

Trabajo Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial

Generación de modelo turbo-hélice en condiciones fuera de diseño a partir de datos de banco de ensayo.

Autor: José Manuel Barea López

Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

**Dep. Ingeniería Energética
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería Aeroespacial

**Generación de modelo turbo-hélice en
condiciones fuera de diseño a partir de datos de
banco de ensayo.**

Autor:

José Manuel Barea López

Tutor:

Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

Catedrático

Dep. Ingeniería Energética
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Generación de modelo turbo-hélice en condiciones fuera de diseño a partir de datos de banco de ensayo.

Autor: José Manuel Barea López
Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Resumen

Dentro del ámbito aeronáutico, la tecnología del turbo-hélice tiene un uso bastante extendido, sobre todo para propulsar pequeños y medianos aviones de transporte, tanto de pasajeros como de mercancía, y con trayectos cortos. Por tanto, este Trabajo Fin de Grado nace del interés de generar un modelo paramétrico de un turbo-hélice a partir de unos datos en banco, y capaz de simular las prestaciones del motor en condiciones fuera de diseño. Para ello se ha hecho uso del software MATLAB.

En este sentido, en el capítulo *Modelo del motor* se exponen los datos del ensayo en banco del turbo-hélice Garrett TPE331-5, así como sus especificaciones. También se define las propiedades del fluido de trabajo, para así exponer las ecuaciones que definen el ciclo termodinámico del turbo-hélice en estudio en el punto de diseño.

Seguidamente, en el capítulo *Modelo de motor off-design* se introducen los conceptos de mapas característicos de compresor y turbina, y el escalado de los mismos. Dicho mapas se suman a las ecuaciones definidas en el capítulo anterior para así, constituir el modelo del turbo-hélice para condiciones off-design.

Una vez definidos estos dos modelos, en el capítulo *Matching del modelo a los datos en banco* se trata de sintonizar el modelo off-design a los datos en banco mediante la optimización de un vector de parámetros, entre los que se encuentran el gasto de aire o los rendimientos isoentrópicos del compresor y la turbina. Dichos parámetros se definen para el punto de diseño del turbo-hélice, que será uno de los puntos de ensayo.

A continuación, tras haber logrado el matching del modelo a los datos de ensayo, en el capítulo *Evaluación de prestaciones off-design* se hace una estimación de la demanda de empuje para diferentes configuraciones de vuelo del C-212. De este modo, se puede evaluar el modelo en condiciones fuera de diseño para un caso real, observando que las prestaciones del turbo-hélice son congruentes con la teoría.

Finalmente, en las *Conclusiones* se recogen los aspectos y resultados más relevantes obtenidos durante el desarrollo del proyecto. Además, se proponen posibles mejoras en el análisis hecho y líneas de trabajo futuras.

Abstract

Within the aeronautical field, turboprop technology is widely used, especially to propel small and medium-sized transport aircraft, both for passengers and for goods, and with short routes. Therefore, this Final Degree Project is born from the interest of generating a parametric model of a turbo-propeller from bench data, and capable of simulating engine performance under off-design conditions. For this, MATLAB software has been used.

In this sense, in the chapter *Engine model* the data of the bench test of the Garrett TPE331-5 turboprop, as well as its specifications, are exposed. The properties of the treated fluid are also defined, in order to expose the equations that define the thermodynamic cycle of the turboprop under study at the design point.

Next, in the chapter *Off-design engine model* the concepts of compressor and turbine characteristic maps, and their scaling, are introduced. Those maps are added to the equations defined in the previous chapter in order to set the turbo-propeller model for off-design conditions.

Once these two models have been defined, in the chapter *Matching the model to the bench data* we try to match the off-design model to the bench data by optimizing a vector of parameters, among which are the air flow or the isentropic performances of the compressor and the turbine. These parameters are defined for the turboprop design point, which will be one of the test points.

Next, after having achieved the matching of the model to the test data, in the chapter *Off-design performance evaluation* an estimate of the thrust demand for different flight configurations of the C-212 is made. In this way, the model can be evaluated under off-design conditions for a real case, observing that the turboprop performance is consistent with the theory.

Finally, the *Conclusions* includes the most relevant aspects and results obtained during the development of the project. In addition, possible improvements in the analysis made and future lines of work are proposed.

Índice

<i>Resumen</i>	I
<i>Abstract</i>	III
<i>Índice</i>	VI
<i>Índice de Figuras</i>	VII
<i>Índice de Tablas</i>	XI
<i>Notación</i>	XIII
1 Introducción	1
2 Modelo de motor	5
2.1 Descripción del turbo-hélice Garrett TPE331	5
2.2 Ensayo en banco	8
2.3 Fluido de trabajo	11
2.3.1 Calor específico a presión constante, C_p	12
2.3.2 Entalpía, h	16
2.3.3 Entropía, s	17
2.3.4 Integral $\int_{T_{ref}}^T \frac{C_p(T)}{T} dT$	17
2.4 Ecuaciones del ciclo	18
2.4.1 Toma dinámica	19
2.4.2 Compresor	20
2.4.3 Cámara de combustión	20
2.4.4 Turbina HP	21
2.4.5 Turbina LP	21
2.4.6 Equilibrio de potencias	21
2.4.7 Tobera de salida	22
2.5 Método de resolución	22
3 Modelo de motor off-design	25
3.1 Escalado de los mapas de compresor y turbina	25
3.1.1 Compresor	27
3.1.2 Turbina	28
3.1.3 Resultados	29
3.2 Ecuaciones del modelo off-design	30

3.2.1	Toma dinámica	30
3.2.2	Compresor	30
3.2.3	Cámara de combustión	31
3.2.4	Turbina HP	31
3.2.5	Turbina LP	32
3.2.6	Equilibrio de potencias	33
3.2.7	Tobera de salida	33
3.3	Método de resolución	33
4	Matching del modelo a los datos en banco	35
4.1	Flujo de trabajo	35
4.1.1	Vector de parámetros p	37
4.1.2	Modelo sin curvas de turbomáquinas	37
4.1.3	Modelo off-design	37
4.2	Resultados	38
4.2.1	Escalado	41
	Compresor	41
	Turbina HP	43
	Turbina LP	44
4.2.2	Evaluación de prestaciones en banco	46
5	Evaluación de prestaciones off-design	53
5.1	Especificaciones del CASA C-212	53
5.2	Cálculo de la envolvente	54
5.2.1	Altitud 4000 m	54
	Primer límite: entrada en pérdida del avión	55
	Segundo límite: límite superior absoluto para n	55
	Velocidad de cálculo de crucero	56
	Tercer límite: límite negativo	56
	Velocidad de cálculo con flaps extendidos	57
5.2.2	Altitud 7925 m	57
	Primer límite: entrada en pérdida del avión	58
	Segundo límite: límite superior absoluto para n	58
	Velocidad de cálculo de crucero	58
	Velocidad de cálculo con flaps extendidos	58
5.2.3	Curva n -EAS	58
5.3	Demanda de empuje	59
5.3.1	Configuraciones de vuelo	59
5.3.2	Hélice	61
5.4	Resultados	62
6	Conclusiones	77
	<i>Bibliografía</i>	79

Índice de Figuras

1.1	Curva $T-s$ del ciclo ideal y real Brayton [22]	1
1.2	Esquema de un turbo-hélice con turbina libre [22]	2
1.3	Rendimiento propulsivo para diferentes motores [13]	2
1.4	Mapa operativo de un compresor [13]	3
1.5	Mapa operativo de una turbina [22]	4
2.1	Avión del Ejército del Aire CASA C-212 Aviocar [4]	5
2.2	Corte longitudinal del turbo-hélice [5]	6
2.3	Hélice Dowty Rotol R-334/4-82-F/13 [9]	6
2.4	Diferentes configuraciones de álabes refrigerados	7
2.5	Medidas del TPE331-10 [2]	8
2.6	Datos en banco de ensayo [14]	9
2.7	Variables medidas en el ensayo	10
2.8	Variables medidas en el ensayo	10
2.9	Coeficientes para diferentes especies [20]	13
2.10	$C_{p,aire}$ frente a T	14
2.11	$C_{p,gas}$ frente a T	16
2.12	h_{aire} frente a T	17
2.13	Etapas del turbo-hélice Garrett TPE331 modelado [6]	19
3.1	Criterio para la elección del punto de diseño del compresor [18]	26
3.2	Mapa genérico del compresor $(PR - 1) - W_{c,c}$	27
3.3	Mapa genérico del compresor $\eta_c - W_{c,c}$	27
3.4	Mapa genérico de la turbina $(PR - 1) - W_{c,t}$	28
3.5	Mapa genérico de la turbina $\eta_t - W_{c,t}$	29
4.1	Estrategia de matching	36
4.2	Punto 2 como punto de diseño	38
4.3	Punto 3 como punto de diseño	39
4.4	Punto 4 como punto de diseño	39
4.5	Punto 5 como punto de diseño	40
4.6	Punto 6 como punto de diseño	40
4.7	Relación de compresión del compresor frente a gasto corregido	42

4.8	Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido	42
4.9	Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido	43
4.10	Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido	44
4.11	Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido	45
4.12	Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido	45
4.13	Temperatura a la salida del compresor, T_{03} [K], frente a P_{shaft} [W]	46
4.14	Relación de compresión frente a P_{shaft} [W]	47
4.15	Temperatura a la salida de la cámara de combustión, T_{04} [K], frente a P_{shaft} [W]	47
4.16	Relación de expansión de la turbina HP frente a P_{shaft} [W]	48
4.17	Temperatura a la salida de la primera etapa de turbina (ITT [K]) frente a P_{shaft} [W]	48
4.18	Relación de expansión de la turbina LP frente a P_{shaft} [W]	49
4.19	Temperatura a la salida de la turbina (EGT [K]) frente a P_{shaft} [W]	49
4.20	Gasto de combustible, W_f [kg/s], frente a P_{shaft} [W]	50
4.21	Rendimiento motor del turbo-hélice frente a P_{shaft} [W]	50
5.1	Vistas del C-212 [11]	53
5.2	Envolvente de maniobra del CASA C-212	59
5.3	Configuración de vuelo simétrico horizontal con ángulo de ataque pequeño [10]	59
5.4	Configuración de viraje circular uniforme [10]	60
5.5	Hélice de paso variable	61
5.6	Curva $\eta_p - J$	62
5.7	Relación de compresión frente a gasto corregido	64
5.8	Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido	65
5.9	Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido	65
5.10	Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido	66
5.11	Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido	66
5.12	Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido	67
5.13	P_{shaft} y \dot{m}_f frente a EAS para diversas cotas de vuelo [2]	68
5.14	T_{04} frente a P_{shaft} para 7925 m	68
5.15	Mapa genérico del compresor $(PR - 1) - \dot{m}_c$	69
5.16	Mapa genérico del compresor $\eta_c - \dot{m}_c$	69
5.17	Temperatura a la salida del compresor frente a P_{shaft}	70
5.18	Relación de expansión frente a P_{shaft}	70
5.19	Temperatura a la salida de la turbina HP frente a P_{shaft}	71
5.20	Temperatura a la salida de la turbina LP frente a P_{shaft}	71
5.21	Gasto de combustible frente a P_{shaft}	71
5.22	Puntos evaluados sobre el mapa característico del compresor	72
5.23	Relación de compresión frente a gasto corregido	72
5.24	Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido	73
5.25	Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido	73
5.26	Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido	74
5.27	Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido	74
5.28	Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido	75
5.29	Temperatura a la salida de la cámara de combustión frente a potencia demandada	76

6.1	Trabajo específico y temperatura a la salida de la turbina frente a relación de expansión	77
-----	---	----

Índice de Tablas

2.1	Especificaciones de dos versiones del TPE331 [5] y del T56 IV [12]	7
2.2	Datos en banco de ensayo en unidades del SI	11
2.3	Gastos máxicos de los reactivos y los productos [18]	15
4.1	Media del error cuadrático medio	41
4.2	Parámetros en el punto de diseño	41
5.1	Especificaciones CASA C-212 [8] [11]	54
5.2	Datos de los puntos evaluados	63
5.3	Parámetros en el punto de diseño	70

Notación

R	Constante de los gases ideales
γ	Coefficiente de dilatación adiabática
PM_i	Masa molar de la especie i
x_i	Fracción molar de la especie i
ρ	Densidad
v	Volumen molar
p_i	Presión en la etapa i
p_{0i}	Presión de remanso en la etapa i
T_i	Temperatura en la etapa i
T_{0i}	Temperatura de remanso en la etapa i
C_p	Calor específico a presión constante
h_i	Entalpía en la etapa i
h_{0i}	Entalpía de remanso en la etapa i
RPM	Revoluciones por minuto del eje
ITT	Interstage Turbine Temperature
EGT	Exhaust Gas Temperature
W_f	Gasto de combustible medido en el ensayo
NG	Revoluciones por minuto del eje del compresor medido en el ensayo
NP	Revoluciones por minuto del eje de la hélice medido en el ensayo
TP	Par motor sobre el eje de la hélice medido en el ensayo
\dot{m}_a	Gasto de aire a la entrada del motor
\dot{m}_s	Gasto de sangrado
\dot{m}_f	Gasto de combustible
f	Cociente del gasto de aire que pasa por la turbina entre el de combustible
λ	$1/f$, siendo este el dosado
λ_{estq}	Dosado estequiométrico
λ_{rel}	λ/λ_{estq} , siendo este el dosado relativo
\dot{W}_c	Potencia absorbida por el compresor
\dot{W}_t	Potencia generada por la turbina

τ	Par motor
P_{shaft}	Potencia absorbida por el eje
η_c	Rendimiento isoentrópico del compresor
η_{t45}	Rendimiento isoentrópico de la turbina HP
η_{t5}	Rendimiento isoentrópico de la turbina LP
η_{mec}	Rendimiento mecánico
η_{box}	Rendimiento de la reductora
η_{cc}	Rendimiento de la cámara de combustión
π_{cc}	Pérdida de carga en la cámara de combustión
η_{tb}	Rendimiento de la tobera
π_c	Relación de compresión
π_t	Relación de expansión
π_{td}	Pérdida de presión en la toma dinámica
π_{tb}	Pérdida de presión en la tobera
H_p	Poder calorífico del combustible
V_0	Velocidad del aire a la entrada del motor
M_i	Número de Mach en la etapa i
C_s	Velocidad del fluido a la salida
η_P	Rendimiento propulsivo
η_M	Rendimiento motor
N	Revoluciones del eje del motor
$N_{c,c}$	Revoluciones corregidas del compresor
$N_{c,t45}$	Revoluciones corregidas de la turbina HP
$N_{c,t5}$	Revoluciones corregidas de la turbina LP
θ	$T[K]/T_{ref}$, siendo $T_{ref} = 298.15$ K
$W_{c,c}$	Gasto corregido del compresor
$W_{c,t45}$	Gasto corregido de la turbina HP
$W_{c,t5}$	Gasto corregido de la turbina LP
δ	$p[bar]/p_{ref}$, siendo $p_{ref} = 1.01325$ bar
S_{W_c}	Factor de escalado del gasto corregido
S_{PR}	Factor de escalado de la relación de compresión/expansión
S_η	Factor de escalado del rendimiento isentrópico
$MZFW$	Maximum Zero Fuel Weight
$MTOW$	Maximum Take-Off Weight
MLW	Maximum Landing Weight
b	Envergadura
S_w	Superficie alar
AR	b^2/S_w , Aspect Ratio (Alargamiento)
V_C	Velocidad de crucero
V_{MO}	Velocidad máxima operativa
n	Factor de carga

1 Introducción

Dentro de la aviación, tanto civil como militar, el uso de motores turbo-hélices está más que justificado para ciertos rangos de operación. El principio de funcionamiento de un turbo-hélice se basa en la generación de potencia que, a diferencia de un turbo-fan, se entrega a un eje que hace girar una hélice, la cual genera el empuje necesario para propulsar la aeronave en cuestión. Como toda turbomáquina, dicha potencia generada se obtiene del intercambio de energía entre la máquina y un flujo de fluido continuo. Este flujo de fluido pasa por un proceso de compresión-expansión según el ciclo termodinámico Brayton, representado en el siguiente diagrama temperatura (T) - entropía (s):

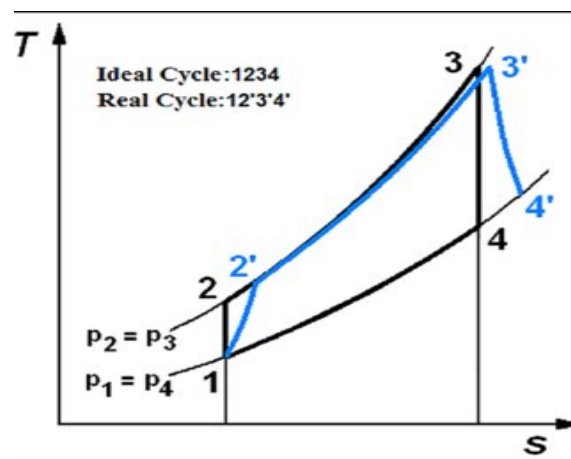


Figura 1.1 Curva T - s del ciclo ideal y real Brayton [22].

- **Proceso 1-2:** compresión del flujo de aire en el compresor
- **Proceso 2-3:** combustión del combustible con el flujo de aire en la cámara de combustión
- **Proceso 3-4:** expansión de los gases de combustión en la turbina

Tanto la tipología de los compresores y las turbinas (axiales o centrífugos), como el número de escalones de los mismos varían según el rango de potencia demandada para el que sea diseñado el turbo-hélice en cuestión. Como ya se ha comentado, la potencia generada se dedica a hacer girar una hélice, por lo que los gases de combustión sufren una pequeña aceleración y el empuje que pueda generar dicha variación de cantidad de movimiento es despreciable frente al empuje que genere la hélice. Los turbo-hélices se pueden clasificar entonces según sea este sistema de generación de potencia:

1. **Turbo-hélices mono ejes:** consta de un único eje que hace girar de forma solidaria la turbina con el compresor. El eje de la hélice está conectada a dicho eje mediante una caja reductora. Un requisito de este tipo de motor es que el ángulo de paso de la hélice sea variable.
2. **Turbo-hélices de turbina libre:** en estos turbo-hélices se tiene al menos dos turbinas, una conectada al eje de la hélice, y la otra al compresor :

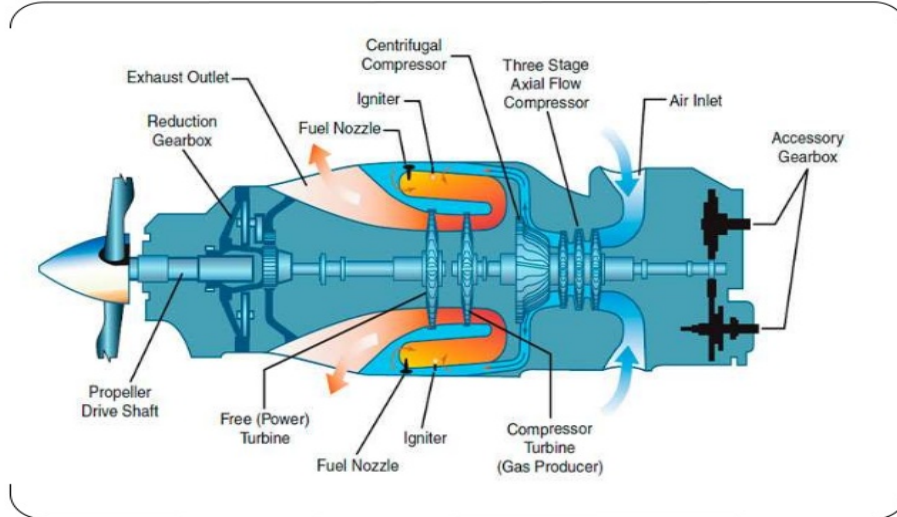


Figura 1.2 Esquema de un turbo-hélice con turbina libre [22].

Además, los motores de esta tipología se caracterizan por una gran eficiencia propulsiva a bajas velocidades frente a motores turbo-jets:

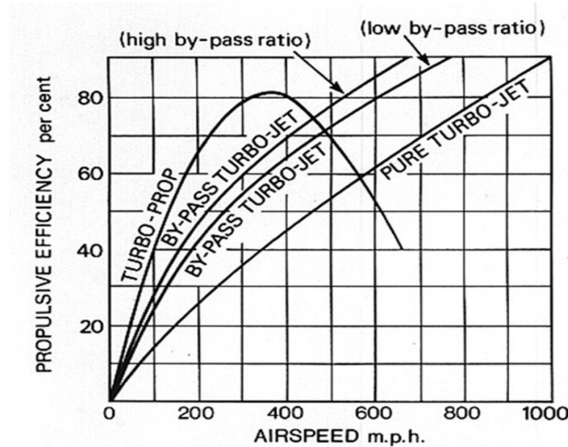


Figura 1.3 Rendimiento propulsivo para diferentes motores [13].

Un ejemplo concreto de este tipo de motores es el Garrett TPE331, el cual, además de ser usado como planta propulsora de la aeronave CASA C-212 Aviocar del Ejército del Aire, va a ser el turbo-hélice sobre el que se va a centrar este proyecto. Dicho motor es testado en un banco de potencia en la Maestranza Aérea de Sevilla, para verificar así el correcto funcionamiento del motor. Los resultados de estos ensayos en banco han sido facilitados por la Maestranza Aérea de Sevilla, los cuales representan la base de este proyecto. Tanto las especificaciones del motor como los datos aportados se especifican con más detalle en el siguiente capítulo.

Por tanto, la motivación de este Trabajo Fin de Grado ha sido el estudio y tratamiento de dichos datos para generar un modelo paramétrico de turbo-hélice que modele el motor ensayado en la Maestranza Aérea de Sevilla. Para ello se ha empleado el software MATLAB, el cual ayuda a programar y resolver sistemas de ecuaciones no lineales y representar gráficamente los resultados que se han obtenido.

La idea de generar un modelo paramétrico del Garrett TPE331 a partir de los datos en banco, es que dicho conjunto de ecuaciones dependientes de una serie de parámetros sea capaz de obtener las condiciones operativas del turbo-hélice cuando este no esté funcionando en el punto de diseño del mismo. En definitiva, el objetivo es obtener unas curvas características de cada compresor y turbina de los que consta dicho modelo como las siguientes:

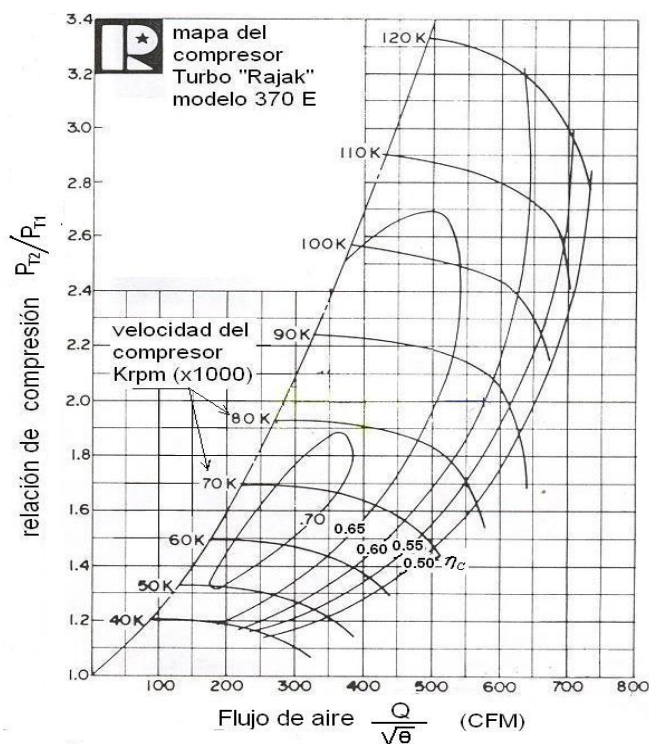


Figura 1.4 Mapa operativo de un compresor [13].

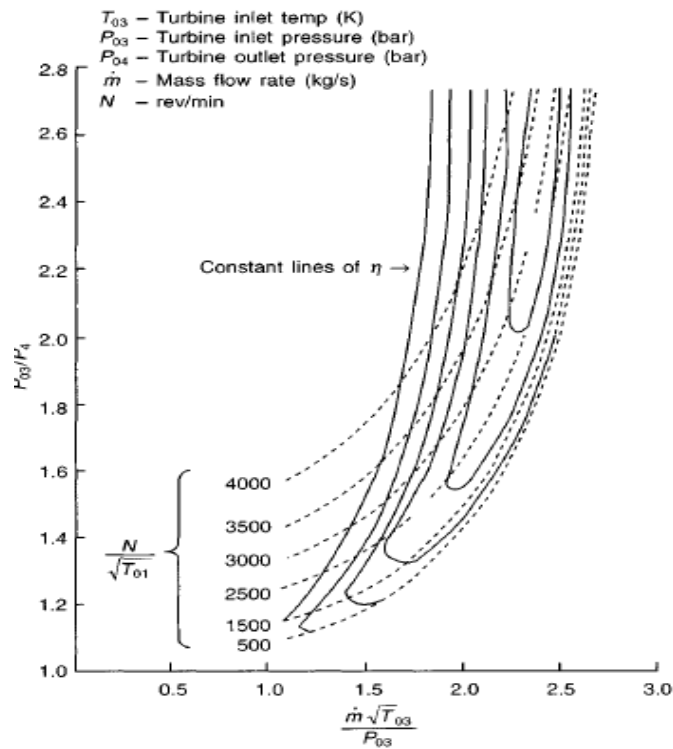


Figura 1.5 Mapa operativo de una turbina [22].

Estas curvas características de compresores y turbinas representan los puntos operativos de cada turbomáquina, y serán el resultado de un proceso de optimización, el cual se encarga de ajustar el modelo paramétrico a los datos en banco. Una vez se haya obtenido el modelo de turbo-hélice sintonizado con los datos de ensayo y generadas dichas curvas características, se tendrá así un modelo capaz de simular el funcionamiento del motor Garrett TPE331 en condiciones off-design.

La aplicación directa de este modelo off-design es poder usarlo para evaluar el funcionamiento del motor en condiciones de vuelo. Esto significa, acoplarlo a una aeronave, en este caso el propio C-212, de forma que al obtener la demanda de empuje para diferentes actitudes y cotas de vuelo, traducir este empuje en potencia demandada, la cual será el input del modelo. De esta forma se puede obtener la evolución de las temperaturas y presiones en los diferentes componentes del motor, así como la cantidad de combustible necesario para un plan de vuelo determinado. Por tanto, además del interés académico de operar con mapas característicos de compresor y turbina tal y como se hace en la industria hoy día, obtener dicho modelo supondría un ahorro en tiempo y costes en la evaluación de prestaciones. Es decir, se dispondría de una herramienta que permite simular las prestaciones del turbo-hélice frente a una demanda de potencia concreta de forma automática sin tener que acudir a un ensayo, bien en banco o en vuelo.

2 Modelo de motor

En el siguiente capítulo se expondrán las características del motor objeto de estudio, en nuestro caso el turbo-hélice Garrett TPE331, así como los datos aportados por los ensayos en banco. A partir de dichos datos en banco, se podrán obtener el resto de variables y rendimientos que definen el ciclo termodinámico en condiciones de diseño. En este sentido se definirá el fluido de trabajo y las hipótesis que se asumen para finalmente exponer las ecuaciones que definen el ciclo termodinámico del turbo-hélice.

2.1 Descripción del turbo-hélice Garrett TPE331

El motor Garrett TPE331 es un turbo-hélice monoeje diseñado en la década de los 50 por la compañía norteamericana Garrett AiResearch, y que desde 1999 es producido por la empresa Honeywell. La producción del Garrett TPE331 consta de 18 modelos y 106 configuraciones que suministran una potencia que va desde los 575 shp hasta los 1650 shp. Entre las aeronaves que montan este turbo-hélice se encuentran el Cessna 441 Conquest II, el Antonov An-38, el Dornier Do 228 o el CASA C-212 Aviocar.



Figura 2.1 Avión del Ejército del Aire CASA C-212 Aviocar [4].

Como ya se ha mencionado, el turbo-hélice sobre el que va a tratar este proyecto consta de un solo eje que gira a velocidad constante gracias a la potencia generada en la turbina. Dicho eje transmite esa potencia al compresor y a la hélice. Mientras que las etapas de compresor giran a la misma velocidad que la turbina, la hélice gira a menos revoluciones gracias a la caja reductora integral instalada, que es capaz de reducir la

velocidad de giro con una relación de 20.87-26.23:1 . En concreto, el compresor está constituido por dos etapas centrífugas, mientras que la turbina consta de 3 etapas axiales. Además, la cámara de combustión es del tipo flujo anular inverso. En el caso del CASA C-212 Aviocar, se trata de una aeronave bi-motor propulsada por dos hélices de velocidad constante Dowty Rotol R-334/4-82-F/13 con 4 palas y 2.74 m de diámetro.

A continuación se muestran dos imágenes en las que se pueden observar los diferentes módulos que componen el motor y la hélice instalada en el C-212:

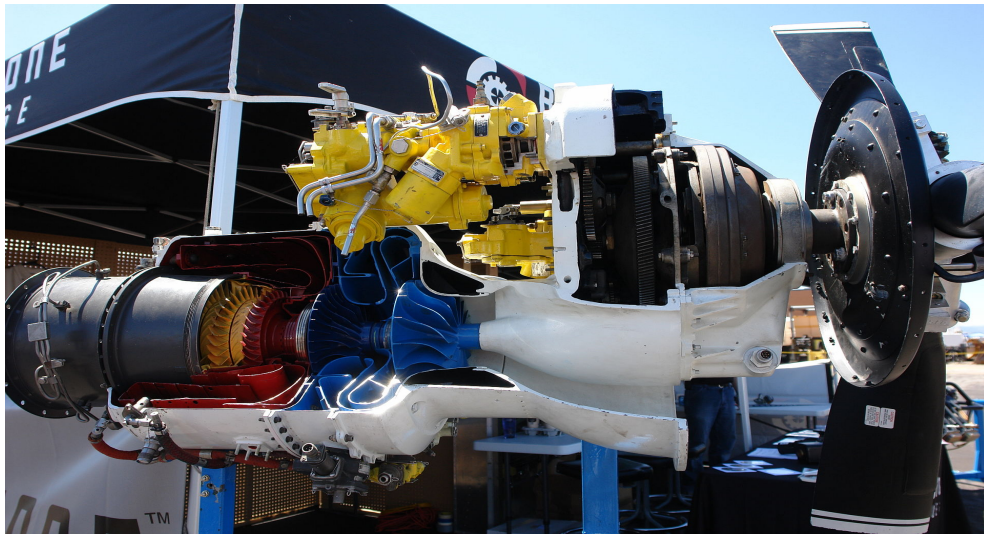


Figura 2.2 Corte longitudinal del turbo-hélice [5].



