

MATLAB Y ALGUNAS DE SUS APLICACIONES

Celestino Montes¹
María de los Ángeles Navarro
Universidad de Sevilla

Resumen

Este artículo describe el desarrollo y conclusiones del curso "MATLAB y algunas de sus aplicaciones" celebrado en Sevilla en Junio de 1994, dentro de la convocatoria para cursos de formación del profesorado universitario, promovida por el Instituto de Ciencias de la Educación.

Abstract

After a brief historic introduction to the program MATLAB, we expose our personal experience with it in the classroom, and the development and conclusions of the course "MATLAB and some applications" held in Seville in June of 1994, under the economic support of the I.C.E. of the Seville University.

1. BREVE INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

En 1979 J.J. Dongarra, C.B. Moler, J.R. Bunch y J.W. Stewart publican la guía de LINPACK (DONGARRA, J.J. y otros, 1979). En ella se recogen una colección de subrutinas escritas en FORTRAN para la resolución del sistema de ecuaciones $Ax=b$ y la práctica totalidad de sus variantes de

interés. LINPACK, pues, consiste en un paquete de subrutinas para la resolución de sistemas de ecuaciones.

Su contrapartida para el otro gran problema del Algebra Lineal, el cálculo de autovalores, se dió en llamar EISPACK y una guía para ella, había sido publicada tres años antes por B.T. Smith, J.M. Boyle, J.J. Dongarra, B.S. Garbow, Y. Ikebe, V.C.

¹ Dpto. Matemática Aplicada II. Avda. Reina Mercedes. Sevilla

Klema y C.B. Moler (SMITH, B.T. y otros, 1976).

Ambos paquetes eran de uso obligado en casi cualquier aplicación relacionada con el Álgebra Lineal numérica, siendo aún de utilidad para usuarios de grandes computadores.

El advenimiento de la era del ordenador personal supuso un desafío para los especialistas de Análisis Numérico, en el sentido de la necesidad de adaptar los métodos y algoritmos existentes a las nuevas máquinas “pequeñas” de las que disponía cada vez un número mayor de usuarios.

Entre las muchas derivaciones que se producen de la matemática aplicada a los ordenadores personales, en el campo del Análisis Numérico, son muchos los que están de acuerdo en que la mejor opción es MATLAB.

MATLAB es un sistema interactivo basado en matrices para cálculos científicos. Las primeras versiones datan de la década de los 80, cuando Cleve Moler se decide a integrar los paquetes LINPACK y EISPACK en un Laboratorio de Matrices, de donde proviene el nombre. En él se pueden realizar las operaciones habituales entre matrices, junto con técnicas más sofisticadas tales como las factorizaciones LU, QR y en valores singulares, tan populares hoy en nuestros programas de Álgebra Lineal.

De esta forma, las primeras versiones de MATLAB resultaban muy adecuadas para su utilización en cursos de teoría de matrices, Álgebra Lineal y Cálculo Numérico. Hoy en día las posibilidades de MATLAB van algo más allá del “Laboratorio de Matrices” original, constituyendo un sistema interactivo y un lenguaje de programación para la realización de cómputos científicos y técnicos. El elemento básico del programa es una matriz que no requiere dimen-

sionamiento. Permite solucionar numerosos problemas numéricos en un fracción de tiempo que requeriría escribir un programa en un lenguaje como Fortran, Basic, etc. Además las soluciones a los problemas expresan en MATLAB de forma prácticamente idéntica a como se escribirían matemáticamente.

La capacidad para generar gráficos es una característica importante en una clase relacionada con el Análisis Numérico, y esto hace que el programa desde sus comienzos integre algunas funciones para crear gráficos en dos y tres dimensiones. La utilidad de los gráficos va más allá de la docencia. En efecto, en muchas ocasiones, la observación de un gráfico puede permitir, por ejemplo, determinar una buena aproximación inicial a un problema, cuestión esencial en el método de Newton, o en la mayoría de los métodos de optimización.

El diseño del programa MATLAB muestra una gran capacidad de crecimiento de modo que el usuario puede ir definiendo aplicaciones particulares para la resolución de problemas específicos. De esta forma aparecen apareciendo numerosas “cajas de herramientas”. Así en 1988 se comercializó la de Señales y en 1990 la de Optimización. Existen muchas más: Control robusto, Identificación de sistemas, -análisis, redes neurales, etc. Una de ellas consta de varios archivos relacionados con un tema y algunas demostraciones.

