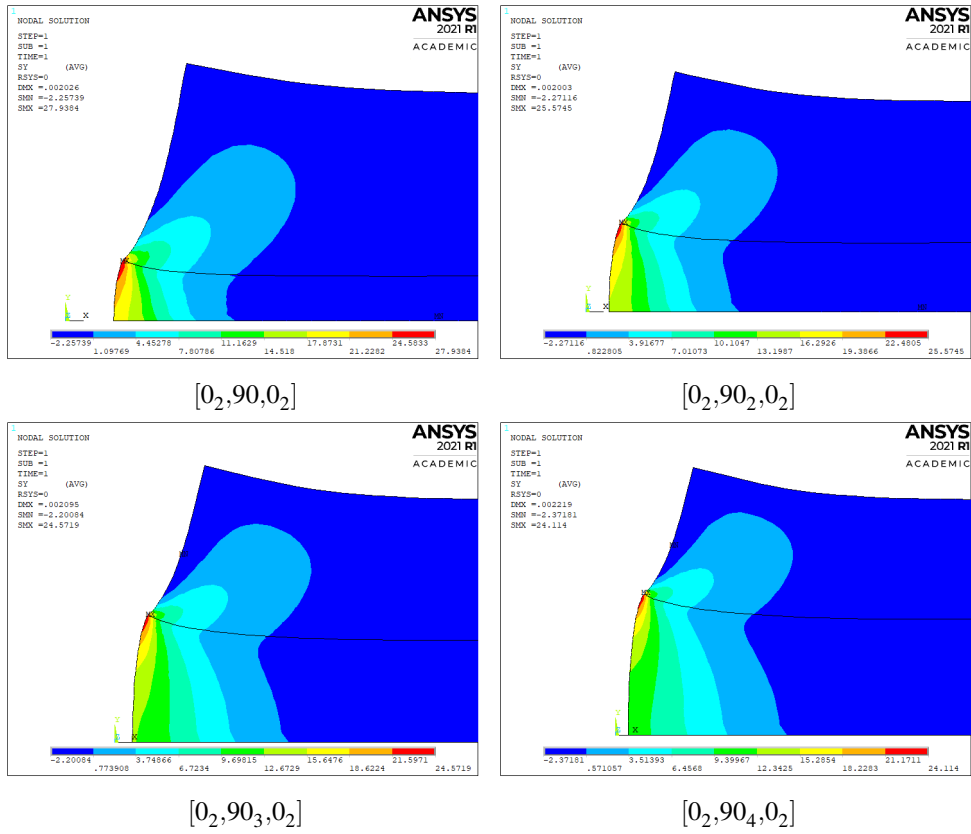


Figura 2.32 Tensiones σ_y de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D.

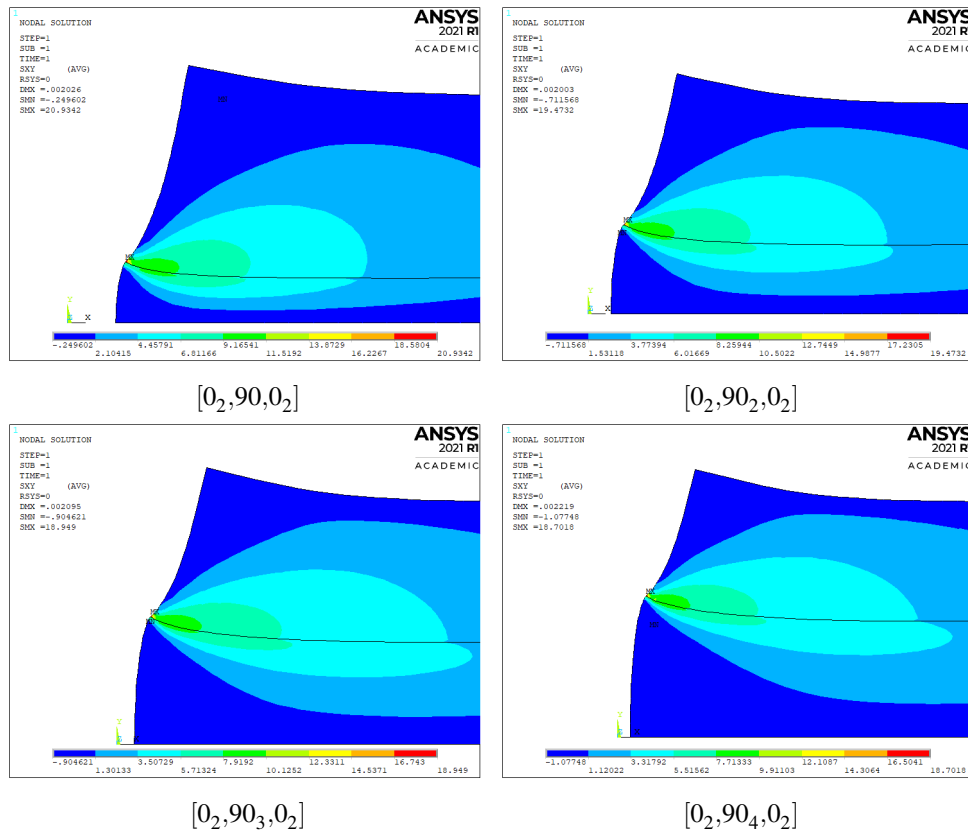


Figura 2.33 Tensiones σ_{xy} de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D.

Para demostrar la equivalencia entre el modelo 3D y el 2D se comparan las tensiones máximas interlaminares $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{xy_{max}}$ del modelo 2D con las tensiones $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$ del modelo 3D.

Para una mejor visualización, en las figuras 2.34 y 2.35 se representa la variación de las tensiones máximas en 2D.

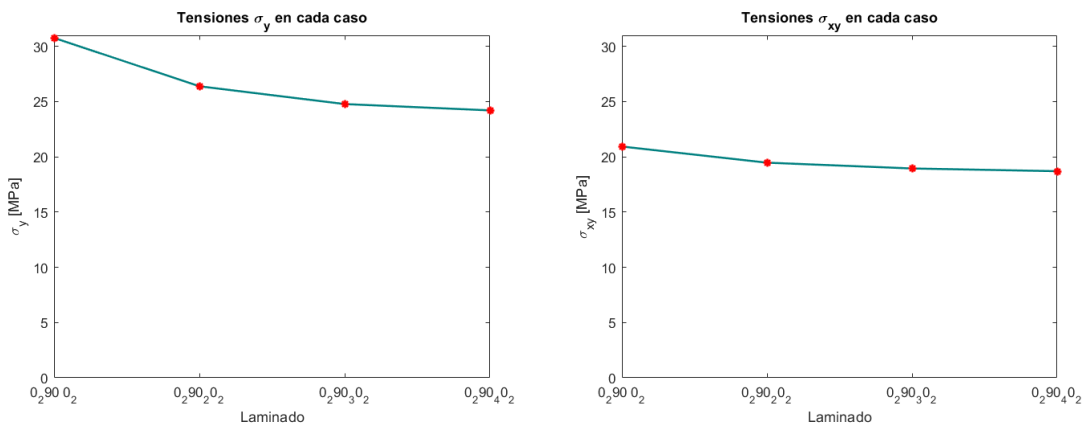


Figura 2.34 Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{xy} en cada laminado.

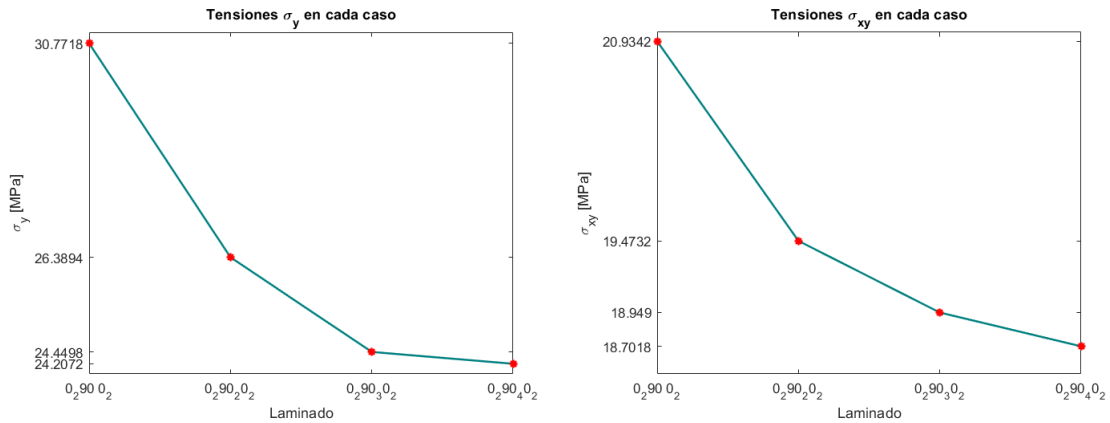


Figura 2.35 Detalle de la figura 2.34.

A simple vista, se aprecia que la tendencia que muestran las tensiones con el espesor de la capa de 90° coincide en ambas simulaciones. Si se comparan los valores exactos, resulta en variaciones pequeñas. La no coincidencia exacta se debe a la fuerte dependencia del máximo tensional con el mallado local, debido a la singularidad que presentan las tensiones en la zona interlaminar. Aunque se mantiene el tamaño de los elementos idéntico entre ambos modelos, el hecho de utilizar hexaedros para los modelos 3D y cuadriláteros para los 2D puede suponer un cambio que introduzca ligeras discrepancias en la solución.

Debido a que las tensiones son singulares a nivel interlaminar, no son una solución representativa para demostrar la equivalencia entre los modelos 2D y 3D; por esta razón se compara la deformación entre ambos modelos a nivel de sección. Para ello, se utiliza la solución en desplazamientos que aporta el programa ANSYS.

Si se comparan los desplazamientos a nivel de sección del modelo 3D en los tres puntos más significativos (ver tabla 2.5), con los del modelo 2D (ver tabla 2.8), se puede decir que son prácticamente iguales.

Para una mejor visualización de la coincidencia entre las deformaciones, se presentan en la figura 2.36 los desplazamientos nodales de ambos modelos a nivel de sección; reflejándose así su coincidencia y demostrando entonces que los modelos bidimensionales en *deformación plana generalizada* son una equivalencia válida de los tridimensionales, al reproducir fielmente la solución.

Se obtiene entonces un modelo bidimensional fiable representativo del problema mecánico; sobre el que calcular posteriormente la singularidad tensional presente a nivel interlaminar.

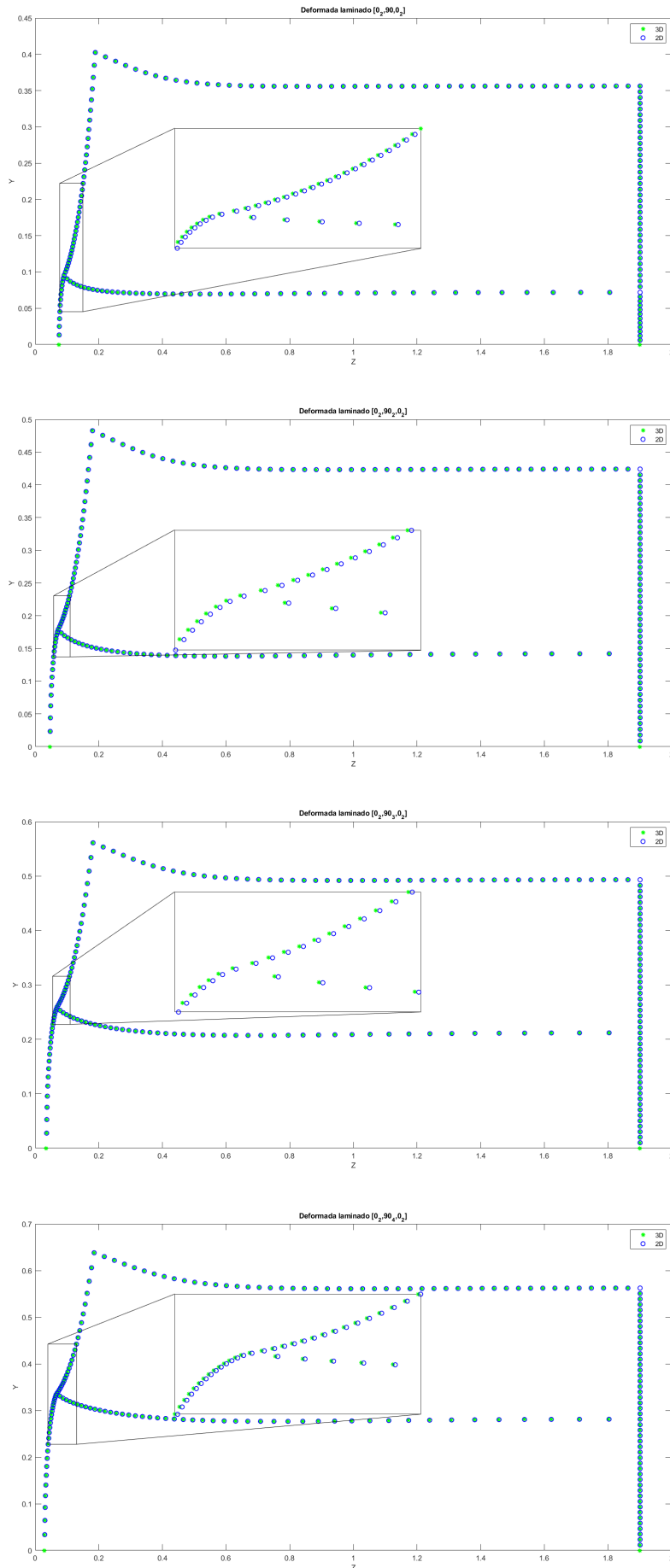


Figura 2.36 Comparación de los desplazamientos nodales del problema mecánico 2D y 3D para diferentes laminados. Código para hacer el zoom en [7].

2.2 Análisis térmico

El presente análisis tiene como objetivo el cálculo de las tensiones térmicas residuales procedentes del proceso de post-curado, para así sumar su contribución a las de origen mecánico.

Para la simulación térmica se necesitan los datos geométricos de la probeta (tabla 1.4), las constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina homogénea equivalente en ejes de ortotropía (tabla 1.3) y los coeficientes de dilatación térmica medios (α_{avg}) para $\Delta T = -100^\circ\text{C}$ en ejes de ortotropía (tabla 1.7).

Al igual que en el análisis mecánico, el análisis térmico se divide en tres grandes grupos:

- El primer grupo, descrito en la sección 2.2.1, pretende encontrar la geometría óptima de análisis, es decir, aquella más pequeña para la cual la solución es equivalente a la que aporta la geometría original. Esta debe coincidir con la derivada del análisis mecánico.
- El segundo grupo, descrito en la sección 2.2.2, parte de la geometría óptima alcanzada en el primer estudio y modifica el espesor de las capas del laminado para ver su influencia en la solución.
- Por último, se considera la realización de un modelo en deformación plana generalizada para determinar la equivalencia con la solución aportada por el modelo tridimensional.

2.2.1 Optimización geométrica

Puesto que la geometría óptima debe ser la misma que se deriva del análisis mecánico, se utilizan los 13 modelos mecánicos expuestos en las tablas 2.1 y 2.2, manteniendo la geometría y el mallado intactos pero resolviéndolos desde el punto de vista termoelástico.

Al igual que en el análisis mecánico, se procede a la reducción progresiva de las dimensiones totales de la probeta, realizando un refinado del mallado en dirección al borde libre y manteniendo el mallado hexaédrico en la zona de interés, más conocida como "*esquina*", para así demostrar la dependencia de la solución con la geometría y el mallado local.

A continuación se presentan capturas de la simulación térmica del modelo 1, correspondiente con la geometría original. En la figura 2.37 se puede ver el mallado; exactamente idéntico al realizado para la simulación mecánica y que se puede ver también en la figura 2.2.

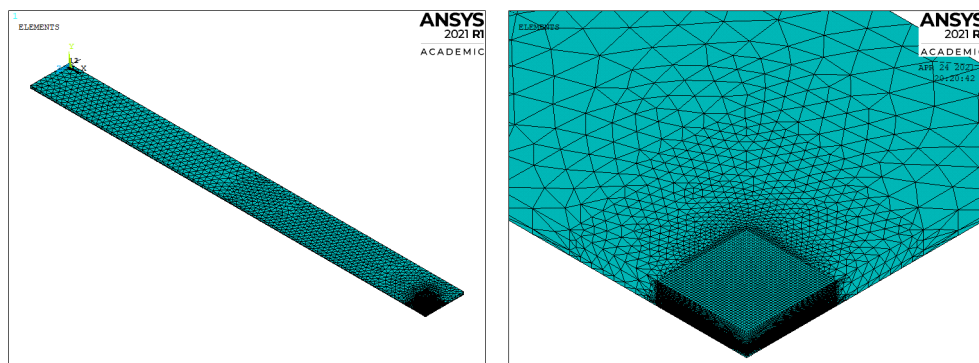


Figura 2.37 Mallado del modelo térmico 1.

Para comprobar que el modelo se ha realizado de forma adecuada, se confirma que la deformada coincide cualitativamente con la esperada y ya representada en la figura 1.12. Para una mejor visualización se amplía 100 veces la escala sobre los desplazamientos (ver figura 2.38).

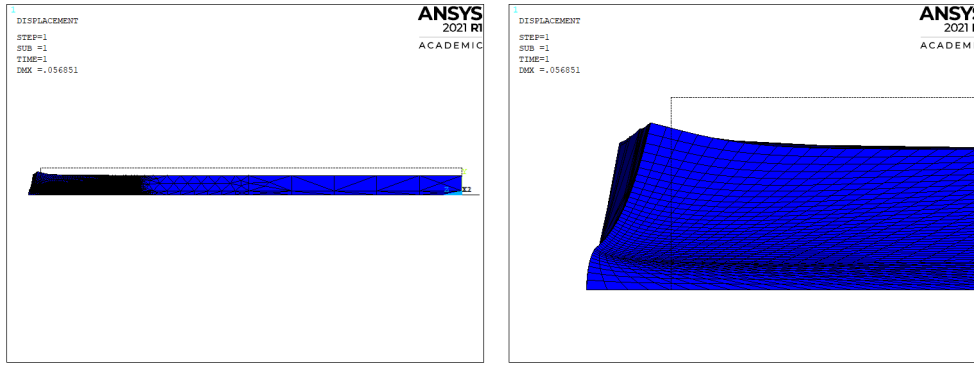


Figura 2.38 Deformada en la esquina del modelo térmico 1.

Respecto a la solución en tensiones, se muestran en las figuras 2.39 y 2.40 las tensiones de interés σ_y y σ_{yz} . Al igual que en las simulaciones mecánicas, los máximos se localizan justo en el borde de la esquina, correspondiente con la zona donde el mallado es más fino.

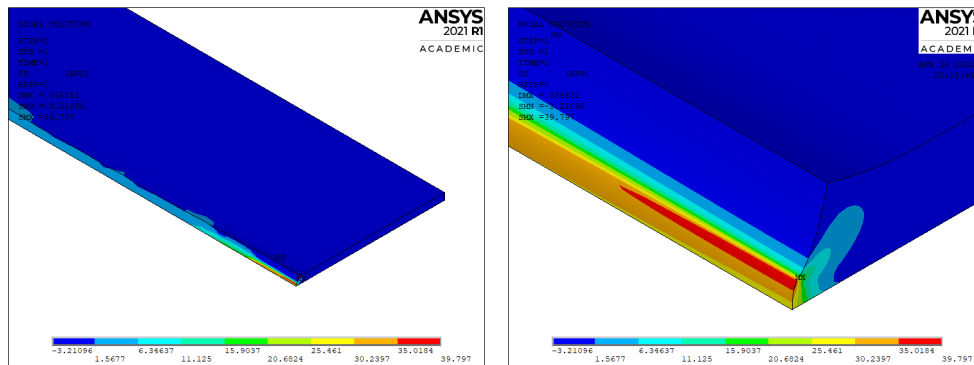


Figura 2.39 Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 1.

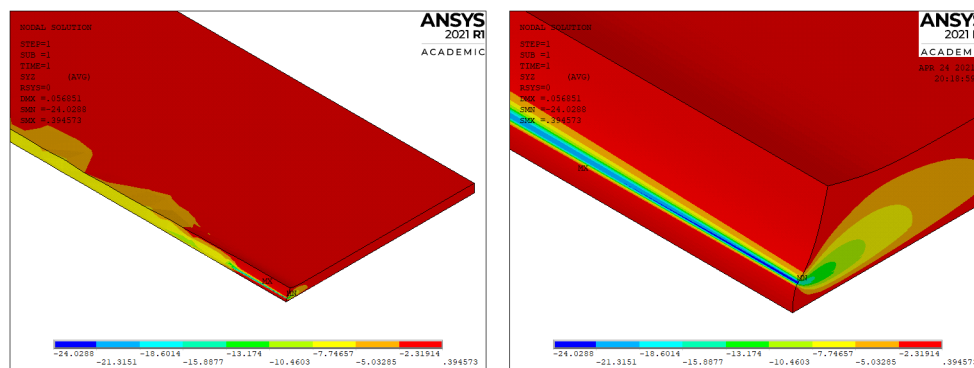


Figura 2.40 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 1.

En la tabla 2.9 se recogen algunos de los datos más relevantes de los 13 modelos, entre ellos están las dimensiones de la probeta L , w y e ; el número de elementos total del mallado y el número total de nodos. Estos datos coinciden con los de las simulaciones mecánicas, al mantenerse la geometría y el mallado intactos.

Tabla 2.9 Parámetros de los modelos térmicos para optimización de la geometría.

Modelo	Dimensiones [mm]			Mallado	
	Nº	L	w	e	Elementos
1	77.5	7.5	0.475	111529	77272
2	77.5/5	7.5	0.475	119542	78437
3	77.5/10	7.5	0.475	120798	78668
4	77.5/15	7.5	0.475	121993	78632
5	77.5/20	7.5	0.475	120730	78368
6	77.5/25	7.5	0.475	126198	79315
7	77.5/30	7.5	0.475	122247	78761
8	77.5/30	7.5/2	0.475	124789	78763
9	77.5/30	7.5/3	0.475	119858	77622
10	77.5/35=2.21	2.21	0.475	118999	77701
11	77.5/38.5=2.013	2.013	0.475	116066	77616
12	77.5/40.77=1.9	1.9	0.475	64000	68921
13	77.5/40.77=1.9	1.9	0.475	110592	117649

En la tabla 2.10 se registran los parámetros característicos del mallado en el volumen "esquina", siendo a la longitud de la arista principal del hexaedro, $elementos_a$ el número de elementos en la arista y a_{min} el tamaño más pequeño de elemento conseguido en el refinado del mallado; todos idénticos a los de las simulaciones mecánicas. Se muestra por último, a título comparativo, las tensiones interlaminares máximas $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$.

Tabla 2.10 Parámetros de los modelos térmicos para optimización de la geometría.

Modelo	Esquina			Tensiones [MPa]	
	Nº	a [mm]	elementos _a	a _{min} [mm]	$\sigma_{y_{max}}$
1	4 · e = 1.9	40	2.3245e-03	39.797	-24.0288
2	1.9	40	2.3245e-03	39.8005	-24.0313
3	1.9	40	2.3245e-03	39.8083	-24.0368
4	1.9	40	2.3245e-03	39.8149	-24.0414
5	1.9	40	2.3245e-03	39.8256	-24.0459
6	1.9	40	2.3245e-03	39.8485	-24.0504
7	1.9	40	2.3245e-03	39.8912	-24.0573
8	1.9	40	2.3245e-03	39.892	-24.0574
9	1.9	40	2.3245e-03	39.8932	-24.058
10	1.9	40	2.3245e-03	39.9251	-24.0632
11	1.9	40	2.3245e-03	39.9626	-24.0681
12	1.9	40	2.3245e-03	39.9853	-24.0748
13	1.9	48	1.9526-03	41.7703	-24.2694

Del análisis de las tablas 2.9 y 2.10 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- En los modelos del 1 al 7 se ha modificado la longitud total de la probeta, manteniendo las dimensiones restantes constantes. El mallado se ha ido refinando en dirección a la esquina, permaneciendo constante en esta. Es por eso que la solución en tensiones permanece prácticamente inalterable, pues se registran disminuciones en el valor absoluto tensional máximo del orden de las centésimas.
- En los modelos 8 y 9 se ha modificado el canto de la probeta, para una longitud bastante reducida respecto a la original. Del mismo modo, al conservarse el mallado local en la esquina, la solución permanece prácticamente constante.
- En los modelos 10 y 11 se reduce aún más el tamaño de la probeta, resultando un volumen total ligeramente superior al de la esquina. Del mismo modo, la variación de la solución es ínfima.
- Por último, en los modelos 12 y 13 se reduce la geometría de análisis a la propia esquina. La única diferencia entre ambos modelos, radica en que para el modelo 13 se refina un poco más el mallado. De esta forma, el máximo tensional alcanzado para el modelo 13, aumenta en órdenes superiores con respecto a los modelos anteriores. Esto demuestra que al igual que en el problema mecánico, la solución termoelástica es fuertemente dependiente del mallado y la geometría local; tal y como se esperaba.

En sucesivos modelos se utiliza como geometría de análisis el volumen *esquina*, al quedar demostrada la equivalencia con el modelo original.

A continuación, se adjuntan imágenes de las simulaciones más peculiares, para mostrar la diferencia en cuanto al degradado del mallado y comparar los resultados obtenidos en relación a la deformada en el borde libre y a la distribución tensional.

En el apéndice A, sección A.2.1, se localizan los códigos base empleados en la simulación.

Modelo N° 7

En este modelo la longitud de la probeta se reduce 30 veces respecto a la original, permaneciendo el canto constante. En este caso, la longitud de la probeta es incluso más pequeña que la longitud del canto, de ahí que en modelos sucesivos se reduzca también este.