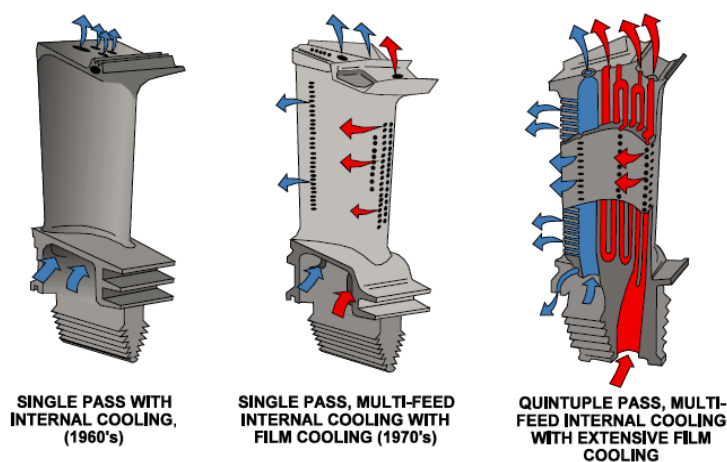
Figura 2.3 Hélice Dowty Rotol R-334/4-82-F/13 [9].

Por último, se detallarán algunas especificaciones de las versiones Garrett TPE331-43A y TPE331-10, y se compararán con las del turbo-hélice Allison T56 Series IV:

Tabla 2.1 Especificaciones de dos versiones del TPE331 [5] y del T56 IV [12].

Especificaciones	TPE331-43A	TPE331-10	T56-A Series IV
Longitud [mm]	1200	1088	3710
Diámetro [mm]	530	-	690
Dry weight [kg]	152	175	880
Etapas del compresor	2	2	14HP
Etapas de la turbina	3	3	4HP
Max. potencia suministrada [kW]	429	700	4409
Relación de compresión	-	10.55:1	11.5:1
TSFC [g/kWh]	-	325	285.3
Power-to-weight ratio [kW/kg]	2.81	4.01	4.52

Se observa como la versión TPE331-10 casi duplica la máxima potencia suministrada respecto a la versión TPE331-43A. Esto se debe a que en la versión 10 los álabes de la turbina están refrigerados, es decir, cuentan con unos orificios por los que se hace circular aire sangrado del compresor (en concreto, como máximo un 10% del flujo de aire en el compresor [2]):

**Figura 2.4** Diferentes configuraciones de álabes refrigerados.

La temperatura a la salida de la cámara, o lo que es lo mismo, a la entrada de la turbina, es un factor limitante en el diseño de turbomáquinas, ya que esta no puede superar la temperatura de fluencia de los álabes de la turbina. Con la introducción de los álabes refrigerados es posible trabajar con temperaturas a la salida de la cámara de combustión superiores. De esta forma se consigue un mayor rendimiento del motor, emulando al ciclo ideal de Carnot, donde dicho rendimiento aumenta con la relación T_{max}/T_{min} , y por tanto una mayor potencia suministrada al eje de la hélice [21].

Seguidamente se muestra una vista longitudinal y frontal del Garrett TPE331-10, donde se pueden observar las dimensiones del turbo-hélice, en concreto, el diámetro de la tobera de salida correspondiente a 10.9", el cual se empleará posteriormente:

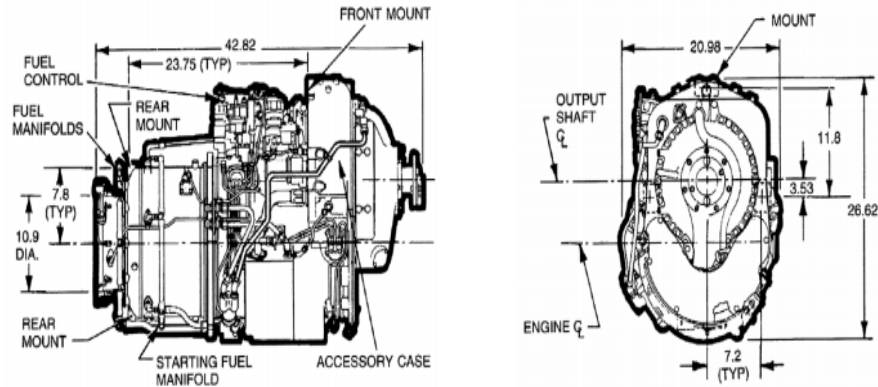


Figura 2.5 Medidas del TPE331-10 [2].

2.2 Ensayo en banco

En este apartado se va a describir las características del ensayo en banco realizado en la Maestranza Aérea de Sevilla, así como los datos obtenidos en dicho ensayo. En concreto, el modelo del turbo-hélice ensayado es el TPE 331-5.

Para poder ensayar el turbo-hélice en cuestión, este es instalado sobre un banco que consta de un dinamómetro hidráulico, el cual mide el par motor sobre el eje de la hélice. A diferencia de lo que se suele hacer para ensayar turbofanos o turbojets, en este tipo de ensayo no se mide el empuje que genera la turbomáquina, ya que este va a ser marginal frente al que genera la hélice, sino que lo que se mide es la potencia entregada al eje de la hélice. De esta forma, midiendo la velocidad de giro del eje de la hélice y el par motor sobre el eje es fácil obtener dicha potencia.

Por tanto, el punto de partida de este proyecto va a ser la tabla de datos proporcionados por la Maestranza Aérea de Sevilla para el ensayo en banco del turbo-hélice Garrett TPE 331-5. En concreto, se proporciona una serie de medidas de presión y temperatura en diferentes secciones del turbo-hélice, así como el gasto de combustible, la velocidad de giro del eje del compresor y de la hélice y el par en el eje de la hélice, para diferentes regímenes de funcionamiento, que van desde mínima potencia ("Punto 1") hasta máximo consumo de combustible ("Punto 6"):

MAESTRANZA AEREA DE SEVILLA		PRUEBA DE PERFORMANCES		BANCO DE PRUEBAS DE MOTORES					
N° Serie: 22176	Tiempo desde última reparación:	horas	Fecha: 26-11-10						
Operador:	N° serie LEBOW: 404			Modelo: TPE 331-5					
PARAMETRO	ALIAS	UNIDADES	PUNTO 1 MINIMA POTENCIA	PUNTO 2 (Tt4.1) 1400°F	PUNTO 3 (Tt4.1) 1450°F	PUNTO 4 (Tt4.1) 1500°F	PUNTO 5 (Tt4.1) 1550°F	PUNTO 6 (MAX Wf) FIG. 537	
VALOR CALORIFICO NETO COMBUST.	LHV	BTU/LB	18645	18645	18645	18645	18645	18645	
PRESION BAROMETRICA	Pbar	IN HgA	29.68	29.68	29.68	29.68	29.68	29.68	
PRESION TOTAL ENTRADA COMPRESOR	Pt2	IN HgA	29.62	29.39	29.51	29.35	29.36	29.38	
PRESION TOTAL SALIDA COMPRESOR	Pt3	PSIG	120.5	130.0	133.1	133.4	134.7	135.8	
PRESION ESTATICA SALIDA DE GASES	Ps5	IN H2O	4.0	2.0	2.4	2.9	3.2	4.4	
TEMP. DE ENTRADA AL COMPRESOR	Tt2	°F	59	60	61	61	61	60	
TEMP. DE SALIDA COMPRESOR	Tt3	°F	656	673	676	677	679	681	
TEMP. INTERETAPAS TURBINA (ITT)	Tt4.1	°F	1012	1393	1451	1496	1549	1655	
TEMP. SALIDA DE GASES (EGT)	T5	°F	564	821	863	895	934	1007	
VELOCIDAD EJE HELICE	NP	RPM	1592.5	1591.7	1591.6	1592.8	1591.1	1590.8	
VELOCIDAD EJE COMPRESOR	NG	RPM	41770	41748	41747	41778	41733	41724	
PAR EN EL EJE DE HELICE	TP	In/Lb	2537	20529	23152	24910	26753	30976	
FLUJO DE COMBUSTIBLE	Wf	Lb/Hr	214	374	396	415	437	482	
PRESION DE COMBUSTIBLE	Pc-Pt3	PSID	214	256	271	291	314	385	

Figura 2.6 Datos en banco de ensayo [14].

A continuación se muestra un corte longitudinal del turbo-hélice en el que se ha señalado cada punto de medida sobre el motor:

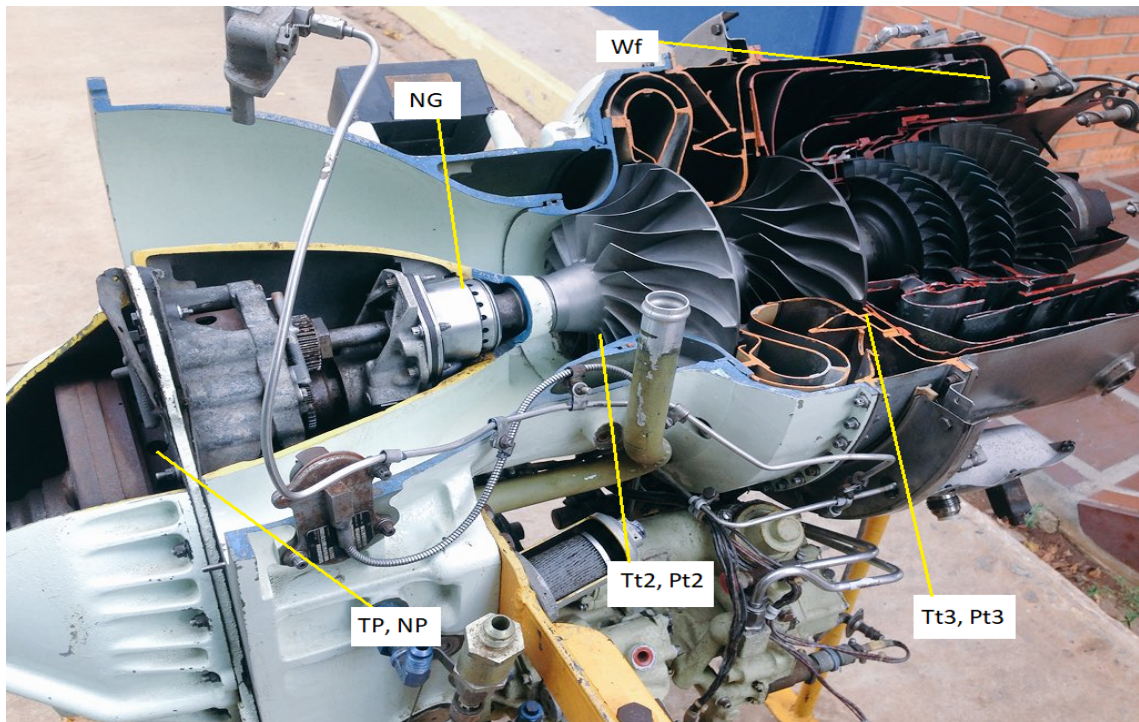


Figura 2.7 Variables medidas en el ensayo.

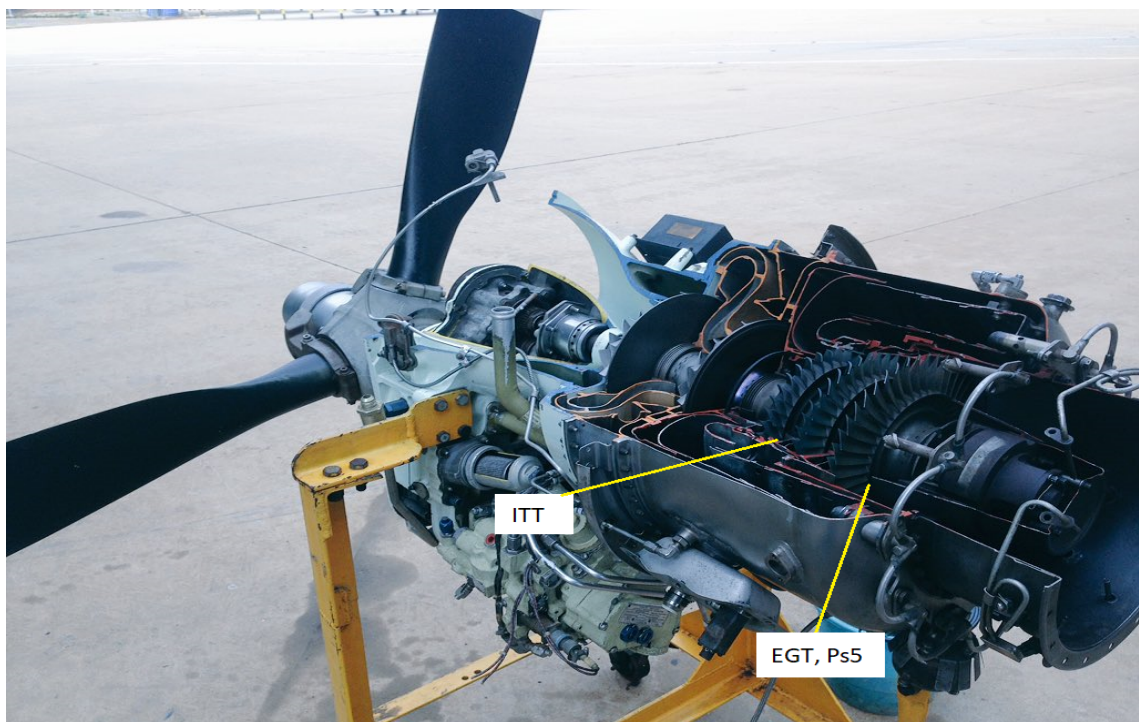


Figura 2.8 Variables medidas en el ensayo.

De los datos aportados por la Maestranza Aérea de Sevilla tan solo se van a utilizar los correspondientes a los puntos 2, 3, 4, 5 y 6, puesto que el punto correspondiente a la mínima potencia está demasiado lejos del punto de diseño de la turbomáquina, lo cual puede llevar a error en operaciones posteriores. Para medir el resto de variables presentes en la hoja de ensayos se emplean sensores ya instalados en el motor, como termopares,

manómetros o tubos de Pitot, cuyas medidas se recogen en la sala de control. Respecto a los datos, se puede observar como la velocidad de giro del eje se mantiene prácticamente constante para diferentes regímenes de funcionamiento, tal y como se ha comentado previamente. Además, con la medida de la velocidad de giro del eje de la hélice (NP) y el par motor en dicho eje (TP) se puede calcular la potencia entregada a la hélice de la forma:

$$P_{shaft} = \frac{NP \cdot TP \cdot 2\pi}{60} [W] \quad (2.1)$$

A continuación se muestran los datos que se van a emplear de aquí en adelante en las unidades del Sistema Internacional, siendo la ITT la temperatura medida entre la primera y la segunda etapa de la turbina, y la EGT la temperatura medida a la salida de la turbina, es decir, a la entrada de la tobera. Se ha calculado ya también la potencia entregada a la hélice:

Tabla 2.2 Datos en banco de ensayo en unidades del SI.

Pmto.	Uds.	Pto. 2	Pto. 3	Pto. 4	Pto. 5	Max. Wf
Hp	[MJ/kg]	43,368	43,368	43,368	43,368	43,368
P0	[Pa]	100507,758	100507,758	100507,758	100507,758	100507,758
P02	[Pa]	99525,708	99932,074	99390,253	99424,117	99491,844
P03	[Pa]	896318,8	917692,556	919760,984	928724,172	936308,408
T02	[K]	288,70556	289,26111	289,26111	289,26111	288,70556
T03	[K]	629,26111	630,92778	631,48333	632,59444	633,70556
ITT	[K]	1029,2611	1061,4833	1086,4833	1115,9278	1174,8167
EGT	[K]	711,48333	734,81667	752,59444	774,26111	814,81667
NP	[RPM]	1591,7	1591,6	1592,8	1591,1	1590,8
NG	[RPM]	41748	41747	41778	41733	41724
TP	[N·m]	2319,777	2616,176	2814,83	3023,089	3500,288
Wf	[kg/s]	0,047124	0,049896	0,05229	0,055062	0,060732
P_{shaft}	[MW]	3,86667	4,36043	4,69507	5,03706	5,83107

Del mismo modo se puede observar como a medida que aumenta la potencia entregada al eje de la hélice también aumenta el flujo de combustible, así como las temperaturas ITT y EGT , mientras que la relación de compresión ($\frac{P_{03}}{P_{02}}$) sufre leves variaciones ya que se está ensayando a altura y velocidad (nula) constante, lo cual es congruente con la teoría de un turbo-hélice.

2.3 Fluido de trabajo

En el proceso de modelización del turbo-hélice hay que definir previamente el fluido de trabajo y sus propiedades, puesto que esto va a condicionar la forma en que se definan posteriormente las ecuaciones del ciclo termodinámico en cada componente. En este sentido, se enumeran a continuación las siguientes hipótesis hechas sobre el fluido de trabajo, así como la elección del combustible empleado [18]:

1. Gases ideales ($p v = RT$) con propiedades dependientes de la temperatura.

2. Peso molecular de los fluidos constante excepto en la cámara de combustión.
3. Composición del aire: N_2, O_2, CO_2 y Ar .
4. Combustible: $C_{12}H_{23}$.
5. Poder calorífico, H_p : 43.368 MJ/kg referido a 298.15 K.
6. Gases de combustión: CO_2, H_2O, O_2, Ar y N_2 .
7. Flujo estacionario.
8. Flujo uni-dimensional.

El hecho de que las propiedades del fluido sean dependientes de la temperatura tiene una gran implicación en las ecuaciones que se definirán posteriormente. Por ello se expondrá a continuación el modelo de fluido de trabajo a partir del calor específico a presión constante.

2.3.1 Calor específico a presión constante, C_p

El calor específico a presión constante hace referencia a la cantidad de energía necesaria para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una determinada sustancia cuando la presión se mantiene constante. Sus unidades en el sistema internacional son $\left[\frac{J}{kgK}\right]$ y se define de la siguiente manera:

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{p=cte} \quad (2.2)$$

Para problemas con gases y grandes variaciones de temperaturas como es nuestro caso, dicha propiedad va a ser función de la temperatura. En [20] se propone definir el C_p como un polinomio de cuarto grado dependiente de la temperatura, y para ello proporciona una serie de coeficientes tabulados para varias especies, tomando como condiciones estándar 298.15 K y 100 kPa:

Coefficients for species thermodynamic properties

Species	T range, K	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}
CO ₂	1000-5000	0.44608(+1)	0.30982(-2)	-0.12393(-5)	0.22741(-9)	-0.15526(-13)	-0.48961(+5)	-0.98636(0)
	300-1000	0.24008(+1)	0.87351(-2)	-0.66071(-5)	0.20022(-8)	0.63274(-15)	-0.48378(+5)	0.96951(+1)
H ₂ O	1000-5000	0.27168(+1)	0.29451(-2)	-0.80224(-6)	0.10227(-9)	-0.48472(-14)	-0.29906(+5)	0.66306(+1)
	300-1000	0.40701(+1)	-0.11084(-2)	0.41521(-5)	-0.29637(-8)	0.80702(-12)	-0.30280(+5)	-0.32270(0)
CO	1000-5000	0.29841(+1)	0.14891(-2)	-0.57900(-6)	0.10365(-9)	-0.69354(-14)	-0.14245(+5)	0.63479(+1)
	300-1000	0.37101(+1)	-0.16191(-2)	0.36924(-5)	-0.20320(-8)	0.23953(-12)	-0.14356(+5)	0.29555(+1)
H ₂	1000-5000	0.31002(+1)	0.51119(-3)	0.52644(-7)	-0.34910(-10)	0.36945(-14)	-0.87738(+3)	-0.19629(+1)
	300-1000	0.30574(+1)	0.26765(-2)	-0.58099(-5)	0.55210(-8)	-0.18123(-11)	-0.98890(+3)	-0.22997(+1)
O ₂	1000-5000	0.36220(+1)	0.73618(-3)	-0.19652(-6)	0.36202(-10)	-0.28946(-14)	-0.12020(+4)	0.36151(+1)
	300-1000	0.36256(+1)	-0.18782(-2)	0.70555(-5)	-0.67635(-8)	0.21556(-11)	-0.10475(+4)	0.43053(+1)
N ₂	1000-5000	0.28963(+1)	0.15155(-2)	-0.57235(-6)	0.99807(-10)	-0.65224(-14)	-0.90586(+3)	0.61615(+1)
	300-1000	0.36748(+1)	-0.12082(-2)	0.23240(-5)	-0.63218(-9)	-0.22577(-12)	-0.10612(+4)	0.23580(+1)
OH	1000-5000	0.29106(+1)	0.95932(-3)	-0.19442(-6)	0.13757(-10)	0.14225(-15)	0.39354(+4)	0.54423(+1)
NO	1000-5000	0.31890(+1)	0.13382(-2)	-0.52899(-6)	0.95919(-10)	-0.64848(-14)	0.98283(+4)	0.67458(+1)
O	1000-5000	0.25421(+1)	-0.27551(-4)	-0.31028(-8)	0.45511(-11)	-0.43681(-15)	0.29231(+5)	0.49203(+1)
H	1000-5000	0.25(+1)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25472(+5)	-0.46012(0)

Source: NASA Equilibrium Code.⁹

Ar	300-5000	2.50003	-4.08999(-18)	1.01867(-20)	-1.0853(-23)	4.19052(-27)	-7.45384(2)	4.39173
----	----------	---------	---------------	--------------	--------------	--------------	-------------	---------

Figura 2.9 Coeficientes para diferentes especies [20].

De esta forma se puede definir el C_p de la especie i de la siguiente forma:

$$\frac{\tilde{c}_{p,i}(T)}{R} = a_{11} + a_{12} \cdot T + a_{13} \cdot T^2 + a_{14} \cdot T^3 + a_{15} \cdot T^4 \quad (2.3)$$

siendo $R = 8.3143 \text{ kJ/kmol K}$.

Atendiendo a la composición del aire asumida, se puede definir los porcentajes de cada especie que lo componen:

- 78.084 % de N_2
- 20.946 % de O_2
- 0.9340 % de Ar
- 0.03768 % de CO_2

De esta forma se puede conocer la fracción molar, x_i , de cada especie y calcular el C_p del aire como la suma ponderada de los $\tilde{c}_{p,i}$:

$$C_p(T) = \sum_i x_i \cdot \tilde{c}_{p,i} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \right] \quad (2.4)$$

Para obtener el C_p en las unidades del sistema internacional tan solo hay que dividir 2.4 por la suma de las

masas molares ponderadas:

$$C_p(T) = \frac{C_p(T) \cdot 1000}{\sum_i x_i \cdot PM_i} \left[\frac{J}{kg K} \right] \quad (2.5)$$

A continuación se muestra la evolución del C_p del aire con respecto a la temperatura:

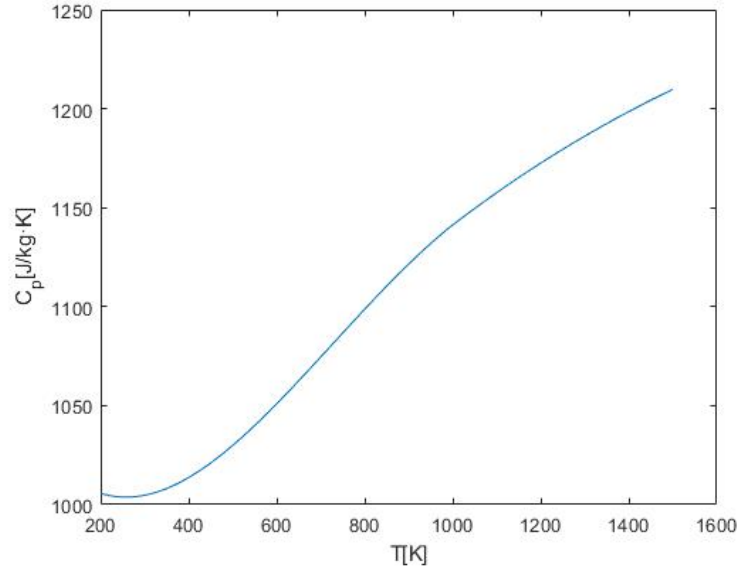


Figura 2.10 $C_{p,aire}$ frente a T .

En este punto se puede calcular también el valor de la constante R para el aire, ya que será el valor que se va a usar en las ecuaciones del ciclo de la toma dinámica y el compresor, es decir, donde se conoce perfectamente la composición del fluido y no depende del gasto de combustible. Conociendo las masas molares, PM_i , y las fracciones molares, x_i de cada gas que conforman el aire, tan solo hay que sustituir en la siguiente ecuación:

$$R_{aire} = \frac{R \cdot 100}{\sum_i x_i \cdot PM_i} = 287.079 \frac{J}{kg K} \quad (2.6)$$

Para los gases de combustión dichas fracciones molares serán función del cociente entre el gasto de aire y gasto de combustible o dosado, λ . La relación entre los gastos de cada especie y el dosado viene dada por la ecuación que define la reacción de combustión en la cámara de combustión [18]:

$$\begin{aligned} & [C_n H_m + \left[n + \frac{m}{4} \right] (O_2 + 3.717 N_2 + 0.04456 Ar + 0.001568 CO_2)] \lambda_{rel} = \\ & = \left[n + \lambda_{rel} \left[n + \frac{m}{4} \right] 0.001568 \right] CO_2 + \frac{m}{2} H_2O + \lambda_{rel} 3.717 \left[n + \frac{m}{4} \right] N_2 + \\ & + \lambda_{rel} \left[n + \frac{m}{4} \right] 0.04456 Ar + [\lambda_{rel} - 1] \left[n + \frac{m}{4} \right] O_2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

En nuestro caso, el hidrocarburo empleado en la combustión es el diesel $C_{12}H_{23}$, por lo que $n = 12$ y $m = 23$. Además, el dosado estequiométrico, λ_{estq} , es conocido e igual a 14.724. A continuación se muestran los gastos máxicos de los reactivos y los productos que intervienen en la combustión:

Tabla 2.3 Gastos másicos de los reactivos y los productos [18].

Reactivos	Productos
$\dot{m}_{N_2} = \frac{PM_{N_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} 3.717 \left[n + \frac{m}{4} \right]$	$\dot{m}_{N_2} = \frac{PM_{N_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} 3.717 \left[n + \frac{m}{4} \right]$
$\dot{m}_{Ar} = \frac{PM_{Ar}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} 0.04456 \left[n + \frac{m}{4} \right]$	$\dot{m}_{Ar} = \frac{PM_{Ar}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} 0.04456 \left[n + \frac{m}{4} \right]$
$\dot{m}_{CO_2} = \frac{PM_{CO_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} 0.001568 \left[n + \frac{m}{4} \right]$	$\dot{m}_{CO_2} = \frac{PM_{CO_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \left[n + \lambda_{rel} \left[n + \frac{m}{4} \right] \right] 0.001568$
$\dot{m}_{O_2} = \frac{PM_{O_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \lambda_{rel} \left[n + \frac{m}{4} \right]$	$\dot{m}_{O_2} = \frac{PM_{O_2}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} [\lambda_{rel} - 1] \left[n + \frac{m}{4} \right]$
	$\dot{m}_{H_2O} = \frac{PM_{H_2O}}{PM_{fuel}} \dot{m}_{fuel} \frac{m}{2}$

A partir de estos gastos másicos se puede definir ahora la fracción molar de la especie i como:

$$x_{gi} = \frac{\dot{m}_i / PM_i}{\sum_j \dot{m}_j / PM_j} \quad (2.8)$$

Ahora, el C_p de los gases resultantes de la combustión no solo dependerá de la temperatura, sino también del gasto de combustible suministrado a la cámara de combustión, de modo que se definirá mediante la siguiente ecuación:

$$C_{pg} = \sum_i x_{gi} \cdot C_{p_{gi}}(T) \quad (2.9)$$

Teniendo en cuenta la relación entre λ_{rel} y el cociente entre el gasto de combustible y el gasto de aire, f :

$$\lambda_{rel} = \frac{1}{f \cdot \lambda_{estq}} \quad (2.10)$$

se puede obtener la evolución del C_p de los gases de combustión para diferentes valores de f como se muestra en la Figura 2.11:

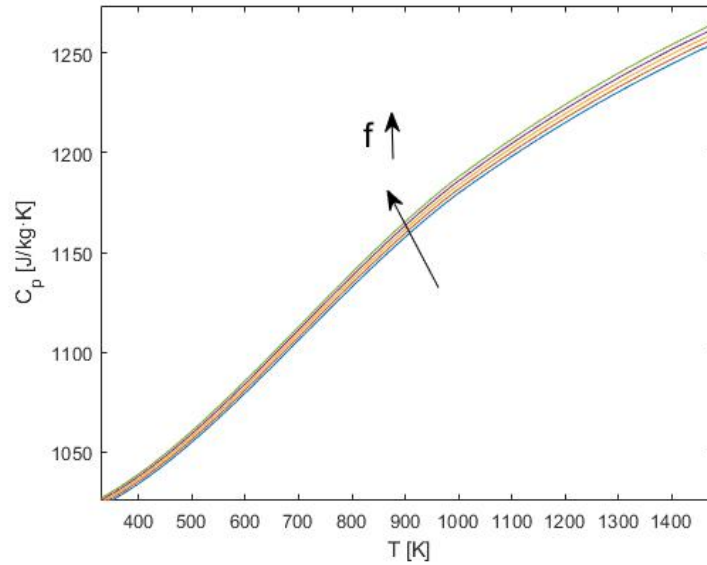


Figura 2.11 $C_{p,gas}$ frente a T .

2.3.2 Entalpía, h

La entalpía del fluido de trabajo es la función de estado que hace referencia a la cantidad de energía que intercambia con la turbomáquina en un proceso isobárico, es decir, a presión constante, cuando solo intervienen esfuerzos de presión-volumen. Su unidad en el sistema internacional es el [J], y la relación con el C_p se obtiene a partir de la *Ecuación de Gibbs* para un proceso isoentrópico [20]:

$$T ds = dh - v dp \Rightarrow ds = 0 \Rightarrow dh = v dp \quad (2.11)$$

sustituyendo la ecuación de los gases ideales e integrando:

$$dh = RT \frac{dp}{p} = C_p(T) dT \quad (2.12)$$

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T C_p(T) dT \quad (2.13)$$

siendo $T_{ref} = 298.15 \text{ K}$.

