

81

231



2066

R. d. 7

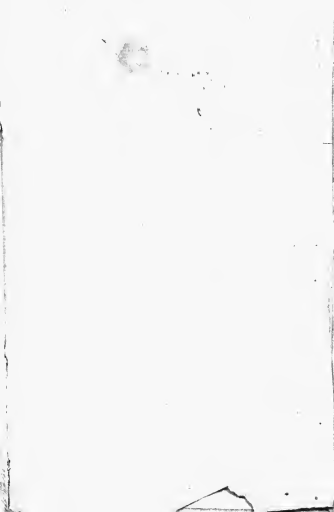
5 1/2

[Handwritten signature]
C. 2069

[Handwritten mark]



Arctostaphylos californica



divisio . p. 48.
Rabris quatuor . 308.
Cylindropuntia . 87.
Corymbus . 223 . 233
Cylindropuntia . 177 .
Fabella 37
subtractio . 20 . 27 .
divisio . 48 .
inventio multitudine phy . 138 .

i 19185613

CHRISTOPHORI
CLAVII

BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

EPITOME ARITHMETICÆ
*Practica nunc denuo ab ipso auctore
recognita.*



PERMISSV SVPERIORVM

ROMÆ Ex Typographia Dominici Basi. 1585.



BE



LECTORIS. 3



QUOMODUM me Mathematicarum rerum cognitio delectat; tum vero ex Arithmeticae tractatione incredibilem capio voluptatem; idque non solum ob eximiam quandam eius dignitatem, sed etiam, quod sine Arithmetica, ut ego quidem existimo, nulla scientia, ut Plato audet dicere, neque ipsa hominum societas possit consistere. Plurima enim in mutuis commercijs, conventisque, quibus fere haec hominum coniunctio continetur, tempora incidunt, ut rationes accepti, & expensi reddendae, reposcendaeve sint, tabulae conficiendae, numerus aequaliter, vel inaequaliter, certa quadam proportione servata, in plures partes diuiden-

In Epist. mide.

In Epino-
mide, & ibi
p. de Rep.

↑
dus, summa subducenda; quibus
in rebus circumuenire, & circum
ueniri, & que turpe, & perniciosum
est: Itaque audacius illud quidē,
sed tamē verè dixit Plato, pruden-
tiam, atque adeo humanitatē om-
nem è mundo eos tollere, qui A-
rithmeticam è vita tollant; cum si-
ne ea neque publicæ, neque pri-
uatæ res constare possint. Iam ve-
ro cæteræ disciplinæ sic Arithme-
tica nituntur, vt hæc non videatur
concidere posse, quin illæ casu eo-
dem labefactatæ corruant. Neque
enim aut Astrologus, aut Geome-
tra theoremata in vulgus proba-
bit sua, vt non solum veritatē, sed
etiam voluptatē habeant cum vti-
litate coniunctam, qui vniuersam
numerorum naturam animo pe-
nitus comprehensam non habue-
rit: quòd si tantillū in rationibus

putandis lapsus fuerit, iam cæterarum rerum ingentem ruinam videas. Atque idcirco princeps ingenij Plato hanc vestibulum, & adi-

In 7. de
Rep.

tum ad reliquas doctrinas voluit esse, non ea solum causa, quòd illæ sine numeris nullæ sint, verum etiam quòd numerorù tractatione nitescit animus, & præparatur ad reliquos doctrinæ satus recipiendos. Huius ego præstantissimæ sciētix pulchritudine captus, olim dederam me ad totâ numerorum naturam inuestigandam, ut cû illam animo, scientiaq; comprehendissem, tum demum literis eam illustrarem, atque Arithmeticę præcepta, Algebræq; documenta, (rem ita non omnibus cognitam) quibus in vita præclarius vix aliquid reperias, ad certa quædam capita, & faciliores demon-

strationes reuocarem , vt cuiuis a-
 perta, & prompta essent . Res erat
 præclara illa quidem, sed multi la-
 boris, atque temporis. Itaque inte-
 readum opus illud à me limatur
 politius, cœpi, quæ ex multorum
 libris dispersa collegeram, separa-
 tim ad meum vsum in commen-
 tariolũ referre, vt videlicet ad ma-
 nus mihi essent, incisq; auditori-
 bus explicarem: qui enim hæc-
 nus Arithmetica tractarunt, ij
 aut multitudine præceptorũ rem
 pettũrbarunt, aut breuitate obscu-
 rarunt, sic, vt (in quo tamen de
 nullius existimatione detractũ ve-
 lim) quem in hac scientia magi-
 strum , & ducem tyrones sequan-
 tur, vix inueniant. Is libellus cum
 imprudenti mihi excidisset, & in
 manus hominum venisset, sum-
 mis precibus contenderunt à me

viri graues, vt cum cum plurimis
 communicarem, quòd fore dice-
 rent, vt is vtilissimus accideret cū
 cæteris studiosis, tum vero ijs, qui
 nostras scholas frequentant: quo-
 rū vtilitati nolle consultū, nō esse
 eius, qui sua, suaq; omnia Dei glo-
 riæ, omniumq; commodis conse-
 crasset. Horum ego precibus, &
 auctoritate inductus hunc libellū
 typis mandare constitui, quem tu
 videlicet, Lector, eo animo susci-
 pias velim, quo damus: atque eo
 tantisper vtere, dum maius illud
 Arithmeticæ opus in lucé exeat,
 quod propediem, Deo iutuante,
 fore speramus. VALE.

N U M E R A T I O

I N T E G R O R V M

N U M E R O R V M

C A P. I.

Numcratio
quid.



NUMERATIO est cuiusvis numeri propositi per proprios characteres, ac figuras descriptio, atque expressio.

UT VNTUR autem Arithmetici decem characteribus, siue figuris ad omnium numerorum descriptionem, videlicet.

Decem figurarum numerorum.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

quarum priores novem dicuntur significativae. Quelibet enim illarum tot unitates significat, quot una ipsa locum in apposita serie occupat. Ut haec figura 6. significat sex unitates; quia sexto loco posita est: atque ita de ceteris. Decima autem figura, & ultima nihil per se significat, diciturque cifra; auget tamen significationem, ac valorem aliarum figurarum, ut ex sequentibus perspicuum fiet.

Quot loca sint in quo libet numero.

Prima figura, & ultima in quois numero.

IN quolibet numero, qui pluribus figuris scribitur, tot dicuntur esse loca, quot sunt figurae siue significativae, siue non significativae: primusque locus, seu prima figura est, quae extrema est versus dextram; secundus vero locus, seu secunda figura est illa, quae proxime primam consequitur versus sinistram, atque ita deinceps: adeo ut ille locus, seu

feu figura dicatur vltima, qua primam sedem ad sinistram occupat. Ut hic. 4352. prima figura est 2. & vltima 4. Si tamen singule figure singulos numeros representent, hoc modo. 4. 3. 5. 2. prima figura erit 4. vltima vero 2. Cur autē ordo locorū, figurarumve in quolibet numero progrediatur à dextra versus sinistram, causa hæc est: quoniã à Phenicibus inuenta effedicitur Arithmetica, qui scribere solēt à dextra sinistram versus, more Hebraorum, Arabum, & Chaldaorum.

Q U A E L I B E T figura in primo loco posita seipsam simpliciter representat, in secundo decies seipsam significat, in tertio centies, in quarto millies, in quinto decies millies, in sexto centies millies, in septimo millies millies, atque hoc pacto in infinitum: ita vt loca ordine sese superent in decula proportionē, vt secundus primum, tertius secundum, quartus tertium, &c. Ut hic. 34567. prima figura 7. significat tantum septem vnitates: secunda 6. significat sexaginta, nempe decies 6. tertia 5. quingentas, id est, centies 5. quarta 4. quatuor millia vnitatum, hoc est, millies 4. quinta 3. triginta millia vnitatum, siue decies millies 3. Itaq; totus ille numerus ita proferendus erit. Triginta quatuor millia, quingenta, & sexaginta septem. Eodemq; modo quicumque alius numerus exprimi poterit, si diligēter notetur, quoties quilibet figura seipsam significat in varijs locis posita.

C A E T E R V M vt facilius reddatur numeratio, distribuendus erit numerus in membra, hoc modo. Supra primam figuram ad manum dex-

Ordo locorū in quouis numero recur à dextra sinistram versus procedat.

Quid quilibet figura in dato numero significet.

Figura in quouis numero se ordine superant in decupla proportionē.

Quid obsecrandū sit, videtur numerus facile exprimitur.

tram ponatur punctum: Deinde procedendo versus sinistram, & omissis duabus figuris, supra sequentem figuram quarto loco positam aliud punctum statuatur: Et sic deinceps, omissis semper duabus figuris sine punctis, supra sequentem figuram punctum scribatur. Ut hic factum esse vides.

41329089561800

Qualibet enim figura sub quocunque puncto cum duabus antecedentibus versus sinistram constituit unum membrum, ita ut singula membra ternis figuris consistant, ultima membro versus sinistram excepto, quod aliquando unicam figuram habere potest, illam nimirum, qua sub puncto collocatur, quemadmodum in proposito exemplo in quinque membra distributo contingeret, si ultima hac figura tolleretur: aliquando vero duas, ut in dato exemplo.

ITARQUE ut quicumque numerus enuncietur, satis est, si quodlibet membrum seorsum exprimat, cuius prima figura unitates significat, secunda decenas unitatum, & tertia centenas. Sed post pronuntiationem cuiusvis membri apponenda est hæc vox [Mille] toties, quot membra sequuntur illud, quod enunciat, ita tamen, ut primum ea vox ponatur in recto pluralis numeri, deinde vero semper dicatur [millies] ut mox audiat.

ILLUD porro membrum, quod ultimum est versus sinistram, primum est in enunciatione, & quod

Et quod primum est ad partem dextram, in enunciatione est ultimum. Numerus ergo paulo ante propositus ita pronuntiabitur. Primum membrum 42. sic. Quadragesim aduo millia, millies, millies, millies, ita ut vox [mille] quater audiatur, propter quatuor membra, quae hoc, quod enuntiatur, subsequuntur.

Secundum membrum 329. hoc modo. Trecen- ta, vigintiquem millia, millies, millies.

Tertium membrum 089. ita. Octoginta nouem millia, millies.

Quartum membrum 562. sic. Quingenta, sexa- ginta aduo millia.

Quintum denique membrum 800. hoc pacto. Octingenta.

FACILIOR adhuc reddetur numeratio, si pro primo puncto ponatur 0. Et 1. pro secundo puncto, Et 2. pro tertio, Et 3. pro quarto, Et ita deinceps, ut hic in eodem exemplo factum esse vides.

4 3 2 1 0
42329089562800

Hac enim ratione facile intelligitur, quoties vox [mille] apponenda sit in cuiusque membri enunciatione. Toties enim proferenda est, quot vnitates in figura, quae supra membrum pronuntiandum posita est, continentur.

IAM vero si more Italarum millena millia appellare velimus Millions, paucioribus verbis, Et fortasse significantius, numerum quemcumque pro positum

positum exprimemus, si in maiora. eorum membra distribuamus, hoc, qui sequitur, modo. Supra primam figuram ad manum dextram ponatur 0. Deinde, omissis quinque figuris intermedijs, collocetur 1. supra sequentem figuram, quæ septimum locum occupat. Post hanc, omissis rursus quinque figuris, scribatur 2. supra figuram, quæ tertium decimum occupat locum. Atque ita deinceps, omissis semper quinque figuris, ponatur 3. 4. 5. &c. Ut hic in eodem exemplo factum est.

2
1
0
 4 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0 0

Quodlibet membrum continet sex figuras (ultimo membro excepto, quod unicum potest habere figuram, vel duas, vel tres, vel quatuor, vel quinque tantum) quæ omnes simul enunciandæ sunt, & post enunciationem cuiusvis membri toties dictio [Millio] addenda, quot unitates sūt in figura supra membrum posita, primo quidem in recto, deinde vero semper in obliquo. Ut autem quodlibet membrum facilius enuncietur, ponendum erit punctum sub quarta eius figura, quod significabit, locum ibi millenarum esse. Igitur superius exemplum ita proferendum erit. Quadraginta duo milliones millionum; trecenta vigintinovem millia millionum, octogintanovem milliones: quingenta sexaginta duo millia, octingenta.

ADDITIO INTEGRORVM NV-

merorum. Cap. 11.

ADDITIO est duorum, vel plurium nu-
merorum in vnā summam collectio.

Additio qd

NUMERI addendi ita sunt collocandi, vt
vno sub altero posito, prima figurę inter se respon-
deant, item secunda inter se, & tertia, & quarta
& c. adeo vt defectus figurarum, si quis est, cer-
natur ex parte sinistra. Ut hi numeri addendi,
710654. 8907. 56789. 880. collocā-
di erunt, vt hic apparet.

Numeri ad-
dendi quo
pacto sint
collocandi.

710654
8907
56789
880



777230

DUCTA deinde linea sub numeris adden-
dis, adduntur primum omnes prima figurę inter
se, & numerus compositus, si vnica figura scribi
potest, sub primis figuris infra lineam ponitur; si
vero duabus figuris scribendus est, ponitur sola
prima earum, & reliqua seruat, vt deinde se-
cundis figuris inter se addendis adiiciatur. Post
hęc adduntur secunda figurę eodem modo, addita
prius illa, quę seruat est, si quę tamen seruat sit,
itemque tertię, quartę, & alię. Quod si ex additio-
ne vltimarum figurarum numerus componatur
duabus figuris scribendus, ponēda sunt ambę sub
linea, nulla retēta, eo quod tunc tota additio per-
acta sit. Verbi gratia. In primis figuris propositi

Quo pacto
fiat additio

exem-

exempli 0. & 9. faciunt 9. addo 7. fiunt 16. addo 4. fiunt 20. Pono ergo sub primis figuris 0. & seruo 1. Deinde in secundis figuris, ex 2. (quam figuram seruaueram) & 8. fiunt 10. addo 8. fiunt 18. addo 5. fiunt 23. Pono ergo figuram 3. sub secundis figuris, & retineo 2. Post hæc accedo ad tertias figuras, ubi ex 2. (quam figuram retinueram) & 8. fiunt 10. addo 7. fiunt 17. addo 9. fiunt 26. addo 6. fiunt 32. Pono ergo 2. sub tertijs figuris, & retineo 3. Rursus in quartis figuris, ex 3. (qua figura retenta erat) & 6. fiunt 9. addo 8. fiunt 17. addo 0. fiunt 17. Pono ergo 7. sub quartis figuris, & seruo 1. quam addo quintis figuris, efficioque 7. Pono igitur 7. sub dictis figuris; & nihil re seruo. Postremo quia in ultimo loco sola hæc figura 7. reperitur, pono eam sub linea, absolutaque erit additio. Quemadmodum autem figuras numerorum addendorum inter se addimus ab inferioribus versus superiores ascendendo, ita quoque colligi possunt in vnâ summâ, si à superioribus versus inferiores descendatur.

Quid faciendū sit, quādo ex figuris voluitur ei colligatur numerus tribus figuris scribendus.

Q U O D si quando ex additione figurarum vnus loci excreuerit numerus tribus figuris scribendus, ponenda erit prima figura sub illo loco, & reliquæ duæ figuris sequentium locorum addenda, prima videlicet earum figuris proximi loci, & secunda figuris alterius loci:

6008
5009
4009
308
239
108
108
309
4128
3009
209
308
23752



aut certe numerus duabus illis figuris retentis expressus sequentis loci figuris addendus. Vt in apposito exemplo, quoniam ex primis figuris colligitur numerus hic 102: scribenda erit figura 2. sub primo loco, & figura 0. addenda figuris secundi loci, figura vero 1 figuris tertij loci. Vel totus numerus retentus 102. addendus figuris secundi loci, ut colligatur numerus 152 cuius figura 2. sub secundo loco ponatur, & figura 1. figuris tertij loci addatur, &c. Ut roque enim modo idem semper numerus colligetur. Examinatum autem vides hoc exemplum per abiectionem 9. de quo examine mox dicemus.

RECTE porro feceris, quando sunt multi numeri addendi, si eos in plures classes distribuas, & ex singulis classibus singulas summas colligas. Nam si demum hasce summas in vnam redigas summam, habebis summam ex omnibus datis numeris collectam, vitabisque molestiam, que in tot figuris in vnam summam colligendis necessario occurrit. Vt si proximum exemplum in quatuor hasce classes

Quid faciendum sit, quando multi numeri addendi sint.

6008	308	108	3009
5009	239	309	209
4009	108	4128	308
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
15026	655	4545	3526

partiaris, & singularum summas, 15026. 655. 4545. 3526. in vnam summam redigas, efficies summam, 23752. eandem, quam prius collegeramus

mus, ut hic apparet. Perspicuum autē
est, hoc posteriori modo nō tam facile er-
rorem posse committi, quā priori, quod
in hoc non tot figuræ, quod in illo, simul
addantur.

15026

655

4545

3526

Prima pro-
batio addi-
tionis p. 9.

P O S T absolutam additionem so-
lent Arithmetici p̄ā examinare, sicut & alias ope-
rationes, qua sequuntur, num recte facta sit, an
non. Quod quatuor modis fieri potest, in additione.
Primum per abiectiōem nouenarij, hoc pacto,
Reijciantur 9. ex omnibus numeris addēdis, quo-
ties fieri potest, & quod reliquum est, ponatur
seorsum. Deinde ex summa collecta reijciantur
quoque 9. quoties fieri potest, & quod reliquum
est, notetur. Si enim hoc illi priori, quod reliquum
fuit, equale est, recte instituta fuit additio: Si ve-
ro inæquale, non recte. Unde iteranda erit addi-
tio, ut error corrigatur. Ita vides, in superiori exē-
plo relictum fuisse numerum 8. post abiectiōem
numeri 9. t̄ā ex omnibus numeris addendis, quā
ex summa collecta, qui numerus 8. collocatus est
in cruce quadam in hunc finem constructa.

Qua ratio-
ne ex quor-
um numero
reijciantur
faciles quo-
ties fieri po-
test.

C A E T E R V M, ut facile abijciantur 9. sa-
tis est, ut figura numerorum, ac si omnes primum
occuparent locum, inter se addantur, & cum pri-
mum summa fuerit 9. aut excesserit 9. ita ut dua-
bus figuris scribatur, reijciantur 9. vel duzilla fi-
gura inter se addantur, & summa hæc cum sequē-
ti figura addatur eodem modo, &c. Est enim mira-
bilis hæc proprietas nouenarij, ut si figuras cuius-
cunque numeri inter se addas, & ex summa reij-
cias

Mirabilis
proprietas
nouenarij.

cias

cias 9. vel certe, si summa hęc duabus figuris scribitur, duas has figuras in vnā summam colligas, tantundem relinquatur, vel componatur, quantum relinqueretur, si reijceres 9. toties ex toto numero, quoties potes. Vt si ex hoc numero 38. reijciatur 9. quoties id fieri potest, nempe quater, remanent 2. quater enim 9. faciunt 36. Quid si dicas, 3. & 8. (sumendo figuras eiusdem numeri 38. seorsum) faciūt 11. & reijcias 9. Vel certe dicas, 1. & 1. faciunt 2. (sumendo etiam figuras huius numeri 11. proxime compositi seorsum) habebis eadem 2. quę prius reliquę fuerunt. Ita quoque si ex hoc numero 41. reijciatur 9. quoties fieri potest, nempe quater, remanent 5. Et si dicas, ex 4. & 1. (sumendo figuras numeri 41. seorsum) fiunt etiam 5. Denique ex numero 78. si abijciantur 9. quoties fieri potest, nempe octies, relinquatur 6. Et si dicas, 7. & 8. faciunt 15. reijciasque hinc 9. Vel certe dicas, 1. & 5. faciunt 6. tantundem habebis, quantum prius reliquū fuit. Eademque ratio est de cęteris.

IT A Q U E vt videas, qua ratione examen additionis instituentum sit, examinabimus primum exemplum hoc modo.

710654
 8907.
 56789
 880



777230

7. & 1. faciunt 8. Additis 6. fiunt 14. id est, 5.

B


Nam

Nam 1. & 4. faciunt 5. quantum nimirum relinqueretur, si 9. ex 14. rejicerentur, ut dictum est. Additis 5. ad illa 5. fiunt 10. id est, 1. Additis 4. fiunt 5. Additis 8. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. (Nam 9. semper omittuntur, cum sint perpetuo abiicienda.) id est, 2. Additis 5. fiunt 7. Additis 6. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. id est, 2. Additis 8. fiunt 10. id est, 1. Additis 8. fiunt 9. id est, 0. Nam 9. rejicienda sunt. Remanēt autem 8. que in altera parte crucis colloco. Deinde in summa producta, ex 7. & 7. fiunt 14. id est, 5. Additis, 7. fiunt 12. id est, 3. Additis 2. fiunt 5. Et tandē additis 3. fiunt 8. ut prius, que statuo in opposita parte crucis, ut appareat equalitas numerorum, qui post abiectiōem 9. reliqui fuerunt.

Probatio
per 9. fallax
est. & quare
fallax sit.

QVONIAM vero hac ratione non rejiciuntur 9. quoties fieri potest, sed tantum per diēctam proprietatem novenarij inquiritur residuū, quod remaneret, si omnia 9. rejicerentur, sit, ut hoc examen per



25 7
30 3
64 1



abiectiōem 9. institutum fallax sit; ut in hoc exēplo apparet. Nam summa collecta falsa est, & nihilominus examen per 9. institutum indicat, eam recte collectam esse, cum utrobique Unitas supersit. Quod si rejiciantur 9. quoties fieri potest, statim apparebit falsitas summe collecte. Sepius enim rejicientur 9. ex summa, quā ex numeris additis. In summa enim hac 64. continentur 9. septies, superest 1. unitas, propterea quod septies 9. sunt 63.

At in numero 25. continentur 9. bis, & supersunt 7. que ad partem dextram repono. in 30. vero continentur 9. ter, & supersunt 3. que etiam ex parte dextra noto. Itaque ex numeris additis reijciuntur 9. quinquies, & supersunt 7. & 2. in quibus adhuc semel continentur 9. superestq; vnitas; adeo vt vere sexies tantum reiecta sint 9. ex numeris additis, ex summa vero septies. Vnde mirum non est, summam esse falsam, quamuis semper reliqua fuerit vnitas. Vera autē summa esset hæc 55. in qua continentur 9. sexies, & superest vnitas, quemadmodum in numeris additis.

E O D E M pacto, si quis post summam recte collectam permutaret aliquas figuras, vel interponeret figuris siue summæ, siue numerorum addendorum hanc figuram 9. aut 0. quoties voluerit, vel hæc duas 7. 2. aut 6. 3. aut 4. 5. aut 8. 1. semper indicaret examen, summam adhuc recte esse collectam: quod tamen falsum est. Nam postquam hæc additio recte

cum suo examine instituta fuerit, si quis per calumniam ita permutaret summam 1565. adhuc haberet examen suam vim, & tamen summa vera non esset. idem dices, si ordinem figurarum in numeris addendis quis permutaret: Vel certe interponeret hanc figurã 9. aut 0. vt hic apparet.	$\begin{array}{r} 1425 \\ 230 \\ \hline 1655 \end{array}$	
	$\begin{array}{r} 14925 \\ 2309 \\ \hline 10655 \end{array}$	

HÆC cum ita sint, merito quis roget, cur

hic numerus 7. illam proprietatem nouenarij non habeat : sed assumenda sunt duæ figuræ primæ ad sinistram, ac si prior earum denas, & posterior unitates significaret, dummodo prior minor sit, quàm 7. (Nam si esset 7. vel maior, reijcienda foret 7. ex illa sola.) & ex eo numero, quem duæ illæ figuræ referunt, abijcienda 7. quoties fieri potest, & residuum pro denis accipiendum, eique sequens figura addenda pro unitatibus, atque ex hoc numero, quem residuum, & sequens figura exprimunt, iterum abijcienda 7. quoties fieri potest, atque ita deinceps. Ut ex numero 2379. ita reijciuntur 7. Ex 23. si ter abijciantur 7. remanent 2. Item si ex 27. (Nam figura 2. relicta, & sequens figura 7. constituunt hunc numerum 27.) reijciantur ter 7. relinquuntur 6. Si tandem ex 69. (qui numerus constituitur ex residuo 6. & figura 9.) reijciantur 7. quoties fieri potest, remanent 6. Qui numerus etiam reliquus fuisset, si omnia 7. ex dato numero fuissent abiecta. Eodem modo ex hoc numero 783. ita abijciantur 7. Si ex 8. (Nam 7. omituntur, ut dictum est, & ex 8. reijciantur 7.) abijciantur 7. remanet 1. Rursus si ex 13. reijciantur 7. remanent 6. atque ita de cæteris.

Quo pacto reijcienda sint 7. ex quolibet numero.

ITÆQUE hac ratione superius exemplis examinabitur.

710654	0	
8907	3	
56789	5	
880	5	
777230		

B 3 Omis-

Omissa figura 7. si ex 10. abijciantur 7. remanent 3. Item si ex 36. abijciantur 7. remanet 1. Abiectis vero 7. ex 15. remanet 1. Abiectis tandem 7. ex 14. remanet 0. quam figuram colloco ad dexteram primi numeri, ducta prius linea, quæ numeros addendos distinguat à figuris ad dexteram collocandis. Deinde in secundo numero abiectis 7. ex 8. remanet 1. abiectis item 7. ex 19. remanent 5. Abiectis quoque 7. ex 50. remanet 1. Denique abiectis 7. ex 17. remanent 3. quæ ad dexteram repono. Rursus in tertio numero abiectis 7. ex 56. remanet 0. Omissa deinde figura 7. & abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis denique 7. ex 19. remanent 5. ad dexteram collocanda. In quarto denique numero, abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis autem 7. ex 18. remanent 4. Et abiectis 7. ex 40. remanent 5. ad dexteram ponenda. Quoniam vero 5. 5. 3. & 0. efficiunt 13. ex quibus si abijciantur 7. remanent 6. repono 6. in vna parte crucis. Sed ex hisce residuis facilius reijcientur 7. si dicatur, 5. & 5. efficiunt 10. Abiectis 7. remanent 3. Additis 2. fiunt 6. quemadmodum supra de abiectione 9. dictum est. Postremo in siana, omissis 7. 7. 7. si ex 22. abijciantur 7. remanent 2. Item si ex 20. abijciantur 7. remanent 6. in altera parte crucis reponenda.

Probatio p
7. fallax est,
sed minus,
quàm pro-
batio per
nouem, &
quatuor.

V E R V M quemadmodum examen per abiectionem 9. fallax est, vt diximus, ita quoque hoc per abiectionem 7. vitiosum esse deprehenditur: quia non consideramus, an toties reijciantur 7. ex numeris addendis, quoties ex summa, necne; sed solum

solum, an idem residuum utrobique reperiat, an non. Nihilominus tamen non sine ratione huiusmodi examen ab Arithmeticis adhiberi solet, quem admodum & illud prius per abiectionem 9. institutum, ob rationem supra dictam: quia, nisi quis per calumniam numeri peruertat, vix aut raro idem residuum utrobique reperietur, nisi recte facta sit additio: Et multo quidem rarius in hoc, quam in illo examine per 9. instituto; propterea quod non ita simpliciter rejiciuntur 7. ut 9. sed maiori quodam artificio: ut non tam facile quis aium possit decipere, aut ab alio decipi.

I N hoc appposito ea est
 olo additio vitiosa est, et
 :amen examen per abie
 ctionem 7. indicat, eam
 rite esse institutam.

203|0
 134|1

 344|



PROPOSIT A autem hac tabella docet,
 ex quibusnam numeris abiecta 7.
 nihil relinquunt, ut examen istud
 per 7. reddatur facilius pro ijs, qui
 parum in numeris sunt exercita-
 ti. Cuius vsus hic est. Si nume-
 rus duabus figuris scriptus, ex quo
 debent rejici 7. in hac tabella repe-
 ritur, nihil supererit post abiectione
 7. ut cifra e regione numerorū huius tabella in-
 dicant. Si aut nō reperitur in hac tabella, accipien-
 dus erit numerus in ea proxime minor. Nam dif-
 ferentia inter hunc, & numerum propositum re-
 linquitur post abiectionem 7. Ut si numerus pro-

7—0
 14—0
 21—0
 28—0
 35—0
 42—0
 49—0
 56—0
 63—0

positus sit 69. sumendus erit numerus 63. in tabella, qui sex unitatibus à 69. differt. Reiectis igitur 7. ex 69. rem ment 6. Item si propositus numerus sit 37. accipiendus erit in tabella numerus 35. qui duabus unitatibus superatur à 37. Reiectis igitur 7. ex 37. super sunt 2. Atque ita de ceteris.

Testis probatio additiois per additionem.

TERTIO hac ratione Arithmetici additionem factam examinare solent. Si additio facta est ab inferioribus figuris versus superiores, instituunt eandem à superioribus figuris versus inferiores, vel contra: Et si posteriori via eadem prorsus summa colligatur, quæ priori inuenta est, non dubitant, quin recte sit facta additio, propterea quòd incredibile quodammodo sit, si priori modo error aliquis esset commissus, eundem prorsus posteriori via committi, cum alio modo figurarum numerorum inter se addita sint posteriori via, quàm priori. Nam si erraui in additione harum figurarum 5. 2. 9. hoc modo dicendo, 5. & 2. faciunt 7. additis 9. fiunt 15. non tam facile in eundem errorem incidero, si è contrario eas inter se addam. Dicam enim 9. & 2. efficiunt 11. additis 5. fiunt 16. quia operatio aliquo modo variatur.

POTEST probatio hæc per additionem ita quoque institui. Dimidantur numeri addendi in duas, aut plures classes, & singularum summa colligantur. Nam si ex hisce summis unam summam conficias, necesse est, summam hanc æqualem esse summam prius collectam, si erratum non est. Vt si primum exemplum in hac duo membra distribuatur, & eorum summa collecta in unam redigantur summam

$$\begin{array}{r} 710654 \\ 8907 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56789 \\ 880 \\ \hline \end{array}$$

719561

57669

$$\begin{array}{r} 719561 \\ 57669 \\ \hline \end{array}$$

777230

nam, vt hic factum est, prodibit eadem summa, que prius.

QUARTO & ultimo examinari solet additio per subtractionem, hac ratione. Quando duo numeri sunt additi, subtrahatur vteruis eorum ex summa: quod quo pacto fiat, capite sequenti docuimus. Si enim numerus ex hac subtractione relictus equalis fuerit alteri numero addito, argumento est, nullum peccatum in additione fuisse commissum. Nam si ex 12. & 20. sunt 32. necesse est, detractis 12. ex 32. relinqui 20. vel detractis 20. ex 32. relinqui 12. Quando vero plures numeri sunt additi, subtrahatur vnus eorum ex summa, & reliqui omnes in vnam summam colligantur. Nam si hac summa illi residuo fuerit equalis, recte facta erit additio. Vel certe, subtrahito primo numerorum addendorum ex summa, subtrahatur ex residuo secundus, & ex hoc residuo tertius, & ita deinceps, ultimo excepto. Si enim ultimum residuum ultimo numerorum addendorum equale fuerit, dubium non est, quin additio recte facta sit. Atque hoc examen certissimum est, licet sit alijs paulo longius.

Quarta probatio additionis per subtractionem.

26 S V B T R A C T I O
 SVBTRACTIO INTEGRORVM
 numerorum . Cap. III.

Subtractio
 quid.

SUBTRACTIO est minoris numeri ex
 maiori, vel æqualis ex æquali, subductio.

Uterduorū
 numerorū
 maior sit,
 quo pacto
 cognoscatur.

FACILE autem cognosces, uter duorum
 numerorum maior sit, ex ultimis eorum figuris.

Cuius enim figura ultima maior est, ille nume-
 rus maior etiam erit. Ut horum

duorum numerorū superior maior
 est inferiore, quia ultima eius figu-
 ra 3. maior est, quàm 2. ultima fi-
 gura inferioris.

3001234.
2986789.

Quòd si ultima figure duorū nu-
 merorum sint æquales, ille maior erit, cuius penul-
 tima figura maior est.

Et si penultimæ etiam figu-
 re sint æquales, ille maior erit numerus, in quo
 prius occurret maior figura, ut in his exēplis sem-
 per numerus superior

45078. 700001000.
44986. 700000999.

inferiore maior est.

Subtrahen-
 dus nume-
 rus quo pa-
 cto locan-
 dus sit.

NUMERVS subtrahendus sub eo, à quo
 fieri debet subtractio, ita collocandus est, ut pri-
 ma figura primæ, secunda secundæ, tertia tertiæ,
 &c. respondeat: adeo ut defectus figurarum in
 numero subtrahendo, si quis est, cernatur ex par-
 te sinistra. Ut si numerus 40236. ex numero
 3271589. subducendus sit, collocandus erit ille
 sub hoc, ut hic apparet.

3271589
40236

3231353

DUCTA

DUCTA deinde linea sub duobus illis numeris, subtrahuntur singula figura inferioris numeri à singulis figuris superioris numeri, initio factò à primis figuris; & residua sub linea collocantur eo ordine, quo facta est subtractio. Quòd si in superiori numero aliquę figure nō habeant respondentes figuras in numero inferiori, ita vt ab illis nihil subtrahatur, reponēda illa erunt sub linea. Verbigratia. Subductis 6. ex 9. remanent 3. sub linea collocanda. Itē subductis 3. ex 8. relinquuntur 5. Et demptis 2. ex 5. relinquuntur 3. Subtracta autem figura 0. ex 1. remanet 1. At subductis 4. ex 7. remanent 3. Quia vero ex figuris 2. & 3. nihil subtrahitur, ponēda ea erunt eodem ordine sub linea.

Subtractio
quomodo
fiat.

QUANDO autem figura aliqua inferior maior est superiore sibi respondente, ita vt subtractio fieri non possit, seruanda erit hæc regula. A proxima figura superiori versus sinistram mutuo accipiatur vnitas, quę decem vnitates significabit respectu illius figurę, à qua subtractio fieri nō potest. Deinde huic vnitati apponatur figura illa, vt fiat numerus duabus figuris scribendus, à quo detrahatur illa figura inferior maior: sed tunc illa figura, à qua mutuo accepta est vnitas, reputanda erit vna vnitate minor. Quòd si proxima illa figura superior sit 0. mutuabimur vnitatem ab alia figura versus sinistram, quę vnitas significabit 100. vnitates respectu illius figurę, à qua subtractio nō potest fieri: sed tunc loco figurę 0. animo reponēda erit figura 9. & figurę, à qua mutuo acce-

Quid agē
dum si, qñ
figura infe
rior maior
est, quā
superior.

pta est vnitas, vna vnitate minor erit. Ita quoque si plures huiusmodi figura 0. antecederent illam, à qua vnitatem mutuamur, cogitandę essent omnes veluti 9. & illa, qua mutuo dedit vnitatem, vna vnitate minor. Quia omnia hoc exemplo fient perspicua.

4500016304827

3919034567892

570991736935

PRIMUM subductis 2. ex 7. remanent 5. Deinde quia 9. detrahi non possunt ex 2. mutuabimur vnitatem ab 8. & ita detractis 9. ex 12. (quem numerum expriment 1. quam mutuo accepimus, & 2.) relinquuntur 3. Rursum quia 8. ex 7. (superior enim figura 8. cum mutuo dederit vnitatem, valet tantum 7.) subtrahi nequeunt, mutuabimur vnitate à 4. & sic subductis 8. ex 17. remanent 9. Post hæc, quia 7. ex 3. (figura enim 4. ob vnitatem mutuo datam valet tantum 3.) non possunt auferri, accipiemus mutuo vnitatem à 3. post 0. Sed quoniam hæc vnitas valet 100. respectu figuræ 3. à qua non potest fieri subtractio, & nos indigemus tantum 10. necesse est, vt si à 100. mutuemur 10. relinquatur 90. Hinc fit, vt figura 3. valeat tantum 2. & supra 0. reponenda sit animo figura 9. quæ significat 90. respectu figuræ, à qua subtractio fieri non poterat. Itaque subductis 7. ex 13. remanent 6. Et subductis 6. ex 9. (supra 0. namque diximus cogitari debere 9.) remanent 3. Quoniam vero 5. ex 2.

(Nam

(Nam figura superior 3. valet tantum 2. vt diximus.) auferri nequeant, accipiemus mutuo 1. à 6. detrahemusq; 5. ex 12. vt supersint 7. Subductis deinde 4. ex 5. (figura enim 6. valet 5. ob vnitatem mutuo datam) remanet 1. Et quia rursus 3. ex 2. non possunt detrabi, mutuabimur vnitatem à 5. Sed cū hæc vnitatis valeat 10000. respectu figurae 2. à qua subductio fieri nequit, nos vero indigeamus tantū 10. necesse est, vt si à 10000. mutuamur 10. remaneat 9990. Hinc fit, vt figura 5. valeat solū 4. & supra singulas cifras cogitatione reponenda sit figura 9. hoc modo, 999. Hæ namque figurae 999. significant 9990. respectu figurae 2. à qua subductio fieri non poterat. Itaque subductis 3. ex 12. remanent 9. Et subducta figura 0. ex 9. (quam figuram 9. supra 10. diximus cogitandam esse.) remanent 9. Et subductis 9. ex 9. (quam etiam figuram 9. supra 0. imaginamur) remanet 0. Item subtractis 2. ex 9. (supra 0. namque reponenda quoque animo est figura 0.) supersint 7. At vero quoniam 9. subtrahi non possunt ex 4. (Figura enim 5. ob mutuo datam vnitatem valet tantum 4.) mutuabimur 1. à 4. & deducemus 9. ex 14. vt supersint 5. Postremo subductis 3. ex 3. (Nam figura 4. ob mutuo datam vnitatem valet tantum 3.) remanet 0. quæ figura 0. quia vltima est in hoc exemplo, nihilq; propterea significat, omittenda est.

Hæc regula plerique Arithmetici vtuntur, quam nos multo facilius ita proponemus. Quando inferior figura maior est superiore, accipiat

Facillior ta-
uo subtra-
ctionis, qm̄
figura infe-
rior supe-
riore ma-
ior est.

piatur differentia inter ipsam, & 10. atque huic differentie addatur superior figura, à qua subtractio non poterat fieri, aggregatumq̄, scribatur sub linea. Hoc enim aggregatum relinqueretur, si figura illa maior auferretur ex numero composito ex 10. & figura illa superiore, à qua nō potest fieri subtractio, non secus, ac si vnitas fuisset mutuo accepta: cum figura illa maior primum subtrahatur à 10. vt habeatur differentia inter 10. & illam figuram, deinde residuo, siue differentia huic superior figura addatur. Postea ne cogamur vnitatem cogitatione auferre ex superiore figura, à qua mutuo sumpta est implicite vnitas, addeamus proxima figura inferiori versus sinistram vnitatem, & hoc aggregatum ex superiori figura (nulla ex ea prius dempta vnitate) subducemus. Eadem enim semper differentia erit inter inferiorem, ac superiorem figuram, siue ex superiore auferas vnitatē, & inferiori nihil addas, siue ex superiori nihil auferas, & inferiori vnitatem adijcias. Vt propositis hisce duabus figuris 7. 4. si ex 7. tollatur vnitas, erit 2. differentia inter residuū 6. & 4. Et si ex 7. nihil dematur, adijciatur autem vnitas ad 4. eadem differentia 2. erit inter 7. & 5. Atque hoc modo, quotiescunque facta fuerit mentio differentie inter 10. & figuram inferiorem, quæ ex superiori non potest subtrahi, addenda erit vnitas proxima inferiori figura versus sinistram. Sed hæc omnia clariora fient ex eodem exemplo, quod hic repetimus.

$$\begin{array}{r} 4500026104827 \\ 3229034567892 \\ \hline \end{array}$$

$$570991736935$$

P R I M U M subductis 2. ex 7. supersunt 5. Quia vero 9. subtrahi non possunt (x 2. subtrahemus 9. ex 10. & reliquæ unitati (quæ differentia est inter 10. & 9.) adijciemus 2. ut habeamus 3. pro residuo sub linea ponendo. Hoc facto, statim inferiori figuræ 8. addemus 1. propter illam differentiam inter 10. & 9. ut fiant 9. Quæ quoniam rursus ex 8. non possunt subduci, detrahemus 9. ex 10. & reliquæ unitati (quæ rursus differentia est inter 10. & 9.) addemus 8. ut habeamus 9. collocanda sub linea. Quo peracto, statim inferiori figuræ 7. addemus 1. propter illam differentiam inter 10. & 9. efficiemusque 8. Quæ quoniã ex 4. demi nequeunt, auferemus 8. ex 10. & residuo 2. (hoc est, differentia inter 10. & 8.) adijciemus 4. ut fiant 6. reponenda infra lineam. Deinde statim inferiori figuræ 6. adiungemus 1. propter differentiam illam inter 10. & 8. efficiemusque 7. Quæ, quoniam ex 0. subtrahi nequeunt, subduco ex 10. & residuo 3. (id est, differentia inter 10. & 7.) addo 0. efficioque 3. ponenda sub linea. Rursus inferiori figuræ 5. addo 1. propter illam differentiam inter 10. & 7. efficioque 6. Quæ, quoniam subduci nequeunt ex 3. detraho ex 10. & residuo 4. (id est, differentia inter 10. & 6.) addo 3. efficioque 7. infra lineã scribenda. His peractis, statim inferiori

rioni figura 4. addo 1. propter dictam differentiam inter 10. & 6. facioque 5. quibus subductis ex 6. superest 1. Quia vero in hac subtractione mentio facta non est differentia inter 10. & 5. cum 5. subduci poterint ex 6. non addo 1. inferiori figura 3. sed eam, quoniam subduci non potest ex 2. subtrabo ex 10. & residuo 7. (sive differentia

$$\begin{array}{r}
 4500016304817 \\
 3929034567892 \\
 \hline
 570991736935
 \end{array}$$

inter 10. & 3.) addo ad 2. facioque 9. locanda sub linea. Post hac statim figurae inferiori 0. addo 1. propter differentiam dictam inter 10. & 3. efficioque 1. Et quoniam 1. subtrahi non potest ex 0. demo 1. ex 10. residuoque 9. (id est differentia inter 10. & 1.) addo 0. efficioque 9. infra lineam reponenda. Postea iterum statim addo 1. figurae inferiori 9. propter illam differentiam inter 10. & 1. ut habeam 10. quae, quoniam ex 0. non possunt detrabi, aufero ex 10. residuoque 0. (sive differentiae inter 10. & 10.) addo 0. facioque 0. pro residuo sub linea collocando. Rursus quam primum inferiori figurae 2. addo 1. propter dictam differentiam inter 10. & 10. efficioque 3. quae, cum ex 0. subduci nequeant, subtrabo ex 10. residuoque 7. (nempe differentiae inter 10. & 3.) addo 0. facioque 7. collocanda sub linea. Praeterea mox addo 1. ad figuram inferiorem 9. propter differentiam illam

lam inter 10. & 3. facioque 10. quæ quoniam ex 5. non possunt detrahi, aufero ex 10. ac residuo 0. (differentia nimirum inter 10. & 10.) addo 5. efficioque 5. pro residuo sub linea reponendo. Postremo statim figuræ inferiori 3. adijcio 1. propter illam differentiam inter 10. & 10. vt habeam 4. quæ subducta ex 4. relinquunt 0. quam figuram 0. quoniam superuacanea est in principio numeri ex parte sinistra, omittemus, cum posita frustra locum occuparet.

per 7.