De las figuras 2.41, 2.42, 2.43 y 2.44 se desprende que la solución es prácticamente la misma que aporta el modelo con la geometría original.

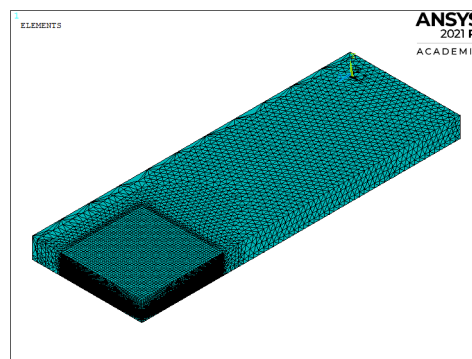


Figura 2.41 Mallado del modelo térmico 7.

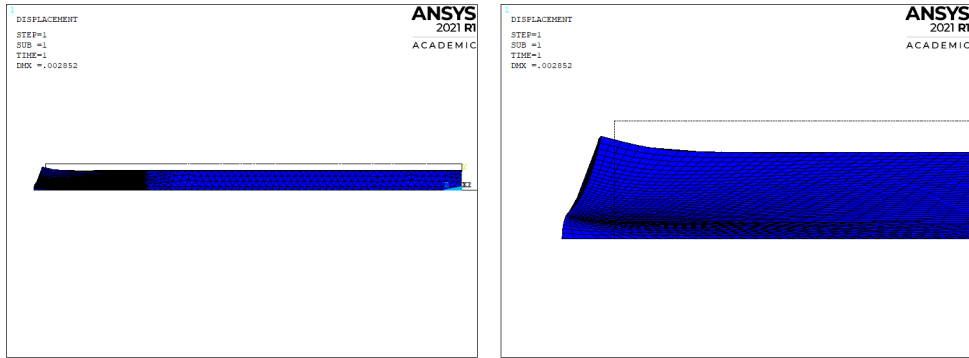


Figura 2.42 Deformada del modelo térmico 7.

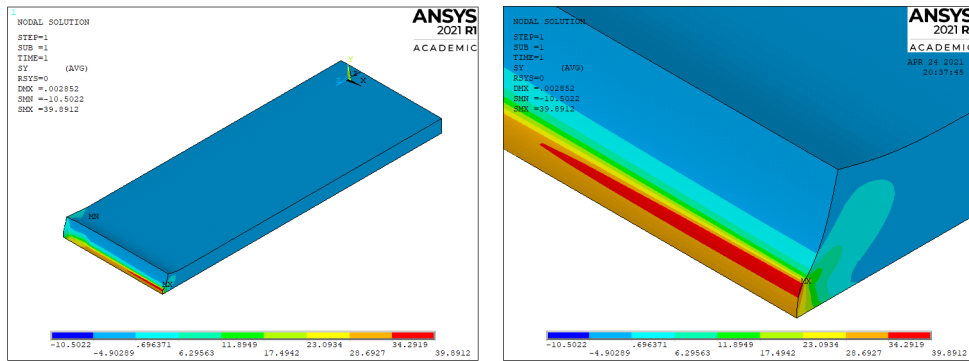


Figura 2.43 Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 7.

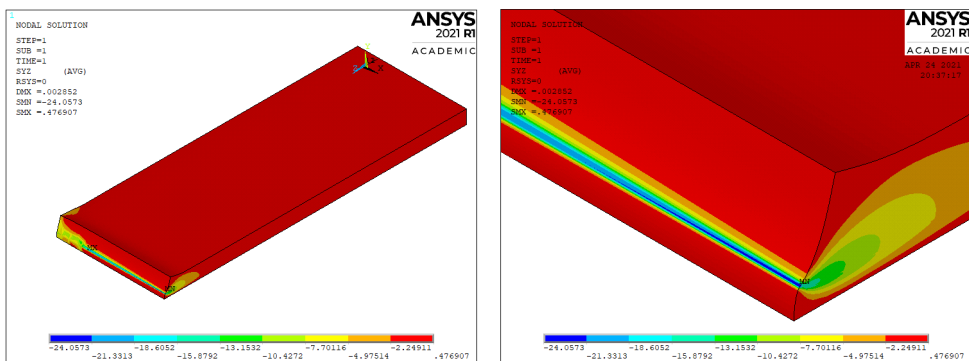


Figura 2.44 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 7.

Modelo N° 9

Reducida la longitud 30 veces, se opta por reducir el canto 3 veces respecto al modelo original.

De las figuras 2.45, 2.46, 2.47 y 2.48 se deduce que la solución es prácticamente la misma que en modelos previos.

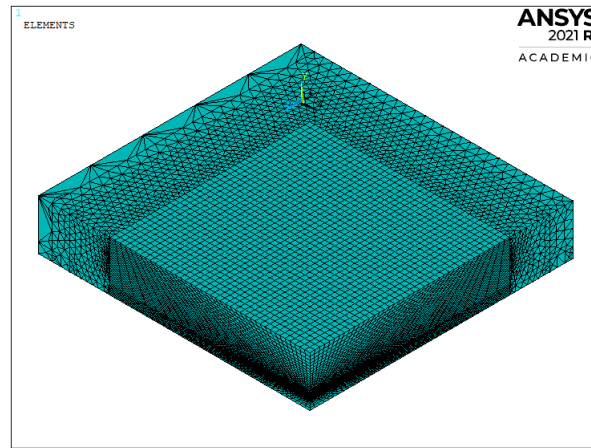


Figura 2.45 Mallado del modelo térmico 9.

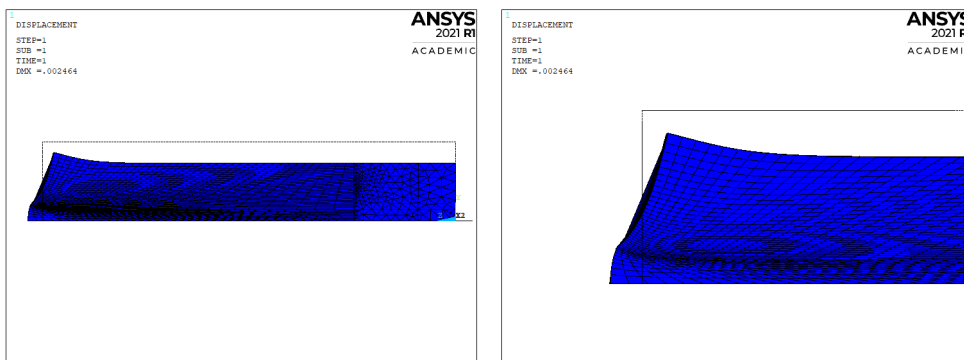


Figura 2.46 Deformada del modelo térmico 9.

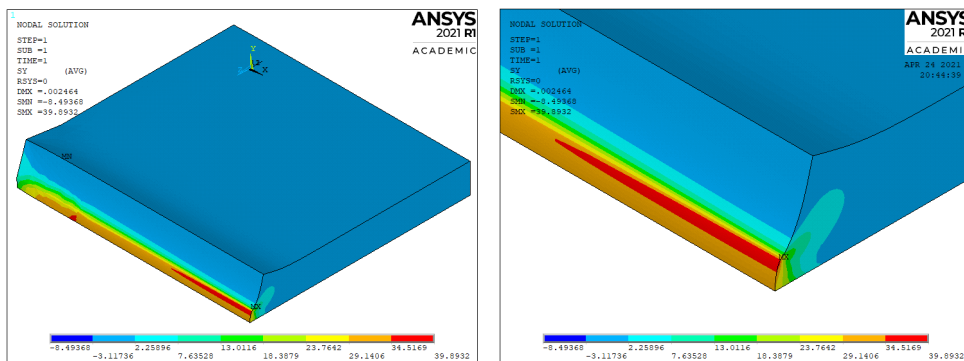


Figura 2.47 Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 9.

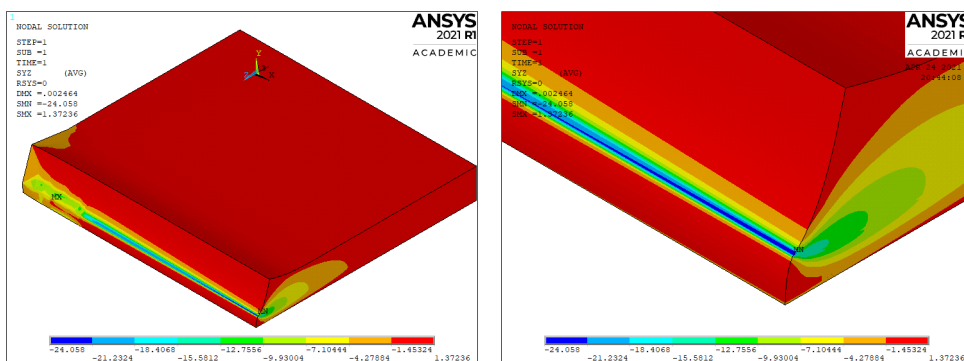


Figura 2.48 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 9.

Modelo N° 12

En este punto se decide analizar exclusivamente el volumen "esquina", para ello se modela una geometría con una longitud y un canto idénticos, $L = w = 1.9mm$.

En las figuras 2.49, 2.50, 2.51 y 2.52 se capturan imágenes de la simulación. De su observación se puede concluir que la solución es idéntica a la aportada por simulaciones anteriores; por tanto, se puede concluir que el análisis exclusivo del volumen "esquina" conlleva la obtención de la misma solución que si se analiza la geometría completa.

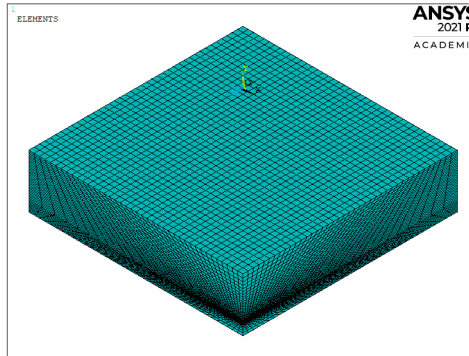


Figura 2.49 Mallado del modelo térmico 12.

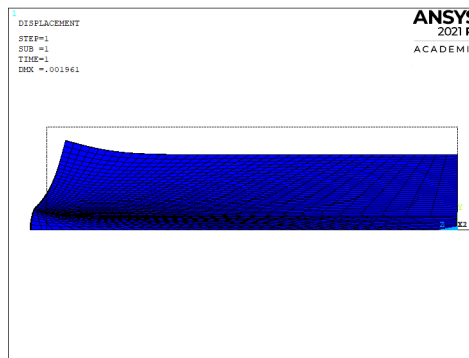


Figura 2.50 Deformada del modelo térmico 12.

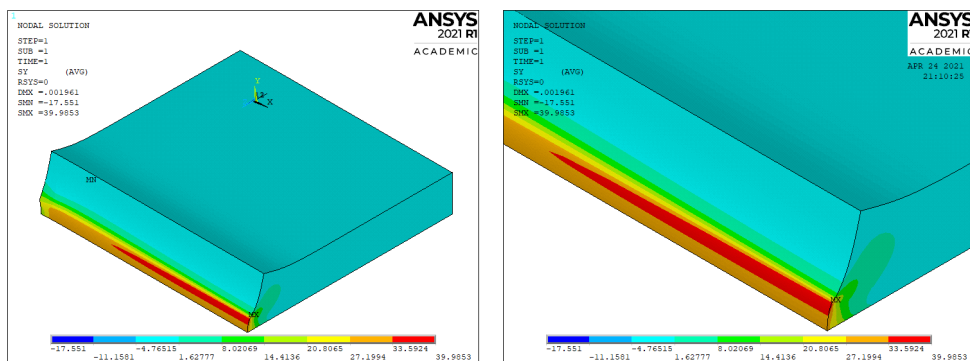


Figura 2.51 Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 12.

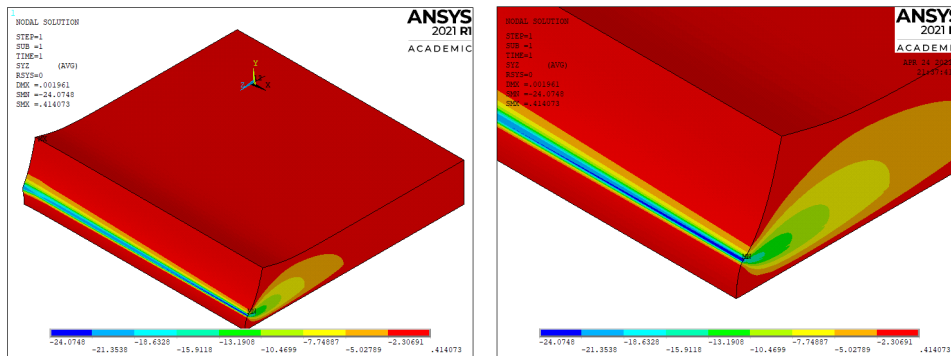


Figura 2.52 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 12.

Modelo N° 13

En este modelo se modifica el número de elementos en la arista, resultando entonces en modificaciones más significativas del máximo tensional. Se demuestra entonces que la solución en tensiones depende exclusivamente de la geometría y del mallado local.

En las figuras 2.53, 2.54, 2.55 y 2.56 se capturan imágenes de la simulación.

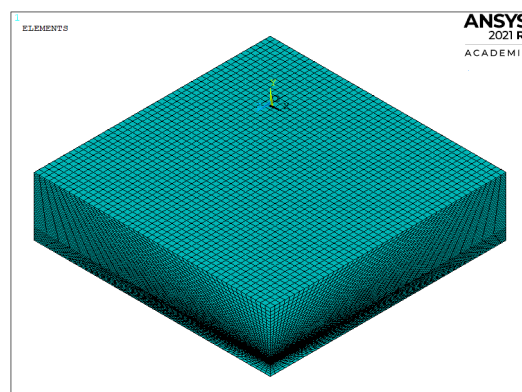


Figura 2.53 Mallado del modelo térmico 13.

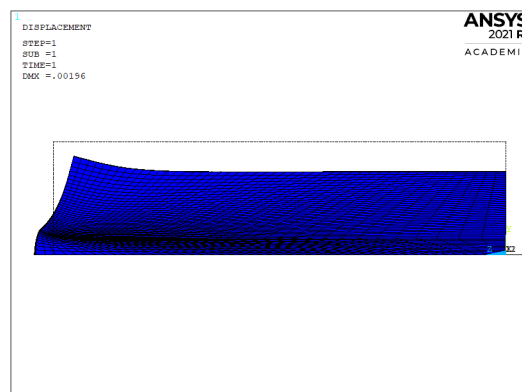


Figura 2.54 Deformada del modelo térmico 13.

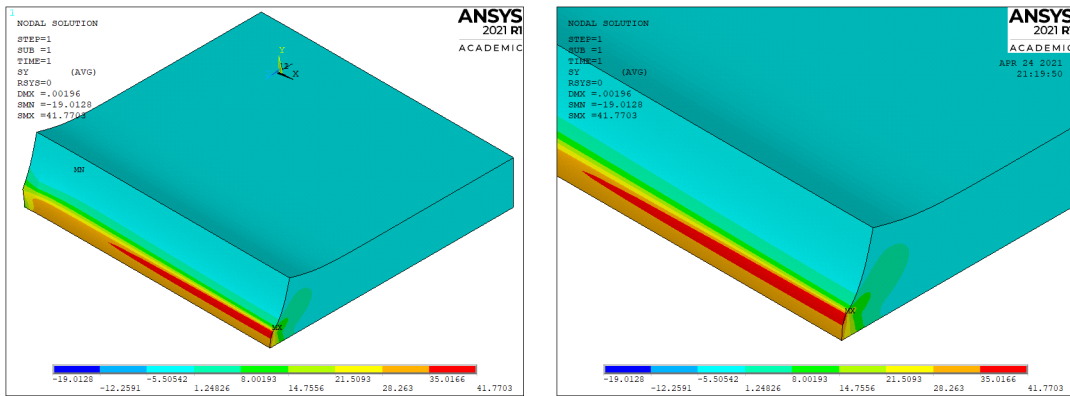


Figura 2.55 Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 13.

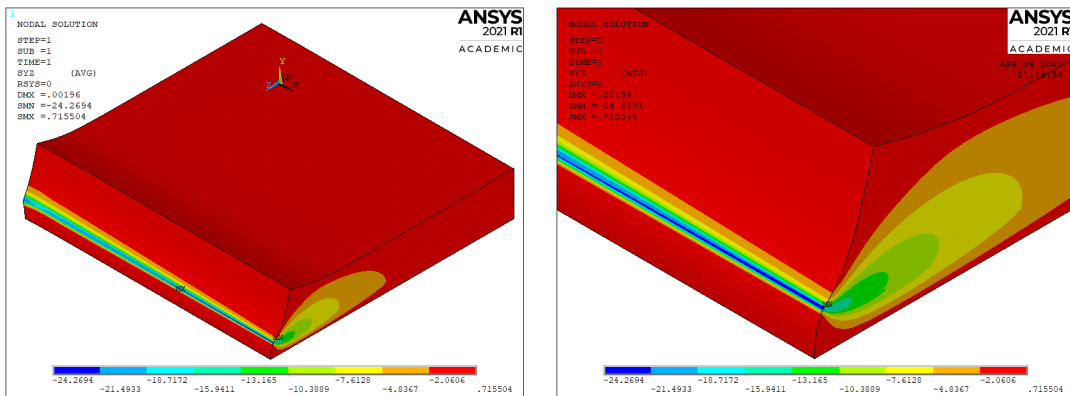


Figura 2.56 Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 13.

2.2.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D

En esta sección se pretende determinar la influencia que tiene variar el espesor de la capa de 90° en la solución; resultando entonces el análisis de laminados de tipo $[0_2, 90_N, 0_2]$, para $N=1, 2, 3$ y 4 .

Del mismo modo que en la simulación mecánica, para poder establecer comparaciones entre el valor de las tensiones máximas, se debe mantener un tamaño de elementos constante en la zona interlaminar. Cambiar el espesor de las capas, conlleva reajustar el número y relación de tamaño de los elementos del mallado. Para ello se fija el tamaño del elemento más pequeño l_N y conocida la longitud de la arista L y el número de elementos N en que se divide esta, la resolución de la ecuación 2.3 permite obtener la relación de tamaño f entre elementos que consigue la equivalencia entre los modelos.

Se procede a simular modelos con un mallado y geometría exactamente idénticos a los prestablecidos en el análisis mecánico con variación de espesor, ahora resueltos desde un punto de vista termoelástico. Por tanto, esto significa hacer una variación ínfima en el código de simulación en ANSYS, aprovechando los parámetros definitorios de los modelos anteriores. En el apéndice A, sección A.2.2, se adjunta el código base de simulación en ANSYS.

En la tabla 2.11 se recogen los datos de la geometría y el mallado más relevantes. Se realizan 4 modelos, 1 por cada tipo de laminado, con las dimensiones óptimas ya obtenidas en secciones previas.

Tabla 2.11 Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado.

Nº	Modelo Laminado	Dimensiones [mm]			Mallado	
		L	w	e	Elementos	Nodos
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	1.9	L	0.19 × 2.5	110592	117649
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	1.9	L	0.19 × 3	110592	117649
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.9	L	0.19 × 3.5	110592	117649
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	1.9	L	0.19 × 4	110592	117649

En la tabla 2.12, se muestra el tamaño más pequeño de elemento fijado en las aristas de interés (a, b y c) (ver figura 2.22) y el valor de las tensiones interlaminares máximas $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$ en la sección más alejada de la zona de imposición del desplazamiento o aquella con el mallado más fino.

Tabla 2.12 Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado .

Nº	Modelo Laminado	Dimensiones [mm]			Tensiones [MPa]	
		a	b	c	$\sigma_{y_{max}}$	$\sigma_{yz_{max}}$
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	1.004478e-02	3.980149e-03	3.980119e-03	41.9244	-25.644
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	1.004478e-02	3.980135e-03	3.980137e-03	38.4375	-24.191
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.004478e-02	3.980149e-03	3.980125e-03	37.1346	-23.621
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	1.004478e-02	3.980140e-03	3.980140e-03	36.791	-23.358

En la tabla 2.13 se recogen además los desplazamientos de 3 puntos significativos (A, B y C) pertenecientes a la sección de interés (ver figura 2.23).

Tabla 2.13 Desplazamientos en puntos significativos del modelo tridimensional térmico.

Nº	Modelo Laminado	Punto A [mm]		Punto B [mm]		Punto C [mm]	
		u_y	u_z	u_y	u_z	u_y	u_z
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0	0.73082e-003	-0.62763e-003	-0.85680e-003	-0.12750e-002	0
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	0	0.11248e-002	-0.75093e-003	-0.72856e-003	-0.15697e-002	0
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	0	0.12797e-002	-0.88911e-003	-0.74623e-003	-0.18362e-002	0
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	0	0.13618e-002	-0.10217e-002	-0.79074e-003	-0.20788e-002	0

Se presentan a continuación imágenes de las simulaciones para comparar los resultados obtenidos en relación a la deformada en el borde libre (figura 2.57) y a las tensiones interlaminares (figuras 2.58 y 2.59)

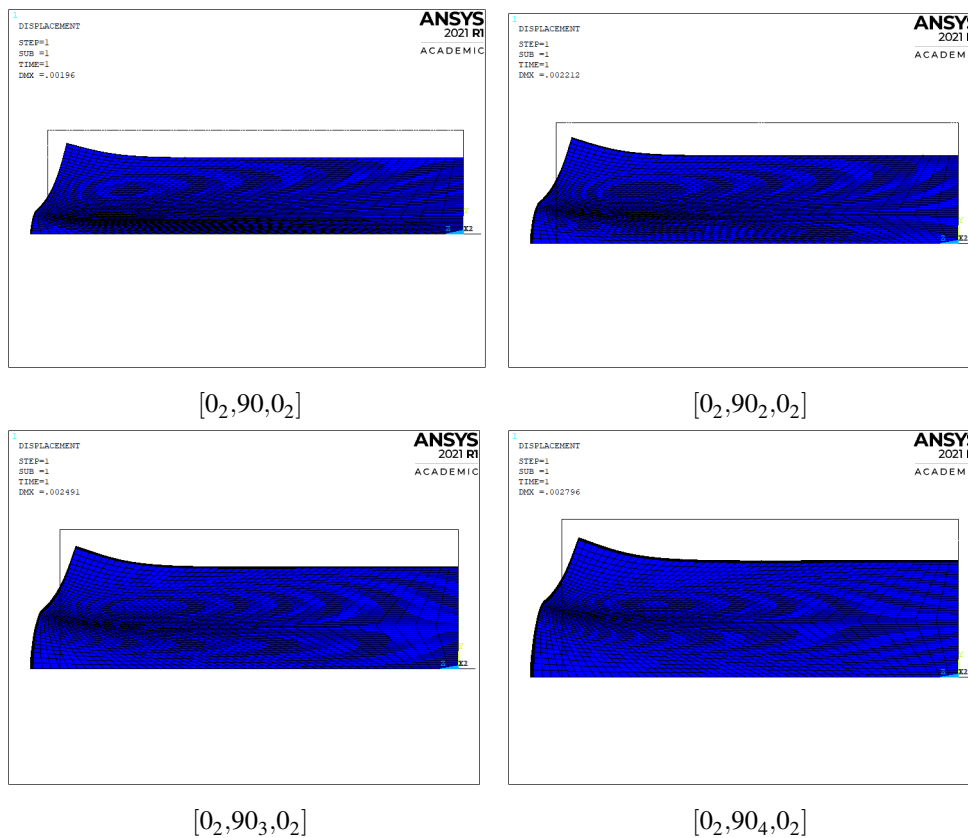


Figura 2.57 Deformada de los modelos térmicos con cambio de espesor.

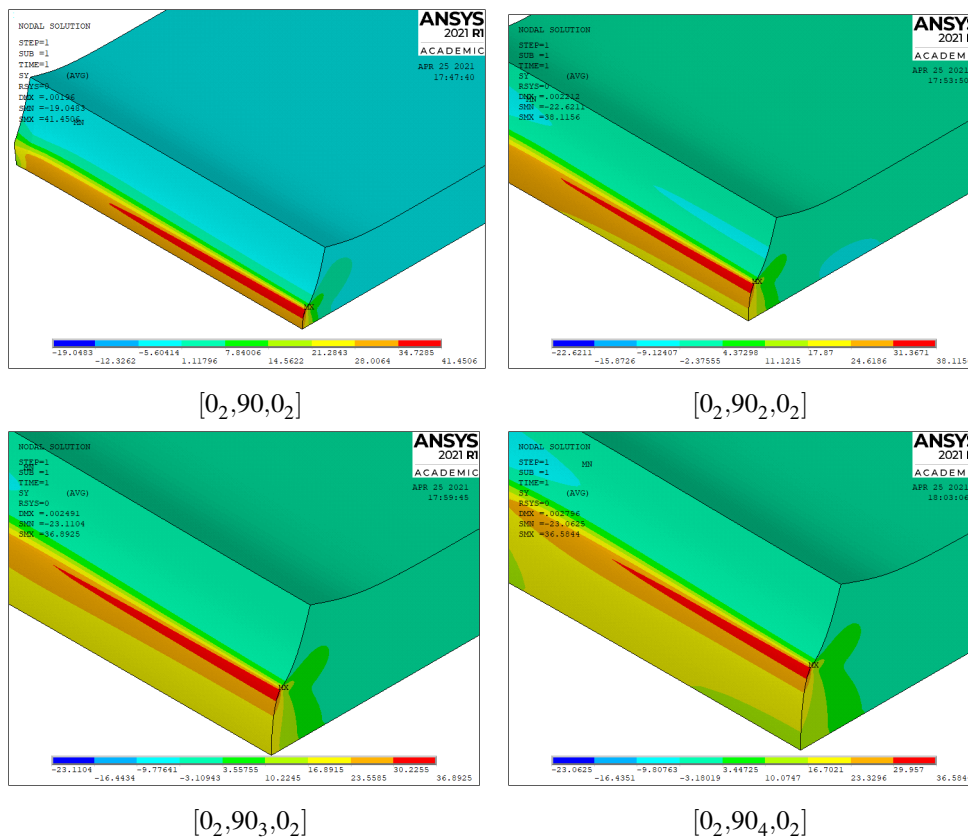


Figura 2.58 Tensiones σ_y de los modelos térmicos con cambio de espesor.