Por tanto, al igual que para el C_p , se calculará la h de la especie i como un polinomio en función de la temperatura, en este caso de quinto grado [20], y se hará una suma ponderada según las x_i del fluido:

$$\frac{\tilde{h}_i(T)}{RT} = a_{i1} + \frac{a_{i2}}{2} \cdot T + \frac{a_{i3}}{3} \cdot T^2 + \frac{a_{i4}}{4} \cdot T^3 + \frac{a_{i5}}{5} \cdot T^4 + \frac{a_{i6}}{T} \quad (2.14)$$

$$h(T) = \sum_i x_i \cdot \tilde{h}_i \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right] \quad (2.15)$$

Al igual que para el C_p , se presenta a continuación cómo varía la h del aire respecto a la temperatura en la Figura 2.12:

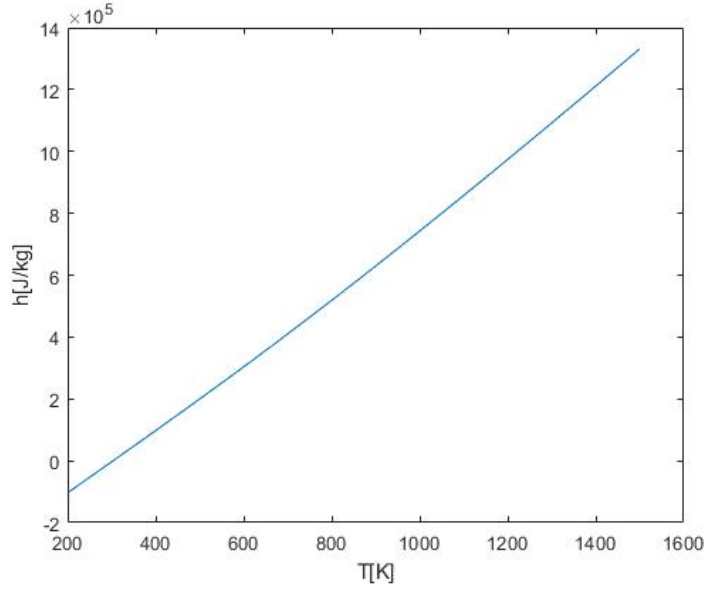


Figura 2.12 h_{aire} frente a T .

2.3.3 Entropía, s

La entropía del fluido de trabajo es la función de estado que mide la cantidad de energía que no podrá ser usada para realizar trabajo, y que se representa como el calor cedido por el sistema entre su temperatura absoluta. Es una manera de medir el grado de organización molecular del sistema. Su unidad en el sistema internacional es el $\left[\frac{J}{K}\right]$. Igualmente, se definirá la s_i de la especie i según se propone en [20]:

$$\frac{\tilde{s}_i(T)}{R} = a_{i1} \cdot \ln(T) + a_{i2} \cdot T + \frac{a_{i3}}{2} \cdot T^2 + \frac{a_{i4}}{3} \cdot T^3 + \frac{a_{i5}}{4} \cdot T^4 + a_{i7} \quad (2.16)$$

Calculando las x_i , se puede conocer el valor de la entropía de nuestro fluido de trabajo en función de la temperatura con la siguiente ecuación:

$$s(T) = \sum_i x_i \cdot \tilde{s}_i \left[\frac{kJ}{kmol K} \right] \quad (2.17)$$

2.3.4 Integral $\int_{T_{ref}}^T \frac{C_p(T)}{T} dT$

Por último se va a definir brevemente la integral del C_p entre T , puesto que va a ser una variable recurrente en las ecuaciones de nuestro modelo paramétrico, de modo que se ha creado una función en MatLab que recibe como inputs la T , y el gasto de aire y combustible en caso de trabajar con los gases de combustión, y nos devuelve el valor de dicha integral. De aquí en adelante dicha integral se denominará como la variable ϕ :

$$\phi(T) = \int_{T_{ref}}^T \frac{C_p(T)}{T} dT \left[\frac{J}{kg K} \right] \quad (2.18)$$

De este modo, sustituyendo 2.3 en la integral, resulta sencillo obtener la ϕ_i de la especie i , resultando la siguiente ecuación:

$$\phi_i(T) = R(a_{i1} \cdot \ln\left(\frac{T}{T_{ref}}\right) + a_{i2} \cdot (T - T_{ref}) + \frac{a_{i3}}{2} \cdot (T^2 - T_{ref}^2) + \frac{a_{i4}}{3} \cdot (T^3 - T_{ref}^3) + \frac{a_{i5}}{4} \cdot (T^4 - T_{ref}^4)) \quad (2.19)$$

Al igual que se ha hecho hasta ahora, tan solo se tiene que hacer la suma ponderada de las ϕ_i para conocer el valor de la variable considerando al fluido en todo su conjunto:

$$\phi(T) = \sum_i x_i \cdot \phi_i \left[\frac{kJ}{kmol K} \right] \quad (2.20)$$

2.4 Ecuaciones del ciclo

Una vez conocidos los datos proporcionados por los ensayos en banco y definido el fluido de trabajo, se pueden definir ahora las ecuaciones que definen el ciclo termodinámico en cada componente del turbo-hélice, así como las incógnitas del ciclo. Para ello se va a definir previamente los subíndices de cada etapa del turbo-hélice. Atendiendo a los datos en banco disponibles, se cuenta con las temperaturas a la entrada y salida del compresor, una temperatura interetapa (*ITT*), y la temperatura de los gases de la combustión a la salida de la turbina (*EGT*).

En este sentido el turbo-hélice en estudio se va a modelar como si constara de solo un compresor axial que modela las dos etapas centrífugas reales, y dos turbinas; una primera turbina (T_{HP}) que modela la primera etapa de la turbina real, y otra turbina (T_{LP}) que modela las dos etapas restantes. Por tanto, nuestro modelo estará conformado por 3 turbomáquinas. A continuación se muestra un esquema del turbo-hélice que se va a modelar con los índices que definen la entrada y/o salida de cada etapa:

- Etapa **1-02**: Toma dinámica (*td*)
- Etapa **02-03**: Compresor (*c*)
- Etapa **03-04**: Cámara de combustión (*cc*)
- Etapa **04-045**: Turbina de alta (*t45*)
- Etapa **045-05**: Turbina de baja (*t5*)
- Etapa **05-6**: Tobera de salida (*tb*)

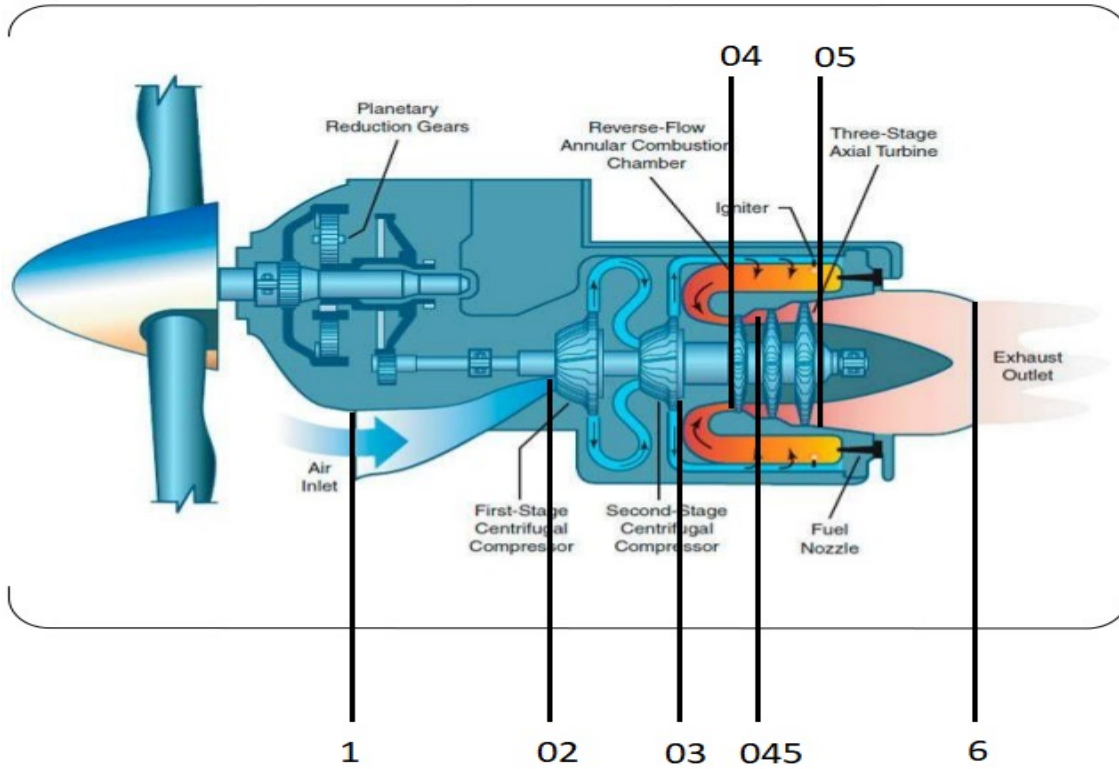


Figura 2.13 Etapas del turbo-hélice Garrett TPE331 modelado [6].

Por tanto, se pueden definir a continuación las ecuaciones que definen el ciclo termodinámico en cada componente del turbo-hélice modelado [13]:

2.4.1 Toma dinámica

En cuanto a la toma dinámica, al tratarse de un ensayo en banco, la velocidad de vuelo, V_0 , y por tanto el Mach, M_0 , son nulos. Esto permite obviar la resolución de este componente en un primer momento puesto que las variables de interés ya vienen proporcionados. De las ecuaciones que definen la toma dinámica:

$$V_0 = M_0 \sqrt{\gamma R T_0} \quad (2.21)$$

$$\frac{p_{01}}{p_0} = \exp \left(\frac{\int_{T_0}^{T_{01}} \frac{c_{p,aire}(T)}{T} dT}{R_{aire}} \right) \quad (2.22)$$

$$h_{01}(T_{01}) = h_0(T_0) + \frac{V_0^2}{2} \quad (2.23)$$

$$h_{02}(T_{02}) = h_{01}(T_{01}) \quad (2.24)$$

$$\pi_{td} = \frac{p_{02}}{p_{01}} \quad (2.25)$$

es inmediato ver que la presión barométrica (p_0) y la temperatura a la entrada del compresor (T_{02}) proporcionadas en la Tabla 2.2 corresponden con la p_{01} , y la T_{01} (y por lo tanto la temperatura ambiente T_0).

2.4.2 Compresor

Como se ha mencionado previamente, al tener solo temperaturas y presiones a la entrada y salida de la primera etapa centrífuga y de la segunda etapa respectivamente, no se tienen datos suficientes como para modelar cada una de las etapas por separado. Por tanto, de aquí en adelante se va a considerar un único compresor axial, del que solo se desconocen el trabajo específico, W_c , y el rendimiento isoentrópico, η_c :

$$\dot{W}_c = \dot{m}_a \int_{T_{02}}^{T_{03}} C_{p,aire}(T) dT = \dot{m}_a (h_a(T_{03}) - h_a(T_{02})) \quad (2.26)$$

$$\eta_c = \frac{h_{03,s} - h_{02}}{\dot{W}_c / \dot{m}_a} \quad (2.27)$$

$$dh_s = v dp = RT \frac{dp}{p} \quad (2.28)$$

$$\pi_c = \frac{p_{03}}{p_{02}} \quad (2.29)$$

$$\pi_c = \exp \left(\frac{\eta_c \int_{T_{02}}^{T_{03}} \frac{C_{p,aire}(T)}{T} dT}{R_{aire}} \right) \quad (2.30)$$

Destacar que hasta ahora se han empleado las propiedades del fluido dependientes tan solo de la temperatura, y no del combustible, puesto que la toma dinámica y el compresor son los componentes donde se conoce la composición exacta del aire.

2.4.3 Cámara de combustión

En la cámara de combustión tan solo se conoce el gasto de combustible, \dot{m}_f , la T_{03} y la p_{03} , teniendo como incógnitas entonces la T_{04} , la p_{04} y el gasto de aire, \dot{m}_a .

$$\eta_{cc} H_p \dot{m}_f = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) [h_g(T_{0out}) - h_g(T_{0ref})] - (\dot{m}_a - \dot{m}_s) [h_a(T_{0in}) - h_a(T_{0ref})] \quad (2.31)$$

$$\pi_{cc} = \frac{p_{0out}}{p_{0in}} \quad (2.32)$$

A partir de aquí, donde entra en juego el flujo de combustible, las propiedades del fluido empleadas serán función también de dicho flujo de combustible, tal y como se ha definido en el apartado anterior.

2.4.4 Turbina HP

Respecto a la turbina HP, la cual modela la primera etapa de la turbina real, tan solo se conoce la temperatura a la salida de esta, T_{045} , siendo la T_{04} , la p_{045} , el trabajo W_{LP} y el rendimiento η_{t45} las incógnitas nuevas:

$$\pi_{t45} = \frac{p_{04}}{p_{045}} \quad (2.33)$$

$$\dot{W}_{t45} = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \int_{T_{045}}^{T_{04}} C_{p,gas}(T) dT = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) [h_g(T_{04}) - h_g(T_{045})] \quad (2.34)$$

$$\eta_{t45} = \frac{\dot{W}_{t45} / \dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f}{h_{04} - h_{045,s}} \quad (2.35)$$

$$\pi_{t45} = \exp \left(\frac{\int_{T_{045}}^{T_{04}} \frac{C_{p,gas}(T)}{T} dT}{\eta_{t45} R_{gas}} \right) \quad (2.36)$$

2.4.5 Turbina LP

Y en cuanto a la turbina LP, la cual modela las dos etapas restantes, se conoce de nuevo la temperatura a la entrada T_{045} y a la salida la temperatura T_{05} . Respecto a las incógnitas se tienen las mismas que en la turbina HP, salvo la temperatura a la entrada:

$$\pi_{t5} = \frac{p_{045}}{p_{05}} \quad (2.37)$$

$$\dot{W}_{t5} = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \int_{T_{05}}^{T_{045}} C_{p,gas}(T) dT = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) [h_g(T_{045}) - h_g(T_{05})] \quad (2.38)$$

$$\eta_{t5} = \frac{\dot{W}_{t5} / \dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f}{h_{045} - h_{05,s}} \quad (2.39)$$

$$\pi_{t5} = \exp \left(\frac{\int_{T_{05}}^{T_{045}} \frac{C_{p,gas}(T)}{T} dT}{\eta_{t5} R_{gas}} \right) \quad (2.40)$$

2.4.6 Equilibrio de potencias

Finalmente, se define la ecuación que define el equilibrio de potencias. La potencia generada por la turbina es empleada en hacer girar el compresor, el cual gira a las mismas RPM que la turbina, y la hélice, que gira con una relación 1/26.24 veces la velocidad de giro del compresor. El rendimiento η_{mecbox} engloba tanto al

rendimiento de la reductora como al rendimiento mecánico del eje:

$$\dot{W}_{t45} + \dot{W}_{t5} = \dot{W}_t = (\dot{W}_c + P_{shaft}) \cdot \frac{1}{\eta_{mec\ box}} \quad (2.41)$$

2.4.7 Tobera de salida

Por último, en la tobera de salida, debido a la cota en la que se ha realizado el ensayo, tan solo se sabe que está adaptada, es decir, la presión de salida es igual a la presión ambiente, y que además es un proceso adiabático. Además, de la Figura 2.5 se tiene que el área de salida, A_s , es igual a 0.0602 m^2 :

$$\ln\left(\frac{p_{06}}{p_6}\right) = \frac{1}{R_{gas}} \int_{T_6}^{T_{06}} \frac{C_{p, gas}(T)}{T} dT \quad (2.42)$$

$$h_{06}(T_{06}) = h_{05}(T_{05}) \quad (2.43)$$

$$h_{06}(T_{06}) = h_6(T_6) + \frac{C_6^2}{2} \quad (2.44)$$

$$p_6 = p_0 \quad (2.45)$$

$$\pi_{tb} = \frac{p_{06}}{p_{05}} \quad (2.46)$$

$$\eta_{tb} = \frac{h_{05} - h_6}{h_{05} - h_{6,s}} = \frac{\int_{T_6}^{T_{05}} \frac{C_{p, gas}(T)}{T} dT}{R_{gas} \cdot \ln\left(\frac{p_{05}}{p_6}\right)} \quad (2.47)$$

$$\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s = \frac{p_6}{R_{gas} \cdot T_6} \cdot C_6 \cdot A_6 \quad (2.48)$$

2.5 Método de resolución

A la vista del conjunto de ecuaciones 3.12-3.50 se ha implementado, mediante el software MATLAB, un primer modelo del turbo-hélice como un sistema de 20 ecuaciones no lineales, que se resuelve con la función *fsolve*, y que tiene las siguientes variables como incógnitas:

$$V_0 \quad T_{01} \quad T_{02} \quad p_{01} \quad p_{02} \quad p_{03} \quad T_{03} \quad \dot{W}_c \quad \dot{m}_f \quad T_{04} \quad p_{04} \quad p_{045} \quad p_{05} \quad T_{05} \quad \dot{W}_t \quad p_{06} \quad T_{06} \quad T_6 \quad C_6 \quad \eta_{tb}$$

y que recibe como inputs:

$$T_0 \quad p_0 \quad M_0 \quad P_{shaft} \quad \pi_c \quad T_{045}$$

además de un vector de parámetros p que incluye el resto de variables desconocidas en el ciclo:

$$p = [\dot{m}_a \quad \dot{m}_s \quad \eta_c \quad \eta_{t45} \quad \eta_{t5} \quad \pi_{td} \quad \pi_{cc} \quad \eta_{cc} \quad \eta_{mecbox} \quad \pi_{td}]$$

Este vector p será determinado posteriormente para el *Punto de Diseño*, es decir, para el régimen de funcionamiento para el que se diseña el turbo-hélice, mediante una estrategia de matching del modelo off-design a los datos de ensayo. Respecto al punto de diseño, debido al reducido número de datos en diferentes regímenes de funcionamiento del turbo-hélice que se tiene, se asumirá que este es uno de los cinco puntos que se van a estudiar.

En definitiva, este primer modelo del turbo-hélice sin las curvas características de las tres turbomáquinas tan solo modela el punto de diseño asumido. No obstante, será de utilidad para obtener en un primer momento unos valores de las temperaturas y presiones a la entrada de cada turbomáquina ($T_{02}, p_{02}, T_{04}, p_{04}$ y p_{045}), que junto al vector p en el punto de diseño, se emplearán en realizar el *Escalado* de los mapas de compresor y turbina, tarea que se desarrollará en el siguiente capítulo.

3 Modelo de motor off-design

A continuación se va a tratar como se ha modelado el turbo-hélice en condiciones off-design, es decir, el comportamiento del motor fuera del punto de diseño. Para ello se ha empleado los mapas de compresor y turbina de un turbo-hélice genérico y se ha realizado una operación de escalado para adaptarlas a nuestro caso. En este sentido, se obtienen tres ecuaciones por cada turbomáquina. De esta forma se tiene un modelo paramétrico que simulará el comportamiento del turbo-hélice en diferentes regímenes de funcionamiento y cotas de vuelo.

3.1 Escalado de los mapas de compresor y turbina

Los mapas de compresor y turbina vienen definidos por tres tablas de datos: relación de compresión/expansión (PR), gasto corregido (W_c) y rendimiento isoentrópico (η), que estos a su vez son función de dos parámetros: las revoluciones corregidas (N_c) y el parámetro adimensional β , que toma valores entre 0 y 1. Los parámetros W_c y N_c se definen entonces de la siguiente forma [18]:

$$N_c = \frac{N/N_{ref}}{\sqrt{T/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}}} \quad (3.1)$$

$$W_c = \dot{m} \frac{\sqrt{T/T_{ref}}}{p/p_{ref}} \cdot \frac{\sqrt{R \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma}} \quad (3.2)$$

siendo:

- $T_{ref} = 298.15 K$
- $p_{ref} = 10^5 Pa$
- $R_{ref} = 287 \frac{J}{kg K}$
- $\lambda_{ref} = 1.4$
- N_{ref} hay que elegirla para cada mapa

Los valores de T , p y \dot{m} hacen referencia a la temperatura, presión y gasto de fluido a la entrada de cada turbomáquina, obtenidos con el modelo definido en 2.4. En nuestro caso, como la velocidad de giro del eje del

compresor, N , se mantiene constante e igual a 41730 rpm para los diferentes regímenes de funcionamiento, el cociente N/N_{ref} se va a tratar como si fuera un único parámetro de valor constante para cada una de las turbomáquinas.

Por tanto, el escalado de los mapas de compresor y turbina consiste en multiplicar dichas tablas de datos por un factor de escalado, el cual viene definido por el cociente entre las propias variables en el punto de diseño de nuestra turbomáquina y del mapa genérico. Esta estrategia es la que siguen empresas como Rolls-Royce a la hora de diseñar una nueva turbomáquina, empleando una gran cantidad de mapas genéricos, logrando así adaptarse con mayor precisión al modelo real. En el desarrollo de este proyecto solo se ha contado con un solo mapa de compresor y otro de turbina, de los que se desconocen los puntos de diseño, por lo que estos se dejan a elección nuestra. No obstante, existen una serie de criterios que ayudan a elegirlos.

Para el caso del compresor este debe estar lo más a la derecha posible y siempre por debajo del 20% de la "Surge line":

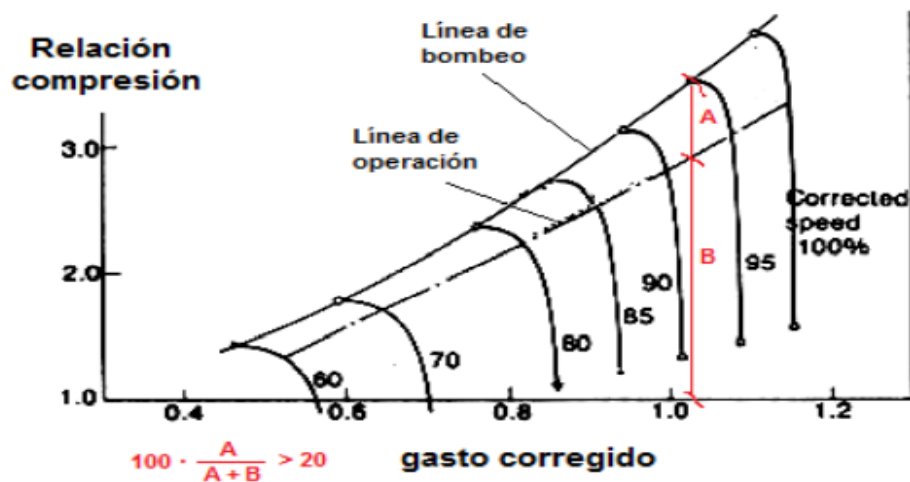


Figura 3.1 Criterio para la elección del punto de diseño del compresor [18].

En el caso de la turbina se escogerá un punto de tal forma que al multiplicarlo por el factor de escalado, los valores del rendimiento η sean menores que 0.94.

La idea final del escalado es obtener una ecuación, mediante el uso de la función *interp2* y los datos ya escalados, para:

$$\pi_i = \pi_i(\beta, N_c) \quad (3.3)$$

$$W_{c,i} = W_{c,i}(\beta, N_c) \quad (3.4)$$

$$\eta_i = \eta_i(\beta, N_c) \quad (3.5)$$

que modelarán el funcionamiento de cada turbomáquina en un punto off-design.

3.1.1 Compresor

A continuación se muestra el mapa de compresor genérico proporcionado, junto al punto de diseño seleccionado. Las líneas discontinuas representan curvas de valores de β constante, mientras que las líneas azules son curvas con N_c constante. En concreto, para el punto de diseño escogido, los valores de β y N_c son 0.61538 y 1.077 respectivamente.

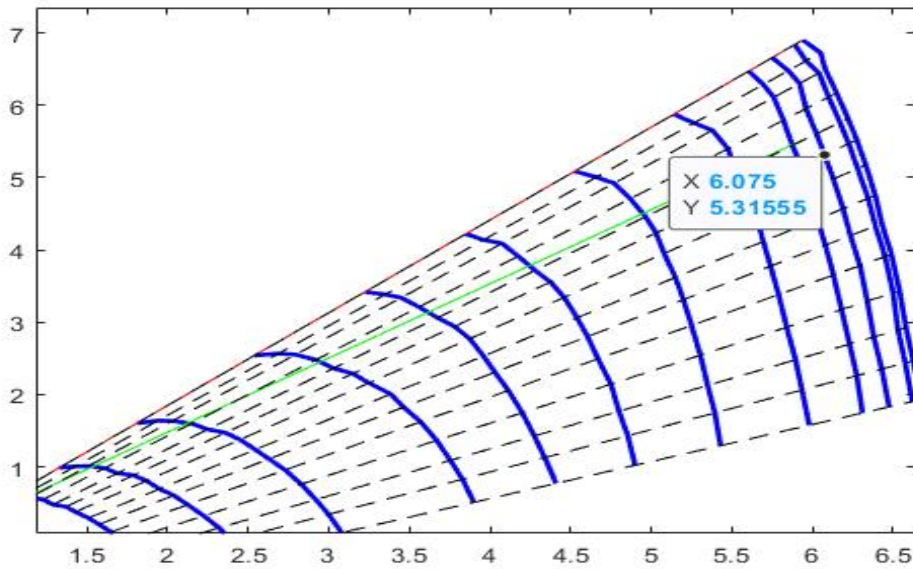


Figura 3.2 Mapa genérico del compresor $(PR-1)-W_{c,c}$.

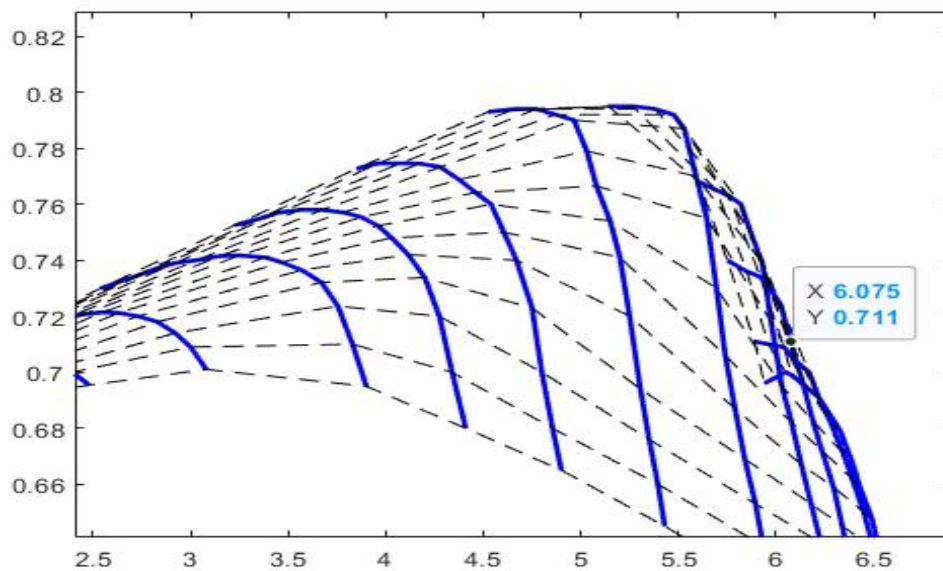


Figura 3.3 Mapa genérico del compresor $\eta_c-W_{c,c}$.

Los factores de escalado de la relación de compresión, el gasto corregido y el rendimiento se definen entonces como:

$$S_{PR} = \frac{PR_{PD} - 1}{PR_{PD,gen} - 1} = \frac{PR_{PD} - 1}{6.31555 - 1} \quad (3.6)$$

$$S_{W_{c,c}} = \frac{W_{c,cPD}}{W_{c,cPD,gen}} = \frac{W_{c,cPD}}{6.075} \quad (3.7)$$

$$S_{\eta_c} = \frac{\eta_{PD}}{\eta_{PD,gen}} = \frac{\eta_{PD}}{0.711} \quad (3.8)$$

3.1.2 Turbina

Al igual que en el caso del compresor, se muestra a continuación la relación de expansión y el rendimiento frente al gasto corregido de la turbina genérica junto al punto de diseño escogido. Los valores de β y N_c en dicho punto son 0.625 y 1 respectivamente.

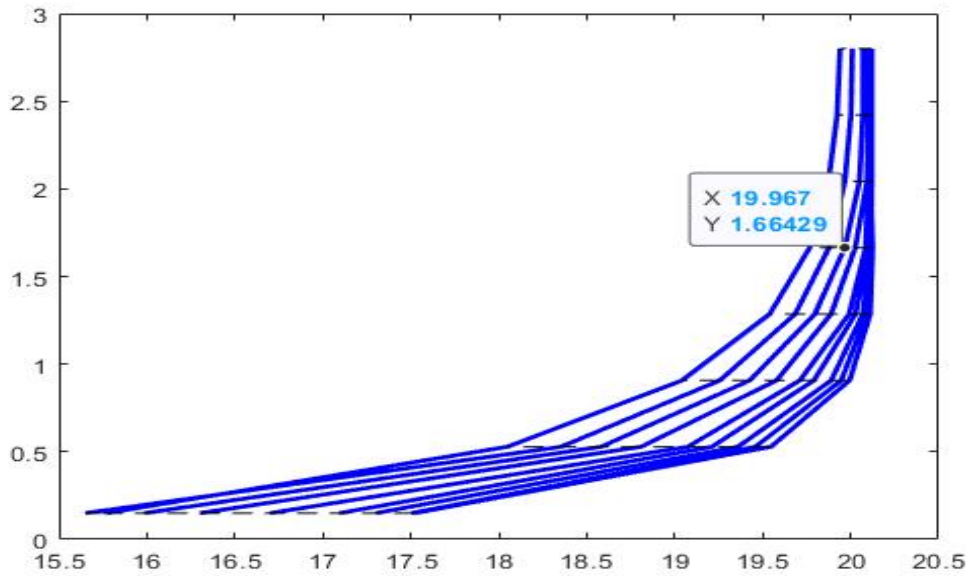


Figura 3.4 Mapa genérico de la turbina $(PR - 1) - W_{c,t}$.

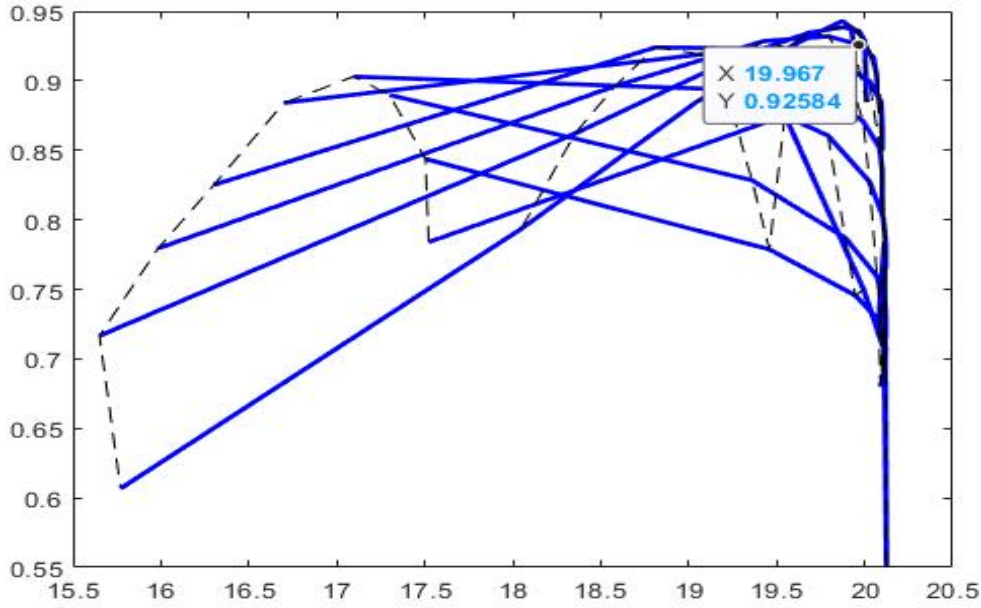


Figura 3.5 Mapa genérico de la turbina η_t - $W_{c,t}$.

