

PROGRAMA

DEL

EXAMEN PÚBLICO,

QUE CELEBRARÁN LOS ALUMNOS
DE LAS ESCUELAS GRATUITAS

ESTABLECIDAS POR EL ILUSTRE CONSULADO

DE LA NOBLE VILLA DE BILBAO,

en los días 4 y 5 de Julio de 1820,

*desde las 9 $\frac{1}{2}$ horas de la mañana, en la sala
de Contratacion del mismo Consulado.*

EN BILBAO:

POR

DON PEDRO ANTONIO DE APRAIZ,

1820.



CLASE DE MATEMÁTICAS.

Álgebra.

Qué es álgebra.

De qué artificio se vale el álgebra para resolver las cuestiones.

Qué es fórmula.

Cuáles son las principales ventajas del lenguaje algebraico.

Qué es coeficiente; qué es esponente.

Qué es término, qué es polinomio, binomio, trinomio &c. qué es monomio.

Qué son términos semejantes, y cómo se reducen.

Cómo se espresa la suma y resta de las cantidades algebraicas.

Cómo se escriben varios términos con diferente signo del que tienen.

Cómo se multiplican los monomios.

Cómo se multiplican dos polinomios.

Á qué es igual el cuadrado y el cubo de un polinomio.

La suma de dos cantidades multiplicada por su diferencia produce la diferencia de sus cuadrados.

Qué forma tienen los productos de varios factores binomios, cuya primer parte sea la misma, y la segunda diferente.

Cómo se parten los monomios.

Cómo se parten los polinomios.

Qué se hace cuando varios términos contienen la letra, que ordena, en un mismo grado de potencia.

La diferencia de dos potencias de un mismo grado es divisible por la diferencia de sus raíces.

Qué cociente produce una potencia disminuida en una unidad, partida por su raíz disminuida tambien en una unidad.

Qué residuo deja la particion de un polinomio ordenado con respecto á x , si se parte por $x - a$.

Cómo se calculan los quebrados algebraicos.

Si un polinomio es divisible por un factor independiente de la letra que lo ordena, dicho factor ha de ser comun á todos los términos del polinomio.

El máximo comun divisor de dos cantidades no se altera, aunque una de ellas se multiplique ó parta por un factor primo con la otra.

Cómo se busca el mayor divisor comun de dos cantidades algebraicas; y en qué se conoce que son primas entre sí.

Ecuaciones de primer grado con una sola incógnita.

Qué son ecuaciones de primero, segundo, tercero, &c. grado.

De qué partes consta la resolucion de un problema.

Qué regla hay para poner un problema en ecuacion.

Cómo se despeja la incógnita en una ecuacion de primer grado.

Qué ventajas trae espresar generalmente los datos del problema.

La incógnita no puede tener mas que un valor en una ecuacion de primer grado.

Problemas de primer grado.

1.º Dadas la suma y la diferencia de dos cantidades, determinar el valor de dichas cantidades.

2.º Dadas las edades de un padre y de un hijo,

determinar el número de años que deberán vivir, para que la edad del padre sea m número de veces mayor que la del hijo.

3.º Dados los tiempos, que tardará cada una de dos fuentes en llenar un estanque, cuánto tardarán en llenarle las dos corriendo á la par.

4.º Uno reparte su hacienda de modo, que al primero de sus hijos toque a y la parte p del resto; al segundo, $2a$ y la parte p del resto, al tercero, $3a$ y la parte p del resto &c.: todos salen con partes iguales. ¿Cuánta era la hacienda; cuántos eran los hijos; y cuánto tocó á cada uno?

5.º Un comerciante emplea todos los años tres mil duros en el gasto de su casa; pero en virtud de su comercio aumenta cada año su caudal en el tercio de lo que le queda, deducido aqnel gasto. Al cabo de tres años ha doblado su caudal. ¿Cuánto era al principio? Generalizar este problema.

En toda ecuacion del primer grado la incógnita puede representarse por el cociente de dos diferencias.

Qué interpretación debe darse al valor de la incógnita: 1.º Cuando ambas diferencias son positivas: 2.º Cuando ambas son negativas: 3.º Cuando una es positiva y otra negativa: 4.º Cuando el denominador es cero: 5.º Cuando el valor de la incógnita es $\frac{0}{0}$.