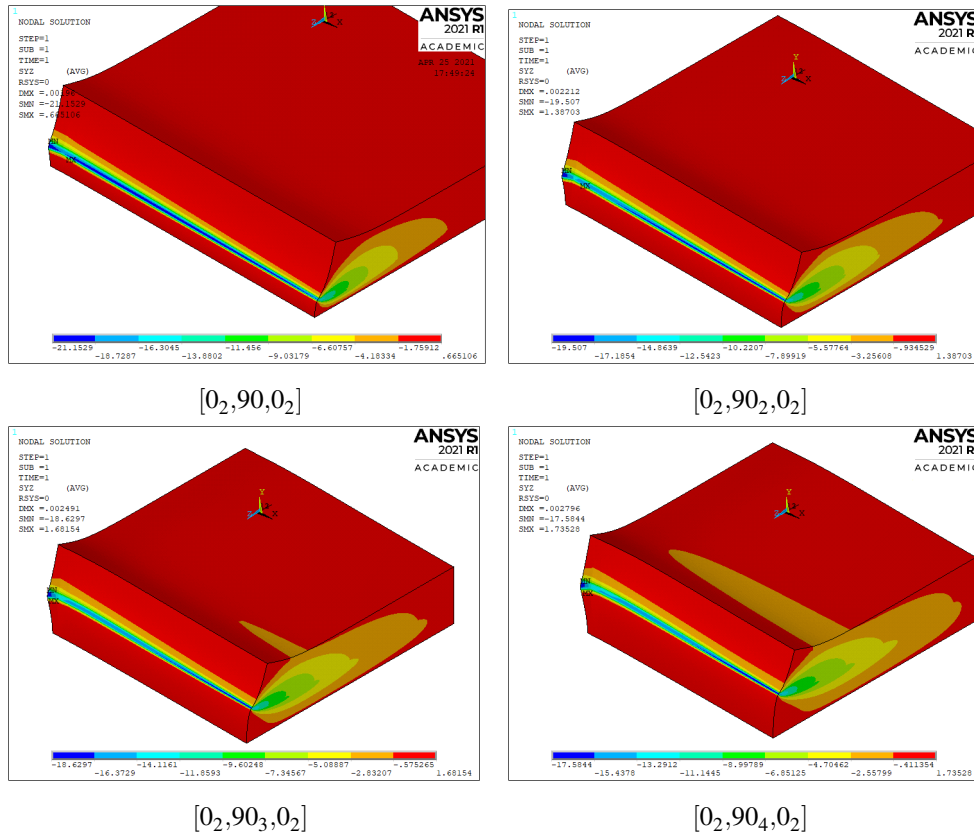


Figura 2.59 Tensiones σ_{yz} de los modelos térmicos con cambio de espesor.

Para una mejor visualización de los resultados, en las figuras 2.60 y 2.61 se representan, a título indicativo, los valores de las tensiones máximas $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$ recogidas en la tabla 2.12. Al igual que en el problema mecánico, se observa un decaimiento mucho más brusco en el primer cambio de laminado y una no proporcionalidad entre la disminución del máximo tensional y el aumento de espesor de la capa de 90° . Además, parece haber una tendencia hacia un valor mínimo constante.

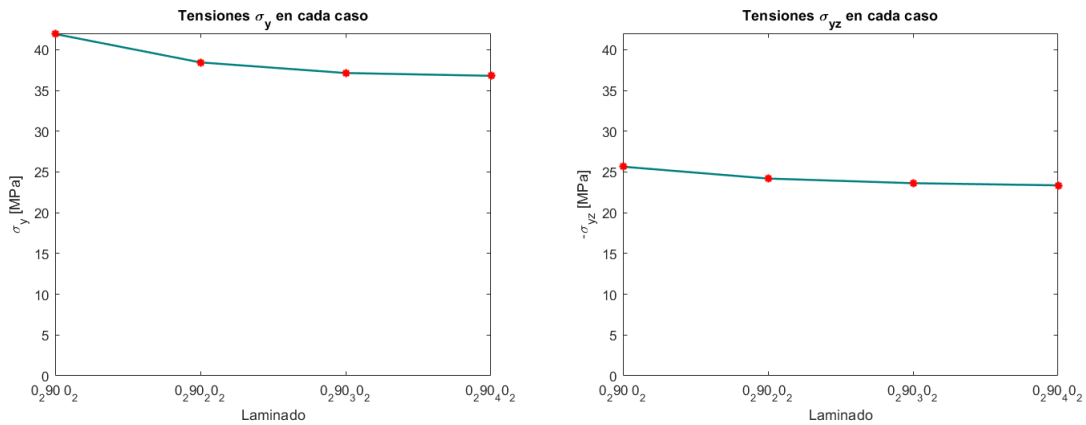


Figura 2.60 Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{yz} en cada laminado del problema térmico.

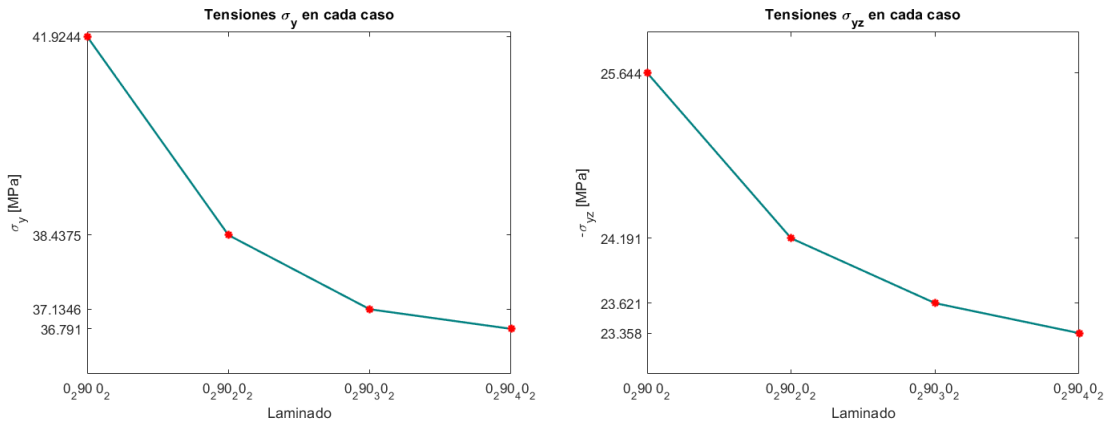


Figura 2.61 Detalle de la figura 2.60.

2.2.3 Análisis en 2D

Una vez completado el análisis térmico en 3D se procede con el análisis en 2D considerando *deformación plana generalizada*. Para ello se modela la sección última con un mallado idéntico al 3D para poder establecer comparaciones válidas. En el apéndice A, sección A.2.3 se localizan los códigos de la simulación.

En las tablas 2.14, 2.15 y 2.16 se recogen los datos más significativos de los modelos. Para demostrar la equivalencia entre el modelo 3D y el 2D se comparan las tensiones máximas interlaminares $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{xy_{max}}$ del modelo 2D con las tensiones $\sigma_{y_{max}}$ y $\sigma_{yz_{max}}$ del modelo 3D; además, se examinan los desplazamientos en tres puntos clave de la deformada (A,B y C) (ver figura 2.30).

Tabla 2.14 Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado en 2D.

Nº	Modelo	Dimensiones [mm]		Mallado	
	Laminado	w	e	Elementos	Nodos
1	$[0_2,90_2,0_2]$	1.9	0.19×2.5	2304	2401
2	$[0_2,90_2,0_2]$	1.9	0.19×3	2304	2401
3	$[0_2,90_3,0_2]$	1.9	0.19×3.5	2304	2401
4	$[0_2,90_4,0_2]$	1.9	0.19×4	2304	2401

Tabla 2.15 Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado en 2D.

Nº	Modelo	Dimensiones [mm]		Tensiones [MPa]	
	Laminado	b	c	$\sigma_{y_{max}}$	$\sigma_{xy_{max}}$
1	$[0_2,90_2,0_2]$	3.980149e-03	3.980119e-03	42.8213	28.8283
2	$[0_2,90_2,0_2]$	3.980135e-03	3.980137e-03	36.681	26.437
3	$[0_2,90_3,0_2]$	3.980149e-03	3.980125e-03	34.4211	25.4204
4	$[0_2,90_4,0_2]$	3.980140e-03	3.980140e-03	33.4818	24.8844

Tabla 2.16 Desplazamientos en puntos significativos del modelo térmico en 2D.

Nº	Modelo Laminado	Punto A [mm]		Punto B [mm]		Punto C [mm]	
		u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	-0.73126e-003	0	0.86763e-003	-0.61282e-003	0	-0.12636e-002
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	-0.11379e-002	0	0.74839e-003	-0.70264e-003	0	-0.15335e-002
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	-0.13075e-002	0	0.77561e-003	-0.79348e-003	0	-0.17624e-002
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	-0.14048e-002	0	0.82817e-003	-0.88261e-003	0	-0.19694e-002

En las figuras 2.62, 2.63 y 2.64 se captura la deformada y la solución del modelo en tensiones, comprobando así que la deformada coincide con la esperada y que el máximo tensional se localiza en la esquina interlaminar.

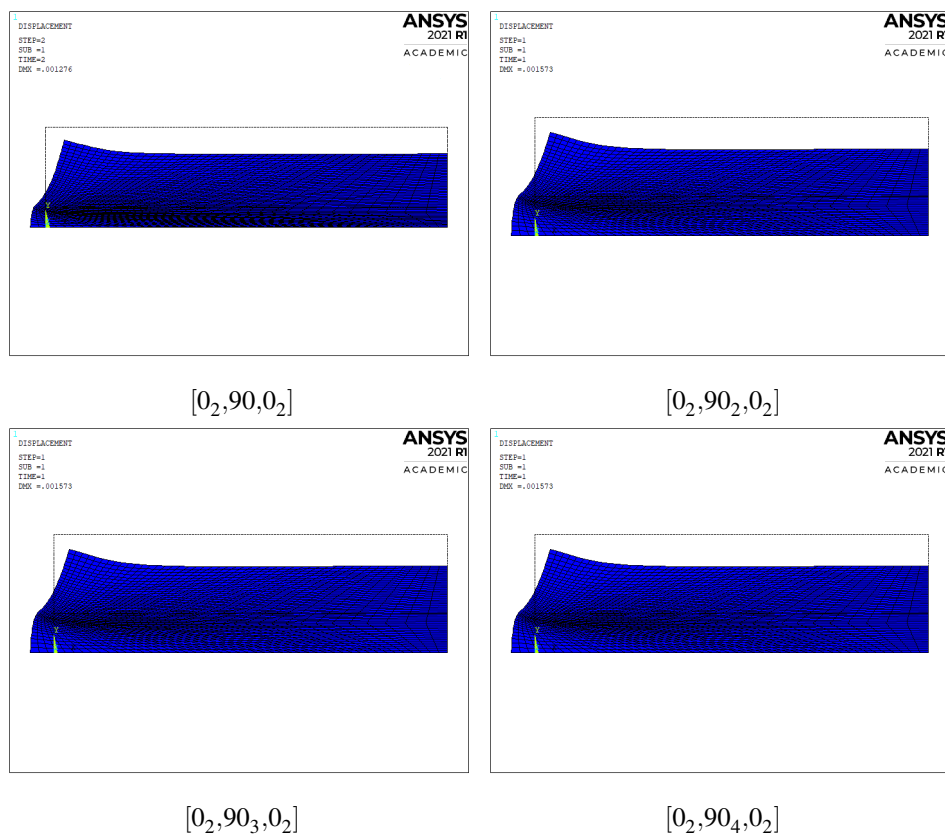


Figura 2.62 Deformada de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D.

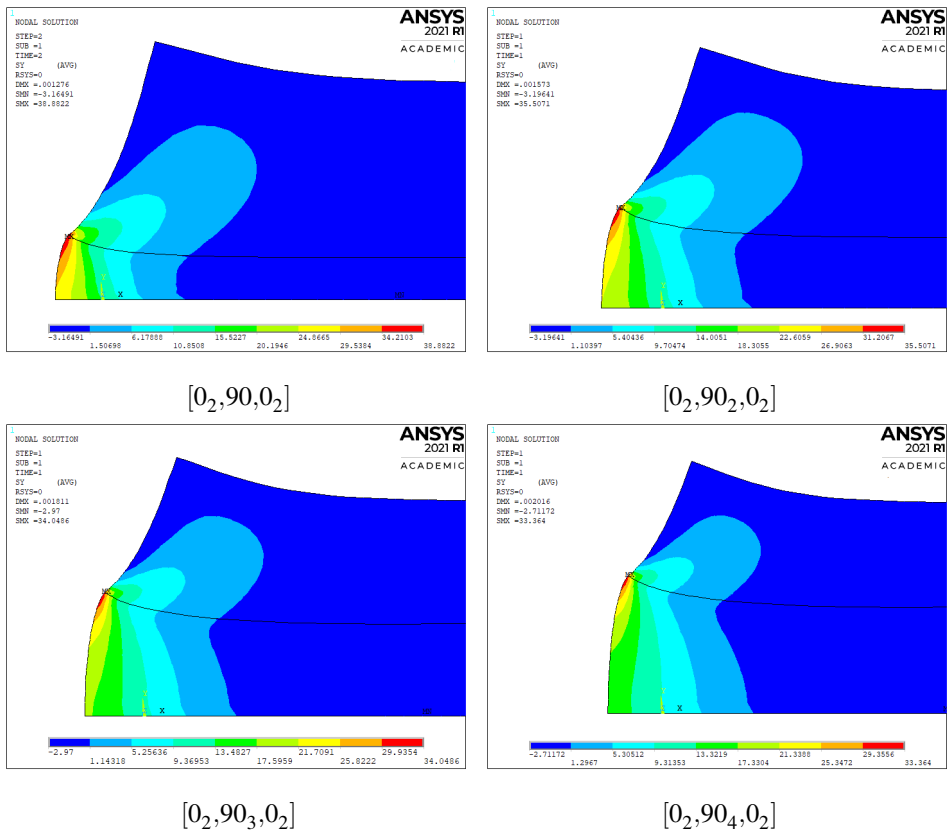


Figura 2.63 Tensiones σ_y de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D.

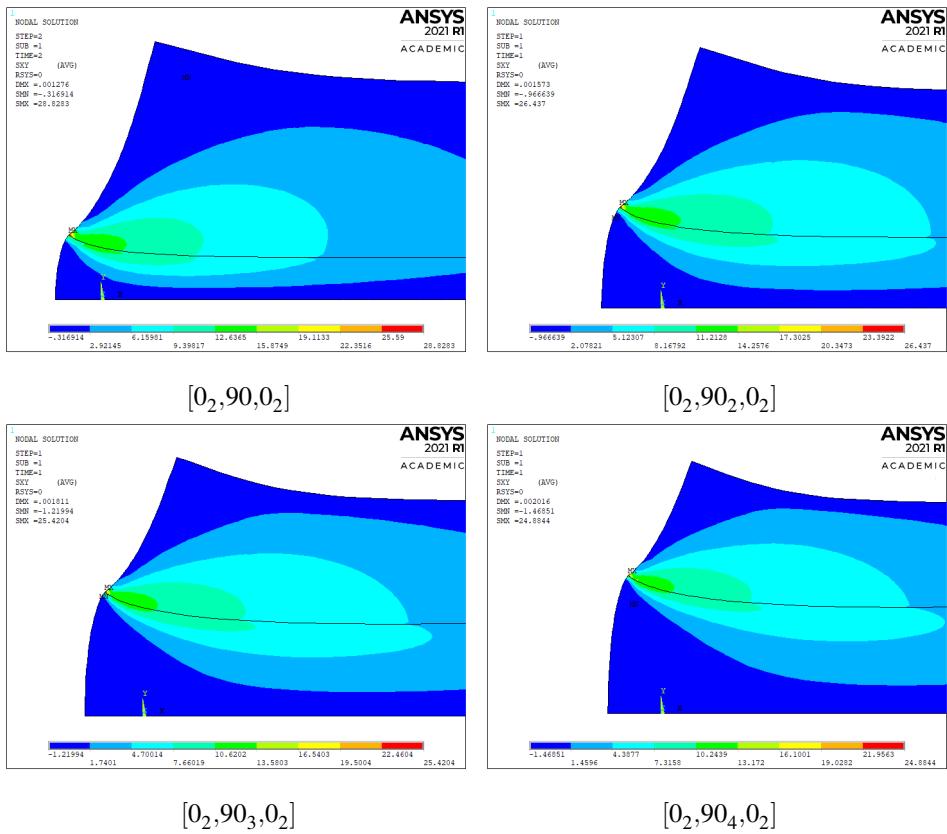


Figura 2.64 Tensiones σ_{xy} de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D.

Para un mejor análisis y visualización de los resultados, en la figuras 2.65 y 2.66, se representa la variación del valor de las tensiones máximas en 2D.

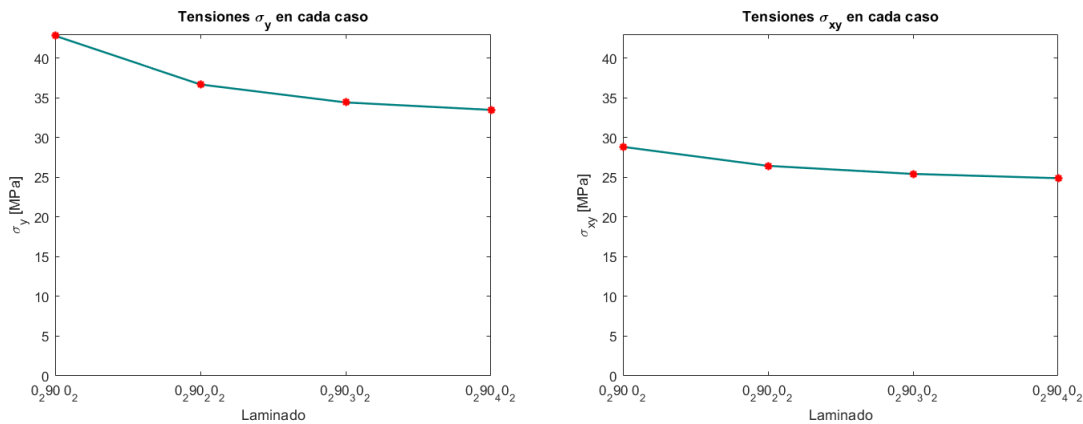


Figura 2.65 Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{xy} en cada laminado.

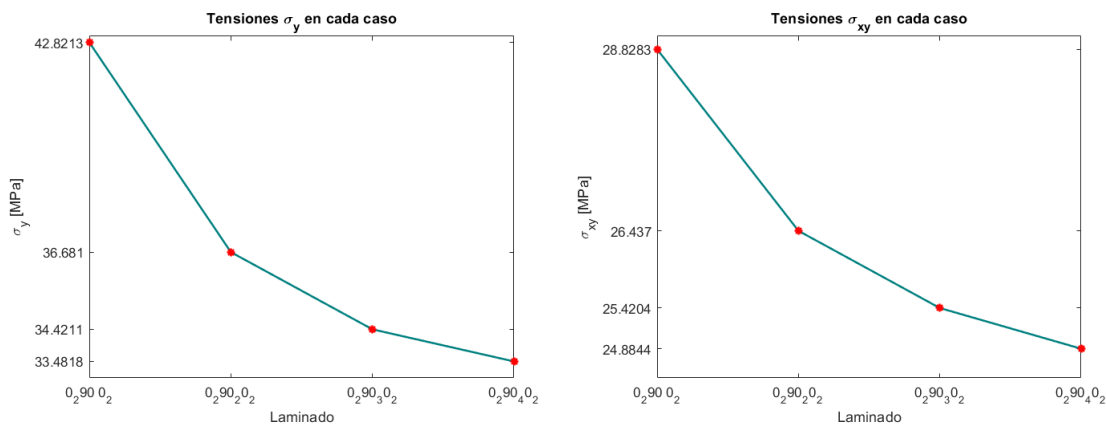


Figura 2.66 Detalle sobre la figura 2.65.

Se obtiene que la máxima de las tensiones se alcanza en la configuración con la capa de 90° más fina, disminuyendo después de forma no proporcional con el aumento de espesor de la capa; tal y como se obtuvo en las simulaciones tridimensionales.

Del mismo modo que en el problema mecánico y partiendo del conocimiento de la singularidad que presentan las tensiones a nivel interlaminar, no hay coincidencia exacta entre el máximo tensional de los modelos 2D y 3D; sin embargo, ambos valores son del mismo orden de magnitud. Este hecho implica que las tensiones no sean una solución representativa en la que basar la equivalencia entre ambos modelos, por esta razón se compara la deformación a nivel de sección de ambos.

En las tablas 2.16 y 2.13 se recoge el desplazamiento de 3 puntos significativos de la deformada (A, B y C), en los modelos 2D y 3D respectivamente. Comparando ambos valores se registran discrepancias mínimas; sin embargo, para confirmar la insignificancia de las diferencias se representan los desplazamientos de los nodos que constituyen los límites más importantes de la sección.

En la figura 2.67 se comparan los desplazamientos nodales en todos los casos entre los modelos 2D y 3D. Prácticamente ambas deformaciones coinciden, sin embargo, las discrepancias encontradas son ligeramente mayores en los modelos térmicos que en los mecánicos.

Se demuestra entonces la validez del modelo en *deformación plana generalizada* desde el punto de vista térmico, consiguiendo entonces un modelo definitivo sencillo que representa el problema elástico en que se centra este trabajo y sobre el que se van a evaluar mediante procedimientos más rigurosos los valores singulares de las tensiones a nivel interlaminar.

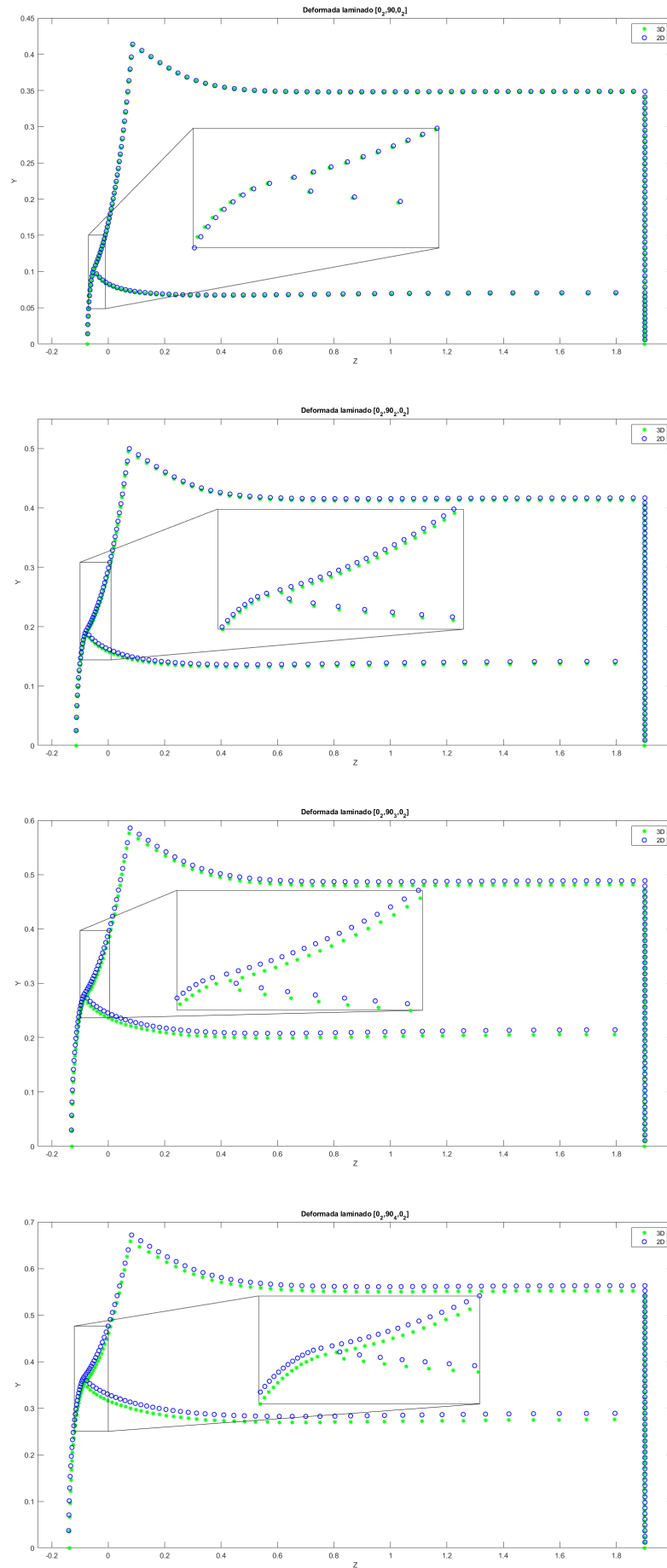


Figura 2.67 Comparación de los desplazamientos nodales del problema térmico para diferentes laminados. Código para hacer el zoom en [7].

2.3 Análisis conjunto

Por último, se considera la resolución conjunta del problema elástico desde el punto de vista mecánico y térmico en *deformación plana generalizada*, con el objetivo de identificar mejor el tamaño de la zona interlaminar afectada por las mayores tensiones.

Este análisis pretende estimar si la zona donde las tensiones son más severas, contiene un número suficiente de fibras de tal forma que se cumple con la hipótesis de material homogéneo supuesta; de este modo, en caso de que se produzcan delaminaciones, las hipótesis en que se basan estos estudios son correctas.