Los factores de escalado de la relación de compresión, el gasto corregido y el rendimiento se definen entonces como:

$$S_{PR} = \frac{PR_{PD} - 1}{PR_{PD,gen} - 1} = \frac{PR_{PD} - 1}{2.66429 - 1} \quad (3.9)$$

$$S_{W_{c,t}} = \frac{W_{c,tPD}}{W_{c,tPD,gen}} = \frac{W_{c,tPD}}{19.96703} \quad (3.10)$$

$$S_{\eta_t} = \frac{\eta_{PD}}{\eta_{PD,gen}} = \frac{\eta_{PD}}{0.92584} \quad (3.11)$$

3.1.3 Resultados

Una vez obtenidos los diferentes factores de escalado para cada una de las turbomáquinas tan solo hay que multiplicar todos los valores de las tablas que definen los mapas genéricos por su factor correspondiente. De esta forma se hace coincidir el punto de diseño del mapa genérico con el punto de diseño del turbohélice asumido previamente, además de obtener las ecuaciones características 3.40-3.42 de las tres turbomáquinas mediante un interpolador.

No obstante, los valores de los factores de escalado para el compresor, la turbina TH y la turbina TL son función del gasto de aire y de los rendimientos en el punto de diseño del turbohélice, que son desconocidos en este momento y que vendrán determinados por el vector de parámetros p . Por tanto, los mapas del compresor y la turbina escalados en el punto de diseño serán un resultado de la estrategia de matching que se desarrollará en el siguiente capítulo.

3.2 Ecuaciones del modelo off-design

Una vez se haga el escalado de los mapas genéricos para cada una de las turbomáquinas se tendrán las ecuaciones 3.40-3.42, que junto a 3.38 y 3.39, se incluyen en el modelo definido en 2.4, constituyendo así el modelo de turbo-hélice off-design. A continuación se muestra el sistema de ecuaciones no lineales implementado:

3.2.1 Toma dinámica

$$V_0 = M_0 \sqrt{\gamma R T_0} \quad (3.12)$$

$$\frac{p_{01}}{p_0} = \exp \left(\frac{\int_{T_0}^{T_{01}} \frac{C_{p,aire}(T)}{T} dT}{R_{aire}} \right) \quad (3.13)$$

$$h_{01}(T_{01}) = h_0(T_0) + \frac{V_0^2}{2} \quad (3.14)$$

$$h_{02}(T_{02}) = h_{01}(T_{01}) \quad (3.15)$$

$$\pi_{td} = \frac{p_{02}}{p_{01}} \quad (3.16)$$

3.2.2 Compresor

En este caso, además de las ecuaciones definidas en 2.4.2, se incluyen las ecuaciones que interpolan sobre los mapas característicos del compresor. Se observa como estas ecuaciones están definidas por las condiciones de temperatura y presión a la entrada del compresor (T_{02} y p_{02}):

$$\dot{W}_c = \dot{m}_a \int_{T_{02}}^{T_{03}} C_{p,aire}(T) dT = \dot{m}_a (h_a(T_{03}) - h_a(T_{02})) \quad (3.17)$$

$$\pi_c = \frac{p_{03}}{p_{02}} \quad (3.18)$$

$$\pi_c = \exp \left(\frac{\eta_c \int_{T_{02}}^{T_{03}} \frac{C_{p,aire}(T)}{T} dT}{R_{aire}} \right) \quad (3.19)$$

$$N_{c,c} = \frac{N/N_{ref}}{\sqrt{T_{02}/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}}} \quad (3.20)$$

$$W_{c,c} = (\dot{m}_a - \dot{m}_s) \frac{\sqrt{T_{02}/T_{ref}}}{p_{02}/p_{ref}} \cdot \frac{\sqrt{R\gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref}\gamma}} \quad (3.21)$$

$$\pi_c = \pi_c(\beta_c, N_{c,c}) \quad (3.22)$$

$$W_{c,c} = W_{c,c}(\beta_c, N_{c,c}) \quad (3.23)$$

$$\eta_c = \eta_c(\beta_c, N_{c,c}) \quad (3.24)$$

3.2.3 Cámara de combustión

$$\eta_{cc} H_p \dot{m}_f = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) [h_g(T_{0out}) - h_g(T_{0ref})] - (\dot{m}_a - \dot{m}_s) [h_a(T_{0in}) - h_a(T_{0ref})] \quad (3.25)$$

$$\pi_{cc} = \frac{p_{0out}}{p_{0in}} \quad (3.26)$$

3.2.4 Turbina HP

Al igual que con el compresor, se suman a las ecuaciones definidas en 2.4.4, las ecuaciones de los mapas de la turbina que modela la primera etapa de la turbina. De nuevo, en función de la temperatura y la presión a la entrada de la turbina (T_{04} y p_{04}):

$$\pi_{t45} = \frac{p_{04}}{p_{045}} \quad (3.27)$$

$$\dot{W}_{t45} = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \int_{T_{045}}^{T_{04}} C_{p,gas}(T) dT = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) [h_g(T_{04}) - h_g(T_{045})] \quad (3.28)$$

$$\pi_{t45} = \exp\left(\frac{\int_{T_{045}}^{T_{04}} \frac{C_{p,gas}(T)}{\eta_{t5} R_{gas}} dT}{\eta_{t5} R_{gas}}\right) \quad (3.29)$$

$$N_{c,t45} = \frac{N/N_{ref}}{\sqrt{T_{04}/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}}} \quad (3.30)$$

$$W_{c,t45} = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) \frac{\sqrt{T_{04}/T_{ref}}}{p_{04}/p_{ref}} \cdot \frac{\sqrt{R\gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref}\gamma}} \quad (3.31)$$

$$\pi_{t45} = \pi_{t45}(\beta_{t45}, N_{c,t45}) \quad (3.32)$$

$$W_{c,t45} = W_{c,t45}(\beta_{t45}, N_{c,t45}) \quad (3.33)$$

$$\eta_{t45} = \eta_{t45}(\beta_{t45}, N_{c,t45}) \quad (3.34)$$

3.2.5 Turbina LP

Y finalmente, para la turbina que modela las dos etapas restantes, se suman a las ecuaciones presentes en 2.4.5, las ecuaciones que interpolan sobre los mapas característicos de dicha turbina. De nuevo, en función de las condiciones a la entrada de la turbina (T_{045} y p_{045}):

$$\pi_{t5} = \frac{p_{045}}{p_{05}} \quad (3.35)$$

$$\dot{W}_{t5} = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \int_{T_{05}}^{T_{045}} C_{p,gas}(T) dT = (\dot{m}_a - \dot{m}_s + \dot{m}_f) [h_g(T_{045}) - h_g(T_{05})] \quad (3.36)$$

$$\pi_{t5} = \exp\left(\frac{\int_{T_{05}}^{T_{045}} \frac{C_{p,gas}(T)}{T} dT}{\eta_{t5} R_{gas}}\right) \quad (3.37)$$

$$N_{c,t5} = \frac{N/N_{ref}}{\sqrt{T_{045}/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}}} \quad (3.38)$$

$$W_{c,t5} = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) \frac{\sqrt{T_{045}/T_{ref}}}{p_{045}/p_{ref}} \cdot \frac{\sqrt{R\gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref}\gamma}} \quad (3.39)$$

$$\pi_{t5} = \pi_{t5}(\beta_{t5}, N_{c,t5}) \quad (3.40)$$

$$W_{c,t5} = W_{c,t5}(\beta_{t5}, N_{c,t5}) \quad (3.41)$$

$$\eta_{t5} = \eta_{t5}(\beta_{t5}, N_{c,t5}) \quad (3.42)$$

3.2.6 Equilibrio de potencias

$$\dot{W}_{t45} + \dot{W}_{t5} = \dot{W}_t = (\dot{W}_c + P_{shaft}) \cdot \frac{1}{\eta_{mecbox}} \quad (3.43)$$

3.2.7 Tobera de salida

$$\ln\left(\frac{p_{06}}{p_6}\right) = \frac{1}{R_{gas}} \int_{T_6}^{T_{06}} \frac{C_{p, gas}(T)}{T} dT \quad (3.44)$$

$$h_{06}(T_{06}) = h_{05}(T_{05}) \quad (3.45)$$

$$h_{06}(T_{06}) = h_6(T_6) + \frac{C_6^2}{2} \quad (3.46)$$

$$p_6 = p_0 \quad (3.47)$$

$$\pi_{tb} = \frac{p_{06}}{p_{05}} \quad (3.48)$$

$$\eta_{tb} = \frac{h_{05} - h_6}{h_{05} - h_{6,s}} = \frac{\int_{T_6}^{T_{05}} \frac{C_{p, gas}(T)}{T} dT}{R_{gas} \cdot \ln\left(\frac{p_{05}}{p_6}\right)} \quad (3.49)$$

$$\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s = \frac{p_6}{R_{gas} \cdot T_6} \cdot C_6 \cdot A_6 \quad (3.50)$$

3.3 Método de resolución

De acuerdo al conjunto de ecuaciones 3.12-3.50, el modelo de turbo-hélice off-design se ha modelado como un sistema de 32 ecuaciones no lineales, que se resuelve con la función *fsolve* de nuevo, con las siguientes variables como incógnitas:

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccc} V_0 & T_{01} & T_{02} & p_{01} & p_{02} & W_{c,c} & \beta_c & N_{c,c} & p_{03} & T_{03} & \dot{m}_f & T_{04} & p_{04} & W_{c,t45} & \beta_{t45} & N_{c,t45} \\ p_{045} & T_{045} & W_{c,t5} & \beta_{t5} & N_{c,t5} & p_{05} & T_{05} & p_{06} & T_{06} & T_6 & C_6 & \eta_c & \eta_{t45} & \eta_{t5} & \dot{m}_a & \eta_{tb} \end{array}$$

y que recibe como inputs:

$$T_0 \quad p_0 \quad M_0 \quad P_{shaft}$$

además de las pérdidas de carga y rendimientos presentes en el vector de parámetros p . Una vez obtenidas todas las variables implicadas en el ciclo termodinámico se podrían calcular entonces otras variables que caracterizan el correcto funcionamiento del turbo-hélice, como el rendimiento motor, η_M :

$$\eta_M = \frac{\dot{W}_t}{H_p \dot{m}_f} \quad (3.51)$$

o si se contase con las curvas características de la hélice empleada, se podría calcular el empuje generado por esta.

De este modo se tiene un modelo paramétrico que incluye los mapas característicos de cada compresor y turbina, y capaz de simular el funcionamiento del turbo-hélice en estudio para diferentes regímenes de funcionamiento y cotas de vuelo. Dicho modelo se empleará en la estrategia de matching para comparar las variables proporcionadas por los ensayos en banco con las obtenidas por el modelo recibiendo como input la P_{shaft} de cada punto, logrando así sintonizar el modelo a los datos en banco.

4 Matching del modelo a los datos en banco

En este punto se detallará la estrategia de matching del modelo off-design a los datos en banco. Como resultado se obtendrán el vector de parámetros p para el punto de diseño del turbo-hélice, que será uno de los cinco proporcionados por los datos en banco, además de los mapas del compresor y las dos turbinas ya escalados, y por consiguiente el modelo off-design sintonizado con dicho datos. El flujo de trabajo seguido se realizará para cada uno de los puntos de estudio, asumiendo como punto de diseño del motor el que mejores resultados, en términos de error con respecto a los datos en banco, proporcione.

4.1 Flujo de trabajo

Como ya se ha comentado, el objetivo de la estrategia de matching es determinar los valores de los parámetros definidos en el vector p para el punto de diseño del turbo-hélice, de tal forma que el modelo off-design quede sintonizado con los datos en banco. Para ello se asume un punto de ensayo como referencia y se resuelve el ciclo termodinámico con el modelo definido en 2.4. De esta forma es posible llevar a cabo el escalado de los mapas genéricos, haciendo coincidir el punto de diseño de estos con el de la turbomáquina. Para ello se empleará el modelo definido en 3.2, recibiendo la P_{shaft} de cada punto y devolviendo el resto de variables que se miden en el ensayo, pudiendo así compararlas y medir la precisión del modelo. Dicha estrategia se llevará a cabo con cada uno de los puntos del ensayo. A continuación se muestra un diagrama de bloques con el flujo de trabajo seguido:

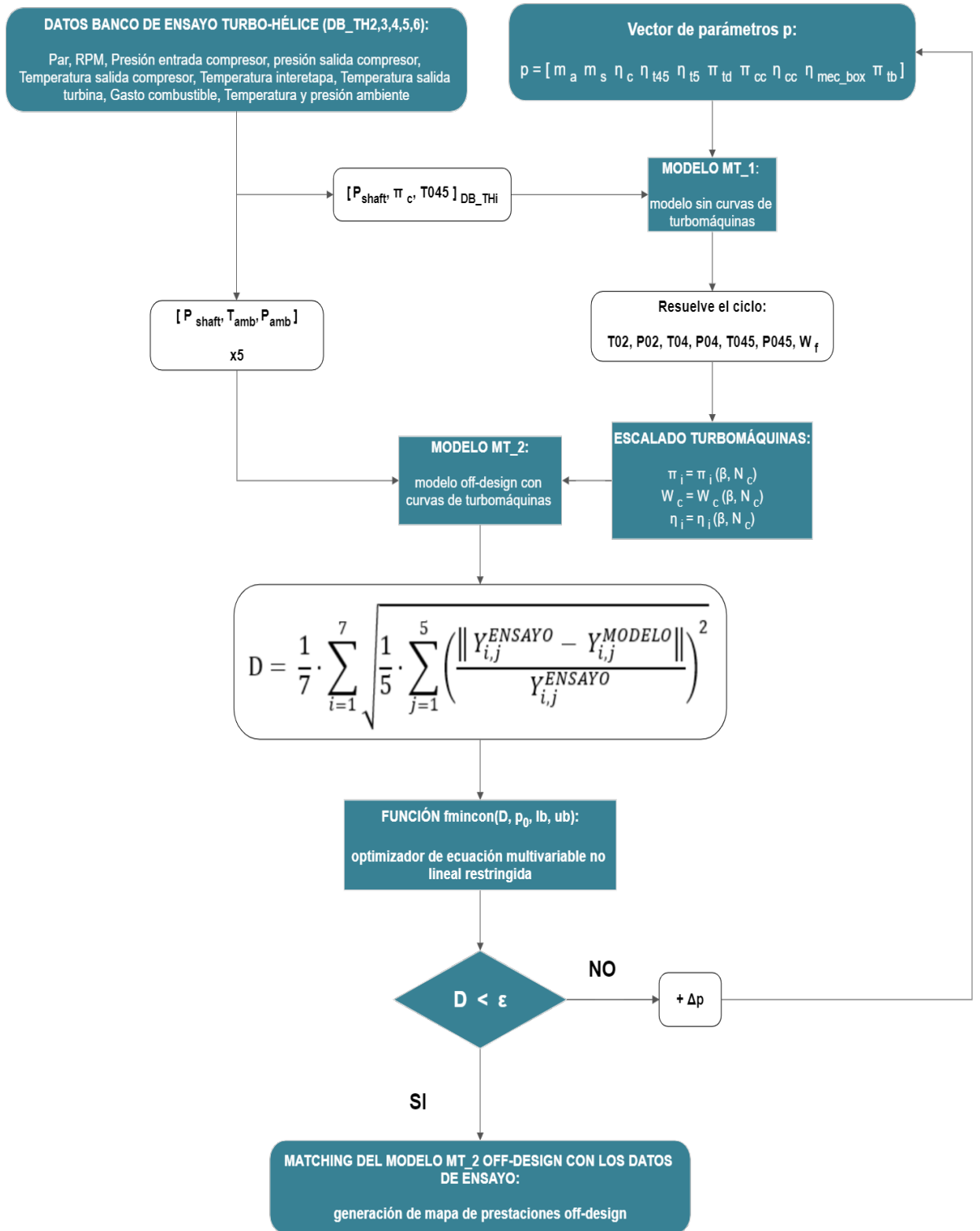


Figura 4.1 Estrategia de matching.

De acuerdo a dicho flujo de trabajo, se va a explicar con más detalles los puntos más destacables de la estrategia.

4.1.1 Vector de parámetros p

En primer lugar, los parámetros que incluye el vector p son aquellas variables que intervienen en el ciclo termodinámico del motor pero que no tenemos forma de estimar por falta de medidas en el ensayo. No obstante, estos parámetros tienen un rango de valores conocido, lo cual permitirá acotar su valor y calcularlos mediante un proceso de optimización. En este sentido se indican a continuación los rangos de valores que pueden tomar cada uno de los parámetros (el gasto de sangrado \dot{m}_s puede ser como máximo un 10% del gasto de aire [2]):

$$0.5 \leq \dot{m}_a \leq 5.0$$

$$0.85 \leq \pi_{td} \leq 0.999$$

$$0 \leq \dot{m}_s \leq 0.5$$

$$0.9 \leq \pi_{cc} \leq 0.98$$

$$0.7 \leq \eta_c \leq 0.92$$

$$0.88 \leq \eta_{cc} \leq 0.98$$

$$0.7 \leq \eta_{t45} \leq 0.92$$

$$0.72 \leq \eta_{mecbox} \leq 0.96$$

$$0.7 \leq \eta_{t5} \leq 0.92$$

$$0.91 \leq \pi_{tb} \leq 0.99$$

4.1.2 Modelo sin curvas de turbomáquinas

El modelo sin curvas de turbomáquinas es alimentado con un vector de parámetros p inicial y con el vector de datos de banco ($P_{shaft} \pi_c T_{045}$) correspondiente a uno de los puntos de ensayos, asumido en un primer momento como punto de diseño del motor. Dicho modelo resuelve el ciclo termodinámico y devuelve las presiones y temperaturas, además del gasto de combustible, a la entrada del compresor y de las turbinas HP y LP .

Puesto que el vector p aún no está determinado en el punto de diseño, las medidas que devuelve el modelo no se ajustan al ensayo tomado como punto de diseño, sin embargo, esto permitirá obtener las variables necesarias para llevar a cabo un primer escalado, que posteriormente resultará en los mapas de compresor y turbina escalados en el punto de diseño.

4.1.3 Modelo off-design

Una vez realizado un primer escalado, ya se pueden incluir las tres ecuaciones características de las turbomáquinas, constituyendo así el modelo definido en 3.2. Dicho modelo recibe como input la P_{shaft} de cada punto de ensayo, incluyendo también al asumido como punto de diseño inicialmente; ya que para hacer el escalado solo se han usado los datos ($P_{shaft} \pi_c T_{045}$). Por tanto, el modelo devuelve todas las variables que entran en juego en el ciclo termodinámico correspondientes a cada punto de ensayo.

La forma de comparar los valores obtenidos por el modelo con los del ensayo es calculando la media del error cuadrático medio de las siete variables que se pueden comparar con el ensayo:

$$p_{02} \quad p_{03} \quad T_{02} \quad T_{03} \quad T_{045} \quad T_{05} \quad W_f$$

evaluadas en los cinco puntos de ensayos con los que se trabaja:

$$D = \frac{1}{7} \cdot \sum_{i=1}^7 \sqrt{\frac{1}{5} \cdot \sum_{j=1}^5 \left(\frac{\|Y_{i,j}^{ENSAYO} - Y_{i,j}^{MODELO}\|}{Y_{i,j}^{ENSAYO}} \right)^2} \quad (4.1)$$

donde la diferencia de la variable $Y_{i,j}$ se ha normalizado por la medida de la variable en el ensayo para evitar grandes diferencias en el orden de magnitud entre variables, lo que podría llevar a que el método de optimización no converga.

Este valor D es el que la función de optimización $fmincon$ se encarga de minimizar, recibiendo el vector p inicial y los rangos de las variables a optimizar. Dicho proceso se realiza tomando como referencia cada uno de los cinco puntos del ensayo.

4.2 Resultados

Por tanto, del proceso de optimización se obtiene para cada punto de ensayo tomado como referencia, un vector de parámetros p , el valor de D y los mapas de compresor y turbina escalados para el punto de diseño asumido. En este sentido se muestra a continuación los errores relativos que se cometen para cada variable y cada punto de evaluación, para cada uno de los puntos de referencia:

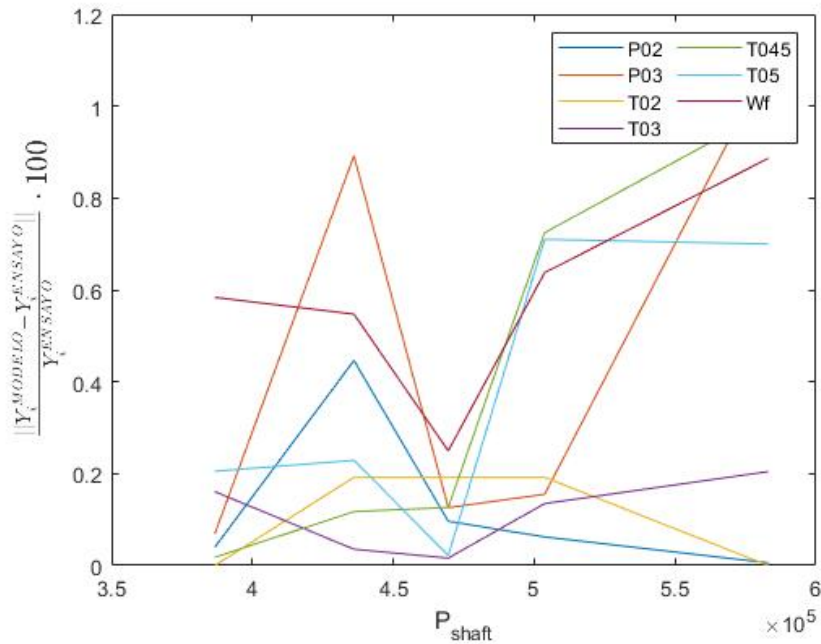


Figura 4.2 Punto 2 como punto de diseño.

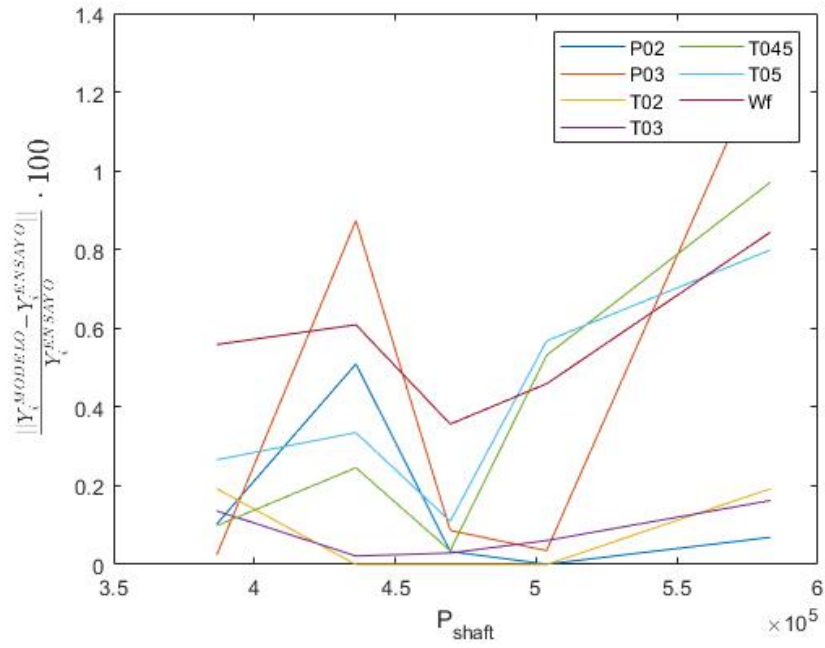


Figura 4.3 Punto 3 como punto de diseño.

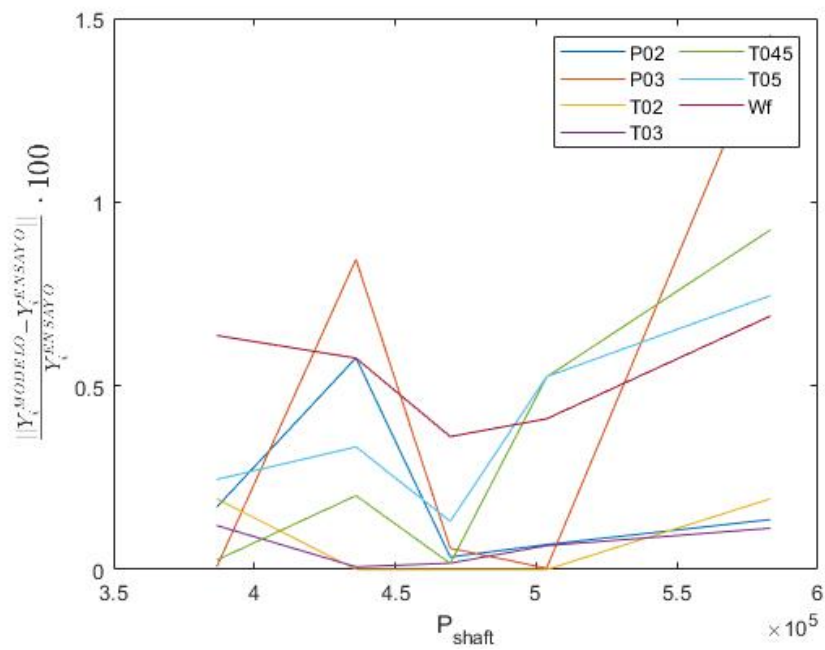


Figura 4.4 Punto 4 como punto de diseño.

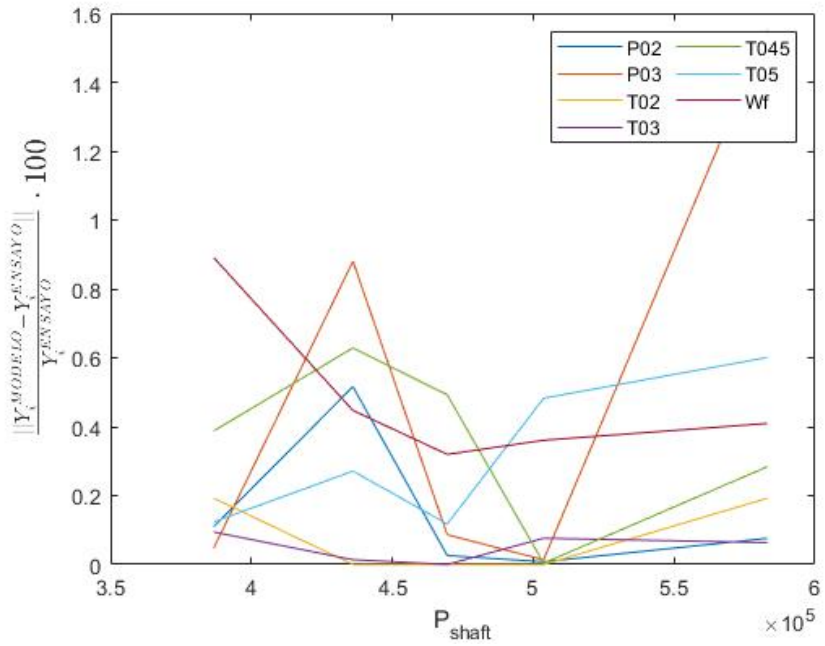


Figura 4.5 Punto 5 como punto de diseño.

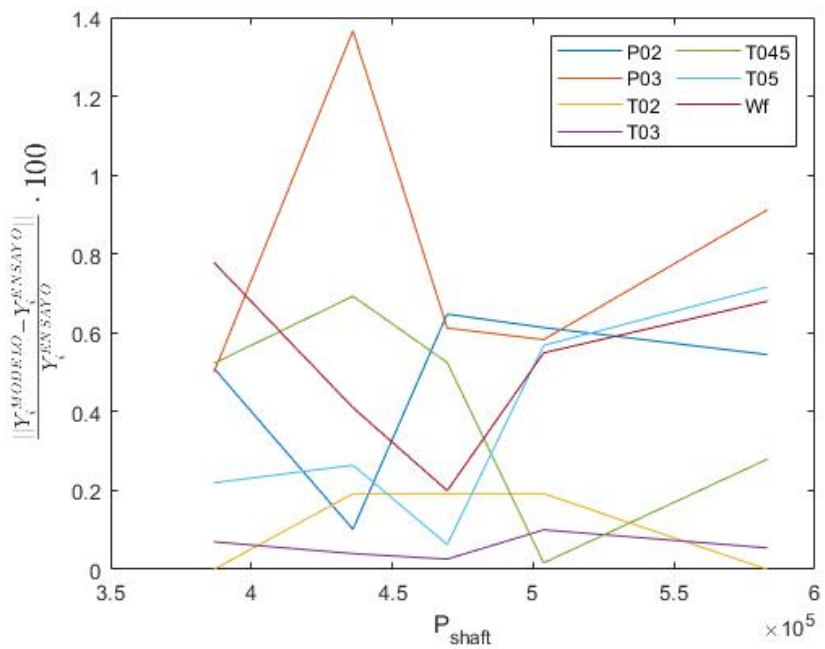


Figura 4.6 Punto 6 como punto de diseño.

Se ve como el ajuste es bastante preciso, no superando en ningún caso el 1.5% de error. Por tanto, el punto que se va a tomar como punto de diseño será el que devuelva el menor valor de D :

Tabla 4.1 Media del error cuadrático medio.