Aliud Exemplum.

per 9.



$$\begin{array}{r}
 4000134 | \\
 67823 | 0 \\
 \hline
 3932311 | 5
 \end{array}$$



IN hoc exemplo, quoniam, ablati omnibus figuris inferioribus ex superioribus, vnitas adijcienda esset sequenti figuræ inferiori, quæ nulla est, reponemus eam in sequentem locum: quæ, quoniam auferri nequit ex 0. detrahenda erit ex 10. & residuum 9. infra lineam ponendum; Ac rursus vnitas sequenti loco adijcienda, atque ex 4. auferenda, vt habeatur residuum 3. sub linea collocandū.

QUOD si numerus ex pluribus numeris, vel plures numeri ex pluribus, vel ex vno numero sint subducendi, colligendi prius erunt plures numeri illi, à quibus fieri debet subtractio, in vnā summam; Itemque plures illi, qui subtrahi debent,

Quando numeri sunt plures quid agendum?

C inter

Prima probatio subtractionis per 9.

inter se addendi, priusquã subtractio instituat^r.
E X A M E N subtractionis quadruplex est. Primum sit per abiectionem 9. Si enim ex superiori numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 9. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abijcienda esse 9. & residuum collocetur in vna parte crucis, necesse est, vt idem numerus relinquatur, si abijciantur 9. ex numero subtracto, & ex relicto; quoties fieri potest, nisi in subtractione erratum sit. Ita vides in proximo exemplo ad dextram, residuum semper esse 3. siue 9. abijcias, quoties potes, ex numero 4000134. à quo facta est subtractio, siue ex numeris 67823. 3932311. simul, quorũ ille subtractus est, hic vero reliquus fuit ex subtractione.

Secunda probatio subtractionis per 7.

S E C U N D U M examen fit per abiectionem 7. Nam si ex numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 7. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abijcienda esse 7. & residuum ponatur in vna parte crucis, necesse est; si subtractio recte facta est, vt idem numerus relinquatur, si reijciantur 7. ex numero subtracto, ponendo residuum ad dextram illius, & ex numero relicto, ponendo etiam residuum ad dextrã illius, ac tandem duo hac residua ad dextram collocata in vnam summã colligantur, & ex ea reijciantur 7. si reijci possunt. Ita in superiori exemplo, reiectis 7. quoties fieri potest, ex numero 4000134 relinquuntur 5. Reiectis autem 7. ex 67823. remanet 0. & abiectis 7. ex 3932311. supersunt 5. quæ addita ad 0. faciunt quoque 5. vt in cruce ad
 sinistram

sinistram superioris exempli posita apparet.

C A E T E R V M utrumque hoc examen sal-
 lax esse potest, si quis per calumniã numeros per-
 mutet, aut alios numeros apponat, quemadmodũ
 in additione diximus.

T E R T I V M examen fit per additionem.
 Nam si numerum residuum subtracto numero ad-
 iicias, necessario componetur numerus, à quo sub-
 tractio facta est. Ut in hoc exemplo vides.

Tertia pro-
 batio sub-
 tractionis
 per addi-
 tionem.

Numerus, à quo fit subtractio.	60123.
Numerus subtractus.	45678.
Numerus residuus.	14445.

Summa ex numero subtracto, 60123.
 & residuo composita.

Q U A R T V M examen fit per subtractio-
 nem. Facta enim subtractione, si residuum ab eo-
 dem numero, à quo facta est subtractio, auferas,
 supererit necessario numerus subtractus. Ut in
 proximo exemplo, si numerum residuum 14445.
 ex numero 60123. detrabas, reliquus erit nume-
 rus subtractus 45678. ut hic apparet.

Quarta pro-
 batio sub-
 tractionis
 per subtra-
 ctionem.

60123
14445
45678

H A E C posteriora duo examina certissima
 sunt, nullamq; admittere possunt fallaciam, aut
 fraudem.

36 M V L T I P L I C A T I O
M V L T I P L I C A T I O I N T E G R O -
r u m . n u m e r o r u m . C a p . I I I I .

Multiplica
tio quid.

47.
115
158.

Multiplicatio est ductus v-
nius numeri in alium . Tunc autem nume-
rus quilibet in alium duci dicitur, cum alter ipso-
rum toties aug. tur , quoties in altero continetur
vnitas . Ut numerus 6. in numerum 5. vel nume-
rus 5. in numerum 6. duci dicitur, quando nume-
rus 6. quinquies accipitur, vel numerus 5. sexies.
pro pacto semper accipientur 30. atque huiusmo-
di ductus Multiplicatio appellatur . Itaque nume-
rus ex multiplicatione , siue ductu vnus numeri
in alterum procreatus toties vtrumlibet multi-
plicatorum continebit, quoties alter vnitatem com-
plectitur, vt in dato exemplo manifestum est . Ex
quo fit, Multiplicationem ita quoque describi pos-
se. Multiplicatio duorum numerorum est inuentio
numeri, qui toties vtrumuis eorum contineat, quo-
ties alter vnitatem continet.

VT expedite omnis multiplicatio fiat, neces-
se est nosse, qui numerus producat ex ductu, siue
multiplicatione cuiuslibet figura numerica in qua
uis aliam figuram, vt ex 7. in 8. vel ex 8. in 7.
Item ex 7. in 9. vel ex 9. in 7. &c. Hoc enim si
bene tenueris, nullam in multiplicatione senties
difficultatem, aut laborem. Id quod assiduo exer-
citiq magis discitur, quam vlllo precepto. Interim
tamen mirifice tibi inserviet sequens tabula, que
Pythagorica dici solet, ea fortassis de causa, quod
Pythagoras eam vel primus excogitauerit, vel
certe discipulos suos in ea mirifice exercuerit.

C O N S T R U -

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81



CONSTRVCTIO huius tabulae perfecta est. Prima enim linea ab 1. incipiens progressit per continuam additionem unitatis, vsque
 1. Ut ex 1. & 1. fiunt 2. Ex 2. & 1. fiunt
 x 3. & 1. fiunt 4. & c. Secunda vero linea à
 2. incipit, progrediturq; per continuam additio-
 2. Ut ex 2. & 2. fiunt 4. Ex 4. & 2. fiunt
 x 6. & 2. fiunt 8. & c. Ita quoque tertia li-
 nitium sumit à 3. & per continuam additio-
 3. progreditur. Atque eodem modo reliquae
 a compositae sunt. Qualibet enim per continuam
 additionem eius numeri, a quo incipit, progreditur.

Constructio
 tabulae Pythagoricae.

VSVS autem eiusdem tabulae, quod ad multiplicationem attinet, (infinitos enim alios vsus habet) hic est. Propositis duabus figuris inter se multiplicandis, si altera in superiori linea, & altera in sinistro latere sumatur, et in illa linea deorsum, in hoc vero latere dextrorsum quis progrediatur, reperiet in communi concursu numerum

Vsus tabulae Pythagoricae.

3 S M V L T I P L I C A T I O

ex multiplicatione duarum illarum figurarum inter se productum. Ita vides ex multiplicatione 7. in 8. vel 8. in 7. produci 56. Item ex 8. in 8. produci 64. & sic de ceteris.

Regula
multiplicandi
duas figuras
in figurâ.

QVOD si huiusmodi tabula in promptu non sit, utendum erit hac regula. Scribatur una figura sub altera, & viriusq; distantia à 10. ad latus ponatur. Deinde hę distantie inter se multiplicentur. Productus enim numerus, si vnica figura scribitur, dabit primam figuram summę producendę ex figurarum multiplicatione: si vero duabus figuris scribitur, seruanda erit figura denarum, & prior ponenda pro prima figura summę producendę. Secunda autem figura eiusdem huius summę habebitur, si alterutra distantia ab altera figura detrahatur, & residuo figura denarum reservata addatur, si qua seruata est: Vel certe si figurę propositę inter se addantur, addita prius figura denarum reservata, si qua seruata est, dabit prima figura huius aggregati (reiecta secunda figura tanquam superuacanea) secundam figuram summę producendę. Exemplis res fiet illustrior.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
7		6		4	
	2		4		2

IN primo exemplo figurę multiplicandę sunt 9. & 8. earumque distantia à 10. sunt 1. & 2. quę inter se multiplicatę, (erit autem multiplicatio distantie

distantiarum à 10. facillima, cum minores sint, quam figura multiplicandæ. De bis enim regula hæc intelligenda est) dicendo semel 2. vel bis 1. faciunt 2. quæ sub distantijs scribo pro prima figura summæ producendæ. Ablata autem distantia 2. ex 9. vel distantia 1. ex 8. relinquuntur 7. quæ scribo sub figuris pro secunda figura summæ producendæ. Quam secundam figuram etiam dabit prima figura aggregati figurarum 9. & 8. quod est 17. relicta secunda 1. tanquam omnino ad hoc negotium inutili. Itaque multiplicatio figurarum 9. & 8. efficit 72.

IN secundo autem exemplo figura propositæ sunt 8. & 8. quarum distantia à 10. sunt 2. & 2. His inter se multiplicatis, dicendo, bis 2. habebimus 4. pro prima figura summæ producendæ. Dempta autem vtrius distantia ex 8. supererunt 6. pro secunda figura; quam nobis etiam dabit prima figura aggregati ex 8. & 8. quod est 16. relicta secunda 1. tanquam superuacanea. Figure igitur 8. & 8. inter se multiplicatæ faciunt 64.

IN tertio denique exemplo figuræ datæ sunt 7. & 6. quarum distantia à 10. sunt 3. & 4. Hæc inter se multiplicatæ, dicendo, ter 4. vel quater 3. faciunt 12. Prima ergo figura summæ producendæ erit 2. secunda vero figura 1. seruanda erit. De inde ablata distantia 4. ex 7. vel distantia 3. ex 6. supersunt 3. quibus si addatur vnitas, quam seruauimus, fient 4. pro secunda figura summæ producendæ; quam etiam figuram dabit prima figura aggregati ex 7. & 6. addita prius vnitate seruata,

quod est 14. omiffa prorsus fecunda figura 1. Produ-
 duntur ergo 42. ex multiplicatione 7. per 6.
 vel 6. per 7. Eadem ratio in ceteris est, dummodo
 duę figurę propositę inter se additę superent 10.
 Alias distantię illarum à 10. maiores essent ipsis
 figuris, ac proinde facilius multiplicarentur figu-
 rę, quàm distantię. Rectius tamē feceris, si vsu, &
 exercitatione memoriter ediscas huiusmodi mul-
 tiplicationes figurarum inter se, quàm vt vel ad
 tabulam Pythagoricam, vel ad hanc regulam con-
 fugias.

Qua ratio
 ne collocā-
 di hęc nu-
 meri inter
 se multipli-
 candi.

I A M vero propositis duobus numeris inter
 se multiplicandis, scribendus est minor sub maiore,
 ita vt prima figura respondeat primę figurę, & se-
 cunda secundę, &c. vt in additione, & subtra-
 ctione diximus. Quod tamen necessarium non est,
 cum etiam maior sub minore scribi possit, dicto ta-
 men ordine figurarum seruato. Vt si multiplican-
 da sint 4300678. per 600394. collocandi erunt
 numeri altero horum modorum, quamuis primus
 sit magis vsitatus.

$$\begin{array}{r} 4300678. \\ 600394. \end{array} \quad \text{Vel.} \quad \begin{array}{r} 600394. \\ 4300678. \end{array}$$

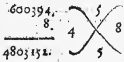
S E D doceamus prius, quo pacto numerus ali-
 quis per vnā solam figuram multiplicandus sit.
 Ita enim facilius intelligetur, qua ratione nume-
 rus per numerum debeat multiplicari.

Q U A N D O ergo numerus aliquis per vnā
 tantum figuram multiplicandus est, solet semper
 figura

I N T E G R O R V M. 48

figura hæc multiplicans subscribi primæ ^{figuræ} numeri
 numeri multiplicandi. Ut si numerus 600394.
 multiplicandus pro-

ponatur per 8. sic sta-
 bit exemplum. Mul-
 tiplicatio autem fiet
 si figura 8. multipli-
 cetur per omnes fi-



Quomodo
 numerus
 per unam
 figuram mul-
 tiplicatur.

guras numeri 600394. incipiendo a dextra, & si-
 nistram versus progrediendo, singulosque numeros
 productos sub linea, quæ infra numeros multipli-
 candos ducitur, scribendo; ita tamen, ut si produ-
 ctus aliquis numerus duabus figuris scribendus sit,
 prima earum ponatur, secunda vero seruetur se-
 quenti producto adijcienda, hoc videlicet modo.
 Primum multiplico 8. per 4. dicendo, octies 4. fa-
 ciunt 32. pono 2. sub 4. & seruo 3. Item octies 9.
 faciunt 72. & additis 3. seruat, fiunt 75. pono
 5. sub 9. & seruo 7. Item octies 3. faciunt 24. &
 additis 7. seruat, fiunt 31. pono 1. sub 3. seruoque
 3. Deinde octies 0. facit 0. & additis 3. seruat,
 fiunt 3. quæ pono sub 0. nihilque reseruo. Rursus
 octies 0. facit 0. cui, quia nihil seruavi in præce-
 denti producto, nihil addendum est. Pono ergo 0.
 sub 0. nihilque reseruo. Denique octies 6. faciunt
 48. quibus, quia in proximo producto nihil serua-
 ui, nihil addo. Pono igitur totum hunc numerum
 sub linea, quia multiplicatio ad finem perducta
 est, cum nulla alia figura superioris numeri restet
 multiplicanda per 8. Itaque si totum numerum
 600394. multiplicemus per 8. procreabimus hunc



nume-

42 M U L T I P L I C A T I O

numerum 4803152. Atque hoc modo quemcumque numerum per quamvis figuram multiplicabis.

Quomodo
numerus
per nume-
rum pluri-
bus figuris
scriptum
multiplicetur.

SI vero numerus per numerum sit multiplicandus, ducatur sub ipsis dispositis, ut dictum est, linea recta. Deinde singulae figurae inferioris numeri per singulas figuras numeri superioris multiplicentur, ut proxime docuimus; hoc solum diligenter observato, ut numerus productus ex quacunque figura inferioris numeri per primam figuram numeri superioris multiplicata collocetur sub illa figura inferioris numeri, per quam superior numerus multiplicatur, reliqui autem numeri ex multiplicatione eiusdem figurae numeri inferioris per alias figuras superioris numeri producti statuuntur suo ordine deinceps versus sinistram. Ut in hoc exemplo factum esse vides, in quo quatuor ordines numerorum sub linea constituti sunt ex numeris productis.

per 9.	per 7.	
		
	$ \begin{array}{r} 4300678 \\ 600394 \\ \hline 17201712 \\ 38706102 \\ 12901034 \\ 25804068 \\ \hline 2582101267132 \end{array} $	

Totus enim numerus productus ex multiplicatione.

catione 4. in omnes figuras superioris numeri habet primam suam figuram sub 4. Ita quoque numerus productus ex multiplicatione 9. in omnes figuras numeri superioris primam suam figuram habet sub 9. Eadem ratione prima figura numeri producti ex multiplicatione 3. in omnes figuras numeri superioris collocata est sub 3. Denique prima figura numeri producti ex multiplicatione 6. in omnes figuras superioris numeri posita est sub 6. Reliquæ autem figuræ ordine suo progrediuntur versus sinistram.



QUONIAM vero cifra siue multiplicans siue multiplicata producit 0. propterea omisimus in numero inferiori duas cifras, ita ut eas non multiplicauerimus in numerum superiorem, quia semper produxissent 0. Idem faciendum est, quotiescunque in numero inferiori fuerint aliquot cifrae. Eas enim semper omitemus, & ad proxime sequentem figuram significatiuam nos conseruamus. Cifrae tamen superioris numeri, si quæ sint, negligenda non sunt. Nam licet multiplicata per figuras inferioris numeri significatiuas producant 0. septennumero tamen producto illi 0. addendum est aliquid, illud nimirum, quod in precedenti multiplicatione aliquando reseruatum est, idque loco producti reposendum sub linea. Immo etiam si nihil reseruatum sit aliquando, ponenda tamen est figura 0. sub linea loco producti. Quæ omnia in superioribus exemplis obseruata sunt. In priori enim cum multiplicauimus 8. per 0. produximus 0. sed quia in precedenti multiplicatione reseruata erant

3. posuimus 3. loco producti 0. Rursus cum multiplicauimus iterum 8. per 0. produximus etiam 0. & quoniã nihil reseruatũ fuit, posuimus 0. loco producti. Idemque factum est in posteriori exemplo.

POST hæc infra omnes namq; ros productos alia linea ducatur, vt sub ea ponatur summa ex omnibus illis productis collectis. Quæ quidem summa colligenda est, vt in additione traditum est; dummodo prima figura cuiuslibet producti cum intelligatur locum occupare, quem figura primi producti, sub qua illa collocatur, occupat: Hoc est, vt figura 2. quæ prima est secundi numeri producti in proposito exemplo, cogitetur esse posita sub secundo loco primi producti; figura autem 4. quæ prima est in tertio producto, intelligatur esse locata sub tertio loco primi producti; Denique figura 8. quæ prima etiam est in quarto producto, concipiatur occupare sextum locũ sub primo producto. In his enim locis omnes has figuras vides esse positas. Itaque vt exemplo rem monstremus, hac ratione summa colligetur. In numeris productis sola figura 2. occupat primum locum; Ea igitur sola ponenda est in primo loco sub linea. Deinde in secundo loco sunt 1. & 2. quæ faciunt 3. sub linea in secundo loco ponenda. Rursus in tertio loco sunt 7. 0. 4. quæ efficiunt 11. Collocanda ergo erit 1. sub linea in tertio loco, & seruanda 1. vt figuris quarti loci adijciatur, &c. Hac ratione summa collecta erit 2582101267132. atque hic numerus producitur ex multiplicatione 4300678. in 600394.

UT autem videas eundem numerum gigni, etiam si maiorem numerum sub minore statuamus, apposimus hoc alterum exemplum sequens, in quo iidem duo numeri 4300678. & 600394. inter sese multiplicatur, sed maior numerus sub minore positus est, factique sunt quinque ordines numerorum productorum, quot nimirum sunt figurarum significatiua in numero inferiori. Idem tamen numerus productus est, qui prius.

HIC modus multiplicandi, quem hactenus exposuimus, apud omnes magis usitatus est: alias tamen multiplicandi rationes non inuicundas in pleniore nostra Arithmetica explicabimus.

per 9.	600394 4300678	per 9.
	<hr style="width: 100%;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: right;">4803152</div> <div style="text-align: left;">4</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: right;">4201758</div> <div style="text-align: left;">4</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: right;">3601364</div> <div style="text-align: left;">4</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: right;">1801182</div> <div style="text-align: left;">2</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: right;">1401576</div> <div style="text-align: left;">2</div> </div> <hr style="width: 100%;"/> <div style="text-align: right;">2581101267132</div>	

EXAMEN multiplicationis triplex est. Primum fit per abiectionem 9. hoc modo. Reiciatur primū 9. ex primo numero multiplicato, quoties fieri potest, ut in additione diximus, residuum que in sinistra parte crucis ponatur. Deinde reie-

Prima probatio multiplicationis per 9.

ctis

46 M U L T I P L I C A T I O

Etis 9. eodem modo ex altero numero multiplicato, locetur residuum in dextra parte crucis. Post hæc, multiplicatis his duobus residuis inter se, & ex producto reiectis 9. statuatur residuum in superiori parte crucis. Postremo ex summa omnium productorum reiectis quoque 9. scribatur residuum in parte crucis inferiore. Necesse enim est, residuum hoc æquale esse residuo superiori, si erratum in multiplicatione non est. Exempla posita sunt in superioribus multiplicationibus. Nam in primo exemplo, reiectis 9. ex 600394. residuum est 4. Residuum autem huius numeri 8. est 8. quia 9. abijci non possunt. Multiplicatis autem his residuis 4. & 8. inter se, fiunt 32. à quibus si reijciantur 9. remanent 5. Ac tantundem relinquitur, si reijciatur 9. ex producto 4803152. In secundo autem exemplo, residuum primi numeri est 1. secundi autem 4. Multiplicatisque inter se his residuis 1. & 4. fiunt 4. in supremâ parte crucis locanda, quia 9. abijci non possunt. Reiectis autem 9. ex tota summa, supersunt etiam 4.

secunda pro
hæc m ul-
tiplicatio
non potest

A L T E R U M examen fit per reiectionem 7. si nimirum ex eisdem numeris abijciantur 7. ut in additione diximus, ex quibus in superiori examine præcepimus reijcienda esse 9. Exemplum habes in postremis duabus multiplicationibus. Sed duo hæc examina sunt etiam fallacia, propter causas supra adductas.

Tertija pro
hæc m ul-
tiplicatio
non potest
haberi

T E R T I U M examen certissimum est, fitque per divisionem. Si enim tota summa producta dividatur per alterutrum numerorum multiplicatorum,

torum, prodibit necessario in Quotiente alter numerus. Quae quidem divisio facillima erit, cū opus non sit, Quotientes figuras inquirere, cum ea ordine omnes contineantur in altero numero multiplicato. Sed hoc examen planius intelligetur, cum Divisio explicata fuerit.

Alia duo exempla cum probatione per 9.

4068		3069	
23		45	
12204	}	15345	}
8136	}	12276	}
93564		138105	

I N priori horum exemplorum primum residuum est 0. Unde licet secundum residuum sit 5, tamen residuorum multiplicatio facit 0. In posteriori autem utrumque residuum numerorum multiplicatorum est 0. Unde eorum multiplicatio dabit etiam 0. atque ita in utroque exemplo residuum numeri producti etiam necessario erit 0.

Q U O D si uterque numerus multiplicandus, vel alter tantum, habuerit in principio aliquot cifras, multiplicatio admodum facilis erit. Abiectis enim omnibus cifris illis, multiplicandi erunt reliqui numeri inter se, & producto numero apponenda ordine omnes illae cifrae abiectae. Ut si multiplicandus sit numerus 3406. per 4000. reiectis

cifris

Facilitas multiplicationis, cum numeri in principio habent cifras.

cifris 000. multiplicetur datus numerus per 4. & numero producto 13624. apponantur eadem cifra, hoc modo. 13624000. Sic etiam, si multiplicanda sint 3040000. per 203000. reiectis 7. cifris ad dextram horum numerorum positis, multiplicentur reliqui numeri 304. & 203. inter se, & producto numero 61712. apponantur reiecte ille septē cifra, hoc modo. 617120000000.

H I N C fit, si numerus aliquis multiplicandus sit p 10. vel 100. vel 1000. vel 10000. & c. addendas esse illi numero aut dextram tot cifras, quot continentur in numero multiplicante, sine vlla alia multiplicatione: quia, reiectis cifris, superest sola vnitas, que numerum datum multiplicans eundem numerum producit. Vt 5067. multiplicata per 10. faciunt 50670. Multiplicata autē per 100000. faciunt 506700000. Ita quoque 3000. multiplicata per 100. faciunt 300000. & c.

D I V I S I O I N T E G R O R V M

numerosum. Cap. V.

Diuisio qd

D I V I S I O est distributio propositi numeri in partes ab altero numero dato denominatas. Vt diuisio numeri 36. per 9. est distributio eius in nonas partes, nempe a 9. denominatas; quarum quidem singula quaternas vnitates continent: ita vt 4. sit numerus ex hac diuisione productus, qui Quotiens dici solet, propterea quod indicat, quoties numerus 9. qui diuidens, siue diuisor appellatur, in diuidendo numero 36. contineatur.

Quotiens
quid.

Indicat enim contineri quater, toties nimirum, quoties numerus Quotiens 4. unitatem continet. Ex quo fit, Divisionem ita quoque describi posse. Divisio est inuentio numeri; qui toties unitatem contineat, quoties numerus diuidentus diuisorem continet. Ut in proposito exemplo perspicuum est.

IN diuisione scribitur diuisor sub numero diuidento, non quidem ponendo primam figuram sub prima, & secundam sub secunda, &c. ut in additione, subtractione, & multiplicatione factum est, sed contrarij ordine. Ponenda enim hic est vltima figura diuisoris sub vltima figura diuidentij numeri, & penultima sub penultima, &c.

Ut si diuidentus sit numerus 7809. 7809
per 47. collocandi erunt numeri, ut in 47
apposito exemplo apparet.

QUOD si vltima figura diuisoris maior fuerit vltima figura numeri diuidentij, collocanda erit vltima figura diuisoris sub penultima figura numeri diuidentij, & penultima sub antepenultima, &c. ut in hoc exemplo est 37800

manifestum. Idem faciendum est, si 47.

vltima figura diuisoris equalis fuerit vltima figura numeri diuidentij, sed penultima maior, quam penultima: Vel si & vltima vltima, & penultima penultima fuerit equalis, sed antepenultima diuisoris maior, quam antepenultima numeri diuidentij: Vel denique, quotiescunque diuisor maior fuerit eo numero, quem tota figura vltima numeri diuidentij expriment, quot figuris diuisor scribitur. Quae omnia in his tribus exemplis manifesta sunt.

37.
125.
117.

Quo pacto numeri in diuisione sint collocandi.

46800.	476047.	4792.
47	4762	47

Divisio
quomodo
fit.

In Quotie
te non po-
test poni
maior nu-
merus, q̄ 9.

Residuum
numerus
semper de-
bet esse mi-
nor diviso-
re.

IT A autem divisio fiet. Primum queratur, quoties divisor in numero sibi suprascripto contineatur, & numerus indicans, quoties continetur, ad dexteram numeri dividendi post lineam hanc lineam curvam (scribatur; atque hic numerus (qui semper unica figura scribitur. Nunquam enim maior numerus, quam 9. poni potest in Quotiente; etiamsi divisor videatur saepius aliquando contineri in numero suprascripto, quam novies, ut in exemplis patebit.) in divisore multiplicetur, productusque numerus (qui seorsum scribendus non est, sed memoria retinendus.) ex suprascripto numero subtrahatur, ut in subtractione docuimus, scribendo singulos numeros residuos supra figuras, à quibus facta est subtractio, deletis prius hisce figuris una cum divisore. Numerus autem totus residuus supra divisorem notatus minor esse debet diviso- re, aliàs erratum esset. Id quod etiam in alijs residuis observandum erit.

D E I N D E promovendus erit divisor dex- tram versus in proximum locum, & iterum qua- rendum, quoties in numero sibi suprascripto conti- neatur, & reliqua facienda, ut prius. Quod si in aliqua promotione divisor maior fuerit numero su- prascripto, ita ut nec semel quidem in eo continea- tur, scribenda erit figura 0. post illum numerum, quem post lineam curvam scribendum esse dixi- mus, & divisor delendus, iterumq̄ promovendus

ad

ad proximum locum, & querendum, ut prius, quoties in numero suprascripto contineatur, &c. Atque ita semper promovendus erit divisior, donec nullus locus in numero dividendo supersit, in quem divisior possit promoveri. Verum hac exemplis sicut planiora.

SIT primum dividendus numerus 76048. per univiam figuram, ut per 8. Primum inuenio divisorem 8. contineri in numero suprascripto 76. nonies. Dicitur autem ille numerus supra divisorem esse scriptus, qui exprimitur figura supra primam figuram divisoris posita, & omnibus alijs versus sinistram, si quæ sint. Ut in dato exemplo numerus supra divisorem positus est 76. Porro ex tabula Pythagorica, quæ supra posita est, cognosces facile, quoties figura divisoris in supra posito numero contineatur. Si enim figuram divisoris sumas in vertice tabulæ, & in eius linea, deorsum descendendo, accipias numerum suprapositum, vel, si is non invenitur, eo proxime minorem, indicabit figura ei respondens in sinistro latere, quoties figura divisoris in numero supraposito contineatur. Ut in dato exemplo, sub figura 8, non reperitur numerus 76. suprapositus: si igitur accipiat 72. proxime minor, reperietur in sinistro latere figura 8. Nonies ergo continetur figura 8.

in 76. atque ita de cæteris. Pono igitur 9. post lineam curvam, & multiplico 9. per 8. dicendo, octies 9. faciunt 72. quæ subtrahenda sunt ex numero 76. supra divisorem posito, hoc modo. Subtrahis

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76048 \text{ (9} \\ 8 \end{array}$$

Quomodo numerus per univiam figuram dividatur.

Qui numerus dicatur supra divisorem positus.

Quo pacto ex tabula Pythagorica cognoscatur, quoties figura divisoris in supra posito numero contineatur.

2. ex 6. remanent 4. Deleta igitur figura 8. in diuifore, & figura 6. in numero diuidendo, pono 4. supra 6. Subtrañtis item 7. ex 7. nihil remanet. Deleta igitur figura 7. nihil pono supra 7. quia poni debet et cifra, quæ supernacanea eſſet, eò quòd illam nulla alia figura ſequatur verſus ſiniſtram. Atque ita abſoluta eſt vna operatio diuiſionis, remanet q̄, hic numerus 4048. vt in propoſito exemplo vides.

DEINDE promotò diuiſore in præcedentem locum ſub 0. vt hic vides in ſecundo exemplo, video diuiſorem 8. in numero ſupraſcripto 40. contineri quin-

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 4048} \quad (9 \\ \underline{28} \\ 12 \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$
 quies. Pono igitur 5. poſt figurá 9. iam inuentam, vt in tertio exemplo vides, & dico; quinques 8. (multiplicando nimirum figuram 5. inuentam per diuiſorem.) faciunt 40. quæ ſubtrahãta ex numero 40. ſupra diuiſorem poſito nihil relinquũt. De-

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 4048} \quad (95 \\ \underline{35} \\ 5 \\ \underline{40} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$
 leta igitur figura 8. in diuiſore, & figuris 0. & 4. in numero diuidendo, abſoluta erit ſecunda operatio diuiſionis, remanebit q̄, hic numerus 48. vt in eodem tertio exemplo apparet.

RURSUS diuiſore promotò in præcedentem locum ſub

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 4048} \quad (95 \\ \underline{35} \\ 5 \\ \underline{40} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$
 4. vt hic in quarto exemplo cernis, reperio diuiſorem 8. nec ſemel quidem contineri in ſupraſcripto numero 4. Pono igitur 0. poſt figuram 5. vltimo inuentam, vt in quinto exemplo factum eſt.

Et quoniam figura 0. multiplicata per diuisorem nihil producit, nihil subtrahendum erit ex numero 4. supra diuisorem posito.

Deleto igitur diuisore, absoluta erit tertia operatio diuisionis, remanebitq; numerus 48.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 248} \quad (950 \\ \underline{888} \end{array}$$

vt in hoc eodem quinto exemplo manifestum est.

POSTREMO, promotio diuisore in precedentem locum sub 8. vt hic in

sexto exemplo cernitur, inuenio diuisorē 8. in numero 48. supra scripto contineri sexies.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 248} \quad (950 \\ \underline{888} \end{array}$$

Pono igitur 6. post figuram 0. vltimo repertam, vt hic in septimo exemplo factum est, & dico; sexies 8. (multiplicando nimirum figuram 6. inuentam

in diuisorem) faciunt 48. que subtracta ex numero

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{) 248} \quad (9506 \\ \underline{888} \end{array}$$

48. supra diuisorem posito nihil relinquunt. Deleta igitur figura 8. in diuisore, & figuris 8. & 4. in numero diuidendo, absoluta erit tota diuisio, cum nullus alius locus supersit in numero diuidendo, in quem diuisor possit promoueri; nihilq; in diuisione supererit. Itaque totus Quotiens numerus est 9506.

POSVI tot exempla in hac diuisione, vt distinctius appareret, quidnam in qualibet operatione relinquatur, & quid deleatur: quamuis solum extremum sit instar omnium, ita vt in operatione necesse non sit alia exempla depingere, sed satis sit, si vltimum describatur.

Quotiens
quot figu-
ras habet.

V I D E S igitur, Quotientem tot habere figu-
ras, quoties divisor sub numero diuidendo positus
est. Id quod in omnibus alijs diuisionibus, etiam
per plures figuras institutis, euenit. Semper enim
tot figuras habebit Quotiens, quoties totus diui-
sor sub numero diuidendo ponitur.

Quomodo
numerus
per plures
figuras di-
uidatur.

S I T deinde numerus 1832487. diuidendus
per numerum 469. qui non vna, sed pluribus figu-
ris scribitur. Hic, vt sciatur, quoties divisor in nu-
mero supra scripto continetur, (est autem in hoc
exemplo numerus 1832. su-
pra diuisorem positus.) non

est id de toto diuisore inqui-
rendum, sed satis est, si inue-
stigetur, quoties vltima eius

$$\begin{array}{r} 42 \\ 469 \overline{) 1832487} \\ \underline{1832} \\ 487 \\ \underline{469} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array} \quad (3$$

figura, qualis hic est 4. contineatur in numero su-
prapposito, (Dico autem etiam hic illum numerum
supra vltimam figuram diuisoris, vel supra quam-
cunq; aliam, esse positum, qui exprimitur figura supra
eam scripta, & omnibus alijs versus sinistram, si
quae sint. Ut in dato exemplo, supra figuram 4. po-
situs est numerus 18. supra 9. autem numerus
1832.) qui hic est 18. hac tamen adhibita cautio-
ne, vt non semper in Quotiente ponatur figura tot
vnitatum, quoties vltima diuisoris figura in nume-
ro supra eam posito continetur, sed diligenter cu-
retur, vt ea figura ponatur, quae in totum diuiso-
rem multiplicata eo ordine, quem iam praescribe-
mus, talem numerum producat, qui & ex numero
supra diuisorem posito subtrahi possit, & subtra-
ctus relinquat numerum (si quem relinquat) diui-

Qui nume-
rus dicatur
supra quam
cunq; figu-
ram diui-
soris esse
positum.

fore minorem. Itaque (vt ad exemplum propositū veniamus) quamuis vltima figura diuisoris, quæ est 4. contineatur in supraposito numero 18. quater, tamen quia figura 4. multiplicata in totum diuisorem producit maiorem numerum, quàm 1832. qui supra diuisorem positus est, ita vt ex supraposito numero subtrahi non possit, non pono 4. in Quotiente, sed 3. Quod si hac figura 3. multiplicata in totum diuisorem produceret maiorē etiā numerum, quàm 1832. ponerem 2. loco 3. Et si figura 2. multiplicata in diuisorem adhuc maiorem numerum procrearet, ponerē 1. atque ita semper minuam figuram Quotientis vna vnitatē, donec figuram inueniam, quæ in diuisorem multiplicata numerum gignat, qui ex supra scripto numero detrahi possit.

S I C autem multiplicanda erit figura Quotientis inuenta in totum diuisorem. Primum ducenda est in vltimam figuram diuisoris, & hoc productum ex numero supra vltimam figuram illam posito auferendum, deleta prius illa figura diuisoris, vna cum numero, ex quo facta est subtractio. Deinde multiplicanda est in figuram penultimam diuisoris, productumq; ex numero supra posito detrahendum, vt prius. Atque hoc modo in omnes figuras diuisoris multiplicanda est, &c. vt in nostro exemplo. Ex 3. in 4. fiunt 12. quæ ita subtrahenda sunt ex 18. numero supraposito. De n. ptis 2. ex 8. remanent 6. Deleta ergo figura 4. in diuisore, & figura 8. in numero diuidendo, r. pono 6. supra 8. Deempto item 1. ex 1. nil remanet. De-

Quo ducta sit figura Quo uenitiois in diuisorem.

leo igitur 1. Deinde ex 3. in 6. fiūt 18. quæ ex numero supra posito 63. sic subducenda sunt. Distantia 8. à 10. (Nam 8. ex 3. subtrahi nequeunt.) est 2. additis 3. fiunt 5. quæ pono supra 3. deleta prius figura 6. in diuifore, vnà cum figura 3. in numero diuidendo. Addo autem 1. propter distantiam à 10. cuius mentio facta est, ad 1. (nempe ad denā numeri 18. qui subtrahitur.) fiuntq; 2. quæ ex 6. ablata relinquunt 4. quæ pono supra 6. deleta prius dicta figura 5. Tandem ex 3. in 9. fiunt 27. quæ sic ex suprascripto numero 452. detrahuntur. Distantia 7. à 10. (quoniam 7. ex 2. detrahi non possunt) est 3. additis 2. fiunt 5. quæ pono supra 2. deleta prius figura 9. in diuifore, & figura 2. in numero diuidendo. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad denas numeri 27. subtrahendi.) propter dictam distantiam à 10. facioque 3. quæ ablata ex 5. (nimirum ex secunda figura numeri 452. à quo subtrahio fit.) relinquunt 2. Pono ergo 2. supra 5. deleta prius dicta figura 5. Atque ita deinceps pergendum esset, si plures figure in diuifore reperirētur. Absoluta ergo hac ratione crit diuisionis vna operatio, remanebitq; hic numerus 425487. vt in exemplo suprascripto vides.

P R O M O T O iam diuifore in præcedentē locū, ita vt singula figure diuiforis locum vnum mutant, vt hic vides, intelligo vltimam figuram diuiforis, nempe 4. in supraposito numero 42. conti neri nouies. Pono igitur 9.

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 655 \\
 \hline
 2872487 \quad (3 \\
 \hline
 4869 \\
 \hline
 40
 \end{array}$$

post figuram 3. in priori operatione inuentam, vt in sequenti exemplo patet, & dico. Ex 9. in 4. fiunt 36. que ita subtraho ex numero 42. supra scripto. Distantia 6. à 10.

(quoniam 6. ex 2. subduci nō possunt) est 4. additis 2. fiunt 6. que pono supra 2. deleta prius figura 4. in diuisore, vna cum figura 2. in numero diuidendo. Adde autem 1. ad

$$\begin{array}{r}
 x \\
 63 \\
 42x \\
 6883 \\
 x882487 \quad (390 \\
 466699 \\
 4596 \\
 44
 \end{array}$$

3. (nimirum ad denas numeri 36. subtrahendi.) propter dictam distantiam à 10. facioque 4. que ex 4. ablata nihil relinquunt. Deleo ergo 4. Rursus ex 9. in 6. fiunt 54. Detrahis igitur 4. ex 5. remanet 1. Demptis quoque 5. ex 6. remanet etiā 1. Quare deleta figura 6. in diuisore, vna cum figuris 5. & 6. in numero diuidēdo, pono supra singulas figuram 1. Denique ex 9. in 9. fiunt 81. que ita subduco ex numero 114. supraposito. Dēpto 1. ex 4. remanent 3. Pono ergo 3. supra 4. deleta prius figura 9. in diuisore, & figura 4. in numero diuidendo. Distantia autem 8. à 10. (quia 8. ex 1. subduci nequeunt) est 2. si addatur 1. fiunt 3. que supra 1. colloco, deleta prius figura 1. Et propter dictam distantiam à 10. subtraho 1. ab 1. nihilq. remanet. Deleo ergo 1. absolutaq. erit secunda diuisionis operatio. Numerus autem remanens erit 3387. vt in exemplo patet.

R V R S V S promotō diuisore in proximum locum, vt in proximo exemplo apparet, ita vt fi-

gura 9. locetur sub 8. at 6. sub 3. & 4. sub 3. vi deo ultimam figuram diuisoris, puta 4. nec semel quidē in supraposito numero contineri, quare scribo 0. post figuram 9. proxime inuentam, deleoq; diuisorem. Absoluta namque ita erit tertia operatio diuisoris, remanebitq; idem numerus 3387. qui in antecedente operatione reliquus fuit.

P O S T R E M O promotō diuisore in primū locum, vt in eodem proximo exemplo manifestum est, reperio ultimam diuisoris figuram 4. in suprascripto numero 33. contineri septies tantum: quia si sumeretur octies, non posset à numero 3387. supraposito fieri

subtractione numerorum productorum ex 8. in totum diuisorem.

Itaque pono in Quotiente figurā 7. post alias

$$\begin{array}{r}
 x \\
 631 \\
 42180 \\
 688364 \\
 1832487 \quad (3907. \frac{1}{4} \frac{0}{8} \frac{4}{8}) \\
 466666 \\
 4666 \\
 **
 \end{array}$$

figuras inuentas, vt in hoc exemplo apparet, & dico. Ex 7. in 4. fiunt 28. quæ hac ratione ex numero 33. supraposito demo. Distantia 8. à 10. (Nam 8. ex 3. non possunt subtrahi) est 2. si addantur 3. fiunt 5. Deleta ergo figura 4. in diuisore, & figura 3. in numero diuidendo, pono 5. supra 3. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad denas numeri 28. subtrahendi.) propter dictam distantiam à 10. facioq; 3. quæ ex 3. ablata nihil relinquit. Quare deleta figura 3. rursus dico. Ex 7. in 6. fiunt 42. quæ ex 58. numero supraposito ita tollentur.

lentur. *Detrahtis 2. ex 8. relinquuntur 6. Deleta ergo figura 6. in diuisore, & figura 8. in numero diuidendo, pono 6. supra 8. Detrahtis item 4. ex 5. remanet 1. Deleta ergo figura 5. pono. 1. supra eam, & tandem dico. Ex 7. in 9. fiunt 63. quas ex 167. numero supraposito sunt deducenda hoc modo. Dempnis 3. et 7. supersunt 4. Deleta igitur figura 9. in diuisore, & figura 7. in numero diuidendo, statuo 4. supra 7. Detrahtis item 6. ex 6. re manet 0. Deleta ergo figura 6. pono 0. supra eam. Atque ita tota diuisio absoluta est, remanetque numerus hic 104 qui post Quotientem 3907. collocandus est supra diuisorem 469. interiecta linea inter ipsos, vt fiat numerus fractus, hoc est, partes 104 ex partibus 469. in quas totum aliquod concipitur esse diuisum. Eodem pacto in alijs diuisio nibus ponitur residuum, si quod fuerit, supra diuisorem, linea inter ipsos interiecta, vt fiat fractus numerus.*

*Quid agat
dū sit eorum
numero
ex diuisio
ne reliquor*

I M M O vero, quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, ponendus erit numerus diuidendus supra diuisorem, interiecta dicta linea inter ipsos, vt fiat numerus fractus; Vt si diuidendi sint 48. aurei in 60. milites, fiet numerus fractus, quem hic vides esse $\frac{4}{6} \frac{2}{5}$ appositum; ita vt quilibet accipiat 48. partes ex 60. in quas vnus aureus intelligitur esse diuisus. Quid autem sit huiusmodi fractus numerus, & quo modo eius valor exploretur tam in monetis, quā in ponderibus, aut mēsuris, prout numerus diuidendus significat monetam, aut ponde-

*Quando
numerus
minor per
maiorē pro
ponitur di
uidendus a
quid agat
dum.*

ra, mensurasve, dicemus in tractatione fractionum numerorum.

Quomodo nonnulli ducant figuram Quotientis inventam in divisorem.

