Trabajo de Fin de Máster

Máster en Ingeniería Industrial

Teoría de juegos aplicada a la votación y toma de decisiones colectiva en la Unión Europea

Autor: Tomás Salazar Luciani

Tutor: Manuel Ordoñez Sánchez

Dpto. de Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo de Fin de Máster
Máster en Ingeniería Industrial

Teoría de juegos aplicada a la votación y toma de decisiones colectiva en la Unión Europea

Autor:
Tomás Salazar Luciani

Tutor:
Manuel Ordoñez Sánchez

Dpto. de Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2021

Trabajo de Fin de Máster: Teoría de juegos aplicada a la votación y toma de decisiones colectiva en la Unión Europea

Autor: Tomás Salazar Luciani

Tutor: Manuel Ordoñez Sánchez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

A mis padres, Amdrés y Ana

Agradecimientos

Me gustaría agradecerle a mis padres, Ana y Andrés, todos sus esfue rzos y todo el tiempo que han empleado en ayudarme a crecer como persona. Todo lo que soy es gracias a ellos.

Quisiera dar las gracias a mis hermanos, Andrés y Lucas, por todos los días que hemos vivido juntos y por ser mi principal apoyo en los momentos más difíciles.

A todos mis compañeros de la universidad, especialmente a aquellos que se han convertido en amigos, por todos los momentos compartidos dentro y fuera de la Escuela.

A mis amigos de siempre, por tantos buenos momentos compartidos y por estar junto a mí siempre que lo he necesitado.

Por último, me gustaría dar las gracias a todos y cada uno de los profesores que han participado en mi formación.

A todos ellos, gracias de verdad.

Tomás Salazar Luciani

Sevilla, 2021

Resumen

El presente Trabajo de Fin de Master consiste en la aplicación de la teoría de juegos en el contexto del sistema de votación para de la toma de decisiones colectiva en la Unión Europea.

En primer lugar, se hace una descripción de los conceptos básicos de teoría de juegos que se aplican en el trabajo y se introducen algunos modelos y la notación básica de teoría de conjuntos.

A continuación, se amplía el concepto de regla de votación y se analiza su aplicación dentro de los comités de negociación en diferentes contextos y aplicando diversos criterios.

Por último, se aplica lo expuesto a situaciones reales en el contexto del Consejo Europeo de Ministros y se extraen algunas conclusiones.

Abstract

This Master Thesis consists of the application of game theory in the context of the voting system for collective decision making in the European Union.

First, a description of the basic concepts of game theory applied in the paper is given and some models and the basic notation of set theory are introduced.

Then, the concept of voting rule is extended and its application within negotiation committees in different contexts and applying different criteria is analyzed.

Finally, the above is applied to real situations in the context of the European Council of Ministers and some conclusions are drawn.

Índice

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta los antecedentes e información básica. En los dos primeros subcapítulos se introducen la notación básica de la teoría de conjuntos y algunas combinatorias, respectivamente. En el subcapítulo 1.3 se realiza la descripción formal de las reglas de votación y se explica la notación y la terminología relacionada con la teoría de conjuntos que aparecerá a lo largo del texto. En el apartado 1.4 se explican los conceptos básicos de la decisión frente al riesgo y la teoría de utilidades esperadas. Por último, el apartado 1.5 contiene una breve introducción y conceptos básicos de teoría de juegos.

1.1. Notación básica de teoría de conjuntos

Notaremos a los conjuntos con letras mayúsculas (p.ej. *N*, *S*, *M*, etc.), y cuando sean finitos denotaremos por minúscula (*n*, *s*, *m*, …) a su número de elementos o cardinalidad (a veces representada por #*N*, #*S*, #*M*, …). Diremos que $a \in S$ si a pertenece al conjunto S, y $a \notin S$ en el caso contrario. Escribiremos $A \subseteq B$para para indicar la contención de un conjunto otro y $A \subset B$ para indicar la contención pero no la igualdad. Los símbolos $' \cup '$ y $' \cap '$ indican la "unión" e "intersección" de conjuntos $A \setminus B$ la diferencia entre estos. Si *B* es unitario, es decir, $B = \{i\}$, escribiremos $A \setminus i$ y $A \cup i$ para indicar la diferencia y la unión. El conjunto de las partes de un conjunto *N* se escribirá como 2^N.

Escribiremos $f : A \rightarrow B$ para denotar una función del conjunto *A* al conjunto *B*. Si $C \subseteq A$, $f(C) = \{f(x) : x \in C\}$. Una aplicación se llamará inyectiva si dos elementos no tienen la misma imagen y sobreyectivo si el conjunto de llegada se alcanza completamente con la aplicación. Si la aplicación es inyectiva y sobreyectiva se dirá biyectiva.

Representaremos a los números reales con la letra $\mathbb{R}$, al de los enteros no negativos por $\mathbb{R}_+$ y a los enteros estrictamente positivos por $\mathbb{R}_{++}$. Un intevalo se denotará por $[a, b]$ donde $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$. $\mathbb{R}^N$ denota el conjunto de n-tuplas x = (x_1, …, x_n), donde $x_i \in \mathbb{R}$; También usaremos $\leq$ para denotar la relación de orden en $\mathbb{R}^N$.

1.2. Combinatoria básica

1.2.1. Permutaciones y combinaciones

Sea $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un conjunto de *n* elementos. Una permutación del conjunto *A* es una biyección $\pi : A \rightarrow A$. El ejemplo de abajo es una permutación del conjunto cuyos elementos son el 1, el 2 y el 3

$$1 \mapsto \pi(1) = 2$$

$$2 \mapsto \pi(2) = 1$$

$$3 \mapsto \pi(3) = 3$$

El número de permutaciones de un conjunto de *n* elementos viene dado por

$n! = n(n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1.$

Una *combinación* de (un conjunto) de *n* elementos de orden *r* ($0 \leq r \leq n$) es un subconjunto de *r* elementos. El número de subconjuntos de r elementos de un conjunto de n sin repetición y sin importar su orden es

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!}, \qquad (1)$$

Habitualmente lo notaremos

$$C_n^r = \binom{n}{r}. \qquad (2)$$

1.2.2. Algunas aproximaciones útiles

Debido a que cuando se involucran muchos elementos el cálculo del número de permutaciones o combinaciones es muy tedioso, ya que el factorial es un número muy grande, es últil tener una fórmula que aproxime estos cálculos. Una de las más conocidas es la *fórmula de Stirling*, que proporciona una buena aproximación de *n!* para un valor de *n* suficientemente grande, dado por[1]

$$n! \approx n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n} \tag{3}$$

Por ejemplo, si queremos calcular el número de subconjuntos de tamaño n/2 de un conjunto de *n* elementos para un número par *n* dado, a partir de (1), dado por

$$C_n^{\Sigma n} = \frac{n!}{(n - \frac{n}{2}!)\frac{n}{2}!} = \frac{n!}{\frac{n}{2}!\frac{n}{2}!}$$

Si *n* es lo suficientemente grande esto puede aproximarse por (3), quedando

$$C_n^{\Sigma n} \approx 2^n\sqrt{\frac{2}{\pi n}} \tag{4}$$

1.3. Reglas de votación

La toma de deciciones colectivas via un procedimiento de decisión bien definido es el objeto de este trabajo. Por supuesto, este procedimiento pasa por la toma de decisiones individuales las cuales pueden ir de algo muy concreto a algo más genérico.

Básicamente usaremos el hecho de que la desición individual solo tiene dos opciones, si o no. No se admitirá la abstención ya que los agentes no serán ajenos, en ningún caso, a lo que se vota.

1.3.1. Reglas de votación dicotómica

Entenderemos por regla de votación a un procedimiento donde cada agente decide sobre cada asunto teniendo varias opciones. Si *n* es el número de agentes los etiquetaremos por por *1, 2, …, n*. Llamaremos *configuración de voto* a una lista que indica el voto emitido por cada agente. Debido a que los agentes no podrán abstenerse tenemos un total de 2^n configuraciones posibles de votos. Llamaremos configuración de votos ganadora o coalición ganadora a aquella que lleva a un resultado positivo en una votación. Las denotaremos por W_N.

Para que las reglas de votación sean razonables asumiremos las siguientes condiciones para el conjunto W_N

1. N es ganadora.
2. $\emptyset$ No es ganadora.
3. Si S es una coalición ganadora cualquier coalición que la contenga también lo es.
4. Para cualquier coalición S o bien esta es ganadora o lo es $N \backslash S$.

Definición 1. *Una regla de votación es un conjunto de coaliciones ganadoras que satisfacen las 4 condiciones anteriores*.

Usaremos el término *regla incorrecta* para una regla de votación con conjunto de coaliciones ganadoras $W \subseteq 2^N$ que solo cumple las tres primeras condiciones. Diremos que una regla es de *ganancia mínima* si su conjunto de coaliciones ganadoras solo tiene una coalición.

Diremos que un agente es veto si su apoyo es necesario para ganar una votación, es decir,

[1] Se utilizará para valores n que van desde el orden de cientos de miles hasta el orden de millones.

$$i \notin S \Rightarrow S \notin W$$

(o equivalentemente: $S \in W \Rightarrow i \in S$). En otras palabras, el apoyo de *i* es necesario para que una propuesta sea aceptada.

Un *agente* se dice *nulo* si no aporta nada con su voto a que la coalición sea ganadora o no. En otras palabras, el voto de los otros votantes determina el resultado independientemente del voto de este votante. Esto es, *i* es un agente nulo en *W* si

$$S \in W \Leftrightarrow S \setminus i \in W$$

En la regla de votación *W*, el escaño *j domina débilmente al escaño i* (denotado como $j \geq i$) si para cualquier configuración de votación *S* tal que $i, j \notin S$,

$$S \cup i \in W \Rightarrow S \cup j \in W$$

Diremos que dos agentes. i ,j son *simétricos* si $j \geq i$ y $i \geq j$. Es decir, estos agentes son intercambiables. Una regla de votación *simétrica* o *anónima* es aquella en la que dos agentes cualesquiera son simétricos. si dos escaños cualesquiera son simétricos.

1.3.2. Algunas reglas de votación particulares

Aquí daremos algunos ejemplos de reglas de votación.

1. *Dictadura*. El jugador *i* es un dictador si el conjunto de coaliciones ganadores, denotada por W^i es

$$W^i = \{S \subseteq N : i \in S\}.$$

2. *Oligarquía de conjunto base T*. sólo cuentan los votos de los jugadores que contienen a *T*. Denotando esta regla por W^T, se puede escribir

$$W^T = \{S \subseteq N : S \supseteq T\}.$$

3. *Unanimidad* (denotada como W^N) una propuesta es aceptada sólo con apoyo unánime de todos los agentes, esto es

$$W^N = \{N\}.$$

4. *Mayoría simple*, se aprueba la propuesta si los votos favorables son mayores que la mitad de agentes votantes. Denotando la regla de la mayoría simple por W^{MS},

$$W^{MS} = \{S: s > \tfrac{n}{2}\}.$$

5. La mayoría simple y la unanimidad son casos especiales de las *reglas de q-mayoría*. En estas relgas una propuesta es aprobada si, en proporción, los votos favorables son mayores que *q*. Es dcir, denotando la regla de mayoría-*q* por W^{qM},

$$W^{qM} = \{S: \tfrac{s}{n} > q\}.$$

En este caso, y para evitar reglas incorrectas, es necesario que $\frac{1}{2} \leq q < 1$ debido a la simetría de los agentes.

6. La *mayoría ponderada* es una regla que funciona vía un sistema de *ponderaciones* positivas $w = (w_1, \ldots, w_n)$, y una *cuota* $Q > 0$, de forma que una coalición es ganadora si la suma de las cuotas de sus agentes a favor de la propuesta es mayor que Q. Llamando a esta regla como $W^{(w,Q)}$, se obtiene

$$W^{(w,Q)} = \{S \subseteq N : \textstyle\sum_{i \in S} w_i > Q\}.$$

En términos de proporción podemos expresarla la cuota como $q = \frac{Q}{\sum_{j \in N} w_i}$, entonces

$$W^{(w,q)} = \{S \subseteq N : \textstyle\sum_{i \in S} \frac{w_i}{\sum_{j \in N} w_i} > q\}.$$

7. Una *regla de mayoría doblemente ponderada* viene determinada por un sistema de dos ponderaciones positivas $w = (w_1, \ldots, w_n)$ y $w' = (w'_1, \ldots, w'_n)$ y dos quotas Q y Q'. Si llamamos a esta regla $W^{((w,Q),(w',Q'))}$, se obtiene

$$W^{((w,Q),(w\prime,Q\prime))} = \{S \subseteq N : \sum_{i \in S} w_i > Q \text{ y } \sum_{i \in S} w'_i > Q'\}.$$

Observar que

$$W^{((w,Q),(w\prime,Q\prime))} = W^{(w,Q)} \cap W^{(w\prime,Q\prime)}.$$

La unión y la intersección son formas de calcular nuevas reglas con la salvedad de que la unión no tiene porqué verificar la condición 4.

8. Regla de *composición.* Básicamente consiste en agrupar los agentes en un conjunto de subgrupos no necesariamente del mismo tamaño. En cada subgrupo se establece una regla de negociación y los resultados de la votación en cada subgrupo se tratan como una regla tipo *q-mayoría.* La regla de negociación en cada subgrupo debe ser la misma.

1.4. Teoría de la utilidad esperada

1.4.1. Jugadores, juegos y teoría de juegos

Un juego es una situación en la que diversos agentes deben elegir una acción o una sucesión de acciones que les permitan obtener el máximo beneficio. Normalmente dependen de las acciones de los otros jugadores y no necesariamente conocen de manera perfecta las acciones de los otros. La teoría de juegos modela estas situaciones asignando un pago a cada jugador en función de como se organizen los jugadores y como actúen tanto individualmente como colectivamente. Se supone que los agentes son racionales en el sentido de que sus acciones vengan guiadas por el sentido común.

1.4.2. Preferencias.

Sea A un conjunto de opciones factibles.

En general, trabajaremos con lo que llamaremos funciones de utilidad. Formalmente, una *función de utilidad* sobre un conjunto de alternativas A posibles para un agente es una aplicación $u : A \rightarrow \mathbb{R}$ que representa las preferencias de las alternativas por parte del agente. Matemáticamente una opción está acotada por otra, es decir, es menos preferible que la otra si

$$x \preccurlyeq_u y \text{ si y sólo si } u(x) \leq u(y).$$

Diremos que u representa $\preccurlyeq_u$.

Obviamente cualquier mapa de A a $\mathbb{R}$ puede interpretarse como una función de utilidad con el orden establecido en los números reales. Si A fuese un conjunto finito, lo contrario también es cierto, es decir, cualquier relación de orden completa sobre un conjunto finito puede representarse mediante una función de utilidad. Sin embargo, en general la correspondencia no es biyectiva, es decir, varios conjuntos de preferencias pueden tener asociada la misma función de utilidad.

Ejemplo 1.1: Sea $A = [0, M]$ un intervalo que representa cantidades de un bien y sea $\preccurlyeq$ la preferencia sobre las cantidades (asumiendo no saciedad) con 'cuanto más, mejor'. En este caso cualquier función creciente puede ser función de utilidad. Por ejemplo $u_1(x) = x, u_2(x) = 2x + 100,$ o $u_3(x) = x^2$

Una forma de clasificar las funciones de utilidad sería establecer unas clases de equivalencia dadas por la relación siguiente: $u_1, u_2 : A \rightarrow \mathbb{R}$ son *A-equivalentes*, y se escribe $u_1 \approx_A u_2$, si para todo $x, y \in A, u_1(x) \leq u_1(y) \leftrightarrow u_2(x) \leq u_2(y)$.

1.4.3. Loterías y utilidad esperada

Consideremos A un conjunto de alternativas finito. Diremos que una lotería sobre A es vector aleatorio de las posibles alternativas de A. En este sentido una lotería puede ser identificada con su medida de probabilidad asociada. Estas medidas de probabilidad pueden representarse, como variable aletoria con una aplicación $l : A \to \mathbb{R}_+$, tal que su *soporte,* $sop(l) \coloneqq \{x \in A : l(x) > 0\}$ verifica que $\sum_{x \in sop(l)} l(x) = 1$. El conjunto de estas distribuciones de probabilidad se denota por $\mathcal{L}(A)$.

Si tenemos una función $u : A \to \mathbb{R}$, la *función de utilidad esperada asociada* con u, representada por $\bar{u}$, es la aplicación $\bar{u} : \mathcal{L}(A) \to \mathbb{R}$ dada por

$$\bar{u} \coloneqq E[u(x)] = \sum_{x \in A} l(x)u(x)$$

Por lo tanto $\bar{u}$ asocia la utilidad esperada del resultado con cada lotería.

En general $u_1 \approx_A u_2$ *no* implica $u_1 \approx_{\mathcal{L}(A)} u_2$. Esto último se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1.2: Sea $A = \{a, b, c\}$, y sea $\preccurlyeq$ la preferencia tal que $a \succ b \succ c$. Entre las infinitas funciones de utilidad que representan esta relación binaria, considere las siguientes tres:

$$u_1(a) = 7, u_1(b) = 5, u_1(c) = 0;$$

$$u_2(a) = 7, u_2(b) = 6, u_2(c) = 0;$$

$$u_3(a) = 6, u_3(b) = 4, u_3(c) = 0.$$

Obviamente $\preccurlyeq = \preccurlyeq_{u_1} = \preccurlyeq_{u_2} = \preccurlyeq_{u_3}$. Si embargo, refiriéndonos al conjunto $\mathcal{L}(A)$, si seleccionamos la distribución equiprobale obtenemos

$$\bar{u}_1(b) = 5, \bar{u}_1(l) = \frac{1}{3}(7 + 5 + 0) = 4,$$

$$\bar{u}_2(b) = 6, \bar{u}_2(l) = \frac{1}{3}(7 + 6 + 0) = 13/3,$$

$$\bar{u}_3(b) = 4, \bar{u}_3(l) = \frac{1}{3}(6 + 4 + 0) = 8/3.$$

Entonces $b \sim_{\bar{u}_1} l, b \succ_{\bar{u}_2} l, b \succ_{\bar{u}_3} l$. Por otro lado $u_1 \approx_A u_2 \approx_A u_3$ pero no hay dos $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$ que sean equivalentes en $\mathcal{L}(A)$.

1.5. Algunas nociones básicas de la teoría de juegos

Como hemos mencionado, la teoría de juegos modeliza las situaciones de un juego, determinado por las elecciones de los agentes que participan. Setenta años después del libro de von Neumann y Morgenstern, esta teoría ha crecido enormemente. En este trabajo sólo nombraremos aquellos aspectos que nos permitan abordar los capítulos siguientes.

Básicamente existen dos situaciones, la primera es aquella en que podemos comprender o predecir el comportamiento y la evolución de la situación del juego y la segunda en la cual, debido a la falta de información, sólo podemos aconsejar sobre la mejor forma de actuar para obtener el mayor éxito posible.

1.5.1. Equilibrio

Si suponemos que un juego predice o recomienda una determinada acción es de suponer que esta acción es la mejor para el jugador o agente, si no, entraríamos en una contradicción ya que el jugador tendría la opción de elegir una acción más beneficiosa para él. Esto conduce al concepto de "equilibrio". Se dice que de un conjunto de acciones la mejor para cada jugador conocidas las de los otros forma un *equilibrio de Nash*. Solo si se cumple esta condición necesaria, no habrá arrepentimiento por parte de los jugadores si los demás actúan de la misma manera, y saber que el comportamiento previsto de los demás es el esperado hará que ningún jugador se desvíe.

Ejemplo 1.3: (*Dilema del prisionero*) Dos individuos se enfrentan a una situación de juego simétrica. Cada uno de ellos tiene dos acciones factibles: cooperar (C) o desertar (D), y las preferencias de los jugadores están representadas por las funciones de utilidad dadas en la tabla, asumiendo que el jugador 1 elige la fila y el jugador 2 la columna.

	C	D
C	4,4	0,5
D	5,0	2,2

Si, por ejemplo, el jugador 1 elige C y el jugador 2 elige D, los "pagos" de utilidad son 0 para el jugador 1 y 5 para el jugador 2. En este caso, el único equilibrio de Nash consiste en la elección (D, D). Observar que puede ocurrir que los jugadores no puedan comunicarse o llegar aun acuerdo. Así, la opción más razonable es (D, D).

Observar que el equilibrio de Nash es una condición necesaria si el comportamiento de los jugadores es racional.