	Pto. 2	Pto. 3	Pto. 4	Pto. 5	Pto. 6
D	$1.6854 \cdot 10^{-3}$	$1.7023 \cdot 10^{-3}$	$1.6929 \cdot 10^{-3}$	$1.6318 \cdot 10^{-3}$	$1.8949 \cdot 10^{-3}$

Finalmente, se asume como punto de diseño del turbo-hélice el correspondiente al "Punto 5", al que corresponde el siguiente vector de parámetros p :

Tabla 4.2 Parámetros en el punto de diseño.

m_a [kg/s]	m_s [kg/s]	η_c	η_{t45}	η_{t5}
2.8271	0.0557415	0.802750	0.9195648	0.9198082
π_{td}	π_{cc}	η_{cc}	$\eta_{mec\ box}$	π_{tb}
0.9891384	0.9797595	0.8806251	0.9234944	0.9897571

4.2.1 Escalado

Con este vector de parámetros se realiza el escalado de los mapas genéricos de compresor y turbina, resultando los siguientes factores de escalado, además del parámetro N/N_{ref} para cada turbomáquina. Seguidamente se muestran ahora sí los mapas de compresor y turbina escalados en el punto de diseño, sobre los que aparecen además la evaluación del modelo off-design en los puntos de ensayo:

Compresor

$$S_{PR} = \frac{9.3410 - 1}{6.31555 - 1} = 1.5692 \quad (4.2)$$

$$S_{W_{c,c}} = \frac{2.8009}{6.075} = 0.4610538 \quad (4.3)$$

$$S_{\eta_c} = \frac{0.802750}{0.711} = 1.1290 \quad (4.4)$$

$$N/N_{ref} = N_c \cdot \sqrt{T/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}} = 1.0611 \quad (4.5)$$

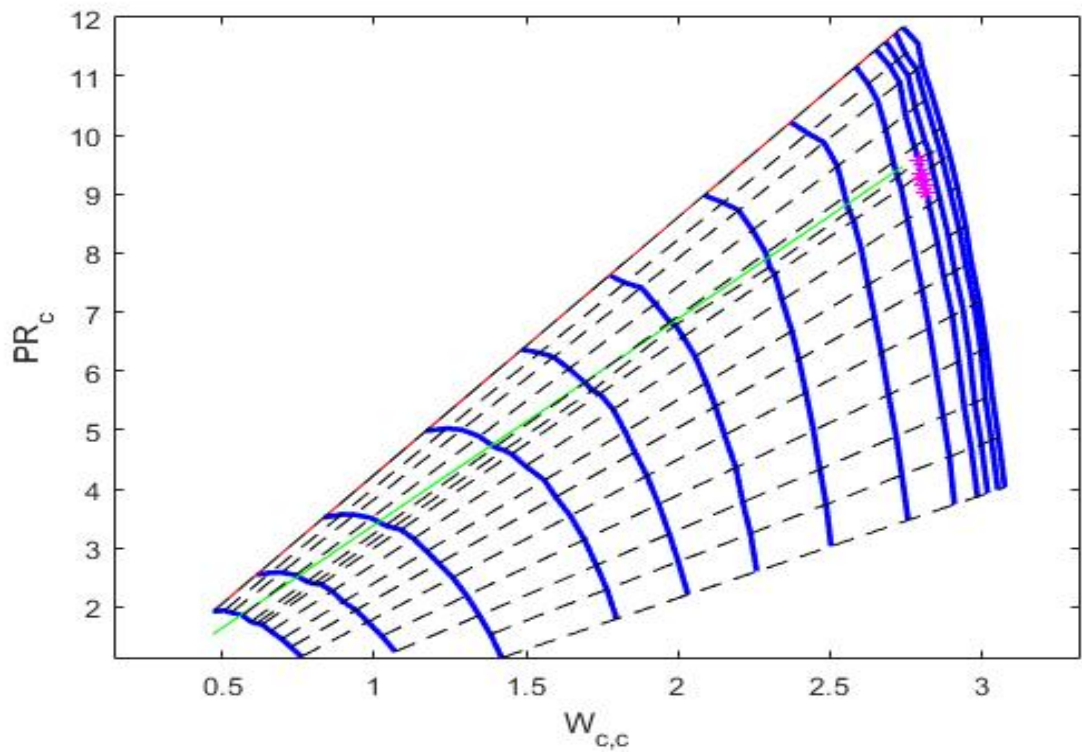


Figura 4.7 Relación de compresión del compresor frente a gasto corregido.

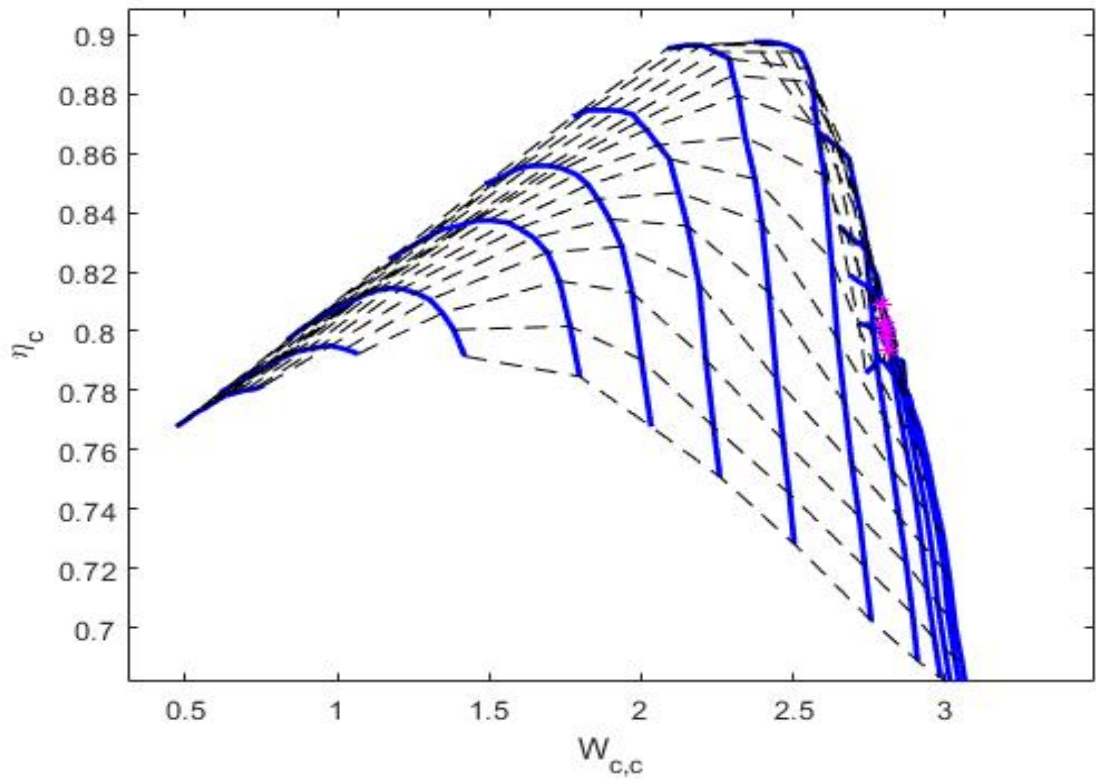


Figura 4.8 Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido.

Turbina HP

$$S_{PR} = \frac{1.7308 - 1}{2.66429 - 1} = 0.4390836 \quad (4.6)$$

$$S_{W_{c,t45}} = \frac{0.6604635}{19.96703} = 0.0330778 \quad (4.7)$$

$$S_{\eta_{t45}} = \frac{0.9195648}{0.92584} = 0.993222 \quad (4.8)$$

$$N/N_{ref} = N_c \cdot \sqrt{T/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}} = 1.9842 \quad (4.9)$$

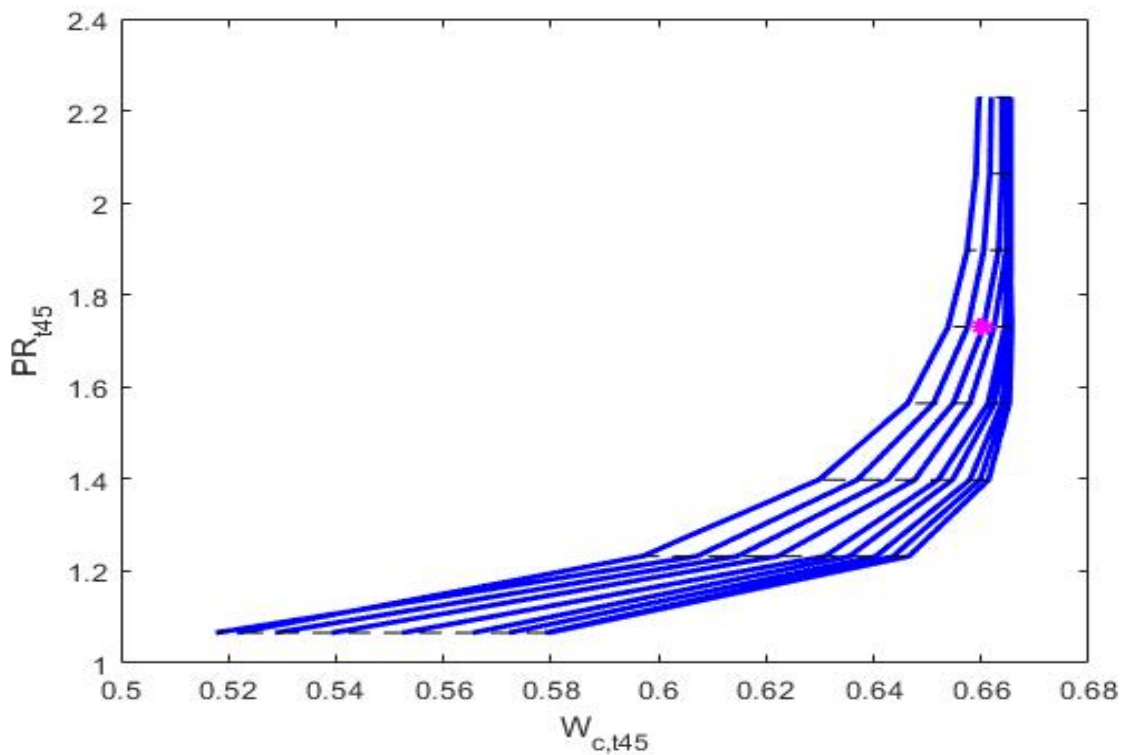


Figura 4.9 Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido.

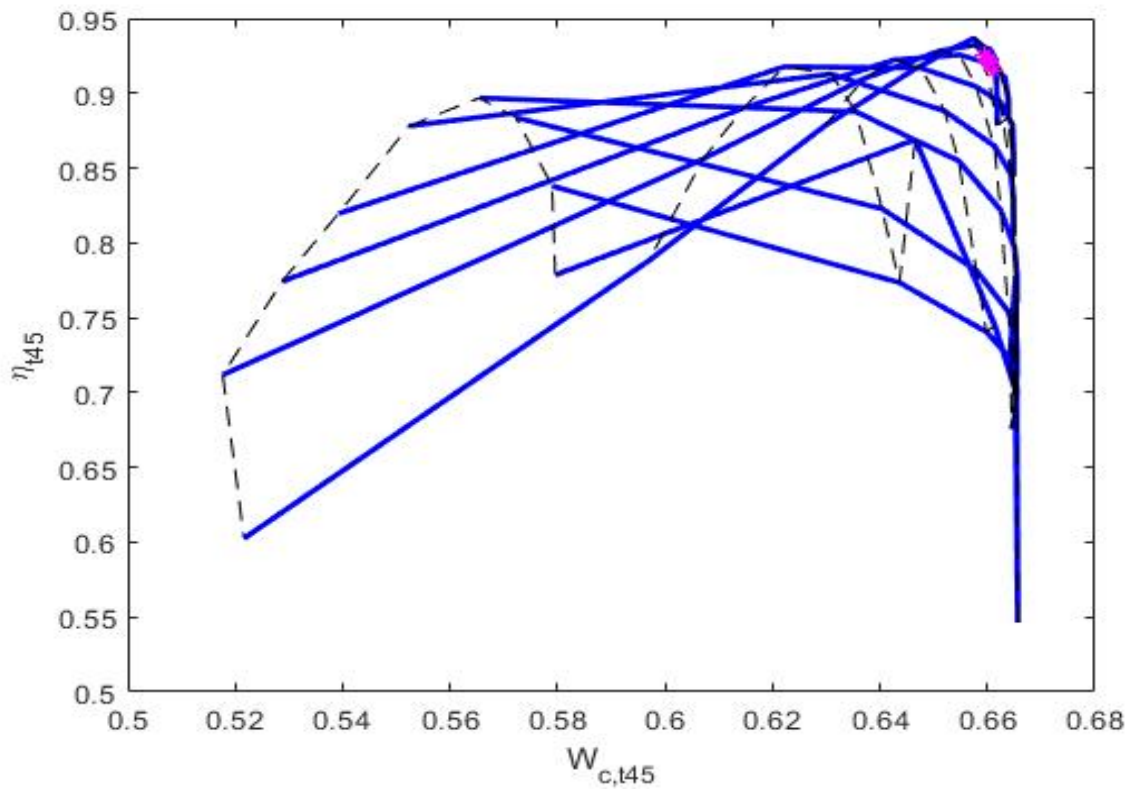


Figura 4.10 Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido.

Turbina LP

$$S_{PR} = \frac{5.0545 - 1}{2.66429 - 1} = 2.4362 \quad (4.10)$$

$$S_{W_{c,t5}} = \frac{1.0736}{19.96703} = 0.0537676 \quad (4.11)$$

$$S_{\eta_{t5}} = \frac{0.9198082}{0.92584} = 0.9934851 \quad (4.12)$$

$$N/N_{ref} = N_c \cdot \sqrt{T/T_{ref}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma R}{\gamma_{ref} R_{ref}}} = 1.8746 \quad (4.13)$$

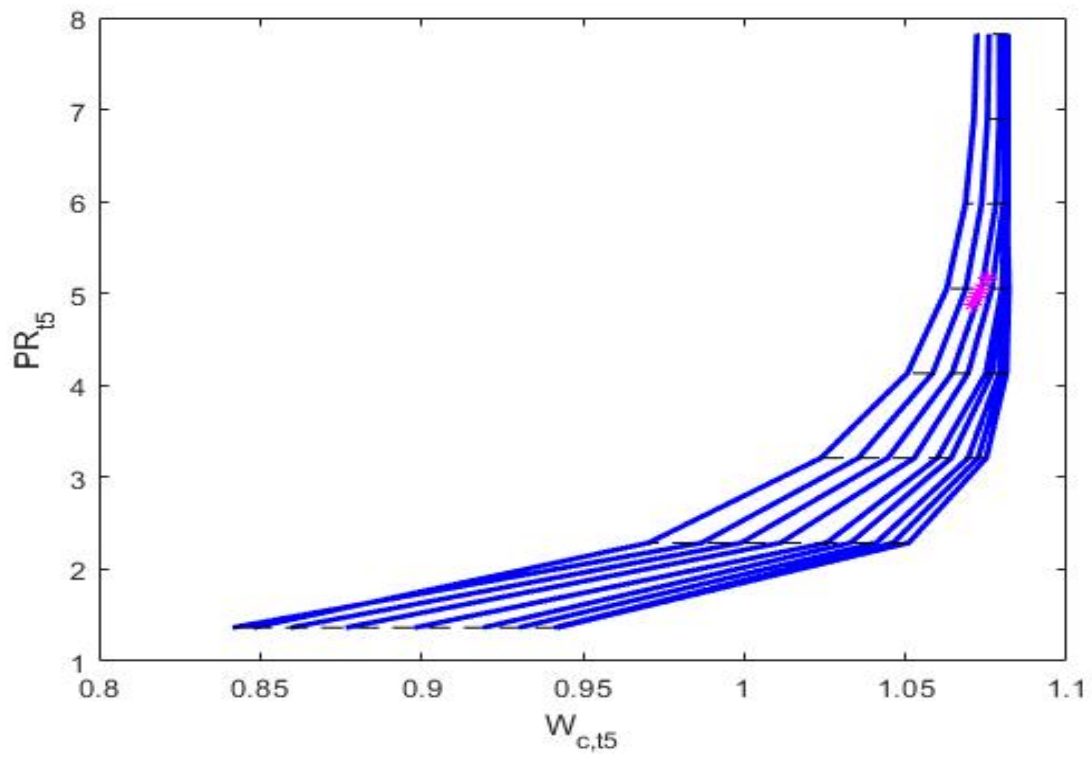


Figura 4.11 Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido.

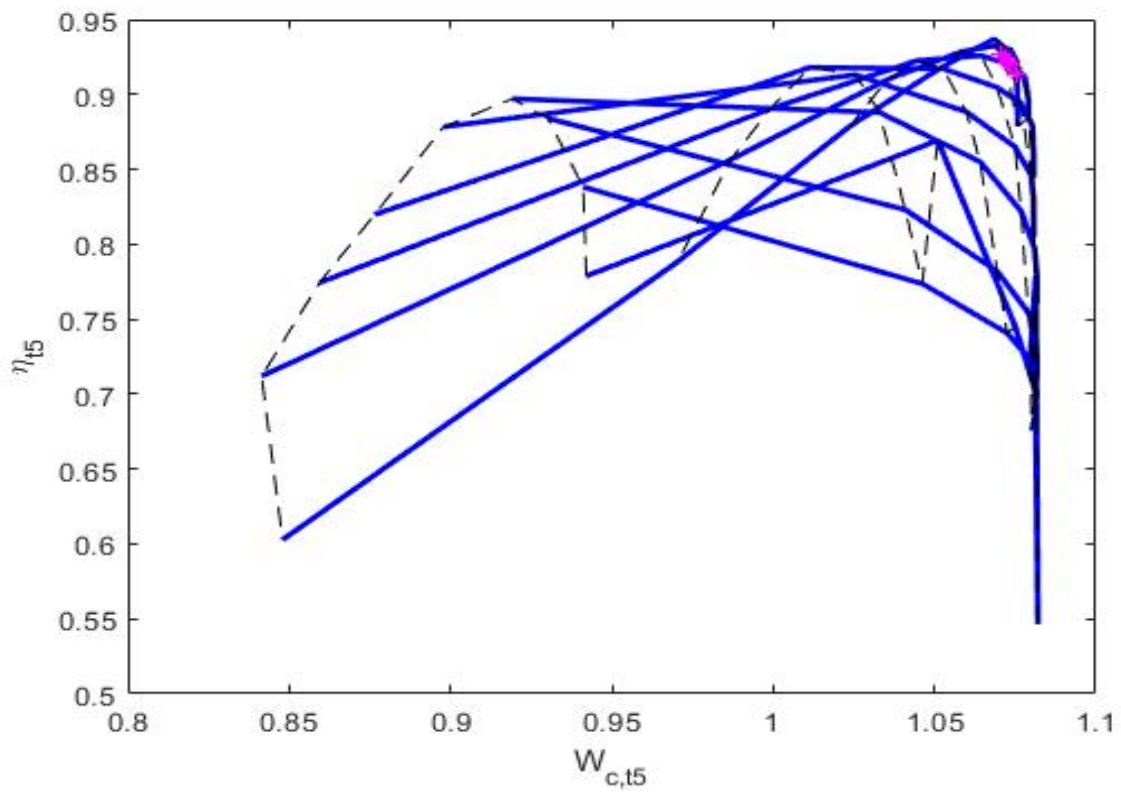


Figura 4.12 Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido.

4.2.2 Evaluación de prestaciones en banco

Por último, se evalúa el modelo off-design, ya sintonizado con los datos en banco, para las diferentes condiciones de ensayo, pudiendo así medir el resto de variables del ciclo termodinámico que no son medidas en el ensayo. Las variables que sí son medidas en el ensayo también aparecen representadas, pudiendo así ver la fidelidad del modelo:

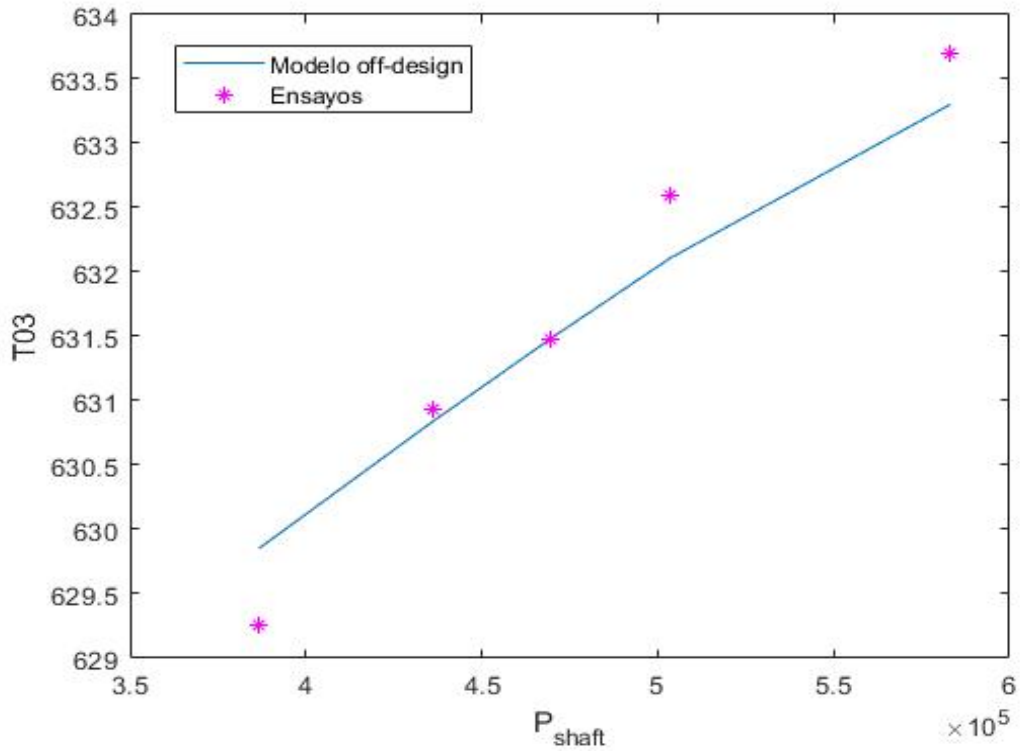


Figura 4.13 Temperatura a la salida del compresor, T_{03} [K], frente a P_{shaft} [W].

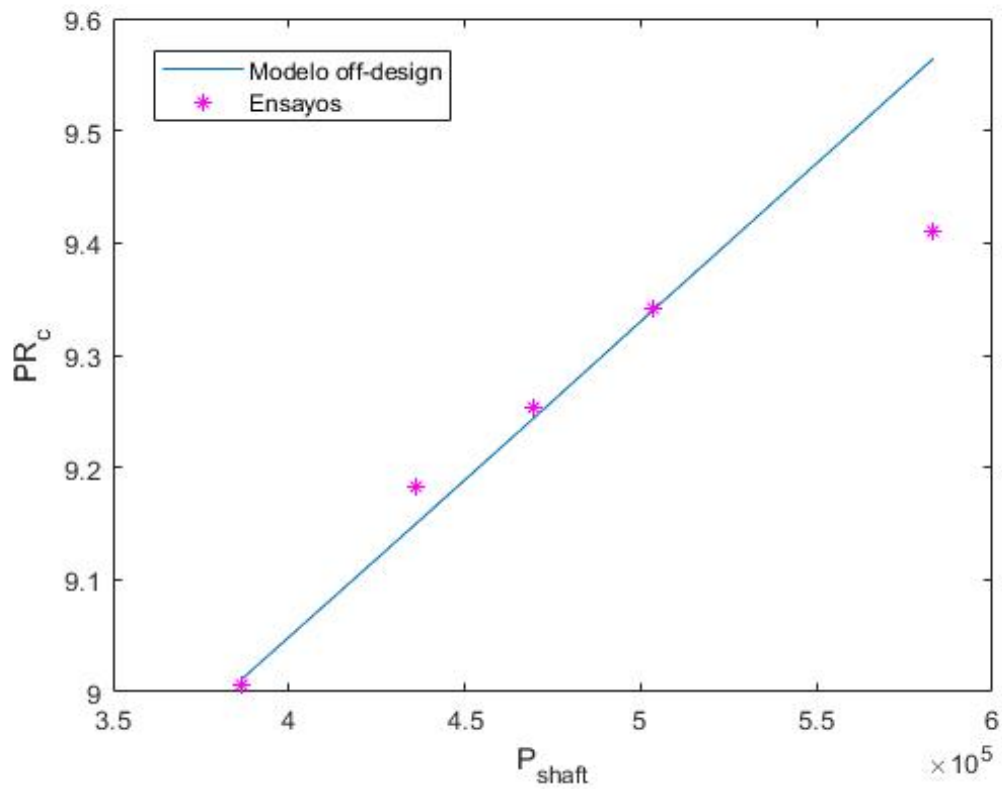


Figura 4.14 Relación de compresión frente a P_{shaft} [W].

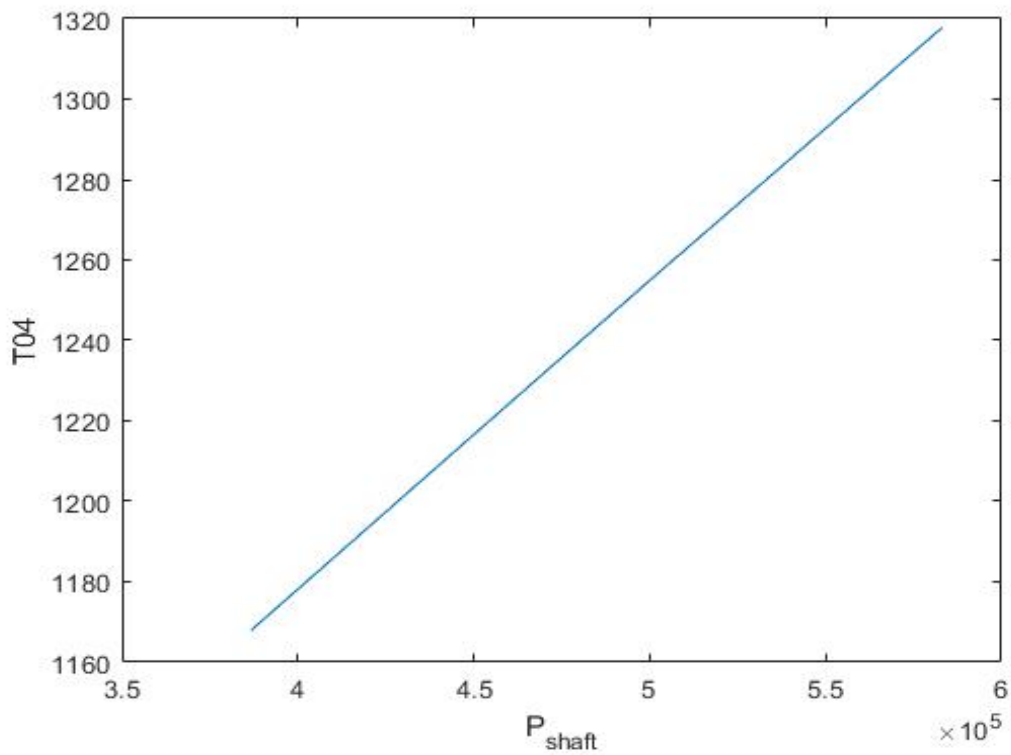


Figura 4.15 Temperatura a la salida de la cámara de combustión, T_{04} [K], frente a P_{shaft} [W].

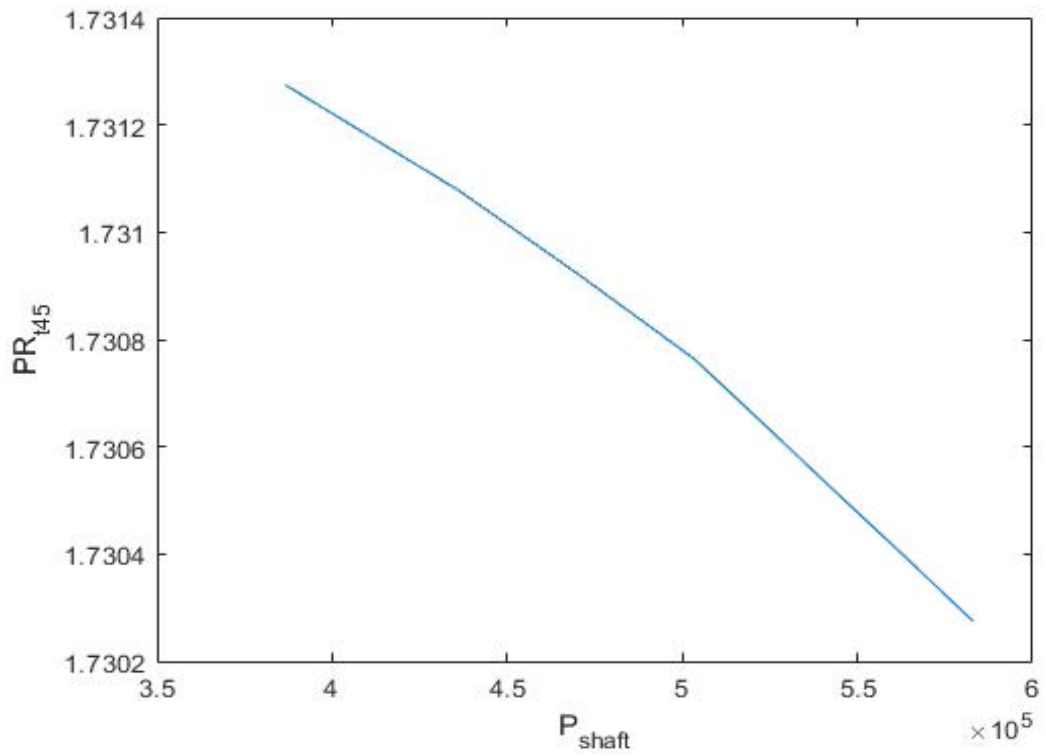


Figura 4.16 Relación de expansión de la turbina HP frente a P_{shaft} [W].

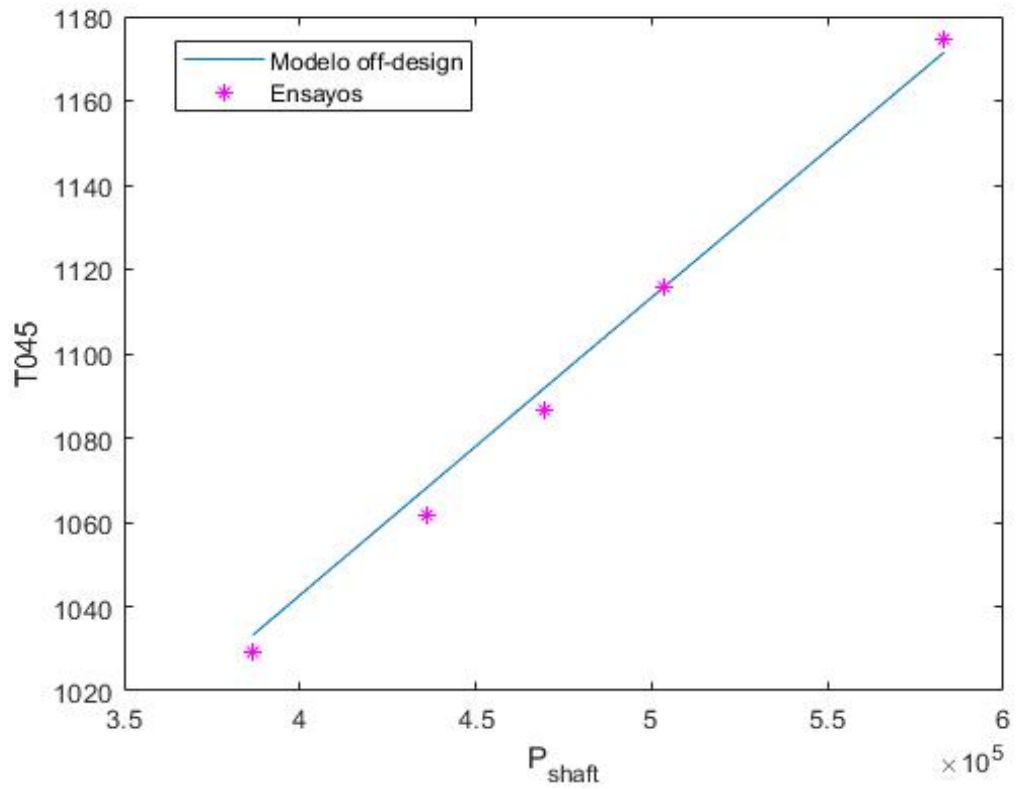


Figura 4.17 Temperatura a la salida de la primera etapa de turbina (ITT [K]) frente a P_{shaft} [W].