SUNT nonnulli, qui alio modo multiplicant figuram Quotientis inventam in totum divisorem. Nam primum eam multiplicant in primam figuram divisoris, productumque ex numero ei figura supraposito auferunt: Deinde eandem ducunt in secundam figuram divisoris, & ita deinceps in reliquas, donec ad ultimam peruenerint, productosque numeros ex superscriptis numeris tollunt. Ut si diuidendus sit numerus 3387. per

463. (quemadmodum in ultima operatione superioris exempli factum est.) postquam repererunt, ultimam figuram divisoris, nimirum 4. contineri septies in supraposito numero 33. (Nam officium comprehendere non potest, ut paulo ante diximus.) ponentes in Quotiente figuram 7. non dicunt, ex 7. in 4. fiunt 28. ut nos fecimus, sed 3. Ex 7. in 9. fiunt 63. qua ita ex supraposito numero 3387. subtrahunt. Ablatis 3. ex 7. relinquuntur 4. Deleta ergo figura 9. in divisore, & figura 7. in numero diuidendo, ponunt 4. supra 7. Ablatis quoque 6. ex 8. remanent 2. ponenda supra 8. prius deleta. Deinde iterum dicunt. Ex 7. in 6. fiunt 42. qua ita demunt ex supraposito numero 332. Ablatis 2. ex 2. nihil relinquitur. Deleta igitur figura 6. in divisore vna cum figura 2. in numero diuidendo, ponunt 0. supra 2. Et quoniam 4. (nempe altera figura producti numeri 42.) auferri non possunt ex 3. sumis

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 2574 \\
 3387 \quad (7 \\
 \hline
 483
 \end{array}$$

distan-

distantiã 4. à 10. nempe C. cui addunt 3. vt fiant 9. ponenda supra 3. prius deleta. Propter aictã autem distantiã à 10. auferunt 1. ex vltima figurã 3. ponuntque reliqua 2. supra 3. deleta prius figurã 3. Postremo dicunt. Ex 7. in 4. fiunt 28. Subductis ergo 8. ex 9. remanet 1. ponenda supra 9. si prius delcatur in diuifore figurã 4. vñã cum figurã 9. in numero diuidendo. Ablatis item 2. ex 2. nil remanet: absolutãq. erit operatio. Hac porro ratione plerũque fit, vt non scribantur tot figuræ supra numerum diuidendum, quot in priori illo modo multiplicandi figuram Quotientis in diuiforem ponuntur, quando ea ducitur primum in vltimã figurã diuiforis, deinde in penultimã, &c. vt supra explicauimus. Id quod exẽplis addifces. Verum prior ille modus apud Mathematicos, & mercatores magis est in vfu, faciliusq. in eo error corrigi potest, si quando nimis magna figura posita fuerit in Quotiente, vt mox docebimus.

H O C exẽplo, quod explanauimus, plane percepto, nulla erit difficultas in diuidendo quouis numero per numerum quot cunque figurarum. Totus enim labor in eo positus esse videtur, vt cognoscatur, quoties vltima figura diuiforis in numero suprascripto sumi debeat, vt videlicet figura hæc Quotientis in omnes figuras diuiforis multiplicata numerum procreet, qui ex supraposito numero subduci possit, numerusque post hanc subtractionem relictus sit diuifore minor.

Q U O D si quando contingat, (id quod non raro hęc euenire solet, qui parum in hoc negotio sunt

In quo difficultas diuifionis consistat.

Quando in Quotiente sumpta est figura ni-

mis parua.
vel magna
quid agen-
dum.

exercitati.) figuram talem in Quotiente poni, vt ea in omnes figuras diuisoris multiplicata, productisq; ex numero supra diuisorē posito subductis, numerus relictus maior sit diuisore, vel certe non omnes producti subtrahi possint; si id quidem accidat in principio diuisionis, facile error corrigetur, si accipiat in Quotiente figura maior, aut minor, prout res exiget; quia tunc nota adhuc sunt figura numeri diuidendi supra diuisorem posita, etiam si deleta sint, ita vt facile ab ijs numeri ex multiplicatione noue figurae Quotientis in figuras diuisoris producti iterum possint subduci, praesertim si figurae illae numeri diuidendi deletae scribantur ordine supra alias figuras deletas, & diuisor etiam sub diuisore deleto reponatur, ne figurae deletae negotium nobis faceffant. Si vero in media operatione, vel prope finem id contingat, nō tam facile errorem quis corriget, cum vix dignoscantur figurae numeri diuidendi supra diuisorem in illa operatione posita ab alijs figuris; quippe quae iam deletae sint, & cum alijs permixtae, ac supra numerū diuidendum posita. Quare ne tunc cogamur diuisionem totam reiterare. (quod necessario faciendum esse omnes docent. Id quod permolestum esset, praesertim si iam plures operationes diuisionis forent absolutae.) excogitamus huiusmodi remedium.

Si figura Quotientis accepta sit nimis parua, ita vt numerus relictus post subtractionē numero rum, qui ex multiplicatione illius figurae in omnes figuras diuisoris producuntur, maior sit diuisore, subtrahemus diuisorem ex numero relicto toties,

quo-

quoties possumus, donec numerus relinquatur minor diuisore, & quoties is subtractus erit, tot unitates illi figuræ Quotientis addemus. Si vero figura Quotientis accepta sit nimis magna, adeo ut post subtractionem aliquot numerorū, qui ex multiplicatione illius figuræ in aliquot figuras diuisoris producuntur, in aliquem numerum productum incidamus, qui amplius subduci nō possit, multiplicabimus figuram illam Quotientis in figuras diuisoris deletas, quarum nimirum numeri producti subtracti iam sunt, & productos numeros, additis prius figuris numeri relictī, ordine supra illas figuras diuisoris scribemus, deletis prioribus figuris relictis. Hac enim ratione restituetur numerus, qui supra diuisorem positus erat ante illam operationem. Quocirca eum iterum per diuisorem (renouatum tamen, quoad figuras deletas, ne confusione pariant) partiemur, accipiendo aliam figuram in Quotiente, quæ vna unitate minor sit, quam prior accepta. Et si hæc figura etiam nimis magna sit, restituemus eodem modo numerum supra diuisorem collocatum, & accipiemus aliam figuram minorem. Idque toties faciemus, donec figuram inueniamus, quæ in omnes figuras diuisoris multiplicata numeros producat, qui & subtrahi possint, & numerū relinquunt diuisore minorem. Sed hæc omnia hoc proposito exemplo fient magis perspicua.

SIT diuidendus numerus 1623149. per 2899. Collocato diuisore sub numero diuidendo, ponamus quempiam parum exercitatum accepisse in Quotiente figuram 4. Unde si dicamus. Ex

4. in

Exemplū correctio- nis, quando nimis parua figura in Quotiente accepta est.

4. in 2. fiunt 8. quibus detra-
ctis (co modo, quē in proximo
exēplo explicauimus) ex 16.
remanent 8. Deinde ex 4. in
8. fiūt 32. quibus subductis ex 82. remanent 50.
Rursus ex 4. in 9. fiūt 36. quibus sublatis ex 503.
remanēt 467. Denique ex 4.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 863 \\ 8075 \\ \times 23149 \quad (4 \\ \hline 2866 \end{array}$$

in 9. fiūt 36. quibus ex 4671.
ablatis, relinquuntur 4635.
quī numerus maior est diuiso-
re. Nimis ergo parua est figu-
ra accepta 4. Quare deleto
residuo hoc, vnā cum accepta

$$\begin{array}{r} 6 \\ 423 \\ 8671 \\ \times 23149 \quad (4 \\ \hline 2899 \end{array}$$

figura 4. ponemus has figuras 16231. numeri di-
uidendi deletas supra alias figuras deletas, & di-
uisorem deletum renouatum sub diuisore colloca-
bimus, vt in proximo exemplo factum esse vides.

Qua ratione restitutus erit totus numerus diui-
dendus 1623149. vnā cum diuisore, ac si nondū
inchoata esset diuisio. Ponemus ergo figuram 5.
vna vnitatem maiorem, quā 4. in Quotiente, vt
in hoc altero exēplo vides,

& dicemus. Ex 5. in 2. fiūt
10. quibus detractis ex 16.
remanent 6. Deleta igitur
figura 2. in diuisore, & figu-
ra 1. in numero diuidendo,
quē decem significat respe-
ctu figurae 6. dicemus rur-
sum. Ex 5. in 8. fiunt 40.
quibus subtractis ex 62. re-

$$\begin{array}{r} 1 \\ 23 \\ 978 \\ 4276 \\ 8671 \\ \times 23149 \quad (45 \\ \hline 28669 \\ 2866 \\ 289 \end{array}$$

manent 22. Item ex 5. in 9. fiunt 45. quibus ex 223. subductis, remanent 178. Denique ex 5. in 9. fiunt 45. quibus demptis ex 1781. relinquuntur 1736. qui numerus diuifore minor est. Recte ergo accepta est figura 5.

SED vt exemplum etiam habeas, quando nimis magna figura accipitur, ponamus in Quotiente positam esse figurã 6. Hæc multiplicata in 2. facit 12.

quibus ablatis ex 16. remanent 4. Deinde quia ex 6. in 8. fiunt 48. quæ ex 42. detrahi nequeunt, sit vt figura accepta 6. sit nimis magna. Quamobrem delcto residuo hoc 4. vna cum accepta figura 6. scribemus figuras 1. & 6. numeri diuidendi. deletas supra easdem, & figuram 2. in diuifore deletam infra eandem, ita vt totus numerus diuidendus ab initio propositus, vna cum diuifore restituatur, ac si diuisio nondum esset inchoata, vt in hoc exemplo apposito factum esse vides.

$$\begin{array}{r} 4 \\ X 23149 \quad (6 \\ \underline{2899} \end{array}$$

Exemplum
correctio-
nis, quòdo
nimis ma-
gna figura
in Quotie
te accepta
est.

ponemus ergo, vt in sequenti exemplo apparet, figuram 5. vna vnitatem minorem, quam 6. in Quotiente, & dicemus. Ex 5. in 2. fiunt 10. quibus ablatis ex 16. relinquuntur 6. Deleta igitur figura 2. in diuifore, & figura 1. in numero diuidendo, quæ decem significat respectu figuræ 6.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 14 \\ X 23149 \quad (6 \\ \underline{2899} \\ 2 \end{array}$$

Ex 5. in 2. fiunt 10. quibus ablatis ex 16. relinquuntur 6. Deleta igitur figura 2. in diuifore, & figura 1. in numero diuidendo, quæ decem significat respectu figuræ 6.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 6 \quad 3 \\ X 786 \\ X 23149 \quad (5 \\ \underline{2899} \\ 2 \end{array}$$

dicor

dicemus rursus. Ex 5. in 8. fiunt 40. quibus de-
tractis ex 62. remanent 22. Item ex 5. in 9. fiunt
45. quibus demptis ex 223. remanent 178. Deni-
que ex 5. in 9. fiūt 45. quibus subductis ex 1781.
remanent 1736. Potuerunt ergo omnes numeri
producti subduci, relictusque est numerus diuiso-
re minor. Quare recte accepta est in Quotiente fi-
gura 5. Ex his facile intelliges, quid agendum sit,
quando in principio diuisionis accepta est figura
nimis parua, aut magna. Nunc attende, quo pacto
error corrigatur, si in media operatione nimis ma-
gna aut parua figura in Quotiente accepta sit.

P R O M O V E A T U R ergo diuisor in su-
periori exemplo, in quo nimis parua figura sum-
pta fuit in principio diuisionis, vt ibidē cernis in
tertia positione exempli. Fingamus autem, vlti-
mam diuisoris figuram 2. in supraposito numero

17. contineri septies, at-
que adeo in Quotiente post
figuram 5. inuentam scri-
bi 7. Quo posito, dicemus.

Ex 7. in 2. fiunt 14. qui-
bus de tractis. ex 17. re-
manent 3. que supra 7.
scribo, deleta prius figu-
ra 2. in diuisore, vna cū fi-
guris 7. & 1. in numero

x
233
976
4286
8632
18078
262249 (457
28669
2866
289

diuidendo. Deinde rursus dicemus. Ex 7. in 8. fiūt
56. que ex 33. auferri nequeunt. Est ergo figura
7. accepta nimis magna. Vt igitur restituatur nu-
merus 17. à quo facta est subtractio, si forte is in-

ter tot figuras deletas non internosceretur, multiplicanda est figura 7. accepta in figuram 2. in diuisore deletam, & productio addenda figura 3. supra dictã figurã diuisoris posita. Vt quoniã ex 7. in 2. fiunt 14. si addantur 3. sicut 17. Deleta igitur figura 3. scribemus supra eam numerum 7. & supra figuram 1. deletam ponemus 1. atque ita restitutus erit numerus 17. a quo facta est subtractio, vt in hoc apposito exemplo apparet. Posita autem figura 2. sub figura 2. in diuisore deleta, vt etiã

I	
x7	
z33	
078	
4236	
5078	
x8078	
x023x49	(#57)
z8009	
z800	
z89	
z	

diuisor restituatur, vt in eodem hoc exemplo manifestum est, concipiamus vltimam figuram diuisoris 2. contineri in 17. non septies, sed sexies, atq; adeo, deleta figura 7. in Quotiente, poni figuram 6. vt in exemplo hoc altero apparet. Quo posito, dicemus. Ex 6. in 2. fiunt 12. quibus detrahitur ex 17. remanent 5. Deleta ergo figura 2. in diuisore, vna cum figuris 7. & 1. in numero di-

x8	
x78	
z33	
0782	
4236	
5078	
x8078	
x023x49	(#576)
z8009	
z800	
z89	
z	

uidendo, scribemus 5. supra 7. & dicemus. Ex 6. in 2. fiunt 12. quibus detrahitur ex 17. remanent 5. Deleta ergo figura 2. in diuisore, vna cum figuris 7. & 1. in numero di-

in 8. fiunt 48. quibus demptis ex 53. relinquuntur 5. Deleta igitur figura 8. in diuifore, vna cum figuris 3. & 5. in numero diuidendo, scribemus 5. supra 3. & rursus dicemus. Ex 6. in 9. fiunt 54. quibus subductis ex 56. remanent 2. Deleta ergo figura 9. in diuifore vna cum numero 56. in diuidendo numero, ponemus 2. supra 6. ac tandem dicemus. Ex 6. in 9. fiunt 54. quæ ex 24. subtrahi nequeunt. Nimis ergo magna etiam est figura 6. in Quotiente. Quare vt sciamus, quinam numerus supra diuiforem collocatus fuerit, antequam hanc operationem inciperemus, multiplicabimus figuram dictã

6. in figuras diuiforis delectas, vt dictum est. Ut ex 6. in 9. fiunt 54. Ad ditis 2. quæ supra figuram diuiforis 9. deletã posita sunt, fiunt 56. Deleta ergo figura 2. scribemus supra eam 6. & retinebimus 5. Deinde ex 6. in 8. fiunt 48. Ad ditis 5. quæ seruauiamus, fiunt 53. Scribemus ergo 3. supra 5. & retinebimus 5. Postremo ex 6. in 2. fiunt 12. Additis 5. quæ reseruauiamus, fiunt 17. quæ supra 15. collocabimus: atq; ita restitutus erit numerus, qui ante hanc operationem supra diuiforem positus erat. Restitutis autem tribus quoque figuris 2. 8. 9. in diuifore deletis, atque deleta fi-

17
x 53
x 78
2326
6782
4288
8621
x 8078
x 928149 (4576
28669
2866
286
289
2

gura 6. in Quotiente, ponamus 5. loco illius, vt in hoc exemplo vides. Quoniam vero ex 5. in 2. sūt 10. quibus ablatis ex

17. remanent 7. delc-
bimus figurā 2. in di-
uisore, vnā cum figu-
ra 1. in diuidendo nu-
mero, quæ decem si-
gnificat respectu figu-
ra 7. & dicemus. Ex
5. in 8. sūt 40. qui-
bus subductis ex 73.
remanent 33. Deleta
ergo figura diuisoris
8. vnā cum figura 7.
in numero diuidendo,

2
28
x76
x866
x78x
2368
9782
4236
893x
x80789
x62349 (45785
28669
2869
286
228

scribemus 3. supra eā,
rursus que dicemus. Ex 5. in 9. sūt 45. quibus de-
ptis ex 336. remanent 291. Deleta igitur figura
diuisoris 9. vnā cum numero diuidendo 336. pone-
mus loco illius 291. & tandem dicemus. Ex 5. in
9. sūt 45. quibus subtractis ex 2914. relinquitur
2869. qui numerus diuisore minor est. Recte
ergo accepta est figura 5.

P R O M O T O tandem diuisore in proximū
locum, nimirum in vltimum, vt in præcedentē
exemplo vides, cogitemus vltimam diuisoris figu-
ram 1. in suprascripto numero 28. contineri se-
pties. Posita igitur figura 7. in Quotiente, vt in
hoc altero exemplo apposito vides, dicemus. Ex
7. in 2. sūt 14. quibus ablatis ex 28. remanent

14. Item ex 7. in 8.
 fiunt 56. quibus de-
 trahitis ex 146. re-
 manent 90. Itē ex
 7. in 9. fiunt 63. qui-
 bus subductis ex
 909. relinquuntur
 846. Item ex 7. in
 9. fiunt 63. quibus
 demptis ex 8469.
 remanēt 8406. qui
 numerus maior est
 diuisore; & proin-
 de figura accepta
 7. nimis parua est.

8
x 9
24
684
x 7 9 0
x 8 2 9
x 7 8 x
2 6 3 9
9 7 5 2
4 2 2 9 0
5 9 2 2 9
x 8 0 7 8 9 9
x 6 2 2 x 4 9 (457957
2 8 9 9 9 9
2 8 9 9 9
2 8 9
2 8 9
2 2 8

Quare subtrahemus diuisorem ex dicto residuo,
 quoties possumus, & tot vnitatibus maiorem figu-
 ram, quam 7. scribemus in Quotiente, quoties diui-
 sor detractus fuerit. Ita autem diuisorē detrahe-
 mus in hoc sequenti exēplo, restituto prius diuiso-
 re. Ablatis 2. ex 8. remanent 6. Item demptis 8.
 ex 64. remanent 56. Item subductis 9. ex 560. re-
 manent 551. Tandem detractis 9. ex 5516. rema-
 nent 5507. qui numerus adhuc maior est diuisore.
 Detractis igitur rursus 2. ex 5. remanent 3. Dem-
 ptis autem 8. ex 35. remanent 27. Item subdu-
 ctis 9. ex 270. remanent 261. Denique subtractis
 9. ex 2617. relinquuntur 2608. qui numerus mi-
 nor iam est diuisore. Quia ergo bis detractus est di-
 uisor, scribemus in quotiente, delicta prius figura
 7. numerum 9. duabus videlicet vnitatibus maiq-

rem, quàm 7. Ita-
 que totus numerus
 Quotiens est 559.
 Coacti autè sumus
 rem tot exemplis
 exponere, vt cla-
 rius intelligeretur,
 quid in singulis o-
 perationibus relin-
 quatur, quàmuis so-
 lum hoc vltimum
 instar sit omnium.
 Et licet tot verbis
 remedium istud ex-
 posuerimus, vsus
 tamen facile doce-
 bit, rem esse bre-
 uiorem ac facilio-
 rem, quàm vt ver-
 bis exprimi possit.

2
28
8
66
87
198
248
384
478
5860
78XX
28890
6782X
423608
863X97
X807868
X923X46 (4578579
289699
28966
2869
286
228
28

HOC ergo remedium, si adhibeatur, quoties-
 cunq; in Quotiente figura maior, aut minor, quàm
 oportet, si, impta fuerit, incredibile est, quàm expe-
 dite numerus quilibet per quemcunque numerum
 diuidatur: quia hac ratione non opus est, vt simus
 nimis anxij, qualem figuram in quavis operatio-
 ne scribere debeamus in Quotiente, cum illo reme-
 dio errorem, si quis commissus erit, sine vlllo fere
 labore corrigere possimus: ita vt hic modus diui-
 dendi, quem habemus prescripsimus: sit inter om-
 nes, qui ab alijs auctoribus explicari solent, prae-

stantissimus, atque expeditissimus, ac propterea summa diligentia, & cura adhibenda, ut in eo sese exercent is, qui in arte supputandi cupit esse excellens, & præstans.

Quo modo
debet ad
t. dicitur ab
aliquo.

NAM quod alij multiplicent figuram in Quotiente positam in totum divisorem, productumque numerum sub divisore collocent, (prima figura posita sub prima, & secunda sub secunda, &c.) ut cum ex numero supra divisorem posito detrahant, res est certa illa quidem, ac facilis, sed que longior rem efficiat divisionem, quam par est, cumque, qui dividit, non parum remoretur. Ut enim numerum hunc verbi gratia, 40689. per 1298. dividant, postquam in prima operatione posuerunt in Quotiente figuram 3. multiplicant eam in divisorem, primum quidem in figuram 8. dicendo. Ex 3. in 8. fiunt 24. scribunt ergo 4. sub 8. & servant 2. Deinde ex 3. in

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 \times 741 \\
 \hline
 40689 \quad (31 \\
 \times 2988 \\
 \hline
 3894 \\
 \times 226
 \end{array}$$

9. fiunt 27. Additis 2. que servata sunt, fiunt 29. Positis ergo 9. sub 9. servant 2. &c. Post hac, deleto divisore, auferunt 4. ex 8. collocantque residuum 4. supra 8. deletis prius figuris 4. & 8. &c. Promoto deinde divisore, progrediuntur eodem modo. Quod tamen nos brevius absolvimus, cum numerum productum non scribamus sub divisore. Habet tamen modus iste hanc commoditatem, quod ex ipsa operatione facile intelligatur, num figura accepta in Quotiente sit nimis magna, nec ne. Nam si productus numerus ex multiplicatione figurae il-

Commoditas in hoc modo dividendi.

lius in diuisorem subtrahi possit ex numero supra diuisorem posito, numerumque relinquat diuisore minore, figura illa recte accepta est; sin minus, erratum esse, dubitandum non est.

QVOD etiam alij diuisorem prius per singulas figuras significatiuas multiplicent, quemlibet productum numerum prope figuram multiplicantem scribendo, vt inter hos productos quarat numerum positum supra diuisorem, eoque inuento. vel certe, si non inuenitur, proxime minore accepto, figuram multiplicantem illi ascriptam in Quotiente ponant, atque numerum acceptum ex numero supra diuisorem posito subducant; res etiam facilis est, & commoda, presertim tyronibus, & parum in hac arte exercitatis, sed nimis longa, ac molesta. Nam vt v. g. diuidant hunc

Alia modus
absoluendi
diuisione.

numerum 97086. per 37. collocant	37	—	1
diuisorem iuxta 1.	74	—	2
Eundem deinde du	23		
plicatum iuxta 2.	67086	(26	148—4
triplicatum vero iux	677		185—5
ta 3. &c. Postea	3		222—6
inter hos numeros inquirunt numerum			259—7
97. supra diuisorem positum, quem			296—8
quoniam non inueniunt, accipiunt 74. proxime			333—9
minorem, & figuram 2. e regione eius collocatam			
ponunt in Quotiente, auferuntque 74. ex 97. scri-			
bentes residuum 23. supra 97. deletis prius figu-			
ris 7. & 9. vna cum diuisore. Promoto deinde di-			
uisore, quarunt inter eosdem numeros hunc nume-			
rum 230. positum supra diuisorem: quo non inuen-			

to, accipiunt proxime minorem 222. collocantque figuram 6. e regione eius positam in Quotiente, & denique numerus eundem 222. ex 230. subducunt. Atque hoc modo progredientes totam divisionem perficiunt. Sed quis non videt, divisionem hac ratione longius, quam par est, produci, praesertim, si divisor quatuor, aut quinque, vel etiam pluribus figuris scribatur?

Prima probatio divisionis per 9.

RESTAT, ut examen divisionis tradamus, quod triplex est. Primum fit per abiectiōē 9. hoc pacto. Reiectis 9. ex divisore, quoties fieri potest, ut in additione docuimus, ponatur residuum in sinistra parte crucis. Reiectis item 9. ex Quotiente, quoties fieri potest, ponatur residuum in dextra parte crucis. Multiplicatis deinde hisce duobus residuis inter se, & ex producto abiectis 9. quoties fieri potest, ponatur residuum hoc, si in divisione nihil remansit, in superiore parte crucis. Si autem in divisione residuum aliquod fuit, coniungendum est ultimum illud residuum cum figuris huius residui divisionis, & semper abiicienda 9. illudque residuum in superiori parte crucis reponendum. Postremo reiectis 9. ex numero dividendo, quoties fieri potest, ponatur residuum in parte inferiore crucis. Si enim residuum hoc aequale fuerit illi residuo in superiori parte crucis collocato, recte peracta est divisio, sin minus, non recte,

ITAEQUE hac divisio ita examinabitur. Reiectis 9. ex divisore 23. remanent 5. Abiectis item 9. ex Quotiente 176. remanent quoque 5. Multiplicatis autem hisce residuis 5. & 5. inter se, gi-

se, gignuntur
25. ex qui-
bus si abij-
ciatur 9. re-
manent 7.
que (quoniã

x
x8x
278
45678 (176
2888
22



nihil ex diuisione relictu est) in superiore parte cru-
cis collocanda sunt. Et quia reiectis 9. ex numero
diuidendo 4048. relinquuntur etiam 7. recte per-
acta est di-
uisio.

HÆC
autem alia
diuisio hac
ratione ex-
aminabi-
tur. Reie-
ctis 9. ex di-
uisore 236.

1
2
x83
484
22070
45678 (193
23869
283
2



remanent 1. Reiectis item 9. ex Quotiente 193.
remanent 4. Multiplicatis autem hisce residuis
2. & 4. inter se, fiunt 8. ex quibus non possunt re-
ijci 9. Hac ergo 8. si nihil remansisset in diuisio-
ne, collocanda essent in superiori parte crucis: sed
quoniam supersunt 130. dicemus 8. & 3. faciunt
11. Reiectis 9. remanent 2. Addita 1. fiunt 3. in
superiori parte crucis collocanda. Et quoniam, re-
iectis 9. ex numero diuidendo 45678. remanent
quoque 3. recte facta est diuisio.

SECUNDUM examen fit per abiectionem 7. vt in additione docuimus, diuimodo ex re-
siduo

Secunda pro-
batio diui-
sionis 27.

siduo divisioni 5, si quod fuerit, eodem modo rejiciatur 7. & residuum adjiciatur ad illud residuum, quod in examine per abiectiorem 9. addendum esse diximus residuo divisionis, atque ex aggregato rejiciantur 7.

U T prior proximarum duarum divisionum ita examinabitur. Reiectis 7. ex divisore 23. remanent 2. Item abiectis 7. ex Quotiente 176. remanet 1. Multiplicatis autem hisce residuis 2. & 1. inter se, procreantur 2. in superiori parte crucis reponenda, quia nihil ex divisione supersuit. Quia vero reiectis 7. ex dividendo numero 4048. remanent etiam 2. recte facta est divisio.



POSTERIOR vero divisio hoc modo examinabitur. Reiectis 7. ex divisore 236. remanent 5. Item abiectis 7. ex Quotiente 193. supersunt 4. Multiplicatis autem duobus hisce residuis 5. & 4. inter se, & ex producto 10 reiectis 7. relinquuntur 6. quæ, si nihil remansisset in divisione, collocanda essent in parte crucis superiore: sed quoniam reliquus fuit numerus 130. ex quo si abiectantur 7. supersunt 4. quæ addita ad ultimum residuum servatum 6. faciunt 10. à quibus si rejiciantur 7. remanent 3. in superiore parte crucis collocanda. Tantundem autem remanet, si ex dividendo numero 45678. abiectantur 7. Recte ergo divisio facta est. Verum utrumq; hoc examē fallax esse potest,



ob rationem dictam in superioribus.

TERTIVM examen, quod certum est, & cui nulla fallacia subesse potest, fit per multiplicationem. Si namque divisor, & quotiens inter se multiplicentur, & numero producto addatur residuum divisionis, si quod fuerit, procreabitur numerus dividendus, si erratum in divisione non est. Ut posterior duarum proximarum divisionum ita examinabitur. Multiplicato divisore 236. per Quotientem 193. antequam producti numeri addatur inter se, scribatur sub ipsis numerus residuus divisionis 130. prima nimirum figura sub primo loco, & secunda sub secundo, &c. Si enim numeros productos, & hoc residuum in unam summam colligamus, ut in Multiplicatione docuimus, producatur numerus 45678. qui divisus fuit.

Tertia probatio divisionis per multiplicationem.

$$\begin{array}{r}
 236 \\
 193 \\
 \hline
 708 \\
 2124 \\
 236 \\
 \hline
 130 \\
 \hline
 45678
 \end{array}$$

EXPEDIT interdum, cum, facta operatione aliqua in divisione, dubitas, num in re aliqua peccaueris, necne, ut divisionem usque ad eum locum perductam examines, ne frustra ulterius progrediaris, si forte iam error aliquis commissus sit. Examinabis autem partem illam divisionis non aliter, ac alias divisiones, si omittas figuras numeri dividendi, sub quibus nondum divisor positus est.

Expedit interdum, ut divisio nondum absoluta examinetur.

Ut in hac divisione, facta prima operatione, ea ita examinabis p

$$\begin{array}{r}
 291 \\
 2123 \\
 6706456 (2 \\
 2813
 \end{array}$$



abiectionem 9. Reiecltis 9. ex diuifore 2898. remanet 0. Item reiecltis 9. ex Quotiente 2. remanent 2. Multiplicatis autem inter fe bifce residuis 0. & 2. producitur 0. qua cifra in superiori parte crucis collocanda eſſet, niſi aliquid ex diuifione ſuperreſſet: ſed quoniã ſuperſunt 913. reijcienda ſunt, 9. ex hoc residuo. Quo factò, remanebunt. 4. in ſuprema crucis parte collocanda. Ac tantundem remanet, ſi reijciantur 9. ex numero 6709. hactenus diuiſò, omiſſis figuris 456. ſub quibus nondum poſitus eſt diuiſor.

Facilitas diuifionis qñ diuiſor habet in principio aliquot cifras

Q U O D ſi diuiſor in principio habuerit aliquot cifras, facilis erit diuifio, ſi à numero diuifendo remoueantur tot figuræ ad dextram, quot cifras habet diuiſor, et reliquus numerus per diuiſorẽ, dẽptis prius illis cifris, diuidat: Sed residuus huius diuifionis, ſi quod erit, præponendum eſt verſus ſiniſtrã figuris ablatiſ, vt fiat numerator fractioniſ; Denominator autẽ erit diuiſor totus vnã cũ cifris. Et ſi in diuifione nihil remanſit, erunt figuræ ablatæ pro numeratore fractioniſ ponendæ.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 275 \\
 456 \\
 2 \overline{) 26466} \quad (367 \overline{) 13946007693} \\
 553 \\
 333
 \end{array}$$

Vt ſi numerus 13946007693. diuidendus ſit per 38000000. auferemus ex eo priores ſex figuras 007693, ad dexteram, quot nimirum cifra ſunt

in principio diuisoris; & reliquū numerū 13946. per 38. diuidemus, omiſſis illis ſex cifris, vt in hoc appoſito exemplo factum eſt. Quoniā vero in diuiſione nihil relictum eſt, ſcribemus ſupra diuiſorē numerum ablatum 7693. duæ enim illæ cifræ ad ſiniſtram nihil ſignificant, ac propterea omittendæ ſunt.

R V R S V S ſi idē numerus 13946007693. diuidendus ſit per 300800000. anſiremus ex eo priores quæque figuræ 07693. quot videlicet cifræ ſunt in principio diuiſoris; & reliquum numerum 139460. per 3008. particulatim, omiſſis quinque illis cifris, vt factum eſt in hoc altero exemplo. Quia vero in diuiſione reliquus eſt hic numerus 1092. ſi eum verſus ſiniſtram præponamus hiſce figuris ablatis 07693. collocabimus ſupra diuiſorem totum hunc numerum 109207693. vt hic cernis.

$$\begin{array}{r}
 09 \\
 \times 1432 \\
 \times 364500 \quad (46 \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{3}{10}) \\
 \hline
 364500 \\
 1432000 \\
 \hline
 2096500
 \end{array}$$

HINC ſit, ſi vltima figura diuiſoris fuerit 1. & reliquæ omnes cifræ, Quotientem eſſe numerum diuidendum, ſublatis prius ab eo tot figuris verſus dexteram, quot cifræ ſunt in diuiſore; Numerator autem fractionis erit numerus ſublatus. Ut ſi numerus 4780920345. diuidendus ſit per 100000. erit Quotiens $47809 \frac{2}{10} \cdot \frac{0}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10}$. Sic etiam ſi numerus 9700203. diuidendus ſit per 10000.

10000. Quotiens erit $970 \frac{7}{1} \frac{0}{0} \frac{3}{0} \frac{3}{0}$. atque ita de cæteris.

Facilli-
cuando fit
diuisio. qñ
diuidendus
numerus
habet ali-
quot cifras
in princi-
pio.

N E Q U E vero hoc prætereundum est, si nu-
merus diuidendus habuerit aliquot cifras in prin-
cipio, & antequam tota diuisio absolvatur, nulla si-
gura significatiua in diuisione relicta fuerit, ponē-
das tunc esse post Quotientem omnes cifras nume-
ri diuidendi

nondum de-
letas. Ut si
diuidendus
proponatur
numerus

$$\begin{array}{r} \text{X X Z} \\ \text{X Z Z Z} \\ 862000000 \quad (5400000) \\ \underline{3488} \\ \underline{34} \end{array}$$

1863000000. per 395. quoniam post secundam
operationem nihil in diuisione remansit, si post in-
uentum Quotientem 54. ponantur quinque cifra
numeri diuidendi nondum deleta, fiet totus Quo-
tiens 5400000. absolutaq; erit diuisio.

Aditio,
Subtractio,
Multiplica-
tio & Diuisio funda-
menta sunt
omnium, q;
in Arithmeti-
ca tra-
duntur.

E X his quæ de additione, subtractione, mul-
tiplicatione, diuisioneq; numerorum integrorum di-
cta sunt, omnia, quæ in vniuersa Arithmetica tra-
duntur, tanquam ex elementis pendent: adeo ut
omnia per ea conficiantur, nihilq; aliud in questio-
nibus Arithmeticis soluendis præcipiendum sit,
quàm ut numeri vel addantur, subtrahanturve,
aut multiplicentur, diuidanturve. Itaque nisi quis
in quatuor illis operationibus Arithmeticis pro-
be sit exercitatus, frustra sese ad alia, quæ tradi-
turi sumus, conferet.

81

F R A C T O R V M .
 N U M E R A T I O
 F R A C T O R V M
 N U M E R O R V M .

Cap. VI.



QUEM ADMODUM in superioribus numeros integros numerauimus, pluresq; propositos in vnā summam collegimus, atque vnū ab altero subduximus, duos item quoscunque inter se multiplicauimus, & denique vnū per alterum sumus partiti; ita in his, quæ sequuntur, eadem efficiemus in numeris fractis, qui alio nomine Minutia, fractionesve dici solent vulgares.

EST autem Fractio, Minutiave, siue numerus fractus, vna pars, vel plures partes alicuius totius in plures aequales partes diuisi. Vt si totum aliquod sectum sit in quinque partes aequales, & quispiam ex illis sumpserit vnā, dicetur illa quinta pars numerus fractus. Sic etiam, si quis duas, tres, aut quatuor acceperit, dicentur duæ illæ, tres, vel quatuor quintæ partes numerus fractus.

CONSTAT quilibet Minutia duobus numeris, qui in ea proferenda exprimantur. Primus dicitur Numerator, quia numerat, quot partes contineat fractio proposita ex illis, in quas totum, cuius est fractio, diuisum est. Alter appellatur Denominator, quia denominat illas partes fra-

Numerus fractus, siue fractio Minutia quid.

Numerator & Denominator fractiois quid.

Etionis, hoc est, indicat, in quotnam partes totum intelligitur esse diuisum. Vt cum proponitur fractio continens tres quintas partes, Numerator est 3. quia significat, in illa fractione contineri tres partes totius; Denominator vero est 5. quia indicat, tres illas partes non esse qualescunque: sed quintas.

Fractio quibus, quo pacto scribat, & pronuntietur.

S C R I B I T V R autē qualibet fractio hoc modo. Denominator directò sub Numeratore, interiecta lineola quadam inter vtrumque numerū, collocatur. Vt tres quinta partes hoc modo scribuntur, $\frac{3}{5}$. pronuntiat urq; vterque numerus in recto, primo tamen loco Numerator. Vt dicta Minutia ita proferenda est; Tres quinta. Hac vero $\frac{2}{4} \frac{4}{8}$. ita, Viginti quinque quadragesimo octaua, significat que, totum aliquod diuisum esse in quadraginta octo partes aequales, & viginti quinque ex illis acceptas esse.

Fractiones vnde oriuntur.

O R I U N T V R plerunque numeri fracti ex residuo diuisionis integrorum numerorū. Quando enim aliquid, in diuisione remansit sit ex illo Numerator fractionis, cuius Denominator est diuisor, vt supra diximus. Vt cum diuiduntur 46. per 7. Quotiens est 6. supersunt que 4. Fit ergo huiusmodi fractio, $\frac{4}{7}$. ita vt totus Quotiens sit $6 \frac{4}{7}$. Item quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, gignitur fractio, cuius numerator est numerus diuidendus, Denominator autem diuisor. Vt si diuidenda sint 4. per 7. fit fractio $\frac{4}{7}$. significat que 4. diuisa esse per 7. ita vt Minutia hec $\frac{4}{7}$. sit septima pars huius numeri 4. Pars, inquam, de-

Quando minor numerus per maiorem diuiditur, fit fractio.

Nominata à diuifore 7. Quemadmodum enim diuifis 12. per 3. inuenitur numerus 4. qui tertia pars est numeri diuifi 12. Pars, inquam, à diuifore denominata; ita etiam cum diuidimus 4. per 7. fit Quotiens $\frac{4}{7}$. qui septima pars est numeri diuifi 4. Pars inquam, denominata à diuifore. Eadem ratione qualibet alia Minutia pars est Numeratoris à Denominatore denominata. Ut hæc Minutia $\frac{2}{4}$. est quarta pars ternarij. Nam si diuidantur 2. per 4. fit Quotiens $\frac{1}{2}$. Quare si sumatur Minutia $\frac{2}{4}$. quater, efficietur $\frac{2}{4} \times 2$. quæ ternario æquivalent, vt ex ijs, quæ paulo infra scribemus, manifestum erit. atque ita de alijs.

Fraçtio que
est pars
Numerato-
ris à Deno-
minatore,
denominat
ur.

ÆSTIMATIO, SIVE VALOR
frac̄torum numerorum Cap. VII.

MINVTIÆ cuiusuis æstimatio, siue valor augetur, cum, Numeratore manente eodem, denominator minuitur: Vel cum, Denominatore manente eodem, numerator augetur. Ut in his frac̄tionibus $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. vel in his $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. qualibet posterior priore maior est, vt ex sequentibus patebit: & in prioribus quidem, manente semper eodem numeratore, denominator minuitur: in posterioribus vero, eodem semper manente denominatore, numerator augetur.

Minutiæ
valor quo
pacto au-
getur.

MINVTIÆ vero cuiusuis æstimatio, siue valor minuitur, cum, Numeratore manente eodem, denominator augetur: vel cum, Denomina-

Minutiæ
valor quo
pacto mi-
nuatur.

tore manente eodem, Numerator minuitur. Ut in his fractionibus. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. vel in his, $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. qualibet posterior priore minor est, vt constabit ex sequentibus: & in prioribus quidem, eodem semper numeratore manente, denominator augetur; in posterioribus vero, eodẽ semper manente denominatore, numerator minuitur.

Minutia. quarũ numeratores ad denominatores eandem habent proportionem, æquales sunt.

MINUTIAE deinde quacunque, quarum vnus numerator ad suum denominatorem eandem habet proportionem, quã reliquarum numeratores habent ad suos denominatores, singuli ad singulos, inter se æquales sunt. Ut hæc minutia $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{4}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{5}{10}$. $\frac{6}{12}$. $\frac{7}{14}$. $\frac{8}{16}$. $\frac{9}{18}$. $\frac{10}{20}$. omnes inter se æquales sunt; quia cuiusuis numerator ad suum denominatorem proportionem habet subduplam, id est, dimidia pars est ipsius. Sic etiam hæc, $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{9}{12}$. $\frac{12}{16}$. Nam cuiuslibet numerator ad suum denominatorem habet proportionem subsesquitertiam, hoc est, tres quartas partes ipsius continet.

Si numerator, ac denominator eius fractionis per quemcumque numerum multiplicetur, diuidaturue, gignitur eiusdem valoris fractionis.

QUONIAM vero, si duo numeri per eundem numerum multiplicentur, siue diuidantur, numeri producti eandem habent proportionem, quam duo illi numeri multiplicati, siue diuisi; fit, vt multiplicatis, aut diuisis Numeratore, & Denominatore per quemcumque numerum, procreetur alia minutia eiusdem valoris, quamuis maiores, minoresue numeros habeat. Vt proposita hæc minutia $\frac{6}{9}$. si vterque eius numerus multiplicetur per 3. producetur minutia $\frac{18}{27}$ eiusdem valoris. Sic etiam, si vterque numerus per

per 3. diuidatur, fiet minutia $\frac{2}{3}$ eiusdem valoris. Et licet hæc omnia demonstrari possint ex lib. 7. Eucl. contenti tamen erimus, si vno exēplo ex his duabus minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. desumpto, in quo veritas huius rei perspicue apparebit, rē illustremus. Nā si accipiatur numerus 9. qui quidem habet partes à denominatoribus dictarum minutiarum denominatas, nimirum tertiam, ac nonam, erūt duæ eius tertie partes æquales sex nonis partibus eiusdem. Cum enim tertia eius pars sit 3. erunt duæ tertie partes 6. Item cum nona eius pars sit 1. erunt quoque sex nonæ partes 6. Æquales igitur sunt hæc minutia $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & sic de alijs.

Q V A N D O porro numerator alicuius minutie denominatori est æqualis, æquualet minutia illa vni integro. Vt quælibet harum minutiarum $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{20}{20}$. $\frac{1000}{1000}$. constituit vnum integrum, hoc est, totum illud, quod in partes à denominatoribus denominatas diuisum est: propterea quòd in numeratore continentur omnes partes, in quas integrum, seu totum est diuisum.

Q V A N D O vero numerator minutie minor est denominatore, minor est illa minutia vno integro, quales sunt hæc minutia. $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{10}$. quia cuiuslibet tot partes à suo denominatore denominatæ desunt ad integrum constituendum, quot vnitibus numerator à denominatore abest. Vt huic minutie $\frac{2}{3}$. desunt $\frac{1}{3}$. huic vero $\frac{4}{5}$. desunt $\frac{1}{5}$. & huic, $\frac{2}{10}$. desunt $\frac{8}{10}$.