A la par que surgen nuevas aplicaciones el sistema va mejorando tanto en prestaciones como en presentación. Así, algunas funciones diseñadas por usuarios se integran en el sistema; se crean bases de datos donde acceder a funciones más simples. Ejemplos sencillos usados por profesores en todas las categorías y todos los lugares. Además los gráficos van mejorando pu-

nivel de exigencia del usuario es cada vez mayor y los competidores son mejores en este terreno.

Así se obtiene la versión 3.5 j en 1990, que sin ser la última (la versión 4.2 está introduciéndose en estos momentos) puede considerarse como una de las herramientas más poderosas para la resolución de problemas relacionados con el Álgebra Lineal numérica. Entre estos, uno de los problemas más importantes para el profesorado al que iba dirigido el cursillo es el problema de la optimización no lineal. Los métodos numéricos básicos para la optimización no lineal son, fundamentalmente, el método del gradiente y el de Newton. Para el primero sólo se utiliza, de la capacidad del sistema, la representación del algoritmo en términos vectoriales. Para el segundo ya es necesario resolver un sistema de ecuaciones en cada paso. Pero cuando más se nota la potencia del programa es cuando se entra en técnicas de actualización del hessiano y en métodos de gradiente conjugado.

Las Matemáticas son el lenguaje común de la Ciencia y la Ingeniería. Las matrices, las ecuaciones diferenciales, los gráficos,... constituyen bloques básicos para la construcción de la matemática aplicada y también de MATLAB. Lo que hace al sistema accesible y poderoso es la base matemática subyacente. El manual de la versión para estudiantes (1992), señala el comentario de un profesor, usuario habitual de MATLAB: "La razón por la que MATLAB es tan útil para el proceso de señales es que no fué diseñado para el proceso de señales, sino para las matemáticas". Esta podría ser la filosofía del programa. MATLAB es un programa de Matemáticas. A él se añaden diversas aplicaciones -las cajas de herramientas-, que lo enriquecen y lo hacen accesible al no especialista. Pero esencialmente es un programa de Matemáticas.

2. MATLAB EN LA DOCENCIA

Expondremos en primer lugar nuestra experiencia personal sobre la utilización de MATLAB.

El primer problema a resolver consiste, desde luego, en iniciarse con el sistema. Es un problema relativamente simple, puesto que los manuales del sistema son lo suficientemente sencillos como para ser entendidos por los no especialistas en informática, con tal de conocer las ideas básicas del Álgebra Lineal Numérica. Eventualmente, para ciertas aplicaciones, puede ser necesaria la colaboración del especialista.

Una vez resuelto este problema, el siguiente consiste en disponer del material técnico necesario para poder impartir una clase a un número razonable de alumnos. Para ello es necesario la utilización de una pantalla de cristal líquido, o bien sistemas más sofisticados como un proyector de vídeo conectado a un ordenador. Este segundo sistema simplifica un poco la puesta en escena.

Una vez superados estos problemas, es casi irresistible realizar alguna experiencia en clase, y eso fue lo que hicimos el primer año. Inmediatamente, y tras mostrar como se utilizan las funciones más básicas, se pueden poner ejemplos, incluso tomados del programa, para ilustrar distintos aspectos de la teoría. Naturalmente el uso de un ordenador permite trabajar con objetos más cercanos a los reales, en cuanto a tamaño se refiere. Así, poner un ejemplo de Análisis Numérico que involucre una matriz 10×10 , es algo realmente inabordable si no se cuenta con la ayuda de una máquina; sin embargo, en el más pequeño de los ordenadores personales, la resolución de un sistema 50×50 es cuestión de segundos. El resultado fue bueno, ya que podíamos trabajar con matrices "grandes", lo que permitía a los

alumnos ver los problemas que aparecían en la práctica, la comparación de distintos algoritmos al operar sobre matrices numéricas, o ver la ganancia de tiempo que supone la reducción previa de una matriz. Se conseguía además, la salida de la rutina de clases magistrales seguidas por otras de problemas, en las que necesariamente se trabajaba con dos tipos de matrices: Matrices de orden bajo (cuatro en el mejor de los casos), o bien matrices muy "académicas", en el sentido de que su construcción obedece al objetivo de encontrar un contraejemplo o bien al de que se puedan llevar a cabo los cálculos necesarios en un algoritmo.