Cuándo es un problema determinado, y cuándo indeterminado.

PROBLEMAS DETERMINADOS

con muchas incógnitas.

Qué es necesario para que sea determinado un problema, que tiene muchas incógnitas.

¿Qué es eliminar una incógnita.

Explicar los tres métodos que hay para resolver los problemas determinados de muchas incógnitas.

Se han comprado tres caballos; el valor del 1.º sumado con la mitad de los valores de los otros dos, compone 25 doblones: el valor del 2.º con el tercio de la suma de los otros dos compone 26 doblones: el valor del 3.º con la mitad de la suma de los otros dos compone 29 doblones. ¿Cuánto vale cada caballo?

En una villa hay 600 habitantes repartidos en 4 barrios: la población del 1.º es doble de la del 4.º: en el 2.º y 3.º reunidos hay tantos habitantes como en el 1.º y 4.º La población del 3.º barrio es $\frac{5}{7}$ de la del 2.º ¿Cuántos habitantes hay en cada barrio?

Se encargó á un arriero la conduccion de varios vasos de tres diferentes tamaños, á condicion de que págase por cada vaso que rompiese una cantidad igual al precio de su conduccion. Hizo tres viages: en el 1.º transportó 5 vasos pequeños, 6 medianos y 9 grandes; rompió los pequeños, y recibió por precio de la conduccion 68 reales. En el 2.º viage transportó 12 pequeños, 4 medianos y 10 grandes, rompió los medianos, y recibió 68 reales. En el 3.º viage transportó 16 vasos pequeños, 10 medianos y 3 grandes, rompió los grandes y recibió 54 reales. ¿Cuál era el precio de conduccion de cada especie de vasos?

¿Qué es regla de aligacion: qué es precio medio.

Hallar el precio medio de dos especies mezcladas.

Dado el precio medio hallar las cantidades, que se han de mezclar de las dos especies.

Dada la cantidad y precio de la mezcla de dos especies, determinar las cantidades, que se han de tomar de cada una.

Qué se hace cuando las especies mezcladas son mas de dos.

Mezclando 72 marcos de plata de $11 \frac{1}{2}$ dineros de ley con 46 de 9 dineros, ¿qué ley tendrá la plata de de la mezcla?

Con vino de á 6, de á 9, de á 10, de á 15 y de á 19 reales mezclados, sacar vino de á 14 reales.

Se han dado 10 libras de oro para hacer una corona, y se sabe que han mezclado plata con el oro: ¿cómo se determinará la cantidad de plata que han introducido en la corona?

Problemas indeterminados.

Cuándo son indeterminados los problemas.

Qué sucede en los problemas, que tienen mas ecuaciones que incógnitas.

Demostrar que el cuádruplo del producto de dos cantidades es igual al cuadrado de su suma menos el cuadrado de su diferencia.

Cómo se resuelve en números enteros una ecuacion indeterminada con dos incógnitas.

Qué se hace cuando el número de incognitas excede en una unidad al de ecuaciones.

Qué se hace cuando la ecuacion final contiene tres incógnitas.

Se ha comprado una librería compuesta de 1000 volúmenes en 2190 duros. Los libros de á folio se han vendido á 6 duros; los en cuarto á 3 duros y los en octavo á 30 reales: ¿cuántos volúmenes hay de cada tamaño?

¿De cuántas maneras se pueden pagar 19 duros con monedas de á 5, de á 10 y de á 11 reales.

Las hojas de un libro, contadas 3 á 3, salen cabales:

contadas 7 á 7, sobra 1, y contadas 10 á 10, sobran 6 se sabe que el libro tiene de 200 á 300 hojas; ¿cuántas hojas tiene?

Potencias y raices de las cantidades Algebraicas.

Cómo se elevan las cantidades monomias á sus potencias, y como se extraen de ellas sus raices.

Qué son cantidades imaginarias y qué indican.

Cómo se eleva á una potencia ó se extrae una raiz, cuándo el índice es descomponible en factores.

Cómo se reduce un radical, 1.º cuando los esponentes de los factores, que tiene debajo, y el índice del radical tienen algun factor comun. 2.º cuando debajo del radical hay algun factor conmensurable.

Cómo se multiplican y parten los radicales de un mismo grado, ó de diferente grado.