Q V A N D O denique numerator minutie denominatore maior est, maior est illa minutia

Quæ min
tia vni inte
gro æquua
leat.

Quæ mi
nutia mi
nor sit vno
integro.

Quæ min
tia maior
sit vno in
tegro.

uno integro. quales sunt hae minutiae $\frac{4}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{0}{4}$. quia in cuiuslibet numeratore plures partes continentur, quàm sunt illae, in quas totum, siue integrum diuisum est.

Utra duarum
minutiarum
maior sit,
quo pacto
cognosca-
tur.

I A M vero propositis duabus minutijs, ut cognoscas, utra illarum maior sit, seruabis hanc regulam. Positis minutijs ordine, multiplica earum numeros in crucem, id est, numeratorem prioris in posterioris denominatorem, & posterioris numeratorem in denominatorem prioris, ponendo numeros productos supra numeratores. Nam cuius numerator maiorem numerum produxerit, ea minutia maior erit. Quod si duo numeri producti fuerint aequales, aequales quoque erunt minutiae propositae minutiae. Ut in primo horum trium exem-

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \text{ 6.} \quad \frac{1}{3} \text{ 8.} \\ \hline \frac{6}{2} \text{ 8.} \quad \frac{8}{3} \text{ 2.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \frac{4}{2} \text{ 1.} \quad \frac{4}{4} \text{ 0.} \\ \hline \frac{4}{2} \text{ 0.} \quad \frac{0}{4} \text{ 1.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \frac{4}{4} \text{ 8.} \quad \frac{4}{1} \text{ 8.} \\ \hline \frac{8}{4} \text{ 8.} \quad \frac{8}{1} \text{ 4.} \end{array}$$

plorum maior est posterior minutia $\frac{8}{3}$. quàm prior $\frac{6}{2}$. quoniam numerus 18. productus ex 6. numeratore posterioris minutiae in 3. denominatorem prioris maior est, quàm numerus 16. ex 2. numeratore prioris minutiae in 8. denominatorem posterioris productus. In secundo vero exemplo maior est minutia $\frac{1}{2}$. quàm $\frac{0}{4}$. In tertio demque aequales sunt minutiae $\frac{8}{4}$. & $\frac{8}{1}$. ut ex multiplicationibus in crucem factis patet. Ratio huius regulae est, quod, cum numeratores in crucem per denominatores multiplicati producant aequales numeros, eadem proportio sit numeratorum ad denomina-

minutores, vt constat ex propof. 19. lib. 7. Eucl. Quare vt supra diximus, equales erunt minutia. Hinc fit, numeratorem illum, qui maiorem gignit numerũ, ad suum denominatorem habere maiorẽ proportionem, ac proinde illam minutiam esse maiorem, vt supra dictum est. Sed vt exemplo etiam discas, maiorem esse minutiam $\frac{6}{8}$. quã $\frac{2}{3}$. summamus numerum 48. qui habet partes à denominatoribus harum minutiarum denominatas, nempe octauam, & tertiam. Itaque cum vna octaua pars huius numeri 48. sit 6. erunt sex octauae, 36. Item cum vna tertia pars eiusdem numeri sit 16. erunt duae tertiae, 32. quã numerus minor est, quã 36.

Q U O D si data sit minutia cuiuspiã monetae, vel ponderis, aut mensura maioris, cupiasq; valorem eius explorare in minori moneta, vel pòdere, aut mensura, hoc est, reuocare eam ad minorẽ monetam, &c. facies id in hunc modum. Multiplica numeratorẽ per numerum, qui indicat, quoties moneta minor, ad quam reuocanda est fractio, in maiori continetur, productumq; numerum per denominatorem diuide. Quotiens enim numerus valorem datę minutia in minore illa moneta indicabit. Quod etiam de ponderibus, & mensuris intellige. Vt si data sit hæc minutia aureorum $\frac{4}{7}$. quæ significat, vt supra cap. 6. diximus, quatuor aureos in septem equales partes distributos, redgẽdasq; sit ad Iulios, Raiochos, & Quatrinos, (vt e mur enim in hac nostra Arithmetica exemplis moneta Romana, in qua quatuor quatrimi efficiunt v-

Valor minutie datæ quo pacto in minore moneta, pòdere velut mensura exploratur.

Iulios, Baios, & Quatrimos apud Romanos quid significet.

num baiochum, & 10. baiochi vnum Iulii, ac 10. Iulij vnum aureum nummum.) multiplicabimus numeratorem 4. per 10. quoniam 10. Iulij vnum aureum conficiunt, vt 4. illos aureos in 7. partes diuisos redigamus ad 40. Iulios; numerumq; productum 40. per denominatorem 7. partiemur. Quotiens enim numerus dabit Iulios $5\frac{4}{7}$. Quod si hanc minutiam Iuliorum, $\frac{4}{7}$. qua significat 5. Iulios in 7. partes aequales diuisos, ad baiochos velimus redigere, multiplicabimus quoque numeratorem 5. per 10. quia 10. baiochi vnum etiam Iulium conficiunt, vt 5. illos Iulios in 7. partes aequales distributos redigamus ad 50. baiochos: productumq; numerum 50. per denominatorem eundem 7. diuidemus. Dabit enim Quotiens numerus baiochos $7\frac{1}{7}$. Si tandem minutiam hanc baiochorum, $\frac{1}{7}$. qua significat vnum baiochum diuisum in 7. partes aequales, ad quatrinos velimus reducere, multiplicabimus numeratorem 1. per 4. quod 4. quatrini efficiant vnum baiochum, vt illum baiochum in 7. partes aequales diuisum ad 4. quatrinos reducamus, numerumq; productum 4. per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq; $\frac{4}{7}$. vnus quatrini, hoc est, paulo plus, quam dimidium vnus quatrini. Itaque $\frac{4}{7}$. vnus aurei continent Iulios 5. Baiochos 7. & Quatrinos $\frac{4}{7}$. Si vero $\frac{4}{7}$. vnus aurei redigere statim velimus ad baiochos, multiplicabimus numeratorem 4. per 100. quoniam 100. baiochi vnum aureum constituunt, vt 4. illos aureos in 7. partes distributos redigamus ad 400. baiochos, numerumq; productum 400. per

per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq; ba
iochos $57\frac{2}{7}$.

R V R S U S si explorandum sit, quot passus,
pedes, palmos, digitos ve contineant $\frac{2}{3}$. vnus mil
liarij Italici, statuendo milliarium vnum constare
1000. passibus Geometricis, passum vero 5.
pedibus, & pedem 4. palmis, palmum autem 4.
digitis, & digitum 4. granis hordei; multiplica
bimus numeratorem 5. per 1000. vt 5. miliaria
in 8. partes aequales distributa redigantur ad pas
sus 5000. productumq; numerum 5000. partie
mur per denominatorem 8. efficiemusq; $750.$ pas
sus.

S I C etiam si $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$. vnus passus reducere ve
limus ad pedes, multiplicabimus numeratorem 10.
per 5. productumq; numerum 50. per denomina
torem 13. partiemur, efficiemusq; pedes $3\frac{2}{13}$.
Si rursus hunc numeratorem 11. per 4. multipli
cemus, numerumq; productum 44. per denomina
torem 13. diuidamus, efficiemus palmos $3\frac{2}{13}$.
Item si hunc numeratorem 5. per 4. multiplice
mus, productumq; numerum 20. per denomina
torem 13. partiamur, inueniemus digitos $1\frac{7}{13}$.
Tandem si numeratorem hunc 7. multiplicemus
per 4. & numerum productum 28. diuidamus
per denominatorem 13. reperiemus grana hordei
 $2\frac{2}{13}$. Itaque $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$. vnus passus continent pe
des 3. palmos 3. digitum 1. & grana $2\frac{2}{13}$.

I T E M reducenda sit minutia haec, $\frac{1}{4}$. vnus
librae ad uncias. Quoniam 12. unciae vnam librã
constituunt, multiplicabimus numeratorem 3. per

12. & productum numerum 36. per denominatorem 4. diuidemus, efficiemusque 9. vncias.

POSTREMO inquirendū sit, quot Minuta contineantur in $\frac{5}{6}$. vnius Gradus. Quia 60. Minuta efficiunt 1. Gradum, multiplicabimus numeratorem 5. per 60. & productum numerum 300. per denominatorem 6. diuidemus, efficiemusque Minuta 50.

FRACTIONES FRACTORVM numerorum. Cap VIII.

Minutia
minutarū
vnde orian-
tur.

NON solum res integra in quotuis partes æquales diuiditur, vt fractiones simplices, de quibus hic agimus, procurrentur, verum etiam interdum ipsi fracti numeri intelliguntur in plures æquales partes distribui, ac si essent integra quedam res. Unde fractiones fractionum, fractorumve numerorum, siue Minutię minutarum oriuntur. Vt quemadmodum cū accipio quatuor partes alicuius totius in septem partes distributi, efficio hanc minutiam simplicem $\frac{4}{7}$. quę significat quatuor septimas partes ipsius integri: ita etiam cum intelligo hanc fractionem simplicem $\frac{4}{7}$. diuisam esse in quinque partes æquales, accipioque tres partes, facio minutiam minutię illius, nempe tres quintas partes quatuor septimarum alicuius integri: ita vt prior in recto efferatur, scribaturque,

Minutia
Minutię
quid.

Minutię
minutarū
quomodo
pronũciatũ
sunt, & scri-
bantur.

sicut minutię simplices, posterior vero pronuncietur in obliquo, noteturque sine interiectione lineę, vt ab alijs distinguatur. Vt prædicta minutia

nutia minutia ita scribēda est $\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7}$. pronūciatur- que sic. Tres quinta quatuor septimarū vnius in- integri. Hęc autē minutia minutarū $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{1}{6} \frac{1}{2}$. ita proferetur. Dna tertia trium quartarum: x vna sexta parte vnius dimidiū alicuius integri: signifi- cat autem ex dimidio alicuius integri sumptam es- se vnam sextā partē illius dimidiū in sex æquales partes distributi; & ex hac sexta parte in qua- tuor partes æquales diuisa acceptas esse tres quar- tas; ac demum ex his tribus quartis diuisis in tres æquales partes sumptas esse duas tertias. Eadem- que ratio est in alijs.

Q V O pacto autem æstimatio, sine valor fra- ctionum fractorum numerorum cognoscatur, do- cebimus ad finem cap. 10. vbi eas ad simplices fra- ctiones reuocabimus.

REDUCTIO FRACTORVM
numerorum ad minimos numeros,
siue terminos. Cap. IX.

ACCIDIT nonnunquam, vt minutia ali- qua ita magnis numeris scribatur, vt com- mode minoribus possit exprimi, non mutato eius valore, ac pretio. Vt hęc minutia $\frac{1}{7} \cdot \frac{6}{2}$. æquale sit huic $\frac{1}{2}$. minimis, vt vides, numeris expressæ. Ope- re pretium est autem minutiam maioribus nume- ris scriptam ad minimos numeros, terminosve re- uocare, multas ob causas. Primum, quia facilius minutia quæuis minoribus numeris expressa intel- ligitur, quàm maioribus numeris scripta. Quis enim

Cur hinc
sic ad mi-
nimos ter-
minos redi-
cantur.

enim non facilius percipit $\frac{1}{2}$. quàm $\frac{1}{7} \frac{6}{2}$. aut quàm $\frac{1}{1} \frac{6}{6} \frac{6}{6} \frac{6}{6}$. aut quàm $\frac{1}{1} \frac{6}{6} \frac{2}{5} \frac{6}{2}$. cum tamen omnes idem prorsus significant? Deinde, quoniã facilior redditur operatio fractionum, si ad minimos terminos sint reductæ, vt ex sequenti bus fiet perspicuum. Tertio, vt Mathematicorum libri, qui minutias plerunque minimis solent numeris notare, intelligantur. Si enim, verbi gratia, quis inueniat à quopiam scriptum, numerum hunc 2528. per 48. diuisum facere Quotientem $52 \frac{2}{3}$. ipse vero hoc velit examinare, reperiet Quotientem $52 \frac{1}{4} \frac{2}{3}$. qui ab illo differre videtur, cum tamen idem sit. Minutia enim hæc $\frac{1}{4} \frac{2}{3}$. ad minimos terminos reducta facit $\frac{2}{3}$. Quare antequam iudicet, se, aut scriptorem illum errasse, quod videat eius minutiam à sua differre, reducenda prius erit minutia à se inuenta, & maioribus terminis expressa, ad minimos numeros, siue terminos.

Minutia,
qua arte ad
minimos
numeros
digantur.

HAC autem arte Minutia quæuis maioribus scripta numeris ad minimos terminos reuocabitur. Diuidatur tam numerator, quàm denominator per maximam communem vtriusq; mensuram, id est, per maximum numerum, qui vtriusque metiatur. Quotientes enim numeri (si Quotientem numeratoris facias numeratorem, & Quotientem denominatoris denominatorem) dabunt minutiam illi æquivalentem, & minimis numeris expressam. Nam cum, diuisis duobus numeris per vnum & eundem numerum, Quotientes eandem habeant proportionem, quam illi numeri,

meri, sint autem Quotientes numeri hoc modo inuenti omnium minimi, quod numeri minutia proposita diuisi sint per maximum numerum eos numerantem, ita vt per maiorem diuidi nequeat, quin aliquid in diuisione relinquatur; perspicuum est, minutiam inuentam minimis numeris esse expressam, ita vt minoribus exprimi nequeat.

E X E M P L V M sit in hac minutia proposita, $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. cuius numeratorem, ac denominatorem metiuntur, & numerant omnes hi numeri 2. 4. 8. 16. & praeterea nullus. Nam licet numerus 24. qui maior illis est, numeret denominatorem 48. tamen numeratorem 32. non metitur. Sic etiam quamuis numerus 32. qui maior adhuc est, metiatur numeratorem 32. nullo tamen modo denominatorem 48. numerat. Nos autem hoc loco intelligimus numerum maximum numerantem, qui vtrumque numerum minutia proposita, id est, tam numeratorem, quam denominatorem, numeret. Si igitur tam numerator 32. quam denominator 48. diuidatur per maximum illorum numerorum, nimirum per 16. reperientur Quotientes 2. & 3. Quare minutia proposita $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. reducetur ad hanc aequivalentem, $\frac{3}{2}$. & minimis numeris expressam. Si eosdem numeros proposita minutia diuideres per alium numerum eos numerantem, qui non sit maximus, redigeres quidem minutiam ad aliam aequalem minoribus terminis expressam, sed non minimis. Ut si iisdem numeri 32. et 48. diuidantur per 8. inuenietur hac minutia $\frac{4}{6}$. quae minoribus adhuc numeris scribi potest, hoc modo $\frac{2}{3}$.

E A D E M ratione hac minutia, $\frac{4}{8} \frac{1}{6}$, cuius numeratorem, & denominatorem metiuntur omnes hi numeri 3. 5. 15. redigetur ad hanc, $\frac{1}{4}$. si nimirum tam numerator, quam denominator per 15. qui maximus numerus est illos numerans, divi datur. atque ita de reliquis.

Quando minutianō
pōt redigi
ad minimos termi-
nos.

Q U O D si alicuius minutia numeratorem, ac denominatorem nullus numerus, præter unitatem, numeret, non poterit ad minores terminos redigi minutia illa, sed iā minimis numeris expressa erit. Ut hæc minutia $\frac{3}{3} \frac{0}{9}$. $\frac{3}{6} \frac{0}{8}$. $\frac{4}{5} \frac{7}{9}$. ad minores terminos revocari non possunt. Quamvis enim hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratorem primæ minutie numerent, nullus tamen eorum eiusdem denominationem metitur. Item licet hi numeri 3. 13. metiantur denominatorem eiusdem minutie, neuter tamen eorum eius numeratorem metitur. Rursus quæ hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratorem secundæ minutie, hi vero 3. 7. 9. 21. denominatorem eiusdem metiuntur, nullus tamen illorum verumque numerum: id est, tam numeratorem, quam denominatorem illius minutie, numerat. Postremæ autem minutie numeros nullus numerus præter unitatē numerat, cum sint (ut cum Arithmeticis loquamur) primi, quemadmodum & primariū duarum numeri sunt inter se primi, quamvis nullus eorum primus sit. Dicitur enim numerus primus, quem unitas sola metitur; Primi vero inter se numeri vocantur, quos sola unitas, communis mensura, metitur.

Primus nu-
merus &
primi in-
ter se nume-
ri quid,

Q U O N I A M vero, ut minutia proposita
ad

ad minimos terminos reuocetur, necesse est, vt maxima mensura communis numeratoris, ac denominatoris inueniatur, (Per hanc enim maximam communem mensuram vt crque numerus, tam numerator, quàm denominator, diuidendus est, vt diximus.) tradi solet ad eã inueniendã hæc regula. Diuidatur denominator per numeratorem: Et si aliquid in diuisione relictum fuerit, diuidatur diuisor, id est, numerator, per residuum illud diuisionis: Et si rursus aliquid remanserit, diuidatur vltimus hic diuisor, id est, residuum illud, per residuum huius vltima diuisionis; & sic semper vltimus diuisor per vltimum residuum diuidatur, donec diuisor occurrat, qui nihil in diuisione relinquat. Hic namque diuisor nihil relinquens erit maxima communis mensura numeratoris, ac denominatoris minutia: proposita. Quòd si diuisor aliquis in huiusmodi diuisionibus relinquat vnitatem, nõ habebunt numerator, & denominator minutia: proposita communem mensuram, præter vnitatem, sed erunt numeri inter se primi.

Quia rone maxima mensura communis numeratoris, ac denominatoris, cuiusuis mlti sunt, reperitur.

Quisdo numerator, & denominator datæ minutia: non habeant communem mensuram, præter vnitatem.

VT si proposita sit minutia $\frac{3}{7} - \frac{6}{2}$. inueniemus maximam mensuram communem numeratoris, & denominatoris hoc modo. Diuidatur denominator 72. per numeratorem 36. & quoniam, hac diuisione peracta, nihil remanet, erit diuisor hic 36. maxima communis mensura 3 per quam si diuidamus numeratorem, denominatoremq; datæ minutia $\frac{3}{7} - \frac{6}{2}$. reducemus eam ad $\frac{1}{2}$. minimis terminis expressam.

R V R S U S si data sit minutia $\frac{6}{2} - \frac{6}{6}$. reperiemus

riemus maximam communem mensuram numeratoris, & denominatoris hac ratione. Diuiso denominatore 96. per numeratorem 60. supersunt in diuisione 36. Diuiso rursus diuisore 60. per residuum 36. remanent in diuisione 24. Item diuiso hoc ultimo diuisore 36. per vltimum residuum 24. relinquuntur 12. diuiso denique vltimo hoc diuisore 24. per vltimum residuum 12. nihil superest. Est igitur maxima mensura communis 12. per quam si diuidatur tam numerator, quàm denominator datæ minutia $\frac{6}{9} \frac{5}{6}$. constituetur hæc minutia $\frac{1}{3}$. minimis numeris expressa.

S E D si proponatur hæc minutia $\frac{4}{1} \frac{3}{5} \frac{2}{1}$. non inuenietur vlla communis mensura numeratoris, & denominatoris maior, quàm vnititas. Nam denominatore 103. diuiso per numeratorem 48. supersunt 7. Diuiso item diuisore 48. per residuum 7. relinquuntur 6. Denique diuiso vltimo hoc diuisore 7. per vltimum residuum 6. superest 1. Quare, vt supra dictum est, numerator, & denominator minutia huius $\frac{4}{1} \frac{3}{5} \frac{2}{1}$. sunt numeri inter se primi.

Inuētio maximæ mensuræ quorūlibet duorū numerorū.

E A D E M ratione quorumlibet duorum numerorum (licet fractionem non constituant, sed absolute proponantur.) maximam communem mensuram inueniemus, si maiorem per minorem diuidamus, & hunc diuisorem per residuum diuisionis, si quod erit, & rursus hunc vltimum diuisorem per residuum vltimæ diuisionis, & sic deinceps, &c. Nā vltimus diuisor nihil relinquens in diuisione erit maxima communis mensura da-

torum

torum numerorum : Si vero in diuisione aliqua fuerit relicta vnitas , erunt numeri dati inter se primi , nullamq̄ habebunt mensuram communem , prater vnitatem.

COLLIGITVR hac regula inueniendi maximam mensuram communem duorum numerorum ex propos. 2. lib. 7. Eucl. Nam licet Euclides iubeat semper minorem numerum de maiore subtrahere , tamen idem efficitur , & quidē multo breuius , per diuisionem maioris numeri per minorem , cum diuisio sit compendiosa quaedam subtractio , quemadmodum & multiplicatio compendiosa quaedam additio est.

ALIO modo reducetur minutia proposita ad minimos terminos , si tam numerator , quam denominator per communem aliquam eorum mensuram notam , etiamsi maxima non sit , diuidatur , vt inueniatur minutia sub minoribus numeris : Et rursus huius inuentæ minutie tam numerator , quam denominator per aliam communem eorum mensuram diuidatur ; & sic deinceps , donec minutia inueniatur , cuius numerator , & denominator sint numeri inter se primi . Vt proposita minutia hac $\frac{3}{4} \frac{6}{8}$, si vterque eius numerus diuidatur per 2. inuenietur hac minutia $\frac{1}{2} \frac{3}{4}$. cuius vterq; numerus si diuidatur per 3. reperietur hac minutia $\frac{6}{8}$. cuius tandem numeri diuisi per 2. offerent hanc minutiam $\frac{1}{4}$. sub minimis terminis : sed prior illa ratio prestantior est , ac breuior .

Vnde colligatur regula inueniendi maximam mensuram duorum numerorum.

Alia ratio redigenda ratiō ad minimos terminos.

REDUCTIO FRACTORVM NUMERORVM ad eandem denominationem, & ad integra, necnon integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum factorum numerorum ad simplices fractiones. Cap. X.

SÆPE NUMERO reducenda sunt fractiones diuersorum denominatorum ad alias, quæ illis æquales sint, singula singulis, habeant quæ eundem denominatorem. Quod qua ratione fieri debeat, hoc cap. exponemus, primum quidē, quādo proposita minutia non sunt plures, quàm duæ, deinde vero, quando plures sunt.

Quo pacto
duæ minu-
tæ ad ean-
dē denomi-
nationē re-
ducantur.

PROPOSITIS igitur duabus minutijs diuersos denominatores habentibus, si denominatores inter se multiplicentur, procreabitur communis denominator, ad quem data minutia sunt reuocanda: numerator vero cuiuslibet in crucem per denominatorem alterius multiplicatus producet numeratorem. Ut in hic apposito exemplo.

Ex deno-

minatore $\frac{2}{1} \times \frac{3}{4}$. reducuntur ad $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2}$.

3. in deno-

minatorem 4. fit denominator communis 12. Itē ex 2. numeratore prioris minutie in 4. denominatorem posterioris fit numerator 8. At ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris fit numerator 9. Duæ ergo minutie $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4}$. ad has duas $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2}$. reducuntur, quæ illis æquales sunt, habent quæ vnum & eundem
deno-

denominatorē cōem 12. Quòd enim $\frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2}$. æquiva-
leant $\frac{3}{2}$. constat ex propos. 17. & 18. lib. 7. Eucl.
propterea q̄ vterq; numerus huius multiplicatus
per eundē numerū 4. vel multiplicās eundē nume-
rū 4. nimirū denominatorē posterioris minutia p̄-
positæ, produxit vtrūque numerū illius. Hinc em̄
fit, numeratorē & denominatorē minutia $\frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2}$.
eandem habere proportionem, quam habent nu-
merator, & denominator minutia $\frac{3}{2}$. Quare æ-
quales erunt minutia ipsæ, vt supra diximus. Ea-
dem ratione æquales erunt minutia $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2}$. & $\frac{3}{4}$.
quia vterque numerus huius multiplicatus per
eundem numerum 3. vel multiplicans eundem nu-
merum 3. denominatorem videlicet prioris minu-
tia datæ, produxit vtrumque numerum illius.

S I vero plures minutia, quàm duæ, ad ean-
dem denominationem proponantur reducendæ,
querendus est primum numerus ab omnibus deno-
minatoribus datarum minutiarum numeratus, ita
vt omnes partes ab ipsis denominatas contineat.
Ita autem numerum à denominatoribus proposi-
tis, vel a quibuscunque numeris datis numeratū
inueniemus. Multiplicentur omnes denominate-
res inter se, ducendo primum in secundum, & hūc
numerum productum in tertium, productumque
hunc numerum in quartum, & sic deinceps, do-
nec omnes sint multiplicati. Productus enim vl-
timus numerus erit is, qui queritur. Vt proposi-
tis hisce minutijs $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. si primus denomi-
nator 2. in secundum 3. multiplicetur, & produ-
ctus numerus 6. in tertium 4. ducatur, produ-
ctusque

Inuentio
numera
quotcunq;
dati nume-
ris nume-
rati.

Etusque numerus 24. in quartū 5. multiplicetur, procreabitur numerus 120. quem dati denominatores, nempe numeri 2. 3. 4. 5. numerant.

QUONIAM vero numerus hac ratione inuentus interdū ita magnus est, vt eo minor dari posset, qui ab eisdem propositis denominatoribus numeretur, reperiemus minimū numerum à quocumque numeris numeratū hoc modo. Primū inueniemus minimum numerū à prioribus duobus numeris propositis numeratum, hac ratione. Aut priores duo numeri habent communem aliquam mensuram, præter vnitatem, aut non: (Quod quidem cognoscet, si maior per minorem diuidatur, & hic diuisor per residuum diuisionis, & sic deinceps; alterna quadam diuisione. Si enim diuisor occurrat, qui nihil relinquat, habebunt duo illi numeri communem mensuram, ipseque diuisor vltimus erit maxima eorum mensura: si vero occurrat diuisor, qui relinquat vnitatem, carebunt communi mensura, eruntque primi inter se, vt supra cap. 9. docuimus.) Si duo illi numeri priores non habent communem mensuram, erit numerus ex multiplicatione vnus in alterum productus, minimus ab illis numeratus, ita vt minor dari non possit: Si vero habent mensuram communem, inuenta maxima earum mensura communi, per ea, quæ cap. 9. scripsimus, diuidatur vterque per eam, ponanturque Quotientes sub ipsis numeris. Nam si Quotientem prioris numeri per posteriorem numerum multiplicet, vel Quotientem posterioris numeri per

prio-

Inuentio
minimi
numeri à
quocumque
numere
numerati.

utitur

priorem numerum, procreabis minimum numerum à duobus illis numeratum. Deinde eodem modo indagabimus minimum numerum numeratum ab eo, quem hactenus inuenimus, & à tertio numero proposito, inquirendo videlicet, num tertius numerus propositus, & minimus ille à prioribus duobus numeratus, habeant mensuram communē, necne, &c. Hic enim minimus inuentus, erit minimus à primis tribus numeris propositis numeratus. Rursus inuentum hunc numerum cum quarto numero proposito conferemus, eodemque modo minimum numerum ab illis numeratum inuestigabimus. Hic enim inuentus, erit minimus à quatuor datis numeris numeratus: atque ita progrediar, donec nullus numerus supersit, cum quo inuentus ultimo loco comparari possit. Demonstratio huius regula colligitur ex propos. 36. & 38. lib. 7. Eucl.

S E D explicemus negotium hoc in proximis quatuor minutijs datis, quarum denominatores sunt 2. 3. 4. 5. Primū itaque quia duo priores numeri 2. & 3. non habent aliā mensurā communē, præter vnitatē, erit numerus 6. ex eorū multiplicatione productus, minimus à 2. & 3. numeratus. Deinde, quoniā inuentus hic numerus 6. & tertius numerus datus 4. habēt maximā mensurā 2. diuidemus per eā tā 6. quàm 4. quotientesq; 3. & 2. sub ipsis statuimus, ut hic vides. Si namq; multiplicemus 6. p 2. aut 4. p 3. procreabimus numerū 12. q minimus est, & tribus primis datis numeris 2. 3. 4. numeratū.

6 3 Tandem,

Tandem, quia hic numerus 12. inuentus, & quartus numerus datus 5. non habent communem mensuram, præter unitatē, multiplicabimus 12. per 5. producemusque numerum 60. minimum à quatuor denominatoribus 2. 3. 4. 5. numeratum. Sit rursus inueniendus minimus numerus à 4. 6. 8. 12. 7. numeratus. Primum, quia primi duo 4. & 6. habent communem maximam mensurā 2. partiemur per eā tam 4. quàm 4. 6. 6. quotientesque 2. & 3. sub ipsis statuemus, ut hic vides. Nam si multiplicemus 4. per 3. vel 6. per 2. efficiemus numerum 12. minimum ab illis duobus 4. & 6. numeratū. Deinde, quia numerus hic 12. inuentus, & tertius numerus datus 8. habent maximam mensurā communē 4. diuidemus per eam tam 12. quàm 8. & quotiētes 3. & 2. sub ipsis collocabimus. Si enim multiplicemus 12. per 2. vel 8. per 3. gignemus numerum 24. minimum à primis tribus datis numeris 4. 6. 8. numeratum. Rursus, quoniā hic numerus inuentus 24. & quartus propositus 12. habent communē maximam mensuram 12. diuidemus per eā tam 24. quàm 12. & quotientes 2. & 1. ponemus sub ipsis. Nam si multiplicemus 24. per 1. vel 12. per 2. producemus numerum 24. minimum à quatuor numeris datis 4. 6. 8. 12. numeratum. Postremo, quia hic numerus 24. inuentus, & vltimus numerus datus 7. non habent ullam mensuram communem, præter unitatē

unitatem; multiplicabimus illos inter se, procrea-
biturque numerum 168. minimum à datis numeris
4. 6. 8. 12. 7. numeratum. Quòd si quis per prio-
rem regulam numerum inquireret ab eisdem da-
tis numeris 4. 6. 8. 12. 7. numeratum, multipli-
cando nimirum ipsos inter se, reperiret hunc nu-
merum 168. qui multo maior est, quàm hic nu-
merus minimus 168. à nobis inuentus.

I A M vero, inuento numero ab omnibus de-
nominatoribus minutiarum reducendarum nume-
rato, siue is minimus sit, siue non, reducemus mi-
nutias datas ad eandem denominationem hoc mo-
do. Denominator cõmunis est numerus ille inuen-
tus: quem si per cuiuslibet minutia denomi-
natorum dividamus, & quotientem per numero-
rum multiplicemus, producemus numeratorem,
qui supra communem denominatorem scribendus
est. Ut in postremis quatuor minutijs $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$.
 $\frac{1}{5}$. numerus à denominatoribus numeratus est
120. Hic ergo erit denominator communis. Quẽ
si dividamus per 2. denominatorem primæ minu-
tiæ, efficiemus 60. Hunc numerum si multiplice-
mus per 1. numeratorem eiusdem minutij, produ-
cemus 60. numeratorem pro prima minutia. Rur-
sus si eundem numerum 120. partiamur per 3.
denominatorum secundæ minutij, prodibit hic nu-
merus 40. quem si multiplicemus per 2. numero-
rum eiusdem minutia, efficiemus 80. numero-
rum pro secunda minutia. atque ita de cæteris.
Itaque datæ quatuor minutij reducuntur ad hæc
quatuor eiusdẽ denominationis

$$G \quad 4 \quad \frac{60}{120} \quad \frac{80}{120} \quad \frac{10}{120}$$

Quo pacto
plures mi-
nutiæ, quã
dux, ad eã-
dẽ denomi-
nationẽ re-
ducantur.

$\frac{1}{1} \frac{0}{2} \frac{0}{0} \cdot \frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{4}{0}$. Quòd si accipiamus numerũ Co^o qui minimus est ab eisdem denominatoribus numeratus, pro denominatore, reducemus easdem minutias ad has $\frac{1}{6} \frac{0}{0} \cdot \frac{4}{6} \frac{0}{0} \cdot \frac{4}{6} \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{6} \frac{2}{0}$.

Alia ratio
reducendi
duas minu-
tias ad ean-
dẽ denomi-
natiõem.

E A D E M ratione redigi poterunt due etiã minutie ad eandem denominationẽ, licet eas non in cruce[m] multiplicemus. Si enim quaratur numerus siue minimus, siue non minimus, à denominatoribus numeratus, erit is cõmunis denominator: ex quo inuenientur numeratores, vt proxime docuimus. Ut propositis duabus minutijs $\frac{1}{6}$. $\frac{7}{12}$. Minimus numerus à denominatoribus numeratus est 12. quem si partiamur per 6. denominatorem prioris minutie, quotientemque 2. per 3. numeratorem eiusdem minutie multiplicemus, efficiemus 10. pro numeratore prioris minutie. Et si rursum eundem numerũ 12. diuidamus per 12. denominatorem posterioris minutie, & quotientem 1. multiplicemus per 7. numeratorem eiusdem minutie, reperiemus 7. pro numeratore posterioris minutie. Itaque datae due minutie reducuntur ad has $\frac{1}{1} \frac{0}{2} \cdot \frac{7}{1} \frac{2}{2}$. Quòd si quis easdem velit reducere per primam regulam, inueniet has minutias $\frac{6}{7} \frac{0}{2} \cdot \frac{4}{7} \frac{2}{2}$. Ex quibus omnibus perspicuum est, quantum intersit inter minimũ numerum à denominatoribus datarum minutiarum numeratum, & non minimum. Per minimum enim datae minutie ad minimas minutias eiusdem denominationis reducuntur, quod per alias regulas non fit.

Utilitas mi-
nimi nu-
meri a de-
nominatio-
rib. datarũ
minutarũ
numerali.

CONTINGIT etiam aliquando, numera-
torem

tozem minutia ex additione, multiplicatione, diuisioneque producta maiorem esse denominatore, atque adeo minutiam illam totum ipsum, atque integrum superare. Quare ea ad integra erit reducenda hac ratione: Diuidatur numerator per denominatorem. Quotiens enim dabit integra, quibus minutia data aequialet: Et si quid in diuisione superfuerit, illud erit numerator, cui idem denominator subscribendus est. Ut hac minutia $\frac{6}{1} \frac{0}{2}$. si numerator diuidatur per denominatorem, reducetur ad 5. integra. Hac autem minutia $\frac{1}{7} \frac{0}{7}$. redigetur ad $14 \frac{2}{7}$. quia in diuisione numeratoris per denominatorem remanserunt 2. atque ita minutia illa continet 14. integra, & insuper duas septimas partes minus integri.

Quo modo minutia, cuius numerator maior est denominatore, ad integra redigatur.

I T E M non raro vsu venit, vt integra ad fractionem aliquam reducenda sint. quod hoc modo fiet. Multiplicentur integra proposita per denominatorem minutiae, ad quam integra reducenda sunt. Productus enim numerus erit numerator, cui denominator datae minutiae est subscribendus. Ut si 7. integra ad quintas partes sint redigenda; Multiplicabimus 7. integra per 5. denominatorem propositae minutiae, productoque numero 35. supponemus eundem denominatorem, vt fiat minutia $\frac{35}{5}$. aequialens 7. integris. Quod si integris adhareat minutia aliqua, addendus est numerator illius minutiae ad numerum productum ex integris per denominatorem minutiae multiplicatis, vt efficiatur numerator.

Quo pacto integra ad minutiam reducatur.

Ut si

Ut si numerus hic $8\frac{2}{3}$. reducendus sit ad quintas, ut fiat unica minutia; Multiplicabimus 8. per 3. denominatore adharētis minutia, ac numero producto 40. addemus 2. numeratore eiusdē minutia, ut habeamus numeratore 42. huius minutia $\frac{42}{3}$. quæ numero proposito $8\frac{2}{3}$. æqualest.

Minutia
minutiariū
quo pacto
ad simpli-
ces minu-
tias reuo-
centur.

POSTREMO, quando in operatione aliqua minutia minutiarium occurrunt, reducende erunt ad simplicem minutiam, hoc artificio. Multiplica numeratores inter se, hoc est, primum in secundum, & hoc productum in tertium, atque iterum hoc productū in quartum, & sic deinceps, si plures numeratores fuerint. Ultimus enim numerus productus dabit numeratorem simplicis minutia, quæ illi minutia minutiarium æqualis erit. Denominator autem erit numerus productus ex multiplicatione denominatorū inter se, si multiplicentur, ut de numeratoribus dictum est. Ut hæc minutia minutig $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$. reducetur ad hanc simplicem fractionem $\frac{12}{35}$. quia multiplicatio numeratorum facit 12. denominatorum autem 35. ita ut tres quintæ quatuor septimarum partium unius integri contineant $\frac{12}{35}$. eiusdem integri. Sic etiā hæc minutia minutiarium $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}$. reducetur ad hanc simplicem $\frac{1}{4}$. quæ ad minimos numeros reducta facit $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$. ut ex antecedenti cap. constat. Denique hæc minutia minutiarū $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$. ad hanc simplicem reuocabitur $\frac{1}{5}$. quæ reducta ad minimos numeros facit $\frac{1}{5}$.

HOC autem ita esse, explicabimus hoc modo. Ponamus hanc ultimam minutiam minutia-

ram $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{5}$. esse desumptã ex vno aureo. Necessesse est igitur, si regula prescripta vera est, eã continere tres Iulios, qui sunt $\frac{1}{10}$. vnus aurei, cũ quilibet Iulius sit $\frac{1}{10}$. aurei vnus. Id quod quilibet facile perspiciet. Nam $\frac{3}{5}$. vnus aurei continent 6. Iulios, quod duo Iulij sint $\frac{1}{5}$. aurei vnus: At $\frac{2}{5}$. sex Iuliorum sunt 4. Iulij; & $\frac{1}{4}$. quatuor Iuliorum sunt 3. Iulij. Eadem ratione hanc minutiam minutiarum $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{3}$. recte ad hanc $\frac{2}{45}$. esse reuocatam, in hoc numero 45. ostendemus. Nam $\frac{1}{3}$. huius numeri 45. continet 15. vnitates; ex quibus si sumantur $\frac{2}{5}$. accipiuntur 6. vnitates; ex quibus denique si accipiatur $\frac{1}{3}$. sumentur 2. vnitates, quę faciunt $\frac{2}{45}$. dicti numeri 45. Non secus alia exempla explicari poterunt, & probari.

ADDITIO FRACTORVM
numerorum. Cap. XI.

SI minutij addendę habeant eundem denominatorem, addendi sunt numeratores, & aggregato idem denominator supponendus: Si vero diuersos habeant denominatores, reducendę sunt prius ad eundem denominatorem, & tunc eodem modo additio instituenta. Ut summa collecta ex hisce tribus minutijs $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$. est hęc $\frac{1}{2}$. quia habent eundem denominatorem, summaque ex numeratoribus collecta est 12. quemadmodum ex 2. aureis, 4. aureis, & 6. aureis sunt 12. aurei. Sic etiã ex hisce minutijs $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{10}$. colligitur hęc summa $\frac{1}{5}$. quę vni integro æquualet.

Additio minutiarum quo modo fiat.

ualet. Ita quoq; ex his minutijs $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{7}$. $\frac{6}{7}$. colligitur hæc summa $\frac{14}{7}$. quæ reducta ad integra facit $2\frac{4}{7}$. At vero vt hæc minutia $\frac{3}{2}$. $\frac{1}{4}$. in vnâ summâ colligantur, reducē. se prius sunt ad eundē denominatorem, nimirū ad hæc minutias $\frac{3}{12}$. $\frac{3}{12}$. ex quibus in vnâ summâ collectis fiunt $\frac{6}{12}$. hoc est, $1\frac{1}{2}$. atque hæc est summa duarū minutiarū propositarū, quæ madmodū ex 2. aureis & 3. iulij, si 2. aurei reducantur ad 20. iulios, fiunt 23. iulij. Sic etiam minutia hæc $\frac{6}{7}$. $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{12}$. $\frac{4}{5}$. vt in vnâ summam colligantur, reducē. se prius sunt ad hæc eiusdem denominationis $\frac{4200}{5000}$. $\frac{4600}{5000}$. $\frac{4110}{5000}$. $\frac{4000}{5000}$. ex quibus fit hæc summa $\frac{17410}{5000}$. id est, $3\frac{441}{500}$.

Q si integra
vnti. nos, qd
adum
fit.

SI integra adsint, addenda sunt ea seorsum, & minutia etiã seorsum. Vt ex 8. & $\frac{3}{2}$. fiunt $8\frac{3}{2}$. Item ex 8. & $4\frac{2}{3}$. fiunt $12\frac{2}{3}$. Item ex $8\frac{2}{7}$. & $4\frac{6}{7}$. fiunt $12\frac{8}{7}$. hoc est, $13\frac{1}{7}$. Item ex $8\frac{3}{2}$. & $4\frac{1}{4}$. fiunt $12\frac{7}{4}$. id est, $13\frac{3}{4}$.

Praxis ad
dēdi minu
tias diuer
sarū deno
minationū
inter se.

IT A Q V E vt dua minutie diuersarum denominationū in vnâ colligantur summâ, multiplicandæ ex sunt in crucē, & producti numeri addendi, vt fiat numerator minutie producendæ: Deinde denominatores inter se multiplicandi, vt eiusdē minutie denominator habeatur: quia hæc ratione reducuntur due illæ minutie ad eandē denominationē, vt ex præcedenti cap. patet, addunturque numeratores inter se. Vt si hæc dua minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. sint addendæ, multiplicabimus tam 2. numeratorem prioris per 4. denominatorem posterioris, quàm 3. numeratorem posterioris per 3. de-

numi-

nominatorē prioris, productosque numeros 8. & 9. in unam summā colligemus, ut fiat numerator 17. Deinde productum numerū ex multiplicatione denominatorū inter se, nempe 12. faciemus denominatorem. Erit igitur minutia collecta $\frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2}$. Quod si sint plures minutia addendæ, quān duas, addemus primū prioris duas, ut diximus. Deinde minutia collectam cum tertia minutia eodem modo: Et hanc productam cū quarta, & ita deinceps. Ut si addendæ sint hæc minutia $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2}$. colligemus primū ex prioribus duabus hæc $\frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2}$. Deinde ex hac, & tertia efficiemus eodē modo $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}$. Denique ex hac, & quarta procreabimus $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}$. hoc est $2 \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}$. summā omnium.

PROBATIO autē additionis fit per subtractionē. Subtracta enim altera minutiarū addendarū ex summa collecta, remanebit altera, si in additione erratum non est. Quod si plures sint addendæ minutia, subtracta vna earū ex summa, relinquetur minutia alijs simul sumptis equalis. Ut quoniam hæc minutia $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{2}$. additæ faciunt $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{8}$. id est, $1 \frac{4}{8}$. si ex hac summa subtrahatur prior minutia, nempe $\frac{3}{4}$. ut in sequenti cap. docebimus, remanebit hæc minutia $\frac{2}{1} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{2}$. quæ equalis est alteri minutia $\frac{5}{1} \cdot \frac{2}{2}$. ut patet, si ad minimos terminos reuocetur, vel numeratores per denominatores in crucem multiplicentur. Producentur enim idē numerus tam ex 80. in 12. quān ex 5. in 192. nempe numerus 960. Quare, ut supra cap. 7. diximus, æquales sunt minutia $\frac{5}{1} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{5}{2}$.