Pero aún había un hecho no deseable: las clases eran poco participativas y por parte del alumnado de una inactividad absoluta. Hasta entonces, la actitud de los alumnos había sido completamente pasiva, en el sentido de que la motivación que les guiaba era la mencionada anteriormente. La solución evidente, explicar el sistema a los alumnos, tiene como inconveniente la falta de tiempo, de la que nos quejamos todos. La solución que adoptamos fue traducir un curso breve de Kermit Sigmon (SIGMON, K., 1992), y explicarlo en dos sesiones de hora y media. El resultado, desde un punto de vista docente, nos pareció espectacular: al final de las sesiones la mayoría de los alumnos estaban interesados en acceder al programa y obtener una copia del manual. La verdad es que nos causó cierta extrañeza, porque ni siquiera la estructura del programa, desde el punto de vista del análisis numérico, justifica un interés semejante por él. Así que la pregunta obvia, en este caso, fue en dirección contraria y les preguntamos qué era lo que les interesaba tanto del sistema. La respuesta estaba lejos de lo que nos imaginábamos (alguna función de cálculo de autovalores,...): resultaron ser los gráficos. Así que a partir de entonces, y cuando

la ocasión lo permitía, se hacía hincapié en ellos en las sesiones de MATLAB, añadiendo una nueva motivación a la misma, aparte de las propias aplicaciones de la misma.

Finalmente, desde el punto de vista práctico, hacer notar que con el programa se puede obtener un "diario de la sesión" que permite a los alumnos el estudio del material impartido en cada una de ellas, con la excepción de los gráficos, que de prepararlos se trata de antemano.

Con el tiempo, y contactando con otras instituciones y personas, así como participando en congresos especializados, hemos ido encontrando otras formas de utilizar MATLAB o cualquier otro paquete numérico en la docencia diaria. La mejor de ellas es la que conocen los autores, y que hemos experimentado con éxito, que se imparte en algunas Facultades y Escuelas Superiores de Madrid, consiste en formar grupos de trabajo de tres alumnos con dos profesores por grupo, con la idea de que uno de ellos se dedica exclusivamente a resolver las dudas de los alumnos, mientras que el otro, aparte de ayudar al primero cuando es posible, tiene como tarea la explicación de las diferentes técnicas a experimentar en cada sesión.

Nuestra Universidad parece aún lejos de poder adoptar esta forma de impartir una clase o práctica. La experiencia demuestra que la forma más plausible de utilizar el programa consiste en el uso de un proyector de video o una pantalla de cristal líquido conectado a un ordenador donde poder mostrar con ejemplos los distintos temas e ideas discutidos en clase, como decíamos antes.

En cursos superiores es practicable también otra técnica de trabajo consistente en proponer a los alumnos una serie de trabajos para realizar fuera o dentro del horario de las clases. Como requerimientos técnicos

esta forma de trabajo se necesita un número razonable de puestos de ordenador con el programa instalado a disposición de los alumnos. El problema en este caso no se encuentra en el número de grupos de prácticas en que se tiene que dividir al alumnado, lo que produce unas necesidades de profesorado enormemente altas, sino en el número de alumnos total, ya que debe ser posible la evaluación de un trabajo donde la creatividad de nuestro alumnado puede generar ingentes cantidades de material. Como desventaja de esta forma de utilizar el ordenador en nuestra docencia, podemos citar la falta de control sobre el trabajo personal de los alumnos, tanto en el sentido positivo como en el negativo. Como contrapartida se tiene la comodidad que supone para el alumnado la falta de un horario rígido, y la posibilidad de profundizar en aquellos temas que resulten de su interés.

3. OBJETIVOS

El mundo de la enseñanza no es ajeno al cambio que ha supuesto la irrupción de los ordenadores personales en la sociedad actual. El mundo de la enseñanza universitaria, como pionero que debe ser, es uno de los primeros en utilizarlos y, dentro de él, los profesores de Matemáticas en general han realizado un formidable esfuerzo por adaptarse a la nueva situación. Las aplicaciones son innumerables, y una de las disciplinas que más se ha beneficiado del advenimiento de los ordenadores es la del Análisis Numérico.

Si podemos decir que los computadores pueden servir de ayuda en cualquier rama de la Matemática, es en el Análisis Numérico donde su presencia es del todo indispensable, y donde más se ha progresado en cuanto a tópicos en los programas se refiere. En

efecto, hoy es impensable una lección de resolución de sistemas de ecuaciones lineales sin incluir el método de eliminación gaussiana y la factorización LU de una matriz. Cualquier disciplina matemática, sobre todo las que se explican fuera de la Facultad, tiene mejor aceptación por el alumnado si contiene algún "toque" numérico. Esto hace necesario que se acompañe a dichos tópicos de sus correspondientes problemas. Cuando se trata de resolver un problema numérico, en opinión de los autores, y de otros muchos, es cuando el sistema MATLAB supera al resto de sus competidores. Pueden existir programas con gráficos más atractivos y que trabajen con cálculo simbólico, pero es raro el no especialista que no ha de recurrir a MATLAB cuando se encuentra con un problema numérico "de verdad". Además la mayor parte de las desventajas del programa se resuelven en la nueva versión, según las noticias de que disponemos.