Ejemplo 1.4: (*Batalla de sexos*) Dos individuos tienen dos estrategias cada uno: ir al cine (C) e ir al teatro (T). Ambos preferirían ir juntos a cualquiera de los lugares antes que solos, pero el jugador 1 prefiere el cine y el jugador 2 el teatro. Sus preferencias sobre todas sus opciones vienen representadas por la siguiente tabla.

	C	T
C	3,1	0,0
T	0,0	1,3

Aquí encontramos dos equilibrios: (C, C) y (T, T). Estos equilibrios vienen determinados por el hecho de que los jugadores prefieren ir acompañados a sus propios gustos. Realmente no hay una razón para pensar que un equilibrio es superior al otro. Luego los equilibrios no tienen porqué ser únicos.

1.5.2. Teoría de juegos cooperativa y no cooperativa

Nash estableció la distinción entre teoría de juegos cooperativa y no cooperativa, y las nociones básicas y paradigmas metodológicos en cada campo: la noción de equilibrio y la solución cooperativa al problema de la negociación respectivamente. El punto de vista no cooperativo está relacionado con situaciones en que los jugadores no tienen que establecer necesariamente acuerdos y se modela indicando con el mayor detalle posible las acciones de los jugadores y prediciendo en la manera de lo posible los posibles equilibrios. El punto de vista cooperativo considera situaciones en las que los jugadores pueden cooperar y en qué términos lo pueden hacer. Se modelan imponiendo condiciones de racionalidad que un acuerdo, en las circunstancias del juego, puede tener. Además, el enfoque cooperativo suele estar basado en condiciones de justicia o equidad según el compromiso de cada jugador.

Ejemplo 1.5: (*Dilema del prisionero en un contexto cooperativo*) Si en el ejemplo 1.3. los jugadores pudiesen cooperar eligirían la alternativa (C, C) al ser la más beneficiosa para los dos. Obsérvese como el hecho de que haya cooperación cambia radicalmente el juego.

Otro tipo de juegos es el secuencial. Los jugadores toman una secuencia de decisiones en función de las tomadas por los demás.

En este caso, la situación se describe mediante un *árbol* de decisiones que incorpora todas las posibles opciones o secuencias de los jugadores. Los juegos de este tipo se llaman *juegos en forma extensiva*. Estos juegos vienen determinados por estrategias puras adoptadas por los jugadores para la continuación del juego. Existe un grado de libertad correspondiente a los movimientos aleatorios de los jugadores en cada paso. Por ejemplo, lanzar un dado. Se deben enumerar todas las posibilidades diferentes que tiene el jugador.

Ejemplo 1.6: (*Batalla de sexos en forma secuencial*) Supongamos que el jugador 1 elige primero y el segundo decide según esta decisión. mostrado en la ilustración 1.

En términos de estrategias puras, el jugador 1 tiene dos opciones (C o T) pero el jugador 2 tiene cuatro: CC (ir al cine cualquiera que sea la elección de 1), TT (ir al teatro cualquiera que sea la elección de 1), CT

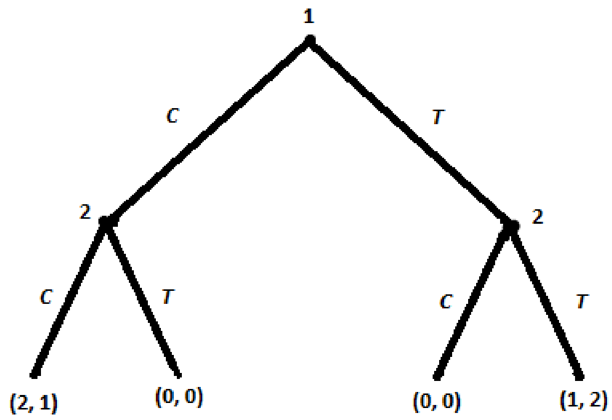

Ilustración 1.1. Batalla de sexos en forma secuencial

(yendo con 1 cualquiera que sea la elección de 1), y TC (yendo solo lo que sea que 1 elija). La siguiente tabla resume las estrategias puras disponibles para cada jugador.

	CC	CT	TC	TT
C	2,1	2,1	0,0	0,0
T	0,0	1,2	0,0	1,2

Aquí encontramos cuatro equilibrios de Nash: (C, CC), (C, CT), (T, CT) y (T, TT)

Observar que los cuatro equilibrios difieren. Si consideramos la opción (T, TT) observamos que el jugador 1 no puede mejorar su situación porque el jugador 2 irá al teatro independientemente de la elección de 1. Ahora si consideramos (C, CC). Una vez más, hay algo similar en el plan del jugador 2: si el jugador 1 elige T, 2 se arrepentirá de no haber jugado CT en lugar de CC. Así, en ambos equilibrios una de las estrategias puras tiene esta propiedad: hay situaciones que nunca ocurrirán si ambos jugadores siguen las estrategias que conforman el equilibrio, pero eso sería, si por las razones que fueran, alcanzados en el transcurso del juego, hacen que algunos de los jugadores cambien sus planes o se arrepientan de sus elecciones si tales cambios no fueran posibles. Tener en cuenta que el único equilibrio libre de este problema es (C, CT), porque es el único *equilibrio perfecto en subjuegos* del juego.

Para formular este hecho introducimos la noción de *subjuego de un juego en forma extensiva*. Se toma cualquier nodo no terminal en el árbol. Supongamos que cortamos el árbol exactamente en este nodo. Tengamos en cuenta que este subárbol en sí mismo especifica otro juego en forma extensiva. Cualquier juego obtenido de esta manera se denomina *subjuego* del juego original. Observaqr que cualquier estrategia pura de un jugador en el árbol también lo es *para cada subjuego*.

Podemos dar entonces la siguiente definición.

Definición 2. *Un equilibrio perfecto en subjuegos es un perfil de estrategia tal que la restricción a cualquier subjuego también es un equilibrio de Nash*.

Puede comprobarse entonces que el único equilibrio perfecto del subjuego en el Ejemplo 1.6 es (C, CT), es decir, el jugador 1, que elige primero, elige su opción preferida y el jugador 2 sigue la elección del jugador 1.

Otra rama de la teoría de juegos se ocupa de los juegos repetidos. Consiste en jugar el mismo juego una y otra vez que se va a jugar el mismo juego una y otra vez de manera que en cada ronda el juego comienze con *r* y termine con probabilidad *1 - r*. Se supone que en cada ronda las recompensas disminuyen un factor *r*.

1.5.3. Modelos cooperativos básicos

Von Neumman y Morgenstern introducen los *juegos de utilidad transferible*. Un juego de utilidad transferible (o juego TU, para abreviar), donde la información es una cantidad para cada conjunto de jugadores que expresa la cantidad que pueden alcanzar juntos si cooperan.

Formalmente, un *juego TU* consiste en un par (*N, v*), donde el conjunto *N* = {1, 2, ..., *n*} etiqueta a los *jugadores*, y *v* es una aplicación $v : 2^N \to \mathbb{R}$, que a cada subconjunto *S* le asocia *v(S)*. (con $v(\emptyset) = 0$). Para abreviar, a veces se hace referencia a la aplicación *v* como un juego. G_N denota el conjunto de todos los juegos TU de *n* personas

Un juego TU es *monótono* si

$$T \subseteq S \Rightarrow (v(T) \leq v(S)).$$

Esto en particular implica que el valor de cualquier coalición es positivo y que agregar nuevos miembros solo puede aumentar su valor. Un juego *v* es *superaditivo* si dos coaliciones disjuntas siempre pueden hacer al menos lo mismo tanto uniendo fuerzas como por separado, es decir, si para todo $S, T \subseteq N$, tal que $S \cap T = \emptyset$,

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T).$$

Se puede suponer que la situación detrás de un juego TU v es la siguiente: los jugadores negocian una distribución de *v(N)*, que es la utilidad que puede alcanzar la gran coalición.

Los juegos de TU en los que *v(S)* toma solo los valores 0 o 1 son llamados simples si además *v(N) = 1*. La noción de juegos simples también fue introducida por von Neumann y Morgenstern.

Un modelo más general que incluye juegos TU, así como problemas de negociación como casos particulares es el de *juegos de utilidad no transferible* (NTU para abreviar). El modelo consta de un par (*N, V*) donde *N* = {*1, 2, ..., n*} es el conjunto de jugadores, y $V = \{V(S)\}_{S \subseteq N}$ es una colección de conjuntos no vacíos, uno para cada coalición $S \subseteq N$, tal que para cada $S, V(S) \in \mathbb{R}^S$, que representa el conjunto de vectores de recompensa de utilidad $x \in \mathbb{R}^S$ que son factibles para la coalición *S*. En otras palabras, *V(S)* es el conjunto de todos los vectores de recompensa que la coalición *S* puede garantizar por sí misma para sus miembros en caso de que se forme. Normalmente se asume que estos conjuntos son cerrados, convexos y *exhastivos*: es decir, $x \leq y \ e \ y \in V(S) \Rightarrow x \in V(S)$.

Los juegos TU están contenidos en los NTU mediante la siguente asociación. Basta asociar a cada juego TU (*N, v*) el juego NTU (N, V_v) definido por

$$V_v(S) := \left\{ x \in \mathbb{R}^S : \sum_{i \in S} x_i \leq v(S) \right\}.$$

Los juegos NTU son interesantes ya que también incluyen problemas clásicos de negociación de *n* personas. Corresponden al caso en el que *V(N)* es un conjunto $D \subseteq \mathbb{R}^N$, y hay un punto $d \in D$, tal que para cada $S \subset N$, $V(S) = \{x \in \mathbb{R}^S : x_i \leq d_i \ (\forall i \in S)\}$. Es decir, en un problema de negociación, solo la gran coalición puede garantizar mejores recompensas que las de *d* para sus miembros. Este modelo se corresponde con el Core del juego v.

2 COMITÉS DE NEGOCIACIÓN

En este capítulo abordaremos reglas de votación dentro de los comités de negociación. También evaluaremos cuando una regla de votación es idónea en diversos contextos.

En el apartado 2.1 introduciremos el concepto de "comité de negociación" y expondremos un modelo para estos comités. Existen dos componentes prinicpales: la regla de votación, que indica qué coaliciones pueden hacer cumplir un acuerdo y las preferencias de los votantes. La cuestión de qué acuerdos pueden surgir en tal situación se aborda en primer lugar en el apartado 2.2 desde un punto de vista cooperativo, como una extensión de la teoría de la negociación de Nash. Es decir, al imponer condiciones razonables para un acuerdo entre individuos racionales, los tipos de acuerdos se reduce considerablemente. Lo mismo se describe, desde un punto de vista no cooperativo, en el punto 2.3. Es decir, el proceso de toma de decisiones en un comité de negociación se modela como un juego no cooperativo. Esto se hace para una variedad de 'protocolos', para los cuales se investigan los equilibrios perfectos en subjuegos estacionarios. El resultado es consistente con los resultados obtenidos del enfoque cooperativo; es decir, se obtiene la misma familia de acuerdos como caso límite.

La cuestión sobre la elección de la regla de votación en un comité de negociación se aborda en el apartado 2.4, con criterios de utilitarismo e igualitarismo.

En la sección 2.5, se aborda la misma pregunta para un comité de negociación de representantes de grupos de diferentes tamaños, introduciendo el concepto de equidad. Se propone como "óptima" una regla de votación "neutral" en el sentido de que cualquier jugador es indiferente entre negociar personalmente y dejar la negociación en manos de un representante (al menos bajo ciertas condiciones de simetría relativas a las preferencias dentro de cada grupo).

Consideramos que un comité toma decisiones bajo una determinada regla de votación con las siguienes premisas: el comité (i) se ocupa de diferentes temas a lo largo del tiempo; (ii) negocia sobre cada tema buscando el consenso sobre un acuerdo, teniendo derecho a ajustar la propuesta; (iii) esta negociación se realiza bajo la condición de que cualquier coalición ganadora tenga capacidad para hacer cumplir los acuerdos; y (iv) para cada tema surge una configuración diferente de preferencias en el comité sobre el conjunto de acuerdos posibles sobre el tema en cuestión.

La primera pregunta que nos hacemos es: ¿Qué acuerdos generales es probable que surjan? Solo después de contestar a esta pregunta se puede intentar estudiar la ventaja que la regla de votación puede otorgar a cada jugador.

2.1. Un modelo de comité de negociación: regla de votación y preferencias de los votantes

Consideremos el conjunto de miembros del comité, o *jugadores*, $N = \{1, 2, \ldots, n\}$, y la regla de votación W bajo la cual tiene lugar la negociación. El segundo ingrediente del modelo es el conjunto de vectores de utilidad factibles $D \subseteq \mathbb{R}^N$, junto con el vector particular $d \in D$ asociado con el *desacuerdo* o *status quo* que sería el vector de pago si no se alcanza ningún acuerdo. Por tanto, la pareja (D, d) expresa el conjunto de todas las decisiones de los jugadores. El problema se reduce a el consenso de los jugadores en un punto de D.

El modelo entonces es un par (B, W), donde $B = (D, d)$ representa las preferencias en el comité en términos de utilidad, y W es la regla de votación para hacer cumplir los acuerdos. Haremos las siguientes consideraciones las cuales son consistentes con esta interpretación. Se supone que D es un conjunto *cerrado*, *convexo* y *completo* que contiene *d*, de modo que existe algún $x \in D$ sujeto a $x > d$. El límite de *D* se denota por ∂D. También se asume que $D_d := \{x \in D : x \geq d\}$ está *acotado* y *no nivelado* (es decir, $\forall x, y \in \partial D \cap D_d, x \geq y \Rightarrow x = y$).

El conjunto de todos estos problemas de negociación se notará por $\mathcal{B}$. Los problemas con mayor serán interés los pares $(B, W) \in \mathcal{B} \times \mathrm{V}R_N$, cada uno de los cuales puede denominarse un *problema de negociación B según la regla W*, o para abreviar, simplemente un *comité de negociación (B, W)*. Observar que introducimos variaciones sobre las preferencias de los jugadores donde estas variaciones dejan invariante una votación modificada si se conoce el resultado de otra.

Cabe señalar que este modelo incluye problemas de negociación clásicos y juegos simples superaditivos como casos particulares. Para mostrar esto, se verá primero cómo esta clase de problemas puede asociarse con una subclase de juegos de utilidad no transferible (NTU, punto 1.5.3).

Si ningún jugador puede ser forzado a aceptar un pago por debajo del nivel de status quo, podemos asociar un juego NTU (*N*, $V_{(B, W)}$) con cada comité de negociación (*B*, *W*) asociando, con cada coalición *S*, el conjunto de todos los vectores de utilidad factibles para *S* si se forma tal coalición. Para cada $S \subseteq N$, denote $pr_S(x) : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^S$ la proyección *S* natural, definida por $pr_S(x) := (x_i)_{i \in S}$, para todo $x = (x_i)_{i \in N} \in \mathbb{R}^N$, y denote $x^S := pr_S(x)$ para cualquier $x \in \mathbb{R}^N$. Entonces, si $S \in W$, el conjunto de vectores de utilidad factibles para *S* es el conjunto de puntos en $\mathbb{R}^S$ que son la proyección *S* de esos puntos en *D* que dan a los jugadores en *N* \ *S* al menos el punto de desacuerdo. Más precisamente, para cualquier *S*, el subconjunto $V_{(B, W)}(S)$ de $\mathbb{R}^S$ viene dado por

$$V_{(B,W)}(S) := \begin{cases} pr_S(\{x \in D : x^{N \setminus S} \geq d^{N \setminus S}\}) \; si \; S \in W \\ \qquad pr_S(ch(d)) \; si \; S \notin W \end{cases}$$

Donde *B* = *(D, d)*, y ch(*d*) denota el casco completo de {*d*}, es decir $ch(d) = \{x \in \mathbb{R}^N : x \leq d\}$.

Los problemas clásicos de negociación de *n* personas corresponden al caso en el que la regla de votación es la regla de unanimidad, *W* = *{N}*, con *N* como la única coalición ganadora, mientras que los juegos TU superaditivos simples corresponden al caso en el que la configuración de preferencias es parecida a TU en el siguiente sentido.

Definición 3. *En un comité de negociación (B, W) la configuración de preferencias es parecida a TU si* $B = \Lambda := (\Delta, 0)$*, donde* $\Delta := \{x \in \mathbb{R}^N : \sum_{i \in N} x_i \leq 1\}$.

Obsérvese que cuando $B = \Lambda$ el juego NTU asociado $V_{(\Lambda, W)}$ es equivalente a al juego TU *simple* asociado a la regla v_W. Este modelo de dos componentes de un comité de negociación permite, en particular, una clara distinción entre las reglas de votación y sus juegos TU simples asociados, dos nociones que son conceptualmente diferentes (la especificación de una regla de votación no involucra las preferencias de sus usuarios) pero que incorporan formalmente la misma cantidad de información, y a menudo se confunden debido al hábito de representar las reglas de votación mediante juegos simples.

Entonces la subfamilia de juegos NTU $\{(N, V_{(B,W)}) : (B, W) \in \mathcal{B} \times VR_N\}$ asociada a lo que se ha llamado comités de negociación contiene correctamente todos los problemas clásicos de negociación y todos los juegos superaditivos simples.

Como se discutió brevemente en el punto 1.5.2, existen dos enfoques de teoría de juegos para modelar y analizar situaciones de juego: los enfoques cooperativo y no cooperativo. Primero se adopta un enfoque cooperativo.

2.2. Enfoque cooperativo de teoría de juegos

Se puede considerar que el modelo original de negociación de dos personas en equilibro de Nash consta de dos elementos: un conjunto de (dos) jugadores con preferencias determinadas sobre un conjunto de acuerdos factibles, y un procedimiento de votación para llegar a acuerdos. Como la única regla equánime de voto de dos personas es la unanimidad, el segundo elemento no es explícito sino tácito en el modelo de Nash. En otras palabras, el modelo de Nash es un caso particular del modelo que se acaba de introducir o, más propiamente hablando, el tipo de situación que se analiza ha sido modelado por una generalización natural del modelo de Nash (y su extensión tradicional a n jugadores), considerando n jugadores y *una regla de votación arbitraria en lugar de unanimidad*.

La pregunta básica que plantea tal situación es qué acuerdos (vectores de pago asociados) pueden surgir razonablemente de la interacción de actores racionales en busca de consenso en la situación especificada por el modelo. La importancia del tema es clara en muchos contextos. A diferencia del caso de un comité del tipo 'tómalo o déjalo', que solo tiene derecho a aceptar o rechazar las propuestas que se le presenten, sin capacidad para modificarlos, a menudo ocurre en un comité que utiliza una regla de votación para tomar decisiones que la votación final es simplemente el acuerdo formal de un proceso de negociación en el que el tema que se votará se ha ajustado para obtener la aceptación de todos los miembros. En este caso, ¿qué acuerdos generales es probable que surjan? O, en términos del modelo actual, ¿es posible seleccionar un acuerdo factible en D para cada comité de negociación *(B, W)* que pueda considerarse como una expectativa razonable para los jugadores racionales que se enfrentan a la situación? O, aún en términos clásicos, ¿cuál es el *valor* para cualquier jugador de la perspectiva de involucrarse en una situación como esta? La intuición sugiere que la regla de votación bajo la cual se llevan a cabo las negociaciones puede influir en tales expectativas.

2.2.1. Condiciones de racionalidad

Para encontrar una respuesta, se sigue el enfoque de Nash. Es decir, asumiento condiciones que pueden ser consideradas deseables desde el punto de vista de jugadores racionales que comparten la información encapsulada en el modelo (perfil de preferencias B y regla de votación W) se reduce el conjunto de acuerdos admisibles. La configuración de dos ingredientes permite una fácil adaptación de las condiciones utilizadas por Nash y Shapley en sus respectivas configuraciones con un objetivo similar.

Procediendo de esta manera, se imponen algunas condiciones en un mapa $\Phi : \mathcal{B} \times VR_N \rightarrow \mathbb{R}^N$, para que el vector $\Phi(B, W) \in \mathbb{R}^N$ se considere como un acuerdo racional, o como una expectativa racional de niveles de utilidad de un acuerdo *general* en un comité de negociación (*B, W*). Como requisitos previos, se construyen los requisitos de ser factibles y no peores que el status quo para cualquier jugador en la noción misma de una solución. Es decir, si *B = (D, d)*, se requiere: $\Phi(B, W) \in D$ (*factibilidad*), y $\Phi(B, W) \leq d$ (*racionalidad individual*). Por lo tanto, se asume implícitamente que ningún jugador puede ser forzado a aceptar un acuerdo que es peor para él/ella con respecto al status quo[2].