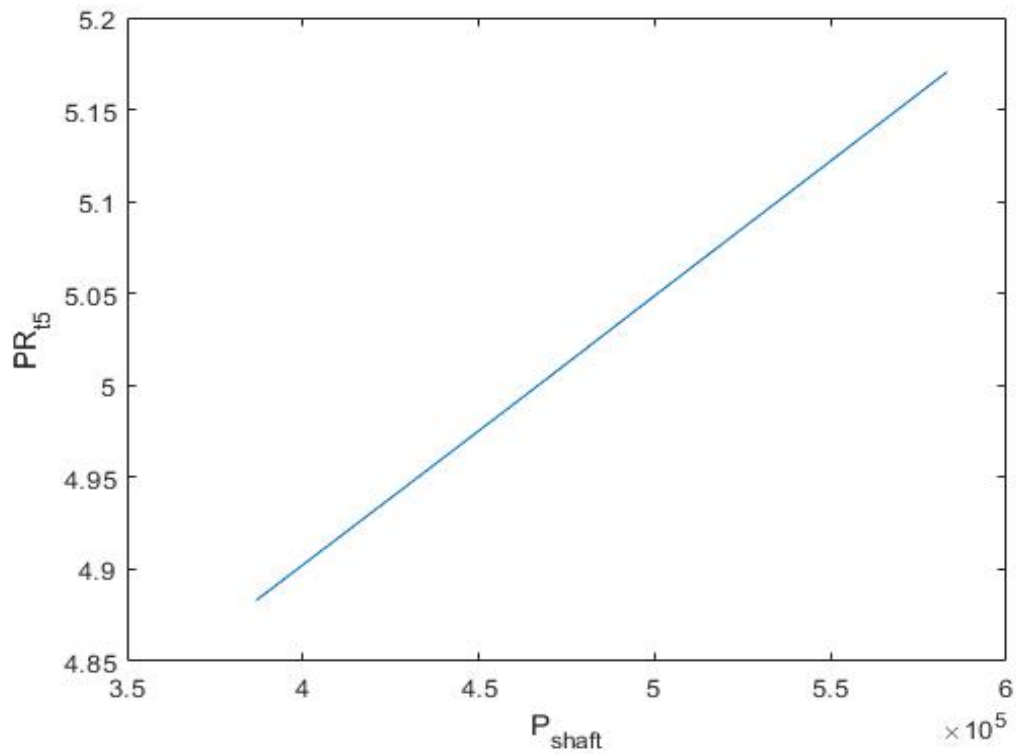


Figura 4.18 Relación de expansión de la turbina LP frente a P_{shaft} [W].

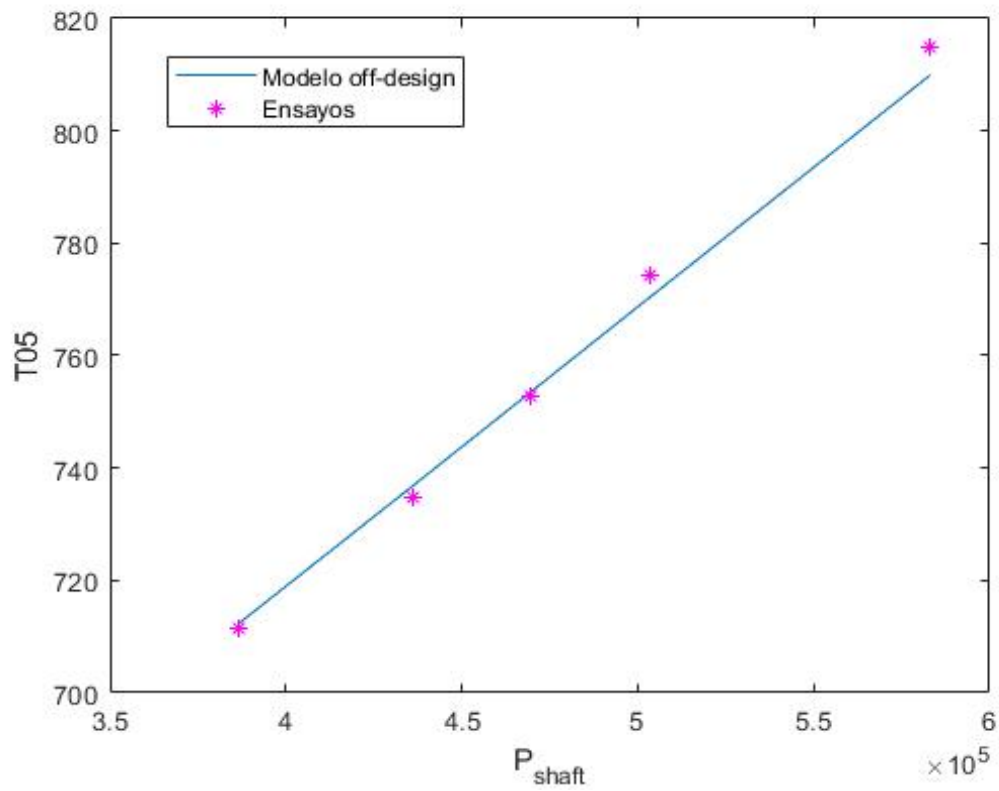


Figura 4.19 Temperatura a la salida de la turbina (EGT [K]) frente a P_{shaft} [W].

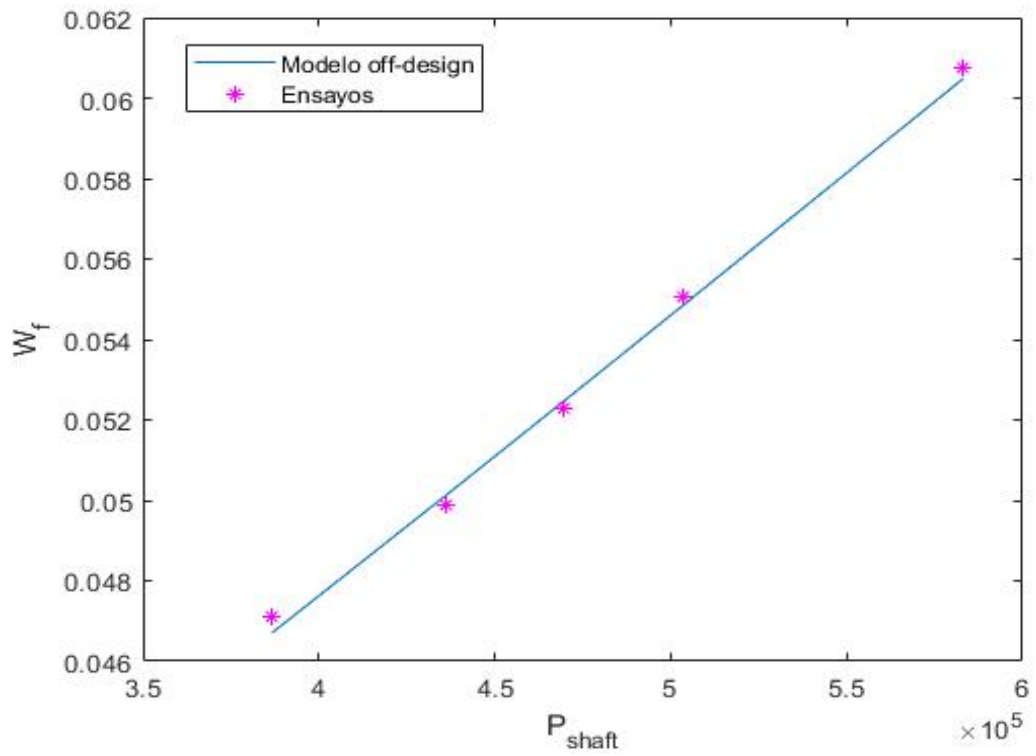


Figura 4.20 Gasto de combustible, $W_f [kg/s]$, frente a $P_{shaft} [W]$.

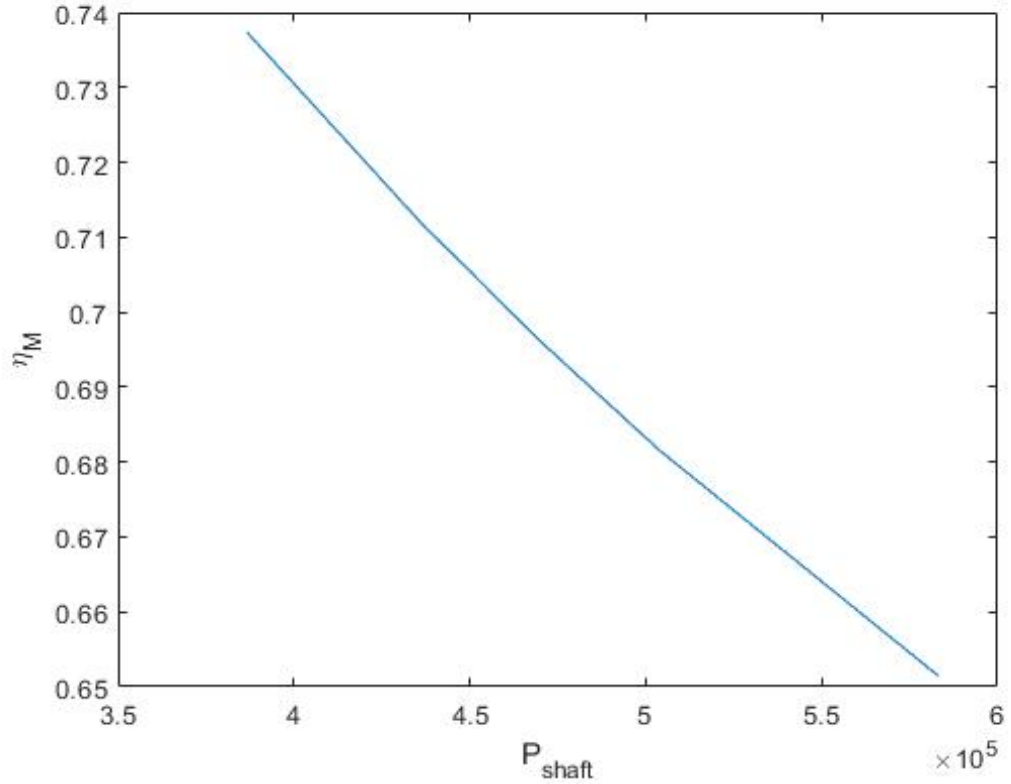


Figura 4.21 Rendimiento motor del turbo-hélice frente a $P_{shaft} [W]$.

Se observa como la evolución del resto de variables es congruente con la física del problema, como es el aumento de la temperatura a la salida de la cámara de combustión, T_{04} , o la disminución del rendimiento motor, η_M , a medida que aumenta la demanda de potencia. Además, de la temperatura T_{04} se conoce que para la versión TPE331-5, debido al sangrado de aire, esta no puede superar los 1100°C , lo cual es respetado por el modelo. Respecto al compresor cabe resaltar que la divergencia entre el modelo y los ensayos es más apreciable en T_{03} y π_c en ciertos puntos debido a la pequeña variación que sufren dichas variables durante los ensayos. De esta forma, el mapa de compresor escalado no tiene suficiente resolución para capturar el comportamiento real de estas. No obstante, como se ha visto, en ningún caso se supera el 1.5% de error.

5 Evaluación de prestaciones off-design

Finalmente, la aplicación directa del modelo de turbo-hélice es la de acoplarlo a una aeronave, en este caso el CASA C-212 ya mencionado. El objetivo de este capítulo será entonces definir las especificaciones de la aeronave y una envolvente típica, para así evaluar el modelo en puntos característicos de la envolvente. De esta forma, habrá que determinar la demanda de empuje en dicho punto y traducirlo a potencia para, finalmente, obtener los puntos de operación evaluados sobre los mapas de compresor y turbina.

5.1 Especificaciones del CASA C-212

El CASA C-212 es un avión de transporte y patrulla marítima ligero empleado, entre otros, por el Ejército del Aire, y propulsado por dos turbo-hélices Garrett TPE331 como el que se ha modelado previamente. Dicha aeronave fue diseñada por la empresa de construcciones aeronáuticas española CASA, y ha sido fabricada en España desde 1970. Por tanto, en primer lugar se van a definir las especificaciones de la aeronave CASA C-212 que van a ser empleadas en el cálculo de una envolvente típica de la aeronave:



Figura 5.1 Vistas del C-212 [11].

Tabla 5.1 Especificaciones CASA C-212 [8] [11].

Span	20.28 m	MTOW	7.7 t
Wing area	41 m ²	MZFW	3.78 t
Length	16.2 m	MLW	4.56 t
Height	6.3 m		
AR	10	Cn_{max}	1.84
		Cn_{maxTO}	2.48
V_{MO}	370 km/h (200 kts)	Cn_{maxl}	2.48
V_C	315 km/h (170 kts)		
Ceiling	7925 m (26000 ft)		

A partir de estos datos, se puede calcular una envolvente típica de la aeronave para unas condiciones de vuelo determinadas. En concreto, se va a evaluar el modelo de turbo-hélice para dos altitudes de vuelo, en primer lugar a una altitud intermedia de 4000 m, y posteriormente, en condiciones de techo operativo (7925 m). Por ello, se va a calcular una envolvente de maniobra donde el peso de la aeronave es el correspondiente a *MZFW*.

5.2 Cálculo de la envolvente

La envolvente de maniobra simétrica de una aeronave no es más que la representación en el plano $n - EAS$ del rango de operación de la aeronave para unas determinadas condiciones de altura y peso, donde n es el "factor de carga":

$$n = \frac{N}{W} \quad (5.1)$$

y *EAS* la "Equivalent Airspeed":

$$EAS = TAS \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} \quad (5.2)$$

El cálculo de la envolvente de maniobra simétrica de una aeronave de transporte ligero y *MTOW* inferior a 8600 kg está regulado por la norma CS-23 [1], donde se definen las velocidades de diseño, así como los factores de carga límites:

5.2.1 Altitud 4000 m

En este primer caso las propiedades de la atmósfera a 4000 m se definen mediante los siguientes cocientes:

$$\sigma = \frac{p}{p_0} = 0.60834 \quad (5.3)$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = 0.6687 \quad (5.4)$$

$$\theta = \frac{T}{T_0} = 0.9097 \quad (5.5)$$

Primer límite: entrada en pérdida del avión

La envolvente de maniobra queda delimitada en primer lugar por la curva de sustentación máxima normal a la línea de referencia, asumiendo que $C_{N_{max}} \approx C_{L_{max}}$. Por tanto si se expresa la fuerza N en función de su coeficiente adimensional y se sustituye en la definición del factor de carga:

$$N = \frac{1}{2} \rho V^2 S_W C_N \quad (5.6)$$

$$EAS = \sqrt{n} \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S_W C_{N_{max}}}} \quad (5.7)$$

Existe por tanto una velocidad de entrada en pérdida para vuelo rectilíneo y horizontal:

$$V_{s_1} = \sqrt{1} \sqrt{\frac{2MZF W}{\rho_0 S_W C_{N_{max}}}} = V_{1_g} = 28.3287 \text{ m/s} \quad (5.8)$$

$$V_{s_1, TAS} = \frac{V_{s_1}}{\sqrt{\delta}} = 34.6426 \text{ m/s} \quad (5.9)$$

y una velocidad de entrada en pérdida en maniobra:

$$V_m = \sqrt{n} V_{1_g} \quad (5.10)$$

Segundo límite: límite superior absoluto para n

El segundo límite del factor de carga viene definido según la normativa con la siguiente ecuación:

$$n_{lim} \geq 2.1 + \frac{24000}{MTOW[lb] + 10000} = 2.9897 \quad (5.11)$$

siempre que n_{lim} esté comprendido entre 2.5 y 3.8. Es decir, que si el valor resultante está por debajo o por encima de los límites del intervalo $[2.5, 3.8]$, n_{lim} será igual al límite correspondiente. En el caso del C-212, este valor está comprendido en dicho intervalo, por tanto:

$$n_{lim} = 2.9897 \quad (5.12)$$

Una vez definido el límite superior absoluto de n se puede definir ahora la velocidad de entrada en pérdida en maniobra cuando se alcanza el valor del factor de carga máximo:

$$V_A = \sqrt{n_{lim}} \sqrt{\frac{2MZF W}{\rho_0 S_W C_{N_{max}}}} = 48.9824 \text{ m/s} \quad (5.13)$$

$$V_{A,TAS} = \frac{V_A}{\sqrt{\delta}} = 59.8996 \text{ m/s} \quad (5.14)$$

Velocidad de cálculo de crucero

Respecto a la velocidad de crucero, la normativa especifica una serie de criterios para determinarla, según como sean de importantes los efectos de compresibilidad. No obstante, esta velocidad es ya conocida (5.1), por tanto tan solo hay que calcular la TAS correspondiente:

$$V_C = 87.50 \text{ m/s} \quad (5.15)$$

$$V_{C,TAS} = \frac{V_C}{\sqrt{\delta}} = 107.0021 \text{ m/s} \quad (5.16)$$

Además, también se conoce ya la velocidad máxima operativa, V_{MO} , que también se podría calcular con la normativa disponible:

$$V_D = 102.778 \text{ m/s} \quad (5.17)$$

$$V_{D,TAS} = \frac{V_D}{\sqrt{\delta}} = 125.6850 \text{ m/s} \quad (5.18)$$

Tercer límite: límite negativo

Para definir el límite negativo del factor de carga la normativa exige que este no puede ser menor que -1 hasta velocidades superiores a V_C , variando linealmente hasta 0 en V_D :

$$n_{lim}^{-1} = -1 \quad (5.19)$$

Además, para definir la velocidad de entrada en pérdida en maniobra cuando el factor de carga es negativo se ha asumido la siguiente hipótesis:

$$C_{N_{max}}^{-1} \approx 0.8 C_{N_{max}} = 1.4720 \quad (5.20)$$

De esta forma se puede calcular también la velocidad de entrada en pérdida cuando el factor de carga alcanza

el valor límite negativo:

$$V_H = \sqrt{1} \sqrt{\frac{2MZFW}{\rho_0 S_W C_{N_{max}}^{-1}}} = 31.6724 \text{ m/s} \quad (5.21)$$

Velocidad de cálculo con flaps extendidos

En primer lugar, todas las actuaciones con flaps extendidos debe operar con un factor de carga comprendido entre 0 y 2 según la normativa, por tanto el valor límite será:

$$n_{lim}^{flaps} = 2 \quad (5.22)$$

Para el cálculo de la velocidad de cálculo con flaps extendidos V_F la normativa exige que debe ser la mayor de las tres velocidades calculadas a continuación. Para ello se ha supuesto que la posición de los flaps en condiciones de aproximación es igual a la posición en condiciones de despegue ($C_{N_{max}TO} = C_{N_{max}l}$):

$$V_{F_1} = 1.6V_{s_1} = 1.6\sqrt{1} \sqrt{\frac{2MTOW}{\rho_0 S_W C_{N_{max}TO}}} = 55.7223 \text{ m/s} \quad (5.23)$$

$$V_{F_2} = 1.8V_{s_1} = 1.8\sqrt{1} \sqrt{\frac{2MLW}{\rho_0 S_W C_{N_{max}TO}}} = 48.2413 \text{ m/s} \quad (5.24)$$

$$V_{F_3} = 1.8V_{s_0} = 1.8\sqrt{1} \sqrt{\frac{2MLW}{\rho_0 S_W C_{N_{max}l}}} = 48.2413 \text{ m/s} \quad (5.25)$$

$$V_F \geq V_{F_i} \Rightarrow V_F = 55.7223 \text{ m/s} \quad (5.26)$$

$$V_{F,TAS} = \frac{V_F}{\sqrt{\delta}} = 68.1418 \text{ m/s} \quad (5.27)$$

5.2.2 Altitud 7925 m

Para el caso en que la aeronave se encuentre volando en su techo operativo, se definen las siguientes propiedades de la atmósfera:

$$\sigma = \frac{P}{p_0} = 0.35517 \quad (5.28)$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = 0.4325 \quad (5.29)$$

$$\theta = \frac{T}{T_0} = 0.82123 \quad (5.30)$$

Ahora tan solo hay que calcular las velocidades correspondientes a *TAS*, ya que la envolvente en el plano $n - EAS$ no cambia al modificar la altitud de vuelo:

Primer límite: entrada en pérdida del avión

$$V_{s1,TAS} = \frac{V_{s1}}{\sqrt{\delta}} = 43.0758 \text{ m/s} \quad (5.31)$$

Segundo límite: límite superior absoluto para n

$$V_{A,TAS} = \frac{V_A}{\sqrt{\delta}} = 74.4812 \text{ m/s} \quad (5.32)$$

Velocidad de cálculo de crucero

$$V_{C,TAS} = \frac{V_C}{\sqrt{\delta}} = 133.050 \text{ m/s} \quad (5.33)$$

$$V_{D,TAS} = \frac{V_D}{\sqrt{\delta}} = 156.2810 \text{ m/s} \quad (5.34)$$

Velocidad de cálculo con flaps extendidos

$$V_{F,TAS} = \frac{V_F}{\sqrt{\delta}} = 84.7298 \text{ m/s} \quad (5.35)$$

5.2.3 Curva n-EAS

Finalmente se presenta la envolvente de maniobra obtenida para maniobras simétricas y estacionarias con *MZFW*. A partir de dicha curva se puede obtener la velocidad *TAS* y el factor de carga n en puntos característicos, para finalmente obtener la demanda de empuje, y evaluar el modelo off-design del turbo-hélice en dicha condición de vuelo:

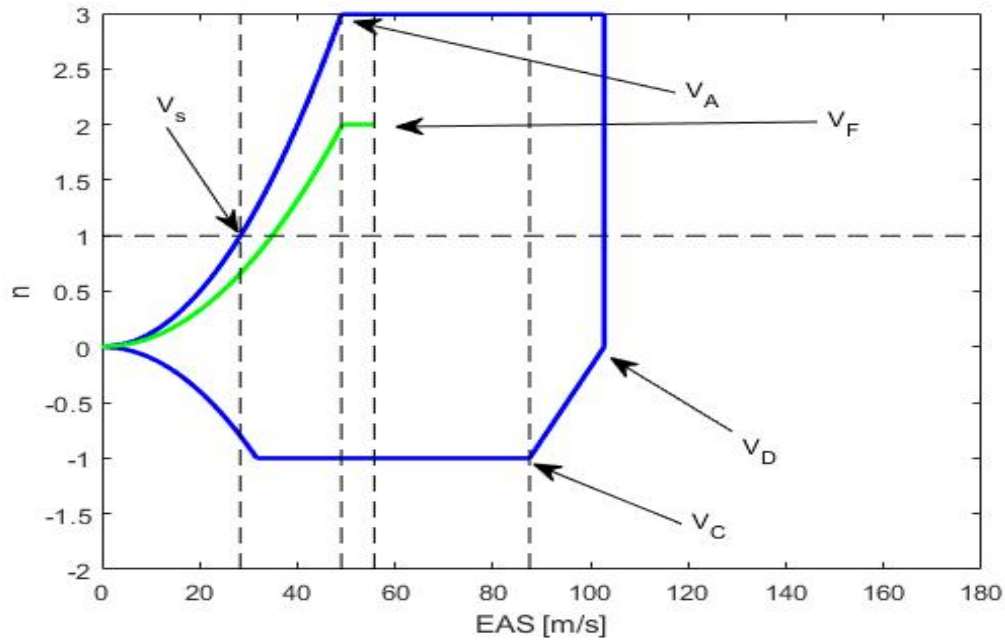


Figura 5.2 Envolvente de maniobra del CASA C-212.

5.3 Demanda de empuje

Para poder calcular la demanda de empuje en cada punto a evaluar a partir de los datos tomados de la curva $n - EAS$, primero hay que definir las ecuaciones que gobiernan el movimiento de la aeronave. Para ello se van a hacer una serie de hipótesis para simplificar la resolución del problema debido a la falta de datos más precisos sobre la aerodinámica del avión o sobre el perfil de vuelo típico de la misma.

5.3.1 Configuraciones de vuelo

En este sentido se va a considerar siempre que la fuerza de sustentación, L , es aproximadamente igual a la fuerza normal a la línea de referencia, N , para ángulos de ataque pequeños:

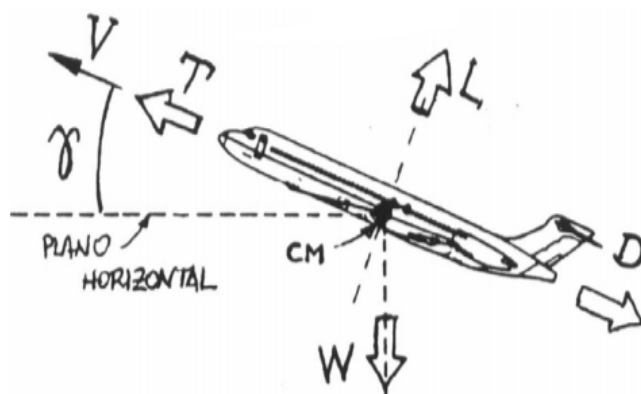


Figura 5.3 Configuración de vuelo simétrico horizontal con ángulo de ataque pequeño [10].

$$L \approx N \quad (5.36)$$

$$n = \frac{N}{MZFW} \quad (5.37)$$

$$T \approx D \quad (5.38)$$

Esta configuración solo representa las configuraciones donde el factor de carga va a ser menor que 1. Para que este sea mayor que 1 se debe considerar la configuración de viraje circular uniforme, donde se sigue manteniendo la ecuación 5.38:

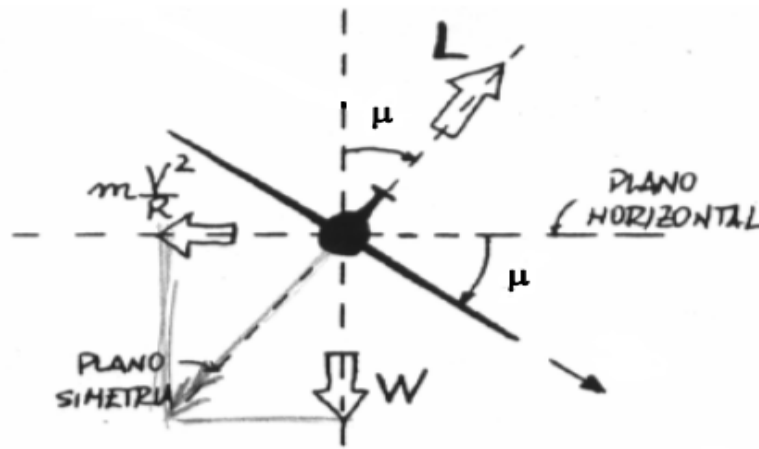


Figura 5.4 Configuración de viraje circular uniforme [10].

$$n = \frac{1}{\cos(\mu)} \quad (5.39)$$

Además, se considera una curva polar parabólica que permite calcular el C_D en función del coeficiente de sustentación C_L :

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_W} \quad (5.40)$$

$$C_D = C_{D_0} + k \cdot C_L^2 \quad (5.41)$$

donde C_{D_0} es un valor estimado a partir de aviones similares e igual a 0.024 [17], y el parámetro k se ha estimado con las siguientes ecuaciones [23]:

$$e = 1.78(1 - 0.045AR^{0.68}) - 0.64 = 0.7567 \quad (5.42)$$

$$k = \frac{1}{\pi e AR} = 0.04206 \quad (5.43)$$

donde e es el factor de eficiencia de Oswald y AR el alargamiento.