El sistema MATLAB ha sido comprobado, siempre según informaciones contrastadas, en las Universidades de Florida, Manchester, Valencia,...., resultando sus experiencias siempre satisfactorias, tanto para el alumnado como para el profesorado.

El primer objetivo a cubrir con el curso era el conocimiento del programa a un nivel suficiente como para poder utilizarlo en una clase para exponer un problema a los alumnos. Dado que el curso iba dirigido preferentemente a profesores de Matemáticas en empresariales, el segundo objetivo a cubrir era el del manejo de la caja de herramientas de optimización. Se trataba en ambos casos de estudiar los objetos con los que trabaja el programa y las funciones que utiliza, para, a continuación, ver la forma de aplicarlos en la confección de ejemplos y contraejemplos que permitan ilustrar la rica teoría del Análisis Numérico Lineal, por un lado, y la

teoría de la Optimización no Lineal, por otro.

Es preocupante el creciente desinterés que muestran nuestros alumnos por las asignaturas de Matemáticas. Si bien los Planes de Estudios reconocen la importancia de una sólida formación matemática, pueden resultar curiosas las respuestas que se obtienen de los alumnos cuando son preguntados sobre su opinión sobre nuestra disciplina. Muchas son las experiencias que se han hecho para intentar corregir esta situación. Las soluciones adoptadas en otros contextos suelen pasar por la realización de prácticas en grupos reducidos. La realidad de nuestra universidad impone otra forma de actuar. La experiencia realizada por los autores muestra que no es imposible acercar al alumnado al mundo de las matemáticas reales, incluso con medios relativamente pobres.

La cuestión que habitualmente se plantea con más frecuencia, cuando se trata de diseñar un nuevo curso de matemáticas con el ordenador como elemento adicional, es el *aprendizaje mediante la experimentación*. Si no se dispone de suficientes horas para el desarrollo de unas prácticas, situación que hay que estimar como ideal, la idea puede consistir en motivar suficientemente al alumnado para que realicen las mismas por su cuenta. Naturalmente, esto sólo se conseguirá si el sistema que se explique a los alumnos es lo suficientemente potente como para que resulte útil en la práctica, cuestión totalmente resuelta en nuestro caso empíricamente. En efecto, actualmente nuestros alumnos utilizan el sistema MATLAB en gran parte de los cálculos numéricos que realizan. Y creemos que es ahí donde está la cuestión. Nuestro punto de partida no es que la docencia de las matemáticas deba ser revisada totalmente, sino que se necesita una prolongación de la misma hasta llegar a los resultados concretos.

Otro de los puntos que habitualmente plantean cuando se trata de aplicar las nuevas tecnologías a la enseñanza de las matemáticas es la *concentración en el contenido*. Este punto es algo más delicado según nuestra opinión. Claramente es cierto que el ordenador permite la eliminación de los engorrosos cálculos para concentrarse en los conceptos. La cuestión es que cuando se trata de explicar Cálculo Numérico, la elaboración de un programa puede ser tan laboriosa como los cálculos que realizaba antes de su uso. Ciertamente, la ventaja ahora es que, si la programación es buena, el trabajo realizado puede aprovecharse de forma inmediata en otras situaciones, sigue existiendo una componente de trabajo rutinario. Pensamos que, tal como está las cosas, esta parte del trabajo es insoslayable y, por tanto, no debe ser ocultada a nuestros alumnos, por lo que la posibilidad de enseñar sólo el concepto no nos parece demasiado real.

4. CONTENIDOS Y METODOLOGÍA

El contenido del curso expuesto comienza en su primera parte en una introducción a MATLAB, debida a Kermit Sigmon (SIGMON, K., 1992) y traducida por el autor del curso. Esta introducción ha sido experimentada en clase durante tres años consecutivos y en un curso, dedicado también a profesores, en la Universidad de Valencia a finales del curso anterior. Si en algún momento posterior se desea actualizar la información muy específica se puede consultar la guía del usuario (1990).

La segunda parte era algo más ardua, en el sentido de que la primera experimentación de la misma se había hecho en el curso anterior en una asignatura de elección, a principios del mes de Feb-

Era la parte más específica del cursillo estando dedicada a la Optimización.