Cómo se multiplican los imaginarios de 2.º grado.

Demostrar que el producto de dos polinomios, en parte reales y en parte imaginarios, y que solo se diferencien en el signo del radical imaginario, es real.

Á qué equivale una cantidad cuyo esponente es cero, ó negativo.

Cómo se traslada un factor de un término del quebrado al otro.

Las reglas de los esponentes positivos sirven tambien para los negativos en el cálculo algebraico.

Qué representa una cantidad con esponente fraccionario.

Las reglas de los esponentes enteros sirven tambien para los fraccionarios en el cálculo algebraico.

Cómo se calculan los radicales por medio de los esponentes fraccionarios.

Cómo se extraen las raices cuadrada y cúbica de los polinomios.

Ecuaciones de 2.º grado.

Qué son ecuaciones de 2.º grado.

Cuál es la forma general de estas ecuaciones; y cómo se reduce á dicha forma cualquier ecuacion de 2.º grado.

Toda ecuacion de 2.º grado tiene dos valores de la incógnita, que la satisfacen.

Qué son raíces de una ecuacion de 2.º grado; y qué propiedad tienen.

Cómo se resuelve una ecuacion de 2.º grado.

Cómo se conoce la naturaleza de las raíces de una ecuacion propuesta de 2.º grado sin resolverla.

Problemas. I. Dividir un número en dos partes tales, que un múltiplo determinado de la primera, multiplicado por otro múltiplo determinado de la segunda dé un producto determinado.

Aplicar la fórmula de este problema al siguiente: dada la suma y el producto de dos números, hallar el valor de dichos números; y por este resolver la cuestion siguiente: Dos hicieron compañía; se conoce la puesta del primero y la ganancia del segundo; se conoce tambien la suma de puestas y ganancias; y se pide la ganancia del primero y la puesta del segundo.

II. Hallar dos números dada su suma y la de sus cubos, ó dada su diferencia y la de sus cubos.

III. Hallar dos números dada la diferencia de sus cuartas potencias, y la suma ó diferencia de sus cuadrados.

Cálculo esponencial: límites.

Qué es cálculo esponencial, qué es cantidad esponencial.

Cómo se despeja un esponente incógnito.
 Qué es cantidad variable; qué es cantidad constante.

Qué es límite de una cantidad variable.

Si dos cantidades variables son iguales en cualquier punto de su aproximacion á sus límites, sus límites serán iguales.

Aplicaciones del Álgebra elemental.

De estas cinco cosas, el primer término, el último, la diferencia, el número de términos, y la suma de una progresion aritmética, dadas tres, determinar las otras dos.

De estas cinco cosas, el primer término, el último, el cociente, el número de términos, y la suma de una progresion geométrica, dadas tres, determinar las otras dos.

De estas cinco cosas, el capital impuesto á interes compuesto, el tanto por ciento, el número de años, y la suma de capital y réditos, dadas tres, determinar la cuarta.

Qué es anualidad.

De estas cinco cosas, el capital, el tanto por ciento, la anualidad, el número de años, y lo que se debe del capital al cabo de dicho tiempo, dadas cuatro, determinar la quinta.

Cuáles son las fórmulas, que resuelven los problemas de anualidades, cuando se supone extinguido el capital al cabo de cierto número de años.

De estas cuatro cosas, el número primitivo de habitantes de un pais, la razon del aumento anual, el número de habitantes, que hay al cabo de cierto número de años, y este número de años, dadas tres, determinar la cuarta.

GEOMETRÍA.

De dos contornos convexos es mayor el que se separa más de la recta, que une sus extremos.

Al mayor arco corresponde mayor cuerda; y al contrario.

Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos descritos desde sus vértices con un mismo radio.

Los ángulos adyacentes suman dos rectos, y al contrario.

La perpendicular es la recta mas corta, que se puede tirar desde un punto á una recta, y al contrario.

Todos los puntos equidistantes de los extremos de una recta están en la perpendicular levantada en su mitad.

Tirar una perpendicular á una recta dada por cualquier punto.

Dos rectas son paralelas, 1.º si son perpendiculares á una misma. 2.º si forman con otra tercera ángulos de contraria posicion, ó de una misma posicion iguales. 3.º si es igual á dos rectos la suma de los ángulos internos de un mismo lado, que forman con otra tercera; y al contrario.