Además de esto, se imponen las siguientes condiciones, todas ellas adaptaciones naturales de las propiedades que caracterizan a Nash y Shapley:

[2] Un modelo más rico incluiría *dos* puntos de referencia: el status quo, como punto de partida inicial, y un vector de "derechos mínimos" o recompensas mínimas admisibles. Estos dos puntos coinciden en una situación de negociación clásica, pero no necesariamente cuando no se requiere la unanimidad.

1. *Eficiencia*. Para todo $(B, W) \in ϐ \times VR_N$, no hay $x \in D$ sujeto a $x > \Phi(B, W)$. (Los jugadores racionales no estarán de acuerdo en algo cuando haya una mejor opción factible.)

Para cualquier permutación $\pi : N \to N$, demote $\pi B \coloneqq (\pi(D), \pi(d))$ el problema de negociación que resulta de B por la permutación π de sus coordenadas, de modo que cualquier $x \in \mathbb{R}^N$, $\pi(x)$ denota el vector en $\mathbb{R}^N$ sujeto a $\pi(x)_{\pi(i)} = x_i$.

2. *Anonimato*. Para todo $(B, W) \in ϐ \times VR_N$ y cualquier permutación $\pi : N \to N$, y para cualquier $i \in N, \Phi_{\pi(i)}(\pi(B, W)) = \Phi_i(B, W)$, donde $\pi(B, W) \coloneqq (\pi B, \pi W)$. (Las expectativas no se ven influenciadas por las etiquetas de los jugadores sino únicamente por la estructura del problema.)

3. *Independencia de alternativas irrelevantes (IAI).* Sea $B, B' \in ϐ$, con $B = (D, d)$ y $B' = (D', d')$, tal que $d' = d, D' \subseteq D$ y $\Phi(B, W) \in D'$. Entonces $\Phi(B', W) = \Phi(B, W)$, para cualquier $W \in VR_N$. (Un acuerdo que se considera satisfactorio según una regla de votación también debe considerarse satisfactorio si, según la misma regla de votación, este acuerdo sigue siendo factible en un conjunto factible más pequeño.)

4. *Invarianza con respecto a las transformaciones afines positivas (ITA).* Para todo $(B, W) \in ϐ \times VR_N, y\ todo\ \alpha \in \mathbb{R}^N_{++}\ y\ \beta \in \mathbb{R}^N$,

   $\Phi(\alpha * B + \beta, W) = \alpha * \Phi(B, W) + \beta$,

   Donde $\alpha * B + \beta = (\alpha * D + \beta, \alpha * d + \beta)$, denotando $\alpha * x \coloneqq (\alpha_1 x_1, \dots, \alpha_n x_n)$, y $\alpha * B + \beta \coloneqq \{\alpha * B + \beta : x \in D\}$.

5. *Jugador Nulo (JN)*. Para todo $(B, W) \in ϐ \times VR_N$, si $i \in N$ es un jugador nulo (es decir, un jugador que ocupa un escaño nulo) en *W,* entonces $\Phi_i(B, W) = d_i$. (Las expectativas de los jugadores nulos se establecen al nivel de *statu quo*, dada su nula capacidad de influir en el resultado dada la regla de votación según la cual se hacen cumplir los acuerdos finales.)

   Nótese que la *Eficiencia*, *IAI* e *ITA* son adaptaciones de los axiomas de Nash que establecen básicamente una relación entre el acuerdo-solución y el elemento de negociación *B*, mientras que el *Anonimato* (adaptado del anonimato de Nash y Shapley) y el *Jugador Nulo* (del sistema de Shapley) se refieren a la relación con ambos elementos, *B* y *W*. Cabe señalar que el *Anonimato* implica un reetiquetado consistente de votantes en *B* y escaños en *W*.

   Estas condiciones no son suficientes para llegar a un acuerdo explícitointroducimos dos más. La primera condición (*Transferencia*) dice la regla de votación no queda alterada sea cual sea la configuración ganadora mínima que eliminemos. La segunda condición (*Ganancia-pérdida simétrica*), que requiere que el efecto de eliminar una configuración ganadora mínima es el mismo para dos jugadores que pertenezcan a la configuración o que no pertenezcan.

6. *Transferencia (T)*. Para dos reglas cualesquiera $W, W' \in VR_N$, y para todo $S \in M\ (W) \cap M(W')\ (S \neq N)$:

   $$\Phi(\Lambda, W) - \Phi(\Lambda, W \setminus \{S\}) = \Phi(\Lambda, W') - \Phi(\Lambda, W' \setminus \{S\}). \quad (5)$$

6*. *Ganancia-pérdida simétrica (GP Sim)*. Para cualquier regla de votación $W \in VR_N$, y para todo $S \in M\ (W)\ (S \neq N)$,

$\Phi_i(\Lambda, W) - \Phi_i(\Lambda, W \setminus \{S\}) = \Phi_j(\Lambda, W') - \Phi_j(\Lambda, W' \setminus \{S\})$, para dos votantes cualesquiera $i, j \in S$, y dos votantes $i, j \in N \setminus S$.

2.2.2. Caracterizaciones axiomáticas

Llamemos *Nash(B)* a la solución de negociación de Nash de un problema de negociación de *n* personas *B = (D, d)*, es decir

$$Nash(B) = arg \max_{x \in D_d} \prod_{i \in N} (x_i - d_i).$$

Sea *Nash^w(B)* la solución de negociación de Nash asimétrica ponderada *w* del mismo problema para un vector de pesos no negativos $w = (w_i)_{i \in N}$, es decir

$$Nash^w(B) = arg \max_{x \in D_d} \prod_{i \in N} (x_i - d_i)^{w_i}.$$

Básicamente, las soluciones asimétricas de negociación de Nash surgen al eliminar el requisito de simetría o anonimato en el sistema de Nash, de ahí su nombre. Obviamente, cuanto mayor sea el peso w_i, mejor para el jugador *i*. La falta de simetría puede deberse a un entorno asimétrico (que no está incluido en el modelo) que favorece a diferentes jugadores de manera diferente. Binmore utiliza el término "*poder de negociación*" para referirse a los pesos de los jugadores e interpreta las soluciones asimétricas de Nash como un reflejo de los diferentes poderes de negociación de los jugadores "*determinados por las ventajas estratégicas conferidas a los jugadores por las circunstancias en las que negocian*". Nótese que si se acepta esta interpretación, esta noción de poder de negociación es puramente relativa en el sentido de que una solución de negociación de Nash asimétrica ponderada en *w*, *Nash^w(B)*, no varía si todas las ponderaciones se multiplican por la misma constante positiva. En particular, cuando el problema de negociación es $\Lambda = (\Delta, 0)$, es fácil comprobar que

$$Nash^w(\Lambda) = \overline{w}, \qquad (6)$$

donde $\overline{w}$ es la normalización de *w*, es decir, $\overline{w} = w / \sum_{i \in N} w_i$.

El siguiente resultado muestra como las condiciones 1-5 consideradas en el apartado anterior restringen drásticamente las posibles respuestas a la cuestión planteada.

Teorema 4. *(Laurelle y Valenciano) Un valor $\Phi(B, W) : \mathcal{B} \times VR_N \to \mathbb{R}^N$ satisface las condiciones de eficiencia, anonimato, independencia de alternativas irrelevantes (IAI), invarianza con respecto a las transformaciones afines positivas (ITA) y jugador nulo si y sólo si*

$$\Phi(B, W) = Nash^{\varphi(W)}(B), \qquad (7)$$

para un mapa $\varphi : VR_N \to \mathbb{R}^N$ que satisface anonimato y jugador nulo.

Vemos que si aceptamos estas condiciones no conseguimos la unicidad del acuerdo, pero restringimos mucho la estructura de las soluciones.

Nótese que en vista de (7) y (6), se tiene en particular un perfil de preferencia similar a UT

$$\Phi(\Lambda, W) = Nash^{\varphi(W)}(\Lambda) = \overline{\varphi}(W),$$

donde $\overline{\varphi}(W) = \varphi(W) / \sum_{i \in N} \varphi_i(W)$. Es decir, si los pesos $\varphi(W)$ se normalizan para sumar uno, coinciden con $\Phi(\Lambda, W)$. Por lo tanto, como $Nash^{\varphi(W)}(B) = Nash^{\overline{\varphi}(W)}$, la fórmula (7) puede reescribirse

$$\Phi(B, W) = Nash^{\Phi(\Lambda, W)}(B). \qquad (8)$$

Observación. Por lo tanto, en este contexto, la antigua y sorprendente dualidad del índice de Shapley-Shubik, que puede interpretarse como un pedazo de pastel o (por razones claras) como una medida del "poder de voto" se aclara. Esto ocurre por motivos claros *para cualquier Φ que satisfaga las condiciones anteriores*. Es decir, para cualquier Φ que satisfaga las condiciones anteriores, cuando la configuración de preferencias es similar a

TU, se mantiene que para cualquier regla de votación *W*, el vector $\Phi(\Lambda, W)$, que es un vector de utilidades esperadas (trozos de un 'pastel'), también otorga poderes de negociación en el sentido preciso de la teoría de juegos.

Sin embargo, estas condiciones no proporcionan una respuesta clara a la cuestión de un acuerdo razonable. Pero en vista de la discusión anterior, cualquier mapa $\Phi(\Lambda,\cdot) : VR_N \to \mathbb{R}^N$ que satisfaga la eficiencia, el anonimato y el jugador nulo encajaría en la fórmula (8) y produciría una solución $\Phi(\Lambda, W)$ que satisfaga las cuatro condiciones. En otras palabras: *asumiendo eficiencia, anonimato, IAI, ITA y jugador nulo, la solución, dada por (8), será única tan pronto como* $\Phi(\Lambda,\cdot)$ *sea especificado.*

Las condiciones en $\Phi(\Lambda,\cdot)$ (eficiencia, anonimato y jugador nulo) recuerdan el valor de Shapley o, más específicamente en el contexto de juegos simples, el índice Shapley-Shubik. Pero hay otras alternativas; por ejemplo, la normalización de cualquier semivalor cumple estas condiciones, al igual que algunos otros índices de potencia, como el *índice de Holler-Packel*.

Denótese por Sh(*W*) el índice de Shapley-Shubik de una regla de votación *W*, es decir, el valor de Shapley del juego simple asociado v_W. Se obtiene el siguiente resultado

Proposición 5. *Sea* $\Phi : \mathcal{B} \times VR_N \to \mathbb{R}^N$ *un valor que satisface Eficiencia, Anonimato, jugador nulo y Transferencia, entonces para cualquier regla de votación* $W \in VR_N, \Phi(\Lambda, W) = Sh(W)$.

Entonces, como un corolario fácil del Teorema 4 y la Proposición 5 se obtiene el siguiente teorema.

Teorema 6. *(Laurelle y Valenciano) Existe un único valor* $\Phi : \mathcal{B} \times VR_N \to \mathbb{R}^N$ *que satisface eficiencia, anonimato, independencia de alternativas irrelevantes, invarianza con respecto a las transformaciones afines positivas, jugador nulo y transferencia, y viene dado por*

$$\Phi(B, W) = Nash^{Sh(W)}(B). \qquad (9)$$

Tener en cuenta que (9) produce para *W = {N}* (o cualquier regla de votación *simétrica*):

$$\Phi(B, W) = Nash(B),$$

mientras que cuando $B = \Lambda$, para cualquier regla *W*, produce

$$\Phi(\Lambda, W) = Sh(W).$$

Así la solución (9) se limita a los problemas de negociación, lleva a la solución de negociación de Nash, y cuando se limita a los comités similares a TU, produce el índice de Shapley-Shubik. Además, el jugador nulo y la transferencia se convierten en requisitos vacíos cuando *W* se fija como la regla de unanimidad *W = {N}* (o cualquier regla de votación *simétrica*). Luego los axiomas que caracterizan de los teoremas 4 y 6 *se convierten en el sistema axiomático de Nash* cuando se restringen a $\Phi(\cdot, W) : \mathcal{B} \to \mathbb{R}^N$ para cualquier regla simétrica fija. Por otro lado, como las condiciones IAI e ITA se convierten en requisitos vacíos cuando se fija $B = \Lambda$, la Proposición 5 también puede reformularse así: los axiomas caracterizadores del Teorema 6 cuando se restringen a $\Phi(\Lambda,\cdot) : VR_N \to \mathbb{R}^N$ *se convierten en el sistema caracterizador de Shapley-Dubey del índice de Shapley-Shubik en W*.

En otras palabras, el Teorema 6 integra las caracterizaciones de Nash y Shapley-Dubey en una sola, pero va más allá de estas caracterizaciones previas, dando una solución sorprendente al problema más complejo bajo consideración dado por (9).

Teorema 7. *Existe un único valor $\Phi : \mathcal{B} \times VR_N \to \mathbb{R}^N$ que satisface eficiencia, anonimato, independencia de alternativas irrelevantes, invarianza con respecto a las transformaciones afines positivas, jugador nulo y ganancia-pérdida simétrica, y viene dado por (9).*

2.2.3. Discusión

El índice Shapley-Shubik resulta de aplicar el valor Shapley al juego simple asociado con una regla de votación. Por otro lado, el índice Shapley-Shubik presupone una especie de situación de negociación descrita por el juego TU asociado con la regla de votación. Pero, ¿por qué el descrito por este juego? A la luz del modelo más completo que se ha introducido, puede verse que esto equivale a asumir un perfil de preferencia muy particular en el comité: un perfil de preferencia tipo TU.

En términos del modelo presentado aquí, un perfil de preferencias TU es solo un caso particular. En otras palabras, desde el punto de vista proporcionado por el Teorema 4, el índice de Shapley-Shubik es solo uno de los candidatos para ajustarse a las fórmulas (7) y (8). Incluso la dualidad del índice de Shapley-Shubik (pedazo de un 'pastel' y medida de 'poder') es compartida por todos los candidatos razonables para ajustarse a la fórmula 7).

2.3. Un modelo no cooperativo de comité de negociación

Ahora se exploran los fundamentos no cooperativos de las fórmulas (7) y (9). Como dice Binmore: "*La teoría de juegos cooperativos a veces proporciona caracterizaciones simples de qué acuerdo llegarán los jugadores racionales, pero necesitamos la teoría de juegos no cooperativos para entender por qué*".

En este caso, el modelado no cooperativo requiere una especificación adicional más allá de los dos únicos elementos, B y W. Son necesarias algunas suposiciones sobre la forma en que se lleva a cabo la negociación en el comité. ¿Cómo se presentan las propuestas de acuerdo y por quién? Si se busca el consenso, ¿cómo se tratan los desacuerdos parciales? ¿Cómo se usa el poder para hacer cumplir las coaliciones ganadoras?

La mera formulación de estas preguntas evidencia la complejidad de la situación que se pretende modelar. Las respuestas no son obvias y seguramente difieren en diferentes contextos del mundo real. Un enfoque positivo requeriría que se tuvieran, si es posible, los detalles particulares que responden a estas preguntas para el comité en particular con el que se está tratando. Nos interesa más bien un modelo de términos de referencia en el que los detalles necesarios sean a la vez simples y suficientemente especificados; y en el que la única fuente de 'sesgo' o asimetría reside en los ingredientes que especifican el modelo hasta el momento: B y W. Los dos elementos suelen ser asimétricos, ya que la proximidad entre las preferencias de los jugadores puede diferir y, a menudo, la regla de votación no es simétrica. Pero si el objetivo final es establecer una recomendación para la elección de una regla de votación, parece que tal recomendación no debería depender de la configuración de preferencias en el comité. Este perfil de preferencia es diferente para cada tema, mientras que la regla de votación suele ser la misma, al menos para una variedad específica de temas. Por tanto, parece que este modelo de *protocolo de negociación* no debería depender del perfil de preferencias.

Por lo tanto, *se asume que, para hacer una propuesta, el proponente necesita el apoyo de una coalición ganadora*. De esta manera, la regla de votación puede ser determinante para las posibilidades de que cada jugador desempeñe el papel de proponente, y si la regla de votación no es simétrica, es posible que los jugadores no tengan las mismas posibilidades de desempeñar ese papel.

La idea básica de los protocolos de negociación que se considera es la siguiente: un jugador, con el apoyo de una coalición ganadora para desempeñar el papel de proponente, hace una propuesta de acuerdo. Si es aceptado por todos los jugadores, el juego termina. Si algún jugador lo rechaza, entonces, con cierta probabilidad, la negociación termina en fracaso (es decir, prevalece el *status quo*); de lo contrario, se elige un nuevo proponente y una coalición ganadora que lo apoye. Por tanto, el proceso de negociación finaliza cuando se alcanza el consenso o, si se produce un fracaso, en el *statu quo*. Esto todavía deja abiertas muchas posibilidades: ¿Cómo se forma la coalición de apoyo? ¿Cómo es elegido el proponente por tal coalición? En particular, este modelo explica la no unicidad de la respuesta proporcionada por (7). Diferentes especificaciones relativas a estos puntos producen resultados diferentes. Como se verá, (9) aparece como un caso especial con una suerte de atractivo 'focal' dada la simplicidad del protocolo particular asociado, lo que le confiere cierto valor normativo como término de referencia.

Para ver el efecto de la probabilidad de ser el proponente y el efecto de la forma en que se trata el desacuerdo, se considera primero un protocolo de negociación estrictamente probabilístico.

2.3.1. Protocolos probabilísticos

Para cada $p = (p_1, \ldots, p_n) \in \mathbb{R}_+^N$ sujeto a $\sum_{i \in N} p_i = 1$, y para cada $r \in \mathbb{R}$ $(0 < r < 1)$, se supone el siguiente *protocolo estrictamente probabilístico* para un comité con un perfil de preferencia *B = (D, d)* dado:

Protocolo - *(p, r)*: Se elige un proponente $i \in N$ con probabilidad p_i y hace una propuesta factible $x \in D_d$.

i. Si todos los jugadores lo aceptan, el juego termina con recompensas *x*.

ii. Si alguno de los jugadores no acepta:

  el proceso vuelve a comenzar con probabilidad *r*,

  el juego termina en fracaso o 'colapso' con pagos *d* con probabilidad *1 – r*.

En este modelo *p* y *r* son los parámetros que especifican el modelo. La diferente probabilidad de ser un proponente debe tener su origen en alguna asimetría en el entorno fuera del modelo. La interpretación de *r* es clara: representa la paciencia del comité en la búsqueda de consenso. Cuanto mayor sea la *r*, menor será el riesgo de ruptura y mayores serán las posibilidades de seguir negociando en busca de consenso después de un desacuerdo.

Se tiene el siguiente resultado para esta familia de protocolos; uno para cada distribución de probabilidad *p* y cada *r*.

Teorema 8. *(Laurelle y Valenciano) Sea $B = (D, d)$ el perfil de preferencia de un comité de N personas que satisface las condiciones especificadas en el punto 2.1. Bajo un protocolo – (p,r): (i) existe un equilibrio perfecto en subjuegos estacionario EPSE; (ii) cuando $r \to 1$, cualquier vector de pago EPSE converge a la solución de negociación de Nash ponderada en w de B con pesos dados por $w_i = p_i$.*

A continuación, se dan algunas ideas con respecto a la naturaleza de los equilibrios perfectos en subjuegos estacionarios para cada *r*.