Se particulariza el análisis para el laminado $[0_2, 90]_S$ por ser el que presenta las mayores tensiones interlaminares y donde además se producen las delaminaciones en que se basan este trabajo.

En el apéndice A, sección A.3 se encuentra el código empleado para la simulación.

En las figuras 2.68 y 2.69 se presenta la solución en tensiones σ_y y σ_{xy} respectivamente. Para poder dibujar sobre las imágenes fibras de $7\mu m$ de diámetro, es necesario que el laminado se presente en su configuración indeformada.

En ambos casos, el número de fibras que se pueden encontrar en las zonas con colores diferentes o con tensiones mayores que en el resto de la sección, ponen de manifiesto la presencia de un estado singular de tensiones.

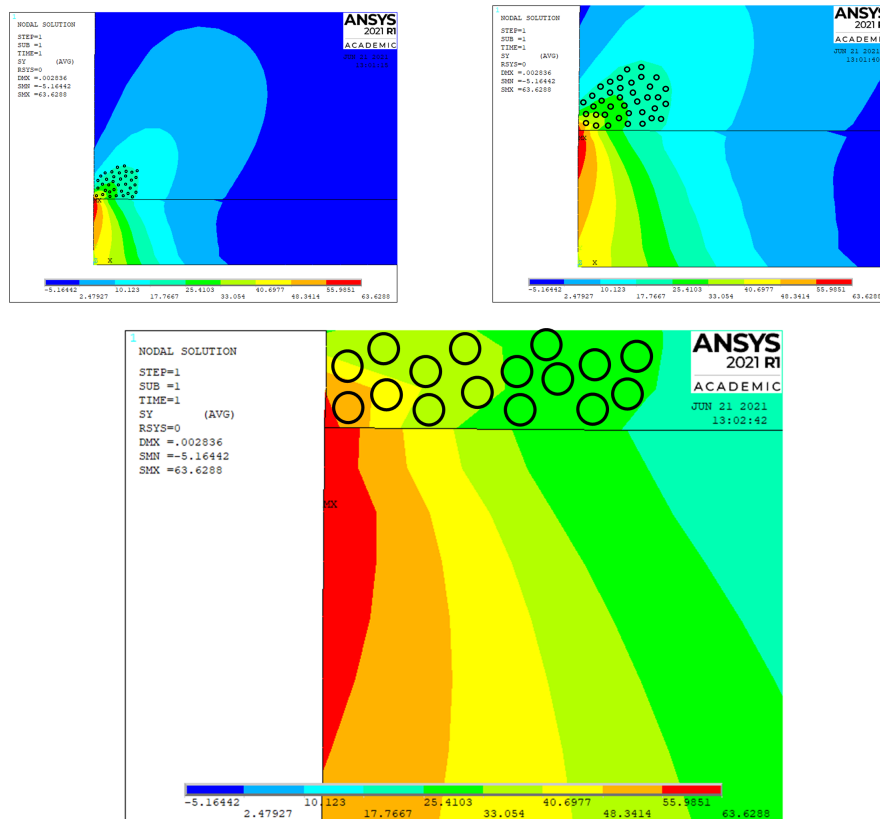


Figura 2.68 Fibras de $7\mu m$ repartidas aleatoriamente en la zona interlaminar donde se han representado las tensiones σ_y .

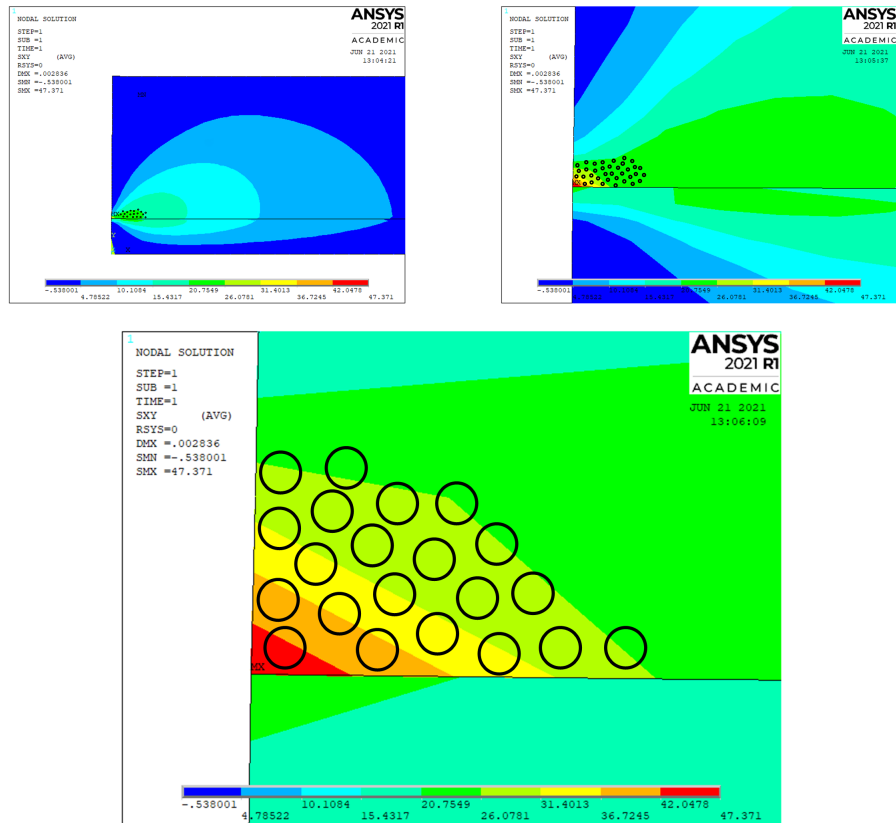


Figura 2.69 Fibras de $7\mu\text{m}$ repartidas aleatoriamente en la zona interlaminar donde se han representado las tensiones σ_{xy} .

2.4 Conclusiones del Capítulo 2

Del análisis en elementos finitos del problema elástico al que se somete la probeta de un laminado "cross-ply" previo a la aparición del daño, se extraen las siguientes conclusiones:

- Tanto del análisis mecánico como del térmico, queda demostrada la dependencia de las tensiones interlaminares con el mallado y la geometría local. De este modo, se ha reducido el análisis tridimensional de la probeta a un volumen muy próximo a la zona interlaminar, denominado "esquina".
- También queda demostrada la equivalencia entre los análisis bidimensionales en *deformación plana generalizada* y los tridimensionales originales. De esta forma se obtiene un modelo bidimensional sencillo que reproduce fielmente el problema y sobre el que se puede caracterizar el estado tensional singular con mucha más precisión.
- Del análisis con cambio de espesor de la capa de 90° se refleja la superioridad de las tensiones interlaminares del laminado $[0_2, 90]_S$ frente al resto. Además, no hay una relación proporcional entre el aumento de espesor de la capa de 90° y la disminución de la tensión máxima, tendiendo esta hacia un mínimo constante cuando el espesor de la capa de 90° aumenta lo suficiente.
- Por último, se confirma que la zona interlaminar donde las tensiones son mayores, contiene un número de fibras coherente con la evolución singular de las tensiones.

3 Caracterización del estado tensional singular a nivel interlaminar

En este capítulo se caracteriza el estado tensional interlaminar singular en la superficie exterior de la probeta en base a la *Teoría de la Elasticidad Lineal*. Para ello se realizan simulaciones en ANSYS utilizando el modelo bidimensional en *deformación plana generalizada* que se describe en el capítulo 2, por haber demostrado ser un modelo sencillo equivalente al real.

La *Teoría de la Elasticidad Lineal* predice que las tensiones interlaminares tienden a infinito; sin embargo, permite caracterizar esa tendencia a través del conocimiento de las funciones angulares características, los exponentes singulares y los *Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados*.

Puesto que tanto las funciones angulares como los exponentes de singularidad se pueden determinar en base a la utilización de la herramienta que se describe en [5], se utiliza un procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados entre la solución analítica y la solución que aporta la simulación de elementos finitos, para evaluar los *Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados* del problema. Para captar en ANSYS con suficiente precisión la singularidad tensional, es necesario mallar muy fino en las proximidades de la esquina interlaminar.

El interés del cálculo de los *Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados* reside en que son estos una buena medida de la severidad de la singularidad tensional, así se calculan para diferentes configuraciones de laminados con espesores variables de la capa de 90° en los que se mantiene en todo momento el mallado local interlaminar; de esta forma se puede determinar cuan severa es la singularidad tensional en función del espesor de la capa más débil o la capa de 90° .

Una vez se cuantifica la singularidad tensional que aparece en el laminado de interés $[0_2, 90]_S$, frente a la que hay presente en configuraciones con espesores mayores de la capa de 90° , se cumplen los objetivos de esta investigación.

3.1 Procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados para la evaluación del GSIF a nivel interlaminar

La teoría de la elasticidad lineal asocia tensiones infinitas en zonas con cambios abruptos en la geometría. A esta zona se le suele conocer como *esquina* y su entorno más cercano es crucial para la determinación de la singularidad tensional que ahí se alcanza. Sin embargo, la teoría asocia también tensiones infinitas en aquellas zonas donde hay cambios abruptos en las propiedades del material, como es el caso de la zona interlaminar de los laminados "*cross-ply*" que se estudian en este trabajo.

La solución elástico lineal singular en tensiones y desplazamientos, expresada en un sistema de coordenadas polar centrado en la punta de la esquina o en la punta de la intercara, adquiere una

expresión analítica basada en una expansión o serie asintótica tal y como indica la fórmula 3.1 obtenida de [4]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}(r, \theta) &\cong \sum_{m=1}^M \frac{K_m}{r^{1-\lambda_m}} f_{ij}^m(\theta) \\ u_i(r, \theta) &\cong \sum_{m=1}^M K_m r^{\lambda_m} g_i^m(\theta)\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$(i, j = r, \theta, z)$$

donde λ_m es el orden de la singularidad, $f_{ij}^m(\theta)$ y $g_i^m(\theta)$ son las funciones angulares características de las tensiones y desplazamientos respectivamente, y K_m los pesos de cada término, también conocidos como Factores de Intensificación de Tensiones Generalizados (GSIFs).

Las funciones angulares características junto con los exponentes de singularidad, dependen exclusivamente de la geometría, las propiedades del material y las condiciones de contorno a nivel local; por tanto, son funciones semianalíticas conocidas proporcionadas por mis tutores mediante la utilización del procedimiento que se detalla en [5].

Los GSIFs dependen de la geometría, las propiedades del material y las condiciones de contorno a nivel global del problema; por tanto, requieren de la resolución del problema completo para su determinación. La importancia de la obtención de los GSIFs reside en que aparte de ser una medida de la severidad de la singularidad tensional, la mayoría de los criterios de fallo se basan en valores admisibles de estos.

En [4] se proporciona un procedimiento robusto para evaluar los GSIFs en las *esquinas* donde confluyen diferentes materiales. El procedimiento se basa en una técnica de ajuste por mínimos cuadrados entre la solución analítica y la solución del problema original, obtenida mediante modelos de elementos finitos o de elementos de contorno y válido tanto en términos de las tensiones como de los desplazamientos.

En base a la geometría y propiedades de los materiales que confluyen en la esquina, se pueden obtener las funciones angulares $f_{ij}^m(\theta)$ y $g_i^m(\theta)$, con la precisión necesaria; y los exponentes λ_m . A esta solución se le va a denotar en lo que sigue con el superíndice "ANL" indicando que se trata de la solución analítica. Destacar que la solución es función exclusiva de los GSIFs, que son a su vez las únicas incógnitas de las series asintóticas mostradas en la fórmula 3.1. De la resolución del problema completo en elementos finitos, se obtiene la solución numérica en una zona cercana a la punta de la esquina, que se denota en lo que sigue con el superíndice *FEM*. Una vez se tienen ambas soluciones, se procede a su ajuste por mínimos cuadrados.

El procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados se basa en construir una función de error "*J*", donde se suma la diferencia al cuadrado entre las tensiones o desplazamientos "*ANL*" y "*FEM*", siendo en esta función las únicas incógnitas los GSIFs. Posteriormente se debe encontrar el conjunto de GSIFs que minimizan la función de error, para ello se deriva la función respecto a los GSIFs y se iguala a cero, obteniendo entonces un sistema de ecuaciones lineal cuya resolución proporciona el valor de las incógnitas GSIFs.

3.1.1 Aplicación a los laminados "*cross-ply*" $[0_2, 90_n]_S$

Se describe a continuación el procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados particularizado al problema en que se basa este trabajo.

El primer paso es la obtención de las funciones angulares y los exponentes singulares, es decir, de la solución analítica. La herramienta de cálculo que se describe en [5], predice que las series asintóticas 3.1 en los laminados "*cross ply*" de este trabajo presentan un único término singular, por

tanto las tensiones o desplazamientos se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(r, \theta) &\cong \frac{K_1}{r^{1-\lambda_1}} f_{ij}(\theta) \\ u_i(r, \theta) &\cong K_1 r^{\lambda_1} g_i(\theta) \end{aligned} \quad (3.2)$$

($i, j = r, \theta$)

Además, el exponente singular tiene un valor:

$$\lambda_1 = 0.9102651 \quad (3.3)$$

Una vez se obtiene la solución analítica en función de K_1 , se procede con la solución numérica que proporciona el modelado en ANSYS del problema completo. Para ello se simula el problema 2D en deformación plana generalizada, mallando mucho más fino en un semicírculo alrededor de la esquina y degradando sucesivamente el mallado en las direcciones restantes (ver figura 3.1). Para validez del procedimiento, se escoge un radio de semicircunferencia de valor igual al espesor de la capa de 0° dividido entre 100; además, para un buen ajuste se debe obtener la solución en tensiones o desplazamientos en los nodos que se distribuyen a lo largo de la semicircunferencia.

Aunque el ajuste puede realizarse en términos de los desplazamientos o de las tensiones, por simplicidad, se considera exclusivamente la solución en tensiones. En concreto, de todas las tensiones posibles se escoge σ_θ para el ajuste y se obtiene con la misma precisión que se ha generado la solución analítica, es decir, considerando los nodos en una línea de radio constante alrededor de la esquina separados respectivamente 1° .

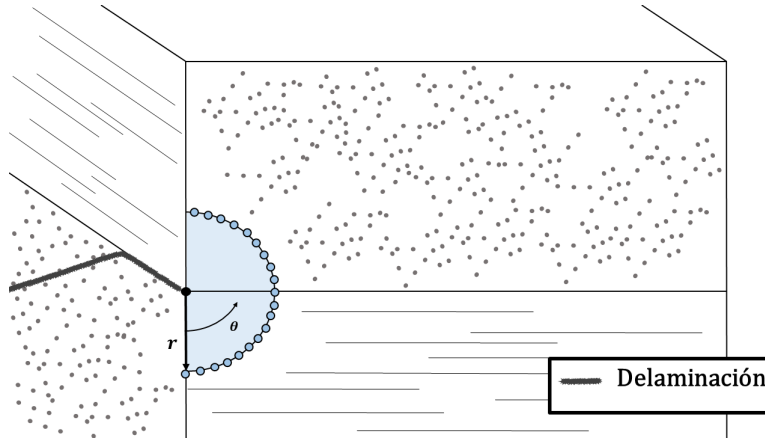


Figura 3.1 Zona local de evaluación de las tensiones para determinación de los GSIFs.

Posterior a la obtención de la solución analítica y la solución numérica en ANSYS se procede a la construcción de la función de error:

$$J(K_1) = \sum_{i=1}^{N_\theta} [\sigma_\theta^{ANL}(r, \theta_i, K_1) - \sigma_\theta^{FEM}(r, \theta_i)]^2 = \sum_{i=1}^{N_\theta} \left[\frac{K_1}{r^{1-\lambda_1}} f_\theta(\theta_i) - \sigma_\theta^{FEM}(r, \theta_i) \right]^2 \quad (3.4)$$

siendo N_θ el número total de nodos donde se evalúan las tensiones para un radio constante.

Puesto que tanto f_θ como r y λ_1 son conocidos, se designa $\frac{f_\theta(\theta_i)}{r^{1-\lambda_1}}$ como $a_1(n)$, siendo n la nueva denominación que se adopta para numerar los nodos a radio constante y diferente ángulo. Entonces,

la función de error adquiere una expresión más compacta:

$$J(K_1) = \sum_{n=1}^N [K_1 a_1(n) - \sigma_{\theta}^{FEM}(n)]^2 \quad (3.5)$$

Se calcula ahora K_1 de forma que se minimice la función de error, para ello se deriva respecto de K_1 y se iguala a cero:

$$\frac{\partial J(K_1)}{\partial K_1} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial J(K_1)}{\partial K_1} = 2 \sum_{n=1}^N [K_1 a_1(n) - \sigma_{\theta}^{FEM}(n)] a_1(n) \quad (3.7)$$

Despejando K_1 :

$$K_1 = \frac{\sum_{n=1}^N \sigma_{\theta}^{FEM}(n)}{\sum_{n=1}^N a_1(n)} \quad (3.8)$$

3.2 Obtención del GSIF

Se calcula el Factor de Intensificación de Tensiones K_1 para configuraciones de laminados $[0_2, 90_n]_S$ siendo $n = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10$. Se opta por descomponer el problema elástico en su parte mecánica y térmica, para así poder determinar la contribución de cada parte a la singularidad tensional. Para obtener la solución completa, sólo hay que aplicar el *Principio de Superposición* [12] y sumar ambas soluciones.

3.2.1 Obtención del GSIF para el problema mecánico

En primer lugar, se procede con la simulación en ANSYS del problema mecánico en deformación plana generalizada. La única diferencia entre las simulaciones que se desarrollan aquí y las realizadas en el capítulo 2, sección 2.1.3, radica en la definición de un semicírculo alrededor de la esquina interlaminar donde el mallado es mucho más fino. La semicircunferencia se escoge con un radio de valor igual al espesor de la capa de 0° dividido entre 100; tanto el radio como el mallado de la semicircunferencia se mantienen de forma sucesiva en todos los laminados, independientemente de lo que varíe el espesor de la capa de 90° . La razón estriba en que al ser la solución singular, esta depende mucho del mallado local; luego para poder equiparar las soluciones es necesario que el mallado local permanezca intacto.

Una vez se obtiene la solución en los nodos que constituyen la semicircunferencia, se realiza el procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados con la solución analítica. Puesto que la diferencia entre la solución "FEM" y la solución "ANL" es en este caso una única constante K_1 , se comprueba, previo a cualquier ajuste, que ambas soluciones son cualitativamente iguales.

Empezando por el laminado de mayor interés, $[0_2, 90, 0_2]$, se muestran en la figura 3.2 las tensiones "FEM" y "ANL" para facilitar su comparación. Se observa como ambas soluciones coinciden en forma prácticamente en el rango $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ o en la capa con la fibra a 90° ; sin embargo, no se puede decir lo mismo para el rango $\theta \in [90^\circ, 180^\circ]$ que se corresponde con la lámina de 0° . Esto se debe a que probablemente hay un segundo término K_2 no singular, que no se incluye por simplicidad en la representación asintótica y que provoca que la solución analítica no coincida exactamente con la numérica. Puesto que las discrepancias son mínimas, se decide escoger para el ajuste por mínimos cuadrados el rango de tensiones $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$.

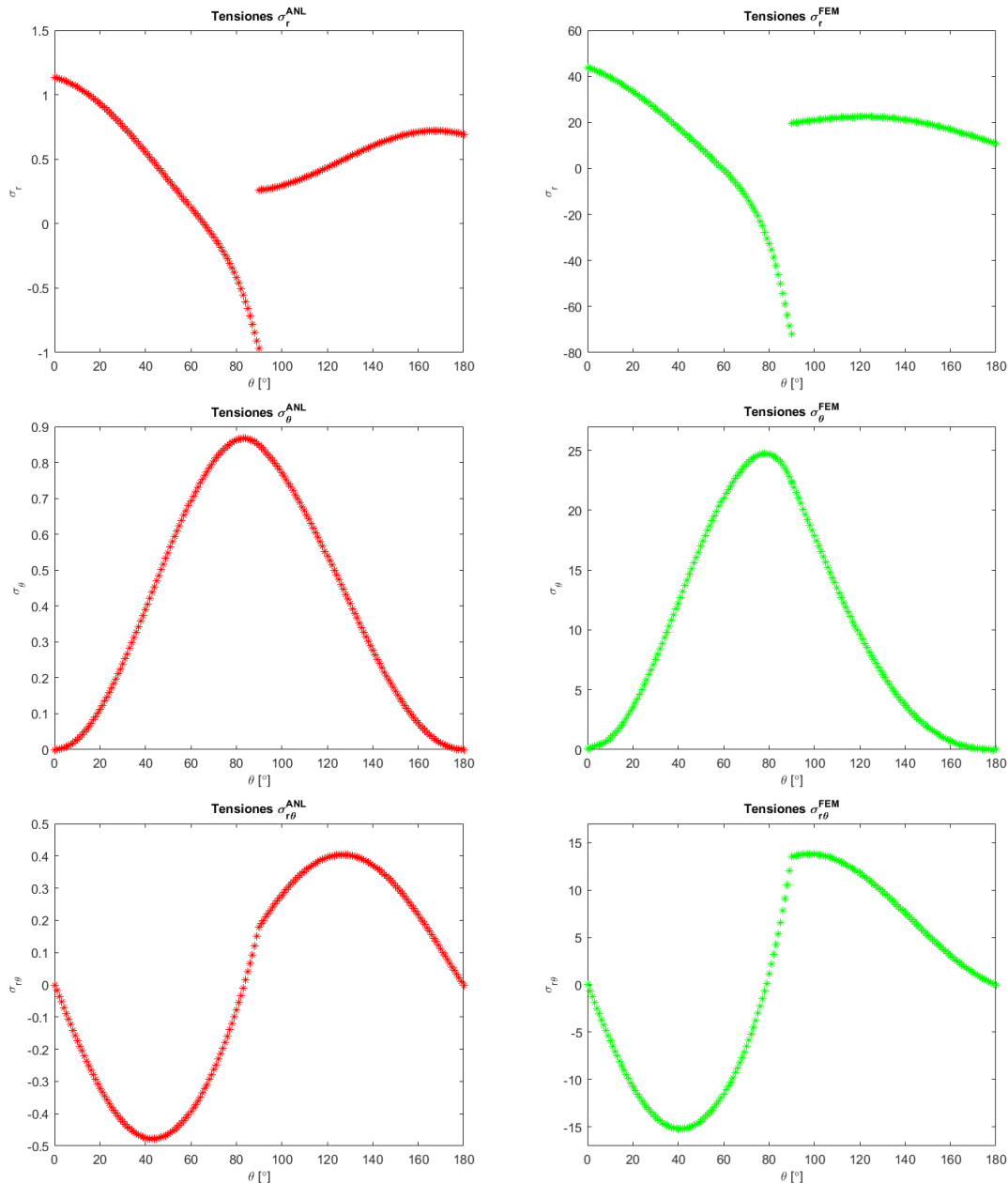


Figura 3.2 Comparación en forma de las tensiones "FEM" y "ANL" del problema mecánico.

Una vez se comprueba que ambas soluciones coinciden en forma, se procede con el ajuste por mínimos cuadrados de la tensión σ_θ en el rango $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ para la obtención de K_1 . Para ello se elabora un código en MATLAB[®] donde se implementa la fórmula 3.8 y además sirve para representar todas las figuras necesarias. Este se puede encontrar en el Apéndice B, sección B.1; junto con el código empleado para realizar las simulaciones en ANSYS.

Este procedimiento se repite de forma sucesiva con todos los laminados $[0_2, 90_n]_S$, donde se va aumentando progresivamente el espesor de la capa de 90° desde $n=1$ hasta $n=10$, para estudiar su influencia en el valor de K_1 .

En la figura 3.3 se muestra el ajuste sobre σ_θ en todos los casos. Para evaluar mejor la precisión del ajuste, se amplía una zona al azar.

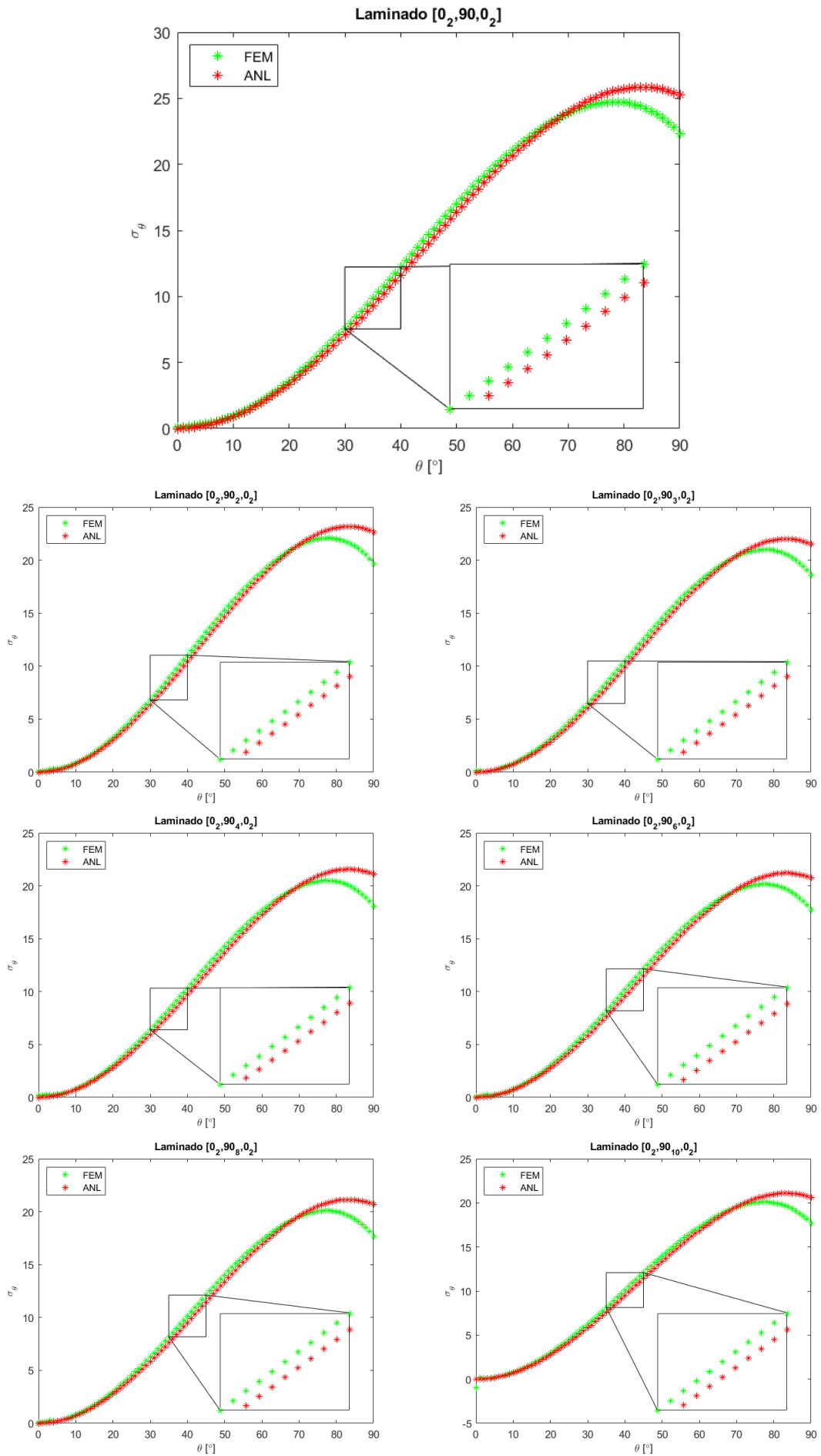


Figura 3.3 Ajuste realizado sobre σ_θ para laminados $[0_2, 90_n]_S$ en el problema mecánico.