El radio perpendicular á una cuerda, la biseca á ella y á su arco.

Tirar una circunferencia por tres puntos dados.

El radio, tirado al punto de contacto, es perpendicular á la tangente.

La perpendicular al radio en su extremo es tangente del círculo.

Si dos circunferencias tienen un punto comun fuera de la recta, que une sus centros, se han de cortar en dos puntos.

Qué fórmulas determinan la interseccion de dos círculos.

Por un punto dado tirar una circunferencia, que toque á otra dada en un punto dado.

Dado un círculo y una recta, describir otro círculo, que toque al dado, tenga su centro en la recta, y pase por un punto dado de ella.

La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos rectos.

En qué casos son iguales dos triángulos.

Describir un triángulo dadas tres de sus partes.

Cuáles son las propiedades del triángulo isósceles.

Al mayor lado se opone mayor ángulo, y al contrario.

La cuerda mayor dista menos del centro, y al contrario.

Cómo se mide el ángulo inscripto y el del segmento.

Desde un punto tirar una tangente á un círculo.

Formar sobre una recta un segmento de círculo capaz de un ángulo dado.

Tres paralelas cortan á dos rectas proporcionalmente.

La recta paralela á un lado de un triángulo corta los otros dos proporcionalmente, y al contrario,

Á tres rectas dadas hallar una cuarta proporcional.

Dividir una recta en partes iguales, ó en una razon dada.

Dos triángulos son semejantes, si tienen sus lados paralelos, perpendicularés, proporcionales, ó un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales.

Los triángulos semejantes tienen sus lados homólogos proporcionales.

Cómo se forma la escala de 1000 partes, y cuál es su uso.

Medir una altura ó una distancia inaccesible.

La perpendicular, bajada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo sobre la hipotenusa, es media proporcional entre los segmentos de esta, y cada lado del ángulo recto es medio proporcional entre la hipotenusa y el segmento correspondiente.

Á qué es igual el lado de un triángulo, cuando se opone á un ángulo recto; á qué cuando se opone á un ángulo agudo; y á qué, cuando se opone á un obtuso.

Entre dos rectas dadas hallar una media proporcional.

Dos cuerdas, que se cortan, tienen iguales los productos de sus partes; y dos secantes, los productos de cada una por su parte esterna.

Si desde un punto dado fuera de un círculo se le tiran una secante y una tangente, la tangente será media proporcional entre toda la secante y su parte esterna.

Dividir una recta en media y extrema razon.

Á qué es igual la suma de los ángulos de un polígono.

Los lados y ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales.

Todo cuadrilátero, que tenga los lados opuestos iguales, ó dos lados iguales y paralelos, es paralelogramo.

Las diagonales del paralelogramo se cortan en su mitad: las del rombo son perpendiculares: las del rectángulo son iguales.

Todo polígono regular puede inscribirse ó circunscribirse en el círculo.

Dado un círculo y un polígono regular inscripto en él, circunscribirle otro del mismo número de lados; ó dado el polígono circunscripto, formar el inscripto.

Qué polígonos regulares se saben inscribir en el círculo.

Qué cuadriláteros son inscriptibles en el círculo.

En todo cuadrilátero inscripto en el círculo el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos.

Dos figuras semejantes tienen sus ángulos iguales y sus lados homólogos proporcionales; y al contrario.

Las líneas homólogas de las figuras semejantes son proporcionales á los lados homólogos.

Los perímetros de las figuras semejantes son como sus líneas homólogas.

Las circunferencias son como sus radios.

Cómo se determina la relación del diámetro á la circunferencia.

Los paralelogramos y triángulos de igual base y altura son equivalentes.

Los rectángulos de igual base son como sus alturas.

Cómo se determina el área de un rectángulo, paralelogramo, cuadrado, triángulo, trapezio, polígono regular ó irregular, círculo, sector y segmento.

Reducir una figura rectilínea á triángulo y este á cuadrado.

Los triángulos y figuras semejantes son como los cuadrados de sus líneas homólogas.

Construir una figura semejante á varias dadas, é igual á su suma ó diferencia.

La perpendicular á un plano, lo es á todas las rectas que encuentra en él.

Dos planos, perpendiculares á una recta, son paralelos, y al contrario.