Una estrategia estacionaria debe especificar para cada jugador *i* la propuesta que hará cada vez que sea elegido como proponente, y qué propuestas aceptará de los demás. Una propuesta de *i* se puede especificar mediante un vector $\pi^i = (y_i, (x_j^i)_{j \in N \backslash i}) \in D_d$, donde y_i es la recompensa que *i* propondrá para sí mismo y x_i^i la recompensa que *i* propondrá para $j \neq i$. La aceptación y el rechazo por parte de *i* de una propuesta de otro jugador debería depender únicamente de la utilidad que reciba. Esto puede especificarse por el nivel mínimo de utilidad por el que lo aceptará. En equilibrio perfecto en subjuegos estacionario, a cada jugador se le debería ofrecer al menos lo que espera si se niega. Se puede suponer *d = 0* sin pérdida de generalidad, y consistentemente en lo que sigue se escribe D_0 en lugar de D_d. Entonces debería ser que para todo *i* y todo *j* → $j \neq i$,

$$x_j^i \geq (1 - r)0 + r p_j y_j + r \ \sum_{k \in N \backslash j} p_k x_j^k .$$

Como el proponente buscará la mayor recompensa compatible con esta condición, a partir de la falta de nivelación D_0 se puede asumir la igualdad. Como el lado derecho de la ecuación no depende de *i*, podemos eliminar el superíndice en x_j^i y x_j^k, y reescribir la condición anterior como una ecuación:

$$x_j = r p_j y_j + \sum_{k \in N \backslash j} p_k x_j = r p_j y_j + r(1 \ - p_j) x_j,$$

que puede reescribirse para todo *j* como

$$rp_j y_j = (1 - r + rp_j)x_j. \qquad (10)$$

Nótese que si $p_j = 0$ entonces $x_j = 0$, mientras que si $p_j \neq 0$ (10) puede reescribirse como

$$y_j = \theta_j(r)x_j \quad (donde\ \theta_j := \frac{1-r+rp_j}{rp_j} > 1). \qquad (11)$$

Obsérvese que en este caso (es decir, si $p_j \neq 0$) $y_j > x_j$. Es decir, ser el proponente es deseable. De hecho, el proponente aprovecharía esta ventaja maximizando su beneficio bajo la restricción de viabilidad, es decir, para todo j

$$y_j = max\{y \in \mathbb{R} : (x_{-j}, y)\}, \qquad (12)$$

donde (x_{-j}, y) denota el punto cuya coordenada j es y y el resto de coordenadas son iguales a las de x (este máximo (este máximo existe por la compacidad de D_0). Como los jugadores con probabilidad 0 de ser el proponente recibirán 0 según (10), se puede restringir la atención a aquellos jugadores con una probabilidad positiva de ser el proponente. Para simplificar la notación, en lugar de tratar este subconjunto como $N' = \{i_1, \dots, i_{n'}\} \subseteq N$, se puede tomar $N' = N$.

Se tiene entonces un sistema con *2n* ecuaciones ((11) y (12)) con *2n* incógnitas ($(x_1, \dots, x_n)$ y $(y_1, \dots, y_n)$) que especifican un perfil de estrategia estacionario: cada j siempre que sea elegido como proponente propondrá $\pi^j = (x_{-j}, y)$. Es decir, propondrá y_j para sí mismo y x_i para cada $i \neq j$, y aceptará sólo las propuestas que le den al menos x_j. El problema es demostrar que existe una solución para este sistema. Esto se puede demostrar mediante un argumento de punto fijo.

Entonces sólo queda demostrar que el límite de los pagos ex ante de la EPSE (es decir, los pagos esperados antes de la elección del proponente) como $r \to 1$ es $Nash^p(B)$. Esta parte no será comentada en el trabajo por su excesiva complicación térnica.

2.3.2. Protocolos de negociación sujetos a una regla de votación

Lo que se ha denominado *protocolo (p,r)* está totalmente especificado en términos probabilísticos. Por otro lado, la comparación de los resultados dados por el Teorema 8 con la fórmula (7) sugiere una forma de unir estos resultados obtenidos desde diferentes enfoques. La idea básica es, como se ha anticipado, vincular la probabilidad de ser el proponente, que es la fuente de poder de negociación en un *protocolo (p, r)*, con la regla de votación, que es el único elemento del entorno de negociación incluido en el modelo de un comité de negociación. Pero hay muchas formas de seleccionar a un proponente basándose en la regla de votación. Es decir, hay infinitas formas de convertir las reglas de votación en distribuciones de probabilidad sobre los jugadores. La cuestión es si hay algún protocolo de selección de proponentes especialmente sencillo y razonable basado en la regla de votación dentro de la plétora de posibilidades consistentes con las fórmulas (7) y (9).

Un principio general que parece razonable es el siguiente: Para desempeñar el papel de proponente se necesita el apoyo de una coalición ganadora a la que se pertenece. Para considerar con total generalidad las formas de pasar de las reglas de votación a las probabilidades respetando este principio, se pueden abstraer los detalles del protocolo. Se consideran mapas $P : VR_N \to \mathcal{P}_{N\times 2^N}$, donde $\mathcal{P}_{N\times 2^N}$ denota el conjunto de distribuciones de probabilidad sobre $N \times 2^N$, y utilizamos la notación p_W para denotar *P(W)*. Es decir, bajo la regla *W*,

$$p_W(i, S) = Prob\ (i\ es\ el\ proponente\ con\ el\ apoyo\ de\ S).$$

Si se quiere que $p_W : N \times 2^N \to [0, 1]$ respete tanto el principio establecido como el principio de jugador nulo, se debe exigir lo siguiente

$$(p_W(i, S) \neq 0) \Rightarrow (i \in S \in W\ y\ S \setminus i \notin W). \qquad (14)$$

Es decir, *el proponente tiene que ser decisivo en la coalición ganadora que le apoya*. Para preservar el principio de anonimato se debe exigir lo siguiente para cualquier permutación π,

$$p_W(i, S) = p_{\pi W}(\pi i, \pi S). \qquad (15)$$

Entonces cualquier $p : VR_N \to \mathcal{P}_{N\times 2^N}$ que satisfaga (14) y (15) "abstrae" el protocolo de selección de un proponente determinado por la regla de votación en un comité de negociación que da las probabilidades de ser el proponente por

$$p_i^W := \sum_{S:i\in S} p_W(i,S)$$

Cualquier protocolo de este tipo combinado con el protocolo (p^W, r) dará lugar a un caso particular de (7) en el límite (en el sentido del Teorema 8). Pero, como se ha dicho, cualquier mapa que satisfaga estas condiciones sólo "abstrae" el protocolo de selección de un proponente, y el foco está puesto en los protocolos explícitos, no en su resumen abstracto mediante un vector de probabilidades p. Aun así, hay una gran variedad de protocolos compatibles con las condiciones anteriores. Se considera una forma general relativamente sencilla de seleccionar a un jugador i para que desempeñe el papel de proponente y una coalición ganadora S que lo contenga tal que $i \in S \in W$, y $S \setminus i \notin W$. Parece natural formar una coalición en apoyo de un proponente antes de la elección del proponente. Esto implica un proceso de formación de coaliciones que puede encapsularse en una distribución de probabilidad tipo caja negra. Sea p una distribución de probabilidad sobre las coaliciones descrita por un mapa $p : 2^N \to [0,1]$ que, para ser coherente con el supuesto de anonimato, asigna la misma probabilidad a todas las coaliciones del mismo tamaño. En otras palabras, $p(S)$ sólo depende de s. Así, se puede escribir p_s en lugar de $p(S)$.

Protocolos – (*S-i*) (Elegir primero *S,* después *i*)**.** Se supone una determinada distribución de probabilidad sobre las coaliciones p (que satisface las condiciones anteriores), y el siguiente protocolo: Elegir una coalición S según p. Elegir un jugador i en S al azar. Si $S \in W$ y $S \setminus i \notin W$, el jugador i es el proponente, en caso contrario se vuelve a empezar hasta que se elija un proponente.

La probabilidad de que el jugador i sea el proponente tras los dos primeros pasos viene dada por

$$\sum_{S:i\in S\in W;S\setminus i\notin W} \frac{1}{s} p_s = \sum_{S:i\in S} \frac{1}{s} p_s (v_W(S) - v_W(S \setminus i)), \tag{16}$$

pero en general ningún jugador es elegido como proponente después de una sola ronda. No obstante, las probabilidades reales de ser proponente después de aplicar un *protocolo (S-i)* son proporcionales a las probabilidades dadas por (16), que, como puede comprobarse fácilmente, se ajusta a la familia de semivalores normalizados. En particular, los dos semivalores más conocidos resultan para las siguientes probabilidades.

Índice Shapley-Shubik. Si $p_s = \frac{1}{n+1}\frac{1}{\binom{n}{s}}$, entonces la probabilidad de que el jugador i sea el proponente bajo el protocolo (S-i) viene dada por el índice Shapley-Shubik de la regla de votación, es decir,$p_i^W = Sh_i(W)$. Así, en términos de (S-i)-protocolos, el índice de Shapely-Shubik surge para el conocido modelo probabilístico de elegir un tamaño al azar, y luego una coalición de tahat tamaño al azar.

Índice Banzhaf normalizado. Si $p_s = k\,\frac{s}{2^n}$, donde k es una constante resultante de la normalización, entonces la probabilidad de que el jugador i sea el proponente bajo el protocolo (S-i) viene dada por el índice Banzhaf normalizado de la regla de votación. Nótese que en este protocolo la probabilidad de una coalición está ponderada por su tamaño[3].

Una forma más general de seleccionar un proponente es la siguiente.

Protocolos (*i, S)* (Elegir i y S simulatáneamente). Como ya se ha señalado, cualquier $W \mapsto p_W$ tal que $p_W(i,S)$ satisface (14) y (15) abstrae un protocolo que, combinado con el protocolo (p, r) resultante, da lugar a un caso particular de (7) en el límite. Esto también incluye como casos particulares algunos índices de potencia menos familiares que los de Shapley-Shubik y Banzhaf que se encuentran fuera de la familia de semivalores normalizados, como los índices de Deegan-Packel y Holler-Packel.

Pero de nuevo el índice de Shapley-Shubik surge asociado a un procedimiento de selección muy sencillo procedimiento de selección:

Protocolo de Shapley-Shubik (formulación 1). (i) Se elige un orden en N al azar, y se deja que los jugadores se unan a una coalición en este orden hasta que se forme una coalición ganadora S. (ii) Entonces el último jugador que entra en S es el proponente.

Bajo este protocolo:

[3] Nótese que si $p_s = 1/2^n$ para todo S, es decir, si todas las coaliciones son igualmente probables, entonces la probabilidad de que un jugador sea elegido como el proponente *no* es el índice Banzhaf normalizado de ese jugador.

Prob (i es el proponente) $= Sh_i(W)$.

Cabe destacar la sencillez de este procedimiento dentro de la familia de protocolos descrita anteriormente. En primer lugar, la formación de la coalición aparece en este caso como un proceso secuencial, lo que parece a la vez natural y la forma más sencilla. De forma alternativa y equivalente, puede describirse como la elección de un jugador al azar para unirse a la coalición en cada paso. Uno puede preguntarse por qué se elige al "cambiante" como proponente en lugar de a cualquier otro jugador que sea decisivo en *S*. Pero no hay ninguna diferencia si se sustituye el segundo paso por éste: Elegir uno de los jugadores decisivos en *S* al azar. Se puede ver fácilmente que el procedimiento es equivalente. Por lo tanto, el protocolo puede especificarse alternativamente como sigue:

Protocolo de Shapley-Shubik (formulación 2). (i) Partiendo de la coalición vacía, elegir cada vez un jugador al azar de entre los restantes hasta que se forme una coalición ganadora *S*. (ii) A continuación, se elige al azar uno de los jugadores decisivos en *S*.

Así, *bajo este protocolo cada jugador tiene una probabilidad de ser el proponente igual a su índice de Shapley-Shubik para la regla de votación actual*.

En resumen, podemos combinar cualquiera de los protocolos de selección de proponentes anteriores con el protocolo probabilístico (p, r) considerado en la sección anterior. A la vista del Teorema 4 y de la discusión anterior tenemos los siguientes resultados, que son la contrapartida no cooperativa de (7) y (9).

Teorema 9. *Sea (B, W) una comisión negociadora de N personas con un perfil de preferencias B = (D, d) que satisface las condiciones especificadas en el punto 2.1. Bajo cualquier protocolo (S-i) o (i, S) de selección del proponente combinado con el protocolo (p, r) resultante (i) para todo r (0 < r < 1), existe un equilibrio perfecto de subjuego estacionario (EPSE); (ii) a medida que* $r \to 1$, *cualquier vector de pagos del SSPE converge a la solución de negociación Nash ponderada de B con pesos dados por las probabilidades de ser el proponente determinadas por W y el protocolo de selección del proponente; (iii) bajo un protocolo (S-i), estos pesos están dados por un semivalente normalizado de la regla de votación (p, r). semivalente de la regla de votación (es decir, del juego TU simple* v_W*).*

Teorema 10. *Bajo el protocolo Shapley- Shubik combinado con el protocolo (p, r) resultante: (i) las partes (i) y (ii) del Teorema 9 se mantienen, y las ponderaciones en el límite vienen dadas por el índice Shapley-Shubik de la regla de votación W; (ii) si* $B = \Lambda$, *también los resultados de la EPSE vienen dados por el índice Shapley-Shubik de la regla de votación W, para todo r (0 < r < 1).*

Observaciones. A la luz de este modelo de negociación, el "poder de voto" convencional o la capacidad de decisión de los votantes se convierte en "poder de negociación" en un sentido específico de la teoría de juegos. De este modo, se aclara la antigua ambigüedad conceptual relativa a la noción teórica de "valor" cuando se aplica a juegos simples que representan reglas de votación, y su interpretación alternativa como "capacidad de decisión", o probabilidad de desempeñar un papel crucial en una decisión.

i. En un comité de negociación, según este modelo, *la fuente de poder (de negociación) es la probabilidad de ser el proponente, relacionada con la probabilidad de apostar por el protocolo*.

ii. Por la parte (ii) del Teorema 10, en el caso de un comité con un perfil de prefrerencia TU, es decir, si $B = \Lambda$, los resultados ex ante de la EPSE vienen dados por el índice de Shapley-Shubik de la regla de votaciónW, sea cual sea r (*0 < r < 1*). Así, el resultado del límite para $r \to 1$ es trivial en este caso. Pero obsérvese que la "implementación" no cooperativa del índice de Shapley-Shubik de la regla de votación *W* (o equivalentemente, del valor de Shapley del juego simple asociado v_W) es diferente de las anteriores. En este modelo, Sh(*W*) representa una expectativa en un sentido preciso, en el que ningún jugador (a no ser que la regla sea una dictadura) tiene la posibilidad de llevarse todo el pastel, aunque el proponente se beneficiaría (de forma decreciente a medida que *r* se hace más grande) de este papel. Obsérvese también que cuando $r \to 0$, en el límite el proponente tendrá todo el pastel, aunque las expectativas ex ante son las mismas. En otras palabras, para $r \to 0$, en el límite tenemos una reinterpretación del modelo original de Shapley aplicado al juego simple asociado a la regla de votación.

iii. El Teorema 10-(ii) es la contrapartida no cooperativa del hecho señalado en la sección 2.2.2 de que $\mathrm{Nash}^{Sh(W)}(B) = \mathrm{Sh}(W)$ cuando $B = \Lambda$. En términos cooperativos se enfatizó allí que lo relevante no es este caso particular, sino el hecho de que Sh(W) aparece en (9) fijando los pesos de negociación *para todo B*, por tanto con un nuevo significado: el poder de negociación que la regla de votación confiere a los jugadores: Ahora bien, en este modelo no cooperativo esta interpretación se corrobora y aclarada: esto es así (en el límite para $r \to 1$) para un protocolo específico y particularmente protocolo específico y especialmente sencillo.

2.3.3. Discusión

Los Teoremas 9 y 10 proporcionan una interpretación no cooperativa de las fórmulas (7) y (9), obtenidas originalmente a partir de un enfoque cooperativo-axiomático. No obstante, el modelo no cooperativo admite muchas variantes que puede merecer la pena investigar. He aquí algunas de las posibles líneas de investigación.

Como se ha comentado brevemente en el capítulo 2.2.1, en el modelo de comité de negociación el statu quo es un punto de referencia que, al mismo tiempo, establece un nivel de utilidad por debajo del cual ningún jugador puede verse obligado a aceptar. Incluso si dicho límite existe, a veces está por debajo del statu quo, de modo que los jugadores pueden estar peor dentro de ciertos límites si son forzados a esta situación por una coalición ganadora. Así pues, un modelo más rico incluiría dos puntos diferentes: el punto de partida o statu quo inicial y un vector de retribuciones mínimas admisibles. Otra forma de enriquecer el modelo es admitiendo acuerdos parciales. Es decir, en estos modelos el resultado es el consenso general o la ruptura: ¿por qué no admitir la posibilidad del consenso parcial, aunque se busque el consenso general? Finalmente, en este modelo todas las reglas simétricas aparecen como equivalentes y dan la solución de negociación de Nash. Pero la intuición sugiere que la dificultad para llegar a acuerdos no es la misma bajo una regla de unanimidad y bajo una mayoría simple. Parece deseable un modelo que tenga en cuenta este hecho.

2.4. Igualitarismo y utilitarismo en un comité de negociación

Anteriormente, se abordó la cuestión de la regla de votación que mejor implementa los principios igualitarios y utilitarios en un comité de "tómalo o déjalo". Para ello, las utilidades se introdujeron en el modelo de una forma muy sencilla asumiendo un fuerte grado de simetría. Entonces, se vio que cualquier regla simétrica implementa el principio igualitario, y de esas reglas es la mayoría simple la que mejor implementa el principio utilitario bajo ciertas condiciones.

A diferencia del caso de un comité de "tómalo o déjalo", en un comité de negociación el perfil de preferencias, dado en términos de utilidad, es uno de los ingredientes del modelo. Además, este elemento, *B = (D, d)*, separado de la regla de votación, es precisamente el único ingrediente en un problema de negociación clásico y, como es bien sabido, en ese entorno el utilitarismo y el igualitarismo entran en conflicto. Dado un problema de negociación de *n* personas *B = (D, d)*, el óptimo igualitario está en el punto de *D* para el que las ganancias de utilidad respecto al statu quo d son iguales para todos los jugadores y esas ganancias son máximas: es decir, el punto

$$d + \bar{\mu}1 \quad donde \quad \bar{\mu} \coloneqq max\{\mu : d + \mu 1 \in D\}, \tag{17}$$

donde $1 = (1, \ldots, 1) \in \mathbb{R}^N$. Por el contrario, el óptimo utilitario se alcanzaría en el punto factible para el que la suma de las ganancias es máxima, es decir, en

$$arg \max_{x \in D_d} \textstyle\sum_{i \in N}(x_i - d_i). \tag{18}$$

En general, estos dos puntos son diferentes, y ambos dependen de *D* y *d*. Por lo tanto, la idea de buscar la regla de votación que mejor implemente cualquiera de los dos principios independientemente del perfil de preferencias no tiene sentido, como tampoco lo tiene buscar tales reglas para cada perfil de preferencias. De hecho, como señala Shapley, *la solución de negociación de Nash puede verse como un compromiso entre estos dos principios* en el siguiente sentido. Un compromiso entre los diferentes puntos dados por (17) y (18), puede ser este: encontrar un sistema de pesos $\lambda = (\lambda_i)_{i \in N} \in \mathbb{R}_+^N$, tal que los dos problemas siguientes *tengan la misma solución*. Primero, encontrar el punto $d + \bar{\mu}\lambda$ tal que

$$\bar{\mu} = max\{\mu : \ d + \mu\lambda \in D\},$$

y, segundo, encontrar el punto

$arg \max_{x \in D_d} \sum_{i \in N} \lambda_i (x_i - d_i)$.

Como señala Shapley, existe un sistema de pesos $(\lambda_i)_{i \in N}$ para el que la solución de ambos problemas es la misma, y resulta que para estos pesos la solución común viene dada por la solución de negociación de Nash, es decir, por Nash(B).

Por lo tanto, si se acepta este compromiso entre los principios igualitarios y utilitarios como un acuerdo "*justo*", y se acepta (7) como el término normativo de referencia (apoyado por los Teoremas 4 y 9) de un acuerdo racional en un comité de negociación *(B, W)*, entonces cualquier regla de votación implementa dicho compromiso, porque en este caso todos los componentes de $\varphi(W)$ en (7) son iguales, por lo que se obtiene Nash(B).

2.5. La regla de votación neutral en un comité de representantes

Consideramos ahora el caso en que la regla de votación es vía un representante de cada grupo. En particular se estudiará el caso en el que los representantes actúan como comité de negociación.

Supongamos que cada miembro *i* de un comité de negociación de *n* miembros, etiquetados por *N*, representa a un grupo M_i de tamaño m_i. Se supone además que estos grupos son disjuntos, de modo que si $M = \cup_{i \in N} M_i$, y la cardinalidad de *M* es $m = \sum_{i \in N} m_i$. Denótese por $\mathcal{M}$ la partición $\mathcal{M} = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$. Si los grupos no tienen el mismo cardinal y en vía de la equidad no parece adecuada una regla de votación simétricas. ¿Cuál sería entonces la regla de votación más adecuada?