En la tabla 3.1 se muestran los valores de K_1 obtenidos en cada caso.

Tabla 3.1 Factor de intensificación de tensiones en los modelos mecánicos.

Nº	Laminado	K_1 [Mpa · mm ^{0.0897349}]
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	18.0808
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	16.2065
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	15.3988
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	15.0875
5	[0 ₂ ,90 ₆ ,0 ₂]	14.8353
6	[0 ₂ ,90 ₈ ,0 ₂]	14.7904
7	[0 ₂ ,90 ₁₀ ,0 ₂]	14.7560

Se decide representar los valores de K_1 a escala para percibir mejor la tendencia de estos con el espesor de la capa de 90° (ver figuras 3.4 y 3.5).

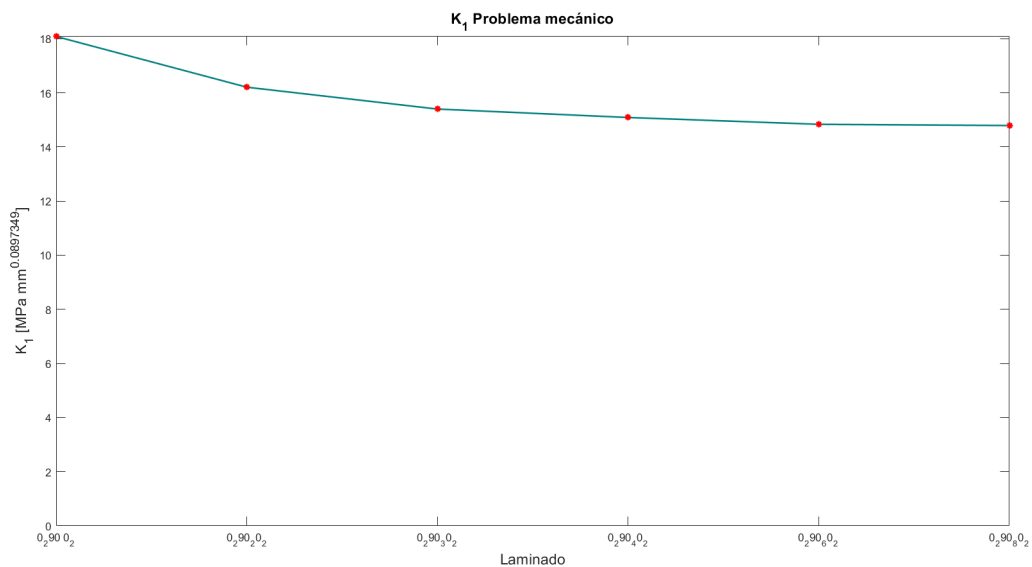


Figura 3.4 Representación de K_1 en función del laminado para el problema mecánico.

Se aprecia como a medida que aumenta el espesor de la capa de 90° el valor de K_1 disminuye de forma no proporcional con el aumento de espesor y tendiendo hacia un mínimo constante; adquiriendo un valor significativamente más alto en el laminado [0₂,90]₅ frente al resto.

Para una mejor interpretación de los resultados, se muestra el detalle de la tendencia en la figura 3.5.

Esta tendencia coincide con la encontrada en el capítulo 2 al representar las tensiones máximas en deformación plana generalizada para cada caso (ver figuras 2.35), donde se producen disminuciones progresivas en media para los cuatro primeros laminados de un 10%, 5% y 2%; al igual que ocurre para K_1 , siendo la primera caída la más acusada e importante y estabilizándose esta progresivamente.

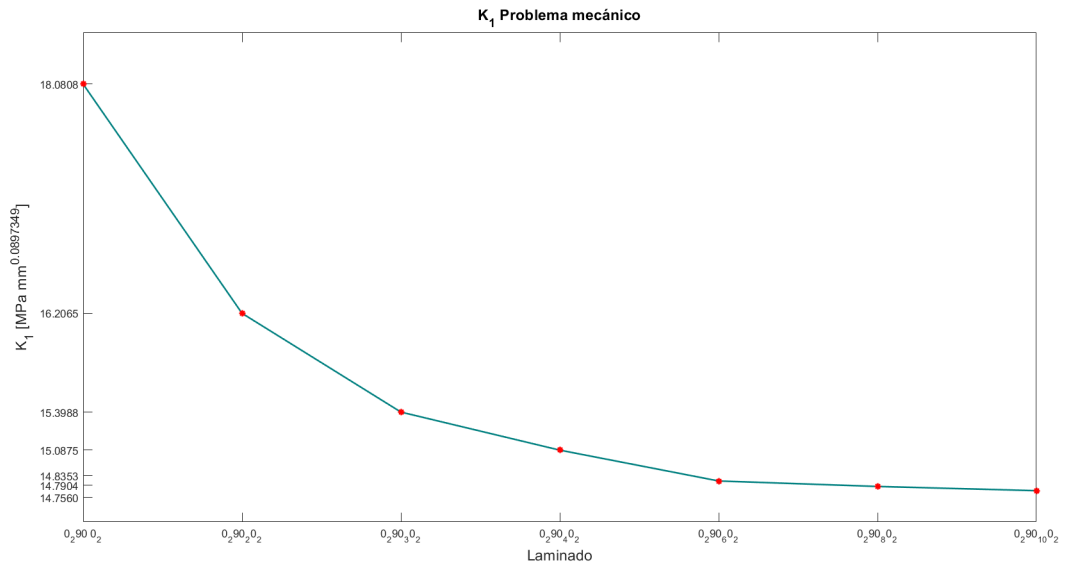


Figura 3.5 Detalle sobre la figura 3.5.

3.2.2 Obtención del GSIF para el problema térmico

Del mismo modo que se ha realizado en el problema mecánico se procede ahora con el problema térmico. En primer lugar se obtiene la solución numérica en ANSYS del problema térmico en deformación plana generalizada en los nodos que conforman la circunferencia alrededor de la esquina interlaminar y se compara si coincide en formas con la solución analítica.

Se confirma, al igual que para el problema mecánico, que ambas soluciones son cualitativamente iguales en el rango $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$; por tanto, se toma para el ajuste por mínimos cuadrados la tensión σ_θ en ese intervalo. En la figura 3.8 se muestra el ajuste en cada laminado.

En la tabla 3.2 se presenta el valor de K_1 calculado en cada caso.

Tabla 3.2 K_1 obtenido del problema térmico para cada laminado.

Nº	Laminado	K_1 [Mpa · mm ^{0.0897349}]
1	$[0_2,90_0_2]$	25.1763
2	$[0_2,90_2_2]$	22.5398
3	$[0_2,90_3_2]$	21.4011
4	$[0_2,90_4_2]$	20.9541
5	$[0_2,90_6_2]$	20.5813
6	$[0_2,90_8_2]$	20.4988
7	$[0_2,90_{10}_2]$	20.4524

En las figuras 3.6 y 3.7 se representa el valor de K_1 frente al espesor de la capa de 90° para ver mejor la tendencia.

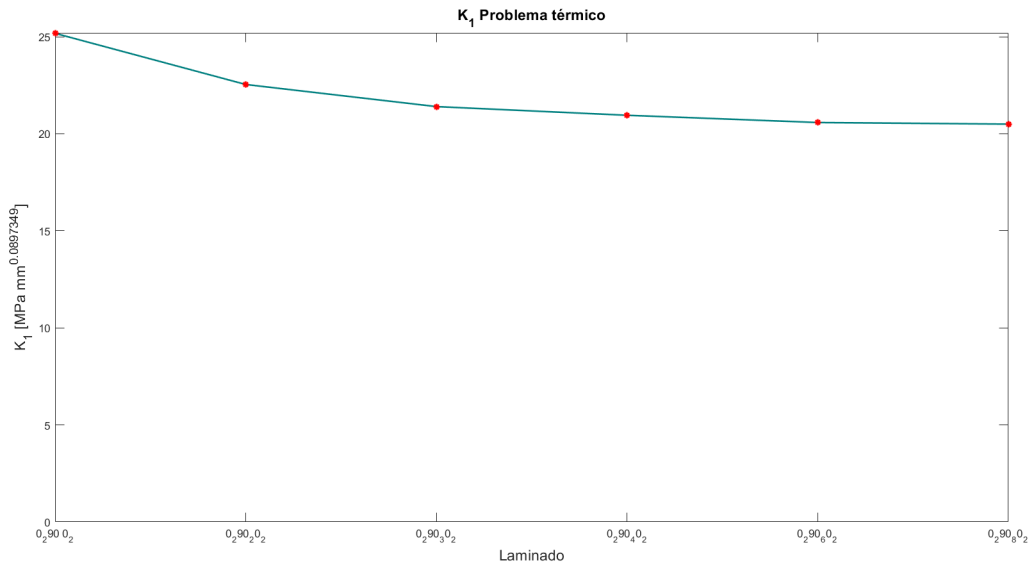


Figura 3.6 Representación de K_I en función del laminado para el problema térmico.

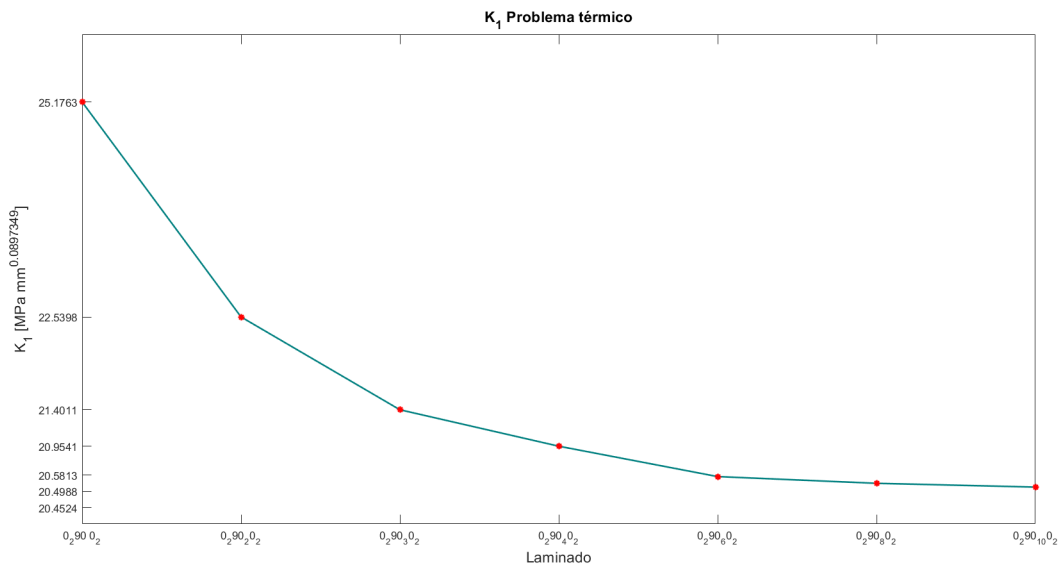


Figura 3.7 Detalle de la figura 3.6.

Del mismo modo que en el problema mecánico, se produce la mayor caída en el primer caso pues después el valor de K_I tiene hacia un mínimo constante. Si se compara esta tendencia con la que presentan las tensiones máximas del problema térmico en deformación plana generalizada del capítulo 2 (ver figuras 2.66), se tiene en media disminuciones para los 4 primeros laminados de un 10%, 5% y 2% respectivamente, al igual que para el problema mecánico.

Los códigos de la simulación en ANSYS se encuentran en el Apéndice B, sección B.2.

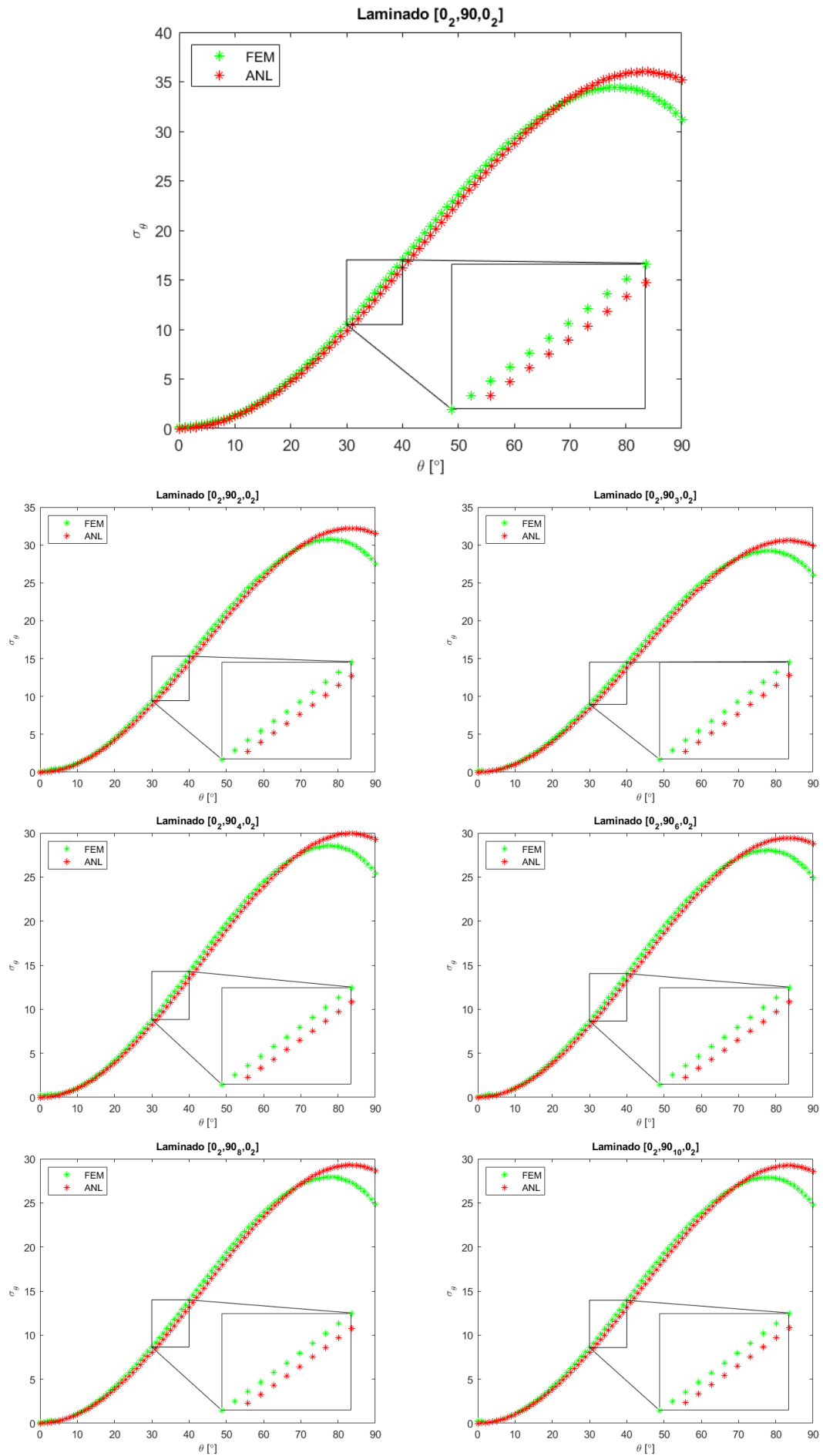


Figura 3.8 Ajuste realizado sobre σ_θ para laminados $[0_2, 90_n]_S$ en el problema mecánico.

3.2.3 Problema conjunto

Se decide aunar los resultados del problema térmico y mecánico al tener pleno sentido juntos y previo a relacionarlos con el origen de la delaminación.

En la tabla 3.3 se calcula el valor de K_I del problema completo como la suma de los valores obtenidos en las simulaciones mecánicas y térmicas por separado. De forma general, la contribución a la singularidad del problema térmico es mayor respecto del mecánico.

Tabla 3.3 K_I obtenido del problema completo para cada laminado.

K_I [Mpa · mm ^{0.0897349}]				
Nº	Laminado	Mecánico	Térmico	Total
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	18.0808	25.1763	43.2571
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	16.2065	22.5398	38.7463
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	15.3988	21.4011	36.7999
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	15.0578	20.9541	36.0119
5	[0 ₂ ,90 ₆ ,0 ₂]	14.8353	20.5813	35.4166
6	[0 ₂ ,90 ₈ ,0 ₂]	14.7904	20.4988	35.2892
7	[0 ₂ ,90 ₁₀ ,0 ₂]	14.7560	20.4524	35.2084

En las figuras 3.9 y 3.10 se representa la relación entre K_I y el espesor de la capa de 90°. Del mismo modo que en la simulación mecánica y térmica, existe una relación inversamente no proporcional entre el espesor de la capa de 90° y la singularidad tensional, siendo significativamente mayor para el laminado [0₂,90,0₂] que para el resto de configuraciones.

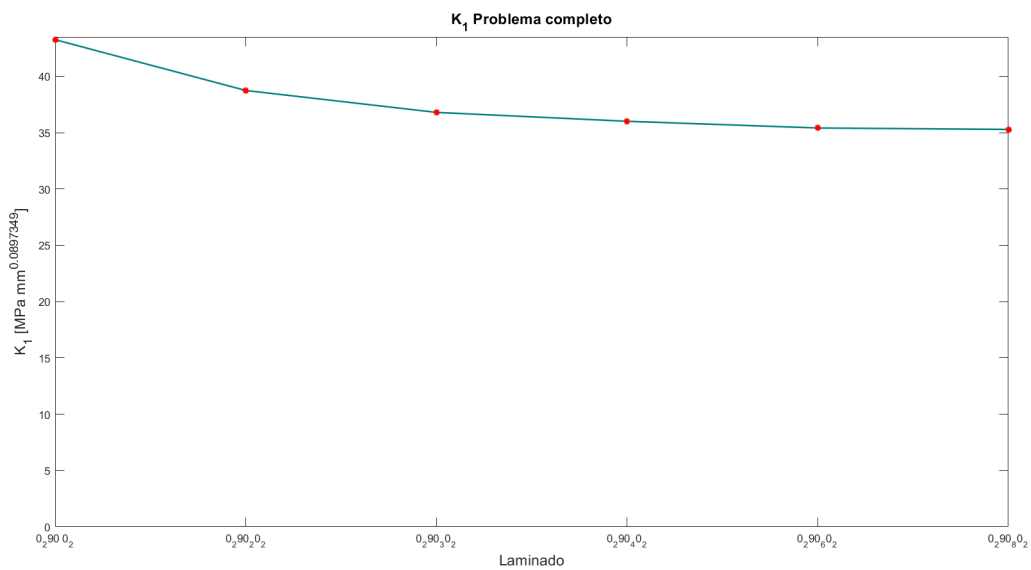


Figura 3.9 Representación de K_I en función del laminado.

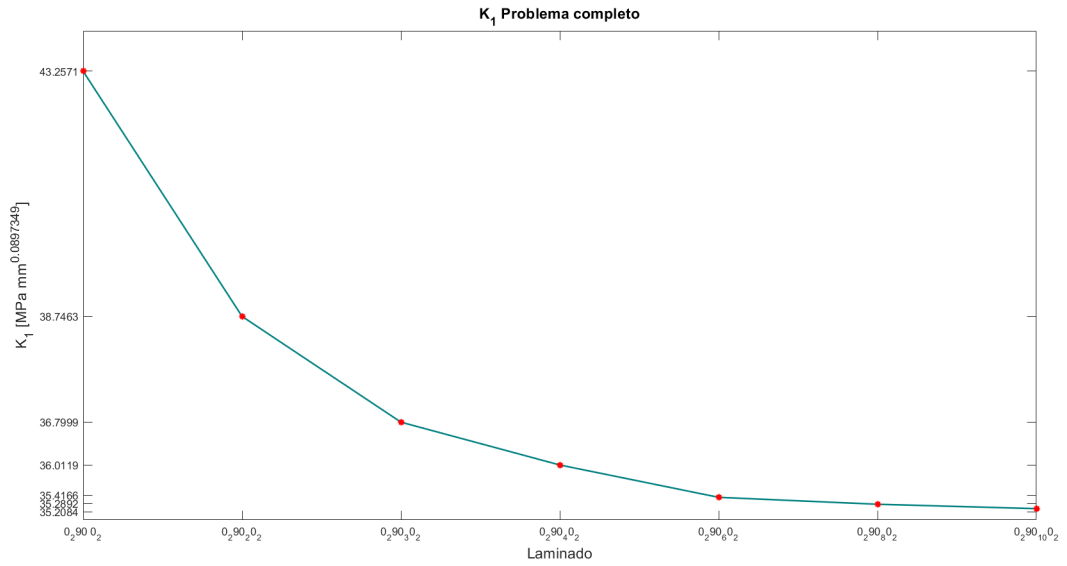


Figura 3.10 Detalle de la figura 3.9.

3.3 Origen de las delaminaciones

Del cálculo de K_1 se deduce que para aquellos laminados con espesores pequeños de la capa de 90° , la singularidad tensional que tiende a producir delaminación entre las capas de 0° y 90° , crece. Sin embargo, esto no parece razón suficiente para justificar el origen de las delaminaciones.

Utilizando un sistema de coordenadas polar centrado en la punta de la esquina interlaminar, se deduce que son las tensiones σ_θ y $\sigma_{r\theta}$ las que pueden originar la delaminación (ver figura 3.11).

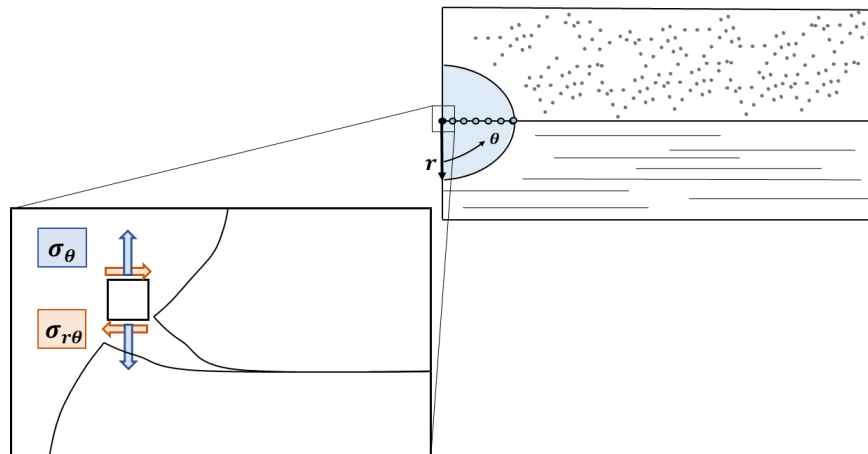


Figura 3.11 Tensiones que pueden originar la delaminación.

Para asegurar que en laminados $[0_2, 90]_S$ la severidad de la singularidad tensional presente a nivel interlaminar, es tal que puede desencadenar la delaminación entre las capas, es importante conocer la magnitud de la zona afectada por unas tensiones σ_θ y $\sigma_{r\theta}$ superiores a las de rotura. Es decir, si a lo largo de la intercara, la magnitud de esta zona envuelve un número suficiente de fibras (por lo menos 3), se puede pensar que en presencia de algún defecto originado durante la fabricación, la singularidad tensional presente puede desembocar en las delaminaciones observadas.

En las figuras (3.12 y 3.13) se representan respectivamente las tensiones σ_θ y $\sigma_{r\theta}$ en función de r a lo largo de la intercara para el laminado $[0_2, 90, 0_2]$. En azul se pintan las tensiones "FEM" a lo largo de los nodos de la intercara, en rojo la resistencia a la tracción de la capa de 90° (61 MPa) y en verde se marca el diámetro de una fibra, para así cuantificar el número de fibras que hay en la zona donde las tensiones superan a las de rotura. Para la obtención de las tensiones "FEM" se utiliza el código en ANSYS que se adjunta en el apéndice B, sección B.3.

Para el caso de las tensiones σ_θ , la zona donde estas superan a las tensiones de agrietamiento de la capa de 90° , tiene unas dimensiones escasas de $1.738\mu m$, frente a las $7\mu m$ de diámetro que presenta una fibra. Además, cuando se alcanza el diámetro de una fibra, las tensiones son del orden de los 45 Mpa.