Si dos planos paralelos cortan un ángulo diedro, los ángulos rectilíneos, que resultan, son iguales.

Cómo se mide el ángulo diedro.

Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por ella, lo será tambien.

La base de una pirámide y la seccion paralela á ella son entre sí como los cuadrados de sus distancias al cúspide.

Si tres ángulos planos forman ángulo triedro, cualquiera de ellos es menor que la suma de los otros dos.

La suma de los ángulos planos, que forman un ángulo poliedro, es menor que cuatro rectos.

No hay mas que cinco poliedros regulares.

Si dos ángulos triedros tienen sus ángulos planos respectivamente iguales, tendrán tambien iguales los ángulos diedros.

Á qué es igual el area del prisma, cilindro, pirámide, cono, casquete esférico, zona esférica y esfera.

En qué razon están las areas de los poliedros, cilindros y conos semejantes.

Los poliedros simétricos tienen iguales sus aristas, caras, ángulos poliedros y diedros.

Todo paralelepípedo se compone de dos prismas triangulares simétricos.

Los paralelepípedos de igual base y altura son equivalentes.

En qué razon están dos paralelepípedos rectángulos.

Á qué es igual el volúmen del prisma, pirámide, cilindro, cono, sector esférico, esfera y segmento esférico.

En qué razon están los sólidos semejantes.

Cuáles son las prácticas mas comunes en la medicion de areas y volúmenes.

GEOGRAFÍA.

Explicar el movimiento diurno y annuo del sol.

Cuáles son los círculos principales de la esfera y el uso de cada uno.

Qué es longitud y latitud.

Cómo se representa en un plano el globo terraqueo.

Explicar la division de la tierra en sus partes, y de cada parte en sus regiones: la division de España en sus provincias.

Explicar los puntos principales de la provincia de Vizcaya.

Cómo se halla la diferencia en longitud y latitud de dos pueblos.

Cómo se tira una meridiana.

Cómo se ha determinado la magnitud de la tierra.

Cómo se resuelve el problema de las longitudes.

APLICACION DEL ALGEBRA Á LA GEOMETRÍA,

Trigonometria y Geodesia.

Explicar la construccion de las ecuaciones de 1.^o y 2.^o grado, y la teoría de las cantidades indirectas.

Cuáles son las fórmulas fundamentales de la trigonometría.

Explicar las analogías y resolucion de los triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Hallar el area de un triángulo dados sus tres lados, ó dos lados y el ángulo comprendido, ó un lado y los ángulos.

Hallar los radios de los círculos circunscripto é inscripto á un triángulo.

Por un punto dado tirar una circunferencia tangente á dos rectas dadas.

Tirar una circunferencia tangente á dos rectas dadas y á un círculo dado.

Dividir un triángulo en cuantas partes iguales se quiera con rectas tiradas desde un punto tomado en un lado.

Dividir un triángulo en partes, que tengan una razon dada, con una recta tirada desde un punto dado.

CLASE DE LENGUA FRANCESA.

Los alumnos de esta escuela traducirán un autor frances y algunas cartas manuscritas.

Se les propondrán tanto en frances como en español frases, en que entren voces con diferentes acepciones.

Responderán á las preguntas que se les hagan sobre la construccion francesa y régimen de ciertos verbos.

Colocacion y concordancia del adjetivo.

Concordancia del verbo con el sugeto.

Diferencia entre el participio presente y el adjetivo de la misma terminacion, que sale de él.

Variacion del participio pasado.

Ortografia y acentuacion.

Escribirán lo que se les note.

CLASE DE LENGUA INGLESA.

Responderán los alumnos de esta clase á las preguntas, que se les hagan sobre la etimología y ortografía, sobre los verbos en general y la construcción gramatical. Además escribirán y traducirán.

CLASE DE DIBUJO.

Se presentarán las obras trabajadas por los alumnos de esta clase.

El asunto para el concurso de arquitectura es una fachada del orden toscano, compuesta de tres pórticos: los intercolumnios son del mismo orden. En el pórtico principal sobre el sotabanco se ven las armas del Ilustre Consulado, y en los demás pórticos su tejado.

Al pie de esta obra se verán las plantas de dicho edificio con sus machones, columnas y entradas de los arcos, que comunican con las habitaciones de los corredores ó galerías.