Probatio
additæ
minutarū

SI due minutia, quarū minor ex maiore subducenda est, habeant eundē denominatorē, subtrahendus est numerator minutia subtrahendae ex numeratore alterius, & residuo idē denominator subscribendus. Si vero diversos habeant denominatores, reducenda sunt prius ad eundem denominatorē, & tunc eodem modo institucnda subtractio. Vt si subtrahenda sit haec minutia $\frac{1}{1} \frac{1}{7}$, ex ista $\frac{8}{1} \frac{8}{7}$, subtrahemus numeratorem 5, ex numeratore 8. & residuo 3, eundē denominatorem 17, supponemus, vt fiat minutia residua $\frac{3}{1} \frac{3}{7}$, quemadmodū si 5 aurei ex 8, aureis tollantur, remanent 3, aurei. At vero si deducenda sit haec minutia $\frac{2}{1} \frac{2}{9}$, ex ista $\frac{8}{2} \frac{8}{9}$, reducēda erunt prius ambae ad has $\frac{1}{2} \frac{8}{9}$, $\frac{2}{2} \frac{4}{9}$, eiusdē denominationis: Deinde numerator 18, ex numeratore 24, deducendus, residuoque 6, cōmunis denominator 27, supponendus, vt fiat minutia residua $\frac{6}{2} \frac{6}{9}$, quemadmodū, si 2 Iulij auferendi sint ex 8, aureis, reducendi sunt prius 8, aurei ad 30, Iulios, vt relinquantur 78, Iulij.

Q si integra
adiant, qd
faciendum
ht.

SI ab integris detrahenda est aliqua fractio, reducenda est vna vnitatis integrorū ad fractionē eiusdem denominatoris, ita vt fiat minutia, cuius numerator aequalis sit denominatori, à qua deducenda est minutia proposita. Vt si ex 10, auferenda sit minutia $\frac{6}{1} \frac{6}{1}$, faciemus ex vna vnitatis $\frac{1}{1} \frac{1}{1}$, ex quibus si auferamus $\frac{6}{1} \frac{6}{1}$, remanebunt

$$9 \frac{1}{1} \frac{1}{1}$$

$9\frac{3}{1}$. Integra enim carcbunt illa vnitare, que ad minutiam redulta est.

S I vero ab integris detrabenda sint integra, & preterea fractio aliqua, reducenda quoque est vna vnitas illorum integrorum ad minutiam eiusdem denominationis: Deinde integra à reliquis integris, & fractio à fractione detrabenda. Ut si hic numerus $4\frac{3}{5}$. subducendus sit ex 10. faciemus ex vna vnitate huius numeri minutiam hanc $\frac{5}{5}$. à qua si demantur $\frac{3}{5}$. relinquentur $\frac{2}{5}$. & si 4. auferantur ex reliquis 9. superserunt 5. itaque totus numerus residuus erit $5\frac{2}{5}$.

D E N I Q V E si ab integris vna cum fractis detrabenda sint integra cum fractis, vel fractiones solæ; si quidem fractio detrabenda minor est, quam illa, à qua fit subtractio, vel illi equalis, detrabenda est fractio à fractione, & integra ab integris: si vero fractio subtrahenda maior est, quàm illa, à qua fit subtractio, reducenda est vna vnitas integrorum, à quibus subtractio fieri debet, ad fractionem, que illis adheret, &c. Ut si hic numerus $6\frac{3}{4}$. subducendus sit ex hoc 10 $\frac{1}{2}$. quoniam minutia $\frac{3}{4}$. maior est, quàm $\frac{1}{2}$. faciemus ex vna vnitate horum integrorum 10. hanc minutiam $\frac{2}{2}$. que cum $\frac{1}{2}$. faciet $\frac{3}{2}$. à qua si auferatur minutia $\frac{3}{4}$. relinquetur minutia $\frac{6}{4}$. Ablatis quoque 6. ex 9. supersunt 3. Totus ergo numerus residuus est $3\frac{6}{8}$.

Q V O D si quando vna minutia à pluribus fuerit subtrahenda, vel plures ab vna, vel plures à pluribus, danda erit opera, vt prius plures *illa*

Quia plures sunt minuta, quid agendum.

112 S V B T R A C T I O

illa tam subtrahenda, quam illa, à quibus fieri debet subtractio, in vnam summam colligantur.

Praxis subtrahendi minutia à minutia.

ITAEQUE vt fiat subtractio vnus minutia ab alia, cū denominatores sunt diuersi, multiplicandisunt numeratores in crucē per denominatores, & vnū productū ab altero subducendū, residuoque supponendus numerus ex multiplicatione denominatorū inter se productus: quia hac ratione duæ minutiae propositæ reducuntur ad eandē denominationē, &c. Vt si minutia $\frac{1}{4}$. ex minutia $\frac{7}{9}$. subtrahenda sit, multiplicabimus 3. numeratorem minutia subtrahendæ per 9. denominatorem alterius, & productū 27. detrahemus ex numero 28. producto ex multiplicatione 7. numeratoris minutia, à qua fit subtractio, per 4. denominatorem alterius, & reliquæ vnitati supponemus numerū 36. productū ex multiplicatione denominatorū inter se, vt fiat minutia relicta $\frac{1}{18}$.

Probatio subtractio nis minutiarum.

PROBATIO autē subtractionis fit per additionē. Si namque minutia relicta ad subtractam minutia adijciatur, cōponetur minutia illa, à qua subtractio facta est, si non est erratum. Vt quoniā subtracta minutia hac $\frac{1}{4}$. ex ista $\frac{7}{9}$. relinquitur hac minutia $\frac{1}{18}$. vt in proximo exemplo patuit; si addatur $\frac{1}{18}$. ad $\frac{7}{9}$. cōponetur hac minutia $\frac{7}{9} + \frac{1}{18} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$. que ad minimos terminos redueta erit hæc $\frac{7}{9}$. à qua nimirū facta est subtractio. Sic etiam, quia subtracta hac minutia $\frac{2}{3}$. ex ista $\frac{6}{8}$. reliqua est minutia hac $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. si ea addatur ad $\frac{2}{3}$. fiet minutia $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$. que equalis est minutia $\frac{6}{8}$. à qua subtractio facta est: vt patet, si vtraque ad mi-

ad mi-

ad minimos terminos reuocetur . Semper enim reperietur minutia hęc $\frac{1}{4}$. Vel certe , quia numeratores earum in crucem per denominatores multiplicati producant eundem numerum , nimirum 432.

MULTIPLICATIO FRACTORUM numerorum. Cap. XIII.

SI numeratores inter se multiplicentur , produ- Multiplica-
tio minu-
tiam quo
pacto hat.
ducentur numerator summe multiplicationis ,
ex denominatorum autem multiplicatione deno-
minator eiusdem gignetur . Ut ex multiplicatio-
ne $\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{4}$. fient $\frac{3}{20}$. hoc est , $\frac{1}{7}$. Numerato-
res enim inter se multiplicati faciunt 6 . denomi-
natores vero 12 .

QUANDO minutia per numerum integrũ Quod sunt
in egra, qd
agendum .
multiplicanda est , supponenda est numero integro
vnitas , vt fiat ex ipso quasi fractio quedam deno-
minata ab vnitate integra . Deinde
regula , quã proxime prescripsimus , $\frac{8}{2}$. $\frac{4}{3}$.
seruanda . Vt si multiplicanda sint
8 . per $\frac{4}{3}$. scribemus 1 . sub 8 . vt in apposito exem-
plo vides . Igitur si multiplicentur inter se tam nu-
meratores , quã denominatores , producentur
hec minutia $\frac{1}{3}$. quę equiualeat huic numero
 $6\frac{2}{3}$.

QUANDO autem numero integro adhe-
ret minutia , reducendus erit numerus integer ad
illam minutiam , vt fiat vna fractio ex ipso , & mi-
nutia adiuncta . Vt si multiplicanda sint 8 . per $3\frac{5}{6}$.

H facie-

faciemus ex $3\frac{1}{2}$. minutia $\frac{3}{6}$. & numero 8. supponemus 1. vt hic $\frac{8}{1}$. $\frac{3}{6}$. factum esse vides. Si igitur tã numeratorum inter se, quàm denominatorum multiplicentur, procreabitur hæc minutia $\frac{1 \cdot 8 \cdot 4}{6}$ huic numero $30\frac{4}{6}$. æquiualens. Item si multiplicanda sint $4\frac{2}{1}$. per $\frac{1}{2}$. reducemus $4\frac{2}{3}$. ad $\frac{1}{3}$. vt hic vides. Producetur autem ex multiplicatione minutia hæc $\frac{1}{6}$. id est, $2\frac{2}{6}$. Eodẽ pacto si multiplicanda sint $4\frac{1}{2}$. per $3\frac{1}{3}$. reducemus priorem numerum ad $\frac{2}{2}$. posteriorẽ vero ad $\frac{1}{3}$. vt in appposito exemplo vides. Multiplicatis autem tam numeratoribus inter se, quàm denominatoribus, producetur hæc minutia $\frac{1 \cdot 4 \cdot 6}{1 \cdot 6}$. hoc est, $14\frac{4}{6}$.

Probatio multiplicationis minutiarum.

EXAMINATUR autẽ multiplicatio per diuisionẽ. Si enim minutia producta diuidatur per alterã minutiarũ multiplicantium, prodibit necessario in quotiente altera minutia multiplicans. Vt si ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. fiunt $\frac{4}{14}$. necesse est, vt diuisis $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. producantur $\frac{4}{7}$. diuisis autẽ eisdẽ $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. gignatur $\frac{1}{2}$. Perspicuum autem erit ex sequenti cap. diuisis $\frac{1}{14}$. per $\frac{1}{2}$. produci $\frac{1}{7}$. quæ minutia huic $\frac{4}{7}$. æquiualeat; diuisis autem eisdẽ $\frac{1}{14}$. per $\frac{4}{7}$. produci $\frac{2}{8}$. hoc est, $\frac{1}{2}$.

Cur multiplicatio minutiarũ producat minora minor vtraque minutia multiplicante.

NEMINI autẽ mirũ videri debet, multiplicationẽ minutiarum producere semper minutia minorẽ vtraque minutia multiplicante, vt in vltimo exemplo, quod in examine tradidimus, patet.

tet, vbi ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. producta
 est minutia $\frac{4}{14}$. id est, $\frac{2}{7}$. qua minor est vtra-
 que minutia multiplicante. Si enim natura mul-
 tiplicationis recte consideretur, facile quivis per-
 spiciet, hoc necessario ita debere fieri. Cum enim
 vnus numerus per alium multiplicari, seu duci di-
 catur, cum alter ipso toties augetur, quoties in
 altero continetur vnitates, vt cap. 4. diximus, per-
 spicuum est, neutram minutarum multiplicantium posse
 totam sumi in producto, sed fragmenta duntaxat
 ipsius, qualia nimirum fragmenta vnitatis, alte-
 ra minutia multiplicans refert, quandoquidem haec
 minutia minor est vnitatis. Hinc enim fit, vt quem-
 admodum minutia multiplicans non continet in-
 gram vnitatis; ita quoque numerus productus non
 contineat totam alteram minutiam multiplicantem,
 vt in proximo exemplo, quemadmodum $\frac{1}{2}$. est dimi-
 diata pars vnitatis, ita etiam numerus productus
 $\frac{4}{14}$. id est, $\frac{2}{7}$. est pars dimidiata huius minu-
 tia $\frac{4}{7}$. vt definitio multiplicationis postulat. Re-
 cte ergo ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. produci-
 tur minutia haec $\frac{4}{14}$. hoc est, $\frac{2}{7}$. Sic etiam ex mul-
 tiplicatione 9. per $\frac{1}{3}$. producitur minutia haec
 $\frac{2}{3}$. id est, numerus hic 3. Nam quemadmodum $\frac{1}{3}$.
 est tertia pars vnitatis, ita numerus 3. tertia
 pars est numeri 9. Vel quemadmodum numerus
 productus 3. continet $\frac{2}{3}$. nouies, ita numerus 9.
 continet nouem vnitates. Non est igitur mirum,
 quod minor numerus producatur vtraque minu-
 tia multiplicante. Si tamen integra per integra
 cum fractione, vel integra cum fractione per inte-

30.
 47.
 115.
 42.
 10.

gra cum fractione multiplicentur, semper produ-
cetur maior numerus utroque numero multipli-
cante, propter numerum integrum multiplicantē
integra. Ut ex multiplicatione 4. per $3\frac{1}{4}$. fit nu-
merus $\frac{13}{4}$. hoc est, 13. quia numerus 4. ter sum-
ptus facit 12. & quarta eius pars est 1. Vel quia
numerus 3. sumptus quater facit 12. & minutia
 $\frac{1}{4}$. sumpta quater facit $\frac{4}{4}$. id est, 1.

DIVISIO FRACTORVM NV- merorum. Cap. XIII.

Divisio mi-
nutarum
quo modo

duc

FACILITATIS gratia Divisionis re-
gula ad regulam multiplicationis reduci po-
terit hoc modo. Commutentur termini divisoris, id
est, numerator scribatur infra lineolam, & deno-
minator supra eandem. Quo facto, si regula mul-
tiplicationis cap. precedenti tradita seruetur, id
est, si tã numeratores, quàm denominatores inter
se multiplicentur, producetur numerus Quotiens.
Ut si dividenda sit minutia $\frac{1}{2}$. per
 $\frac{1}{6}$. stabit exemplum, ut hic vides. $\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$.
Multiplicatis igitur tam numerato-
ribus, quàm denominatores inter se, produce-
tur minutia hæc $\frac{6}{2}$. hoc est, numerus 3. pro Quo-
tiente. Sic etiam si dividenda sit mi-
nutia $\frac{2}{7}$. per $\frac{3}{7}$. stabit exemplum, ut $\frac{2}{7}$. $\frac{7}{3}$.
hic apparet. Quotiens autē erit $\frac{14}{21}$.

Quā adfunt
integra. qd
agendum.

QUANDO numerus integer per minutia,
vel per numerū integrum cum fractione dividen-
dus est: Vel minutia per numerum integrum, vel
per

per numerū integrū cum fracciónē; Vel deniq; nu-
 merus integer cū fracciónē per minutiam, aut per
 numerum integrum, aut per numerū integrum cū
 fracciónē, supponenda est vnitas numero integro,
 si ei non adhareat minutia, si vero minutia ei ad-
 iūcta sit, reducendus est numerus integer ad min-
 utiā a diuētā, vt fiat vna minutia, quemadmodū
 cap. præcedente diximus. Deinde regula iā prescri-
 pta seruanda. Ut in sequentibus diuisionibus sta-
 bunt exēpla, vnā cum Quotientibus, vt hic vides.

Quotientes.

6. per $\frac{2}{3}$.	ita subiungit exēpla.	$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{1}{2} \frac{2}{2}$. vel 9.
6. per $4 \frac{2}{3}$.		$\frac{6}{1}$.	$\frac{1}{1} \frac{3}{4}$.	$\frac{1}{1} \frac{2}{4}$. vel $1 \frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{1}{1} \frac{2}{3}$. vel $\frac{7}{9}$.
$\frac{2}{3}$. per $6 \frac{1}{2}$.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{1}{1} \frac{2}{1}$.	$\frac{4}{3} \frac{2}{9}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $\frac{2}{4}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{1}$.	$\frac{4}{1}$.	$\frac{1}{6} \frac{2}{1}$. vel $8 \frac{2}{3}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $3 \frac{2}{3}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{1}$.	$\frac{5}{1} \frac{2}{7}$.	$\frac{6}{3} \frac{5}{4}$. vel $1 \frac{3}{1} \frac{7}{4}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $3 \frac{4}{3}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{1}$.	$\frac{5}{1} \frac{2}{9}$.	$\frac{6}{3} \frac{5}{8}$. vel $1 \frac{2}{1} \frac{7}{8}$.

ALI I tradunt hęc regulā diuisionis minu-
 tiarū. Numerator minutia diuidēdę (posita vnita-
 te sub integris, si adsint, et reductis integris ad mi-
 nutiā adharentē, si qua adhareat) multiplicetur
 per denominatorē minutia diuidētis; percrebitur
 enim hac ratione numerator Quotientis minutię.

Qua rōne
 alij diuio-
 nē minutia-
 rā docēt.

Denominator autē producet̃ur ex multiplicatiōne denominatoris minutie diuidenda per numeratorem diuidentis minutie. Quod quidem idem est, ac si termini diuisoris commutentur, & regula multiplicationis seruetur, vt perspicuū est. Quoniam vero ambigere quispiā posset aliquando, an numerator minutie diuidenda, an vero diuidentis producat numeratorē minutie Quotientis, (facile enim hęc res ex animo excidere potest,) magis mihi placet prior regula à nobis tradita, qua diuisionis regula ad regulam multiplicationis reuocatur.

Probatio diuisionis minutiarum.

cur.

EX A M E N autem diuisionis fit per multiplicationem. Nam si Quotiens minutia multiplicetur per minutiam diuidentem, producet̃ur minutia diuisa necessario. Vt quia ex diuisione $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. producit̃ur minutia $\frac{8}{5}$. hoc est, $1\frac{3}{5}$. fit, vt ex multiplicatione $1\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. producat̃ur minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Producit̃ur autem ex hac multiplicatione minutia $\frac{8}{10}$. que huic $\frac{4}{5}$. aequalis est, vt patet.

Cur aliqui in diuisione minutiarum Quotiens maior sit minutia diuisa.

Q U O D autem in diuisione minutiarum plerumque producat̃ur Quotiens maior minutia diuisa, vt in diuisione $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. patet, in qua Quotiens est $\frac{6}{2} = 3$. mirari nemo debet. Nam cum numerus Quotiens indicet, quoties diuisor in diuidendo numero conuincatur, manifestū est, quando minutia diuidens minor est minutia diuidenda, illam in hac sepius quàm semel contineri; atque adeo Quotientem maiorem esse quàm 1. etiam si minutia diuidenda minor sit, quàm 1. Veluti
in pre-

115.

47.

48.

in proximo exemplo, quoniam minutia dividens $\frac{3}{7}$. in minutia dividenda $\frac{6}{7}$. continetur ter, fit, ut Quotiens sit 3. indicans illam in hac ter contineri. Idem etiam ex definitione Divisionis perspicue apparet. Cum enim divisio sit inuentio numeri, qui toties unitatem contineat, quoties numerus dividendus divisorem continet, ut cap. 5. diximus: perspicuum est, in proxima divisione Quotientem debere esse 3. qui unitatem ter contineat, quoties nimirum minutia dividenda $\frac{6}{7}$. minutiam dividente $\frac{3}{7}$. continet. Mirum ergo non est, in divisione minutiarum semper produci Quotientem maiorem numero dividendo, cum divisor minor est, quam 1. & quam minutia dividenda, ut in dato exemplo patuit, idemque in divisione 6. per $\frac{1}{2}$. apparet, ubi Quotiens est 12. Nam minutia dividens $\frac{1}{2}$. duodecies in numero dividendo 6. continetur.

QUANDO tamen divisor maior est, quam 1. vel minor quam minutia dividenda, Quotiens semper minor erit numero dividendo, propterea quod tunc divisor (cum maior existat, quam unitas.) non toties possit contineri in numero dividendo, quoties unitas continetur. Ut divisio $\frac{1}{4}$. per $\frac{3}{5}$. Quotiens est $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2}$. Item divisio $6\frac{1}{2}$. per $1\frac{2}{3}$. Quotiens est $\frac{3}{1} \cdot \frac{9}{8}$, id est, $3\frac{9}{8}$. Divisio rursus $100\frac{1}{2}$. per $10\frac{3}{4}$. Quotiens est $\frac{8}{5} \cdot \frac{6}{6}$. hoc est $9\frac{1}{5} \cdot \frac{6}{6}$. siue $9\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1}$. Sic etiam si dividantur $3\frac{1}{5}$. per $1\frac{1}{2}$. fiet Quotiens $\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{2}$. hoc est, $2\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2}$. ubi vides, Quotientem semper minorem esse numero diviso.

119.
47.
+8.

Q si Quo-
tens maior
sit numero
dividendo
1 minutia.

Q si Quo-
tens in mi-
nori mi-
nor sit di-
videndo nu-
mero.

INSITIO
INSITIO FRACTORVM
numerorum. Cap. XV.

Insitio mi-
nutarum,
quid.

SOLENT Aritmetici nonnulli uti opera-
tione quadam minutarum, quam insitionem
vocāt. Est autem insitio minutarum nihil aliud,
quā̄m propositis duabus, aut pluribus minutis,
quarum qualibet sit fractio vel vnus duntaxat
particula omnium sequentium, vel fractio integra-
rum omnium fractionum sequentium, additio hu-
iusmodi fractionum ad vltimā minutā, respectu
cuius omnes illae fractiones fractionum sumuntur:
ita vt quodammodo precedentes fractiones sequē-
tibus inferantur. Unde nomen insitionis obtinuit
operatio haec minutarum: quemadmodū in exem-
plis patebit. Ut propositis hisce duabus minu-
tis $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ita vt prior sit fractio vel vnus tan-
tum particula posterioris, vel fractio totius poste-
rioris, hoc est, ita vt prior contineat vel duas par-
tes tertias vnus quarta partis, vel duas tertias
trium quartarum: operatio, qua $\frac{2}{3}$. vnus quarta,
vel $\frac{2}{3}$. trium quartarum, ad $\frac{1}{4}$. adduntur, ap-
pellatur insitio. Eodem modo propositis quatuor
hisce minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ita vt qualibet sit
fractio vel vnus particula omnium sequentium, vel
fractio totarum omnium sequentium, hoc est, ita
vt vel prima contineat duas tertias vnus quar-
ta vnus quinta vnus septima, & secunda signifi-
cet tres quartas vnus quinta vnus septima, &
tertia comprehēdat duas quintas vnus septima;
vel prima contineat duas tertias trium quartarū
dua-

duarum quintarum quatuor septimarū, & secunda comprehendat tres quartas duarum quintarū quatuor septimarum, & tertia significet duas quintas quatuor septimarum: operatio, qua omnes hæ fractiones fractionum, nimirum $\frac{2}{5}$. unius quartæ unius quintæ unius septimæ, & $\frac{3}{4}$. unius quintæ unius septimæ, & $\frac{2}{7}$. unius septimæ; vel $\frac{2}{5}$. trium quarumarum duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{3}{4}$. duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{2}{7}$. quatuor septimarum, ad $\frac{4}{7}$. adduntur, insitio dicitur. & sic de alijs.

EST ergo insitio duplex una, quando qualibet minutia est fractio unius duntaxat particule omnium sequentiū minutiarum; altera, quando qualibet minutia est fractio integrarum omnium minutiarum sequentium, vt in exemplis patuit. Arithmetici omnes de prima solū insitione locuti sunt, nulla prorsus facta mentione insitionis secundæ, eam fortassis ob causam, quòd prima utilis sit ad diuidendum quemcunque numerū integrū, vna cum fractione aliqua per numerū integrū, vt paulo post dicemus. Quoniā vero secunda insitio egrègiū quoque vsū habet in progressionibus Geometricis, vt, Deo iuuante, in maiore nostro Arithmetices opere declarabimus; vtriusque insitionis regulam trademus.

MAGNVM autē discriminē est inter insitionem, & operationē illā, qua cap. 9. minutias minutiarum ad simplicem minutiam reducere docuimus. Ibi enim propositis v. g. duabus hisce minutijs, $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{4}$. ita vt prior sit fractio posterioris, solū

inqui-

Insitio duplex est,

Insitio p^o quid exco-
guata sit.

Differentia inter insitionē, & reductionem minutiarū ad minutiam

inquirebamus, quamnam minutiam simplicem con-
stituerent duæ tertiæ triū quartarū, inueniebamusq̄, constituere $\frac{6}{1 \cdot 2}$. id est, $\frac{1}{2}$. vnius integri; hic vero indagabimus, quantā minutia efficiatur, si addantur $\frac{2}{3}$. vnius quarta, vel $\frac{2}{3}$. triū quartarum ad $\frac{1}{2}$. efficieturque priori modo minutia hæc, $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. posteriori vero hæc, $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. hoc est, $1 \cdot \frac{1}{4}$. quarum vtraque longe abest à $\frac{1}{2}$. Eodem modo discernimen apparebit, si fuerint plures minutie, quàm duæ.

Prima regula
la. insu-
nis quarū
minutiarū

I T A Q V E si proponantur duæ minutie, quarum prior sit fractio vnius tantum particula posterioris, ita fiet insitio. Posterioris minutia numerator per denominatorem prioris multiplicetur, productūq̄, numero numerator eiusdē prioris adijciatur. Hoc enim aggregatum erit numerator minutie producendæ; denominator vero gignetur ex multiplicatione denominatorū inter se. vt. datis hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. ita fiet insitio, sine additio $\frac{2}{3}$. vnius quarta ad $\frac{1}{4}$. Ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris sunt 9. Addito numeratore 2. eiusdem prioris minutie, sunt 11. pro numeratore minutie producendæ. Denominator autem erit numerus 12. ex multiplicatione denominatorum inter se productus: ita vt hæc minutia $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. componatur ex additione $\frac{2}{3}$. vnius quarta ad $\frac{1}{4}$. Quod facile probari potest ex regula additionis. Quoniam enim $\frac{2}{3}$. vnius quarta, secundum reductionē minutiarum minutiarum, faciunt $\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2}$. si addantur $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$. ad $\frac{1}{4}$. fient $\frac{4}{4} \cdot \frac{1}{2}$. hoc est, $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. vt prius.

SI vero plures minutie, quàm duæ, dentur, ita vt quilibet sit fractio vnus tantum particulæ omnium sequentium, insitio hoc modo fiet. Multiplicetur numerator vltima minutie per denominatorem penultima, productoque numero addatur numerator eiusdem penultima; Deinde hoc aggregatum multiplicetur per denominatorem minutie antepenultima, productoque numero addatur eiusdem numerator; Post hæc aggregatū hoc multiplicetur per denominatorem proximè antecedentis minutie, productoque numero eiusdem numerator adijciatur; & sic deinceps, si plures fuerint minutie, aggregatum vltimum semper multiplicetur per denominatorem præcedentis minutie, eiusdemque numerator producto adijciatur, donec nulla minutia supersit. Postremū enim aggregatum erit numerator minutie producenda: Denominator autem producet ex multiplicatione denominatorum inter se, vt datis hisce minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ita fiet insitio, hoc est, additio $\frac{2}{3}$. vnus quarta, vnus quinta, vnus septima, & $\frac{1}{4}$. vnus quinta, vnus septima, & $\frac{2}{3}$. vnus septima ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numeratore vltima minutie in 3. denominatorem penultima fiunt 20. Addito numeratore 2. eiusdem penultima minutie, fiunt 22. quæ multiplicata per 4. denominatorem antepenultima minutie faciunt 88. Addito numeratore 1. eiusdem minutie antepenultima, fiunt 91. quæ multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutie & primæ, faciunt 273. Addito numeratore 1. eiusdem prima minutie, quæ proxime antecedit,

Quo moro plates minutie, & duæ, inseritur per pernam regulam.

cedit, sunt 275. pro numeratore minutia producenda. Denominator autem erit numerus 420. productus ex multiplicatione denominatorum inter se, si nimirum primus per secundum multiplicetur, & hic numerus productus per tertium, &c. Itaque ex hac insitione orietur minutia hæc $\frac{2}{4} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{6}$. quæ ad minimos terminos reducenda faciet $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{4}$. Quod ex regula additionis probabitur hac ratione. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{7}$. per regulam reductionis minutiarum minutiarum faciunt $\frac{2}{4} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{6}$. & $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt $\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$. & $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7}$. si tres istæ minutia $\frac{2}{4} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{6}$. $\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$. $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7}$. addantur ad $\frac{4}{7}$. fient $\frac{9}{1} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{6} \cdot \frac{0}{6}$. hoc est, in minimis terminis $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{4}$. ut prius. sed multo facilius, & citius hac summa inuenta est per insitionem.

Minutia inferendæ iuxta primam regulam non sunt reducendæ ad minimos terminos ante finem operationis.

C A E T E R V M in hac regula insitionis nulla minutia reducenda est ad minimos terminos, antequam tota operatio absolvatur, quia sensus variaretur, & magnus fieret error: absoluta tamen operatione, reduci potest summa producta ad minimos terminos, ut à nobis factum est. Reduximus enim minutiam hanc $\frac{2}{4} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{6}$. ex insitione productam ad istam $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{4}$. Quod autem sensus variaretur, & error contingeret, si minutia aliqua ante finem operationis ad terminos minimos revocaretur, perspicuum est. Nam si inferendæ sint hæc minutia $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$. id est, addendæ $\frac{2}{3}$. vnius duodecimæ ad $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. fient $\frac{2}{1} \cdot \frac{6}{6}$. At si posterior minutia $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$. revocaretur ad minimos terminos, nempe ad hanc minutiam $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}$. id est, $\frac{1}{1}$.

$\frac{2}{3}$. vnius tertiæ ad $\frac{2}{4}$. quæ sensus longe alius est, q̄ prior. Fietq; propterea ex hac insitione alia minutia nimirū $\frac{2}{9}$. valde diuersa à priori minutia producta $\frac{2}{9}$. Prior tamen minutia producta $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{9}$. reduci potest ad hanc in minimis terminis $\frac{1}{1} \cdot \frac{6}{9}$.

PRÆTEREUNDVM etiã nõ est, summa ex insitione hactenus exposita collectã, si vltima minutia minor est, quàm vnitas, semper minore esse vnitate, etiã si infinita minutig inserantur. Ut si hæ minutia $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{4}{5}$. inserantur, fiet minutia $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$. q̄ minor est, q̄ vnitas. Quod ita debere esse, hac ratione declarari poterit. Quoniam vt $\frac{4}{5}$. efficiant vnitatẽ, deest $\frac{1}{5}$. & præcedẽs minutia $\frac{1}{2}$. quæ additur ad $\frac{4}{5}$. non est $\frac{1}{5}$. sed $\frac{2}{5}$. vnius quintæ, sit vt ad complendam vnitatẽ desit adhuc $\frac{1}{5}$. vnius quintæ: at quia antecedẽs minutia $\frac{1}{2}$. q̄ additur, non est $\frac{1}{5}$. vnius quintæ, sed $\frac{2}{5}$. vnius dimidiij vnius quintæ, sit, vt ad explendã vnitatẽ desit adhuc $\frac{1}{5}$. vnius dimidiij vnius quintæ. Rursus quoniam præcedens minutia $\frac{1}{4}$. nõ est $\frac{1}{5}$. vnius dimidiij vnius quintæ, sed $\frac{1}{4}$. vnius tertiæ vnius dimidiij vnius quintæ, sit, vt ad cõficiendam vnitatẽ desit adhuc $\frac{1}{4}$. vnius tertiæ vnius dimidiij vnius quintæ, & sic deinceps, si plures fuerint minutia, semper aliquid deerit ad vnitatẽ cõplendã.

VT autem videas, quàm præclarũ vsum habeat prima hæc regula insitionis in diuidendo numero integro vnã cũ minutia per numerũ integrũ adducã vnũ, vel alterũ exemplum. Sint diuidẽda $20 \frac{1}{2}$. p̄ 12. Diuisis integris 20. p̄ 12. sit Quotiens $1 \frac{8}{12}$. Et quia minutia $\frac{1}{2}$. diuidi etiã debet p̄ 12. et

Sũma insitionis secũdũ primã regulã semper minor est, q̄ vnitas, & quare.

Vfus primæ regulæ in insitionis in diuidẽdo numero integro vnã cũ minutia p̄ numerũ integrum.

Quotiens addi priori quotienti; est autē Quotiens (si diuidatur $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, quemadmodum si 1. diuidatur per 12. Quotiens est $\frac{1}{12}$. fit, vt si inferantur hę minutia $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{12}$. id est, si addatur $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, (nimirum Quotiens diuisionis $\frac{1}{4}$. per 12.) ad $\frac{1}{12}$. componatur minutia, quę addita Quotienti integro 1. efficiat totum Quotientem: Fit autem ex insitione harum minutiarum $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{12}$. minutia $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{12}$. hoc est, $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{12}$. Igitur totus Quotiens erit $1 \frac{1}{12}$. Idem efficies, si diuisorem 12. numero integro diuidendo 20. supponas, vt fiat minutia $\frac{5}{12}$. & huic minutię inferas minutiam $\frac{1}{4}$. diuidendā hoc modo. $\frac{1}{4}$. $\frac{5}{12}$. quia minutia $\frac{5}{12}$. est Quotiens diuisionis 20. per 12. cui per insitionem additur $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, nempe Quotiens diuisionis $\frac{1}{4}$. per 12. Vtroque autem modo recte fieri diuisionē, facile experieris per regulam diuisionis. Si enim diuidas $20 \frac{1}{4}$. per 12. reperies quotientem $1 \frac{1}{12}$. id est, $1 \frac{1}{12}$. siue $1 \frac{1}{12}$. vt prius.

S I N T rursus diuidenda $100 \frac{1}{6}$. per 8. Diuisis integris 100. per 8. fit Quoties $12 \frac{4}{8}$. Et quia minutia $\frac{1}{6}$. diuidi etiam debet per 8. & Quotiens addi priori Quotienti; est autem (si diuidantur $\frac{1}{6}$. per 8.) Quotiens $\frac{1}{6}$. vnus octauę, quemadmodū si 1. diuidatur per 8. Quotiens est $\frac{1}{8}$. fit, vt si inferatur hę minutię $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$. id est, si addantur $\frac{1}{6}$. vnus octauę, (nimirum Quotiens diuisionis $\frac{1}{6}$. per 8.) ad $\frac{4}{8}$. conficiatur minutia, quę addita Quotienti integro 12. componat totū Quotientē: Fit autem ex insitione harum minutiarū $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$.

minutia $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. Totus igitur Quoties erit $12 \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. Idem efficies, si diuisorem 8. numero integro diuidendo 100. supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{8}$. & huic minutie inferas minutiam $\frac{1}{8}$. diuidendam, hoc modo. $\frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{0}{8}$. quia minutia $\frac{1}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{8}$. est Quotiens diuisionis 100. per 8. cui per insitionem adduntur $\frac{1}{8}$. vnus octauæ, nempe Quotiens diuisionis $\frac{1}{8}$. per 8. Eundem prorsus Quotientem $12 \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. inuenies, si diuidas per regulam diuisionis, $100 \frac{1}{8}$. per 8. Facies enim quotientem $\frac{6}{4} \frac{0}{8} \frac{1}{8}$. hoc est, $12 \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. Postremo sint diuidenda $100 \frac{1}{8}$. per 10. Diuisis integris 100. per 10. fit Quotiens 10. nihilq. remanet. Et quia minutia $\frac{1}{8}$. diuidi etiam debet per 10. & Quotiens addi priori Quotienti; est autem (diuisis $\frac{1}{8}$. per 10.) Quotiens $\frac{1}{8}$. vnus decimæ, quemadmodum si 1. diuidatur per 10. Quotiens est $\frac{1}{10}$. fit, vt si inferantur hæc minutie $\frac{1}{8} \frac{1}{10}$. id est, si addantur $\frac{1}{8}$. vnus decimæ, (nimirum Quotiens diuisionis $\frac{1}{8}$. per 10.) ad $\frac{1}{10}$. (quia enim nulla fractio superfuit in diuisione 100. per 10. ponenda est signa 0. supra diuisorem 10. vt fiat minutia $\frac{1}{10} \frac{0}{10}$. continens nullam decimam.) consletur minutia, quæ addita Quotienti integro 10. componat totum Quotientem: Fit autem ex insitione harum minutarum $\frac{1}{8} \frac{1}{10} \frac{0}{10}$. minutia $\frac{1}{8} \frac{1}{10}$. Totus ergo Quotiens erit $10 \frac{1}{8} \frac{1}{10}$. hoc est, $10 \frac{1}{8} \frac{1}{10}$. Idem efficies, si diuisorem 10. numero integro diuidendo 100. supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{10} \frac{0}{10} \frac{0}{10}$. & huic minutie inferas minutiam $\frac{1}{8}$. diuidendam, hoc modo. $\frac{1}{8} \frac{1}{10} \frac{0}{10}$. quia minutia $\frac{1}{10} \frac{0}{10} \frac{0}{10}$. est Quotiens di-

uisioni s 100. per 10. cui per insitionem adduntur $\frac{5}{6}$. vnus decimę, nempe Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 100. Eandem omnino Quotientem habebis, si $100\frac{5}{6}$. diuidas per 10. secundum diuisionis regulam. Fiet enim Quotiens $\frac{6}{6}\frac{0}{6}\frac{5}{6}$. hoc est, $10\frac{5}{6}$. siue $10\frac{1}{1\frac{2}{5}}$.

Secūda regula insitionis duarum minutiarum.

I A M vtro si proponatur duę minutie, quarum prior sit fractio totius posterioris, fiet insitio hac ratione. Multiplicetur posterioris minutie numerator per denominatorem prioris, productoque numero addatur numerus ex multiplicatione numeratorum productus. Fiet enim hac ratione numerator minutie producendę. Denominator vero procreabitur ex multiplicatione denominatorum inter se. Ut hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. datis, ita fiet insitio, siue additio $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. Ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris sicut 9. Addito numero 6. ex multiplicatione numeratorū producto, sicut 15. pro numeratore minutie producenda. Denominator autem erit numerus 12. ex multiplicatione denominatorum productus. Itaque ex additione $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. conflatur minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. hoc est, $1\frac{1}{2}$. Quod facile probari potest ex regula additionis. Quoniam enim $\frac{2}{3}$. trium quartarum faciunt $\frac{6}{3}\frac{2}{4}$. vt patet ex reductione, quam de minutijs minutiarum tradidimus; si addantur, $\frac{6}{3}\frac{0}{2}$. ad $\frac{3}{4}$. sicut $\frac{6}{4}\frac{0}{8}$. hoc est, $1\frac{3}{4}$. vt prius.

S I vero plures minutie, quàm duę, sint propositę, ita ut qualibet sit fractio integrarum minutia-

nutiarum omnium sequentium, facienda erit insitio hoc modo. Multiplicetur numerator ultima minutia per denominatorem penultimam, productoque numero addatur numerus ex multiplicatione duorum numeratorum postremorum productus; Deinde hoc aggregatum multiplicetur per denominatorem minutia antepenultimam, productoque numero addatur numerus ex tribus postremis numeratoribus inter se multiplicatis productus: Rursus aggregatum hoc multiplicetur per denominatorem proxime antecedentis minutia, productoque numero adijciatur numerus ex quatuor ultimis numeratoribus inter se multiplicatis productus; & sic deinceps, si plures fuerint minutia, aggregatum ultimum semper multiplicetur per denominatorem precedentis minutia, productoque numero adijciatur numerus productus ex omnibus numeratoribus illarum minutiarum, quae usque ad eum locum assumptae fuerunt, donec nulla minutia supersit. Postremum enim aggregatum erit numerator minutia producenda: Denominator autem procreabitur ex multiplicatione denominatorum inter se. Ut propositis hisce minutis $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$, ita fiet insitio, siue additio $\frac{2}{5}$, trium quartarum duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{1}{4}$, duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{2}{5}$, quatuor septimarum, ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numeratore ultimae minutiae in 5. denominatorem penultimae sunt 20. Addito numero 8. producto ex postremis duobus numeratoribus. 4. et 2. inter se multiplicatis, sunt 8. quae multiplicata per 4. denominatorem antepenultimae

Quo pacto plures minutiae, quae dantur, insistantur per secundam regulam.

ultimæ minutia, faciunt 112. Addito numero 24. producto ex postremis tribus numeratoribus 4.2. & 3. inter se multiplicatis, sunt 126. quæ multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutia, quæ prima est, faciunt 408. Addito numero 48. producto ex omnibus quatuor numeratoribus 4.2.3. & 2. inter se multiplicatis, sunt 456. pro numeratore minutia producenda: Denominator vero erit numerus 420. productus ex denominatoribus omnibus inter se multiplicatis. Itaq; ex insitione hac generabitur hæc minutia, $\frac{4}{4} \frac{2}{2} \frac{6}{0}$. hoc est, $1 \frac{3}{4} \frac{6}{20}$. siue in minimis terminis $1 \frac{3}{35}$. Quod ex regula additionis confirmabitur hoc modo. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. per regulam qua minutia minutiarum reducuntur, faciunt $\frac{4}{4} \frac{4}{2} \frac{6}{0}$. & $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{1}{1} \frac{2}{4} \frac{4}{0}$ & $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{8}{35}$. si tres hæc minutia $\frac{4}{4} \frac{4}{2} \frac{6}{0}$. $\frac{1}{1} \frac{2}{4} \frac{4}{0}$. $\frac{2}{3} \frac{4}{7}$. addantur ad $\frac{4}{7}$. fiet minutia $\frac{1}{1} \frac{4}{4} \frac{4}{0} \frac{4}{0} \frac{6}{0} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$. hoc est, $1 \frac{1}{1} \frac{2}{4} \frac{4}{4} \frac{4}{0} \frac{6}{0} \frac{0}{0}$ siue $1 \frac{3}{35}$. in minimis terminis, ut prius. Sed multo facilius, & expeditius eandem summam per insitionem collegimus.

I N hac porro secunda regula insitionis possunt minutia inferenda reduci ad minimos terminos ante operationem. Nam si inferantur hæc minutia $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. id est, si addantur $\frac{2}{3}$. quatuor octavarum ad $\frac{4}{5}$. fient $\frac{2}{2} \frac{0}{4}$. hoc est, $\frac{1}{2}$. Tantundem faciemus, si prius $\frac{4}{5}$. reducamus ad $\frac{1}{2}$. & inferamus postea $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. hoc est, addamus $\frac{2}{3}$. unius dimidij ad $\frac{1}{2}$. Eodem modo si inferantur $\frac{6}{10}$. $\frac{4}{5}$. fient $\frac{6}{6} \frac{4}{0}$. id est, $\frac{4}{4}$. eademq; minutia produce-

tur, si prius $\frac{5}{10}$. reducatur ad $\frac{1}{2}$. & $\frac{4}{8}$. ad $\frac{1}{2}$. inferanturq; $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{2}$. Producentur enim ex hac iafitione $\frac{8}{10}$. hoc est, $\frac{4}{5}$. vt prius. Ratio huius rei est, quia cum precedens minutia fit fractio totius sequentis, idem erit omnino valor $\frac{2}{4}$. $\frac{4}{8}$. & $\frac{3}{6}$. $\frac{1}{2}$. Si enim hæ minutie minutarum reducantur ad simplices minutias, reducetnr prior ad $\frac{8}{2 \cdot 4}$. hoc est, ad $\frac{1}{3}$. posterior vero ad $\frac{2}{6}$. id est, ad $\frac{1}{3}$. quoque. Quod in priori regula non contingit. Cum enim ibi prior minutia fit fractio vnus tantum particula posterioris, perspicuum est in eodem exemplo aliud esse $\frac{2}{4}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{4}$. $\frac{1}{2}$. Prior enim minutia minutarum fuit $\frac{2}{2 \cdot 4}$. hoc est $\frac{1}{4}$. posterior vero $\frac{2}{6}$. id est, $\frac{1}{3}$.