Para el caso de las tensiones $\sigma_{r\theta}$, la zona donde estas superan a las tensiones de rotura es prácticamente inexistente, adquiriendo las tensiones valores del orden de los 29 MPa cuando se alcanza la distancia de una fibra.

En conclusión, se puede decir que en ninguno de los dos casos hay una zona significativa en la que las tensiones superan a las de rotura, al no contener ninguna fibra.

Destacar por último que todos estos cálculos son acordes a los resultados experimentales siempre que la carga aplicada sea del orden del 80 % de la carga de rotura. Como durante las simulaciones se ha impuesto un desplazamiento en el extremo de 1 mm sobre la geometría original, conocido el módulo de elasticidad longitudinal de la capa de 90° ($E_{22} = 8.75$ GPa) se puede calcular la tensión longitudinal equivalente existente en la lámina de 90° :

$$\epsilon_{22}^{90^\circ} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{155} \tag{3.9}$$

$$\sigma_{22}^{90^\circ} = \epsilon_{22}^{90^\circ} \cdot E_{22} = 56.4516 \tag{3.10}$$

Se obtiene entonces una tensión de 56.4516 MPa, ligeramente superior a la carga experimental correspondiente con el 80 % de la carga de rotura o 48.8 MPa.

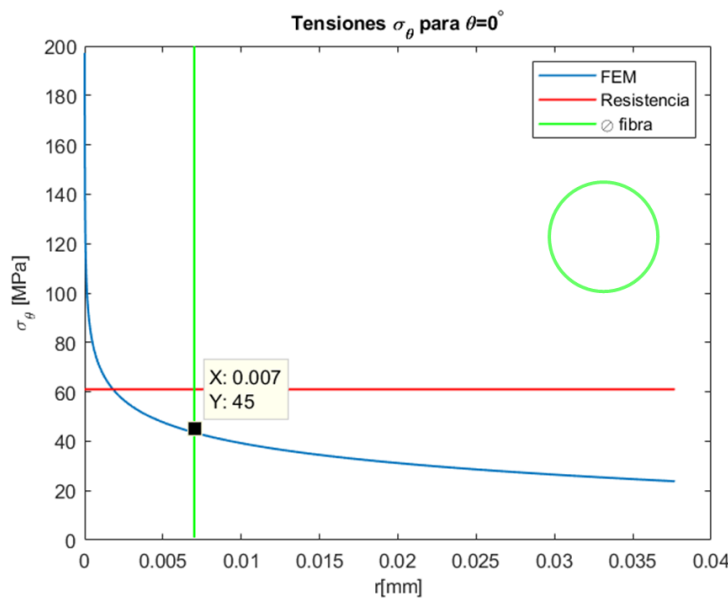


Figura 3.12 Zona donde la tensión σ_θ es superior a la de rotura.

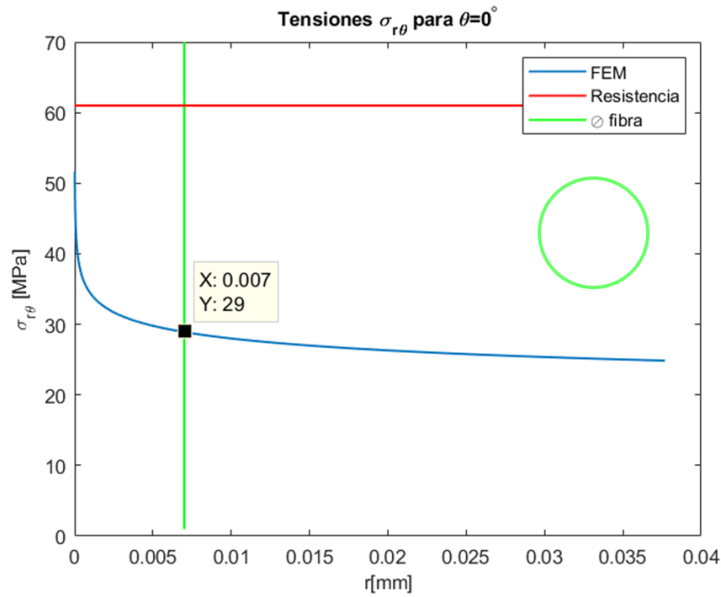


Figura 3.13 Zona donde la tensión $\sigma_{r\theta}$ es superior a la de rotura.

3.4 Conclusiones del capítulo 3

De la caracterización del estado tensional singular a nivel interlaminar se obtienen las siguientes conclusiones:

- La solución analítica presenta un único término singular principal, donde el exponente singular $\lambda_1 = 0.9102651$ provoca un crecimiento de las tensiones del orden de $r^{-0.0897349}$. Si se compara este valor con el presente en grietas bajo el Modo de Fractura I ($r^{-0.5}$), el crecimiento de las tensiones para laminados "cross-ply" es mucho más suave.
- Al comparar la solución "ANL" y "FEM" en los nodos de la semicircunferencia creada alrededor de la esquina interlaminar, se desprende que ambas soluciones no coinciden en forma para el rango $\theta \in [90^\circ, 180^\circ]$, o lo que es lo mismo, para la capa de 0° . La razón puede estar en la existencia de un segundo término no singular, cuya no inclusión en el modelo haya provocado estas discrepancias.
- Del ajuste por mínimos cuadrados de la tensión σ_θ en el rango $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$, se obtiene el valor del Factor de Intensificación de Tensiones Generalizado K_1 , resultando valores mayores en el análisis térmico que en el mecánico. De forma general, el valor de K_1 disminuye de forma no proporcional con el aumento del espesor de la capa de 90° , adquiriendo un valor significativamente mayor en la configuración con el espesor más pequeño de esta capa. Se obtiene entonces un valor de $K_1 = 43.2571$ para el laminado $[0_2, 90]_S$.
- Para completar el estudio de la singularidad tensional, se determina la magnitud de la zona afectada por tensiones mayores a las de agrietamiento de la capa de 90° . Se concluye que en ningún caso la zona afectada contiene alguna fibra, siendo esta zona del orden de $1.738\mu m$ para el caso de las tensiones σ_θ y prácticamente inexistente para las tensiones tangenciales $\sigma_{r\theta}$. Esto tiene sentido, pues sino todas las probetas romperían siempre por su superficie exterior.

4 Conclusiones finales.

Recomendaciones y trabajos futuros

En este trabajo se pretende dilucidar el origen del daño presente en un laminado *cross-ply* de configuración $[0_2,90]_S$, y que fue puesto de manifiesto en [15]. El interés reside en que este difiere en gran medida del mecanismo de daño convencional que se deriva del ensayo de tracción, por presentar delaminaciones continuadas entre las capas de 0° y 90° , seguido de grietas con una inclinación muy marcada a 45° a lo largo de la capa de 90° .

Para ello se parte de la suposición de que el daño arranca en la superficie exterior de la probeta, aplicando el conocido como *efecto borde*; buscando así caracterizar el estado tensional interlaminar singular en esta superficie para determinar si está en este el origen de la delaminación.

Previo a la caracterización de la singularidad tensional, se necesita un modelo sencillo que represente con suficiente precisión el problema elástico al que se somete la probeta previo a la aparición del daño. Este estudio se realiza en el capítulo 2 mediante el programa de elementos finitos ANSYS y se puede resumir en diferentes puntos:

- En primer lugar se realizan modelos 3D con la geometría original de la probeta, que se resuelven tanto desde un punto de vista mecánico como térmico. Al reducir progresivamente las dimensiones totales de la probeta, manteniendo intacto el mallado local alrededor de la esquina interlaminar, se obtienen variaciones ínfimas en el valor tensional máximo. Se demuestra entonces la dependencia exclusiva de las tensiones interlaminares con el mallado y la geometría local, reduciéndose el análisis tridimensional a un hexaedro bastante próximo a la esquina de interés.
- Una vez se obtiene un modelo tridimensional sencillo equivalente al original, se procede con la modificación del espesor de la capa de 90° para estudiar su influencia en el valor tensional máximo. Para establecer comparaciones válidas entre cada configuración es imprescindible que el degradado y tamaño de los elementos del mallado permanezca constante. Se obtiene entonces el mayor valor de las tensiones para aquellas configuraciones con espesores menores.
- Se realizan modelos en *deformación plana generalizada*, cuya solución en desplazamientos y tensiones es equivalente a la que aporta el modelo tridimensional simplificado. Se obtiene entonces un modelo bidimensional sencillo que reproduce fielmente el problema y sobre el que se puede caracterizar el estado tensional singular con mucha más precisión.
- Del análisis con cambio de espesor de la capa de 90° en los modelos bidimensionales, se refleja la superioridad de las tensiones interlaminares del laminado $[0_2,90]_S$ frente al resto. Además, no hay relación proporcional entre el aumento de espesor de la capa de 90° y la disminución del valor tensional máximo, tendiendo este hacia un mínimo constante si el espesor aumenta lo suficiente.

- De forma general, las tensiones mayores se alcanzan en las proximidades de la esquina interlaminar. El tamaño de la zona afectada es tal que contiene un número suficiente de fibras como para validar la hipótesis de material homogéneo supuesta

Una vez se tiene un modelo bidimensional sencillo representativo del problema elástico, se está en condiciones de caracterizar el estado tensional singular con la suficiente precisión. Este proceso se realiza en el capítulo 3 y se resume en diversos puntos:

- Para captar mediante simulaciones en ANSYS la singularidad tensional, es necesario mallar muy fino en el entorno de la esquina interlaminar. Para ello se define un semicírculo de radio igual al espesor de la capa de 0° dividido entre 100, donde el mallado es muchísimo más preciso y se degrada cuidadosamente en las direcciones restantes. Este problema se resuelve desde el punto de vista mecánico y térmico, con el objetivo de conocer la contribución a la singularidad tensional de cada parte por separado.
- Mediante el procedimiento detallado en [5], se obtiene la solución analítica. Esta presenta un único término singular principal donde el exponente $\lambda_1 = 0.9102654$ provoca un crecimiento lento de las tensiones del orden de $r^{-0.0897346}$.
- Mediante un procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados entre la solución "ANL" y "FEM" se obtiene el *Factor de Intensificación de Tensiones* K_1 para configuraciones de laminados $[0_2, 90_n]_S$, donde se mantiene intacto el mallado local interlaminar. El ajuste se realiza para las tensiones σ_θ de los nodos de la semicircunferencia correspondiente con la capa de 90° , resultando valores mayores del análisis térmico que del mecánico. El interés de la obtención de K_1 reside en que este es un parámetro que cuantifica la severidad de la singularidad tensional que puede originar la delaminación observada.
- Se obtiene la dependencia entre los valores de K_1 y el espesor de la capa de 90° , resultando un efecto borde creciente en las configuraciones con menor espesor de esta capa. En concreto, se observa una no proporcionalidad entre el aumento de espesor y la disminución de la singularidad tensional; por ejemplo, para el caso del laminado $[0_2, 90]_S$, resulta un valor de $K_1 = 43.2571$ y para el laminado $[0_2, 90_{10}]_S$ un valor de $K_1 = 35.2084$, por tanto, para un aumento del espesor de la capa de 90° de 10 veces, la severidad de la singularidad tensional disminuye entorno al 18.6%.
- Se determina la magnitud de la zona afectada por unas tensiones superiores a las de rotura o agrietamiento de la capa de 90° , resultando que tanto para las tensiones σ_θ como para las tensiones $\sigma_{r\theta}$ la zona no incluye ni una sola fibra. En el caso de las tensiones σ_θ , la zona se extiende a lo largo de la intercara hasta una longitud del orden de $1.738\mu m$, siendo prácticamente inexistente en el caso de las tensiones tangenciales.

Llegados a este punto se cumplen los objetivos pensados para esta investigación, centrados en caracterizar la singularidad tensional presente en la superficie exterior de la probeta en función del espesor de las capas del laminado.

De este trabajo se obtienen dos resultados fundamentales. Por una parte, se concluye que para configuraciones con espesores pequeños de la capa 90° , el efecto borde crece, traducándose en un aumento de la singularidad tensional presente a nivel interlaminar. Sin embargo, que la severidad de la singularidad tensional crezca no es razón suficiente como para relacionar el origen de las delaminaciones con las tensiones singulares interlaminares. Es por esto que se determina el tamaño de la zona afectada por unas tensiones singulares superiores a las de rotura, resultando que en ningún caso la zona incluye alguna fibra; la razón está en el suave crecimiento de las tensiones a lo largo de la intercara debido al orden pequeño de la singularidad.

A priori, parece que la singularidad tensional interlaminar presente no es suficiente como para originar las delaminaciones observadas. Sin embargo, se recomienda que en trabajos futuros se

contemplan los resultados obtenidos en las investigaciones que se realizan de forma paralela a esta sobre la propagación y penetración del daño en la laminada de 90° , para así reunir un conjunto de evidencias fiables en las cuales basar la justificación sobre el origen y la penetración del daño.

En caso de que todos los resultados indiquen que el daño debe comenzar con la delaminación en la superficie exterior de la probeta, se recomienda la utilización de criterios de fractura junto con el cálculo de la energía disponible para formar nuevas superficies a nivel interlaminar.

Índice de Figuras

1	Mecanismo de daño observado en laminado cross-ply $[0_2,90]_S$ sometido a tracción hasta un valor del 80% de la carga de rotura media del panel [15]	V
1.1	Uso de materiales compuestos en la aviación comercial	1
1.2	Configuración esquemática de varias disposiciones de la fibra en un material compuesto. La primera se corresponde con un laminado unidireccional de fibra continua, la central con uno bidireccional y la última con fibra discontinua dispuesta al azar	3
1.3	Representación esquemática del laminado cross-ply $[0_m,90_n]_S$	4
1.4	Laminado ortótropo y ejes de ortotropía	5
1.5	Modo de fallo convencional para laminados cross-ply, consistente en grietas transversales prácticamente rectas a lo largo del espesor de la capa de 90° . Al alcanzar la capa de 0° , se bifurcan en una grieta de delaminación [6]	6
1.6	Comparación de ambos modos de fallo (a-b) [14]. a) Se corresponde con un laminado $[0_2,90_2]_S$ sometido a tracción; b) Se corresponde con un laminado $[0_2,90_4]_S$ sometido a tracción	7
1.7	Grietas inclinadas a 45° y delaminaciones observadas en una de las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ sometida a un ensayo al 80% de la carga de rotura. Aumentos x200 [15]	8
1.8	Grietas inclinadas a 45° y delaminaciones observadas en otra de las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ sometida a un ensayo al 80% de la carga de rotura. Aumentos x200 [15]	9
1.9	Ensayo de tracción sobre una probeta perteneciente al laminado $[0_2,90]_S$. Aplicando simetría, se puede analizar el mismo problema en una octava parte de la geometría	10
1.10	Deformada mecánica y tensiones interlaminares que pueden causar el agrietamiento y la delaminación.	11
1.11	Modos de fractura I, II y III [9]	11
1.12	Deformada por enfriamiento en un octavo de una probeta del laminado $[0_2,90]_S$	13
2.1	Esquemmatización del problema mecánico y la deformada asociada a la sección más alejada de la zona de imposición del desplazamiento	16
2.2	Mallado del modelo mecánico original	17
2.3	Deformada en la esquina del modelo mecánico original	18
2.4	Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico original	19

2.5	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico original	19
2.6	Mallado del modelo mecánico 7	22
2.7	Deformada del modelo mecánico 7	22
2.8	Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 7	22
2.9	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 7	22
2.10	Mallado del modelo mecánico 9	23
2.11	Deformada del modelo mecánico 9	23
2.12	Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 9	23
2.13	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 9	24
2.14	Mallado del modelo mecánico 12	24
2.15	Deformada del modelo mecánico 12	24
2.16	Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 12	25
2.17	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 12	25
2.18	Mallado del modelo mecánico 13	25
2.19	Deformada del modelo mecánico 13	26
2.20	Tensiones σ_y en la esquina del modelo mecánico 13	26
2.21	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo mecánico 13	26
2.22	Tamaño de elemento más pequeño en el degradado del mallado	28
2.23	Desplazamientos significativos en la deformada del modelo	29
2.24	Variación, con carácter indicativo, en las tensiones máximas σ_y y σ_{yz} en cada laminado	29
2.25	Detalle de la figura 2.24	30
2.26	Deformada de los modelos mecánicos con cambio de espesor	30
2.27	Tensiones σ_y de los modelos mecánicos con cambio de espesor	31
2.28	Tensiones σ_{yz} de los modelos mecánicos con cambio de espesor	31
2.29	Modelo 2D simulado en deformación plana generalizada	32
2.30	Desplazamientos significativos en el modelo 2D	33
2.31	Deformada de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D	34
2.32	Tensiones σ_y de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D	34
2.33	Tensiones σ_{xy} de los modelos mecánicos con cambio de espesor en 2D	35
2.34	Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{xy} en cada laminado	35
2.35	Detalle de la figura 2.34	36
2.36	Comparación de los desplazamientos nodales del problema mecánico 2D y 3D para diferentes laminados. Código para hacer el zoom en [7]	37
2.37	Mallado del modelo térmico 1	38
2.38	Deformada en la esquina del modelo térmico 1	39
2.39	Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 1	39
2.40	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 1	39
2.41	Mallado del modelo térmico 7	41
2.42	Deformada del modelo térmico 7	42
2.43	Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 7	42
2.44	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 7	42
2.45	Mallado del modelo térmico 9	43
2.46	Deformada del modelo térmico 9	43
2.47	Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 9	43
2.48	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 9	43
2.49	Mallado del modelo térmico 12	44
2.50	Deformada del modelo térmico 12	44
2.51	Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 12	44
2.52	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 12	45

2.53	Mallado del modelo térmico 13	45
2.54	Deformada del modelo térmico 13	45
2.55	Tensiones σ_y en la esquina del modelo térmico 13	46
2.56	Tensiones σ_{yz} en la esquina del modelo térmico 13	46
2.57	Deformada de los modelos térmicos con cambio de espesor	48
2.58	Tensiones σ_y de los modelos térmicos con cambio de espesor	48
2.59	Tensiones σ_{yz} de los modelos térmicos con cambio de espesor	49
2.60	Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{yz} en cada laminado del problema térmico	49
2.61	Detalle de la figura 2.60	50
2.62	Deformada de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D	51
2.63	Tensiones σ_y de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D	52
2.64	Tensiones σ_{xy} de los modelos térmicos con cambio de espesor en 2D	52
2.65	Variación en las tensiones máximas σ_y y σ_{xy} en cada laminado	53
2.66	Detalle sobre la figura 2.65	53
2.67	Comparación de los desplazamientos nodales del problema térmico para diferentes laminados. Código para hacer el zoom en [7]	54
2.68	Fibras de $7\mu m$ repartidas aleatoriamente en la zona interlaminar donde se han representado las tensiones σ_y	55
2.69	Fibras de $7\mu m$ repartidas aleatoriamente en la zona interlaminar donde se han representado las tensiones σ_{xy}	56
3.1	Zona local de evaluación de las tensiones para determinación de los GSIFs	59
3.2	Comparación en forma de las tensiones "FEM" y "ANL" del problema mecánico	61
3.3	Ajuste realizado sobre σ_θ para laminados $[0_2, 90_n]_S$ en el problema mecánico	62
3.4	Representación de K_1 en función del laminado para el problema mecánico	63
3.5	Detalle sobre la figura 3.5	64
3.6	Representación de K_1 en función del laminado para el problema térmico	65
3.7	Detalle de la figura 3.6	65
3.8	Ajuste realizado sobre σ_θ para laminados $[0_2, 90_n]_S$ en el problema mecánico	66
3.9	Representación de K_1 en función del laminado	67
3.10	Detalle de la figura 3.9	68
3.11	Tensiones que pueden originar la delaminación	68
3.12	Zona donde la tensión σ_θ es superior a la de rotura	69
3.13	Zona donde la tensión $\sigma_{r\theta}$ es superior a la de rotura	70
A.1	Centro elástico	96

Índice de Tablas

1.1	Comparación de propiedades entre materiales metálicos convencionales y laminados "cross-ply" de material compuesto [13]	4
1.2	Constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina ortótropa homogénea equivalente en ejes de ortotropía	5
1.3	Constantes elásticas que definen el comportamiento mecánico de la lámina ortótropa homogénea equivalente en ejes de ortotropía	12
1.4	Dimensiones de las probetas del laminado $[0_2,90]_S$ sometidas a ensayo	12
1.5	Coefficiente de dilatación térmica en lámina ortótropa carbono-epoxi	13
1.6	Coefficiente de dilatación térmica en lámina ortótropa carbono-epoxi a temperatura ambiente	13
1.7	Coefficiente de dilatación térmica medio en lámina ortótropa carbono-epoxi tras un proceso de enfriamiento desde 120°C a 20°C	13
2.1	Parámetros de los modelos mecánicos para optimización de la geometría	20
2.2	Parámetros de los modelos mecánicos para optimización de la geometría	20
2.3	Modelos mecánicos para diferente espesor de las capas del laminado	28
2.4	Modelos mecánicos para diferente espesor de las capas del laminado	28
2.5	Desplazamientos en puntos significativos del modelo 3D	29
2.6	Modelos mecánicos 2D para diferente espesor de las capas del laminado	32
2.7	Modelos mecánicos en 2D para diferente espesor de las capas del laminado	33
2.8	Desplazamientos en puntos significativos del modelo 2D	33
2.9	Parámetros de los modelos térmicos para optimización de la geometría	40
2.10	Parámetros de los modelos térmicos para optimización de la geometría	40
2.11	Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado	47
2.12	Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado	47
2.13	Desplazamientos en puntos significativos del modelo tridimensional térmico	47
2.14	Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado en 2D	50
2.15	Modelos térmicos para diferente espesor de las capas del laminado en 2D	50
2.16	Desplazamientos en puntos significativos del modelo térmico en 2D	51
3.1	Factor de intensificación de tensiones en los modelos mecánicos	63
3.2	K_1 obtenido del problema térmico para cada laminado	64
3.3	K_1 obtenido del problema completo para cada laminado	67
A.1	Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 1-9	83

A.2	Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 10-11	87
A.3	Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 12-13	90
A.4	Cambios en el código base de estudio de la influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo mecánico 3D	92
A.5	Cambios en el código base en MATLAB®	95
A.6	Cambios en el código base	96
A.7	Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 1-9	99
A.8	Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 10-11	103
A.9	Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 12-13	106
B.1	Cambios en el código para el cálculo de las tensiones singulares mecánicas	117

Índice de Códigos

A.1	Optimización geométrica de los modelos mecánicos 1-9	84
A.2	Optimización geométrica de los modelos mecánicos 10-11	87
A.3	Optimización geométrica de los modelos mecánicos 12-13	90
A.4	Influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo mecánico 3D	92
A.5	Cálculo de P1 P2 P3 en MATLAB®	95
A.6	Modelo 2D mecánico en deformación plana generalizada	96
A.7	Optimización geométrica de los modelos térmicos 1-9	99
A.8	Optimización geométrica de los modelos térmicos 10-11	103
A.9	Optimización geométrica de los modelos térmicos 12-13	106
A.10	Influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo térmico 3D	108
A.11	Modelo 2D térmico en deformación plana generalizada	111
A.12	Problema completo 2D	113
B.1	Simulación para el cálculo de las tensiones singulares mecánicas	117
B.2	Procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados	120
B.3	Zoom sobre gráfica	123
B.4	Simulación para el cálculo de las tensiones singulares térmicas	125
B.5	Simulación para el cálculo de las tensiones singulares en la intercara	128

Apéndice A

Códigos del Capítulo 2

Se adjuntan los códigos de simulación en ANSYS del problema elástico descrito en el capítulo 2. Estos se dividen en tres grandes grupos, correspondientes con las simulaciones mecánicas, térmicas y del problema completo. Además, se presentan códigos elaborados en MATLAB® para el cálculo de ciertos parámetros o la representación de figuras.

A.1 Simulación mecánica

Las simulaciones mecánicas se dividen también en tres grandes grupos, correspondientes con los códigos de optimización geométrica en 3D, los códigos donde se modifica el espesor de la capa de 90° para la geometría tridimensional óptima y los códigos bidimensionales en deformación plana generalizada con cambio de espesor de la capa de 90°.

A.1.1 Optimización geométrica

Modelo mecánico 1-9

Se adjunta el código base válido para los modelos mecánicos 1-9 simulados en el capítulo 2, sección 2.1.1. En la tabla A.1 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.1 Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 1-9.