El curso se desarrolló íntegramente en una sala de ordenadores, en cada uno de los cuales se había instalado MATLAB de antemano. Habíamos pensado en utilizar el método que estimamos mejor, con los dos profesores permanentemente en la sala, de forma que uno de ellos pudiera dedicarse exclusivamente a la resolución de dudas que se plantearan a los alumnos, mientras que el otro aparte de apoyar en lo posible al primero, y con la ayuda de una pantalla de cristal líquido, debía ir exponiendo los conceptos con los que los profesores que asistían al curso deberían ir practicando. Las restricciones presupuestarias y otras de carácter técnico impidieron esta forma de impartir el curso, por lo que fue un único profesor el que se ocupó de ambas cosas a la vez, con el agravante de la no disponibilidad de la pantalla de cristal líquido, lo que provocó que el curso se desarrollase más lentamente, si bien esto no influyó en el desarrollo del programa, aunque sí en la profundidad con la que se vieron algunos tópicos.

Los alumnos dispusieron, además, del curso escrito en las notas "Introducción a MATLAB" desde la primera sesión, así como las notas que se redactaron para la realización de la segunda parte, y un disquete con los ejemplos que servían para ilustrar los puntos a resaltar en cada apartado.

Para cualquier comentario sobre el desarrollo del curso, consideramos que lo más conveniente consiste en acudir a las notas que confeccionamos para el curso (MONTES, C., 1994).

5. CONCLUSIONES

A pesar de las dificultades que vimos en el apartado anterior, y alguna otra de impor-

tancia menor, consideramos la experiencia positiva. En primer lugar, el conocimiento del sistema por parte de los asistentes puede estimarse como algo más que bueno. De hecho, gran parte del trabajo de elaborar algunos ejemplos, fue llevado a cabo por ellos, lo que garantiza el conocimiento del sistema a un nivel suficiente para crear demostraciones que se adecúen a sus asinaturas.

Por otra parte, y tan sólo en algunos casos, llegaron a plantearse cuestiones de aplicación directa en las clases de los asistentes. Este es el punto que más nos motiva, en el sentido de reafirmar nuestra idea de considerar como válidas aquellas alternativas que se pueden llevar a la práctica. Ciertamente, la implementación de estas nuevas técnicas necesitan de apoyo por parte del centro donde se experimentarán, pero podemos decir que durante la realización del curso, se estaba intentando dotar a la sala de ordenadores que utilizabamos de un soporte técnico más adecuado que el que disponía en esos momentos. En concreto, pudimos asistir a la prueba de un proyector de vídeo, con el que sustituir el obsoleto aparato de televisión del que disponíamos.

Otro motivo de satisfacción, incidiendo en la misma cuestión, es la posibilidad de poner en común las experiencias ulteriores que realicen los participantes. Si las mismas resultan ser fructíferas, no sería descabellado pensar en reunirnos para discutir las ideas, ejemplos, problemas, etc., que puedan haberse planteado a cada uno de ellos y, por supuesto, a los que impartieron el curso. El lugar podría ser alguno de los congresos sobre docencia de las Matemáticas de que disponemos en la actualidad, o, algún seminario interno de nuestra universidad.

Para concluir, deseáramos hacer notar que todos los participantes estaban de acuerdo en la viabilidad del planteamiento

expuesto, así como en las posibilidades del sistema explicado, no habiendo sido advertido ningún desacuerdo sobre estos puntos. Con carácter algo más general debemos plantearnos la obligación que tenemos de acercarnos a las nuevas tecnologías para la enseñanza. Comprobaremos que las restricciones no son tan graves como pensamos.

6. BIBLIOGRAFÍA

ABELLANAS, M., GARCÍA, A. (Eds.) (1991): *Actas de las Jornadas sobre Enseñanza Experimental de la Matemática en la Universidad*. Universidad Politécnica de Madrid.

DONGARRA, J.J. y otros (1979): *LINPACK User's Guide*. SIAM, Philadelphia.

HUESO, J.L. y otros (Eds.) (1993): *Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de Matemáticas en la Universidad*. Universidad Politécnica de Valencia.

MATLAB User's Guide. (1990).
Mathworks, Inc.

MONTES, C. y NAVARRO, M.A. (1991): *MATLAB y algunas de sus aplicaciones*

SIGMON, K. (1992): *Introducción a MATLAB*

SMITH, B.T. y otros (1976): *EISPACK. A Collection of Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 1.
Springer Verlag.

The Student Edition of MATLAB (1991).
Prentice-Hall, New Jersey.