5.3.2 Hélice

Como ya se ha comentado, el CASA C-212 es propulsado por dos turbo-hélices Garrett TPE331 que generan una potencia en el eje para, a través de una caja reductora, hacer girar una hélice a velocidad constante. En concreto, el C-212 monta dos hélices Dowty Rotol R-334/4-82-F/13 con 4 palas cada una y un diámetro de 2.79 m. Al ser una hélice de velocidad constante, la forma de variar el empuje generado en estas es cambiando el ángulo de paso de las palas:

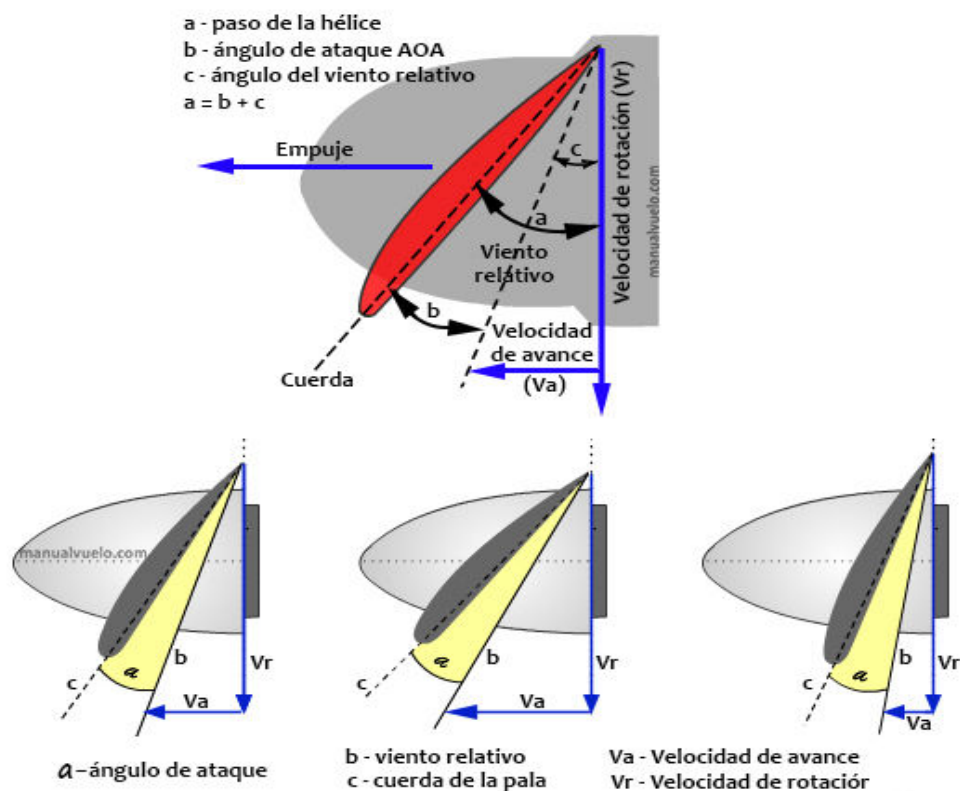


Figura 5.5 Hélice de paso variable.

siendo estas las posiciones más usuales [3]:

- Feathered $82^{\circ}30' \pm 20'$
- Flight Idle $9^{\circ} \pm 20'$
- Start Locks $-1^{\circ}45' \pm 0^{\circ}30'$
- Full Reverse $-13^{\circ} \pm 1^{\circ}$

Por tanto, una vez definido el funcionamiento de la hélice, la forma de traducir la demanda de empuje en potencia generada en el eje es a través del rendimiento propulsivo, η_P :

$$\eta_P = \eta_{mec\ box} \cdot \frac{T \cdot V_0}{P_{shaft}} \quad (5.44)$$

Dicho rendimiento se representa en función del parámetro de avance de la hélice:

$$J = \frac{V_0}{n[rps] \cdot D} \quad (5.45)$$

y del ángulo de paso, β . Para los caso a resolver se ha tomado como referencia una curva $\eta_P - J$ típica para una hélice de 4 palas con diámetro y velocidad de giro parecidos:

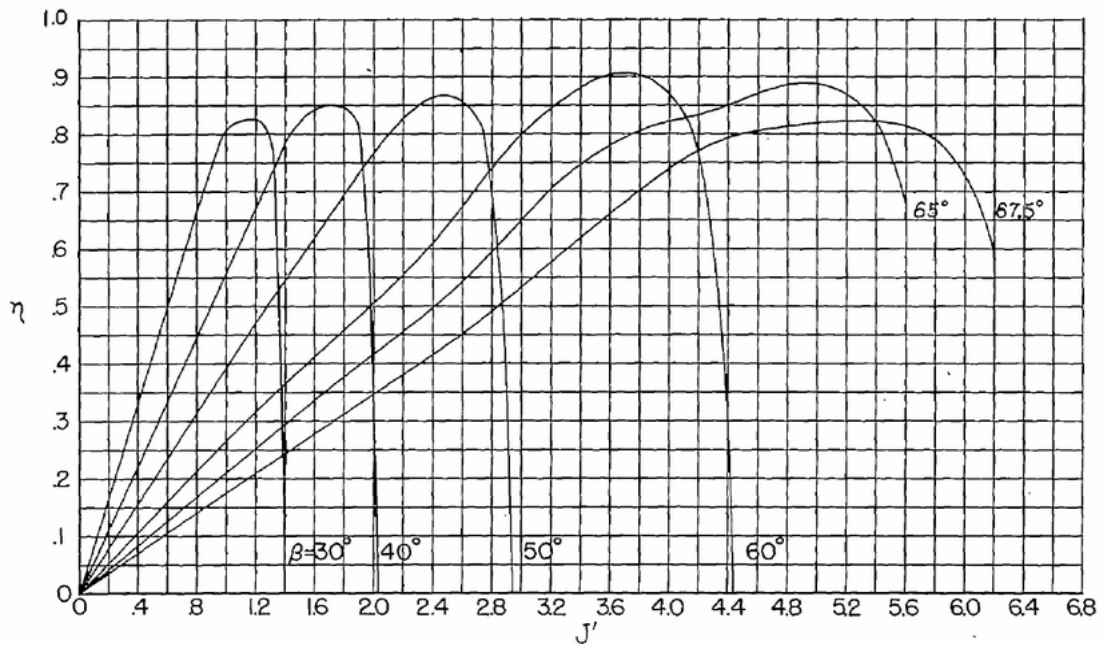


Figura 5.6 Curva $\eta_P - J$.

El criterio seguido para determinar el η_P ha sido escoger el ángulo de paso β que maximice dicho rendimiento para un J dado.

5.4 Resultados

A continuación se muestran los valores de todas las variables necesarias para evaluar el motor off-design en los puntos característicos de la envolvente de maniobra. También se ha calculado el Mach de vuelo correspondiente, ya que este es un input del modelo, teniendo en cuenta que la velocidad del sonido varía conforme aumenta la altitud:

Tabla 5.2 Datos de los puntos evaluados.

	TAS [m/s]	n	L [N]	C_L	C_D	T [N]
h = 4000 m	34,6426	1	37081,8	1,840067208	0,1664087	3353,5381
$T_0 = 262,15$ K	59,8996	2,9897	110863,4575	1,840070282	0,1664092	10026,085
$p_0 = 61640,2$ Pa	107,0021	2,9897	110863,4575	0,576630558	0,0379851	7303,0399
$a = 324,579$ m/s	125,685	2,9897	110863,4575	0,417941365	0,0313468	8315,0849
	68,1418	2	74163,6	0,951168452	0,0620526	4838,3049
h = 7925 m	43,0758	1	37081,8	1,840054759	0,1664068	3353,522
$T_0 = 236,637$ K	74,4812	2,9897	110863,4575	1,840058932	0,1664075	10026,041
$p_0 = 35987,8$ Pa	133,05	2,9897	110863,4575	0,57662744	0,0379849	7303,0503
$a = 308,380$ m/s	156,281	1	37081,8	0,139792892	0,0248219	6584,3274
	84,7298	2	74163,6	0,951163299	0,0620522	4838,2989

J	η_P	P_{shaft} [kW]
0,46797	0,798	67,222
0,80915	0,825	336,128
1,44543	0,788	457,9034
1,6978	0,848	569,0604
0,92049	0,75	202,978
0,58189	0,7	95,2885
1,00612	0,786	438,6899
1,79729	0,847	529,7120
2,11111	0,779	609,9359
1,14456	0,8	236,6154

Una vez calculada la demanda de potencia y la velocidad de vuelo en cada punto característico, se puede evaluar el modelo off-design del turbo-helice en dichos puntos y estudiar si el comportamiento del modelo es correcto en condiciones de fuera de diseño. Para ello se muestran los puntos obtenidos para 4000 m y 7925 m sobre cada mapa de compresor y turbina:

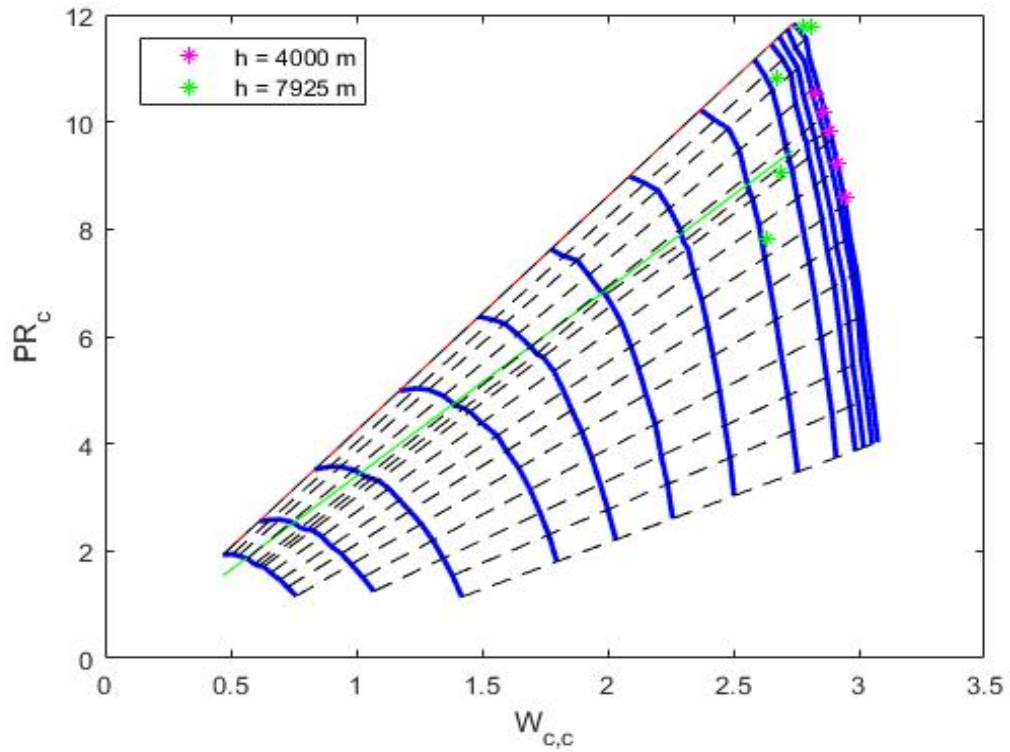


Figura 5.7 Relación de compresión frente a gasto corregido.

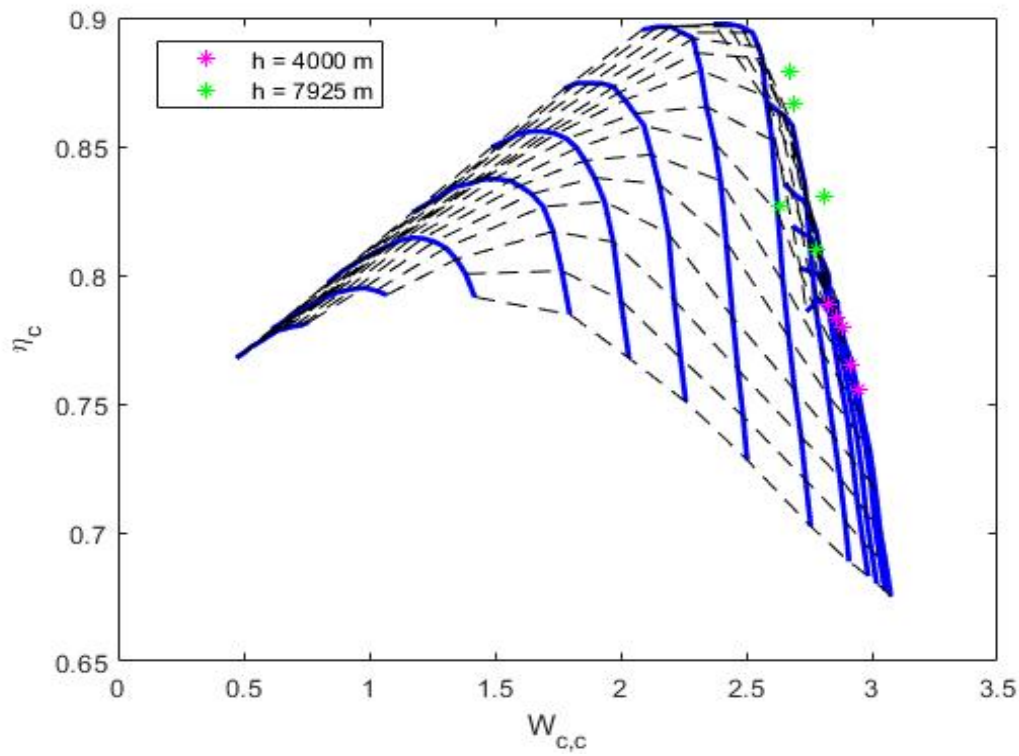


Figura 5.8 Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido.

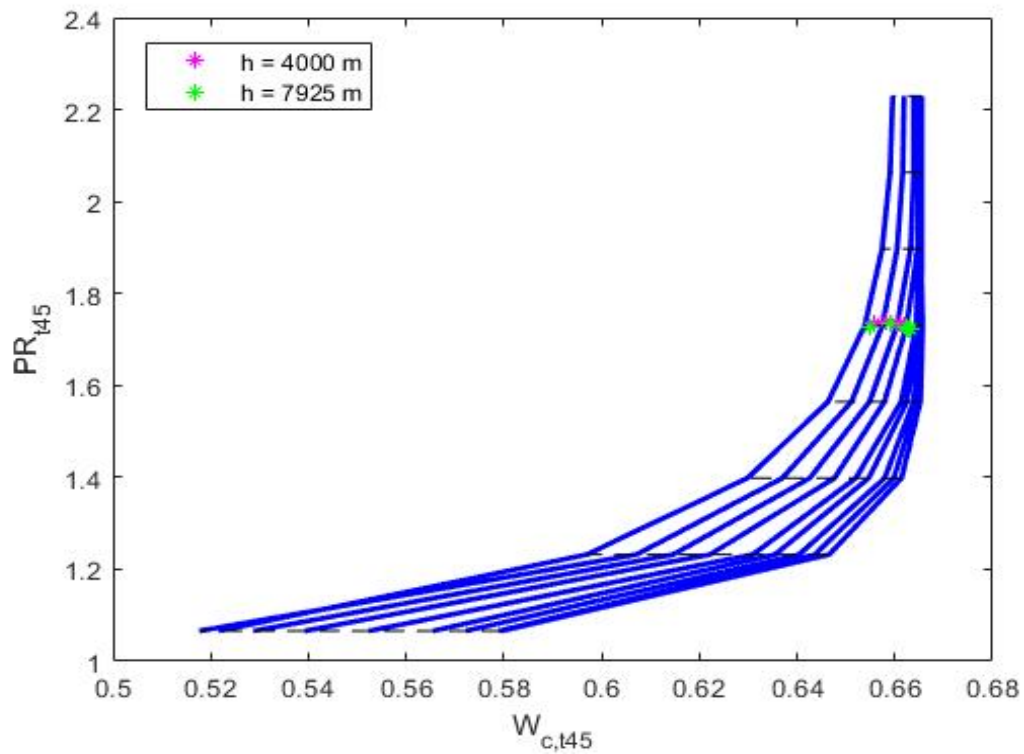


Figura 5.9 Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido.

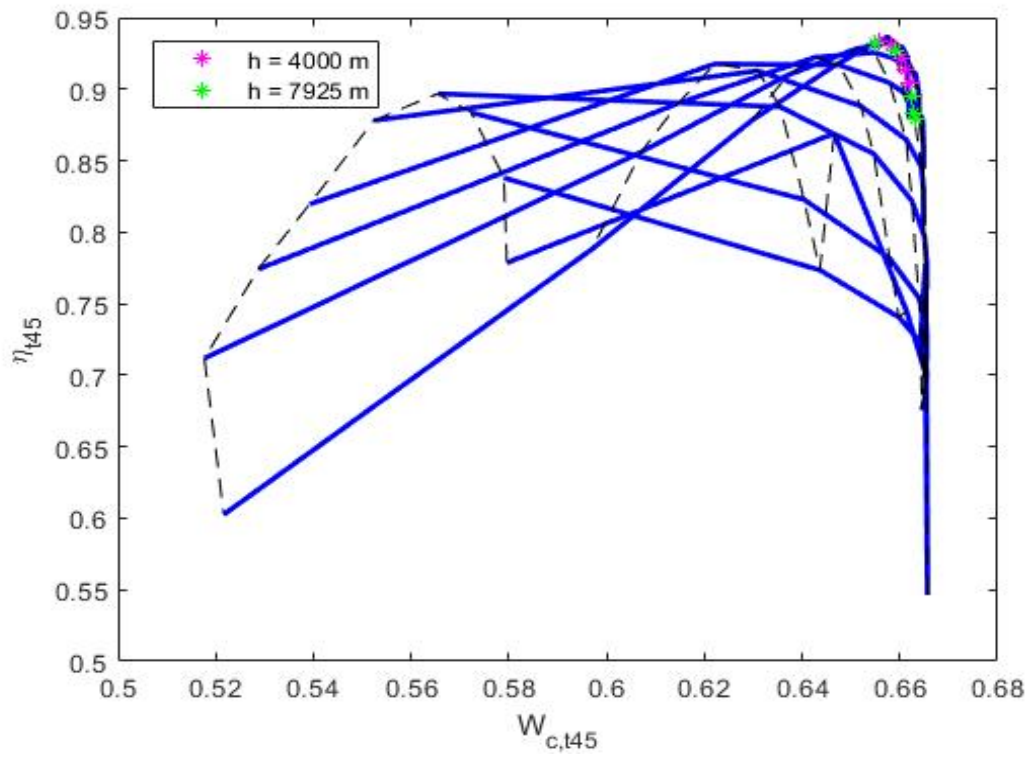


Figura 5.10 Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido.

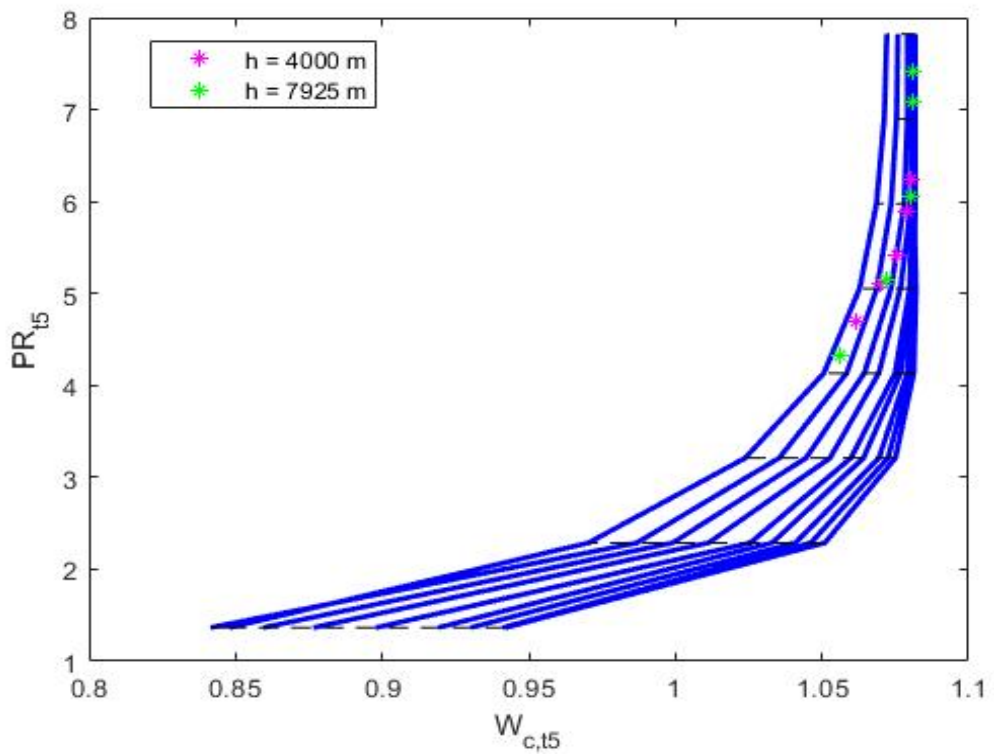


Figura 5.11 Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido.

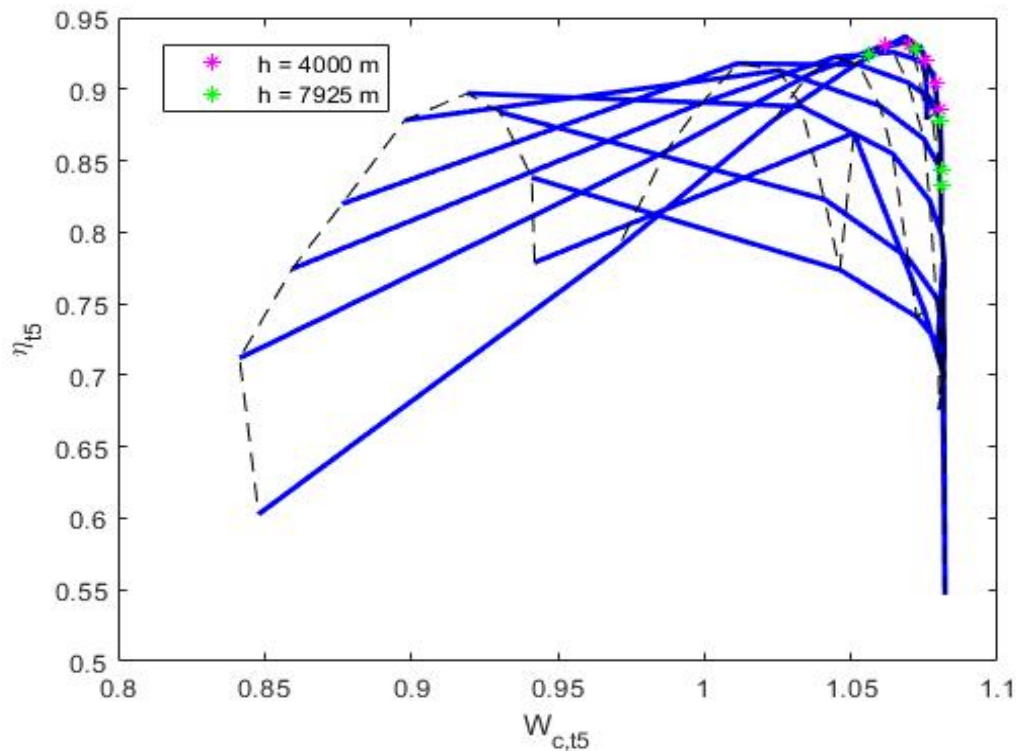


Figura 5.12 Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido.

Los resultados muestran que el mapa de compresor escalado no es operativo en estas condiciones, ya que la relación de compresión no puede superar nunca el margen del 20% de la línea de bombeo. Esto significa que el mapa real que modela al compresor tendrá otra forma, que hará que los puntos evaluados estén por debajo de dicho margen. Que el mapa del compresor escalado no tenga la forma del mapa real es consecuencia directa del proceso de escalado, ya que en un primer momento, el punto de diseño del mapa generalizado se desconocía y lo elegimos nosotros.

Y no solo es que se supere el margen del 20%, sino que para el caso de volar en condiciones de techo operativo, el mapa del compresor no tiene puntos sobre los que interpolar, ya que conforme aumenta la altitud los puntos evaluados se desplazan hacia la derecha. Esto conduce a que la función *fsolve* devuelva una solución sin converger. Esto demuestra la limitación que supone modelar un turbo-hélice en condiciones off-design con un solo mapa generalizado del que tampoco se conoce el punto de diseño.

Además, si atendemos a fichas técnicas del Garrett TPE331, donde se muestra la potencia entregada al eje y el consumo de combustible frente a la velocidad de vuelo y diferentes cotas de vuelo:

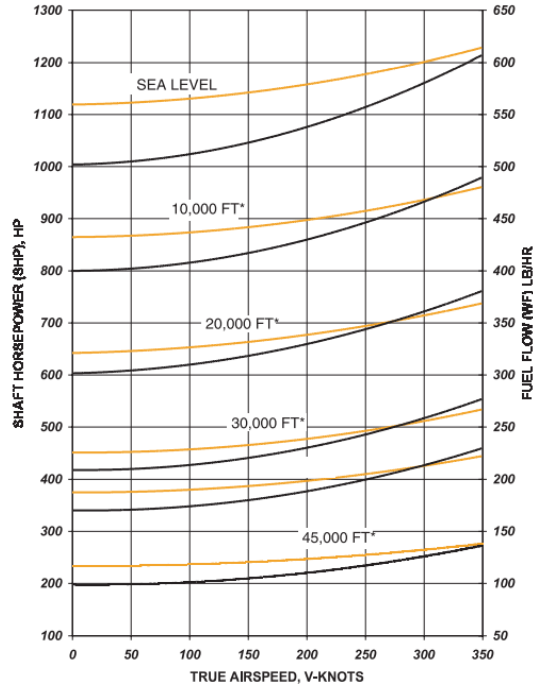


Figura 5.13 P_{shaft} y \dot{m}_f frente a EAS para diversas cotas de vuelo [2].

se observa que la demanda de potencia calculada para la cota de vuelo correspondiente a 7925 m es en torno a un 15% mayor que la disponible según la Figura 5.13. El sobrestimar la demanda de potencia lleva directamente a temperaturas a la salida de la cámara de combustión por encima de 1100 °C, lo cual es un resultado erróneo para el turbo-hélice en estudio:

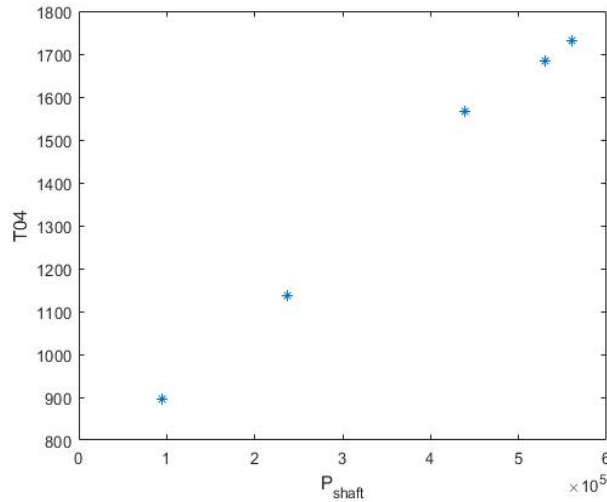


Figura 5.14 T_{04} frente a P_{shaft} para 7925 m.

Una posible forma de corregir este error y hacer que el mapa de compresor escalado sea operativo en las condiciones evaluadas, es liberar las restricciones para elegir el punto de diseño del mapa generalizado. Esto quiere decir que se va a tomar un punto de diseño tal que esté más a la izquierda y más lejos de la línea de bombeo. De este modo se consigue que los futuros puntos evaluados tendrán margen suficiente, tanto para

gastos corregidos como relaciones de compresión mayores.

En concreto, se ha elegido el siguiente punto de diseño del mapa generalizado:

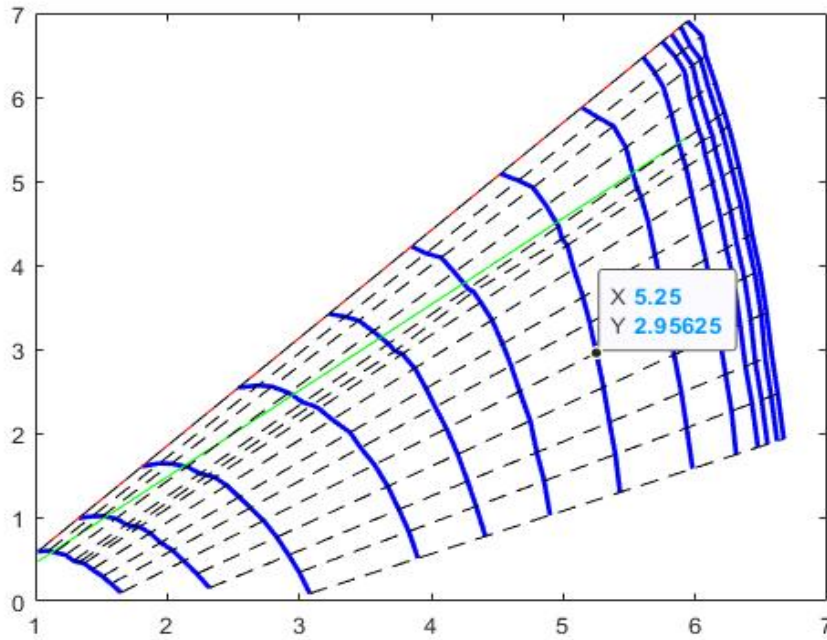


Figura 5.15 Mapa genérico del compresor $(PR - 1) - \dot{m}_c$.

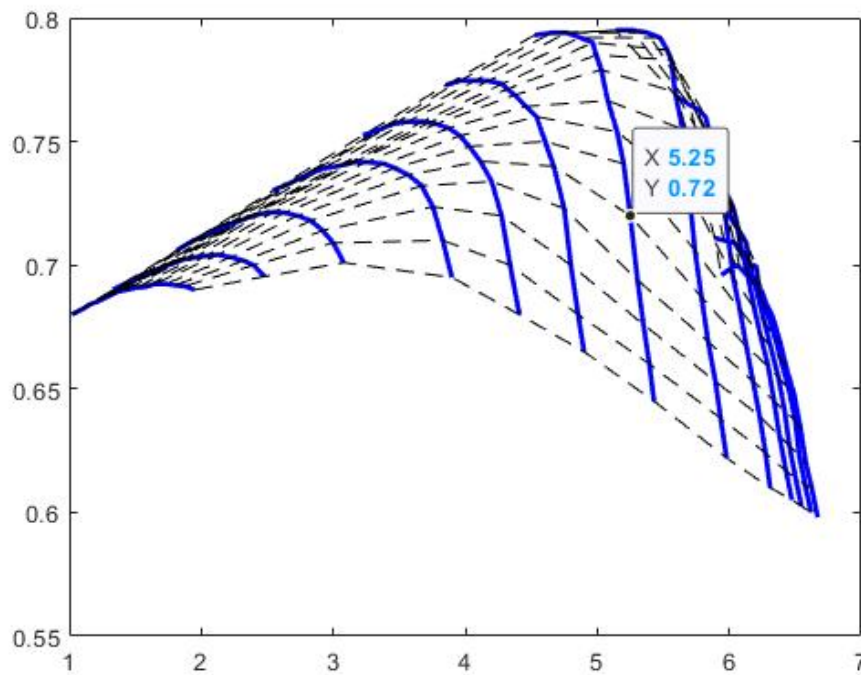


Figura 5.16 Mapa genérico del compresor $\eta_c - \dot{m}_c$.

donde los parámetros $N_{c,c}$ y β valen 0.928 y 0.30769 respectivamente. Con este nuevo punto de diseño del mapa generalizado se repite el proceso de matching, asumiendo que el "Punto 5" de los datos en banco sigue siendo el punto de diseño del turbo-hélice. De esta manera se obtiene un nuevo vector de parámetros p :

Tabla 5.3 Parámetros en el punto de diseño.

m_a [kg/s]	m_s [kg/s]	η_c	η_{t45}	η_{t5}
2.9081	0.0372174	0.8026297	0.9194138	0.9197309
π_{td}	π_{cc}	η_{cc}	η_{mecbox}	π_{tb}
0.9893455	0.9796877	0.9094613	0.9105969	0.9896845

Con este nuevo punto de diseño del mapa genérico y el vector de parámetros p se escalan dichos mapas genéricos, haciendo coincidir de nuevo el punto de diseño del turbo-hélice con el nuevo punto escogido. Antes de evaluar los puntos característicos de la envolvente, se comprueba que el ajuste del modelo a los datos en banco con el nuevo punto de diseño sigue siendo correcto:

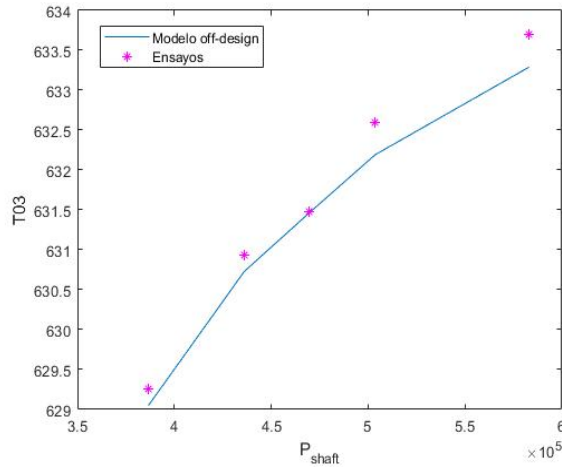


Figura 5.17 Temperatura a la salida del compresor frente a P_{shaft} .