Modelo	Dimensiones [mm]			Mallado			Desplazamiento [mm]	
	Nº	L	w	orv1	orv2	size1	size2	size3
1	77.5	7.5	2*or	0.5*L	0.25	0.8	1	0.5
2	77.5/5	7.5	2*or	0.5*L	0.2	0.35	0.75	0.5/5
3	77.5/10	7.5	2*or	0.85*L	0.2	0.25	0.7	0.5/10
4	77.5/15	7.5	2*or	0.85*L	0.18	0.25	0.7	0.5/15
5	77.5/20	7.5	1.5*or	0.9*L	0.14	0.18	0.7	0.5/20
6	77.5/25	7.5	1.3*or	0.9*L	0.1	0.15	0.7	0.5/25
7	77.5/30	7.5	1.2*or	0.95*L	0.1	0.12	0.7	0.5/30
8	77.5/30	7.5/2	1.2*or	0.95*L	0.07	0.1	0.7	0.5/30
9	77.5/30	7.5/3	1.2*or	0.95*L	0.06	0.09	0.5	0.5/30

Código A.1 Optimización geométrica de los modelos mecánicos 1-9.

```
/PREP 7
! Análisis mecánico: modelos 1-9

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!w=ancho
!e=espesor lamina
!L=longitud
w=7.5
e=0.19
L=77.5

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!esquina1
!orden de la esquina, 4 veces espesor total
et=2.5*e
or=4*et
!esquina de 90
BLOCK,L-or,L,0,0.5*e,w-or,w
!esquina de 0
BLOCK,L-or,L,0.5*e,2.5*e,w-or,w

!esquina2 para refinado del mallado
!orvx,z=orden del volumen
orv1=2*or
!lamina de 90
BLOCK,L-orv1,L,0,0.5*e,w-orv1,w
```

```
!lamina de 0
BLOCK,L-ordv1,L,0.5*e,2.5*e,w-ordv1,w

!volumen cercano a la esquina2 para refinado del mallado
!ordv=orden del volumen
ordv2=0.5*L
!lamina de 90
BLOCK,L-ordv2,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,L-ordv2,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!separamos todos los volúmenes
VOVLAP,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=40
p=10

LESIZE,115,,,d
LESIZE,38,,,d
LESIZE,48,,,d
LESIZE,114,,,d
LESIZE,103,,,d
LESIZE,101,,,d
LESIZE,33,,,d
LESIZE,28,,,d
LESIZE,36,,,d
LESIZE,26,,,d

LESIZE,111,,,3/4*d
LESIZE,113,,,3/4*d
LESIZE,112,,,3/4*d

LESIZE,32,,,d/4
LESIZE,25,,,d/4
LESIZE,27,,,d/4

LESIZE,104,,,d,p
LESIZE,102,,,d,p
LESIZE,116,,,3/4*d,p
LESIZE,6,,,d/4,1/p

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquinal
MSHAPE,0,3D
```

```
ESYS,11
VMESH,12
ESYS,12
VMESH,10

!Mallado esquina2
size1=0.25
ESIZE,size1
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,15
ESYS,12
VMESH,13

!Mallado volumen cercano esquina
size2=0.8
ESIZE,size2
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,16
ESYS,12
VMESH,14

!Mallado volumen lejano esquina
size3=1
ESIZE,size3
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,11
ESYS,12
VMESH,9

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las areas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,53
ASEL,A,AREA,,67
ASEL,A,AREA,,65
ASEL,A,AREA,,78
ASEL,A,AREA,,71
ASEL,A,AREA,,83
ASEL,A,AREA,,56
ASEL,A,AREA,,70
ASEL,A,AREA,,75
ASEL,A,AREA,,51
ASEL,A,AREA,,60
ASEL,A,AREA,,49
ASEL,A,AREA,,81
ASEL,A,AREA,,72

!aplicar simetria a la seleccion
```

```

DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Desplazamiento de borde
ux=-0.5
CSYS,0
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UX,ux
ALLSEL,ALL

```

Modelo mecánico 10-11

Se adjunta el código base válido para los modelos mecánicos 10 y 11 simulados en el capítulo 2. En la tabla A.2 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.2 Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 10-11.

Modelo	Dimensiones [mm]		Mallado	Desplazamiento [mm]
	Nº	L	w	$-u_x$
10	77.5/35	L	0.05	0.5/35
11	77.5/38.5	L	0.03	0.5/38.5

Código A.2 Optimización geométrica de los modelos mecánicos 10-11.

```

/PREP 7
! Análisis mecánico: modelos 10,11

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

```

```
!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!e=espesor lamina
!et=espesor total laminado
!L=longitud
!w=ancho
e=0.19
et=0.19*2.5
L=77.5/38.5
w=L

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!esquina1
!orden de la esquina, 4 veces espesor total
et=2.5*e
or=4*et
!esquina de 90
BLOCK,L-or,L,0,0.5*e,w-or,w
!esquina de 0
BLOCK,L-or,L,0.5*e,2.5*e,w-or,w

!separamos todos los volumenes
VOVLAP,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=40
p=10

LESIZE,57,, ,d
LESIZE,48,, ,d
LESIZE,38,, ,d
LESIZE,56,, ,d
LESIZE,36,, ,d
LESIZE,26,, ,d
LESIZE,51,, ,d
LESIZE,33,, ,d
LESIZE,28,, ,d
LESIZE,49,, ,d

LESIZE,55,, ,3/4*d
LESIZE,53,, ,3/4*d
LESIZE,54,, ,3/4*d

LESIZE,32,, ,d/4
```



```
LESIZE,25,,,d/4
LESIZE,27,,,d/4

LESIZE,52,,,d,p
LESIZE,50,,,d,p
LESIZE,58,,,3/4*d,p
LESIZE,6,,,d/4,1/p

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina1
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,6
ESYS,12
VMESH,5

!Mallado volumen exterior esquina
size1=0.03
ESIZE,size1
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,8
ESYS,12
VMESH,7

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las areas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,32
ASEL,A,AREA,,40
ASEL,A,AREA,,25
ASEL,A,AREA,,34
ASEL,A,AREA,,28
ASEL,A,AREA,,37
ASEL,A,AREA,,38
ASEL,A,AREA,,1

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Desplazamiento de borde
ux=-0.5/38.5
CSYS,0
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UX,ux
ALLSEL,ALL
```

Modelo mecánico 12-13

Se adjunta el código base válido para los modelos mecánicos 12 y 13 simulados en el capítulo 2. En la tabla A.3 se muestran los cambios numéricos a realizar sobre el código base.

Tabla A.3 Cambios en el código base de optimización geométrica de los modelos mecánicos 12-13.

Modelo	Dimensiones [mm]		Mallado	Desplazamiento [mm]
Nº	L	w	d	$-u_x$
12	77.5/40.77	L	40	0.5/40.77
13	77.5/40.77	L	48	0.5/40.77

Código A.3 Optimización geométrica de los modelos mecánicos 12-13.

```

/PREP 7
!Análisis mecánico: modelos 12,13

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!e=espesor lamina
!et=espesor total laminado
!L=longitud
!w=ancho
e=0.19
et=0.19*2.5
L=77.5/38.5
w=L

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w

```

```
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!unimos todos los volumenenes, no solape de aristas ni aereas
VGLUE,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=48
p=10

LESIZE,19,,,d
LESIZE,24,,,d
LESIZE,14,,,d
LESIZE,23,,,d
LESIZE,12,,,d
LESIZE,2,,,d
LESIZE,5,,,d
LESIZE,9,,,d
LESIZE,4,,,d
LESIZE,10,,,d

LESIZE,28,,,3/4*d
LESIZE,25,,,3/4*d
LESIZE,26,,,3/4*d

LESIZE,8,,,d/4
LESIZE,1,,,d/4
LESIZE,3,,,d/4

LESIZE,7,,,d,p
LESIZE,11,,,d,p
LESIZE,27,,,3/4*d,p
LESIZE,6,,,d/4,1/p

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,3
ESYS,12
VMESH,1

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las aereas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,15
```

```

ASEL,A,AREA,,6
ASEL,A,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,13
ASEL,A,AREA,,3

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Desplazamiento de borde
ux=-0.5/38.5
CSYS,0
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UX,ux
ALLSEL,ALL

```

A.1.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D

Se adjunta el código base válido para los modelos 1, 2, 3 y 4 simulados en el capítulo 2, sección 2.1.2. En la tabla A.4 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.4 Cambios en el código base de estudio de la influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo mecánico 3D.

Nº	Modelo Laminado	Espesores [mm]		Elementos			Degradado		
		e1	e2	d1	d2	d3	p1	p2	p3
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0.5*e	2.5*e	48	36	12	10	5.4836	3.4171
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	e	3e	48	32	16	10	6.5635	6.4704
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.5*e	3.5*e	48	27	21	10	8.4417	7.9539
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	2*e	4*e	48	24	24	10	10	10

Código A.4 Influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo mecánico 3D.

```

/PREP 7
! Análisis mecánico con espesores: modelos 1-4

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos\\
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa\\
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000

```

```
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8\\
!w=ancho
!e=espesor lamina
!L=longitud
e=0.19
L=77.5/40.77
w=L

!secuencia apilado
e1=0.5*e
e2=2.5*e
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,e1,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,e1,e2,0,w

!unimos todos los volúmenes, no solape de aristas ni áreas
VGLUE,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d1=48
d2=36
d3=12
p1=10
p2=5.4836
p=3.4171

LESIZE,19,,d1
LESIZE,24,,d1
LESIZE,14,,d1
LESIZE,23,,d1
LESIZE,12,,d1
LESIZE,2,,d1
LESIZE,5,,d1
LESIZE,9,,d1
LESIZE,4,,d1
LESIZE,10,,d1

LESIZE,28,,d2
```

```

LESIZE,25,,d2
LESIZE,26,,d2

LESIZE,8,,d3
LESIZE,1,,d3
LESIZE,3,,d3

LESIZE,7,,d1,p1
LESIZE,11,,d1,1/p1
LESIZE,27,,d2,p2
LESIZE,6,,d3,1/p3

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,3
ESYS,12
VMESH,1

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las aereas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,15
ASEL,A,AREA,,6
ASEL,A,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,13
ASEL,A,AREA,,3

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Desplazamiento de borde
ux=-0.5/40.77
CSYS,0
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UX,ux
ALLSEL,ALL

```

Para poder comparar resultados se debe mantener el tamaño de los elementos en la esquina, sobre todo el de los más pequeños. Para calcular los parámetros p_1 , p_2 y p_3 que consiguen degradar la malla manteniendo el tamaño constante, se elabora un código en MATLAB®. En la tabla A.5 se registran los cambios a realizar sobre el código base para obtener los resultados buscados.

Tabla A.5 Cambios en el código base en MATLAB®.

Nº	Modelo	Arista vertical capa de 0°		Arista vertical capa de 90°	
	Laminado	LT2	N2	LT3	N3
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0.19*2	36	0.19/2	12
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	0.19*2	32	0.19	16
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	0.19*2	27	0.19*3/2	21
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	0.19*2	24	0.19*2	24

Código A.5 Cálculo de P1 P2 P3 en MATLAB®.

```

%% Progresion arista 1

LT1=77.5/40.77;           %longitud total arista
ln1=1.0044780725e-02;    %longitud mas pequeña buscada
N1=48;                   %numero de elementos por arista
y1=@(f)1-f.^N1-(1-f)*(LT1/ln1);
s1=fzero(y1,1.5);
p1=s1^(N1-1)

%% Progresion arista 2

LT2=0.19*2;             %longitud total arista
ln2=3.9801399600e-03;   %longitud mas pequeña buscada
N2=36;                   %numero de elementos por arista
y2=@(f)1-f.^N2-(1-f)*(LT2/ln2);
s2=fzero(y2,1.5);
p2=s2^(N2-1)

%% Progresion arista 3

LT3=0.19/2;             %longitud total arista
ln3=3.9801399600e-03;   %longitud más pequeña buscada
N3=12;                   %numero de elementos por arista
y3=@(f)1-f.^N3-(1-f)*(LT3/ln3);
s3=fzero(y3,2);
p3=s3^(N3-1)

```

A.1.3 Modelo 2D considerando deformación plana generalizada

Se adjunta el código base válido para los modelos mecánicos 1,2,3 y 4 simulados en el capítulo 2 en la sección 2.1.3. Ahora se analiza una geometría bidimensional considerando el problema en *deformación plana generalizada*.

Para realizar modelos en *deformación plana generalizada* se utiliza la orden "GSGDATA,L,cx,cy" donde *L* se corresponde con la longitud de la probeta y *cx* y *cy* son las coordenadas del *centro elástico*. Destacar que en la ayuda de ANSYS no indica que "cx" y "cy" deben ser las coordenadas del centro elástico, sin embargo, se ha llegado a este razonamiento gracias al conocimiento a priori de la deformada que debe aparecer a nivel de sección.

Se define el *centro elástico* como el punto de la sección respecto al cuál se anulan los términos de los momentos estáticos [13]; en el presente trabajo se corresponde con el punto por el que pasa la resultante de las tracciones aplicadas en la sección ante una deformación uniforme o lo que es lo mismo, es el punto de aplicación de la condición de contorno de desplazamiento para tener una equivalencia correcta con el problema 3D y no inducir momentos extra en la deformada.

En la figura A.1 se esquematiza la definición del centro elástico; para una deformación constante impuesta en el extremo de la probeta, las tensiones en la lámina de 0° son superiores a las que aparecen en la lámina de 90° debido a que la lámina de 0° es mucho más rígida en esa dirección. Considerando una deformación unidad, se puede calcular la resultante de las tensiones en cada lámina y por consiguiente el centro elástico y_{cg} ; siendo $E_{11} = 135000MPa$, $E_{22} = 8750MPa$, e_1 la altura de la capa de 90° y e_2 la altura de la capa de 0°.

$$y_{ce} = \frac{E_{11} \cdot (e_2 - e_1) \cdot (e_1 + (e_2 - e_1)/2) + E_{22} \cdot e_1 \cdot e_1/2}{E_{11} \cdot (e_2 - e_1) + E_{22} \cdot e_1} \tag{A.1}$$

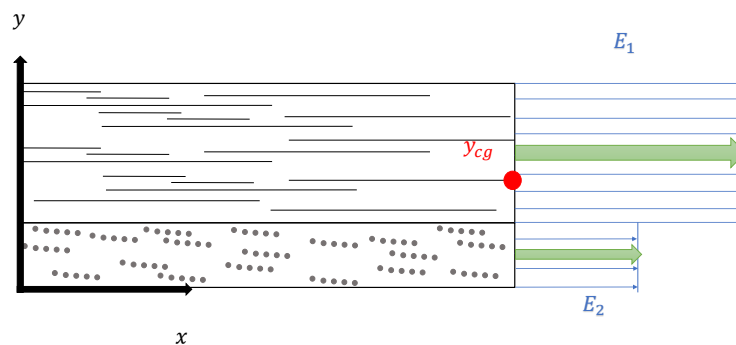


Figura A.1 Centro elástico.

En la tabla A.6 se muestran los cambios numéricos a realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria, de tal forma que el mallado sea idéntico al de la geometría 3D.

Tabla A.6 Cambios en el código base.

Nº	Modelo	Espesores [mm]		Elementos			Degradado			Centro elástico [mm]
	Laminado	e1	e2	d1	d2	d3	p1	p2	p3	c _y
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0.5*e	2.5*e	48	36	12	10	5.4836	3.4171	0.281213
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	e	3e	48	32	16	10	6.5635	6.4704	0.371054
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.5*e	3.5*e	48	27	21	10	8.4417	7.9539	0.459586
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	2*e	4*e	48	24	24	10	10	10	0.546870

Código A.6 Modelo 2D mecánico en deformación plana generalizada.

```
/PREP7

!Modelo de DPG mecanico

!Propiedades del material 2
!Lamina de 90
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Propiedades del material 1
!Lámina de 0
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,EZ,1,135000
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero 2D de 4 nodos con 2
  gdl
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5

!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=0.5*e
e2=2.5*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2
!Union de rectangulos
AGLUE,ALL
```

```
!Degradado del mallado
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=48
d2=36
d3=12
p1=10
p2=5.4836
p3=3.4171

LESIZE,7,,d1
LESIZE,1,,d1
LESIZE,9,,d2
LESIZE,2,,d3

LESIZE,3,,d1,1/p1
LESIZE,10,,d2,p2
LESIZE,4,,d3,p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,2
AMESH,1

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,1
AMES,3

!Condiciones de DPG
!Longitud original de la probeta
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.281213
GSGDATA,L,cx,cy
!ux es el desplazamiento del extremo, teniendo en cuenta la longitud
anterior
uz=0.5/40.77
GSBDATA,LFIBER,uz

!Condiciones de simetria
DL,1,1,SYMM
DL,2,1,SYMM
DL,9,3,SYMM
```

A.2 Simulación térmica

A.2.1 Optimización geométrica

Modelo térmico 1-9

Se adjunta el código base válido para los modelos térmicos 1-9 simulados en el capítulo 2, sección 2.2.1. En la tabla A.7 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.7 Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 1-9.

Modelo	Dimensiones [mm]			Mallado				
	Nº	L	w	orv1	orv2	size1	size2	size3
1	77.5	7.5	7.5	2*or	0.5*L	0.25	0.8	1
2	77.5/5	7.5	7.5	2*or	0.5*L	0.2	0.35	0.75
3	77.5/10	7.5	7.5	2*or	0.85*L	0.2	0.25	0.7
4	77.5/15	7.5	7.5	2*or	0.85*L	0.18	0.25	0.7
5	77.5/20	7.5	7.5	1.5*or	0.9*L	0.14	0.18	0.7
6	77.5/25	7.5	7.5	1.3*or	0.9*L	0.1	0.15	0.7
7	77.5/30	7.5	7.5	1.2*or	0.95*L	0.1	0.12	0.7
8	77.5/30	7.5/2	7.5	1.2*or	0.95*L	0.07	0.1	0.7
9	77.5/30	7.5/3	7.5	1.2*or	0.95*L	0.06	0.09	0.5

Código A.7 Optimización geométrica de los modelos térmicos 1-9.

```

/PREP 7
! Análisis mecánico: modelos 1-9

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa

```

```
MPDATA,CTEX,1,,-8.08372e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,,17.7742e-6

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!w=ancho
!e=espesor lamina
!L=longitud
w=7.5
e=0.19
L=77.5

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!esquina1
!orden de la esquina, 4 veces espesor total
et=2.5*e
or=4*et
!esquina de 90
BLOCK,L-or,L,0,0.5*e,w-or,w
!esquina de 0
BLOCK,L-or,L,0.5*e,2.5*e,w-or,w

!esquina2 para refinado del mallado
!orvx,z=orden del volumen
orv1=2*or
!lamina de 90
BLOCK,L-orv1,L,0,0.5*e,w-orv1,w
!lamina de 0
BLOCK,L-orv1,L,0.5*e,2.5*e,w-orv1,w

!volumen cercano a la esquina2 para refinado del mallado
!orv=orden del volumen
orv2=0.5*L
!lamina de 90
BLOCK,L-orv2,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,L-orv2,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!separamos todos los volúmenes
VOVLAP,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=40
```

```
p=10

LESIZE,115,,,d
LESIZE,38,,,d
LESIZE,48,,,d
LESIZE,114,,,d
LESIZE,103,,,d
LESIZE,101,,,d
LESIZE,33,,,d
LESIZE,28,,,d
LESIZE,36,,,d
LESIZE,26,,,d

LESIZE,111,,,3/4*d
LESIZE,113,,,3/4*d
LESIZE,112,,,3/4*d

LESIZE,32,,,d/4
LESIZE,25,,,d/4
LESIZE,27,,,d/4

LESIZE,104,,,d,p
LESIZE,102,,,d,p
LESIZE,116,,,3/4*d,p
LESIZE,6,,,d/4,1/p

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina1
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,12
ESYS,12
VMESH,10

!Mallado esquina2
size1=0.25
ESIZE,size1
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,15
ESYS,12
VMESH,13

!Mallado volumen cercano esquina
size2=0.8
ESIZE,size2
MSHAPE,1,3D
```

```
ESYS,11
VMESH,16
ESYS,12
VMESH,14

!Mallado volumen lejano esquina
size3=1
ESIZE,size3
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,11
ESYS,12
VMESH,9

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las areas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,53
ASEL,A,AREA,,67
ASEL,A,AREA,,65
ASEL,A,AREA,,78
ASEL,A,AREA,,71
ASEL,A,AREA,,83
ASEL,A,AREA,,56
ASEL,A,AREA,,70
ASEL,A,AREA,,75
ASEL,A,AREA,,51
ASEL,A,AREA,,60
ASEL,A,AREA,,49
ASEL,A,AREA,,81
ASEL,A,AREA,,72

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Enfriamiento
CSYS,0
BFV,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL
```

Modelo térmico 10-11

Se adjunta el código base válido para los modelos térmicos 10 y 11. En la tabla A.8 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.8 Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 10-11.

Modelo	Dimensiones [mm]		Mallado
	Nº	L	w
10	77.5/35	L	0.05
11	77.5/38.5	L	0.03

Código A.8 Optimización geométrica de los modelos térmicos 10-11.

```

/PREP 7
! Análisis mecánico: modelos 10,11

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPDATA,CTEX,1,,-8.08372e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,,17.7742e-6

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!e=espesor lamina
!et=espesor total laminado
!L=longitud
!w=ancho
e=0.19
et=0.19*2.5
L=77.5/38.5

```

```

w=L

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!esquina1
!orden de la esquina, 4 veces espesor total
et=2.5*e
or=4*et
!esquina de 90
BLOCK,L-or,L,0,0.5*e,w-or,w
!esquina de 0
BLOCK,L-or,L,0.5*e,2.5*e,w-or,w

!separamos todos los volumenes
VOVLAP,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=40
p=10

LESIZE,57,, ,d
LESIZE,48,, ,d
LESIZE,38,, ,d
LESIZE,56,, ,d
LESIZE,36,, ,d
LESIZE,26,, ,d
LESIZE,51,, ,d
LESIZE,33,, ,d
LESIZE,28,, ,d
LESIZE,49,, ,d

LESIZE,55,, ,3/4*d
LESIZE,53,, ,3/4*d
LESIZE,54,, ,3/4*d

LESIZE,32,, ,d/4
LESIZE,25,, ,d/4
LESIZE,27,, ,d/4

LESIZE,52,, ,d,p
LESIZE,50,, ,d,p
LESIZE,58,, ,3/4*d,p
LESIZE,6,, ,d/4,1/p

```



```
!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina1
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,6
ESYS,12
VMESH,5

!Mallado volumen exterior esquina
size1=0.03
ESIZE,size1
MSHAPE,1,3D
ESYS,11
VMESH,8
ESYS,12
VMESH,7

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las areas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,32
ASEL,A,AREA,,40
ASEL,A,AREA,,25
ASEL,A,AREA,,34
ASEL,A,AREA,,28
ASEL,A,AREA,,37
ASEL,A,AREA,,38
ASEL,A,AREA,,1

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Enfriamiento
CSYS,0
BFV,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL
```

Modelo térmico 12-13

Se adjunta el código base válido para los modelos térmicos 12 y 13. En la tabla A.9 se muestran los cambios numéricos que hay que realizar sobre el código base para obtener los resultados mostrados en la memoria.

Tabla A.9 Cambios en el código de optimización geométrica de los modelos térmicos 12-13.

Modelo	Dimensiones [mm]		Mallado
Nº	L	w	d
12	77.5/40.77	L	40
13	77.5/40.77	L	48

Código A.9 Optimización geométrica de los modelos térmicos 12-13.

```

/PREP 7
!Análisis mecánico: modelos 12,13

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPDATA,CTEX,1,, -8.08372e-6
MPDATA,CTEY,1,, 18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,, 17.7742e-6

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8
!e=espesor lamina
!et=espesor total laminado
!L=longitud
!w=ancho
e=0.19
et=0.19*2.5
L=77.5/38.5

```

```
w=L

!secuencia apilado
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,0.5*e,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,0.5*e,2.5*e,0,w

!unimos todos los volúmenes, no solape de aristas ni aéreas
VGLUE,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d=48
p=10

LESIZE,19,,,d
LESIZE,24,,,d
LESIZE,14,,,d
LESIZE,23,,,d
LESIZE,12,,,d
LESIZE,2,,,d
LESIZE,5,,,d
LESIZE,9,,,d
LESIZE,4,,,d
LESIZE,10,,,d

LESIZE,28,,,3/4*d
LESIZE,25,,,3/4*d
LESIZE,26,,,3/4*d

LESIZE,8,,,d/4
LESIZE,1,,,d/4
LESIZE,3,,,d/4

LESIZE,7,,,d,p
LESIZE,11,,,d,p
LESIZE,27,,,3/4*d,p
LESIZE,6,,,d/4,1/p

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,3
ESYS,12
```

```

VMESH,1

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las aereas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,15
ASEL,A,AREA,,6
ASEL,A,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,13
ASEL,A,AREA,,3

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Enfriamiento
CSYS,0
BFV,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL

```

A.2.2 Influencia del espesor de las capas del laminado en el modelo 3D

Se adjunta el código base válido para los modelos 1, 2, 3 y 4 simulados en el capítulo 2, sección 2.2.2. Los cambios a realizar sobre el código son exactamente idénticos a los de la simulación mecánica, recogidos en la tabla A.4.

Del mismo modo, se reutilizan los parámetros p1, p2 y p3 obtenidos para la simulación mecánica mediante el código en MATLAB®.

Código A.10 Influencia del espesor de la capa de 90° en el modelo térmico 3D.

```

/PREP 7
! Análisis mecánico con espesores: modelos 1-4

!Tipo de elemento: hexaedro 8 nodos\\
ET,1,SOLID185

!Propiedades lamina ortotropa\\
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,135000
MPDATA,EY,1,,8750
MPDATA,EZ,1,,8750
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,GXY,1,,4750
MPDATA,GYZ,1,,3400

```

```
MPDATA,GXZ,1,,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPDATA,CTEX,1,, -8.08372e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,,17.7742e-6

!Geometria probeta aplicando simetria 1/8\\
!w=ancho
!e=espesor lamina
!L=longitud
e=0.19
L=77.5/40.77
w=L

!secuencia apilado
e1=0.5*e
e2=2.5*e
!lamina de 90
BLOCK,0,L,0,e1,0,w
!lamina de 0
BLOCK,0,L,e1,e2,0,w

!unimos todos los volumenes, no solape de aristas ni areas
VGLUE,ALL

!Elementos en esquina
!d=numero de elementos por arista (igual en todas)
!p=relacion de tamaño
d1=48
d2=36
d3=12
p1=10
p2=5.4836
p=3.4171

LESIZE,19,,d1
LESIZE,24,,d1
LESIZE,14,,d1
LESIZE,23,,d1
LESIZE,12,,d1
LESIZE,2,,d1
LESIZE,5,,d1
LESIZE,9,,d1
LESIZE,4,,d1
LESIZE,10,,d1

LESIZE,28,,d2
LESIZE,25,,d2
LESIZE,26,,d2
```

```
LESIZE,8,,d3
LESIZE,1,,d3
LESIZE,3,,d3

LESIZE,7,,d1,p1
LESIZE,11,,d1,1/p1
LESIZE,27,,d2,p2
LESIZE,6,,d3,1/p3

!Ejes locales orientacion fibra
LOCAL,11,0,0,0,0,0,0,0
LOCAL,12,0,0,0,0,0,0,90

!Mallado esquina
MSHAPE,0,3D
ESYS,11
VMESH,3
ESYS,12
VMESH,1

!Planos de simetria
!seleccionamos todas las areas con un plano de simetria
ASEL,S,AREA,,15
ASEL,A,AREA,,6
ASEL,A,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,13
ASEL,A,AREA,,3

!aplicar simetria a la seleccion
DA,ALL,SYMM
ALLSEL,ALL

!Enfriamiento
CSYS,0
BFV,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL
```

A.2.3 Modelo 2D térmico

Se adjunta el código base válido para la simulación de los modelos térmicos 1,2,3 y 4 mostrados en el capítulo 2, sección 2.2.3. Los cambios a realizar sobre el código son idénticos a los del problema mecánico, mostrados en la tabla A.6.