Buscamos una regla que verifica lo siguiente: La regla debe permitir a cualquier individuo de cualquier grupo el que le sea indiferente negociar directamente y de forma individual o hacerlo vía su representante. En la práctica esto no es posible en general, pero se puede modelizar manteniendo un cierto nivel de uniformidad en las preferencias de los componentes de cada gurpo.

Es claro que según lo que se discuta las preferencias en cada grupo cambiarán y si no existe relación entre las preferencias no es fácil hallar qué regla de votación es la adecuada, es decir, no está claro en qué fundamentos normativos debe basarse la elección de una regla de votación para el comité de representantes[4].

Para dar una respuesta supondremos que las preferencias en la población representada son simétricas dentro de cada grupo en el sentido siguiente. Supóngase que $B = (D, d)$ $(d \in D \subseteq \mathbb{R}^M)$ es el problema de negociación de *m* personas que representa las preferencias de los *m* individuos de *M* sobre el tema del que trata la comisión. Diremos que es invariante bajo permutaciones si para toda permutación $\pi : M \rightarrow M$ si para todo $i \in N, \pi(M_i) = M_i$. Diremos que *B* es $\mathcal{M}$-simétrico si para cualquier permutación $\pi : M \rightarrow M$ que respeta $\mathcal{M}$, se cumple que $\pi d = d$, y para todo $x \in D, \pi x \in D$.

Observar que esta definición respeta la heterogeneidad de los jugadores en los grupos. En particular se incluyen todas las situaciones simétricas que van desde las preferencias unánimes hasta el caso de "suma cero" de la competencia estricta dentro de cada grupo. Pero hay que tener en cuenta que, si los pagos de todos los jugadores en $M \setminus M_i$ son fijos, el resultado de la negociación dentro de M_i (bajo la unanimidad y asumiendo el anonimato) produciría el mismo nivel de utilidad para todos los jugadores en M_i. Por lo tanto, la simetría $\mathcal{M}$ en *B* conlleva las siguientes consecuencias.

Sean *M*, *N* y $\mathcal{M}$ como en el caso anterior, y sea *B = (D, d)* una simetría $\mathcal{M}$. Asumiendo como término de referencia que los jugadores en *M* negocian directamente bajo unanimidad según el modelo de negociación de Nash el resultado sería Nash(B).

Como *B* es $\mathcal{M}$-simétrico, se cumplirá que

$$Nash_k(B) = Nash_l(B) \quad (\forall i \in N, \forall k, l \in M_i).$$

Es decir, en cada grupo todos los jugadores recibirían la misma remuneración según la solución de negociación de Nash. Por lo tanto, la solución óptima del problema de maximización

[4] Un ejemplo extremo puede ilustrar esto: Suponer que todos los individuos del grupo M_i tienen preferencias idénticas, y que todos los del grupo M_j menos el individuo $k \in M_j$ tienen también las mismas preferencias (pero diferentes de las de M_i), mientras que *k* tiene preferencias idénticas a las de M_i. En un caso así, el individuo *k* preferiría que el representante *i* fuera más poderoso que su propio representante *j*.

$$\arg\max_{x \in D_d} \prod_{l \in M} (x_l - d_l)$$

que hace que Nash(B) coincida con la solución óptima del mismo problema de maximización cuando el conjunto de vectores de recompensa factibles está restringido para producir la misma recompensa para dos jugadores cualesquiera del mismo grupo. Formalmente, se denota por B^N el problema de negociación $B^N = (D^N, d^N)$ donde

$$D^N := \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^N : (\underset{m_1\ veces}{x_1, \ldots, x_1}, \ldots, \underset{m_n\ veces}{x_n, \ldots, x_n}) \in D\}$$

y por d^N el vector en $\mathbb{R}^N$ cuyo componente i es, para cada $i \in N$, igual a d_k (lo mismo para todo $k \in M_i$). En concreto, B^N es el problema de negociación que resultaría al tomar un individuo de cada circunscripción como representante para negociar en su nombre, bajo el compromiso de negociar posteriormente de forma simétrica dentro de esa circunscripción una vez resuelto el nivel de utilidad de las otras circunscripciones. Se tiene que, para todo $i \in N$ y todo $k \in M_i$,

$$Nash_k(B) = arg_k\ max_{x \in D_d} \prod_{i \in M} (x_l - d_l) = arg_i\ max_{x \in D^N{}_{d^N}} \prod_{i \in M} (x_j - d_j)^{m_j} = Nash_i^{\overline{m}}(B^N),$$

donde $\overline{m} = (m_1, \ldots, m_n)$. Es decir, para la configuración de preferencias o problema B de negociación-M, un jugador k de M obtendría el mismo nivel de utilidad mediante la negociación directa (unánime de m jugadores) que obtendría un representante negociando en su nombre (y en el de todos los jugadores del mismo grupo) bajo la configuración de preferencias B^N *si cada representante estuviera dotado de un poder de negociación proporcional al tamaño del grupo*.

El problema entonces es cómo "implementar" dicha solución de negociación Nash ponderada. En otras palabras, y más concretamente, *cómo implementar un entorno de negociación que confiera el poder de negociación adecuado a cada representante*. Si se considera que un "índice de poder" eficiente, anónimo e ignora a los jugadores nulos entonces la evaluación correcta del poder de negociación en un comité, y para alguna regla W de votación-N se sostiene que

$$\frac{\varphi_i(W)}{m_i} = \frac{\varphi_j(W)}{m_j} \quad (\forall i, j \in N) \qquad (19)$$

En particular, si dicho índice es el índice Shapley-Shubik, una regla de votación óptima sería aquella para la que

$$\frac{Sh_i(W)}{m_i} = \frac{Sh_j(W)}{m_j} \quad (\forall i, j \in N) \qquad (20)$$

En vista de la interpretación subyacente de la "equidad" como un compromiso entre el igualitarismo y el utilitarismo, también podría ser adecuado llamarla "neutralidad", y llamar "neutral" a una regla de votación que la satisfaga.

Entonces se concluye que si: (*i*) el término "poder de negociación" se interpreta en el sentido preciso de la teoría de juegos anteriormente especificado (es decir, pesos de negociación); (*ii*) (7) se acepta como una expectativa razonable en un comité de negociación y (*iii*) la "equidad" o "neutralidad" se entiende como el compromiso igualitario-utilitario dado por la solución de negociación de Nash; entonces la discusión anterior y las fórmulas (19) y (20) que produce pueden resumirse en el siguiente teorema.

Teorema 11. *Una regla de votación justa o neutral en un comité de negociación de representantes es aquella que da a cada miembro un poder de negociación proporcional al tamaño del grupo que representa.*

3 APLICACIÓN A LA UNIÓN EUROPEA

En este capítulo aplicaremos lo expuesto anteriormente al Consejo Europeo de Ministros. Veremos cómo funcionan las reglas explicadas y las confrontaremos con situaciones reales.

En el subcapítulo 3.1 enumeramos las reglas de votación utilizadas en el Consejo. En el punto 3.2 aplicaremos el modelo de "tómalo o déjalo". En el apartado 3.2.1 se calculan algunas probabilidades importantes basadas en el modelo a priori de comportamiento de voto para las diferentes reglas. A continuación, en el apartado 3.2.2, se se evalúan las diferentes reglas del Consejo desde incluyendo los aspectos igualitario y utilitario, tanto al comité de estados y como al comité de representantes. En el apartado 3.3 aplicaremos el modelo de comités de negociación.

3.1. Reglas de votación en el Consejo Europeo

Los 25 miembros en orden decreciente de población son: Alemania (*Ge*), Reino Unido (*UK*), Francia (*Fr*), Italia (*It*), España (*Sp*), Polonia (*Pl*), Países Bajos (*Ne*), Grecia (*Gr*), República Checa (*CR*), Bélgica (*Be*), Hungría (*Hu*), Portugal (*Pr*), Suecia (*Sw*), Austria (*Au*), Eslovaquia (*Sk*), Dinamarca (*De*), Finlandia (*Fi*), Irlanda (*Ir*), Lituania (*Li*), Letonia (*La*), Eslovenia (*Sn*), Estonia (*Es*), Chipre (*Cy*), Luxemburgo (*Lu*) y Malta (*Ma*).

Notamos al conjunto de miembros del Consejo por N_n, donde el subíndice *n* se refiere al número de estados. En la siguiente tabla mostramos la evolución de la incorporación paulatina de los estados

Desde 1958 a 1972:

$N_6 = \{Ge, Fr, It, Ne, Be, Lu\}$;

desde 1973 a 1980:

$N_9 = \{Ge, UK, Fr, It, Ne, Be, De, Ir, Lu\}$;

desde 1981 a 1985:

$N_{10} = \{Ge, UK, Fr, It, Ne, Gr, Be, De, Ir, Lu\}$;

desde 1986 a 1994:

$N_{12} = \{Ge, UK, Fr, It, Sp, Ne, Gr, Be, Pr, De, Ir, Lu\}$;

desde 1995 a 2003:

$N_{15} = \{Ge, UK, Fr, It, Sp, Ne, Gr, Be, Pr, Sw, Au, De, Fi, Ir, Lu\}$;

y en 2004 y 2005:

$N_{25} = \{Ge, UK, Fr, It, Sp, Pl, Ne, Gr, CR, Be, Hu, Pr, Sw, Au, Sk, De, Fi, Ir, Li, La, Sn, Cy, Lu, Ma\}$.

Básicamente se usan 3 reglas de votación: la mayoría simple, la unanimidad y la mayoría cualificada. La mayoría simple es la regla de votación por defecto. Sin embargo, en la práctica, el Consejo sólo decide por mayoría simple en cuestiones de procedimiento. La regla de unanimidad se utiliza para asuntos cuasi-constitucionales o políticamente delicados, y la mayoría cualificada para todos los demás casos. En los últimos años se ha visto que el uso de la mayoría cualificada ha aumentado debido a los cambios en el tratado de los países de la unión.

La mayoría simple (W_n^{MS}) y la unanimidad (W_n^U) son reglas simétricas que fueron introducidas en el apartado 1.3.2. para *n* escaños. Nótese que siempre se tiene que

$$W_n^U \subset W_n^{MS} \qquad (21)$$

es decir, siempre es, en principio, más difícil aprobar propuestas por unanimidad que por mayoría simple.

La *mayoría cualificada* (W_n^{MC}) es una mayoría ponderada que se utiliza hasta la ampliación al Consejo N_{25}.

Para n = 6, 9, 10, 12 y 15 se tiene

$$W_n^{MC} = \left\{ S \subseteq N_n : \sum_{i \in S} w_i(N_n) \geq Q(N_n) \right\}$$

con pesos y cuotas dados por

$w(N_6) = (4, 4, 4, 2, 2, 1), Q(N_6) = 12,$

$w(N_9) = (10, 10, 10, 10, 5, 5, 3, 3, 2), Q(N_9) = 41,$

$w(N_{10}) = (10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 3, 3, 2), Q(N_{10}) = 45,$

$w(N_{12}) = (10, 10, 10, 10, 8, 5, 5, 5, 5, 3, 3, 2), Q(N_{12}) = 54,$

$w(N_{15}) = (10, 10, 10, 10, 8, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 2), Q(N_{15}) = 62.$

Galloway justifica la elección de los pesos y las cuotas de la siguiente manera:

'El sistema se construyó para garantizar una determinada relación entre los Estados miembros basada en un sistema de grupos de Estados miembros grandes, medianos y pequeños, en el que los Estados de cada grupo tienen un número idéntico de votos.

Observaciones. (*i*) Luxemburgo tenía un escaño nulo en W_6^{MC}. Por tanto, la probabilidad de que Luxemburgo fuera decisivo era nula en el Consejo N_6 (fuese cual fuese el comportamiento de voto de los demás).

(*ii*) El escaño de Luxemburgo, al igual que los de Dinamarca e Irlanda, son simétricos en W_{10}^{MC}, a pesar de tener diferente número de votos: 2 para Luxemburgo, y 3 para Irlanda y Dinamarca. Por tanto, estos tres Estados tienen las mismas probabilidades de ser decisivos o exitosos en el Consejo N_{10}.

(*iii*) Siempre se tiene

$W_n^U \subset W_n^{MC}$. (22)

Como la mayoría simple contiene, obviamente, un mayor número de configuraciones ganadoras que la mayoría cualificada, también puede existir cierta inclusión entre estas reglas, pero no siempre es así. Sólo se tiene

$W_n^{MC} \subset W_n^{MS}$ $para\, n = 9, 12, \text{y } 15.$ (23)

La inclusión no es válida para los Consejos N_6 ni N_{10}.[5]

El Tratado de Niza ha modificó sustancialmente la regla de la mayoría cualificada para el Consejo N_{25} en dos aspectos. Se aplicó una nueva regla de doble mayoría ponderada donde se exigía que la mayoría simple también apoyase la cuestión a tratar. Esta regla es conocida como "*la regla de Niza*" (W_{25}^{Ni}):

$$W_{25}^{Ni} = \left\{ S \subseteq N_{25} : \sum_{i \in S} w_i(N_{25}) \geq 232 \ y \ s \geq 13 \right\}$$

donde

$$w(N_{25}) = (29, 29, 29, 29, 27, 27, 13, 12, 12, 12, 12, 12, 10, 10, 7, 7, 7, 7, 7, 4, 4, 4, 4, 4, 3).$$

Esta decisión no estuvo excenta de polémica y de hecho pronto se puso en marcha una comisión para cambiar esta regla.

La Convención finalizó sus trabajos en julio de 2003 y elaboró un sustituto de la norma de Niza. Esta regla alternativa, a la que se denominado como "*la regla de la Convención*" (W_n^{Cv}), en la cual "*Cuando el Consejo Europeo de Ministros adopte decisiones por mayoría cualificada, ésta estará constituida por la mayoría de los Estados miembros que representen al menos las tres quintas partes de la población de la Unión*". Para el Consejo N_{25}, se tiene:

[5] Considérese por ejemplo $S = \{Ge, It, Fr\}$. Se tiene $S \in W_6^{MC}$ pero $S \notin W_6^{MS}$.

$$W_{25}^{Cv} = \left\{ S \subseteq N_{25} : \sum_{i \in S} m_i \geq 0{,}6\, m \; y \; s \geq 13 \right\}$$

donde m_i denota la población del Estado *i* y *m* la población total de la UE. En 2005, estas cifras fueron[6]:

82.500.800 (*Ge*), 60.561.200 (*UK*), 60.034.500 (*Fr*), 58.462.400 (*It*), 43.038.000 (*Sp*), 38.173.800 (*Pl*), 16.305.500 (*Ne*), 11.075.700 (*Gr*), 10.529.300 (*CR*), 10.445.900 (*Be*), 10.220.600 (*Hu*), 10.097.500 (*Pr*), 9.011.400 (*Sw*), 8.206.500 (*Au*), 5.411.400 (*Sk*), 5.384.800 (*De*), 5.236.600 (*Fi*), 4.109.200 (*Ir*), 3.425.300 (Li), 2.306.400 (*La*), 1.997.600 (*Sn*), 1.347.000 (*Es*), 749.200 (*Cy*), 455.000 (*Lu*), 402.700 (*Ma*).

Finálmente se modificó esta regla y se definió una coalición ganadora como la que contiene:

"*al menos el 55% de los miembros del Consejo, que comprende al menos quince de ellos y que representa a Estados miembros que reúnen al menos el 65% de la población de la Unión. Una minoría de bloqueo debe incluir al menos cuatro miembros del Consejo, a falta de lo cual se considerará alcanzada la mayoría cualificada*". Esta regla se conoce como la "*regla de la Constitución*"(W_n^{Cs}).

Para el Consejo N_{25} se tiene[7]

$$W_{25}^{Cs} = \left\{ S \subseteq N_{25} : \left(\sum_{i \in S} m_i \geq 0{,}65\, m \; y \; s \geq 15 \right) o \; (s \geq 22) \right\}$$

Observaciones. (*i*) La regla de la Convención (y posteriormente de la regla de la Constitución) sólo dependen de la población y del porcentaje de Estados miembros. Por tanto, puede ampliarse mecánicamente con las nuevas incorporaciones.

(*ii*) En la regla de la Constitución, cualquier miembro puede solicitar la verificación de que los Estados miembros que constituyen la mayoría cualificada representan al menos el 62% de la población total de la Unión. Esta cláusula, a veces llamada red de seguridad de la población, no será considerada.

(*iii*) Las configuraciones ganadoras de la regla de Niza, la regla de la Constitución y la regla de la Convención están todos incluidos en la lista de configuraciones ganadoras de la mayoría simple. Se tiene

$$W_{25}^{U} \subset W_{25}^{EU} \subset W_{25}^{MS} \; para \; W_{25}^{EU} \in \{W_{25}^{Ni}, W_{25}^{Cs}, W_{25}^{Cv}\} \tag{24}$$

No hay relación de inclusión entre las reglas de la Constitución, de la Convención ni la de Niza.

3.2. Comité de "tómalo o déjalo"

Aunque el Consejo realiza votaciones formales una vez que se ha alcanzado un acuerdo tácito, la incorporación de nuevos miembros hace que cada vez sea más complicado llegar a estos acuerdos. En estos casos, parece que lo más efectivo es un comité de "tómalo o déjalo".

Para aplicarlo se suele usar una distribución de probabilidad. A veces, se usa la distribuación p^* para una evaluación a priori de las reglas de votación[8]. El problema fundamental es que las recomendaciones basadas en p^* no tienen poder predictivo[9].

Con la regla de votación, y la distribución a priori de probabilidad p^*, el modelo de "tómalo o déjalo" está listo.

[6] EUROSTAT (la oficina estadística de la Comisión Europea), 2005

[7] Como el 55% de 25 es 13,75, la cláusula relativa al 55% de los Estados miembros es inoperante, ya que se necesitan al menos 15 Estados miembros

[8] El contexto específico del proceso decisorio europeo puede justificar otros supuestos normativos. Por ejemplo, cabe esperar que cualquier propuesta que llegue al Consejo cuente con el apoyo de más de la mitad de los Estados miembros (de lo contrario, se habría bloqueado en la Comisión). Una votación de votos con un número de "sí" inferior a la mitad de los miembros puede suponerse que tiene una probabilidad nula. A continuación, estableciendo una probabilidad igual para el resto de configuraciones de voto se obtiene la distribución de probabilidad

$$\tilde{p}_n(S) := \begin{cases} 1/r & si\; s > n/2 \\ 0 & en\; otro\; caso \end{cases}$$

donde *r* representa el número de configuraciones de voto donde $s > n/2$.

[9] Por ejemplo, la afirmación de que el Consejo (según la norma N_{27} de Niza) "*puede quedar inmovilizado por la extrema dificultad de conseguir la aprobación de los actos*" se basa en el cómputo de la facilidad a priori para aprobar las propuestas: $\alpha(W, p^*)$. Este riesgo es descartado con razón.

Se aplican en primer lugar los criterios basados en probabilidades, y luego los criterios basados en utilidades (igualitarismo y utilitarismo).

3.2.1. Criterios basados en probabilidades

Utilizando las inclusiones entre las coaliciones ganadoras obtenemos las siguientes relaciones que no dependen de la distribución de probabilidad p_n.

Para n = 9, 12, 15, y para cualquier i y cualquier p_n:

$\alpha(W_n^U, p_n) \leq \alpha(W_n^{MC}, p_n) \leq \alpha(W_n^{MS}, p_n)$,

$\Omega_i^{i+}(W_n^U, p_n) \leq \Omega_i^{i+}(W_n^{MC}, p_n) \leq \Omega_i^{i+}(W_n^{MS}, p_n)$,

$\Omega_i^{i-}(W_n^U, p_n) \geq \Omega_i^{i-}(W_n^{MC}, p_n) \geq \Omega_i^{i-}(W_n^{MS}, p_n)$.

Para n = 6, 10, y para cualquier i y cualquier p_n:

$\alpha(W_n^U, p_n) \leq min\{\alpha(W_n^{MC}, p_n), \alpha(W_n^{MS}, p_n)\}$,

$\Omega_i^{i+}(W_n^U, p_n) \leq \ min\{\Omega_i^{i+}(W_n^{MC}, p_n), \Omega_i^{i+}(W_n^{MS}, p_n)\}$,

$\Omega_i^{i-}(W_n^U, p_n) \geq \ min\{\Omega_i^{i-}(W_n^{MC}, p_n), \Omega_i^{i-}(W_n^{MS}, p_n)\}$.