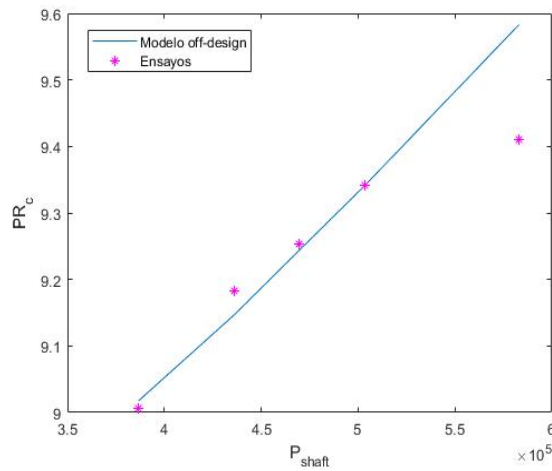


Figura 5.18 Relación de expansión frente a P_{shaft} .

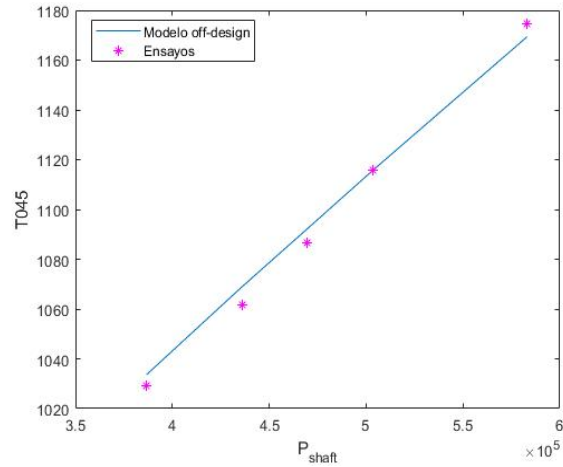


Figura 5.19 Temperatura a la salida de la turbina HP frente a P_{shaft} .

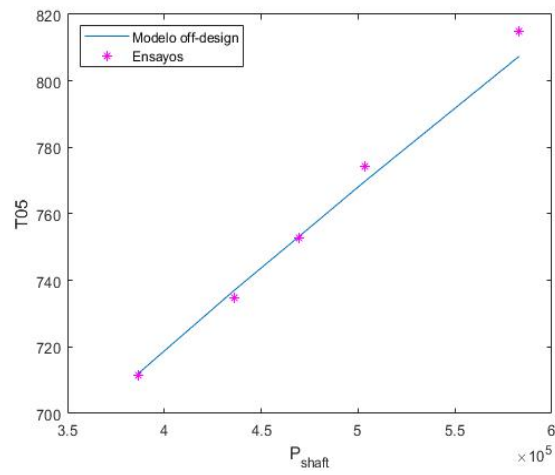


Figura 5.20 Temperatura a la salida de la turbina LP frente a P_{shaft} .

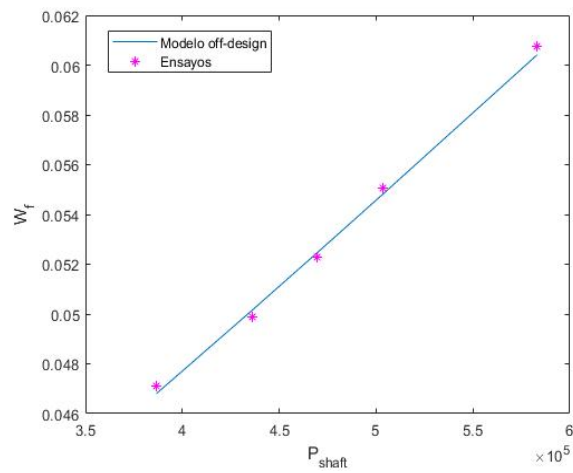


Figura 5.21 Gasto de combustible frente a P_{shaft} .

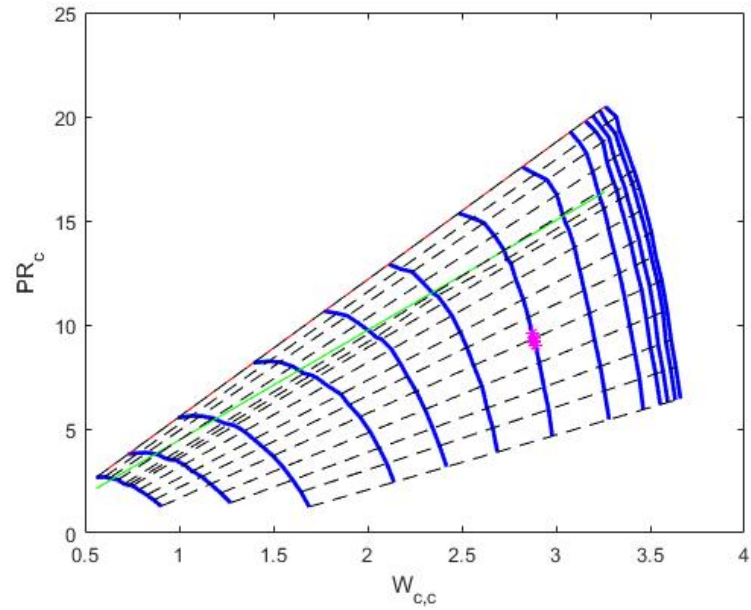


Figura 5.22 Puntos evaluados sobre el mapa característico del compresor.

De este modo, se puede ya evaluar de nuevo los puntos característicos de la envolvente de maniobra calculados previamente. No obstante, en esta ocasión, para tratar de reducir la potencia demanda por el modelo supuesto, se ha fijado un rendimiento propulsivo η_p igual a 0.9, además de tomar valores de factor de carga menores. De esta forma se obtienen los siguientes puntos evaluados sobre los mapas característicos del compresor y las turbinas:

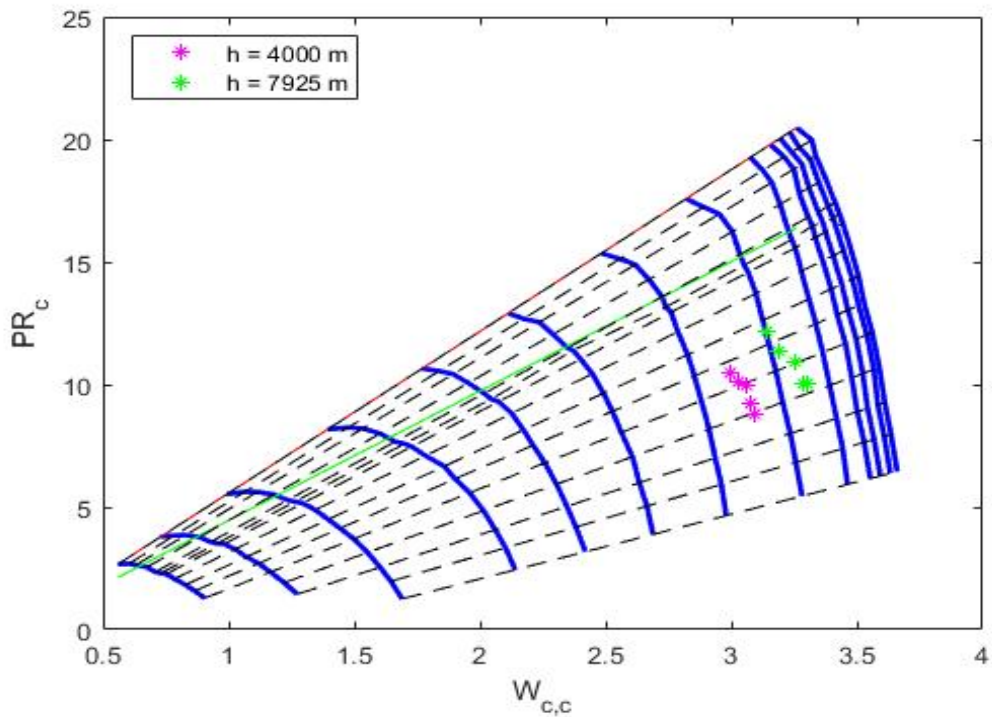


Figura 5.23 Relación de compresión frente a gasto corregido.

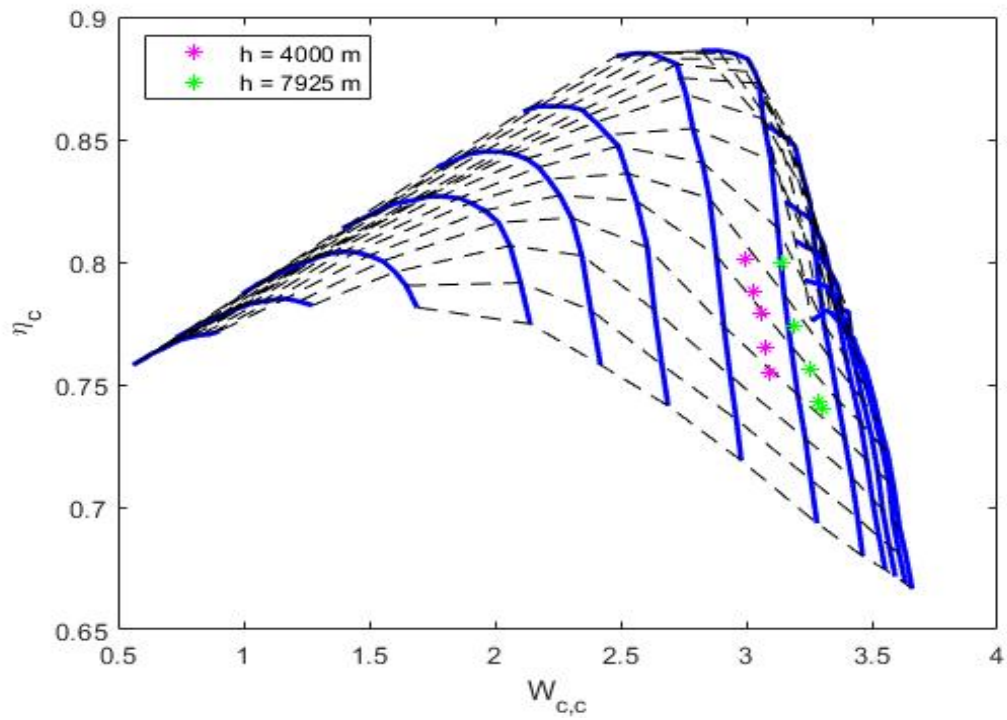


Figura 5.24 Rendimiento isoentrópico del compresor frente a gasto corregido.

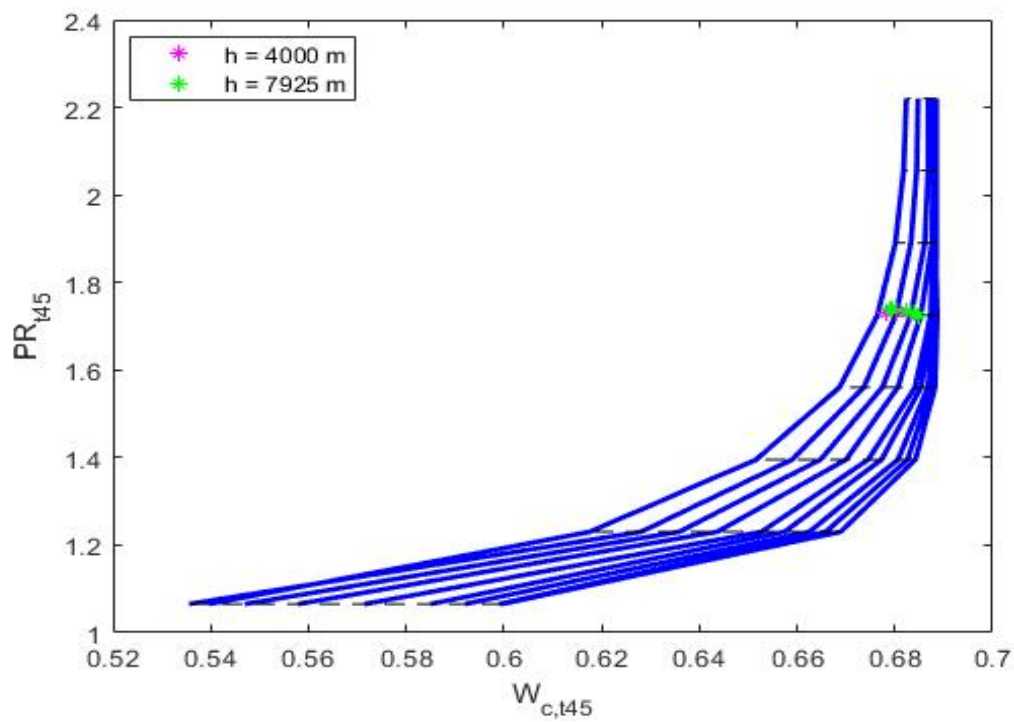


Figura 5.25 Relación de expansión de la turbina HP frente a gasto corregido.

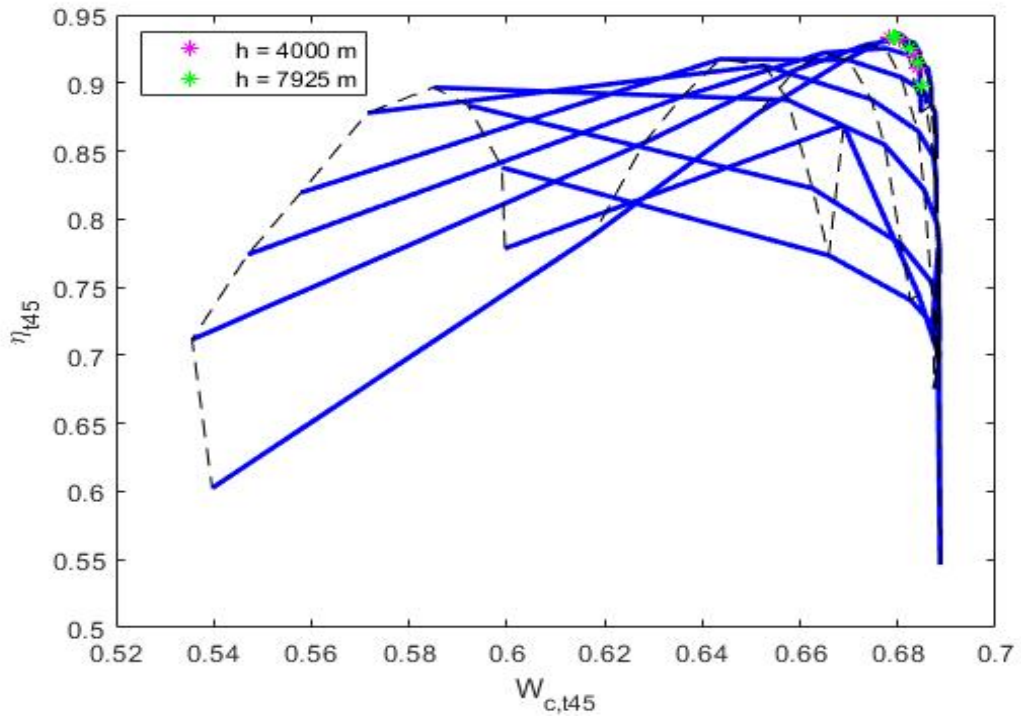


Figura 5.26 Rendimiento isoentrópico de la turbina HP frente a gasto corregido.

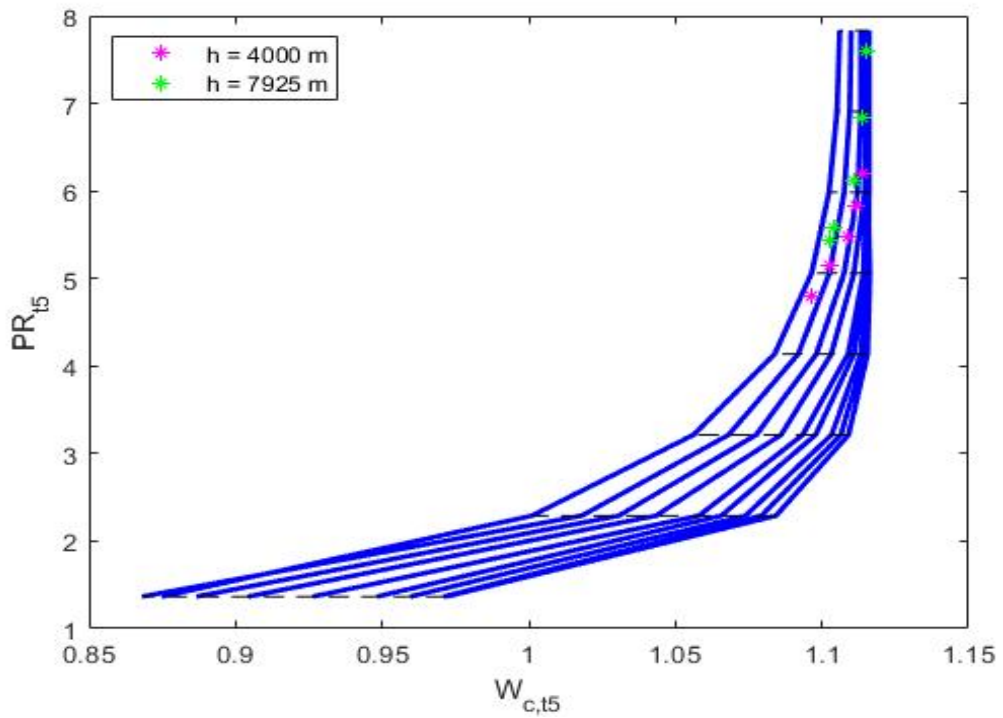


Figura 5.27 Relación de expansión de la turbina LP frente a gasto corregido.

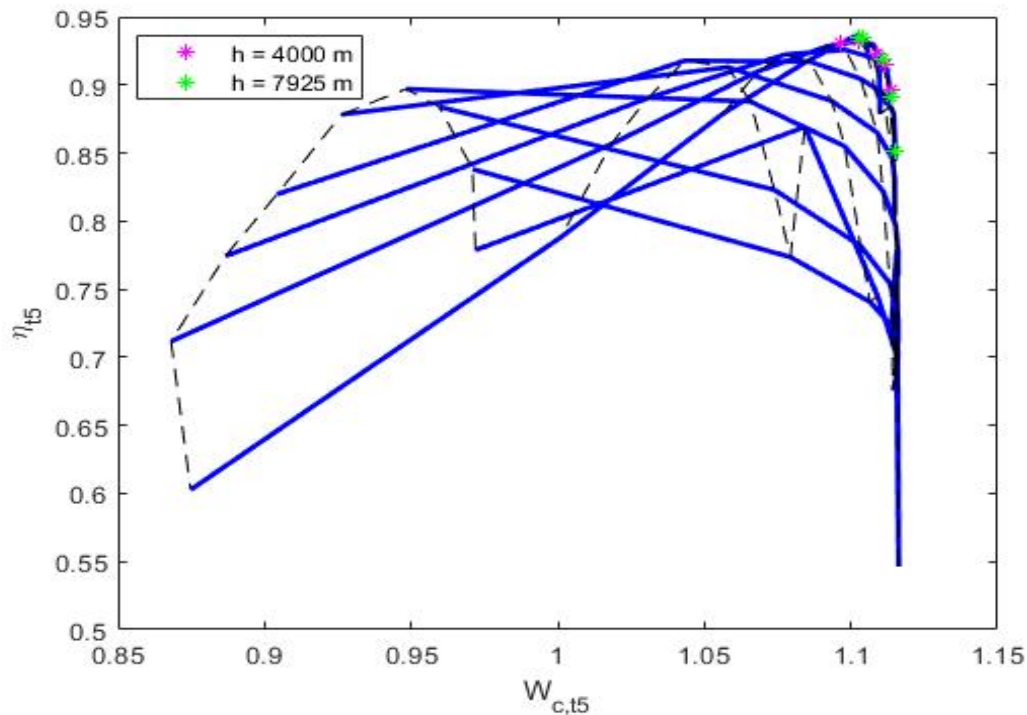


Figura 5.28 Rendimiento isoentrópico de la turbina LP frente a gasto corregido.

Se observa como en este caso los puntos sobre los mapas característicos del compresor cumplen el margen del 20% de la línea de bombeo. Además, para el caso de máxima altitud operativa, el modelo off-design tiene puntos suficientes sobre los que interpolar, de forma que la función *fsolve* devuelve una solución una vez haya convergido. Por tanto, el modelo respeta así la tendencia de desplazar los puntos evaluados hacia la derecha conforme aumenta la altitud. En definitiva, se ha logrado obtener así unos mapas característicos de las turbomáquinas que modelan las prestaciones del Garrett TPE331 fuera de diseño, y que además son operativos para diferentes altitudes.

No obstante, atendiendo a la temperatura a la salida de la cámara de combustión de los puntos evaluados, se observa de nuevo que la potencia demandada está sobrestimada, resultando que al menos un punto supere los 1100 °C.

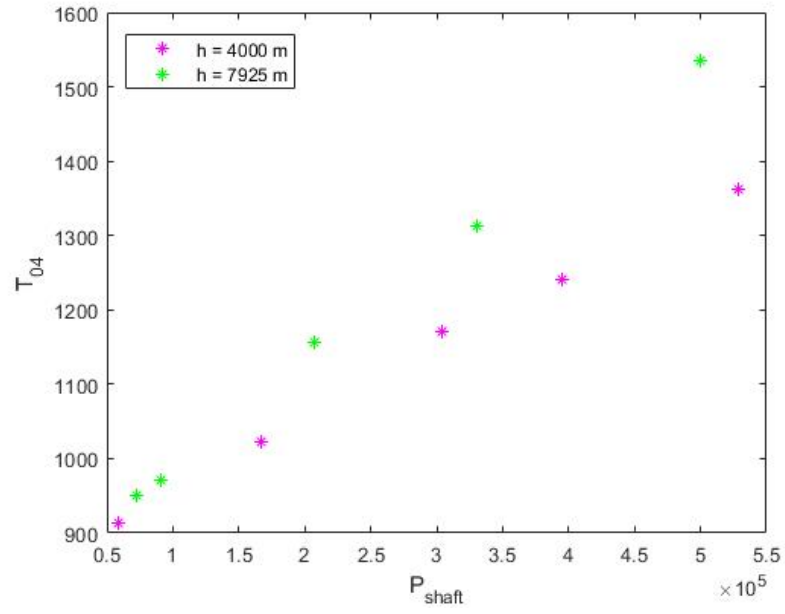


Figura 5.29 Temperatura a la salida de la cámara de combustión frente a potencia demandada.

6 Conclusiones

En este último capítulo se analizan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este proyecto, así como las posibles mejoras en las hipótesis y análisis hechos, y las futuras líneas de trabajo que se podrían seguir a partir del trabajo ya realizado.

En primer lugar, la primera hipótesis fundamental que se hizo fue la de considerar las propiedades del fluido dependientes de la temperatura. Este hecho es fundamental, no solo a la hora de definir las ecuaciones del ciclo termodinámico, sino también para dotar al modelo de mayor fidelidad con la realidad. A modo de ejemplo se ha comparado el comportamiento de la turbina considerando el calor específico del fluido, C_p , constante:

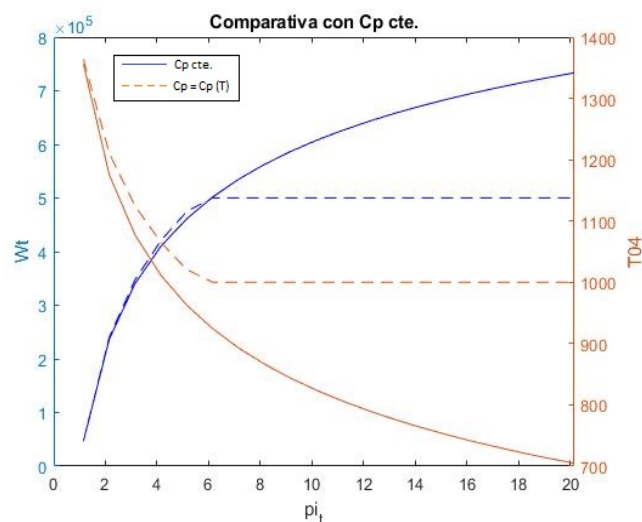


Figura 6.1 Trabajo específico y temperatura a la salida de la turbina frente a relación de expansión .

Se observa como el modelo con C_p constante diverge del modelo dependiente de la temperatura conforme aumenta la relación de expansión. Por tanto, se puede concluir que gran parte de la precisión del modelo reside en definir adecuadamente el fluido de trabajo.

Respecto a la estrategia de matching del modelo off-design a los datos en banco, el hecho más restrictivo ha sido el contar tan solo con un mapa generalizado para el compresor y otro para las turbinas, de los que, además, no se conocían los puntos de diseño. Mediante el escalado de los mapas generalizados se ha

logrado hacer coincidir el punto de diseño del mapa generalizado (supuesto en un primer momento) con el del turbo-hélice (también supuesto), pero esto no garantizaba que el mapa escalado modelase correctamente el comportamiento en puntos fuera de diseño. Esto quiere decir que el mapa real tendría otra morfología, lo cual se podría lograr modulando el mapa generalizado con el que se ha contado.

En la realidad, las empresas que llevan a cabo el diseño de nuevas turbomáquinas cuentan con una gran librería de mapas, lo que ayuda a modelar el comportamiento real con mayor precisión. De la forma en que hemos definido los mapas característicos en el modelo off-design, si se contase con más curvas de N_c constante, a la hora de interpolar, la precisión sería mucho mayor. Esto se podría hacer sin la necesidad de otros mapas generalizados, sino mediante un análisis estadístico que proporcione estas nuevas líneas.

Por tanto, para garantizar que los mapas escalados modelasen lo mejor posible las prestaciones del turbo-hélice en puntos fuera de diseño, se definió el modelo en función del vector de parámetros p , el cual se optimizó para lograr dicho objetivo. Para ello se asumió que el punto de diseño del turbo-hélice era uno de los cinco puntos de ensayo, lo cual, como se vió ya, el error cometido apenas varía al elegir un punto u otro.

No obstante, la elección del punto de diseño del mapa generalizado sí tenía consecuencias a la hora de evaluar puntos en condiciones off-design. En algunos casos, los puntos evaluados no respetaban el margen del 20% de la línea de bombeo, o resultaban rendimientos isoentrópicos absurdos, lo cual indicaba que la elección del punto de diseño del mapa generalizado no era correcta.

Una vez se tenía el modelo sintonizado con los datos en banco, ya se podía evaluar para una demanda de empuje concreta, en este caso, para el C-212. Como se ha visto, para el caso de volar a 7925 m, la demanda de empuje estaba sobrestimada debido a la falta de datos aerodinámicos más concretos. Además, tampoco se ha contado con las curvas características de la hélice montada en el C-212, lo cual ha impedido estudiar la fase de despegue de la aeronave. Esto se deja como futura línea de trabajo.

Además del estudio de la fase de despegue, tendría gran interés el estudio de un perfil de vuelo concreto de la aeronave para obtener la evolución de las diferentes variables durante la misión. De esta forma se podrían probar varios puntos de diseño de los mapas generalizados, eligiendo finalmente el que mejor *performance* prediga de acuerdo a algún criterio, como por ejemplo minimizar el consumo de combustible.

También se puede estudiar el efecto de la degradación sobre los componentes. Introducir los efectos de la abrasión, la corrosión o el fouling en los mapas del compresor y las turbinas permitirían estudiar el comportamiento del turbo-hélice frente a la degradación. De esta forma se tendría un modelo del Garrett TPE331-5 constantemente actualizado por este efecto, y que permitiría testar el motor sin necesidad de recurrir al banco de ensayos o a una prueba en vuelo, lo cual significa un importante ahorro en costes y tiempo.

Finalmente, hay que destacar que la metodología seguida es universal, es decir, que el modelo generado es de aplicación para otro turbo-hélice testado en banco y en el que se midan las mismas variables que el caso del Garrett TPE331. Si se tratase de otro modelo de turbo-hélice con otras variables medidas, tan solo habría que modificar las variables que son conocidas y cuales incógnitas, y si es el caso, modificar el número de compresores y turbinas que modelen el motor en cuestión.

Bibliografía

- [1] *Certification Specifications for Normal, Utility, Aerobatic, and Commuter Category Aeroplanes CS-23*, European Aviation Safety Agency.
- [2] *TPE331-10 Overview*.
- [3] *TYPE CERTIFICATE DATA SHEET NO. A43EU*, Department of transportation, Federal Aviation Administration.
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/CASA_C-212_Aviocar.
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Honeywell_TPE331.
- [6] <https://en.wikipedia.org/wiki/Turboprop>.
- [7] <https://es.mathworks.com/help/matlab/index.html>.
- [8] https://military.wikia.org/wiki/CASA_C-212_Aviocar.
- [9] https://www.indonesian-aerospace.com/aircraft/detail/18_nc212i.
- [10] <http://www.aero.us.es/mv/index.html>.
- [11] <http://www.airvectors.net/avc212.html>.
- [12] *A new generation T56 turboprop engine*, 1984.
- [13] Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar, *Apuntes de la asignatura Motores de Aeronaves*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla.
- [14] Francisco José Muñoz Benítez. Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar, *Proyecto Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial. Métodos para la diagnosis de fallos en turbinas de gas de aviación: Aplicación a un motor turbohélice Garrett TPE-331*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla, 2012.
- [15] Luca García Hernández. Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar, *Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Aeronáutica, Desarrollo de un modelo de turbohélice de tres ejes. Análisis y evaluación de prestaciones en diferentes aplicaciones*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla, 2017.
- [16] Pablo Plaza Gomariz. Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar, *Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Aeronáutica, Evaluación de la degradación del turbohélice RR. Tyne 11: Implicaciones en la misión*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla, 2017.

-
- [17] Nubia Fernanda Villegas Camargo, *Diseño preliminar de una aeronave de carga categoría commuter*, Fundación Universitaria Los Libertadores, Facultad de Ingeniería de Bogotá, 2014.
- [18] Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar , *Generación de modelo turbo-hélice off-design para cualquier condición operativa a partir de datos de banco*.
- [19] J M Haasis, *Development of the Combustion System for the AiResearch TPE331 Turboprop Engine*, 1967.
- [20] John B. Heywood, *Internal combustion engine fundamentals*, McGraw-Hill, 1988.
- [21] José Antonio Mora Espinar. Tomás Sánchez Lencero, *Proyecto Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial. análisis de turbinas de gas con Álabes refrigerados*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla, 2016.
- [22] Fabrizio Paganucci, *Apuntes de la asignatura "Motori per Aeromobili"*, Università di Pisa, Pisa.
- [23] Daniel P. Raymer, *Aircraft design : a conceptual approach*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989.
- [24] Ángela Escalona Cabello. Francisco J Jiménez-Espadafor Aguilar, *Proyecto Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial. Modelado del turbohélice Allison T56-A-15 a partir del ensayo en banco de potencia: Aplicación a la evaluación de prestaciones*, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Sevilla, 2017.