Código A.11 Modelo 2D térmico en deformación plana generalizada.

```
/PREP7

!Modelo de DPG termico

!Propiedades del material 2
!Lamina de 90
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,2,, -8.08372e-6
MPDATA,CTEY,2,, 17.7742e-6
MPDATA,CTEZ,2,, 18.9812e-6

!Propiedades del material 1
!Lámina de 0
MP,EZ,1,135000
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,1,, 17.7742e-6
MPDATA,CTEY,1,, 18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,, -8.08372e-6

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero de 4 nodos con 2gdl
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5
```

```
!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=2*e
e2=4*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2
!Union de rectangulos
AGLUE,ALL

!Degradado del mallado
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=48
d2=24
d3=24
p1=10
p2=10
p3=10

LESIZE,7,,d1
LESIZE,1,,d1
LESIZE,9,,d2
LESIZE,2,,d3

LESIZE,3,,d1,1/p1
LESIZE,10,,d2,p2
LESIZE,4,,d3,p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,2
AMESH,1

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,1
AMES,3

!Condiciones de simetria
DL,1,1,SYMM
DL,2,1,SYMM
```



```

DL,9,3,SYMM

!Condiciones de DPG
!L: longitud probeta
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.546870
GSGDATA,L,cx,cy

!Enfriamiento
ALLSEL,ALL
BFA,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL

```

A.3 Simulación completa

Se adjunta el código empleado para simular el problema elástico completo en el laminado $[0_2,90]_S$. Este se describe en el capítulo 2, sección 2.3.

Código A.12 Problema completo 2D.

```

/PREP7

!Problema completo en DPG

!Propiedades del material 2
!Lamina de 90
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,2,,-8.08372e-6
MPDATA,CTEY,2,17.7742e-6
MPDATA,CTEZ,2,18.9812e-6

!Propiedades del material 1
!Lamina de 0

```

```
MP,EZ,1,135000
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,1,,17.7742e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,, -8.08372e-6

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero de 4 nodos con 2gd1
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5

!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=0.5*e
e2=2.5*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2
!Union de rectangulos
AGLUE,ALL

!Degradado del mallado
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=48
d2=36
d3=12
p1=10
p2=5.4836
p3=3.4171

LESIZE,7,,d1
```

```
LESIZE,1,,d1

LESIZE,9,,d2

LESIZE,2,,d3

LESIZE,3,,d1,1/p1
LESIZE,10,,d2,p2
LESIZE,4,,d3,p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,2
AMESH,1

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
MAT,1
AMES,3

!Condiciones de simetria
DL,1,1,SYMM
DL,2,1,SYMM
DL,9,3,SYMM

!Condiciones de DPG
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.281213
GSGDATA,L,cx,cy

!Enfriamiento
ALLSEL,ALL
BFA,ALL,TEMP,-100

!Traccion
uz=0.5/40.77
GSBDATA,LFIBER,uz

ALLSEL,ALL
```


Apéndice B

Códigos del Capítulo 3

En este apéndice se adjuntan los códigos de las simulaciones en ANSYS descritas en el capítulo 3; cuyo objetivo es caracterizar la singularidad tensional del problema. Además se incluyen los códigos en MATLAB[®] para el ajuste por mínimos cuadrados y el dibujo de las figuras.

Estos se dividen en tres grandes grupos, correspondientes con las simulaciones mecánicas para el cálculo de K_1 , las simulaciones térmicas y la resolución del problema completo para la obtención de las tensiones en la intercara.

B.1 Simulación mecánica

Se adjunta el código base utilizado para simular en ANSYS el problema mecánico expuesto en el capítulo 3 sección 3.2.1 . En la tabla B.1 se muestran los cambios a realizar en el código base para cada caso.

Tabla B.1 Cambios en el código para el cálculo de las tensiones singulares mecánicas.

Nº	Laminado	e1	e2	d2	p2	d5	p5	c _y
1	[0 ₂ ,90,0 ₂]	0.5*e	2.5*e	146	17.7944	95	39.4943	0.281213
2	[0 ₂ ,90 ₂ ,0 ₂]	e	3*e	181	35.3090	77	19.8347	0.371054
3	[0 ₂ ,90 ₃ ,0 ₂]	1.5*e	3.5*e	201	52.8236	67	13.4586	0.459586
4	[0 ₂ ,90 ₄ ,0 ₂]	2*e	4*e	216	70.3382	52	12.1642	0.546870
5	[0 ₂ ,90 ₆ ,0 ₂]	3*e	5*e	236	105.3674	52	7.4804	0.717911
6	[0 ₂ ,90 ₈ ,0 ₂]	4*e	6*e	251	140.3966	46	5.8640	0.884590
7	[0 ₂ ,90 ₁₀ ,0 ₂]	5*e	7*e	262	175.4257	41	4.8812	1.047271

Código B.1 Simulación para el cálculo de las tensiones singulares mecánicas.

```
/PREP7  
  
!ANALISIS SINGULAR MECANICO  
  
!Propiedades del material 2  
!Lamina de 90
```

```
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Propiedades del material 1
!Lámina de 0
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,EZ,1,135000
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero de 4 nodos con 2gd1
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5

!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=0.5*e
e2=2.5*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2

!Media circunferencia entorno esquina
!r=radio
r=2*e/100
CYL4,0,e1,r

!Separar areas
AOVLAP,ALL

!Se borra area externa
ADELE,6
!Union de areas
```

```
AGLUE,ALL

!Division de la circunferencia
!r=numero de elementos en linea
!s=relacion de tamaño
num=90
tam=10
LESIZE,9,,num
LESIZE,12,,num
LESIZE,13,,num,tam
LESIZE,14,,num,tam
LESIZE,15,,num,tam

!Degradado del mallado
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=216
d2=146
d3=522
d4=52
d5=95
p1=70.3382
p2=17.7944
p3=177.6009
p4=12.1642
p5=39.4943

LESIZE,7,,d4,1/p4
LESIZE,1,,d5,p5

LESIZE,19,,d1,1/p1
LESIZE,16,,d2,1/p2
LESIZE,17,,d3,1/p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MAT,2
AMESH,7
AMESH,5

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MAT,1
AMESH,8
AMESH,4

!Condiciones de DPG
```

```

!Longitud original de la probeta
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.281213
GSGDATA,L,cx,cy
!ux es el desplazamiento del extremo, teniendo en cuenta la longitud
  anterior
uz=0.5/40.77
GSBDATA,LFIBER,uz

!Condiciones de simetria
DL,18,8,SYMM
DL,2,7,SYMM
DL,1,7,SYMM

!Definicion nuevo sistema de coordenadas
LOCAL,15,1,0,e1,,0,0,0
ALLSEL,ALL

```

Para obtener K_1 por mínimos cuadrados se ha elaborado un código sencillo en MATLAB®. Para su correcto funcionamiento es necesario almacenar en una carpeta el propio código y los ".txt" con los resultados de ANSYS. Es importante que los datos estén bien ordenados para que las representaciones sean correctas. Los ".txt" son tres:

- NLIST.txt: contiene el listado de nodos de la circunferencia y su posición en coordenadas polares. Para su obtención es necesario ejecutar las órdenes

```

DSYS,15
NSEL,S,LOC,X,R
NLIST

```

- PRNSOL.txt: contiene la solución en tensiones en los nodos de la circunferencia. Para su obtención es necesario ejecutar las órdenes anteriores de selección y después, una vez abierto el módulo de postproceso, ejecutar la orden:

```

RSYS,15

```

para mostrar la solución en coordenadas polares.

- DATOSBASE.txt: almacena la solución analítica. Este ha sido proporcionado por el tutor.

Código B.2 Procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados.

```

clear all; close all; clc;
e=0.19;
r=2*e/100;
exp=0.0897349;

```



```

%% Listado con los nombres de los txt en la misma carpeta
%TXT
cases{1} = 'NLIST.txt';
cases{2} = 'PRNSOL.txt';
cases{3} = 'DATOS_BASE.txt';

%% Extracción de datos del txt
for i=1:length(cases)
    % Extracción de datos del txt
    file_id = fopen(cases{i}); %abro el txt nº i
    if i==1
        aux = textscan(file_id,'%n%n%n%n%n%n%n', 'Headerlines',1);
        Data_P.Theta = aux{3}+90;
    end
    if i==2
        aux = textscan(file_id,'%n%n%n%n%n%n%n', 'Headerlines',1);
        Data_P.Sigma_r = aux{2};
        Data_P.Sigma_theta = aux{3};
        Data_P.Sigma_r_theta = aux{5};
    end
    if i==3
        aux = textscan(file_id,'%n%n%n%n%n%n%n', 'Headerlines',1);
        Data_P.Theta_b = aux{1};
        Data_P.Sigma_r_b = aux{5};
        Data_P.Sigma_theta_b = aux{4};
        Data_P.Sigma_r_theta_b = aux{6};
    end
    fclose(file_id);
end

FS = 10; % Font size axis and title
FS_lg = 8; % Font size legend

%% Graficar por separado
figure(1)
l1 = plot(Data_P.Theta,Data_P.Sigma_r,'g*');
title('Tensiones \sigma_{r}^{FEM}','FontSize',FS)
xlabel('\theta [\circ]','FontSize',FS)
ylabel('\sigma_{r}','FontSize',FS)

figure(2)
l2 = plot(Data_P.Theta_b,Data_P.Sigma_r_b,'r*');
title('Tensiones \sigma_{r}^{ANL}','FontSize',FS)
xlabel('\theta [\circ]','FontSize',FS)
ylabel('\sigma_{r}','FontSize',FS)

figure(3)
l3 = plot(Data_P.Theta,Data_P.Sigma_theta,'g*');
title('Tensiones \sigma_{\theta}^{FEM}','FontSize',FS)
xlabel('\theta [\circ]','FontSize',FS)

```

```

ylabel('\sigma_{\theta}', 'FontSize', FS)

figure(4)
l4 = plot(Data_P.Theta_b, Data_P.Sigma_theta_b, 'r*');
title('Tensiones \sigma_{\theta}^{\text{ANL}}', 'FontSize', FS)
xlabel('\theta [\textcircled{.}], 'FontSize', FS)
ylabel('\sigma_{\theta}', 'FontSize', FS)

figure(5)
l5 = plot(Data_P.Theta, Data_P.Sigma_r_theta, 'g*');
title('Tensiones \sigma_{r\theta}^{\text{FEM}}', 'FontSize', FS)
xlabel('\theta [\textcircled{.}], 'FontSize', FS)
ylabel('\sigma_{r\theta}', 'FontSize', FS)

figure(6)
l6 = plot(Data_P.Theta_b, Data_P.Sigma_r_theta_b, 'r*');
title('Tensiones \sigma_{r\theta}^{\text{ANL}}', 'FontSize', FS)
xlabel('\theta [\textcircled{.}], 'FontSize', FS)
ylabel('\sigma_{r\theta}', 'FontSize', FS)

%% Ajuste por minimos cuadrados
%% Nos quedamos con las tensiones sigma_theta solo de 0 a 90
a1=[];
for n=1:91
    a1(n)=Data_P.Sigma_theta_b(n)/(r^exp);
end
K1=(sum(Data_P.Sigma_theta(1:91)))/(sum(a1));

%% Figuras juntas
figure(7)
l1 = plot(Data_P.Theta(1:91), Data_P.Sigma_theta(1:91), 'g*', 'DisplayName', 'FEM');
hold on
l2 = plot(Data_P.Theta_b(1:91), (K1/r^exp)*Data_P.Sigma_theta_b(1:91), 'r*', 'DisplayName', 'ANL');
hold off
title('Laminado [0_{2}, 90_{2}, 0_{2}]', 'FontSize', FS)
xlabel('\theta [\textcircled{.}], 'FontSize', FS)
ylabel('\sigma_{\theta}', 'FontSize', FS)
hleg = legend([l1 l2], 'Location', 'northwest');

%% Ampliar ventana
%% Vectores a dibujar
x=Data_P.Theta(1:91);
y1=Data_P.Sigma_theta(1:91);
y2=(K1/r^exp)*Data_P.Sigma_theta_b(1:91);
y=[y1, y2];

%% Llamar a la funcion zoomPlot

```

```
[p,z] = zoomPlot(x,y,[30 40],[0.55 0.15 0.3 0.3],[2 4]);
%(x,y,[limites en x],[left(0=left 1=right) bottom(0=down 1=up) width
    height],[vertices recuadro])
%Pintar en el recuadro
hold on
plot(Data_P.Theta(1:91),Data_P.Sigma_theta(1:91),'g*');
hold on
plot(Data_P.Theta_b(1:91),(K1/r^exp)*Data_P.Sigma_theta_b(1:91),'r*');

%para que el zoom no tenga leyenda ni ejes
xlabel(''); ylabel('');
set(gca, 'xtick', [])
set(gca, 'ytick', [])
set(0,'DefaultLegendAutoUpdate','off')
```

Se adjunta el código necesario para ampliar zonas de las gráficas. Este es propiedad de *Kelsey Bower* y se puede encontrar en [7]

Código B.3 Zoom sobre gráfica.

```
%% zoomPlot    add inlaid plot to current figure
%      [p,z] = zoomPlot(x,y,xbounds,pos,vertex) where:
%      x,y      = vectors being plotted
%      xbounds = [x1 x2] specifies the zoom indices, where x1 is the
%                first x value displayed in the zoom plot and x2 is the
%                last.
%      pos      = [left, bottom, width, height] specifies the location
%                and
%                size of the side of the zoom box, relative to the lower-
%                left
%                corner of the Figure window, in normalized units where
%                (0,0)
%                is the lower-left corner and (1.0,1.0) is the upper-right.
% {opt} vertex = toggles connecting lines corresponding to vertices,
%                where 1
%                corresponds to the top left vertex and continuing
%                clockwise,
%                4 corresponds to the bottom right vertex. All 4 vertices
%                can
%                be included.
% {opt} p      = axes handle for larger plot
% {opt} z      = axes handle for zoom plot
%
% Note: place title, labels, and legend BEFORE placing zoom plot,
%       otherwise zoomPlot returns the handle of the original axes (p).
%       Change title using p.Title.String = 'insert title here'
%
% Kelsey Bower (kelsey.bower@case.edu) 10/20/15
```

```

function [p z] = zoomPlot(x,y,xbounds,pos,varargin)
% Please retain the following:
%
% Original Author:
% Kelsey Bower, kelsey.bower@case.edu
if nargin > 5
    printf('Too many arguments. zoomPlot(x,y,xbounds,pos,vertex)\n')
elseif nargin < 5
    vertex = [1 4];
elseif nargin == 5
    vertex = varargin{1};
end
% Get current axis position and limits
p = gca;
% Calculate x,y points of zoomPlot
x1 = (pos(1)-p.Position(1))/p.Position(3)*diff(p.XLim)+p.XLim(1);
x2 = (pos(1)+pos(3)-p.Position(1))/p.Position(3)*diff(p.XLim)+(p.XLim(1)
);
y1 = (pos(2)-p.Position(2))/p.Position(4)*diff(p.YLim)+p.YLim(1);
y2 = ((pos(2)+pos(4)-p.Position(2))/p.Position(4))*diff(p.YLim)+p.YLim
(1);
% Plot lines connecting zoomPlot to original plot points
index = find(x>=xbounds(1) & x<=xbounds(2)); % Find indexes of points in
zoomPlot
rectangle('Position',[xbounds(1) min(y(index)) diff(xbounds) max(y(index)
))-min(y(index))]);
hold on
if any(vertex==1)
    plot([xbounds(1) x1], [max(y(index)) y2], 'k'); % Line to vertex 1
end
if any(vertex==2)
    plot([xbounds(2) x2], [max(y(index)) y2], 'k'); % Line to vertex 2
end
if any(vertex==3)
    plot([xbounds(2) x2], [min(y(index)) y1], 'k'); % Line to vertex 4
end
if any(vertex==4)
    plot([xbounds(1) x1], [min(y(index)) y1], 'k'); % Line to vertex 3
end
% Plot zoomPlot and change axis
z = axes('position',pos);
box on
%plot(x,y)
axis([xbounds(1) xbounds(2) min(y(index)) max(y(index))]);
end

```

B.2 Simulación térmica

Se presenta el código base para simular en ANSYS el problema expuesto en el capítulo 3 sección 3.2.2. Los cambios a realizar sobre este son idénticos a los del problema mecánico mostrados en la tabla B.1.

Para la representación de los datos y el cálculo de K_1 se utilizan los mismos códigos de MATLAB® que para el problema mecánico (ver B.2 y B.3)

Código B.4 Simulación para el cálculo de las tensiones singulares térmicas.

```

/PREP7

!ANALISIS SINGULAR TERMICO

!Propiedades del material 2
!Lamina de 90
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,2,, -8.08372e-6
MPDATA,CTEY,2,, 17.7742e-6
MPDATA,CTEZ,2,, 18.9812e-6

!Propiedades del material 1
!Lámina de 0
MP,EZ,1,135000
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,

```

```
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,1,,17.7742e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,, -8.08372e-6

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero de 4 nodos con 2gdl
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5

!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=0.5*e
e2=2.5*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2

!Media circunferencia entorno esquina
!r=radio
r=2*e/100
CYL4,0,e1,r

!Separar areas
AOVLAP,ALL

!Se borra area externa
ADELE,6
!Union de areas
AGLUE,ALL

!Division de la circunferencia
!r=numero de elementos en linea
!s=relacion de tamaño
num=90
tam=10
LESIZE,9,, ,num
LESIZE,12,, ,num
LESIZE,13,, ,num,tam
LESIZE,14,, ,num,tam
LESIZE,15,, ,num,tam

!Degradado del mallado
```

```
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=216
d2=146
d3=522
d4=52
d5=95
p1=70.3382
p2=17.7944
p3=177.6009
p4=12.1642
p5=39.4943

LESIZE,7,,,d4,1/p4
LESIZE,1,,,d5,p5

LESIZE,19,,,d1,1/p1
LESIZE,16,,,d2,1/p2
LESIZE,17,,,d3,1/p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MAT,2
AMESH,7
AMESH,5

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MAT,1
AMESH,8
AMESH,4

!Condiciones de DPG
!L: longitud probeta
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.281213
GSGDATA,L,cx,cy

!Condiciones de simetria
DL,18,8,SYMM
DL,2,7,SYMM
DL,1,7,SYMM

!Enfriamiento
ALLSEL,ALL
BFA,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL
```

```
!Definicion nuevo sistema de coordenadas
LOCAL,15,1,0,e1,,0,0,0
ALLSEL,ALL
```

B.3 Tensiones en la intercara

Se adjunta el código utilizado para obtener las tensiones en la intercara del problema completo, aplicable al laminado $[0_2,90]_S$.

Código B.5 Simulación para el cálculo de las tensiones singulares en la intercara.

```
/PREP7

!ANALISIS SINGULAR TERMICO

!Propiedades del material 2
!Lamina de 90
MP,EX,2,135000
MP,EY,2,8750
MP,EZ,2,8750
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,4750
MP,GYZ,2,3400
MP,GXZ,2,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,2,, -8.08372e-6
MPDATA,CTEY,2,, 17.7742e-6
MPDATA,CTEZ,2,, 18.9812e-6

!Propiedades del material 1
!Lámina de 0
MP,EZ,1,135000
MP,EX,1,8750
MP,EY,1,8750
MP,PRXY,1,0.4
MP,PRYZ,1,0.01944444
MP,PRXZ,1,0.01944444
MP,GXY,1,3400
MP,GYZ,1,4750
MP,GXZ,1,4750

!Coeficiente de dilatacion termica medio lamina ortotropa
MPTEMP,,,,,,,,
```



```
MPTEMP,1,0
MPDATA,CTEX,1,,17.7742e-6
MPDATA,CTEY,1,,18.9812e-6
MPDATA,CTEZ,1,, -8.08372e-6

!Se define el elemento para el mallado: cuadrilatero de 4 nodos con 2gdl
ET,1,PLANE182
!Trabaja en DPG
KEYOPT,1,3,5

!Geometria 2D
L=77.5/40.77
w=L
e=0.19
e1=0.5*e
e2=2.5*e

!Rectangulo de la lamina de 90
RECTNG,0,w,0,e1
!Rectangulo de la lamina de 0
RECTNG,0,w,e1,e2

!Media circunferencia entorno esquina
!r=radio
r=2*e/100
CYL4,0,e1,r

!Separar areas
AOVLAP,ALL

!Se borra area externa
ADELE,6
!Union de areas
AGLUE,ALL

!Division de la circunferencia
!r=numero de elementos en linea
!s=relacion de tamaño
num=90
tam=10
LESIZE,9,, ,num
LESIZE,12,, ,num
LESIZE,13,, ,num,tam
LESIZE,14,, ,num,tam
LESIZE,15,, ,num,tam

!Degradado del mallado
```

```
!d=numero de elementos en linea
!p=relacion de tamaño
d1=216
d2=146
d3=522
d4=52
d5=95
p1=70.3382
p2=17.7944
p3=177.6009
p4=12.1642
p5=39.4943

LESIZE,7,,d4,1/p4
LESIZE,1,,d5,p5

LESIZE,19,,d1,1/p1
LESIZE,16,,d2,1/p2
LESIZE,17,,d3,1/p3

!Mallado lamina de 90
MSHAPE,0,2D
MAT,2
AMESH,7
AMESH,5

!Mallado lamina de 0
MSHAPE,0,2D
MAT,1
AMESH,8
AMESH,4

!Condiciones de simetria
DL,18,8,SYMM
DL,2,7,SYMM
DL,1,7,SYMM

!Condiciones de DPG
!Coordenadas del centro elastico
cx=w/2
cy=0.281213
GSGDATA,L,cx,cy

!Enfriamiento
ALLSEL,ALL
BFA,ALL,TEMP,-100
ALLSEL,ALL

!Traccion
```

```
uz=0.5/40.77  
GSBDATA,LFIBER,uz
```

```
!Definicion nuevo sistema de coordenadas  
LOCAL,15,1,0,e1,,0,0,0  
ALLSEL,ALL
```


Bibliografía

- [1] *Ansys Academic | Simulation Software for Educators, Researchers and Students.*
- [2] Airbus, *Safe operations with composite aircraft | Safety First*, 2014.
- [3] Elena Arroyo León, *Efecto escala en la resistencia a tracción de laminados de material compuesto*, Ph.D. thesis, Universidad de Sevilla, 2018.
- [4] A. Barroso, E. Graciani, V. Mantič, and F. París, *A least squares procedure for the evaluation of multiple generalized stress intensity factors at 2D multimaterial corners by BEM*, *Engineering Analysis with Boundary Elements* **36** (2012), no. 3, 458–470.
- [5] A. Barroso, V. Mantič, and F. París, *Singularity analysis of anisotropic multimaterial corners*, *International Journal of Fracture* **119** (2003), no. 1, 1–23.
- [6] A. Blázquez, V. Mantič, F. París, and L. N. McCartney, *Stress state characterization of delamination cracks in [0/90] symmetric laminates by BEM*, *International Journal of Solids and Structures* **45** (2008), no. 6, 1632–1662.
- [7] Kelsey Bower, *zoomPlot - File Exchange - MATLAB Central*.
- [8] Rowan Healey, John Wang, Wing Kong Chiu, Nabil M Chowdhury, Alan Baker, and Chris Wallbrink, *A review on aircraft spectra simplification techniques for composite structures*, (2021).
- [9] P. Hvizdoš, P. Tatarko, A. Duszova, and J. Dusza, *Failure mechanisms of ceramic nanocomposites*, *Ceramic Nanocomposites* (2013), 117–152.
- [10] D. Ieşan, *Thermal stresses in composite cylinders*, *Journal of Thermal Stresses* **3** (1980), no. 4, 495–508.
- [11] Meisam Jalalvand, Michael R. Wisnom, Hossein Hosseini-Toudeshky, and Bijan Mohammadi, *Experimental and numerical study of oblique transverse cracking in cross-ply laminates under tension*, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* **67** (2014), 140–148.
- [12] F. París, *Teoría de la Elasticidad*, Universidad de Sevilla, Sevilla, 2000.
- [13] F. París, J. Cañas, J.C Marín, and A. Barroso, *Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos*, Sección de Publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla, Sevilla.
- [14] María José Peña Manrique, *Efecto escala en la resistencia a tracción de laminados de material compuesto*, Ph.D. thesis, Universidad de Sevilla, 2017.

- [15] _____, *Efecto a escala en materiales compuestos: estudio del fallo a primera lámina en laminados [0,90n]s*, Ph.D. thesis, Universidad de Sevilla, 2019.
- [16] S. Rana and R. Figueiro, *Advanced Composite Materials for Aerospace Engineering - 1st Edition*, 2016.
- [17] Yongxiang Yang, Rob Boom, Brijan Irion, Derk Jan van Heerden, Pieter Kuiper, and Hans de Wit, *Recycling of composite materials*, *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* **51** (2012), 53–68.
- [18] Wu Zhenye and Li Shiping, *The generalized plane strain problem and its application in three-dimensional stress measurement*, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* and **27** (1990), no. 1, 43–49.
- [19] A L Zolkin, S A Galanskiy, and A M Kuzmin, *Perspectives for use of composite and polymer materials in aircraft construction*, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **1047** (2021), no. 1, 012023.