Para el Consejo N_{25}, y para cualquier $W_{25}^{EU} \in \{W_{25}^{Ni}, W_{25}^{Cs}, W_{25}^{Cv}\}$ se tiene

$\alpha(W_{25}^U, p_{25}) \leq \alpha(W_{25}^{EU}, p_{25}) \leq \alpha(W_{25}^{MS}, p_{25})$,

$\Omega_i^{i+}(W_{25}^U, p_{25}) \leq \Omega_i^{i+}(W_{25}^{EU}, p_{25}) \leq \Omega_i^{i+}(W_{25}^{MS}, p_{25})$,

para cualquier i y para cualquier p_{25}. También hay que tener en cuenta que la unanimidad da derecho de veto a cualquier estado:

$\Omega_i^{i-}(W_n^U, p_n) = 1.$

Esto permite que cualquier Estado puede estar seguro de que no se verá obligado a aceptar una decisión que no le favorece.

Facilidad a priori para aprobar propuestas

Para cualquier regla de votación W^{EU} considerada en el Consejo, obtenemos los cálculos de la *facilidad a priori de aprobar propuestas*, que vienen dados por

$$\alpha(W_n^{EU}, p^*) = \sum_{S:S\in W_n^{EU}} p^*(S)$$

se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Facilidad a priori de aceptar propuestas: $\alpha(W_n^{EU}, p^*)$

n =	*6*	*9*	*10*	*12*	*15*	*25*
W_n^{MS}	0,344	0,500	0,377	0,387	0,500	0,500
W_n^U	0,016	0,002	0,001	2E-4	3E-5	3E-8
W_n^{MC}	0,219	0,146	0,137	0,098	0,078	-
W_n^{Ni}	-	-	-	-	-	0,036
W_n^{Cs}	-	-	-	-	-	0,101
W_n^{Cv}	-	-	-	-	-	0,225

Comentamos estas cifras. Observar, lo cual es lógico hasta cierto nivel, que la aprobación a priori de propuestas es más sencilla con mayoría simple que con unanimidad. En particular, la aprobación con mayoría simple se sitúa entorno al 50%. Por otro lado, la aprobación de propuestas a priori con unanimidad es muy baja, y se divide por 2 cada vez que se añade un nuevo miembro al Consejo. Ronda el 1,6% para el Consejo N_6, y es insignificante para el Consejo N_{25}. Para la mayoría cualificada, esta probabilidad ronda 21,9% en el Consejo N_6 y en torno al 7,8% en el Consejo N_{15}. Para las tres reglas, la regla de Niza, la de la Constituación y la de la Convención obtenemos la siguiente relación.

$$\alpha(W_{25}^{Ni}, p_{25}^*) < \alpha(W_{25}^{Cs}, p_{25}^*) < \alpha(W_{25}^{Cv}, p_{25}^*).$$

Soberanía a priori

El éxito puede descomponerse en dos sumandos. Si $p = p^*$, podemos escribir

$$\Omega_i = (W, p^*) = \frac{1}{2}\Omega_i^{i+}(W, p^*) + \frac{1}{2}\Omega_i^{i-}(W, p^*)$$

para cualquier $i \in N_n$. En el contexto europeo, el éxito a priori viene determinado por el voto positivo, luego

$$\Omega_i^{i+}(W_n^{EU}, p^*),$$

puede verse como un "*índice de integración a priori*". En efecto, cuanto más integrado esté un estado, más grande será este sumando. Los resultados al respecto se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Índices de integración a priori: $\Omega_i^{i+}(W_n^{EU}, p^*)$

$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MS}$	W_6^{MS}	W_9^{MS}	W_{10}^{MS}	W_{12}^{MS}	W_{15}^{MS}	W_{25}^{MS}		
cualquier $i \in N_n$	0,500	0,637	0,500	0,500	0,605	0,581		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{U}$	W_6^{U}	W_9^{U}	W_{10}^{U}	W_{12}^{U}	W_{15}^{U}	W_{25}^{U}		
cualquier $i \in N_n$	0,031	0,004	0,002	5E-4	6E-5	6E-08		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MC}$	W_6^{MC}	W_9^{MC}	W_{10}^{MC}	W_{12}^{MC}	W_{15}^{MC}	W_{25}^{Ni}	W_{25}^{Cs}	W_{25}^{Cv}
Alemania	0,375	0,250	0,234	0,168	0,134	0,063	0,180	0,379
Reino Unido	-	0,250	0,234	0,168	0,134	0,063	0,159	0,335
Francia	0,375	0,250	0,234	0,168	0,134	0,063	0,159	0,334
Italia	0,375	0,250	0,234	0,168	0,134	0,063	0,158	0,332
España	-	-	-	0,157	0,124	0,062	0,144	0,304
Polonia	-	-	-	-	-	0,062	0,144	0,303
Países Bajos	0,312	0,203	0,188	0,134	0,107	0,050	0,129	0,266
Grecia	-	-	0,188	0,134	0,107	0,048	0,126	0,258
República Checa	-	-	-	-	-	0,048	0,126	0,258
Bélgica	0,312	0,203	0,188	0,134	0,107	0,048	0,126	0,258
Hungría	-	-	-	-	-	0,048	0,126	0,258

Portugal	-	-	-	0,134	0,107	0,048	0,126	0,258
Suecia	-	-	-	-	0,102	0,046	0,125	0,256
Austria	-	-	-	-	0,102	0,046	0,125	0,255
Eslovaquia	-	-	-	-	-	0,043	0,123	0,251
Dinamarca	-	0,188	0,162	0,123	0,096	0,043	0,123	0,251
Finlandia	-	-	-	-	0,096	0,043	0,123	0,251
Irlanda	-	0,188	0,162	0,123	0,096	0,043	0,122	0,249
Lituania	-	-	-	-	-	0,043	0,122	0,248
Letonia	-	-	-	-	-	0,040	0,121	0,246
Eslovenia	-	-	-	-	-	0,040	0,121	0,246
Estonia	-	-	-	-	-	0,040	0,121	0,245
Chipre	-	-	-	-	-	0,040	0,120	0,244
Luxemburgo	0,219	0,156	0,162	0,108	0,089	0,040	0,120	0,243
Malta	-	-	-	-	-	0,039	0,120	0,243

Lo mismo puede decirse de la facilidad a priori para aprobar propuestas. Sea cual sea el número de estados, el índice de integración más alto se obtiene con la mayoría simple (en torno al 50%), y el menor con la unanimidad. Los índices de integración disminuyen constantemente con el tiempo bajo la unanimidad y la mayoría cualificada (con la excepción de Luxemburgo en la ampliación del Consejo N_9 al Consejo N_{10}[10]). La disminución es de una magnitud significativa. Con una mayoría cualificada, la probabilidad de los Estados grandes cae del 37,5% en N_6 al 13,4% en N_{15}, mientras que la probabilidad de Luxemburgo cae del 21,9% al 8,9%. La regla de Niza refuerza aún más esta disminución, mientras que la regla de la Constitución y la regla de la Convención invertirían la tendencia. Los índices bajo la regla de la Convención serían mayores que los obtenidos bajo la mayoría cualificada para el Consejo N_9. Para cualquier Estado i, se tiene

$\Omega_i^{i+}(W_{25}^{Ni}, p_{25}^*) < \Omega_i^{i+}(W_{25}^{Cs}, p_{25}^*) < \Omega_i^{i+}(W_{25}^{Cv}, p_{25}^*)$.

Curiosamente, la clasificación que da el índice de integración es siempre idéntica para todos los Estados, sea cual sea su tamaño. Puede decirse que la regla de la Convención es la más avanzada desde el punto de vista integracionista y la de Niza la menos; la regla de la Convención es un compromiso entre ambas. Obsérvese que el índice de integración clasifica las reglas del mismo modo que lo hace la facilidad a priori para aprobar propuestas.

A la inversa, cuanto más celoso sea un Estado de su soberanía nacional, más se preocupará por evitar que se le imponga una decisión que no es de su agrado. La probabilidad de que se acepte una propuesta si un Estado i vota "no" viene dada por

$$\frac{1}{1-\gamma_i(p)} \sum_{S:i \notin S \in W} p(S)$$

[10] En el Consejo N_{10}, los escaños de Luxemburgo, Irlanda y Dinamarca son simétricos

Como se tiene

$$\frac{1}{1-\gamma_i(p)} \sum_{S: i \notin S \in W} p(S) = 1 - \Omega_i^{i-}(W, p)$$

el éxito a priori condicionado a un voto negativo, es decir

$\Omega_i^{i-}(W_n^{EU}, p^*)$,

puede interpretarse como un "*índice de soberanía a priori*". Cuanto más celoso sea un Estado de su soberanía nacional, más preferirá esta forma de éxito a la otra. Los valores de $\Omega_i^{i-}(W_n^{EU}, p^*)$ figuran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Índices de soberanía a priori $\Omega_i^{i-}(W_n^{EU}, p_n^*)$

$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MS}$	W_6^{MS}	W_9^{MS}	W_{10}^{MS}	W_{12}^{MS}	W_{15}^{MS}	W_{25}^{MS}		
cualquier $i \in N_n$	0,812	0,637	0,746	0,726	0,605	0,581		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{U}$	W_6^{U}	W_9^{U}	W_{10}^{U}	W_{12}^{U}	W_{15}^{U}	W_{25}^{U}		
cualquier $i \in N_n$	1	1	1	1	1	1		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MC}$	W_6^{MC}	W_9^{MC}	W_{10}^{MC}	W_{12}^{MC}	W_{15}^{MC}	W_{25}^{Ni}	W_{25}^{Cs}	W_{25}^{Cv}
Alemania	0,937	0,957	0,961	0,972	0,979	0,992	0,978	0,930
Reino Unido	-	0,957	0,961	0,972	0,979	0,992	0,957	0,886
Francia	0,937	0,957	0,961	0,972	0,979	0,992	0,956	0,884
Italia	0,937	0,957	0,961	0,972	0,979	0,992	0,956	0,883
España	-	-	-	0,961	0,969	0,990	0,942	0,854
Polonia	-	-	-	-	-	0,990	0,941	0,854
Países Bajos	0,875	0,910	0,914	0,938	0,952	0,978	0,927	0,817
Grecia	-	-	0,914	0,938	0,952	0,977	0,924	0,809
República Checa	-	-	-	-	-	0,977	0,924	0,809
Bélgica	0,875	0,910	0,914	0,938	0,952	0,977	0,924	0,809
Hungría	-	-	-	-	-	0,977	0,924	0,808
Portugal	-	-	-	0,938	0,952	0,977	0,924	0,808
Suecia	-	-	-	-	0,946	0,975	0,923	0,807
Austria	-	-	-	-	0,946	0,975	0,922	0,806
Eslovaquia	-	-	-	-	-	0,972	0,921	0,802
Dinamarca	-	0,894	0,889	0,927	0,940	0,972	0,921	0,801

Finlandia	-	-	-	-	0,940	0,972	0,921	0,801
Irlanda	-	0,894	0,889	0,927	0,940	0,972	0,920	0,799
Lituania	-	-	-	-	-	0,972	0,920	0,799
Letonia	-	-	-	-	-	0,968	0,919	0,797
Eslovenia	-	-	-	-	-	0,968	0,919	0,796
Estonia	-	-	-	-	-	0,968	0,918	0,796
Chipre	-	-	-	-	-	0,968	0,918	0,795
Luxemburgo	0,781	0,863	0,889	0,912	0,934	0,968	0,918	0,794
Malta	-	-	-	-	-	0,967	0,918	0,794

Los comentarios que hay que hacer aquí son los contrarios a los realizados para el índice de integración o la facilidad de aprobación de las propuestas. Para cualquier número de Estados el mayor índice de soberanía se obtiene con la unanimidad, que da derecho de veto a todos los Estados. El índice de soberanía es menor bajo la mayoría simple, con una excepción: Luxemburgo tiene un índice de soberanía mayor bajo la mayoría simple que bajo la mayoría cualificada en el Consejo N_6.

Con la mayoría cualificada, los índices de soberanía son bastante amplios (más del 80%[11]) y aumentan con el tiempo hasta la última ampliación, con la excepción de Dinamarca e Irlanda, que pasan del Consejo N_9 al Consejo N_{10}. Los índices de soberanía siguen aumentando con la regla de Niza: los índices de soberanía de los grandes Estados miembros se sitúan en torno al 99% (el Estado más pequeño, Malta, tiene alrededor del 97%). Estos índices están muy cerca de 1. En este sentido, puede decirse que, a priori, los Estados casi tienen derecho de veto bajo la regla de Niza. De nuevo, la regla de la Constitución y la regla de la Convención invierten la tendencia. Bajo la regla de la Constitución, el rango de probabilidades se sitúa entre el 79% (Malta) y el 93% (Alemania). Bajo la regla de la Convención, los índices de soberanía serían menores que bajo la mayoría cualificada en el Consejo N_6. Para cualquier Estado i, se tiene

$$\Omega_i^{i-}(W_{25}^{Ni}, p_{25}^*) > \Omega_i^{i-}(W_{25}^{Cs}, p_{25}^*) > \Omega_i^{i-}(W_{25}^{Cv}, p_{25}^*).$$

Así, la clasificación dada por el índice de soberanía es la misma para todos los Estados (a excepción de la clasificación entre las mayorías simples y cualificadas en el Consejo N_6). Esta clasificación es opuesta a la que da la facilidad a priori para aprobar propuestas o el índice de integración.

Éxito a priori

El éxito a priori de cualquier Estado viene dado por la media de su índice de integración y su índice de soberanía. Los resultados numéricos figuran en la Tabla 3.4.

[11] Estos índices deben compararse con índices de integración inferiores al 40%.

Tabla 3.4. Éxito a priori: $\Omega_i(W_n^{EU}, p_n^*)$

$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MS}$	W_6^{MS}	W_9^{MS}	W_{10}^{MS}	W_{12}^{MS}	W_{15}^{MS}	W_{25}^{MS}		
cualquier $i \in N_n$	0,656	0,637	0,623	0,613	0,605	0,581		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{U}$	W_6^{U}	W_9^{U}	W_{10}^{U}	W_{12}^{U}	W_{15}^{U}	W_{25}^{U}		
cualquier $i \in N_n$	0,516	0,502	0,501	0,500	0,500	0,500		
$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MC}$	W_6^{MC}	W_9^{MC}	W_{10}^{MC}	W_{12}^{MC}	W_{15}^{MC}	W_{25}^{Ni}	W_{25}^{Cs}	W_{25}^{Cv}
Alemania	0,656	0,603	0,598	0,567	0,556	0,528	0,579	0,654
Reino Unido	-	0,603	0,598	0,567	0,556	0,528	0,558	0,610
Francia	0,656	0,603	0,598	0,567	0,556	0,528	0,558	0,609
Italia	0,656	0,603	0,598	0,567	0,556	0,528	0,557	0,607
España	-	-	-	0,559	0,547	0,526	0,543	0,579
Polonia	-	-	-	-	-	0,526	0,543	0,578
Países Bajos	0,594	0,557	0,551	0,536	0,530	0,514	0,528	0,542
Grecia	-	-	0,551	0,536	0,530	0,513	0,525	0,534
República Checa	-	-	-	-	-	0,513	0,525	0,533
Bélgica	0,594	0,557	0,551	0,536	0,530	0,513	0,525	0,533
Hungría	-	-	-	-	-	0,513	0,525	0,533
Portugal	-	-	-	0,536	0,530	0,513	0,525	0,533
Suecia	-	-	-	-	0,524	0,510	0,524	0,531
Austria	-	-	-	-	0,524	0,510	0,524	0,530
Eslovaquia	-	-	-	-	-	0,507	0,522	0,526
Dinamarca	-	0,541	0,525	0,525	0,518	0,507	0,522	0,526
Finlandia	-	-	-	-	0,518	0,507	0,522	0,526
Irlanda	-	0,541	0,525	0,525	0,518	0,507	0,521	0,524
Lituania	-	-	-	-	-	0,507	0,521	0,524
Letonia	-	-	-	-	-	0,504	0,520	0,522
Eslovenia	-	-	-	-	-	0,504	0,520	0,521
Estonia	-	-	-	-	-	0,504	0,519	0,520

Chipre	-	-	-	-	-	0,504	0,519	0,519
Luxemburgo	0,500	0,510	0,525	0,510	0,511	0,504	0,519	0,519
Malta	-	-	-	-	-	0,503	0,519	0,519

El éxito a priori de cualquier Estado se sitúa en torno al 50% bajo la unanimidad. Es mayor bajo la mayoría simple, aunque también tiende al 50% cuando n es grande. Cuando el número de estados es inferior a 25, se tiene

$$\Omega_i(W_n^U, p_n^*) < \Omega_i(W_n^{MC}, p_n^*) < \Omega_i(W_n^{MS}, p_n^*)$$

Para cualquier Estado i, excepto Luxemburgo en el Consejo N_6, donde se tiene

$$\Omega_{Lu}(W_6^{MS}, p_6^*) > \Omega_{Lu}(W_6^U, p_6^*) > \Omega_{Lu}(W_6^{MC}, p_6^*).$$

Con una mayoría cualificada, el éxito a priori disminuye con el tiempo[12]. Esta tendencia se confirma con la regla de Niza, pero se invierte con la regla de la Convención. Con la regla de la Constitución no hay ninguna tendencia: la probabilidad de éxito de los Estados medianos disminuiría, mientras que la de los de los Estados grandes y pequeños aumentaría.

Para el Consejo N_{25}, para cualquier Estado i, se tiene

$$\Omega_i(W_{25}^U, p_{25}^*) < \Omega_i(W_{25}^{Ni}, p_{25}^*) < \Omega_i(W_{25}^{Cs}, p_{25}^*) < \Omega_i(W_{25}^{Cv}, p_{25}^*).$$

Pero si se compara la regla de la Convención y la mayoría simple, la clasificación difiere según el tamaño de los Estados:

$$\Omega_i(W_{25}^{Cv}, p_{25}^*) > \Omega_i(W_{25}^{MS}, p_{25}^*) > \Omega_i(W_{25}^{Cs}, p_{25}^*)$$

para Estados grandes (si $i = Ge, UK, Fr, It$), mientras que lo contrario es válido para los Estados restantes. En otras palabras, si los Estados clasifican las reglas con un criterio de éxito a priori, los Estados grandes deberían preferir la Convención a la mayoría simple, mientras que los demás Estados preferirían la mayoría simple. Obsérvese que para Alemania la probabilidad de éxito es muy similar con estas dos reglas.

Así pues, si los Estados clasifican las normas con un criterio de éxito a priori, la clasificación suele ser la misma para todos los Estados, con algunas excepciones (en los Consejos N_6 y N_{25}).

Criterios probabilísticos: conclusiones resumidas

En el debate público, la elección de la regla en el Consejo se presenta a menudo como un juego de suma cero entre Estados. En concreto, se suele afirmar que los Estados grandes están cada vez menos representados o que han perdido poder en favor de los Estados medianos o pequeños. Del mismo modo, el debate previo a la cumbre de Niza se centró en el equilibrio de la representación entre Estados grandes, medianos y pequeños.

El análisis anterior ofrece un punto de vista diferente para comparar las reglas: Las probabilidades de éxito a priori (condicionales en un sentido u otro, o incondicionales) de cada estado se evalúan para las diferentes reglas.

[12] Una excepción es Luxemburgo, cuyo éxito a priori aumenta con las dos primeras ampliaciones. No obstante, recordemos que en el Consejo N_6, Luxemburgo tenía un puesto nulo. En el Consejo N_{10}, Luxemburgo, Irlanda y Dinamarca tenían escaños simétricos.

Se trata de valores absolutos[13] que pueden compararse a lo largo del tiempo y entre diferentes reglas.

El análisis lleva a las siguientes conclusiones (recordando la advertencia para cualquier interpretación descriptiva). La variación a lo largo del tiempo es similar para todos los Estados: una tendencia decreciente para el índice de integración o el éxito a priori, y una tendencia creciente para el índice de soberanía. La regla de la Convención invertiría esta tendencia para el índice de integración, el éxito a priori y el índice de soberanía. La regla de la Constitución aumentaría el índice de integración y disminuiría el índice de soberanía. En cuanto a la elección entre las tres nuevas reglas para el Consejo N_{25}, todos los Estados tienen el mayor índice de integración y el mayor éxito a priori bajo la regla de la Convención, y todos los Estados tienen el mayor índice de soberanía con la regla de Niza. Para ambos índices, la regla de la Constitución da valores intermedios a todos los Estados.