QVÆSTIVN CVLÆ NONNVL.
læ numerorum integrorum, ac mi
nutiarum. Cap. XVI.

OPERÆ P R E T I V M me facturum arbitror, si priusquam ad alia pergam, subnectam hoc loco varias quaestiuunculas numerorum integrorum, ac minutarum, quæ per additionem, subtractionem, multiplicationem, diuisionemque soluantur, tum quia in ijs soluendis studiosi sese exercere possunt in operationibus integrorum, & minutarum, tum etiam, quia sæpenumero similes quaestiones præclarum vsum habent in alijs rebus Arithmeticis. Hinc ergo exordiemur.

1. A QVO numero subducta sunt, vel
I 2 sub-

Inuentio numeri, a quo facta è subtractio, vel facta, vt propositus numerus relinquat.

subduci debent 23. vt remaneant 47? Item à quo numero subducta sunt, vel subduci debent $\frac{4}{1 \frac{1}{2}}$. vt relinquuntur $8\frac{2}{7}$? Huiusmodi quaestiones soluntur per additionem. Si enim numerum subtractum, subtrahendumve adicias numero, qui relinqui debet, conficies numerum, à quo datus numerus subtractus relinquet datum numerum. Ut in priori quaestione, ex 23. & 47. fit numerus 70. Ab hoc ergo subducenda sunt 23. vt 47. relinquuntur. In posteriori autem quaestione, ex $\frac{4}{1 \frac{1}{2}}$. & $8\frac{2}{7}$. fit numerus $9\frac{1}{1 \frac{1}{2}}$. à quo si deducas $\frac{4}{1 \frac{1}{2}}$. relinquuntur $8\frac{2}{7}$. vt patet, si reducas minutias productas ad integra, & ad minimos terminos. Id quod in sequentibus quaestionibus obseruandum etiam erit, hoc est, post absolutam operationem reducenda erunt minutie productae ad minimos terminos, vt in hac quaestione factum est.

Inuentio numeri subtracti, vel subtrahendi ex proposito numero vt alius datus numerus sit reliquus.

2. QV Ì S. numerus subtractus est, aut subtrahi debet ex 87. vt relinquuntur 26? Item qui numerus ablati est, vel auferri debet ex $\frac{8}{1 \frac{1}{2}}$. vt relinquuntur $\frac{2}{7}$? Huius generis quaestiones expediet subtractio. Nam si numerus, qui relinqui debet, subducatur ex numero, a quo fieri debet subtractio, remanebit numerus, qui ex eodem numero detractus relinquet residuum propositum. Ut in priori quaestione, subtractis 26. ex 87. remanent 61. Si igitur tollantur 61. ex 87. remanebunt 26. In posteriori autem quaestione, si auferantur $\frac{2}{7}$. ex $\frac{8}{1 \frac{1}{2}}$. restabunt $\frac{3}{2} \frac{6}{1}$. quae si subtrahantur ex $\frac{8}{1 \frac{1}{2}}$. relinquuntur $\frac{2}{7}$.

3. CV I numero adijcienda sunt 38. aut quis

quis numerus adijciendus est ad 38. vt numerus compositus sit 83? Item cui numero addenda sunt $4\frac{8}{9}$. aut quis numerus adijciendus est ad $4\frac{8}{9}$. vt componatur numerus $20\frac{1}{2}$? Questiones eiusmodi per subtractionem etiam solvuntur. Nam si ex numero, qui componi debet, demas numerum addendum propositum, relinquetur numerus, cui si adijciatur datus numerus addendus, fiet numerus datus. Vt in priori questione, subductis 38. ex 83. remanent 45. Huic ergo adijcienda sunt 38. vt fiat numerus 83. In posteriori autem questione, subductis $4\frac{8}{9}$. ex $20\frac{1}{2}$. relinquitur numerus $15\frac{1}{1}\frac{1}{9}$. cui si addas $4\frac{8}{9}$. fiet numerus $20\frac{1}{2}$.

Inuētio numeri, cui datus numerus adijciendus sit, vel qui dato numero sit addendus, vt alio numerus datus remaneat.

4. QVÆ differentia, siue excessus est inter 100. & 349? Item inter $6\frac{1}{2}$. & $20\frac{3}{4}$? Hæ etiam questiones per subtractionem explicantur. Si namque minor numerus ex maiore tollatur, relinquetur differentia, siue excessus quasitus. Vt in priori questione, sublatis 100. ex 349. relinquuntur 249. pro excessu, differentie inter 100. & 349. In posteriori autem questione, demptis $6\frac{1}{2}$. ex $20\frac{3}{4}$. restant $14\frac{1}{4}$. Hoc ergo numero superat numerus $20\frac{3}{4}$. numerum $6\frac{1}{2}$.

Inuētio differentie inter duos numeros.

5. QVIS numerus diuisus, vel diuidendus est per 9. vt quotiens sit 34? Itē quis numerus diuisus vel diuidendus est per $4\frac{1}{2}$. vt Quotiens sit $\frac{1}{2}$? Tales questiones per multiplicationem explicantur. Si enim diuisor datus per datū Quotientē multiplicetur, procreabitur numerus diuisus,

Inuētio numeri diuisi, aut diuidendi per datū numerū, vt Quo tū propositus ptoueniat.

diuidendusve, qui queritur. Ut in priori quaestione, multiplicatis 9. per 34. fit numerus 306. quo diuiso per 9. Quotiens erit 34. In quaestione vero posteriori, si multiplicentur $4\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. producat numerus $2\frac{1}{6}$. qui diuisus per $4\frac{1}{3}$. dabit Quotientem $\frac{1}{2}$.

Inuēto numero, quod conueniat, vel sit, aut detur data fractio nē, seu pars, partemve propositi numeri.

6. QVIS numerus continet $\frac{3}{5}$. huius numeri 30? Item quis numerus est, vel dat $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{1}{7}$? Multiplicatio etiam huiusmodi quaestiones absoluit. Si enim dati duo numeri inter se multiplicentur, gignetur numerus quaestitus. Ut quoniam in priori quaestione ex multiplicatione $\frac{3}{5}$. per 30. producantur 18. fit, ut numerus 18. contineat $\frac{3}{5}$. numeri 30. In posteriori autem quaestione, ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $4\frac{1}{7}$. fit numerus $2\frac{1}{14}$. qui facit $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{1}{7}$.

Inuēto numero, per quem datus numerus sit diuisus aut diuidendus, ut Quotiens sit propositus numerus.

7. PER quem numerum diuisa, aut diuidenda sunt 48. ut Quotiens sit 10? Item per quem numerum diuidentur $\frac{3}{7}$. ut Quotiens sit $\frac{2}{5}$. Diuisione similibus quaestionibus satisficit. Nam si numerus diuisus, diuidendusve propositus, diuidatur per datum Quotientem, prodibit ex hac diuisione diuisor quaestitus. Ut in priori quaestione, diuisis 48. per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. per quem si diuidatur numerus datus 48. fiet Quotiens 10. In posteriori autem quaestione, diuisis $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{5}$. fit Quotiens $\frac{9}{14}$. per quem si diuidatur $\frac{3}{7}$. producat Quotiens $\frac{2}{5}$.

8. PER quem numerum multiplicanda sunt 17. aut quis numerus multiplicandus est per 17.

vt productus numerus sit 100? Item per quem numerum multiplicari debent $3\frac{1}{2}$. aut quis numerus per $3\frac{1}{2}$. multiplicari debet, vt numerus productus sit $\frac{1}{2}$. Diuisio quoque similibus questionibus satisfaciet. Nam si numerum, qui produci debet, partiamur per numerum, qui multiplicandus proponitur, efficiemus numerum quesitum. Ut in questione priori, diuisis 100. per 17. fit Quotiens $5\frac{5}{7}$. per quem si multiplicetur datus numerus 17. procreabitur datus numerus 100. In posteriori vero questione, si diuidatur $\frac{1}{4}$. per $3\frac{1}{2}$. fiet Quotiens $\frac{1}{2}$. per quem si multiplicetur datus numerus $3\frac{1}{2}$. gignetur datus numerus $\frac{1}{4}$.

9. QVI duo numeri inter se multiplicati producant 48. vel $\frac{1}{2}$. vel $6\frac{3}{4}$? Diuisio quoque huiusmodi questionibus satisfaciet. Nam si numerum producendum diuidamus per quemuis numerum, erit hic numerus, & Quotiens duo illi, qui queruntur. Ut si 48. diuidantur per quemcunque numerum, vt per 6. fiet Quotiens 8. Duo ergo numeri 6. & 8. inter se multiplicati producant 48. Sic etiam si eadem 48. diuidantur per alium numerum quemcunque, vt per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. Duo ergo hi numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. inter se multiplicati gignent hunc numerum 48. Item si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemcunque numerum, vt per $\frac{2}{3}$. inueniemus Quotientem $\frac{3}{4}$. Duo ergo numeri quesiti, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erunt $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Eadem ratione si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemuis alium numerum, vt per 8. reperie-

Inuentio numeri, per quem datus numerus sic multiplicandus, vel qui per datu numeru multiplicandus sit, vt gignatur numerus propositus.

Inuentio duorum numerorum, qui inter se multiplicati datus numerum producant.

mus Quotientem $\frac{1}{1} \frac{1}{6}$. Duo igitur numeri quasiti, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erunt 8. & $\frac{1}{2} \frac{1}{8}$. Denique diuisis $6 \frac{3}{4}$. per quemlibet numerum, vt per $3 \frac{1}{2}$. fiet Quotiens $1 \frac{1}{2} \frac{3}{4}$. Duo ergo numeri, qui inter se multiplicati producant $6 \frac{3}{4}$. erunt $3 \frac{1}{2}$. & $1 \frac{1}{2} \frac{3}{4}$.

Inuentio
duoru nu-
boruoru, vt
vno per al-
teru diui-
fo, pueniat
Quotiens
propositus.

10. QVI sunt duo illi numeri, vt vno diuifo per alterum, Quotiens sit 28? Item qui sunt duo illi numeri, vt vno diuifo per alterum, Quotiens sit $\frac{1}{2}$? Has quaestiones, & alias similes multiplicatio enodat. Si namque Quotientem datum multiplicet per quemuis numerum, dabit Quoties numerum diuidendum: diuiser autem erit numerus multiplicans assumptus. Vt in priori quaestione, si 28. multiplices per quemuis numerum, vt per 6. efficiet numerum 168. Hic ergo diuisus per 6. faciet 28. In quaestione autem posteriori, si $\frac{1}{2}$. multiplices per quemlibet numeru, vt per $\frac{1}{2}$. procreabis $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. quibus diuisis per $\frac{1}{2}$. Quoties erit $\frac{1}{6}$.

Inuentio nu-
meru, que
datu nome-
rus sit mul-
tiplicandus
vel q mul-
tiplicandus
sit per datu
numeru, vt
producedi
ullo per al-
lu datu nu-
meru, pro-
ueniat Quo-
tiens pro-
positus.

11. PER quem numeru multiplicanda sunt 7. aut quis numerus multiplicandus est per 7. vt producto numero diuiso per 8. Quotiens sit 3? Itẽ per quem numerum multiplicari debent $\frac{2}{3}$. Aut quis numerus per $\frac{2}{3}$. multiplicandus est, vt producto numero per $\frac{1}{4}$. diuiso, Quotiens sit $\frac{1}{4}$? Quaestiones huiusmodi multiplicatione, & diuisione soluantur. Nam si diuisorem datum per datum Quotientem multiplices, numerumque productum per datum numerum multiplicandam, multiplicentemve partiaris, erit Quotiens numerus, qui queritur. Vt in priori quaestione, si multiplice-

itur divisor datus 8. per datum Quotientem 3. pro
 ducetur numerus 24. qui diuisus per numerũ mul
 tiplicandum, multiplicantemve datum, nẽpe per
 7. faciet $3\frac{3}{7}$. numerum quesitum. Si enim multi
 plicentur 7. per $3\frac{1}{7}$ fiet numerus 24. qui diuisus
 per 8. faciet Quotientẽ 3. In posteriori vero que
 stione, si diuisor datus $\frac{3}{4}$. multiplicetur per da
 tum Quotientem $\frac{1}{4}$. fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui di
 uisus per $\frac{2}{5}$. numerum multiplicantem, multi
 plicandumve datum faciet $\frac{3}{2}\frac{5}{2}$. numerum que
 situm. Si namque $\frac{3}{2}$. multiplicentur per $\frac{1}{2}\frac{5}{2}$.
 fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui diuisus per $\frac{3}{4}$. faciet Quo
 tientem $\frac{1}{4}$.

12. Q V O T A pars est numerus 6. huius
 numeri 54? Item quota pars est hic numerus $\frac{1}{3}$.
 huius numeri $\frac{9}{10}$? Quæstiones tales per diuisio
 nem explicantur. Nam si numerus datus, qui de
 bet esse pars per alterum datum numerum (qui
 semper maior esse debet altero) diuidatur, indica
 bit Quotiens, quota pars, aut partes sit numerus
 datus numeri dati. Ut in priori quæstione, diuisis
 6. per 54. fit Quotiens $\frac{6}{54}$. id est, $\frac{1}{9}$. Erit ergo
 numerus 6. vna nona pars numeri 54. In postero
 ri autem quæstione, diuisis $\frac{1}{3}$. per $\frac{9}{10}$. fit Quo
 tiens $\frac{3}{4}\frac{10}{3}$. hoc est, $\frac{10}{4}$. Continebit ergo numerus
 $\frac{1}{3}$. duas tertias partes numeri $\frac{9}{10}$. Hoc autem
 ita esse experiri licebit per sextam quæstionem. Si
 enim queratur numerus, iuxta illam quæstionem,
 qui sit $\frac{1}{9}$. numeri 54. reperietur numerus 6. Si itẽ
 inuestigetur, qui numerus contineat $\frac{2}{3}$. numeri
 $\frac{9}{10}$. inuenietur numerus $\frac{1}{5}\frac{9}{10}$. hoc est, $\frac{9}{50}$.

Inuentio
 partis quæ
 datus nu
 merus exhi
 bet respõdit
 alterius nu
 meri dati.

Inuentio
numeri, re
spectu cuius
datus nu-
merus exhi-
beat partē
propositā.

13. *NUMERVS* hic 6. cuius numeri erit
vna nona pars? Item numerus $\frac{2}{3}$. cuius numeri
duas tertias continebit? *Diuisio* quæstiones tales
soluit. Si namque datus numerus diuidatur per
minutiam, quæ significet propositam partem, par-
tesve, dabit Quotiens numerum quæsitum. Ut in
quæstione priori, diuisis 6. per $\frac{1}{9}$. fit Quotiens
54. Numerus ergo 6. nona pars erit numeri 54.
In quæstione vero posteriori, diuisis $\frac{2}{3}$. per $\frac{2}{3}$.
fit Quotiens $\frac{9}{1}$. Huius ergo numeri duas ter-
tias continebit hic numerus $\frac{2}{3}$.

Inuenio
multitudi-
nis partē
quatumcū-
que, quas
datus nu-
merus con-
tinet.

14. *HIC* numerus 7. quot octauas partes
vnius integri comprehendit? Item numerus hic
 $\frac{2}{4}$. quot duodecimas partes vnius integri conti-
net? Item hic $\frac{2}{7}$. quot octauas vnius integri com-
plectitur? *Multiplicatio* huius generis quæstiones
dirimet. Si enim datus numerus per denomina-
torem partium, quæ queruntur, multiplicetur, da-
bit productus numerus numerum partium quæsiti-
tum. Ut in prima quæstione, multiplicatis 7. per
8. sunt 56. Numerus ergo 7. continebit 56. octa-
uas. In secunda autem quæstione, multiplicatis
 $\frac{2}{4}$. per 12. sunt 9. Numerus ergo $\frac{2}{4}$. complecti-
tur nouem duodecimas. Intertia denique quæstio-
ne, multiplicatis $\frac{2}{7}$. per 8. fit numerus $\frac{2}{7} \cdot 8$. hoc
est, $3 \frac{2}{7}$. Numerus ergo $\frac{2}{7}$. continet tres octauas,
& $\frac{2}{7}$. vnius octauæ. Atque hoc ita esse, perspi-
cui est. Si enim $\frac{2}{7}$. $\frac{1}{8}$. hoc est, $\frac{2}{56}$. & $\frac{2}{8}$. in
vnam summam colligantur, deprehendentur $\frac{2}{7}$.
Ex quo fit, $\frac{2}{7}$. continere $\frac{3}{8}$. & $\frac{2}{7}$.

REGVLA TRIVM

QVÆ ALIO NOMINE

REGVLA AVREA, SI-
ue regula proportionum
dici solet.

Cap. XVII.



HACTENVS iacta sunt à nobis necessaria Arithmetices fundamenta; sequuntur iam variegatæ regulæ, in quibus mirificus eorum usus apparet, non solum Mathematicis, verum etiam mercatoribus, immo verò & cuilibet privato homini, si in commercijs, conuentisque mutuis non vult decipi, aut decipere (quorum illud turpe, hoc vtro etiam iniquum foret) maxime vtilis, ac necessariæ. Primo autem loco sese offert regula illa nunquam satis laudata, quæ ob immensam vtilitatem, Aurea dici solet, vcl regula proportionum, propterea quòd in quatuor numeris proportionalibus, quorum priores tres noti sunt, quartus autem ignotus queritur, versetur; vnde & regula trium apud vulgus appellata est: quòd tres numeros ponat cognitos, & ex ijs quartum ignotum eliciat. Ita autem regula hæc proportionum se habet.

DISPOSITIS tribus numeris notis, ita vt is, qui questionem habet annexã, (Semper enim vnus illorum questionem secum affert, ut in exem-

Regula aurea, siue proportionum, aut regula trium, eam sic dicta sit.

Numeri in regula trium quo pacto sint collocandi

plis

Quo pacto
per regulam
triumquar-
tus numeri
signatus
sic inquisi-
tus.

plis apparebit.) tertio statuat^r loco; reliquor^{um}
autem ille, qui de eadem est re, hoc est, qui tertio
similis est, (*Exempla autem declarabunt, in quo
similitudo hæc consistat.*) primum occupet locum,
mediam denique sedem teneat alter, cui quartus,
qui quæritur, similis esse debet: Dispositis, inquã,
hoc modo numeris, multiplicentur tertius, & me-
dius inter se, productusque numerus per primum
diuidatur. Nam quotiens numerus, erit quar-
tus, qui quærebat^r, satisfacietque quæstioni
proposita: hoc est, tertius numerus ad eum habe-
bit eandem proportionem, quam primus ad se-
cundum.

Exemplum.

QVATVOR aureis emuntur 12. libra piperis, quæritur, quot libra emi possint aureis 20. Hic vides, 20. aureos habere annexam quæstionem: de illis enim quæritur, quotnam libras exhibere possint: Huic numero similis est numerus 4. aureorum. Nam sicut 4. aureis empta sunt 12. libra, ita 20. aureis emenda sunt alia libra, ita vt vterque numerus sit pretium: at 12. libra piperis sint merces. Ita ergo stabit exemplum.

Aurci.	Lib.	Aurci.	Lib.
4.	12.	20?	sunt 60.

Multiplicando autem inter se secundum, & tertium numerum, & productum 240. per primum diui-

diuidendo, inueniemus libras 60. pro quarto numero, qui querebatur. Vbi vides, quemadmodum primus numerus 4. tertia pars est secundi numeri 12. ita numerum tertium 20. tertiam partem esse quarti numeri inuenti 60.

Aliud exemplum.

AUREOS 60. expendo 5. mensibus, peto, 132. aureos quot mensibus expendam? Hic etiam cernis, questionem fieri de 132. aureis, & huic numero similem esse hunc 60. aur. Sic igitur exemplum stabit.

<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>	<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>
60.	5.	132?	fiunt 11.

Multiplicando autem secundum numerum, & tertium inter se, productumq, 660. diuidendo per primum, reperiemus 11. menses, quibus expendam 132. aureos. Vbi etiam vides, tertium numerum 132. duodecies continere quartum inuentum 11. quemadmodum primus 60. secundum 5. completitur duodecies.

DEMONSTRATIO huius regulae haec est. Quoniam eadem proportio esse debet primi numeri ad secundum, quae tertij ad quartum inuentum, vt dictum est, & ex propositis exemplis constat; necesse est, ex propof. 19. lib. 7. Eucl. eundem numerum produci ex multiplicatione primi numeri per quartum, qui ex secundo in tertium gignitur. Cum

Demonstratio regulae
trium.

igitur

igitur numerus ex secūdo in tertiuū productus diuidatur per primū, vt quartus inueniatur, vt regula triū precipit; fit vt primus numerus per Quotientem, hoc est, per quartum numerum inuentū multiplicatus producat eundem numerum diuisum, qui nimirum ex secundo in tertium fuit procreatus. Nam numero quolibet per aliū quemuis numerum diuiso, si diuisor per Quotientem multiplicetur, necessario numerus diuisus rursus procreatur, vt in tertio examine Diuisionis integrorum cap. 5: dictum est. Id quod etiam constat ex definitionibus Diuisionis, ac Multiplicationis: quod hoc exemplo proposito declarabimus. Numerus 12. diuidatur per 4. vt fiat Quotiens 3. qui nimirum, secundum definitionem diuisionis cap. 5. traditam, toties vnitatem contineat, quoties diuisus numerus 12. diuisorem 4. continet. Dico si multiplicemus diuisorem 4. per Quotientem 3. necessario rursus produci diuisum numerum 12. Nam cum, iuxta definitionem multiplicationis cap. 4. traditam, numerus procreari debeat, qui toties contineat diuisorem 4. qui est vnus numerorum multiplicantium, quoties numerus Quotiens 3. qui est alter numerus multiplicans, vnitatem continet; contineat autem diuisus numerus 12. toties diuisorem 4. quoties numerus Quotiens 3. vnitatem includit, vt dictum est; liquido constat, numerum diuisum 12. ex dicta multiplicatione diuisoris 4. per Quotientem 3. procreari. Eademq; ratio est in omnibus alijs numeris. Quae cum ita sint, erit omnino numerus Quotiens per regulam trium

Numero p
aliū diuiso
si diuisor
p Quoden
tē multipli
cetur, aut tur
sum nume
rus diuisus
pducatur.

trium inuentus, quartus numerus proportionalis, qui queritur, ut ex dicta propos. 19. lib. 7. Eucl. constat: quandoquidem idem numerus producitur ex primo numero in quartum, qui ex secundo in tertium, ut diximus.

E X his, quæ proxime scripsimus, facile colligitur, qua ratione regula trium possit examinari. Probatio regulæ trium
Nam si idem procreetur numerus ex primo numero in quartum inuentum, qui ex secundo in tertium, dubitandum non est, quin recte inuentus sit quartus numerus proportionalis: si vero non idem numerus gignatur, repetenda erit operatio.

E S T tamen alia probatio regulæ trium, à plerisque usurpata, quæ fit hoc modo. Spatruatur primus numerus in tertio loco, & tertius in primo, quartusq; in medio. Si namque, iuxta præceptum regulæ trium, reperiatur hoc modo quartus numerus, qui prius erat secundus, recte soluta fuit questio proposita. Ut primum exemplum supra allatum ita stabit. Alia probatio regulæ trium.

Aurei.	Librae.	Aurei.	Librae.
20.	60.	4?	sunt 12.

Nam si verum est, 20. aureis emi 60. lib. propterea quod 4. aureis empta sunt libræ 12. efficitur necessario, ut vicissim 4. aureis, emanent libræ 12. hoc ipso, quòd 20. aureis libræ 60. emanantur.

P O S S V N T interdum duo numeri ex datis tribus, ut primus & secundus, uel primus & tertius, Obpendia regulæ triæ varia.

tertius, ad minores redigi, vt facilior reddatur operatio. Quod quidem fiet, si tam primus, quàm secundus; vel tam primus, quàm tertius, per communem aliquam vtriusque mensuram notam, siue ea maxima sit, siue nõ maxima, diuidatur, et loca illorũ Quotientes statuuntur. Ut in hoc exemplo.

4. 12. 20. fiunt 60.

Quoniam numerus 4. metitur primum, & secundum, si, diuiso vtroque per 4. Quotientes 1. & 3. pro illis ponantur, ita stabit exemplum.

1. 3. 20. fiunt 60.

Item quia in eodem exemplo numerus idem 4. numerat primum & tertium, si, diuiso vtroque per 4. Quotientes 1. & 5. pro illis accipiantur, sic stabit idem exemplum.

1. 12. 5. fiunt 60.

Item in sequenti hoc exemplo.

36. 48. 63. fiunt 84.

Quoniam numerus 12. metitur primum, & secundum, si, diuiso vtroque p̄ 12. Quotientes 3. & 4. pro illis reponantur, ita stabit exemplum.

3. 4. 63. fiunt 84.

Item

Item quia numerus 9. metitur primum, & tertium in eodem exemplo, si, diuiso utroque per 9. Quotientes 4. & 7. pro illis in regula collocentur, sic stabit exemplum.

4. 48. 7. fiunt 84.

R V R S V S hoc etiam modo questio proposta soluetur. Diuidatur secundus numerus per primum, & per Quotientem tertius multiplicetur: vel tertius per primum diuidatur, & per Quotientem multiplicetur medius. Utroque enim modo productus numerus erit quartus proportionalis, qui queritur. Ut in hoc exemplo.

60. 360. 132. fiunt 792.

Diuiso secundo numero per primum, fit Quotiens 6. per quē si multiplicetur tertius numerus, gignetur quartus 792. ac si iuxta præceptum regula trium operatus esses. Item diuiso tertio numero per primum, fit Quotiens $2\frac{1}{6}\frac{2}{5}$. hoc est, $2\frac{1}{5}$. siue $\frac{11}{5}$. per quem si multiplicetur secundus, producetur idem quartus 792.

H I S recte intellectis, varijs modis examine poteris, nam per regulam trium quartus numerus recte sit inuentus, necne. Nam si per varias huiusmodi operationes eundem semper quartum numerum repereris, maximo argumento est, operationem recte esse institutam.

Q U O D si quis roget, quò fieri possit, ut

K per



Demonstratio
compensatio
regule
tertium.

per tot vias ad eundem semper scopum perueniamus, sciat, huius rei causam totam ex proportionibus pendere. Quoniam enim eadem proportio esse debet inter primum numerum, & secundum, quae inter tertium, & quartum; sit ut & permutando eadem proportio sit inter primum, & tertium, quae inter secundum, & quartum; Item & conuertendo eadem inter secundum, & primum, quae inter quartum, & tertium; nec non eadem inter tertium, & primum, quae inter quartum, & secundum. Cum ergo semper eadem proportio sit inter Quotientes duorum numerorum per eundem numerum diuisorum, quae inter ipsos numeros; perspicuum est, si diuidatur tam primus numerus, quam secundus vel tam primus, quam tertius, per communem aliquam mensuram eandem, & pro ipsis numeris Quotientes reponantur, esse adhuc eandem proportionem inter Quotientes primi, & secundi numeri, quae est inter tertium numerum, & quartum; Item eandem esse proportionem inter Quotientes primi, & tertij numeri, quae est inter secundum numerum, & quartum. Rursus quoniam, diuiso numero quouis per alium numerum, producit denominator proportionis, quam diuisus numerus habet ad diuisorem, denominator autem alium quemcumque numerum multiplicans producit numerum, qui ad multiplicatum proportionem habet a dicto denominatore denominatam; sit, ut diuiso secundo, aut tertio numero per primum, Quotiens sit denominator proportionis secundi, aut tertij numeri ad primum. Quare si per hunc Quotientem multi-

plice-

plicetur tertius numerus, aut secundus, procreabitur quartus, qui videlicet eandem proportionem habeat ad tertium, quam secundus ad primum, vel eandem ad secundum, quam tertius ad primum.

QUONIAM vero frequenter quaestiones per regulam trium solvenda praepostero ordine proponuntur, interdum etiam diuerse monetae, mensurae, vel pondera in vno numero reperuntur, denique non raro primus numerus dissimilis est tertio, ut facile haerere, atque impediri possit is, qui parum in rebus Arithmeticis est versatus, explicabimus quaestionibus aliquot varias difficultates, quae occurrere possunt; hinc exordientes.

1. QUANTI constat vna libra piperis, si 60. librae emptae sint aureis 20? In hac quaestione praepostere positi sunt numeri. Nam 1. libra, cuius primo loco mentio fit, quaestionem habet annexam, ac proinde tertium occupare debet locum, primum vero numerus 60. librarum, cum numero vnus librae sit similis. Itaque recto ordine proponenda fuisset quaestio hoc modo. Librae 60. piperis constant 20. aureis, libra ergo 1. quanti constabit? ut in apposito hic exemplo apparet.

Lib.	Aur.	Lib.	Aur.
60.	20.	1?	fiunt $\frac{2}{60} \frac{0}{0}$. siue $\frac{1}{3}$.

Inuenies autem (si secundum numerum per tertium multiplices, productumque 20. per primum partiaris) valorem 1. librae esse $\frac{2}{60} \frac{0}{0}$. vel $\frac{1}{3}$. vnus au

K 2 rei

Quae nonnullae, quibus variae difficultates regulae trium explicantur.

rei, quia cum minor numerus per maiorem dividitur, fit fractio, cuius numerator est numerus dividendus, denominator autem divisor, ut cap. 5. & 6. diximas. Reducetur autem utrauis harum minutiarum, nempe prior, ad baiochos hoc modo. Multiplicetur numerator 10. per 100. (tot enim baiochi unum aureum conficiunt.) productusque numerus 1000. per denominatorē 60. dividatur. Quotiens enim dabis baiochos $33\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. sine $33\frac{1}{3}$. Tantundem inuenisses, si posterioris minutia $\frac{2}{3}$. numeratorem per 100. multiplicasses, productūque per denominatorem distribuisses. Quod si $\frac{1}{3}$. unius baiochi ad quatrinos velis reuocare, multiplicabis numeratorem per 4. (cum tot quatrini baiochum conficiant.) productumque per denominatorem partieris. Inuenies enim quatr. $1\frac{1}{3}$. Itaque 1. libra constabit baioc. 33 . quatr. $1\frac{1}{3}$.

Quæstio 2. 2. SI libra $10\frac{2}{3}$. & uncia $7\frac{1}{2}$. ceræ albæ consistent aureis 1. & Iul. 6. quatum ceræ emetur baiochis 90? Sic stabit exemplum.

Aur. Iul.	Lib.	Unc.	Baioc.	Unc.
2.	6.	$10\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{2}$	90? sunt $45\frac{2}{3}\frac{7}{0}$.

Quid agendum quod diuersæ monetæ mensuræ, pondera, & fractiones occurrunt.

Quoniam vero in primo numero, ac tertio diuersæ monetæ continentur, reducenda erunt omnes ad minimam monetam ibi expressam, ut ad baiochos, eruntque in primo numero baiochi 160. Rursus quia in secundo numero reperiuntur diuersa pondera, redigenda erunt ad minima ibi expressa, ut ad uncias, quarum 12. unam libram efficiunt, eruntque

erunt $\frac{1}{2}$ in $10\frac{2}{3}$. libris vnciæ $124\frac{4}{5}$. quibus si addantur vnciæ $7\frac{1}{2}$. fient vnciæ $132\frac{1}{10}$. Quo pacto autem fractiones vel solæ, vel vnâ cum integris multiplicari inter se debeant, aut diuidi, docuimus cap. 13. & 14. Itaq; sic stabit exemplum reductum.

Baroc.	Vnc.	Baroc.	Vnc.
260.	$132\frac{1}{10}$.	90?	sunt $45\frac{2}{3}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

ILLVD vero hoc loco annotandum est, minutiam ex multiplicatione medij numeri per tertium productam, licet eius numerator sit denominatore maior, non debere redigi ad integra, donec diuisio sit absoluta, ne operatio impediatur. Unde quia tunc multiplicatio medij numeri per tertium facit $\frac{1\ 1\ 2\ 0\ 7\ 0}{1\ 0}$. diuidenda erit hæc minutia, antequam ad integra reducat, per primum numerum: quæ diuisio dabit hanc minutiam $\frac{1\ 1\ 2\ 0\ 7\ 0}{2\ 4\ 0\ 0}$. continentem vncias $45\frac{2}{3}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

3. QVANTUM constabunt $\frac{7}{8}$. vnus vlnæ panni, si $\frac{1}{4}$. vnus aur. quispiam emerit $\frac{1}{2}$. vnus vlnæ? Sic stabit exemplum.

Questio 1.

Vlnæ	Aur.	Vlnæ.	Aur.
$\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{4}$.	$\frac{7}{8}$?	sunt $1\frac{1}{3}\frac{1}{2}$.

Multiplicatio medij numeri per tertium facit minutiam $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. qua diuisa per primum numerum, inuenietur minutia hæc $\frac{6}{3}\frac{1}{2}$. vnus aurei, quæ facit aur. $1\frac{1}{3}\frac{1}{2}$. Reducta autem hæc minutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$.

vnus aurēi ad Iulios, baiochos, & quatrinos, dat
Iul. 9. baioc. 6. quatr. $3\frac{1}{2}$.

Quæstio 4. 4. STVDIOSVS quidam in vniuersi-
tate volens dare operam literis 6. annos, animad-
uertit se 7. mensibus, & 13. diebus expēdisse au-
reos 200. Iulios 7. baiochos $8\frac{2}{7}$. Quæritur ergo,
quanta pecunia indigeat. Ita stabit exemplum.

Mē. Di. | Aur. Iul. Baioc. | An. Aur. Baioc.
7. 13. | 200. 7. $8\frac{2}{7}$. | 6^{si} sūt 1956.7 $\frac{1}{1} \frac{2}{7} \frac{1}{3}$

Hic in primo numero menses, & in tertio anni ad
dies reuocandi sunt. Quod vt fiat, considerandum
est, quinam menses illi sint, quia non omnes men-
ses eundem dierum numerum

continent. Nam si ponamus
prior es septem menses, initio
facto à Ianuario, continebunt
dicti 7. menses in anno com-
muni dies 212. vt hic vides,
(in anno vero bissextili 213.
cum in eo Februarius conti-
neat dies 29.) Additis die-
bus 13. fient dies 225. Dein-
de cōsiderandum est, quot an-
ni bissextilis in illis 6. annis
contineantur. Nam pro singu-
lis addēdus est dies 1. ad dies
365. anni vnus cōmunis. Un-
de si ponamus duos annos bissextilis contineri,

Ian.	31.
Febr.	28.
Mar.	31.
Apr.	30.
Maius.	31.
Iun.	30.
Iul.	31.
<hr/>	
	212.
	13.
<hr/>	
	225.

multiplicabimus 6. annos per 365. dies, & pro-
ducto

ducto numero addemus 2. vt efficiantur dies 2192. Rursus in numero medio redigendi sunt aurei, & Iulij ad baiochos, qui erunt numero 2007 $\delta \frac{2}{7}$. ita vt exemplum reductum ita se habeat.

Dies. Baioc.	Dies.	Baioc.
225. 2007 $\delta \frac{2}{7}$.	2192	fiunt 195607 $\frac{1}{1} \frac{2}{1} \frac{2}{7} \frac{1}{1}$.

Postremo reducendus erit quartus numerus inuentus baiochorum ad aureos, & Iulios. Faciunt autem omnes illi baiochi aureos 1956. Iul. o. baioc. $7 \frac{2}{1} \frac{2}{1} \frac{2}{7} \frac{1}{1}$. Tanta pecunia necessaria est studioso illi 6. annis, quorum duo bissextilis sint.

HAC eadem ratione post operationem semper reducenda est moneta quarti numeri ad maiorem, si fieri potest: Item pondera, mensurave ad maiora pondera, vel mensuras; vt uncie ad libras; palmi, vel pedes ad passus, passus autem ad milliaria.

5. QUIDAM conficit 7. diebus milliaria Quaestio 9.
210. Peto quot diebus milliaria 1600. conficiet, si quotidie iter faciat, & cursum nec remittat, nec intendat? Sic ponetur exemplum.

Milliar.	Dies.	Milliar.	Dies.
210.	7.	1600.	fiunt 53 $\frac{7}{2} \frac{0}{1} \frac{0}{0}$.

Fraçtio haec $\frac{7}{2} \frac{0}{1} \frac{0}{0}$. vnius diei in quarto numero, si numerator per 24. multiplicetur, productusque numerus per denominatorem diuidatur,

K 4 redi-

redigetur ad horas 8.

Quæstio 6. 6. SI aureis 100. Iulijs 7. baiochis 8. emptus sit ager passuum quadratorum 400. quanti constabit ager passuum quadratorum 1000. pedum quadratorum 4. & palmorum quadratorum 3? ita stabunt exemplum.

Passus.		Aur. Iul. Baioc.		Pass. Ped. Palm.
400.		100. 7. 8.		1000. 4. 3?

fiunt Baioc. $25199\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.

Reductis aureis, ac Iulijs secundi numeri ad baiochos; & passibus, ac pedibus tertij numeri ad palmos; tribuendo 16. palmos quadratos vni pedi quadrato, & 25. pedes quadratos vni passui quadrato; necnon & passibus primi numeri reductis ad palmos quoque, tribuendo vni passui quadrato 400. palmos quadratos; ita stabit exemplum reductum.

Palmi. Baioc.	Palmi.	Baioc.
160000. 10078.	400067?	fiunt $25199\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$

Quartus autem numerus baiochorum continet aur. 251. Iul. 9. baioc. $9\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.

Quæstio 7. 7. IN mundinis quibusdã 44. aureis empta sunt 52. vlna panni cuiusdam, quanti constabunt vlna 260. eiusdem panni? Ita stabit exemplum.

Vlna.	Aur.	Vlna.	Aur.
52.	44.	260?	fiunt. 220.

S. EMIT

8. *EMIT* quispiam 52. vlnas panni 44. aur. Quæstio 8.
 reis, quot vlnas emet aureis 220? Exemplum ita
 disponetur.

Aur.	Vlna.	Aur.	Vlna.
44.	52.	220?	fiunt 260.

9. *EMIT* quispiam summa quadam pecu- Quæstio 9.
 niæ 52. vlnas panni, atque eodem pretio accepit
 postea 260. vlnas, que confiterunt aureis 220.
 quid ergo prius expendit? Disponetur exemplum
 hoc modo.

Vlna.	Aur.	Vlna.	Aur.
260.	220.	52?	fiunt 44.

10. *VLNAS* aliquot panni emit quidam Quæstio 10.
 44. aureis, atq; eodem pretio alius deinde aureis
 220. emit vlnas 260. quot ergo vlnas prior emit?
 Stabit exemplum hoc modo.

Aur.	Vlna.	Aur.	Vlna.
220.	260.	44?	fiunt 52.

APPOSVI quatuor hæc postrema exem-
 pla, in quibus ijdem quatuor numeri regula triū
 varijs modis vices inter se permutant, quippe cū
 quisque illorum ex alijs tribus datis eruatur, vt
 intelligas, quo pacto te gerere debeas in alijs quæ-
 stionibus similibus.

DI X I M V S, in quatuor numeris regulę trium eam proportionem esse primi numeri ad secundum, quę est tertij ad quartum, atque adeo, (vt ex propof. 14. lib. 5. Eucl. colligitur.) si primus maior est, vel minor tertio, secundum quoque maiorem esse, vel minorę quarto; id quod in exemplis omnibus hactenus adductis perspicuū esse potest. Solet autem nonnunquam accidere, vt quod maior est primus numerus tertio, eod minor esse debeat secundus quarto; & quo minor est primus tertio, eo maior esse debeat secundus quarto.

Regulę trię
euerfa quo
pacto quat
tū numerū
eliciat.

Quare cōtraria tunc via tenenda erit, nempe primus numerus per secundum multiplicandus, numerusq; productus per tertium diuidendus. Quando autem hęc regula trium euerfa (ita eam appellant) adhibenda sit, & ratio naturalis distare videtur, & clarissime ex sequentibus exemplis intelligi potest, quorum primum hoc sit.

Questio 1.

1. PANNVS 9. vlnarum, cuius latitudo est 2. palmorum, emitur à quodam, vt sibi tunica conficiatur. Quot ergo vlnę alterius panni, cuius latitudo est 2. palmorum, requiruntur ad eandem tunicam, vel similem conficiendam? Quoniā questio est de panno latitudinem habente 2. palmorum, ita stabit exemplum.

Palmi latitud.	Vlnę.	Palmi latitud.	Vlnę.
3.	9.	2?	sunt $13\frac{1}{2}$.
			Hic

Hic manifeste vides, quo angustior est secundus p.annus, eo plures vlnas esse necessarias. Quare licet primus numerus tertio maior sit, non tamen propterea secundus maior etiam esse debet quarto, sed minor; ita vt quam proportionē habet tertius numerus ad primum, eam habeat secundus ad quartum. Hinc fit, vt primus per secundum sit multiplicandus, numerusq; productus per tertium diuidendus: quia vt debita proportio seruetur, tertius numerus primum locum obtinere debet in regula proportionum, vt dictum est, atque hic apparet.

Palmi latitud.	Palmi latitud.	Vlnæ.	Vlnæ.
2.	3	9 ² sunt	$13\frac{1}{2}$.

2. QUIDAM accepit mutuo ab alio 4000. aur. ad annos 3, quos cum ei restitueret, nullum censum accipere voluit, sed tantum petiit, vt ei vicissim pecuniam mutuo daret. Dedit ergo ei mutuo 7480. aur. Quamdiu ergo hic pecuniam istam retinere debet, vt ei satis fiat pro beneficio prestito per 4000. aur. quos illi accommodauerat? In hac quaestione, quia numerus 7480. aur. secum habet quaestionem, collocandi erunt numeri hoc ordine.

Quaestio 2.

Aur.	Anni.	Aur.	Anni.	Dies.	Hors.
4000.	3.	7480 ² sunt	1.	220.	$13\frac{1}{5}\frac{8}{7}$.

Perspicuum etiam hic est, maiorem censum deberi inaequali

in æquali tempore aureis 7480. quàm aur. 4000. atque adeo minori tēpore opus esse, quàm 3. ann. vt idem census, qui debetur aur. 4000. tribus annis, lucrifiat ex aur. 7480. Quare licet primus numerus minor sit, quàm tertius, non t. men idcirco secundus minor etiam erit, quàm quartus, sed maior; ita vt quam proportior em habet tertius numerus ad primum, eam habeat secundus ad quartum. Ex quo fit, multiplicandum esse primum per secundum, productumq; numerum per tertium diuidendum: quia ut debita proportio seruetur, tertius numerus primum locum obtinere debet in regula proportionum, vt dictum est, atque hic apparet.

Aur. Aur. Anni. Anni. Dies. Hora.
7480. 4000. 3? fiunt 1. 220. 13 $\frac{8}{1} \frac{9}{4} \frac{9}{7}$.

Quæstio 3.

3. QVANDO mensura tritici emitur 6. aureis, panis vno baioccho emptus, iuxta ciuitatis alicuius ordinationem, pondus habet 10. vnciarū; Iam si eadem mensura tritici ematur 4. aureis, vel 8. aureis, quantum esse debet eiusdem panis pondus? Ita stabunt exempla.

Aur.	Vncie.	Aur.	fiunt	Uncie.
6.	10.	4?	fiunt	15.
6.	10.	8?	fiunt	7 $\frac{1}{2}$.

Ratio dicitur, quo vilis est triticum, eo maius pōdas habiturum panem, & quo carius, eo minus.

Talis

Talis enim proportio debet esse 4. aur. ad 6. aur. vel 8. aur. ad 6. aur. qualis est pōderis 10. vnciarū ad pondus ignotū, quod queritur. Unde iuxta regulā proportionum ita collocandi essent numeri.

<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Vncie.</i>		<i>Vncie.</i>
4.	6.	10.	fiunt	15.
8.	6.	10 ²	fiunt	7 ¹ / ₂ .

4. OPERARIJ 30. perficiūt opus quod- Questio 4.
dam in 4. annis; quanto ergo tempore idem absol-
uent 50. operarij, vel 20² Vel, quot operarij idē
absoluent in annis 2. & diebus 146² Vel in annis
4. & diebus 292² Quadruplex hoc exemplum
ita stabit, reductis annis (quorum quilibet statu-
tur dicrū 365.) ad dies, in pesterioribus duobus
exemplis.

<i>Operarij.</i>	<i>Anni.</i>	<i>Operarij.</i>		<i>Anni.</i>	<i>Dies.</i>
30.	4.	50 ²	fiunt	2.	146.

30.	4.	20 ²	fiunt	6.	0.
-----	----	-----------------	-------	----	----

<i>Dies.</i>	<i>Operarij.</i>	<i>Dies.</i>		<i>Operarij.</i>
1460.	30.	876 ²	fiunt	50.

1460.	30.	1752 ²	fiunt	25.
-------	-----	-------------------	-------	-----

Quo enim plures sunt operarij, eo minore tempo-
re opus est, quo autem pauciores, eo maiore.

Item

Item quo minus tempus est, eo pluribus operarijs opus est, quo autem maius, eo paucioribus. Igitur iuxta regulam proportionum ita collocarentur numeri.

Operarij.	Operarij.	Anni.	Anni.	Dies.	
50.	30.	4 [?]	fiunt	2.	146.

20.	30.	4 [?]	fiunt	6.	0.
-----	-----	----------------	-------	----	----

Dies.	Dies.	Operarij.	Operarij.	
876.	1460.	30 [?]	fiunt	50.

1752.	1460.	30 [?]	fiunt	25.
-------	-------	-----------------	-------	-----

Questio 5. 5. **OBSERVVS** quidam exercitus 8500. militum victum habet ad 11. menses; verum spes nulla est solutionis obsidionis, vel futuri auxilij, nisi post 25. menses. Quot ergo milites retinendi sunt, ut reliquis victus sufficiat ad 25. menses? Numeri ita disponendi sunt.

Menses.	Milites.	Menses.	Milites.	
11.	8500.	25 [?]	fiunt	3740.

Retinendi ergo erunt milites 3740. his enim victus sufficiet ad 25. menses, dimittendiq; propterea erunt milites reliqui 4760.

REGVLA TRIVM COMPO-
sita. Cap. XIX.

FIT, vt interdum plures, quàm tres nume-
ri proponantur noti, ita tamen, vt sint sem-
per tres principales, alij autem illis adiuncti mi-
nus principales, denotantes vel tempus, vel lu-
crum, damnumve. Quod vbi contigerit, sit regu-
la trium composita, & tunc vel instituenda erit
regula trium bis, aut ter, vel quilibet per sibi ad-
iunctos multiplicandus, vt fiant tres tantum nu-
meri noti, per quos quartus ignotus eliciatur, vel
certe alia quedam via tentanda. Id quod sequen-
tibus exemplis perspicuum fiet, in quibus varia
quæstiones de lucro, damno, interueniente etiam
diuersitate temporis, & varietate lucri in ratio-
ne tot pro 100. discutientur.

Regula triū
dij. sitaqd
& q̄uo fiat.

1. **SUNT** 8. in communi conuictu, quorū Quæstio 1.
singuli singulis mensibus solvunt 6. aureos. Quan-
tum ergo erit pretium victus omnium ad 4. annos?
Hæc quæstio ita recte proponeretur. Unus in vno
mense soluit 6. aureos: quid ergo soluent 8. in 4.
annis, hoc est, in 48. mensibus? Ita autem collocan-
di erunt numeri.

Conuictor. Menses.		Aur.		Conuictores. Menses.
1.	1.	6.		8. 48?

sunt Aur. 2304.

Ubi vides, primum numerum vnus conuictoris
habe-

habere adiunctum vnum mensē, tertium autem 8. conuictorum habere adiunctos 48. menses. Primo ergo ita instituetur regula trium. Si vnus soluit 6. aureos, quantum soluent 8? vt hic.

Conuict.	Aur.	Conuict.	Aur.
1.	6.	8?	fiunt 48.

Soluent ergo 8. conuictores in vno mense 48. aureos, cum vnus soluat 6. aureos in mense. Secundo ergo iterum ita instituetur regula trium. Si in vno mense soluant 48. aureos, quantum soluent in 48. mensibus? vt hic.

Mensis.	Aur.	Menses.	Aurei.
1.	48?	48?	fiunt 2304.

BREVIVS tamen eadem questio explicabitur, si tam duo numeri in principio questionis primo loco positi inter se, quam duo tertio loco positi inter se multiplicentur, vt fiant tres numeri regula trium hoc modo.

	Aur.		Aur.
1.	6.	384?	fiunt 2304.

Nam ex hac multiplicatione procreatur numerus maior conuictorum pro vno mense, qui aequualet minori pro pluribus mensibus. Ut ex multiplicatione 8. conuictorum per 48. menses producantur 384. conuictores pro vno mense. Si enim
singul-

singulis mensibus sunt 8. conuictores, procul dubio in 48. mensibus, si accederent semper noui cōuictores, ficerent 384. conuictores: atq; ita tantū soluet hi 384. conuictores in vno mēse, quantū 8. cōuictores in 48. mensib. Hæc est causa, cur multiplicandi sint numeri principales, per adiūctos minus principales, qui tēpus significāt, vel aliud quippiā, dūmodo nō sit de eadē re, quā significāt numeri principales; alioquin non essent duo numeri, sed vnus. Vt si in aliquo loco positi sint aurei, baiocchi, & quatrini, censebuntur tres hi numeri pro vno, cum sint de eadem re, utpote qui monetā significent. Eademque ratio est proportione quadam in alijs huiusmodi questionibus.

2. PRO 200. libris quarundam mercii aduētis per 100. milliaria soluendi sunt 4. aurei. quantum ergo soluendum est pro 300. libris aduētis per 400. milliaria? Ita collocabuntur numeri. Quæstio 2.

Lib. Mill.	Aur.	Lib. Mill.	fiunt	Aur.
200. 100.	4.	300. 400.		24.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duobus tertij loci inter se, confecti erunt tres numeri regulæ trium hoc pacto.

Aur.	Aur.
20000. 4.	120000. 24.

SI eadē hæc quæstio soluenda sit per regulam trium bis repetitā, ita stabit primo loco exemplū.

L Lib.

<i>Lib.</i>	<i>Aurei.</i>	<i>Lib.</i>	<i>Aurei.</i>
200.	6.	300? fiunt	4.

Atque ita soluendi essent 6. aurei pro 300. libris per 100. miliaria aduectis, per quot nimirum 200. libræ sunt aduectæ. Sed quoniam 300. libræ vehendæ sunt per 400. miliaria, ita rursus stabit secundo loco exemplum.

<i>Mill.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Mill.</i>	<i>Aur.</i>
100.	6.	400? fiunt	24.

Questio 3. 3. TRES Personæ consumunt modium tritici 3. aureis emptum in 5. septimanis, quantus ergo est singularum sumptus in vno die? Ita numeri ordinandi erunt.

<i>Pers.</i>	<i>Sept.</i>		<i>Aur.</i>		<i>Pers.</i>	<i>Dies.</i>
3.	5.		3.		1.	1?

fiunt Aur. $\frac{3}{1} \frac{5}{5} \frac{1}{1}$. hoc est, quatrini $11 \frac{2}{7}$.

Reductis autem 5. septimanis ad dies, vt primus numerus; ac tertius similes sint, ita stabit exemplum.

<i>Pers.</i>	<i>Dies.</i>		<i>Aur.</i>		<i>Pers.</i>	<i>Dies.</i>
3.	35.		3.		1.	1?

fiunt Aur. $\frac{3}{1} \frac{5}{5} \frac{1}{5}$. hoc est, quatrini $11 \frac{3}{7}$.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duobus restis inter se, disponentur tres numeri ad regulam trium hoc modo.

$$105. \quad \text{3.} \quad 1? \text{ fiunt } \frac{\text{1} \frac{1}{6}}{\text{1} \frac{1}{3}}. \text{ hoc est, } 11 \frac{1}{7}.$$

PER regulam trium bis repetitam ita solvetur eadem questio.

$$\text{Pers.} \quad \text{3.} \quad \text{1?} \text{ fiunt } \text{1.}$$

Item.

$$\text{Dies.} \quad \text{1.} \quad \text{1?} \text{ fiunt } \frac{\text{1} \frac{1}{3}}{\text{1} \frac{1}{3}}. \text{ hoc est, } 11 \frac{1}{7}.$$

4. *SI 300. aurei in 4. annis lucrantur 100. aureos, quid lucrabuntur 1580. aurei in 7. annis? Multiplicatis aureis, qui ad lucrum exponuntur, per tempus adiunctum, ita stabit exemplum.* Questio 4.

$$1100. \quad 100. \quad 11060? \quad \text{fiunt } 921 \frac{2}{3}.$$

PER regulam trium bis repetitam ita stabit exemplum.

$$\text{300.} \quad \text{100.} \quad \text{1580?} \text{ fiunt } 526 \frac{2}{3}.$$

Item:

$$L \quad 2 \quad \text{Anni}$$

<i>Anni.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Anni.</i>	<i>Aur.</i>
4.	526 $\frac{2}{3}$.	7?	fiunt 921 $\frac{2}{3}$.

Quæstio 5. 5. QVID AM in tribus mensibus 10. aureis lucratus est 4. aureos. in quanto ergo tempore 100. aureis. lucrabitur 2000. aureorū? Hæc quæstio redigi non potest ad simplicem regulam triū, propterea quod tempus, in quo 100. aurei lucrari debent 2000. aureos, ignotum est, atque adeo per 100. aureos multiplicari non potest. Adhibenda ergo erit regula trium bis, hoc modo.

<i>Aur.</i>	<i>Aur. lucr.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur. lucr.</i>
10.	4.	100?	fiunt 40.

Atque ita 100. aurei lucrabuntur 40. aureos in tribus mēsisibus, in quibus 10. aurei lucrati sunt 4. Quare vt sciatur, in quanto tempore 100. aurei lucraturi sunt 2000. instituetur secundo regula trium hoc modo.

<i>Aur.</i>	<i>Menses.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Menses.</i>
40.	3.	2000?	fiunt 150.

Itaque si 10. aurei in 3. mensibus lucrantur 4. aureos, 100. aurei lucrabuntur 2000. aur. in 150. mensibus. Quod facile probabitur, si quæstio ita proponatur. Si 10. aur. in 3. mens. lucrantur 4. aur. quantum in 150. mens. lucrabuntur aurei 100? Reperietur enim lucrum 2000. aur. vt hic apparet.

<i>Aur. Mens.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur. Mens.</i>	<i>Aur.</i>
10. 3.	4.	100. 150.	fiunt 1000.

Nam si tempus quodlibet per suam pecuniã multiplicetur, stabit exemplum ad simplicem regulã trium reductum hoc modo.

	<i>Aur.</i>		<i>Aur.</i>
30.	4.	15000.	fiunt 2000.

6. SI 100. aurei in 8. mensibus lucrantur Questio 6.
 20. aureos, in quanto tempore ijdem 100. aurei
 lucrabuntur 3000. aur? Dispositio numerorum
 ita se habet.

<i>Aur.</i>	<i>Mens.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Mens.</i>
20.	8.	3000?	fiunt 1200.

Quando enim eadem semper summa exponitur ad lucrũ, non ponenda est ea inter numeros alios. Idem etiam fiet, quãdo idem tempus proponitur, vt in sequenti exemplo apparebit.

7. SI 300. aurei in 7. mensibus lucrãtur 45. Questio 7.
 aureos, quid lucrabuntur 1780. aurei in eisdem
 7. mensibus? Ita stabit exemplum.

<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>
300.	45.	1780.	fiunt 267.

8. SI singulis militibus in singulos menses Questio 8.
 tribuerentur 4. aurei, quantum pecunie expen-
 deretur

deretur in militibus 13000. novem mensibus? Ita stabit exemplum.

Milit.	Mensf.	Aur.	Milit.	Mensf.	Aur.
1.	1.	4.	13000.	9 ²	fiunt 468000.

Quæstio 9. SI 10. equis quotidie detur 7. mensura hordei, vel avena, quot mensura, iuxta eandem distributionem, convenient 100. equis ad 20. dies? ita stabit exemplum.

Equi.	Dies.	Mensura.	Equi.	Dies.	Mensura.
10.	1.	7.	100.	20 ²	fiunt 1400.

Quæstio 10. SI duodecim messorum demetant 20. iugera in 9. diebus, quanto tempore 30. messorum demetent 45. iugera? Hic opus est regula trium bis repetita, primo tamen loco eversa, quod 30. messorum minori tempore indigeant ad demetenda 20. iugera, quam 12. messorum: Ita ergo stabit regula trium eversa:

Messorum.	Dies.	Messorum	Dies.
12.	9.	30 ²	fiunt 3 ¹ / ₁ .

Atque diebus 3¹/₁. demetent 30. messorum 20. iugera. Quare ita rursus stabit exemplum ad regulam trium.

Iugera.	Dies.	Iugera.	Dies.
20	3 ¹ / ₁ .	45 ²	fiunt 8 ¹ / ₁₀ .

11. ROMÆ aureus ducatus æstimatur *Quæst. 11.*
Iulij $11\frac{1}{2}$ hoc est, baiochis 115. Quot ergo eius-
 modi ducatos recipiam pro 1000. aureis, quorum
 singuli 10. Iulij, siue 100. baiochis æstimantur?
 Vel si 20. ducati constituent 23. aureos, quot au-
 reos efficiant 1000. ducati? Vtrumque exemplum
 sic stabit, reductis prius 1000. aureis ad baiochos
 100000.

Baioc.	Duc.	Baioc.	Duc.
115.	1.	100000? fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

Aur.	Duc.	Aur.	Duc.
23.	10.	1000? fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

12. QVOT aureos reddent ducati 4000. *Quæst. 12.*
 si 1. aureus contineat 100. baiochos, at 1. ducatus
 115. baiochos? Vel si 20. ducati æstimantur 23.
 aureis, quot aureos continebunt ducati 4000? Re-
 ductis 4000. ducatis ad baiochos 460000. sic sta-
 bit vtrumque exemplum:

Baioc.	Aur.	Baioc.	Aur.
100.	1.	460000? fiunt	4600.

Duc.	Aur.	Duc.	Aur.
20.	23.	4000? fiunt	4600.

13. MERCATOR quidam emit 300. li *Quæst. 13.*
 bras cuiusdam mercis aureis 60. scire autem cu-
 pit, quantum pro 100. aureis lucraturus sit, si

eisdem 300. libras vendat 64. aureis? Vel quantum pro 100. aureis perditurus sit, si 300. illas libras vendat 57. aureis? Hic manifestum est, eū pro 60. aureis esse lucraturum 4. aureos, vel perditurum 3. aureos: vt patet, si minus pretium à maiori subducatur. Dic ergo. Si 60. aur. lucratur 4. aur. vel perdunt 3. aur. quantum lucrabuntur, vel perdent 100. aurei?

<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>
60.	4.	100? fiunt	$6\frac{2}{3}$.

<i>Aur.</i>	<i>Dammum aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Dammum aur.</i>
60.	3.	100? fiunt	3.

Quæst. 14.

14. *QVÆRIT* apud se mercator quidā, quanti emendæ sint libræ 100. alicuius mercis, vt eadem postea vendita 64. aureis lucrum dent aur. $6\frac{2}{3}$. pro 100. aur? Perspicuū est, eū, qui $6\frac{2}{3}$. aur. lucrari vult pro 100. aur. augere velle 100. vt fiant $106\frac{2}{3}$. Dic ergo. Si $106\frac{2}{3}$. aur. qui continent & pretium 100. aureorū, & lucrum $6\frac{2}{3}$. aur. proueniunt ex 100. aureis, ex quo proueniunt 64. aurei, qui continent & pretium 100. librarum ignotum, & lucrum simul, ignotum etiam, quod reddat $6\frac{2}{3}$. pro 100.

<i>Pretium, & lucr.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Pretium, & lucr.</i>	<i>Aur.</i>
$106\frac{2}{3}$.	100.	64? fiunt	60.

Emendæ ergo sunt 100. libræ aureis 60. Nam di
uendi.

vendita postea 64. aureis dant lucrum 4. aureorum, at pro 100. dabunt lucrum $6\frac{2}{3}$. aur.

15. *EMPTA* est gemma quædam, qua si Quæst. 13 i
vendatur 200. aureis, perduntur 10. aurei pro
100. quanti ergo constitit gemma illa? Hic etiam
clarum est, eum, qui perdit 10. pro 100. facere
90. ex 100. Dic ergo. Si 90. aur. fiunt ex 100.
aur. ex quo fient 200. aur?

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
90.	100.	100?	fiunt $222\frac{2}{3}$.

Constitit ergo gemma illa $222\frac{2}{3}$. aur. Quod ut
probes, dic. Si ex $222\frac{2}{3}$. aur. fiunt 200. aur. quid
fiet ex 100? Inuenies enim fieri 90. aureos, ac
proinde damnum fieri 10. aureorum pro 100. ut
hic vides.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
$222\frac{2}{3}$.	200.	100?	fiunt 90.

Vel dic. Si pro $222\frac{2}{3}$. aur. amitto $22\frac{2}{3}$. aur.
(Nam si gemma illa emptæ sit $222\frac{2}{3}$. aur. ven-
datur autem 200. aureis, liquido constat, damnum
fieri $22\frac{2}{3}$. aur.) pro 100. quid amittam? Inuenies
enim damnum 10. aureorum, ut hic apparet.

Aur.	Damnum aur.	Aur.	Damnum aur.
$222\frac{2}{3}$.	$22\frac{2}{3}$.	100. fiunt	10.

16. *EMIT* quidam 1000. ylnas panni cer Quæst. 14.

170 REGULA TRIVM

to pretio, quas si 3. aureis minoris emisset, & vendidisset postea 3600. aureis, lucratus fuisset 10. pro 100. aureis: quanti ergo 1000. illas vlnas emit? Quoniam qui lucrari cupit 10. pro 100. vult ex 100. facere 110. Dic ergo. Si 110. sint ex 100. ex quo fient 3600? vt hic cernis.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
110.	100.	3600? sunt	$3272\frac{8}{11}$.

Si igitur voluisset tantum lucrari 10. pro 100. conficissent ille 1000. vlnas aureis $3272\frac{8}{11}$. Nam si $3272\frac{8}{11}$. aur. dant 3600. aureos, aurei 100. d: bunt 110. aureos, ac proinde 10. cedent in lucrum ex 100. vt hic patet.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
$3272\frac{8}{11}$.	3600.	100? sunt	110.

Vel si $3272\frac{8}{11}$. aur. lucrantur $327\frac{8}{11}$. aur. (Qui enim emit quippiam $3272\frac{8}{11}$. aureis, postea autem vendit aureis 3600. lucratur necessario $327\frac{8}{11}$. aur) 100. aur. lucrabuntur 10. aur. vt hic vides.

Aur.	Lucr. aur.	Aur.	Lucr. aur.
$3272\frac{8}{11}$.	$327\frac{8}{11}$.	100? sunt	10.

Sed quoniam in questione additum est, eum lucraturum fuisse 10. aur. pro 100. si 1000. illas vlnas 3. aureis minoris emisset, vendidissetq; 3600. aureis

aureis; liquido constat, eum 3. aureos expendisse
 ultra 327 $2\frac{8}{11}$. aureos. Quare 1000. constitue-
 runt 327 $5\frac{8}{11}$. aur.

17. E M I T. qui lam 1000. vlnas panni cer Quæst. 17.
 to pretio, quæ si 6. aur. pluris constitissent, & ven-
 dita postea fuissent 3600. aureis, perditu fuissent
 10. aurei pro 100. quantum ergo fuit pretium il-
 larum 1000. vlnarum? Quoniam qui perdit 10.
 pro 100. facit 90. ex 100. Dic ergo. Si 90. sunt
 ex 100. ex quo fient 3600?

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
90.	100.	3600?	fiant 4000.

Si igitur perdidisset tantum 10. pro 100. consti-
 tissent 1000. vlnæ 4000. aureis: Nam si 4000.
 aur. dant 3600. aur. dabunt 100. aurei aureos
 90. vt patet. Vel si 4000. aur. pendunt 300. aur.
 (Qui enim emit rem al'quam 4000. aureis, eandẽ
 autẽ vendit 3600. perdit omnino 400. aur.) 100.
 aurei perdent 10. aureos, vt hic vides.

Aur.	Damn aur.	Aur.	Damn. aur.
4000.	400.	100?	fiant 10.

Quia vero additum est in quæstione, eum perditu
 rum fuisse 10. pro 100. si 1000. vlnas 6. aureis
 pluris emisset, casq; vendidisset postea 3600. au-
 reis; liquet, eum 6. aureos minus expendisse, q̃
 4000. Quare 1000. vlnæ constituerunt 3994. aur.

18. QVI singulas libras mercis alienius Quæst. 18.
 ven-

vendit 20. baiochis, lucratur 30. pro 100. quantum
ergo lucrabitur, si vendat maiori pretio, nempe
24. baiochis? Hic primum inuestigare oportet,
quanti constat una libra, ut vendita 20. baiochis,
det lucrum 30. pro 100. ut in questione 14. do-
cuimus, hoc modo. Si 130 (pretium nimirum 100.
& lucrum 30) proueniunt ex 100. ut pretio; ex
quo prouenient 20. baiochi, qui continent & pre-
tium vnus libra ignotum, & lucrum simul, igno-
tum etiam, quod reddat 30. pro 100?

$$130. \quad 100. \quad 20? \quad \text{fiunt} \quad 15\frac{2}{3}.$$

Constabit ergo una libra $15\frac{2}{3}$. baiochis. Ita e-
nim fiet, ut cum baiochi $15\frac{2}{3}$. (una libra ven-
dita 20. baiochis) lucentur baiochos $4\frac{2}{3}$. lu-
crifiant ex baiochis 100. baiochi 30. ut hic vides.

$$15\frac{2}{3}. \quad 4\frac{2}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 30.$$

Iam vero inuento pretio vnus libra, $15\frac{2}{3}$. ba-
ioc. perspicuum est, si una libra vendatur 24. baio-
chis, ex baiochis $15\frac{2}{3}$. lucrifieri baiochos
 $8\frac{2}{3}$. Quare ex 100. baioch. lucrifient 56. baio-
chi, ut hic vides.

$$15\frac{2}{3}. \quad 8\frac{2}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 56.$$

Quæst. 19. 19. QVI 100. libr. as mercis alicuius ven-
dit 10. aur. perdit 10. pro 100. quantum ergo pro
100. perdet, si eas vendat minori pretio, nem-
pe 8.

pe 8. aureis? Hic etiam primum inuestigare oportet, quanti constent 100. illa libra, vt vedita 10. aureis damnum inferant 10. aureorum pro 100. vt in questione 15. docuimus, hoc modo. Si 90. sunt ex 100. (qui enim perdit 10. pro 100. facit 90. ex 100.) ex quo numero fient 10?

$$90. \quad 100. \quad 10? \quad \text{fient} \quad 11\frac{1}{9}.$$

Empta ergo sunt illa 100. librę aureis $11\frac{1}{9}$. Ita enim fiet, vt cum aurei $11\frac{1}{9}$. (venditis 100. illis libris 10. aureis) perdant aur. $1\frac{1}{9}$. perdantur 10. pro 100. vt hic cernis.

$$11\frac{1}{9}. \quad 1\frac{1}{9}. \quad 100? \quad \text{fient} \quad 10.$$

Inuento autem pretio 100. illarum librarũ $11\frac{1}{9}$. aur. manifestum est, si eadem 100. librę vendantur 8. aureis, ex $11\frac{1}{9}$. aur. amitti aureos $3\frac{1}{9}$. Quã ob rem pro 100. perdentur 28. vt hic vides.

$$11\frac{1}{9}. \quad 3\frac{1}{9}. \quad 100? \quad \text{fient} \quad 28.$$

20. MERCATOR quidã in Lusitania e. Quest. 10.
 mit 50000. lib. piperis, aur. 10000. & ibidẽ pro
 vestigali soluit aureos 500. Naulũ autẽ illinc in
 Italiã constitit 300. aureis, & in portu aliud ve-
 stigal exactũ est 200. aur. Vestura deinde à mari
 Florentiã vsq; constitit 100. aur. ibiq;, aliud vesti-
 gal persolutum 100. aur. Ministris deniq; ad eam
 negotiationem missis pro mercede, & victu dati
sunt

sunt 1000. aurei . Verum basitat, quanti vendenda sit libra, vt supra omnes impensas de singulis libris lucretur 2. Iulios . Hic omnes impensas primum in vnam summam colligere oportet, vt habeatur pretium, quod cum omnibus illis impensis pro 50000. libris expositum est . Summa autem hæc in exemplo dato cõplectitur 12200.

	Aurei.
Piper.	10000.
Vestigal.	500.
Naulum.	300.
Vestigal.	200.
Vectura.	100.
Vestigal.	100.
Ministri.	1000.
	<hr/>
	12200.

aurei . Quare si 50000. lib. constant 12200. aureis, siue 122000. Iulijs, vna libra constabit $2\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. Iul. vt hic vides.

Lib.	Iul.	Lib.	Iul.
50000.	122000.	1 ²	siunt $2\frac{1}{2}\frac{1}{3}$

Igitur si singulas libras vendat $4\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. Iul. lucrabitur de singulis libris Iulios 2.

REGVLA SOCIETATVM.

Cap. XX.



EQVITVR *Societatum regula immensum vsu apud mercatores habens, quae quidem tota nititur regula trium, vt ex propositis exemplis fiet perspicuū.*

Adhibetur autem, quando plures consortium ineunt, ita vt singuli summam quandam pecuniae conferant, sitq, hoc modo. Pecuniae omnium in vnā summam colliguntur, & numerus collectus primo loco in regula trium statuitur: Secundum vero locum occupat lucrum commune, vel damnum, quod ex omnium pecunijs prouenit: Tertium denique locum tenent pecuniae singulorum, &c. ita vt toties adhibenda sit regula trium, quot sunt illi, qui societatem inierunt. Quando autem interuenit temporum diuersitas, multiplicanda erit cuiusque pecuniae per suum tempus, antequam omnium pecuniae in vnā summā colligantur. Deinde hi numeri producti colligendi in vnā summam, vt habeatur primus numerus in regula trium. Tertium autem locum occupabunt singuli numeri producti ex multiplicatione pecuniae cuiusque in suum tempus, collocato rursus lucro, vel damno communi in medio loco. Id quod in exemplis manifestum erit, quorum primū hoc sit.

Regula societatum, quae adhibetur, & quo pacto fiat.

Quoties regula trium adhibenda sit in regula societatum.

Quae est diuersitas temporum in regula societatum, quid agendum.

Questio 1.

1. *QVATVOR* mercatores, inito consortio, lucrati sunt in nundinis quibusdam 6000. aur. Primus autem illorum contulit tantum 60. aur. secundus 100. tertius 120. & quartus 200. In quaestionem iam vocatur, quid quisque ex illo lucro accipere debeat, habita ratione pecuniae, quam exposuit. Ante omnia colligenda est summa ex omnium pecunijs, quae est 480. aur. Deinde quater instituenda est regula trium hoc modo. Si 480. aurei (quae est pecunia ex omnium pecunijs collecta) lucrati sunt 6000. aur. quid lucrabuntur 60. aur. quid 100. quid 120. & quid 200. quos singuli posuerunt? veluti hic apparet.

$$\begin{array}{r}
 \text{Aur.} \\
 \text{Aur. Lucr. aur.} \left\{ \begin{array}{l} 60? \\ 100? \\ 120? \\ 200? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \text{Lucr. aur.} \\ 750. \text{ Primi.} \\ 1250. \text{ Secundi.} \\ 1500. \text{ Tertij.} \\ 2500. \text{ Quarti.} \end{array} \right. \\
 480. \quad 6000.
 \end{array}$$

6000.

Facta operatione, ut precipit regula trium, reperies, primum debere accipere 750. aur. secundum 1250. tertium 1500. & quartum 2500.

EXAMEN huius rei erit, si lucra omnium in unam summam collecta efficiant lucrum totum, ut in proposito exemplo factum esse vides.

Questio 2.

2. *TRES* mercatores, emptis mercibus navem onerarunt. Primi merces constiterunt 300. aur. secundi 500. tertij 180. Graui deinde tempestate

pestate orta, proiecta sunt in mare merces grauior
res, quae constabant 400. aur. Conuenit autem in-
ter eos, vt iactura haec communis sit. Quantum er-
go quisq; damnum feret pro rata suarum mercium
portione? Colligantur in vnam summam aurei om-
nium, & numerus collectus 980. in primo loco re-
gulæ triū collocetur, damnū vero commune in secū-
do, & pecunia singulorū in tertio, vt hic vides.

		Aur.			Damn. aur.			
Aur.	Dān. aur.	$\left. \begin{matrix} 300? \\ 500? \\ 180? \end{matrix} \right\}$	fiūt	$\left(\begin{matrix} 122\frac{4}{9} \\ 204\frac{8}{9} \\ 73\frac{4}{9} \end{matrix} \right)$	$\left. \begin{matrix} \frac{4}{9} \\ \frac{8}{9} \\ \frac{6}{9} \end{matrix} \right\}$			
980.	400.					pri.	secū.	tertij

Primus ergo perdet $122\frac{4}{9}$ aur. secundus
 $204\frac{8}{9}$ & tertius $73\frac{4}{9}$.

3. TRES emere volunt 4000. libra sac- Questio 3.
chari, quae aestimantur 500. aur. Primus tamen
vult 1300. lib. secundus 1460. tertius denique re-
liquas lib. 1240. quantum ergo soluet quilibet?
Dic, si 4000. lib. valent 500. aur. quid valent
1300. quid 1460. & quid 1240. lib. quas singulū
capere volunt? Inuenies enim primū soluere aur.
 $162\frac{1}{2}$. scđm $182\frac{1}{2}$. & tertiū 155. vt hic vides.

		Lib.			Aur.			
Lib.	Aur.	$\left. \begin{matrix} 1300? \\ 1460? \\ 1240? \end{matrix} \right\}$	fiunt	$\left(\begin{matrix} 162\frac{1}{2} \\ 182\frac{1}{2} \\ 155 \end{matrix} \right)$	$\left. \begin{matrix} \text{primi.} \\ \text{secūdi.} \\ \text{tertij.} \end{matrix} \right\}$			
4000.	500.							

4. TRES societate inita, lucrati sunt 1000. Questio 4.
M aur.

aur. Primus exposuit 200. aur. eosq; post 8. menses repetijt. Secundus contulit 450. aur. eosq; post 6. menses recepit. Tertius denique 500. aur. attulit, eosque in negotiatione reliquit 10. mensibus. Quantum ergo quisque ex lucro accipiet, habita ratione sua pecunia, & temporis? Cuiusq; pecunia per suum tempus multiplicetur, & x. meri producti in vnam summam colligantur, pro primo numero regula trium: secundum: pro loco occupet lucrum: tertium denique tres illi producti. In nostro exemplo, ex pecunia primi in suum tempus fiunt 1600. ex pecunia secundi in suum tempus, 2700. ex pecunia tertij in suum tempus, 5000. horum autē productorum summa est 9300. Sic ergo stabit exemplum.

$$\begin{array}{r}
 \text{Luc. aur.} \\
 9300.1000. \left(\begin{array}{l} 1600? \\ 2700? \\ 5000? \end{array} \right) \text{ fiunt } \left(\begin{array}{l} 172\frac{4}{9}\frac{1}{3}. \text{Primi} \\ 190\frac{2}{9}\frac{0}{9}. \text{Secū.} \\ 537\frac{2}{9}\frac{0}{9}. \text{Tertij} \end{array} \right)
 \end{array}$$

Questio 5. 5. TRES, societate iuita, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses. Secundus attulit 700. aur. Tertius vero 800. aur. Accepit autem primus ex lucro 500. aur. secundus 300. & tertius 200. Quanto ergo tempore fuerunt duorum posteriorum pecunie in negotiatione? Quoniam, vt in precedenti questione dictū est, pecunia cuiusque in suum tempus multiplicanda est; multiplicabimus pecuniam primi per suum tempus, faciemusq; 3000. atque ex hoc producto pro-

provenit lucrū primī. Vt igitur sciamus, ex quibusnam productis lucra posteriorum duorum proveniant, dicemus. Si 500. aur. (quod est lucrum primī) proveniunt ex 3000. ex quo provenient 300. & 200. aur. que sunt lucra posteriorum? Veluti hic apparet.

Lucr. aur. Lucr. aur.

$$500. \quad 3000. \quad \left. \begin{array}{l} 300? \\ 200? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 1800. \text{Secundī} \\ 1200. \text{Tertij.} \end{array} \right.$$

Secundī ergo tempus per suam pecuniā multiplicatum facit 1800. Tertij vero 1200. Quare si 1800. dividamus per 700. hoc est, per pecuniā secundī, inueniemus menses $2\frac{4}{7}$. quibus à secundo expositi sunt ad lucrum 700. aurei. Item si 1200. partiamur per 800. id est, per pecuniā tertij, reperiemus menses $1\frac{1}{2}$. pro tertio.

HOC ita esse experieris, si ita consortium proponas. Tres, inito consortio, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses: secundus 700. aur. per menses $2\frac{4}{7}$. tertius denique 800. aur. per $1\frac{1}{2}$. mens. Quantum ergo quisque pro rata pecuniæ suæ, ac temporis portione ex lucro accipiet? Si cuiusque pecunia per suū tempus multiplicetur, faciemus ex pecunia primī in suū tempus, 3000. ex pecunia secundī in suū tempus, 1800. ex pecunia tertij in suam tempus, 1200. Hi autem tres producti faciunt summam 6000. Sic ergo stabit exemplum.

$$\begin{array}{r}
 \text{LUCR. aur.} \\
 6000. 1000. \left(\begin{array}{l} 3000? \\ 1800? \\ 1200? \end{array} \right) \text{ sunt} \left(\begin{array}{l} 500. \text{primi.} \\ 300. \text{secundi.} \\ 200. \text{tertij.} \end{array} \right)
 \end{array}$$

Ubi vides prodijisse lucra singulorum, sicut in questione proponebantur. Recte ergo tempera duorum posteriorum explorata sunt.

¶ § 6.

6. *QUARTOR* societatem inierunt bienio duraturam, lucratiq; sunt 10000. aur. Primus in initio societatis attulit 3000. aur. & post mensem octauum transactū abstulit ex illis 1000. aureos. Vicefimo deinde mense inchoate exposuit rursus 1200. aur. Secundus à principio dedit 2400. aur. & post 6. menses elapsos abstulit 800. aur. sed ad initium mensis 16. denuo protulit 1400. aur. Tertius sub initium consortij exhibuit 2000. aur. transactisq; 7. mensibus, totam pecuniā suam repetijt: sed mense 18. incipiente, iterum posuit 1600. aur. Quartus denique, inchoante 7. mense exposuit 1800. aur. & post 4. menses finitos recepit 900. aur. sed ad initium mensis 17. rursus cōtulit 1500. aur. Quantū ergo quilibet ex cōi lucro pro ratione sue pecunie, ac temporis recipiet? Hic diligenter explorandum est, quantam quisq; pecuniam, & quanto tempore exposuerit, vt semper pecuniam per tempus multiplicemus, &c. Quod vt planius fiat, exemplum propositum ita explicabimus.

QUONIAM primus in principio consortij dedit 3000. aur. recepitq; 1000. post 8. menses

exaltos, manifestū est, eū in communi negotiatio-
 ne exposuisse 3000. aur. per 8. mēses. Multiplicā-
 tes ergo 3000. per 8. faciemus 24000. Et qui 2
 post 8. menses elapsos abstulit 1000. aur. certū est
 remansisse in communi consortio 2000. aur. vsq;
 ad finem 19. mensis, ubi nouam pecuniā contulit.
 Auferentes igitur 8. menses ex 19. remanent 11.
 menses, quibus exposuit tantū 1000 aur. & mul-
 tiplicantes 1000. per 11. faciemus 22000. Post
 hæc, quoniam denuo attulit 1200. aur. ad initium
 20. mensis vsq; ad finem secundi anni, liquet, sē
 addamus hos 1200. aur. ad 2000. aur. eum in cō-
 muni negotiatioe per 5. reliquos menses duorum
 annorum, habuisse 3200. aur. Multiplicantes er-
 go 3200. per 5. faciemus 16000. Colligentes iam
 tres hosce productos 24000. 22000. 16000. in
 vnam summam, efficiemus 62000. qui numerus
 erit positio primi, productus ex pecunijs, & tem-
 poribus ipsius.

R V R S V S, quoniam secundus per 6. mēses
 imposuit 2400. aur. propterea quòd elapso 6. mē-
 se, abstulit 800. aur. multiplicabimus 2400. per
 6. faciemusq; 14400. Quia vero ad principium
 16. mensis nouam pecuniā dicitur exhibuisse,
 perspicuum est, eum per 9. menses à principio 7.
 mensis vsque ad finem 15. habuisse in consortio
 cōi 1600. aur. quæ relinquuntur, subtractis 800.
 ex 2400. Multiplicantes igitur 1600. per 9. facie-
 mus similiter 14400. Deinde, quia dicitur ad ini-
 tium 16. mensis iterum posuisse 1400. aur. mani-
 festum est, hanc pecuniā expositam esse per reli-

quos 9. menses duorum annorum, quibus si addantur aurei 1600. qui adhuc in communi negotiatione exponuntur, sicut aurei 3000. qui per 9. illos ultimos menses in communi usu fuerunt. Multiplicantes ergo 3000. per 9. faciemus 27000. Collectis autem tribus hisce productis 14400. 14400. 27000. in unam summam, efficiemus 55800. pro numero secundi producti ex pecunijs, & temporibus ipsius.

P O S T hæc, cum tertius per 7. menses contulerit 2000. aur. quod eos repetierit post 7. menses elapsos; multiplicabimus 2000. per 7. efficiemusq; 14000. Sed quia ad principium 18. mensis denuo exhibuit 1600. aur. multiplicabimus 1600. per 7. (tot enim menses ex duobus annis super sunt) faciemusq; 11200. Collectis autem duobus hisce productis 14000. 11200. in unam summam, procreabimus 25200. numerum ex pecunijs, ac temporibus tertij mercatoris productum.

Q U I A tandem quartus a principio 7. mensis per 4. menses posuit 1800. aur. multiplicabimus 1800. per 4. efficiemusq; 7200. Sed quia, finitis 4. mensibus, recepit 900. aur. relitti sunt 900. aurei, qui fuerit in negotiatione per 6. menses a principio 11. mensis usq; ad finem 16. mensis, quando nonam pecuniam attulit. Multiplicantes ergo 900. per 6. faciemus 5400. Quoniam vero sub principium 17. mensis posuit iterum 1500. aur. usq; ad finem duorum annorum, additis 900. aur. qui adhuc in communi usu sunt, sicut 2400. Multiplicantes ergo 2400. per 8. menses residuos, facie-

faciemus 19200. Collectis autē tribus hisce productis 7200. 5400. 19200. in vnā summam, efficiemus 31800. pro numero ex pecunijs, temporibusq; quarti mercatoris procreato.

IAM vero colligentes hos quatuor numeros 62000. 55800. 25200. 31800. qui ex singulorum pecunijs, ac temporibus producti sunt, in vnā summam faciemus 174800. pro primo numero regula triū. In secundo autem loco erit lucrū commune, & in tertio numerus ex pecunijs, & temporibus cuiusq; procreatus, vt in 4. quaestione dictum est. Ita ergo stabit exemplum.

$$174800. \quad 10000. \quad \left\{ \begin{array}{l} 62000? \\ 55800? \\ 25200? \\ 31800? \end{array} \right.$$

$$\text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 3546 \frac{1}{2} \frac{5}{7} \frac{6}{4} \frac{2}{8} \cdot \text{primi.} \\ 3192 \frac{1}{2} \frac{7}{7} \frac{4}{4} \frac{2}{8} \cdot \text{secundi.} \\ 1441 \frac{1}{2} \frac{1}{7} \frac{3}{4} \frac{2}{8} \cdot \text{tertij.} \\ 1819 \frac{1}{2} \frac{7}{7} \frac{4}{4} \frac{2}{8} \cdot \text{quarti.} \end{array} \right.$$

7. TRES inueniunt societatem. Primus confert 400. aur. Secundus 300. aur. & 86. b. ioc. Tertius 1000. aur. Iul. 7. b. ioc. 9. In ipsa autem negotiatione vsi sunt fortuna aduersa, iacturamque fecerunt de tota summa 100. aureorū. Quantum ergo est cuiuslibet damnum? Reductis omni-

Quaestio 7

bus ad baiochos, fient pro primo 40000. baiochi: pro secundo 30086. pro tertio vero 100079. quorum omnium summa est 170165. Ita ergo stabit exemplum.

	Baioc.		Damm. baioc
Si	170165.	dant	10000.

	Baioc.		Damm. baioc.
Quid	$\begin{pmatrix} 40000? \\ 30086? \\ 100079? \end{pmatrix}$	fiut	$\begin{pmatrix} 2350 & \frac{1}{1} & \frac{1}{7} & \frac{2}{0} & \frac{2}{1} & \frac{5}{6} & \frac{9}{1} \\ 1768 & \frac{1}{1} & \frac{7}{2} & \frac{0}{9} & \frac{2}{6} & \frac{2}{1} & \frac{0}{1} \\ 5881 & \frac{1}{2} & \frac{7}{7} & \frac{0}{0} & \frac{1}{1} & \frac{6}{6} & \frac{1}{1} \end{pmatrix}$

8. TRES Societatem inierunt. Primus attulit 200. aur. eosq; in societate reliquit 12. mensibus. Secundus contribuuit 240. aur. Tertius aureum torquem, cuius pretium receptum post decem menses elapsos. Lucrum acquisitum fuit 138. aureorum. Facta autem debita distributione, primus habuit 60. aur. secundus 48. & tertius 30. Quot ergo mensibus reliquit secundus pecuniam collatam in consortio, & quanti torques aureus aestimatus, ut ditte portiones lucri cuilibet deberentur? Quoniam pecunia cuiusque per suum tempus multiplicari debet, multiplicabimus 200. aur. primi per 12. menses, sicut usq; 2400. atq; ex hoc numero illi prouenerunt 60. aur. Dic ergo, ut scias, ex quo secundus lucrum 48. aureorum acquisierit: Si 60. aur. prouenerunt ex 2400. ex quo prouenerunt aurei 48? ut hic uides.