En efecto, es notable que la clasificación entre reglas según estos índices no depende del tamaño de los Estados: la clasificación entre reglas es idéntica para todos los Estados (con sólo dos excepciones). La diferencia en la clasificación entre reglas depende del criterio elegido (facilidad para aprobar propuestas, o índice de integración frente a índice de soberanía). Desde este punto de vista, la regla de la Constitución puede considerarse un compromiso entre la regla de Niza, más "soberanista" y menos confiada en la integración, y la regla de la Convención, más decididamente integracionista y menos celosa de la soberanía.

Por supuesto, las comparaciones interestatales también son relevantes. La posición relativa de un Estado en comparación con otro también es importante. En particular, queda la cuestión de evaluar las diferencias entre Estados. y su justificación en base a las diferencias de tamaño de la población. El igualitarismo y el utilitarismo ofrecen puntos de vista que permiten realizar comparaciones tanto desde el punto de vista de los Estados como de los ciudadanos.

3.2.2. Criterios basados en utilidades

Existe una conocida dualidad en la forma de ver el Consejo. A veces se le considera como un comité de Estados, de ahí las reglas de mayoría simple simétrica o de unanimidad para ciertos asuntos, y otras veces como un comité de representantes de sus respectivas poblaciones, de ahí las diferentes reglas de mayoría cualificada asimétrica. Por lo tanto, se aplican ambos los modelos.

En el primer modelo, cada miembro del comité actúa por su cuenta y tiene su propia función de utilidad. Según este modelo, para cualquier norma del Consejo, W_n^{EU}, la utilidad esperada a priori del estado *i* puede definirse como:

$$\bar{u}_i^{\lambda}(W_n^{EU}, p_n^*) = \lambda\Omega_i^{+}(W_n^{EU}, p_n^*) + (1-\lambda)\Omega_i^{-}(W_n^{EU}, p_n^*).$$

En el contexto europeo, λ puede interpretarse como la importancia concedida al "índice de integración" en relación con el "índice de soberanía": $\lambda > 0{,}5$ significa un punto de vista más *pro-integración*, mientras que $\lambda < 0.5$ significa un punto de vista más *pro-soberanía*. De hecho, se puede considerar que λ representa el "sesgo" de un estado entre estos dos extremos. si $\lambda = 0{,}5$ ambos puntos de vista son igualmente importantes y lo que importa es obtener el resultado preferido. La fórmula anterior presupone el mismo sesgo λ para todos los Estados.

En el segundo modelo, cada miembro del comité actúa en nombre de un grupo de diferente tamaño, en el que cada individuo tiene su propia función de utilidad. Sea $M(t)$ el conjunto de ciudadanos europeos en el año *t*, distribuidos en *n* Estados, $M(t) = M_1(t) \cup \ldots \cup M_n(t)$. Se supone que cada ministro del Consejo de la UE sigue la voluntad mayoritaria en su estado. O, lo que es lo mismo, las decisiones dentro del Estado *i* se toman por mayoría simple, que se denota por $W_{m_i}^{MS_t}$.

La regla compuesta

$$W_m^{EU_t} = W_n^{EU}\left[W_{m_1}^{MS_t}, \ldots, W_{m_n}^{MS_t}\right] \tag{25}$$

modela la toma de decisiones del Consejo de la UE como una decisión de los ciudadanos de la UE en dos fases. La utilidad esperada a priori del ciudadano k ($k \in M$) de la UE viene dada (suponiendo el mismo sesgo λ para

[13] La mayoría de los índices de potencia suelen expresarse en términos relativos, lo que hace que las comparaciones entre diferentes normas no sean sólidas.

todos los ciudadanos) por

$\bar{u}_i^\lambda(W_m^{EU_t}, p_m^*) = \lambda\Omega_k^+(W_m^{EU_t}, p_m^*) + (1-\lambda)\Omega_k^-(W_m^{EU_t}, p_m^*)$.

Principio de igualdad

El principio igualitario exige que a priori todos los votantes tengan la misma utilidad esperada. Las reglas simétricas aplican el principio. Así, la mayoría simple y la unanimidad satisfacen el principio igualitario a nivel estatal. La mayoría cualificada no lo hace: sólo los estados con escaños simétricos tienen las mismas expectativas de utilidad. Es decir, estados con el mismo número de votos o Luxemburgo, Dinamarca e Irlanda en el Consejo N_{10}.

Por supuesto, el objetivo de la mayoría cualificada es tener en cuenta las diferencias en términos de población, por lo que el principio igualitario debe comprobarse a nivel de los ciudadanos. Para cualquier par de ciudadanos k y l, obtenemos que el principio igualitario se satisface básicamente a nivel de los ciudadanos, sea cual sea la regla:

$\bar{u}_k^\lambda(W_m^{EU_t}, p_m^*) \simeq \bar{u}_l^\lambda(W_m^{EU_t}, p_m^*)$.

Adoptando algunas aproximaciones, la relación máxima entre dos ciudadanos, cualquiera que sea el año considerado y cualquiera que sea la importancia dada al índice de integración en relación con el índice de soberanía, es

$$\frac{\bar{u}_k^\lambda(W_m^{EU_t}, p_m^*)}{\bar{u}_l^\lambda(W_m^{EU_t}, p_m^*)} < 1 + \xi(t)$$

donde $\xi(t)$, dado por

$$\xi := \sqrt{\frac{2}{\pi Min_{i\in N} m_i}}$$

depende de la menor cifra de población en el año *t*. Para los años considerados, $\xi(t)$ es siempre menor que 0,0015, lo que significa que el ciudadano con la mayor utilidad esperada nunca tiene más del 0,15% que la utilidad esperada de cualquier otro ciudadano. En la Tabla 3.5 se da una cota superior $\delta(n)$ para cada *n* (es decir, cada periodo con un número determinado de estados), a saber,

$\delta(n) = Max_t[1 + \xi(t)]$,

donde se toma el máximo para los años *t* en los que el Consejo tenía *n* miembros.

Tabla 3.5. Relación máxima entre las utilidades esperadas de los ciudadanos (límite superior)

n =	*6*	*9*	*10*	*12*	*15*	*25*
$\delta(n)$	1,00143	1,00135	1,00132	1,00132	1,00125	1,00126

Comparación con la regla de la raíz cuadrada

Se puede calcular una relación similar para el índice de Banzhaf, es decir

$$\Delta(W_n^{EU}) = Max_t\left[\frac{Max_k Bz_k(W_m^{EU_t})}{Min_l Bz_l(W_m^{EU_t}}\right]$$

donde se toma el máximo para cualquier año *t* en el que el Consejo tenga *n* miembros. Los resultados figuran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Relación máxima entre los índices Banzhaf de los ciudadanos

n =	*6*	*9*	*10*	*12*	*15*	*25*
$\Delta(W_n^{MS})$	13,4	13,3	13	14,4	14,2	14,4
$\Delta(W_n^{MC})$	∞	1,78	3,75	2,02	2,87	-
$\Delta(W_n^{Ni})$	-	-	-	-	-	2,27
$\Delta(W_n^{Cs})$	-	-	-	-	-	4,35
$\Delta(W_n^{Cv})$	-	-	-	-	-	2,88
$\Delta(W_n^{U})$	13,4	13,3	13	14,4	14,2	14,4

Esta proporción no es ciertamente cercana a 1, (puede ser incluso infinita en el Consejo N_6), y es siempre mucho mayor que 2; (la única excepción es la mayoría cualificada en el Consejo N_9). Si la representación de los ciudadanos se midiera por el índice de Banzhaf, esto significaría grandes desigualdades entre los ciudadanos de los distintos estados. Durante los debates que siguieron al que siguieron al Tratado de Niza, algunos científicos afirmaron que "*El principio democrático básico de que el voto de cualquier ciudadano de un Estado miembro debe valer lo mismo que el de cualquier otro Estado miembro se ve severamente violado tanto en el sistema de votación del Tratado de Niza como en las reglas dadas en el proyecto de Constitución.*"[14]. La justificación de su demanda es básicamente esa, por ejemplo,

$$\Delta(W_{25}^{Ni}) = 2{,}27$$

$$\Delta(W_{25}^{Cs}) = 4{,}35,$$

y estos valores se consideraron demasiado grandes. Al centrarse en los índices de Banzhaf, su enfoque magnifica las diferencias entre los ciudadanos de distintos países. Como se argumentó allí, utilizar la probabilidad de ser decisivo como medida de la representación (es decir, del voto de cualquier ciudadano de la "*valía*" de un Estado miembro) en un entorno de "tómalo o déjalo" es engañoso. Estos valores deben compararse con la cifra correspondiente de la Tabla 3.5, que es

$$\delta(25) = 1{,}000126.$$

La razón por la que existe una diferencia tan grande entre estas cifras es clara: en el modelo probabilístico a priori, la utilidad esperada de un ciudadano depende sólo ligeramente de su capacidad de decisión.

Principio utilitario

Las reglas de votación que implementan el principio utilitario en diferentes condiciones fueron discutidas anteriormente. Aquí se consideran las reglas que se han utilizado realmente en el Consejo. Para comparar las reglas desde un punto de vista utilitario, el criterio es la suma[15] de las utilidades esperadas. Es decir, W es mejor que W' ($W \succ W'$) si

$$\sum_i \bar{u}_i^{\lambda}(W, p^*) > \sum_i \bar{u}_i^{\lambda}(W', p^*).$$

Esto puede aplicarse a nivel estatal o a nivel de los ciudadanos.

Si el Consejo se interpreta como un comité de "iguales", entonces

[14] Carta abierta dirigida a los gobiernos de los Estados miembros de la UE. La carta, así como la lista de científicos que la han firmado, puede encontrarse, por ejemplo, en www.esi2.us.es(mbilbao/pdffiles.letter.pdf

[15] Aquí sólo se comparan reglas con idéntico número de votantes. Si no es el caso, la utilidad media esperada sería un criterio mejor.

W^{MS} es la mejor regla si $\lambda \geq 0{,}5$,

W^{U} es la mejor regla si $\lambda = 0$.

Para $0 < \lambda < 0{,}5$, la regla del mejor utilitario (es decir, la regla de la mayoría $(1-\lambda)$) no se utiliza en el Consejo. Comparamos las utilidades esperadas para las tres reglas realmente utilizadas: W_n^{MS}, W_n^{MC} y W_n^{U}, y también W_{25}^{Ni}, W_{25}^{Cs} y W_{25}^{Cv} para el Consejo N_{25}.

Se detallan los cálculos para el Consejo N_6 a nivel estatal. Conectando los valores del éxito a priori y la facilidad a priori para aprobar propuestas (Tablas 3.1 y 3.4) se obtiene la utilidad esperada agregada para la mayoría simple, la mayoría cualificada y la unanimidad:

$\sum_{i \in N_6} \bar{u}_i^{\lambda} \, (W_6^{MS}, p_6^*) = 2{,}44 - 0{,}94\lambda$,

$\sum_{i \in N_6} \bar{u}_i^{\lambda} \, (W_6^{MC}, p_6^*) = 2{,}67 - 1{,}69\lambda$,

$\sum_{i \in N_6} \bar{u}_i^{\lambda} \, (W_6^{U}, p_6^*) = 3 - 2{,}91\lambda$.

La mayor suma se obtiene con la mayoría simple para $\lambda = 1$, y con la regla de la unanimidad para $\lambda = 0$. Para valores intermedios, a medida que λ aumenta de 0 a 1 (es decir, el peso relativo del índice de integración con respecto al índice de soberanía aumenta), el rendimiento de las tres reglas (W_6^{U}, W_6^{MC} y W_6^{MS}) se invierte. La comparación de estas sumas conduce a

$W_6^{U} \succ W_6^{MC} \succ W_6^{MS}$ si $\lambda < 0{,}27$,

$W_6^{U} \sim W_6^{MC} \succ W_6^{MS}$ si $\lambda = 0{,}27$,

$W_6^{MC} \succ W_6^{U} \succ W_6^{MS}$ si $0{,}27 < \lambda < 0{,}28$,

$W_6^{MC} \succ W_6^{U} \sim W_6^{MS}$ si $\lambda = 0{,}28$,

$W_6^{MC} \succ W_6^{MS} \succ W_6^{U}$ si $0{,}28 < \lambda < 0{,}31$,

$W_6^{MC} \sim W_6^{MS} \succ W_6^{U}$ si $\lambda = 0{,}31$,

$W_6^{MS} \succ W_6^{MC} \succ W_6^{U}$ si $\lambda > 0{,}31$.

Por lo tanto, se puede concluir que para el Consejo N_6, si la elección es entre mayoría simple, unanimidad y mayoría cualificada, el principio utilitario se satisface mejor con la unanimidad si $\lambda < 0{,}27$, con la mayoría cualificada sólo para λ dentro del estrecho intervalo $0{,}27 < \lambda < 0{,}31$, y por mayoría simple mayoría simple si $\lambda > 0{,}31$.

Se puede proceder de forma similar para los Consejos N_9, N_{10}, N_{12} y N_{15}. Los resultados pueden resumirse como sigue. Si la elección es entre mayoría simple, unanimidad y mayoría cualificada, el principio utilitario se satisface mejor con

W_n^{U} si $\lambda < a_n$,

W_n^{MC} para $a_n < \lambda < b_n$,

W_n^{MS} si $\lambda > b_n$.

con

$$a_9 = 0{,}27;\ a_{10} = 0{,}28;\ a_{12} = 0{,}27;\ a_{15} = 0{,}28$$

$$b_9 = 0{,}40;\ b_{10} = 0{,}37;\ b_{12} = 0{,}38;\ b_{15} = 0{,}42$$

Por lo tanto, los resultados cualitativos son similares en todos los casos: la mayoría simple es la mejor regla para un amplio rango de valores de λ (por encima de b_n, que está en torno a 0,40). La unanimidad es la mejor regla para un rango de valores de λ (por debajo de a_n, que está cerca de 0,30). Y la mayoría cualificada es mejor que la unanimidad y la mayoría simple sólo para un rango pequeño de valores de λ (a_n y b_n están bastante cerca).

Para el Consejo N_{25}, si la elección está entre la mayoría simple, la regla de la Convención, la regla de la Constitución, la regla de Niza y la unanimidad, el principio utilitario se satisface mejor por

W_{25}^{U} si $\lambda < 0{,}32$,

W_{25}^{Ni} para $0{,}32 < \lambda < 0{,}37$,

W_{25}^{Cs} para $0{,}37 < \lambda < 0{,}42$,

W_{25}^{Cv} para $0{,}42 < \lambda < 0{,}44$,

W_{25}^{MS} si $\lambda > 0{,}44$.

Obsérvese que la regla de la Constitución vuelve a ser una posición intermedia (en este caso el rango de λ para el que es la mejor) entre las reglas de Niza y de la Convención, como ocurría con los criterios basados en índices probabilísticos. De las tres reglas, la regla de la Constitución fue la finalmente elegida. Esto puede interpretarse como una elección basada en el principio utilitario (desde el punto de vista del Consejo como comité de "Estados iguales") en los siguientes términos: a la luz del modelo actual, la elección de la Unión Europea puede racionalizarse desde el punto de vista utilitario asumiendo que la visión común es una visión ligeramente sesgada a favor de la soberanía, con $0{,}37 < \lambda < 0{,}42$.

Se puede proceder de forma similar a nivel de los ciudadanos utilizando el modelo en el que el Consejo de la UE funciona como un órgano decisorio de los ciudadanos de la UE en dos fases. Ahora en (29) $W_m^{EU_t}$ puede ser $W_m^{MS_t}$, $W_m^{MC_t}$ o $W_m^{U_t}$ dependiendo de si la regla en el Consejo es la de mayoría simple, mayoría cualificada o unanimidad. Se obtiene que el principio utilitario se satisface mejor a nivel de los ciudadanos bajo

$W_m^{U_t}$ si $\lambda < a_m^t$,

$W_m^{MC_t}$ para $a_m^t < \lambda < b_m^t$,

$W_m^{MS_t}$ si $\lambda > b_m^t$,

con $a_m^t \in [0{,}499960, 0{,}499973]$, y $b_m^t \in [0{,}499987, 0{,}499992]$. Así, para cualquier año considerado, el intervalo en el que la mayoría cualificada es la mejor de las tres reglas es muy estrecho, ya que $a_m^t \simeq b_m^t \simeq 0{,}5$. Así pues, a nivel de los ciudadanos, de las reglas que se han utilizado en el Consejo, la que mejor satisface el principio utilitario es

$W_m^{U_t}$ si $\lambda < 0{,}5$

$W_m^{MS_t}$ si $\lambda \geq 0{,}5$.

En conclusión, la utilidad esperada agregada casi nunca es más alta bajo una mayoría cualificada (ya sea bajo la regla de Niza, la regla de la Convención o la regla de la Constitución para el Consejo N_{25}). De hecho, según el modelo a priori, a medida que aumenta el peso relativo otorgado al éxito positivo con respecto al negativo, en torno a $\lambda = 0{,}5$ se produce un cambio brusco, y la mayoría simple pasa a ser mejor que la unanimidad. Así, desde este punto de vista, la mayoría cualificada es un compromiso entre estos dos extremos que puede justificarse en términos de optimalidad sólo para un valor de λ cercano a 0,5, pero que tiene sentido como regla intermedia entre las dos reglas extremas entre las que cambia la optimidad en función del sesgo.

Criterios basados en las utilidades: conclusiones resumidas

Las reglas de unanimidad y mayoría simple aplican obviamente el principio igualitario a nivel estatal. A nivel de los ciudadanos, la utilidad esperada basada en el modelo a priori es básicamente la misma para todos los ciudadanos, independientemente de su nacionalidad. Por lo tanto, el principio igualitario se satisface básicamente a nivel de los ciudadanos para las diferentes normas. Desde el punto de vista utilitario, la mayoría cualificada (es decir, la regla de Niza, de la Constitución o de la Convención) es la mejor regla a nivel estatal sólo para un rango estrecho dentro de una visión ligeramente sesgada a favor de la soberanía (común a todos los Estados), y prácticamente nunca a nivel ciudadano. No obstante, las tres reglas de la mayoría cualificada tienen sentido como intermedias entre las dos reglas extremas, entre las que lo óptimo cambia en función del sesgo.

3.3. El Consejo como comité de negociación

Como ya se ha dicho, el Consejo funciona más bien como lo que se ha descrito como un comité de negociación. Las actas del Consejo sugieren que a menudo la votación formal tiene lugar una vez que el Consejo ha encontrado un acuerdo unánime. De hecho, la confirmación por parte de David Galloway[16] de que este es el caso muy a menudo en las decisiones tomadas por mayoría cualificada, junto con el hecho de que la redistribución de pesos en el Consejo es obviamente la cuestión más problemática en cada ampliación, están en el origen del modelo de los comités de negociación. También señaló[17] que "*los pesos importan porque los negociadores saben que pueden ser superados*". En referencia al modo en que suelen desarrollarse las negociaciones en el Consejo de la UE, Galloway también señaló la capacidad de los negociadores experimentados para "adivinar", en una determinada fase del proceso de negociación tras algunas rondas de negociación, "*dónde estará más o menos el acuerdo final*".

Para aplicar el modelo de los comités de negociación, suponemos que este "acuerdo final" es:

$$\Phi(B, W_n^{EU}) = Nash^{Sh(W_n^{EU})}(B),$$

es decir, el poder de negociación se mide (en el sentido teórico preciso de dar los pesos de la solución de negociación asimétrica de Nash) por el índice Shapley-Shubik. No hay argumentos concluyentes en apoyo de este índice en este contexto, dado que todo depende del protocolo de negociación. No obstante, se toma este índice como término de referencia en vista de que el protocolo subyacente que lo sustenta es muy sencillo.

La solución de negociación de Nash puede considerarse un compromiso entre los objetivos igualitarios y utilitarios. A nivel estatal, según este modelo la aplicación de la solución de Nash está garantizada por cualquier regla simétrica, en la que todos los estados tienen el mismo poder de negociación. En particular, la mayoría simple y la unanimidad satisfacen la condición

$$Sh_i(W_n^{MS}) = Sh_i(W_n^{U}) = \frac{1}{n}\ (para\ cualquier\ i \in N)$$

Bajo la mayoría cualificada, los estados con escaños simétricos tienen el mismo poder de negociación, pero en general los diferentes estados tienen diferentes poderes de negociación como se muestra en la Tabla 3.7. Por lo tanto, se puede decir que bajo la mayoría simple y bajo la unanimidad se puede esperar que el acuerdo final que se debe alcanzar sea un compromiso entre el igualitarismo y el utilitarismo a nivel estatal.

Tabla 3.7. Índice Shapley-Shubik para la mayoría cualificada

$W_{n=6,9,10,12,15,25}^{MC}$	W_6^{MC}	W_9^{MC}	W_{10}^{MC}	W_{12}^{MC}	W_{15}^{MC}	W_{25}^{Ni}	W_{25}^{Cs}	W_{25}^{Cv}
Alemania	0,233	0,179	0,174	0,134	0,117	0,093	0,157	0,163
Reino Unido	-	0,179	0,174	0,134	0,117	0,093	0,104	0,113
Francia	0,233	0,179	0,174	0,134	0,117	0,093	0,103	0,112
Italia	0,233	0,179	0,174	0,134	0,117	0,093	0,100	0,108
España	-	-	-	0,111	0,095	0,086	0,072	0,081
Polonia	-	-	-	-	-	0,086	0,067	0,075
Países Bajos	0,150	0,081	0,071	0,064	0,055	0,040	0,035	0,034
Grecia	-	-	0,071	0,064	0,055	0,036	0,027	0,026

[16] Un experimentado profesional de la UE, que trabaja para el Consejo desde hace 20 años.
[17] En el curso de una entrevista cara a cara el 23/06/02.

República Checa	-	-	-	-	-	0,036	0,027	0,025
Bélgica	0,150	0,081	0,071	0,064	0,055	0,036	0,027	0,025
Hungría	-	-	-	-	-	0,036	0,026	0,024
Portugal	-	-	-	0,064	0,055	0,036	0,026	0,024
Suecia	-	-	-	-	0,045	0,030	0,025	0,022
Austria	-	-	-	-	0,045	0,030	0,023	0,021
Eslovaquia	-	-	-	-	-	0,021	0,020	0,017
Dinamarca	-	0,057	0,030	0,043	0,035	0,021	0,020	0,017
Finlandia	-	-	-	-	0,035	0,021	0,020	0,017
Irlanda	-	0,057	0,030	0,043	0,035	0,021	0,018	0,015
Lituania	-	-	-	-	-	0,021	0,017	0,014
Letonia	-	-	-	-	-	0,012	0,016	0,012
Eslovenia	-	-	-	-	-	0,012	0,015	0,012
Estonia	-	-	-	-	-	0,012	0,014	0,011
Chipre	-	-	-	-	-	0,012	0,013	0,010
Luxemburgo	0	0,009	0,030	0,012	0,021	0,012	0,013	0,010
Malta	-	-	-	-	-	0,009	0,013	0.010

Por supuesto, el objetivo de la mayoría cualificada es tener en cuenta las diferencias en términos de población entre los distintos estados. Para una evaluación desde este punto de vista, utilizamos el modelo de una comisión negociadora de representantes. Con la notación introducida en el apartado 3.2.2, sea $M(t)$ el conjunto de ciudadanos europeos en el año *t*, distribuidos en *n* estados, $M(t) = M_1(t) \cup \ldots \cup M_n(t)$. Así, cada ministro *i* representa un grupo de tamaño $m_i(t)$ en el Consejo de la UE. Entonces la regla "neutral" en el Consejo, según el modelo de la regla de voto neutral en un comité de representantes, sería tal que el poder de negociación de cualquier estado es proporcional al tamaño del grupo que representa. Es decir, tal que

$$\frac{Sh_i(W_n^{EU})}{m_i(t)} = \frac{Sh_j(W_n^{EU})}{m_j(t)}$$

para dos países cualesquiera *i, j*. Si la regla satisface esta propiedad, cualquier ciudadano es indiferente entre negociar directamente en $M(t)$, o dejar la negociación en manos de su ministro.

La mayoría simple y la unanimidad serían neutrales si la población fuera la misma en todos los estados. La Tabla 3.8 muestra el poder de negociación de los estados dividido por la población para algunos años (1958, 1973, 1981, 1986, 1995 y 2004) para estas dos reglas simétricas.

Tabla 3.8. Índice de Shapley-Shubik/relación de población para reglas simétricas

	$[Sh_i(W)/m_i(t)] * 10^9, W = W_n^{MS}\ o\ W_n^U$					
	1958	**1973**	**1981**	**1986**	**1995**	**2004**
Alemania	3,1	1,8	1,6	1,4	0,8	0,5
Reino Unido	-	2,1	1,9	1,5	1,1	0,7
Francia	3,7	2	1,8	1,5	1,2	0,7
Italia	3,4	2	-	1,5	1,2	0,7
España	-	-	-	2,2	1,7	0,9
Polonia	-	-	7	-	-	1
Países Bajos	15	8,3	7	5,7	4,3	2,5
Grecia	-	-	10	8,5	6,6	3,6
República Checa	-	-	-	-	-	3,8
Bélgica	18	11	10	8,4	6,4	3,8
Hungría	-	-	-	-	-	3,9
Portugal	-	-	-	8,3	6,7	4
Suecia	-	-	-	-	7,6	4,5
Austria	-	-	-	-	8,3	4,9
Eslovaquia	-	-	-	-	-	7,4
Dinamarca	-	22	20	16	13	7,4
Finlandia	-	-	-	-	19	7,7
Irlanda	-	36	29	24	13	9,9
Lituania	-	-	-	-	-	12
Letonia	-	-	-	-	-	17
Eslovenia	-	-	-	-	-	20
Estonia	-	-	-	-	-	30
Chipre	-	-	-	-	-	55
Luxemburgo	540	320	270	230	160	89
Malta	-	-	-	-	-	100

Obsérvese que, aunque la población varía entre las ampliaciones y los años elegidos para los cálculos son los de las ampliaciones, cualitativamente los resultados no cambian entre las fechas mencionadas (con la excepción de la reunificación alemana, véase más adelante). Como es de esperar, se puede observar que estos ratios distan mucho de ser iguales, y son mucho mayores para los Estados pequeños que para los grandes. Un ciudadano de un Estado pequeño se ve favorecido por la representación, mientras que lo contrario ocurre con los ciudadanos de Estados grandes.

La Tabla 3.9 presenta los mismos ratios para la mayoría cualificada en los mismos años. La Tabla 3.9 requiere los siguientes comentarios. Como es de esperar, las diferencias con las reglas simétricas son mucho mayores que con la mayoría cualificada. No obstante, siguen siendo considerables para la mayoría cualificada. Los estados grandes siguen teniendo una proporción menor que los estados pequeños. Por tanto, los Estados pequeños se ven relativamente favorecidos. La premisa de que cuanto mayor sea el Estado menor será la proporción, se cumple con las siguientes excepciones: Luxemburgo en el Consejo N_6, Dinamarca en el Consejo N_{10}, Suecia en el Consejo N_{12} y Alemania en el Consejo N_{25} por la regla de la Constitución y la regla de la Convención.

Tabla 3.9. Índice de Shapley-Shubik/relación de población para la mayoría cualificada

	$[Sh_i(W_n^{MC})/m_i(t)] * 10^9$							
	1958	**1973**	**1981**	**1986**	**1995**	**2004**		
						Ni	***Cs***	***Cv***
Alemania	4,3	2,9	2,8	2,2	1,4	1,1	1,9	2
Reino Unido	-	3,4	3,2	2,4	2	1,5	1,7	1,9
Francia	5,2	3,3	3,1	2,4	2	1,6	1,7	1,9
Italia	4,7	3,2	3,1	2,4	2	1,6	1,7	1,9
España	-	-	-	2,9	2,4	2	1,7	1,9
Polonia	-	-	-	-	-	2,3	1,7	2
Países Bajos	14	6	5	4,4	3,6	2,4	2,1	2,1
Grecia	-	-	7,2	6,5	5,4	3,3	2,5	2,3
República Checa	-	-	-	-	-	3,5	2,6	2,4
Bélgica	17	8,3	7,4	6,4	5,3	3,5	2,6	2,4
Hungría	-	-	-	-	-	3,6	2,6	2,4
Portugal	-	-	-	6,4	5,6	3,6	2,6	2,4
Suecia	-	-	-	-	5,1	3,4	2,8	2,5
Austria	-	-	-	-	5,6	3,7	2,9	2,6
Eslovaquia	-	-	-	-	-	3,9	3,7	3,2
Dinamarca	-	11	5,9	8,3	6,8	3,9	3,7	3,2

Finlandia	-	-	-	-	6,9	4	3,7	3,2
Irlanda	-	18	8,8	12	9,8	5,2	4,5	3,7
Lituania	-	-	-	-	-	6,1	5	4,1
Letonia	-	-	-	-	-	5,1	6,7	5,4
Eslovenia	-	-	-	-	-	6	7,6	6
Estonia	-	-	-	-	-	8,8	11	8,2
Chipre	-	-	-	-	-	16	18	14
Luxemburgo	0	27	83	32	51	26	29	22
Malta	-	-	-	-	-	22	33	24

Estas proporciones cuestionan el sistema de "*clusters*" (que otorga las mismas ponderaciones y, por tanto, el mismo poder de negociación a los distintos Estados). Las cifras de población de Francia, Italia y el Reino Unido son lo suficientemente similares como para que se les asigne el mismo número de votos al menos desde 1981, pero la población de Alemania justificaría un mayor poder de negociación, especialmente desde la reunificación; (entre 1989 y 1990, año de la reunificación de Alemania, la proporción baja de $2{,}2 * 10^{-9}$ a $1{,}7 * 10^{-9}$). También la población de los Países Bajos justificaría situarla en un grupo diferente al de Bélgica (especialmente desde 1981). Lo mismo puede decirse de Irlanda y Dinamarca.

No tiene sentido comparar la variación a lo largo del tiempo del ratio para un estado (porque se comparan medidas relativas que disminuyen principalmente cuando se añaden miembros, ya que las medidas se dividen por poblaciones que aumentan). Más interesante es la variación en el tiempo de la dispersión de los ratios. No se puede decir que esta dispersión disminuya con el tiempo. También es significativo comparar la regla de Niza, la regla de la Constitución y la regla de la Convención. Los coeficientes de los Estados grandes son mayores con la regla de la Convención que con las demás reglas, mientras que los coeficientes de los Estados pequeños (a excepción de Malta) son menores con la regla de la Convención. Esto significa que la dispersión de la proporción es menor con la regla de la Convención que con las otras reglas, lo que a su vez significa que ésta es la mejor regla desde este punto de vista. En la comparación entre la regla de la Constitución y la regla de Niza hay que señalar que las diferencias de ratio entre los Estados grandes y medianos son menores (tanto en términos relativos como absolutos) con la regla de la Constitución, lo que la convierte en la mejor candidata. Sin embargo, las diferencias entre los Estados grandes y los pequeños no son claramente menores con la regla de la Constitución.

En resumen, el modelo de comité de negociación apoya la conclusión de que los estados medianos y pequeños están sobrerrepresentados en comparación con los grandes. De las diferentes reglas que se propusieron para el Consejo N_{25}, la regla de la Convención es sin duda la mejor, en el sentido de que la dispersión en la proporción es la menor. También desde este punto de vista, la regla de la Constitución puede considerarse hasta cierto punto como intermedia entre la regla de Niza y la regla de la Convención.

Para concluir, cabe preguntarse si la sobrerrepresentación de los Estados medianos y pequeños puede interpretarse como pura generosidad por parte de los Estados miembros más grandes. Posiblemente no. El punto de vista para esta valoración de tales desviaciones lo proporciona un modelo en el que la única fuente de asimetría es la diferencia de cifras de población; en otras palabras, un modelo en el que las cifras de población son la única fuente de poder de negociación. La desviación (notablemente sistemática: cuanto más grande es el país, más se reduce la proporción "debida") de estas proporciones puede estar relacionada con el hecho de que ésta no es la única fuente de poder de negociación efectivo. Los Estados más grandes también pueden disponer de otros medios para aumentar su poder de negociación efectivo.

4 CONCLUSIONES

La creación de empleo y el crecimiento económico dependen significativamente del comercio de bienes y servicios. En la actualidad, la Unión es una de las principales economías del mundo y su producto interior bruto representa más del 20% del PIB mundial. Sin embargo, se estima que el 90% del crecimiento mundial en los próximos años tendrá lugar fuera de sus fronteras. En la UE, alrededor de 35 millones de empleos están vinculados al comercio exterior. Como consecuencia, el comercio supone una prioridad fundamental para la Unión como impulsor para su crecimiento económico.

El Consejo Europeo tiene como objetivo el establecimiento de un sistema comercial multilateral sólido y basado en normas que favorezca la integración de todos los países en la economía mundial. La política comercial de la UE se acompaña de una comunicación eficaz y transparente con los ciudadanos acerca de los retos y oportunidades del comercio y de los mercados abiertos.

La política comercial es competencia exclusiva de la Unión. Es por ello que la UE (y no los Estados miembros) es responsable tanto de la legislación en materia de cuestiones comerciales como del establecimiento de acuerdos comerciales internacionales. En el caso de que un acuerdo contenga cuestiones de responsabilidad mixta, resulta imprescindible que los Estados miembros manifiesten su conformidad ante el Consejo.

En el contexto del comercio mundial, en lugar de aplicar diferentes estrategias comerciales independientes, la UE actúa en representación de los Estados miembros como una entidad única, reforzando su posición en la escena mundial.

La UE gestiona sus relaciones comerciales (tanto bilaterales como multilaterales) mediante acuerdos comerciales que persiguen mejorar las oportunidades comerciales mediante la supresión progresiva de los obstáculos al comercio internacional.

Con el objeto de proteger a los productores de los Estados miembros, la UE se sirve de normativa comercial como mecanismo de defensa para asegurar que los productos importados (independientemente de su lugar de procedencia) se vendan a un precio justo y equitativo dentro del mercado europeo, evitando la competencia desleal por parte de empresas extranjeras.

El objetivo fundamental de este trabajo ha sido plantear las bases para modelizar las negociaciones, las cuales pueden ser muy costosas, entre los países de la Unión Europea y el resto de países que tengan vinculación política y comercial.

Esto se ha hecho via juegos no cooperativos y la teoría de la negociación.

REFERENCIAS

[1] Alonso, J.A. (2001). La ética en la empresa. Cedial 2001. http://www.webmastercedial.org.last.updated/: 5 apr. 2001. Universidad Autónoma de Asunción. Colaborador Invitado

[2] Ayala, L. (2002). Teoría de Juegos. Internet. http://www.teoriadejuegos.top.location.href.

[3] Bennis , W. (1990). Cómo llegar a ser líder. Grupo Editorial Norma. Traducción. Jorge Cárdenas Nannetti. Colombia.

[4] Blanchard, K. y otros (1997). Administración por valores. Traducción jorge Cárdenas Nannetti. Grupo Editorial Norma. Colombia.

[5] Bolman, L. y Deal T. (1995). Organización y liderazgo. Editorial Addisonn - Wesley Iberoamericana, S.A. Estados Unidos.

[6] Brenson, G. (2000). Responsabilidad Social Corporativa. Mitos y estrategias de la Adaptación Laboral. Fundación Neo- Humanista. http://www. El camino organizacional al siglo xxi. htm.Internet (consultado 09/26/2000).

[7] Buckley, J. (2000). Cómo crecer con ventaja competitiva. El valor real de la tecnología. Editorial. Mc Graw Hill Interamericana, S.A. Traducción. Leonardo Cano. Colombia.

[8] Cortina, A. (2000). Adela Cortina. Etica en las empresas. Internet. http://www adela Cortina (consultado 09/26/2000).

[9] Cortina, A. (1996). Etica de la Empresa. Editorial Trotta. Madrid.

[10] Dalla, J. (1999). El imperativo ético. Porque el liderazgo moral es un buen negocio. Editorial Paidós - Empresa Barcelona. España.

[11] Drucker, Peter (1993). Gerencia para el futuro. Grupo editorial norma. Colombia.

[12] Laurelle, A. and M. Widgrén (1988), Is the allocation of Voting Power Among the EU States Fair?

[13] Taylor, A. D., and W. S. Zwicker (1992), A Charactherization of Weighted Voting, Proceedings of the American Mathematical Society.

[14] Esqueda, Paul (1999). ¿Conflicto o negociación? IESA Debates. Volumen V. No 2 Octubre - Diciembre 1999.

[15] Etkin, J. (1993). La doble moral de las organizaciones. Edit. McGraw Hill. Madrid.

[16] Floyd, S. y B. Wooldridge (1997). La gerencia Intermedia. Edit. Prentice may. México.

[17] García y Dolan (1997). Dirección por valores. Edit. McGraw Hill. Madrid.

[18] Garfiel, Ch. (1992). Los empleados son primero. Mc Graw Hill. México.

[19] Gordon, J. (1997). Comportamiento Organizacional. Ediciones. Editorial Prentice Hay hispanoamericana, S.A. México. 5ta. Edición.

[20] Granell, E. y otros (2000). Éxito gerencial y cultural. Ediciones IESA. Tercera reimpresión. Editorial Torino. Caracas.

[21] Granell de Aldaz, E. (1999). Las múltiples caras del conflicto en las organizaciones. ¿Gerentes y negociadores? Revista debates IESA. Volumen V. No 2. Octubre – Diciembre 1999.

[22] Laurelle, A., and F. Valenciano (2007), Bargaining Committees as an Extension of Nash's Bargaining Theory, Journal of Economic Theory

[23] Laurelle, A. and F. Valenciano (2008) Bargaining in Committees of Representatives: the "Neutral" Voting Rule, Journal of Theoretical Politics

[24] Laurelle, A. and F. Valenciano (2008), Cooperative Bargaining Foundations of the Shapley-Shubik Index, Games and Economic Behavior

[25] Laurelle, A. and F. Valenciano (2008), Non-Cooperative Foundations of Bargaining Power in Committees, Games and Economic Behavior

[26] Mc Farland, L. y otros (1996). Liderazgo para el siglo XXI. Mc Graw Hill. Colombia.

[27] Palacios, N. (2001) Pero... ¿ qué será lo que quiere usted? ¿ Competir o Cooperar? (IVa) y IVb). Proyecto Bid- CCB, Una visión Racional Y estratégica de la Negociación. Capítulo 3 Bogotá (1999). Internet. http:// www.geociies.com/negoiazion/neg9.html.

[28] Temas de Negociación. Teoría de Juegos. Aplicaciones de la teoría de juegos (I) Los juegos como dilema. http://www.geocities.com/negoziazion/neg9.html

[29] Temas de Negociación. Teoría de Juegos. Aplicaciones de la teoría de juegos. El dilema del prisionero (II). http://www.geocities.com/negoziazion/neg9.html

[30] Binmore, K. (2007), Playing for Real. A Text on Game Theory, New York, Oxford University Press

[31] Laurelle, A., R. Martínez and F. Valenciano (2004), On the Difficulty of Making Decisions within the EU-25, International Journal of Organization Theory and Behavior

[32] Pero... ¿qué será lo que quiere usted? (IIb) La Exploración de las necesidades y los intereses. http: //www.geocities.com/negoziazion/ neg9.html

[33] Pero... ¿qué será lo que quiere usted? (Ia), (Ib) Supere la negociación basada en posiciones. http: //www.geocities.com/negoziazion/neg9.html

[34] Laurelle, A. and F. Valenciano (2001), Shapley-Shubik and Banzhaf Indices Revisited, Mathematics of Operations Research

[35] Temas de negociación. Pero... qué será lo que quiere usted? (III), (IIIa), (IIIb), (IIIc). Las Prioridades. http://www.geocities.com/negoziazion/neg9.html

[36] Rees, Fran (1999). El liderazgo en los grupos de trabajo. Tercera reimpresión. Traducción Antonio Eroles Gómez. Panorama Editorial, S.A. de México.

[37] Serna, H. (2000). Mercadeo interno. Estrategias para Gerenciar la cultura empresarial. 3R editores. Temas gerenciales. Santa Fé de Bogotá.

[38] Leech, D. (2002), Designing the Voting System for the EU Council of Ministers, Public Choice.

[39] Siliceo y otros (1999). Liderzazo, valores y cultura Organizacional. Ediciones Mc Graw Hill. Serie Alta Dirección. México.

[40] Wholiham, J. (2001). Etica de los negocios. Economía Global y educación.

[41] Galloway, D. (2001) The Treaty of Nice and Beyond: Realities and Illusions of Power in the EU

[42] Yip, G. (1994). Globalización. Estrategias para obtener una ventaja competitiva internacional.