60.	2400.	48?	fiunt	1920.
				Inue-

Inueniesq, 1920. qui numerus productus est ex 240.aur. secundi in suam tempus. Diuiso igitur numero dicto 1920. per 240. prodibunt menses 8. quibus pecunia secundi in negotiatione mansit. Rursus, vt scias, ex quo tertius lucrū 30. aureorum adeptus sit, dic. Si lucrum primi 60. aur. provenit ex 2400. ex quo oritur lucrū tertij 30. aur? Vel si lucrum secundi 48. aur. ortum est ex 1920. ex quo proveniet lucrum tertij 30. aur? vt hic cernis.

60.	2400.	30?	funt	1200.
48.	1920.	30?	funt	1200.

Semper enim inuenies numerum 1200. qui productus est ex 10. mensibus tertij in suam pecuniam, hoc est, in pretium torquis. Diuiso ergo hoc numero 1200. per 10. menses, prodibit valor torquis aureorum 120. quos tertius ad negotiationem per 10. menses attulit.

REMI ita se habere, cognosces, si ita proponas sodalitatem. Tres, cōsortio inito, lucrati sunt 138. aur. Primus contulit 200. aur. per 12. menses: secundus 240. aur. per 8. menses: & tertius 120. aur. per 10. menses. Quantum ergo cuilibet de lucro debetur? Multiplicata enim pecunia cuiusque per suum tempus, inuenies lucra singulorum, quemadmodum in quaestione dictum est, vt hic apparet.

$$\begin{array}{r} \text{LUCR. AUR.} \\ 5520. \quad 138. \end{array} \left(\begin{array}{l} 2400? \\ 1910? \\ 1200? \end{array} \right) \text{ fiunt } \begin{array}{l} \text{LUCR. AUR.} \\ \left. \begin{array}{l} 60. \text{ primi.} \\ 48. \text{ secund\u00ed.} \\ 30. \text{ tertij.} \end{array} \right\} \end{array}$$

Quæstio 3. 9. TRES, inito consortio per annum duraturo, lucrati sunt summam quandam aureorum. Primus exposuit statim ab initio 1000. aur. secundus vero aurcos, nescio quot, contulit post 2. menses exactos: Tertius dem\u00fcm post 4. menses a secundo contribuit etiam multitudinem aureor\u00fcm mihi ignotam. Finita tamen societate, lucrum participarunt equaliter. Quid ergo secundus & tertius in eam societatem contulerunt? Multiplicando 1000. et 2. anni per 12. menses quibus eos in sodalitate reliquit, fiunt 12000. Ac tantundem debet fieri ex pecunia secundi in suum tempus, atq; ex pecunia tertij in suum tempus; quandoquidem equalia lucra habere debent. Quoniam vero secundus pecuniam suam 10. mensibus reliquit in negotiatione, si partiamur 12000. per 10. inuenimus pecuniam secundi fuisse 1200. aur. at si dividamus per 6. menses, quibus tertius suam pecuniam exposuit, deprehendemus pecuniam tertij fuisse 2000. aur. Nam hac ratione ex pecunia cuiusq; in su\u00fcm tempus produceretur numerus 12000. qui tertium locum in regulatrium occupabit; ac pr\u00fci inde equalia lucra omnes tres habeb\u00fcbt, quodcumq; fuerit lucrum illud commune. Si enim lucr\u00fcm commune fuisse 900. aur. & tres hi numeri 12000. 12000. 12000. qui ex singulorum pecu-

nys

nis in sua tempora sunt producti, in vnam summam colligerentur, ita staret exemplum.

$$36000. \quad 900. \quad \left(\begin{array}{l} 12000? \\ 11000? \\ 11000? \end{array} \right) \text{ sunt } \left(\begin{array}{l} 300. \\ 300. \\ 300. \end{array} \right)$$

10. TRES in communi negotiatione lucra Q. 5. h. 18.
 ti sunt 190. aur. quos ita distribuerunt, vt portio
 primi tripla esset portionis secundi, & quadru-
 pla portionis tertij. Primus autem contulit per
 12. menses 80. aur. Secundus suam pecuniam ex-
 posuit per 8. menses, & tertius per 4. Quantum
 ergo quisq; duorum posteriorum contulit in hanc
 societatem, & quid de lucro singuli acceperunt?
 Multiplica pecuniam primi, nempe 80. aur. per
 suum tempus, vt per 12. menses; faciesq; 960.
 Huius numeri sume $\frac{2}{3}$. nimirum 320. Item $\frac{1}{4}$.
 nempe 240. At que hi numeri sunt, qui producē
 debent ex pecunijs duorum posteriorū in sua tem-
 pora: quia hac ratione lucrum secundi erit $\frac{1}{3}$. lu-
 cri primi, & lucrū tertij erit $\frac{1}{4}$. eiusdem, quem-
 admodum & numerus 320. ex quo lucrum secun-
 di oritur, est $\frac{2}{3}$. numeri 960. ex quo lucrum pri-
 mi gignitur, & numerus 240. quod parit lucrum
 tertij, est $\frac{1}{4}$. eiusdem numeri 960. Si igitur par-
 tiamur 320. per 8. menses secūdi, inueniemus 40.
 aur. quos secūds posuit: Si vero diuidamus 240.
 per 4. menses tertij, productentur 60. aur. pro ter-
 tio. Nam hac ratione pecunie singulorum per sua
 tempora multiplicat. productentur numeros 960.

320. 240. quorum primus triplus est secundi, & quadruplus tertij. Ex quo fit, lucra easdem quoque proportionibus habitura. Ut hic vides.

$$1520. \quad 190. \quad \begin{pmatrix} 960? \\ 320? \\ 240? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 120. \\ 40. \\ 30. \end{pmatrix} \text{ Lucra.}$$

Quæst. 11.

II. TRES, inito consortio, contulerunt in communem negotiationem 1520. aur. lucratique sunt aur. 190. quas (habita rone pecunie cuiusq; quam posuit) ita partiti inter se sunt, ut primus haberet 120. secundus 40. Quid ergo tertius habuit, & quid quisq; in societatem contulerunt? Si lucrum tam primi, quam secundi ex toto lucro demas, relinquetur lucrum tertij 30. aur. Cognitis autem singulorum lucris, dic. Si totum lucrum 190. aur. ortum est ex communi pecunia 1520. aur. ex quo provenit lucrum primi 120. aur. & lucrum secundi 40. aur. & lucrum tertij 30. aur? Reperies enim primum attulisse 960. aur. secundum 320. & tertium 240. Ut hic vides.

$$190. \quad 1520. \quad \begin{pmatrix} 120? \\ 40? \\ 30? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ secundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

Examinabitur, si dicas. Si 1520. (quæ est summa pecuniarum, quas singuli contulerunt) lucrantur 190. quid lucrabuntur 960. 320. & 240. Invenies enim lucra 120. 40. & 30.

12. *TRES*, in ita ſodalitate, in negotiationē Quæſt. 12.
 contulerunt 1520. aur. quibus lucrati ſunt 190.
 aur. Primus, facta diſtributione, recepit 1080.
 aur. co flatos ex ſua pecunia, quā poſuit, & lucro,
 quod illi obtigit. Similiter ſecundus accepit 360.
 aur. & tertius 270. Quantū ergo quiſq; poſuit,
 & quantum eſt lucratus? Facta vna ſumma ex pe-
 cunia, quam omnes poſuerunt, & lucro communi,
 que eſt 1710. Dic. Si 1710. pecunia omnium, & lu-
 crum, proueniūt ex 1520. pecunia omnium, ex quo
 proueniunt 1080. qui numerus continet & pecu-
 niam primi, & lucrum? & ex quo orientur 360.
 que continent & pecuniā, & lucrū ſecundi? & ex
 quo numerus 270. producetur continens & pecu-
 niā, & lucrū tertij? Inuenies enim hoc modo pecu-
 nias, quas ſinguli poſuerunt. vt hic mañeſtum eſt.

$$1710. \quad 1520. \quad \left(\begin{array}{l} 1080? \\ 360? \\ 270? \end{array} \right) \text{ ſunt } \left(\begin{array}{l} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ ſecundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{array} \right)$$

Ablata autem pecunia cuiuſq; ex numero, qui illi
 obtigit, relinquetur lucrum ſolum. Ita deprehendes
 lucrum primi eſſe aur. 120. ſecundi 40. &
 tertij 30.

13. *DVO* in communi conſortio lucrati ſunt Quæſt. 13.
 200. aur. ex quibus primo obtigerunt 50. aur. ſe-
 cundus tamen duplo plus contulit, quā primus,
 et præterea 8. aur. Quantū ergo uterq; expoſuit?
 Quoniam primus lucratus eſt 50. aur. mañeſtum
 eſt, ſecundum, qui duplo plus poſiit, lucratum
 eſſe

esse 100. ac proinde reliquos 50. aur. qui ex toto lucro 200. aur. supersunt, esse lucrū 8. aureorum, quos præterea secundus attulit. Ut ergo habeas pecuniam, quam uterq; possit, dic. Si 50. aurei residui prouenerint ex 8. aur. quos secundus præterea cōtribuit, ex quo producentur 50. aur. quos primus lucratus est, & ex quo 100. a. r. quos lucratus est secundus? Reperies enim hac rōa primū possuisse 8. aureos, & secundū 16. ut hic apparet.

$$50. \quad 8. \quad \left\{ \begin{array}{l} 50? \\ 100? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 8. \\ 16. \end{array} \right.$$

Si igitur addas 8. ad 16. aur. secundi, facies 24. aur. quos secundus in eam sodalitatē contulit.

EXAMEN huius rei erit, si 8. aur. & 24. quos ambo contribuerunt, in vnam summam colligas, quæ est 32. & dicas. Si 32. lucrati sunt 200. quid lucrabuntur 8. & quid 24? Deprehendes enim lucrum primi esse 50. aur. & secundi 150. ut hic vides.

$$32. \quad 200. \quad \left\{ \begin{array}{l} 8? \\ 24? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 50. \\ 150. \end{array} \right.$$

Quest. 14. 14. *DVO* contraxerunt societatem, quorū primus exposuit 120. aur. & secundus 180. Assumpserunt autem procuratorem ea conditione, ut ex lucro acciperet 10. pro 100. Lucrum vero fuit 1000. aur. Quid ergo debuit habere procurator, & quid uterq; illorum? Dic. Si 100. dant 10. pro-

procuratori, quid dabunt 1000. inveniesq; 100. aur. qui procuratori debentur in ratione 10. pro 100. Ablatis autem his 100. aur. ex toto lucro, hoc est, ex 1000. aur. remanent 900. aur. pro lucro amborum. Dic ergo. Si 300. aur. quos ambo posuerunt, lucrati sunt 900. aur. quid lucrabuntur aurei 120. & quid 180. Veluti hic appositum est.

$$300. \quad 900. \quad \left\{ \begin{array}{l} 120? \\ 180? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 360. \\ 540. \end{array} \right.$$

15. TRES invenerunt societatem, lucratique Quæst. 15.
sunt 1520. aur. Primus autem dedit 1080. aur. & secundus 360. tertius autem tantâ pecuniâ exposuit, ut ei de lucro cederent 240. aur. Quid ergo hic tertius posuit, & quid duorum priorum quisque est lucratus? Subtrahere 240. aur. quos tertius lucratus est, à toto lucro 1520. aureorum, ut reliqui sint 1280. aur. pro lucro priorum duorum. Dic ergo. Si 1440. aur. quos primus & secundus exposuerunt, lucrantur 1280. aur. quid lucrabuntur 1080. aur. primi, & quid 360. aur. secundi? Inveniesq; lucrum primi esse 960. & secundi 320. ut hic cernis.

$$1440. \quad 1280. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1080? \\ 360? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 960. \\ 320. \end{array} \right.$$

Ita enim omnium lucra conficient 1520. aur. Ut autem habeas pecuniam à tertio expositam, dic.
Si lu-

Si lucrum priorum duorum 1280. aur. provenit
ex 1440. aur. quos in societatem attulerunt, ex
quo proveniet lucrum tertij 240. aur? inveniesq;
270. aur. vt hic vides.

1280. 1440. 240? fiunt 270.

Quæst. 16. 16. TRES exposuerunt aequales pecunie
summas, lucratiq; sunt 1000. aur. in vno anno.
Primus reliquit suam pecuniam in consortio 7.
mensibus: secundus suam repetijt post 6. menses:
tertius autem suam vsq; ad finem anni exposuit.
Quid ergo quisq; de lucro accipiet? Collectis om-
nibus mensibus, quibus singuli suas pecunias ex-
posuerunt, vt fiat summa 25. die. Si 25. lucrantur
1000. quid lucrabuntur 7. menses, & quid 6.
& quid 12? quemadmodum hic factum est.

25. 1000. $\left(\begin{array}{c} 7? \\ 6? \\ 12? \end{array} \right)$ fiunt $\left(\begin{array}{c} 200. \\ 240. \\ 480. \end{array} \right)$

Verum hoc esse perspicuum est, cū omnium lucra
efficiant 1000. aur. quos quidem dicebantur esse
lucrati.

IDEM tamen hoc modo examinabis. Finge
singulos exposuisse 100. aur. quos per tempus cu-
iusq; multiplica, vt fiant 700. 600. 1200. Colle-
ctis autem hisce numeris in vnam summam, quæ
est 2500. die. Si 2500. lucrantur 1000. quid
lucrabuntur 700. 600. & 1200? Inuenies enim
eadem

eadem lucra, quæ prius, vt hic apparet.

$$2500. 1000. \left\{ \begin{array}{l} 700? \\ 600? \\ 1200? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 280. \\ 240. \\ 480. \end{array} \right.$$

17. *QUATVOR simul lucrati sunt 240. Quæst. 17.*
aur. quos ita inter se, habita ratione pecuniarũ
collatarũ, partiti sunt, vt quoties secundus habuit
5. toties tertius habuerit 9. quoties autẽ tertius
habuit 7. toties quartus habuerit 11. quoties deni
que quartus habuit 9. toties primus habuerit 13.
Primus aut cõtulit 286. aur. qd ergo alij tres ex
posuerũt, & qd singuli ex lucro reportarũt? Hic
exprimũtur proportiones lucrorũ, atq; adeo pecu-
niarum, ex quibus lucra proueniunt. Sunt enim lu-
cra pecunijs expõsitis proportionalia. Quoniã igitur
primus toties habiturus est 13. quoties quar-
tus 9. erit proportio pecuniarum expõsitarum ea-
dem, quæ 13. ad 9. propterea quòd item numerus
multiplicans 13. & 9. producit pecunias vtrius-
que, cũ toties in illa contineri debeant 13. quoties
9. in hac. Dic ergo. Si 13. dant 286. aur. quos pri-
mus posuit, quid dabunt 9? inueniesq; 198. aur.
pro collatione quarti, vt hic cernis.

$$13. \quad 286. \quad 9? \text{ fiunt } 198.$$

Ubi vides, toties contineri 9. in 198. quoties 13? in 286.

QUONIAM vero quartus dicitur habiturus
N toties

toties 11. quoties tertius 7. erit proportio 198?
nempe pecunie quarti, ad pecuniam tertij, qua
11. ad 7. Dic ergo. Si 11. dant 198. quid 7. re-
periesque collationem tertij 126. aur. vt hic
constat.

11. 198. 7? fiunt 126.

Vbi etiam liquet, toties contineri 7. in 126. quo-
ties 11. in 198.

R V S V S quia tertius toties debet habere 9.
quoties secundus 5. erit proportio 126. nimirum
pecunie tertij, ad pecuniam secundi, qua 9. ad
5. Dic ergo. Si 9. dant 126. quid 5? inueniesq; col-
lationem secundi 70. aur. vt hic patet.

9. 126. 5? fiunt 70.

Vbi etiam apparet, toties reperiri 5. in 70. quo-
ties 9. in 126.

H A B I T I S autem pecunijs, quas singuli
contribuunt, inueniemus lucra eorum, sicuti in a-
lijs societatibus. Collectis enim omnium pecunijs in
summam 680. dicemus. Si 680. lucratur 340. quid
lucrabitur 286. 70. 126. 198. quos primus, se-
cundus, tertius, ac quartus possidet? vcluti hic vides.

680. 340. $\left\{ \begin{array}{l} 286? \\ 70? \\ 126? \\ 198? \end{array} \right\}$ fiunt $\left\{ \begin{array}{l} 143. \text{primi.} \\ 35. \text{secundi.} \\ 63. \text{tertij.} \\ 99. \text{quarti.} \end{array} \right.$
vbi

Ubi quidem liquido cernis, omnia lucra facere 340. & toties contineri 13. in 143. quoties 9. in 99. & toties 5. in 35. quoties 9. in 63. Itē toties 7. in 62. quoties 11. in 99.

18. TRES partiri inter se volūt 760. aur. Quæst. 18.
 ea con sitione, vt quoties primus habet 10. toties secundus habeat 7. & tertius 2. Quantum ergo singuli sunt accepturi? Iunge simul 10. 7. & 2. vt habeas 19. Deinde dic. Si 19. dant 760. quid dabunt 10. 7. & 2. veluti hic vides.

$$19. \quad 760. \quad \left(\begin{array}{c} 10? \\ 7? \\ 2? \end{array} \right) \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \end{array} \right.$$

19. QVATVOR partiri inter se volunt Quæst. 19.
 785. aur. ea lege, vt quoties primus habet 10. toties secundus habeat 7. quoties autem secundus habet 14. toties tertius habeat 3. quoties deniq; tertius habet 12. toties quartus habeat 9. Quid ergo quisq; accipiet? Vt facilius reddatur operatio, incipiendum erit ab vltimo, nempe à quarto. qui ponatur habere semel 9. Habebit igitur tertius semel etiam 12. Quia vero quoties tertius habet 3 toties secundus habere debet 14. si diuidamus 12. numerū tertij, per 3. inueniemus Quotientem 4. qui indicabit in 12. quater contineri 3. Multiplicabimus igitur 14. per dictum Quotientem 4. vt inueniamus 56. numerum secundi, in quo toties 14. continentur; quoties 3. in 12. Et quoniam quoties secundus habet 7. toties primus

habere debet 10. si partiamur 56. numerũ secundũ, per 7. inuenimus Quotientem 8. qui indicat, in 56. ollies contineri 7. Multiplicabimus igitur 10. per Quotientem hunc 8. vt producat ur numerus primũ 80. in quo toties 10 continentur, quoties 7. in 56. Atq; ita partes numeri dati habere debent proportiones horum numerorũ 80. 50. 12. 9. Ita enim toties primus habebit 10. quoties secundus 7. Et toties secundus 14. quoties tertius 3. Et quoties tertius 12. toties quartus 9. Collectis igitur illis numeris in vnã summã, qua erit 157. Dic. Si 157. dant 785. quid dabũt 80. 50. 12. & 9? vt hic vides.

$$157. \quad 785. \quad \left\{ \begin{array}{l} 80? \\ 56? \\ 12? \\ 9? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ Primi.} \\ 280. \text{ Secũdi.} \\ 60. \text{ Tertij.} \\ 45. \text{ Quarti.} \end{array} \right.$$

ALIO modo ita soluetur eadem questio proposita. Quoniam cum primus habet 10. secundus habet 7. Ponemus 10 pro primo, & 7. pro secundo. Deinde, quia cũ secundus habet 14. tertius habet 3. dicemus. Si 14. secũdi sunt 7. quid erunt 3. tertij? inuenimus q, $1\frac{1}{2}$. atq; talem proportionẽ habebit positio secundũ ad positionem tertij, qualem 7. ad $1\frac{1}{2}$. hoc est, toties erunt 14. in 7. quoties 3. in $1\frac{1}{2}$. Respondeo, quia cum tertius habet 12. quartus habet 9. dicemus. Si 12. tertij sunt $1\frac{1}{2}$. quid erunt 9. quarti? inuenimus q, $1\frac{1}{2}$. atq; talem proportionem habebit positio tertij ad positionem

tionem

tionem quarti, qualem $1\frac{1}{2}$, ad $1\frac{1}{8}$. hoc est, toties erunt 12. in $1\frac{1}{2}$. quoties 9 in $1\frac{1}{8}$. Collectis iam his numeris 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vnam summam, efficiemus $19\frac{5}{8}$. Quare dicemus. Si $19\frac{5}{8}$. dant 785. quid dabunt 10. 7. $1\frac{1}{2}$. & $1\frac{1}{8}$. vt hic vides.

$$19\frac{5}{8}. 785. \left\{ \begin{array}{l} 10^? \\ 7^? \\ 1\frac{1}{2}^? \\ 1\frac{1}{8}^? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 60. \text{ tertij.} \\ 45. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

20. *QVATVOR* duces, sex signiferi, & *Quæst. 20.*
 100. milites in dirceptione cuiusdam vrbs irrue-
 runt in domũ quandam, vbi repererunt 72400.
 aur. quos inter se ita partiti sunt, vt quoties qui-
 libet dux acceperit 8. toties quilibet signifer ac-
 ceperit 5. & quilibet miles 3. Quid ergo cuilibet
 ex illa prada obuenuit? Multiplica numerum du-
 cum, id est, 4. per 8. nempe per numerum, quem
 toties quilibet dux debet habere, quoties alij 5.
 & 3. efficiensq; 32. Similiter multiplica 6. nume-
 rum signiferorum per 5. & 100. numerũ militum
 per 3. efficiensq; 30. & 300. Iunctis simul tribus
 his numeris 32. 30. 300. vt fiant 362. Dic. Si
 362. dant 72400. quid dabunt 32. 30. & 300?
 vt hic vides.

$$362. 72400. \left\{ \begin{array}{l} 32^? \\ 30^? \\ 300^? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 6400. \\ 6000. \\ 60000. \end{array} \right.$$

N 3 Ita.

Itaque quatuor duces acceperunt ex illa præda
 6400. aur. at 6. signiferi 6000. & 100. milites
 60000. qui omnes conficiunt summam a reorum
 inuentam. 72400. Iam vero, si partiamur aureos
 ducum 6400. per 4. numerum ducum, repe-
 quemlibet habuisse 1600. aur. Item si aureos si-
 gnifero. ñ diuidamus per 6. deprehendemus cui-
 libet obtigisse 1000. aur. Si denique aureos militum
 per 100. distribuamus, inueniemus singulos acce-
 pisse 600. aur. vbi manifeste vides, toties 8. con-
 tineri in 1600. quoties 5. in 1000. & 3. in 600. ni-
 mirum ducenties.

Quæst. 11. 11. QUIDAM extremum spiritum agent,
 cui filia erat, & filius, qui in bello dicebatur occu-
 buisse, ita hereditat. in 180. aureorum distri-
 buendam inter uxorem, & filiam reliquit, vt u-
 xor haberet $\frac{2}{3}$. filia autem $\frac{1}{3}$. sed si forte filius
 rediret, vt filius $\frac{2}{3}$. haberet. Accidit autem, vt
 filius reuerneretur. Qua igitur ratione dicta hæ-
 reditas diuidenda est, vt voluntati testatoris satis-
 fiat? Certum est, questionem hanc non posse intelli-
 gi, vt verba sonant. Nam si filius accipiat $\frac{2}{3}$. nõ
 poterit uxor habere $\frac{2}{3}$. & filia $\frac{1}{3}$. Quare omnes
 Arithmeticæ voluntatem testatoris interpretan-
 tur, vt voluerit, filium duplo plus debere habere,
 quàm uxorem, & uxorem, duplo plus, quàm fi-
 liam. Id quod proportio harum minutiarum $\frac{2}{3}$.
 $\frac{1}{3}$. quæ dupla est, (continet enim minutia $\frac{2}{3}$. mi-
 nutiam $\frac{1}{3}$. bis.) inuicem videtur. Itaque nume-
 rus 18038. secandus est in tres partes, ita vt pri-
 ma contineat secundam bis, & secunda tertiam
 etiam

etiam bis, hoc est, quæ habeant continuam proportionem duplam. quod hoc modo fiet. Pone tertiam esse 1. Erit ergo secunda 2. & prima 4. quæ omnes faciunt 7. Dic igitur. Si 7. dant 18088. quid dabunt 4. 2. & 1? ut hic vides,

$$7. \quad 18088. \quad \begin{pmatrix} 4^? \\ 2^? \\ 1^? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 10336. \text{ filij.} \\ 5168. \text{ vxoris.} \\ 2584. \text{ filia.} \end{pmatrix}$$

12. TRES crumenâ inuenerunt cû 3042. Quest. 12.
aur. quos ita inter se distribuerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{1}{3}$. & tertius $\frac{1}{4}$. Quid ergo quisque accepit? Hic etiam perspicuum est, quæstionem non posse intelligi, ut sonat. Si namq; primus accepisset $\frac{1}{2}$. & secundus $\frac{1}{3}$. non potuisset tertius accipere $\frac{1}{4}$. Nam hæ tres minutie efficiunt plus, quàm integrum, nempe $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$. Quare sensus est, ut datus numerus distribuatur in tres partes, quæ easdem proportionem inter se habeant, quas hæ minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. Quod v: f: it inueniatur numerus à denominatoribus numeratus. Minimus autè hic numerus est 12. inuentus per ea, quæ cap. 10. scripsimus. Ex hoc numero cape $\frac{1}{2}$. nempe 6. Item $\frac{1}{3}$. nempe 4. Item $\frac{1}{4}$. nempe 3. quas partes simul adde, ut habeas 13. Dic ergo. Si 13. dant 3042. quid dabunt 6. 4. et 3? ut hic cernis.

$$13. \quad 3042. \quad \begin{pmatrix} 6^? \\ 4^? \\ 3^? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 1404. \text{ primi.} \\ 936. \text{ secundi.} \\ 702. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

N 4 Exa-

Examen ita fiet. Reduc dat as minutias ad eandē denominationem, vt ad $\frac{6}{1 \cdot 2}$. $\frac{4}{1 \cdot 2}$. $\frac{3}{1 \cdot 2}$. Habebunt enim hæ minutie easdem proportiones, quas numerator es habent. Easdem autem habent tres numeri inuenti 1404.936.702. vt patet.

Quest. 23.

23. TRES inuento loculo cum 1407. aur. ita distributionem fecerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{3}{5}$. tertius $\frac{8}{11}$. quid ergo quisq. accepit? Hic etiã sensus est, vt datus numerus in tres partes secetur datis minutijs proportionales: aliàs impossibilis questio foret. Inuento igitur, ex cap. 10. minimo numero 110. dictas minutias continente, sume eius dimidiũ 55. & tres quintas 66. & octo vndecimas 80. easq. in vnam summam 201. collige, ac dic. Si 201. dant 1407. quid dant 55.66. & 80? vt hic apparet.

$$201. 1407. \begin{pmatrix} 55? \\ 66? \\ 80? \end{pmatrix} \text{ sunt } \begin{cases} 385. \text{ primi.} \\ 462. \text{ secundi.} \\ 560. \text{ tertij.} \end{cases}$$

Examen fiet, vt in antecedente questione. Reductis enim datis minutijs ad eandē denominationē, vt ad $\frac{11}{1 \cdot 10}$. $\frac{66}{1 \cdot 10}$. $\frac{80}{1 \cdot 10}$. habebunt tres numeri inuenti easdem proportiones; quas hæ minutie, nempe earum numerator es, habent, vt constat.

Quest. 24.

24. QVATUOR partiri inter se volunt 396. aur. ita vt primus habeat $\frac{1}{2}$. & praterca 10. secundus $\frac{3}{5}$. minus 20. tertius $\frac{1}{4}$. & praterca 8. quartus deniq. $\frac{1}{4}$. minus 6. quantum ergo quisq. accipiet? In huiusmodi questionibus aufer ex tota sum-

summa numeros, qui accipi debent ultra partes dictas, & alios, qui deesse debēt distis partibus, ad eandē summā adijce. Ut hic aufer 10. & 8. vt remaneant 378. adde rursus 20. & 6. sūt 404. Deinde inuēto minimo numero 60. cōtinentē datas minutias, cuius $\frac{1}{2}$. est 30. et $\frac{1}{3}$. 36. et $\frac{1}{4}$. 20. et $\frac{1}{5}$. 15. que oēs faciūt 101. Dic ergo. Si 101. dant 404. (qui numerus productus est ex additione & subtractione datorū numerorum ex tota summa 396.) quid dabūt 30. 36. 20. & 15? vt hic vides.

$$101. \quad 404. \quad \left\{ \begin{array}{l} 30? \\ 36? \\ 20? \\ 15? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 120. \text{ primi.} \\ 144. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \\ 60. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

Quatuor igitur hi numeri inuenti proportiones habent easdem, quas datae minutiae, sed in vnam summam collecti faciunt 404. non autem 396. vt quæstio proponit. Quòd si primo addas 10. vt sūt 130. & à secūdo auferas 20. vt relinquatur 124. tertio item adijcias 8. vt fiant 88. & à quarto demum auferas 6. vt remaneant 54. efficiēt hi quatuor numeri 396. Vt autem habeant dictas proportiones, auferendi erunt prius numeri, & addendi, qui additi sunt, & subtracti: Ita vt vere 130. ad 124. proportionem habeant, quam $\frac{1}{2}$. ad $\frac{1}{3}$. si prius 10. detrahatur ex illo, & huic adijciantur 20. vt recte dicatur numerus 130. continere $\frac{1}{2}$. & præterea 10. numerus vero 124. continere $\frac{1}{3}$. minus 20. & c.

Quæst. 25.

25. EST cisterna habens in imo fundo tres fistulas inæquales: maxima reserata, effluit tota aqua in 2. horis; media autem aperta, effluit tota aqua in 3. horis; minima deniq; aperta, effluit tota aqua in 6. horis. Quanto ergo tempore, reseratis omnibus tribus fistulis, tota aqua effluet, si per singulas fistulas à principio vsq; ad finem aqua semper eodem modo effluat? Sumpto minimo numero, quem tempora in questione expressa, nempe horæ 2. 3. & 6. metiantur, qui hic est 6. dic. Si maxima fistula in 2. horis vnâ cisternam exhaurit, quot cisternas in 6. horis exhauriet? inueniesq; 3. Item si media fistula vnâ cisternam exhaurit in 3. horis, quot cisternas in 6. horis exhauriet? inueniesq; 2. Item si minima fistula in 6. horis vnâ cisternam exhaurit, quot cisternas exhauriet in 6. horis? inueniesq; 1. vt hic vides.

Horæ.	Cisterna.	Horæ	Cisternas.
2.	1.	6.	3.
3.			2.
6.			1.

COLLECTIS iam in vnum his tribus inuentis numeris 3. 2. 1. vt fiant 6. dic. Si sex cisternæ euacuâtur in 6. horis, quanto tēpore 1. euacuabitur? inueniesq; in vna hora. Id quod hac ratione examinabis. Si maxima fistula exhaurit totam cisternam in 2. horis, & media in 3. & minima in 6. quantam partem cisternæ exhaurient singula fistulæ in 1. hora? veluti hic appositum est.

Horæ

Hora.	Cisterna.	Hora.	Cisterna.
2.)	1.	1 $\frac{1}{2}$	$\left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} \end{array} \right]$
3.)			
6.)			

Inuenies enim maximam fistulam euacuare $\frac{1}{2}$, cisterna, & mediam $\frac{1}{3}$: & minimam $\frac{1}{6}$, qua omnes partes efficiunt vnā integram cisternam.

EADEM hæc questio ita proponi potest. Est cisterna habens in summitate tres fistulas inæquales: maxima replet cisternam in 2. horis, media in 3. & minima in 6. quanto ergo tempore omnes simul cisternam implebunt? Inuenies enim 1. horam.

PARI ratione ita potest proponi. Sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 2. annis, secundus in 3. & tertius in 6. quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficient. Inuenies enim 1. annum:

CAETERVM huiusmodi questiones solui etiam possunt hoc pacto. Inuestigetur per regulam trium, quantum aque singula fistula exhauriant in 1. hora, tresque numeri inuenti in vnā summam colligantur. Nam si hæc summa fuerit 1. requiritur 1. hora, vt omnes fistulae totam cisternam euacuent: si vero non fuerit 1. inuenietur tempus requisitum per regulam trium, vt in hoc exemplo erit manifestum. sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 6. annis, secundus in 3. & tertius in 18. Quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficient? Dic. Si primus in

6. an^o

Alia solutio
huius qua-
estionis.

6. annis absolvit 1. opus, & secundus in 9. & tertius in 18. quantum absolvet quilibet in 1. anno? ut hic vides.

Anni.	Opus.	Ann.	Operis
6.	1.	1?	fiunt $\left(\begin{array}{l} \frac{1}{6}. \text{primi.} \\ \frac{1}{9}. \text{secundi.} \\ \frac{1}{18}. \text{tertij.} \end{array} \right.$
9.			
18.			

Efficiunt autem tres numeri inveni $\frac{1}{3}$. Dic ergo. Si $\frac{1}{7}$. operis requirit 1. annum, quot annos requireret 1. opus inueniesq; 3. annos. Quod examina- bis, ut supra, veluti hic vides.

Anni.	Opus.	Ann.	Operis
6.	1.	3?	$\left(\begin{array}{l} \frac{1}{3}. \text{prim.} \\ \frac{1}{6}. \text{secund.} \\ \frac{1}{9}. \text{tert.} \end{array} \right.$
9.			
18.			

Inuenies enim primum in 3. annis absolueret $\frac{1}{3}$. operis, secundum $\frac{1}{6}$. & tertium $\frac{1}{9}$. quæ omnes partes efficiunt 1.

SI prius exemplum hac arte explicaretur, prima statim operatione scopus attingeretur: quia in 1. hora tota cisterna euacuatur, ut constat ex operatione examinis dicti exempli.

Quæst. 16. 26. EST cisterna habens fistulam in orificio, per quam impletur in 4. horis: habet autem in imo fundo aliam fistulam, per quam in 6. horis euacuatur. Si ergo continuè influat aqua, & effluat, quanto tempore cisterna replebitur. Primum

inue-

investigare oportet, quanta pars cisternæ (posita illa conditione) in 1. hora impleatur; quod hoc modo fiet: Si in 4. horis 1. cisterna impletur, quantum implebitur in 1. hora? Inuenies autè $\frac{1}{4}$. cisternæ. Rursus. Si in 6. horis 1. cisterna exhauritur, quantum euacuabitur in 1. hora? Inuenies autè $\frac{1}{6}$. cisternæ. Si ergo auferas $\frac{1}{6}$. ex $\frac{1}{4}$. remanebit $\frac{1}{2}$. cisternæ: ac tanta portio cisternæ implebitur in 1. hora. Dic ergo. Si $\frac{1}{2}$. cisternæ requirit 1. horam, quid requireret 1. cisternæ? Inuenies q̄, 12. horas. Atq; in tot horis cisterna tota implebitur. Quod hac ratione examinabis verum esse. Si in 4. horis impletur 1. cisterna, in 12. horis quot cisternæ implebuntur? Inuenies autem 3. cisternas. Item si in 6. horis euacuatur 1. cisterna, in 12. horis quot cisternæ euacuabuntur? Inuenies autem 2. cisternas, quas si auferas ex 3. inuentis, remanebit 1. cisterna plena.

QVOD si quis dicat: Cisterna per fistulâ superiore impletur in 3. horis, per inferiore euacuatur in 8. hor. eodè modo soluetur q̄, si dicas. Si in 3. horis 1. cisterna impletur, quantum implebitur in 1. hora? Inuenies autem $\frac{1}{3}$. cisternæ. Item si in 8. horis vna cisterna euacuatur, quantum euacuabitur in 1. hora? Inuenies autè $\frac{1}{8}$. cisternæ. Si ergo demas $\frac{1}{8}$. ex $\frac{1}{3}$. remanebit $\frac{1}{2}$. ac tanta portio cisternæ implebitur in 1. hora. Dic ergo. Si $\frac{1}{2}$. cisternæ requirunt 1. horâ, quid requireret 1. cisternæ? Inuenies q̄, $4\frac{2}{3}$. hor. quo tēpore tota cisterna implebitur. Quod ita pbabis. Si in 3. hor. impletur 1. cisterna, in $4\frac{2}{3}$. hor. quot cisternæ replebuntur?

Inue-

Inuenies autem $1\frac{2}{3}$. Item si in 8. horis euacuatur vna cisterna, in $4\frac{2}{3}$. hor. quot cisterna euacuabuntur? Inuenies autem $\frac{2}{3}$. quas si ex $1\frac{2}{3}$. auferas, remanebit 1. cisterna plena.

Alia solutio huius questionis.

BREVIVS fortassis huiusmodi quaestiones soluentur, si queratur, quanta portio cisternae impleatur in illis horis, in quibus tota impleretur, si nihil efflueret. Quod ita fiet in priori quaestione. Dic. Si 6. horae 1. cisternam euacuant, quantum euacuabunt 4. horae? inuenies $\frac{2}{3}$. quas si ex 1. auferas (ponimus enim 1. cisternam 4. horis impleri, si nihil efflueret) remanebit $\frac{2}{3}$. quae 4. horis implebitur. Dic igitur rursus. Si $\frac{1}{3}$. cisternae requirit 4. horas, quid requiret 1. cisterna? Inueniesque 12. horas, vt prius.

IN posteriori vero quaestione dic. Si 8. hora 1. cisternam exhauriunt, quantum exhaurient 3. horae? inuenies $\frac{3}{8}$. quas si demas ex 1. (ponimus enim 1. cisternam 3. horis impleri, si nihil efflueret) remanebunt $\frac{5}{8}$. quae 3. horis implebuntur. Dic ergo rursus. Si $\frac{5}{8}$. cisternae exposcunt 3. horas, quid exposcet 1. cisterna? inuenies $\frac{4}{5}$. horas, vt prius.

REGVLA ALLI- GATIONIS.

Cap. XXI.



SOLENT nonnūquam Arithmetici varias merces variorum pretiorum miscere, ita vt, statuto quodam pretio medio, omnes eo emantur; quod quidem efficiunt regula quadam, quam regulam alligationis dicūt, eo quōd variæ merces alligentur quodammodo ad vnum pretium, vt ex sequentibus exemplis perspicuum fiet.

Regula alligationis quid.

1. DVO genera vini sunt: mensura 1. primi constat 20. baioch. at mensura 1. secūdi venditur 11. baioch.

Questio 1.

Quantū ergo ex vtroque sumendum est, vt mensura 1. valeat 15. baioc? Pone vnū pretiū sub altero, et ad sinistrā illo

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	20.	3.
	15.	5.
	12.	8.
	Summa differentiarum.	

Regula alligationis quō fiat.

rum colloca pretiū statutum, quod mediū est inter data duo pretia. Deinde confer vtrūque pretium datum

datum cū statuto pretio, differentiamq; vtriusq; pone ad dexteram pretiorū, alternatim tamen, hoc est, differentiam maioris pretij iuxta minus pretium, & differentiam minoris iuxta maius: atq; has differentias in vnam summam collige, vt in exemplo vides.

POST hac institue regulam trium *Sis*, ita vt summa differentiarum primum locū occupet; mensura vero 1. secundum; & vtraque differentia tertium, veluti hic cernis.

$$8. \quad 1. \quad \left. \begin{array}{l} 3? \\ 5? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}. \text{primi.} \\ \frac{5}{8}. \text{secundi.} \end{array} \right.$$

Dic ergo. Si summa differentiarum 8. dat 1. mensuram, quid dabunt singulae differentiae 3. & 5? Inuenies enim ex primo vino accipiendas esse $\frac{3}{8}$. vnus mensura, ex secundo vero $\frac{5}{8}$. atq; ita fiet 1. mensura ex vtroq; constans 15. baiochis. Quod ita probabis. Dic. Si 1. mensura primi vini valet 20. baioch. quid valebunt $\frac{3}{8}$? Item, si 1. mensura secundi vini valet 12. baioch. quid valebunt $\frac{5}{8}$? vt hic cernis.

$$\begin{array}{rcl} 1. & 20. & \frac{3}{8} \text{?} \text{ fiunt } 7 \frac{1}{2}. \\ 1. & 12. & \frac{5}{8} \text{?} \text{ fiunt } 7 \frac{1}{2}. \end{array}$$

Inuenies enim duo pretia efficere 15. baiochos, quemadmodum proponitur.

Quæstio 1. 2. SVNT duo genera argenti non puri. Primi libra 1. valet aur. 30. alterius libra 1. valet

let aur. 24. Ut ergo lib. 1. valeat aur. 28. quantum ex v-

troque ar-
gento su-
mendū est?

Facta alli-
gatione, ut
in praece-
dētī qua-
stione, dic.

Si summa
differētia-
rū 6. dat

1. lib. quid dabunt singula differentia 4. & 2? vt
hic vides.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	30.	4.
	28.	2.
	24.	2.
	6.	
	Summa differentiarum.	

$$6. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 2? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3}. \text{ primi.} \\ \frac{1}{3}. \text{ secundi.} \end{array} \right.$$

Hoc enim modo habebis 1. lib. ex utroq; argento
constantem 28. aureis. Ut examines, dic. Si 1. lib.
argenti prioris valet aur. 30. quid valebunt $\frac{2}{3}$.
vnius librae? Item si 1. lib. posterioris argenti va-
let 24. aur. quid valebit $\frac{1}{3}$? vt hic apparet.

$$\begin{array}{l} 1. \quad 30. \quad \frac{2}{3}? \quad \text{sunt} \quad 10. \\ 1. \quad 24. \quad \frac{1}{3}? \quad \text{sunt} \quad 8. \end{array}$$

Atq; ita 1. lib. constabit 28. aur. vt proponitur.

3. LIBRA 1. piperis valet 4. Iul. Questio 3.
1. garyophilli 3. Iul. Libra 1. cinnamomi 6. Iul.

O Libra

Libra 1. croci 10. Jul. Libra 1. zingiberis 8. Jul.
 Quantum ergo ex quolibet accipiendum est, ut
 1. libra constet 7. Julijs? Quando plures res pro-
 ponuntur alliganda, varijs modis fieri potest alligatio, dummodo quaelibet semel salt em alligetur.
 Potest enim quodlibet pretiū cum quolibet alio,
 vel cum pluribus etiā alligari ad pretiū mediū,
 ita tamen, ut statutum pretium sit medium inter
 duo, quæ alligantur ad ipsum, vel certe alteri illo-
 rum æquale: ut in hoc exemplo apparebit, quod
 varijs alligat ionibus explicabimus.

Nota.

Varijs mo-
 dis fieri pos-
 se alligatio-
 nem eiusdem
 exempli.

PRIMO ergo alligabimus pretia piperis,
 & zingiberis ad pretiū medium, quorum differen-
 tiæ sunt

3. & 1. al-
 ternatim
 colloca-
 tæ. Dein-
 de pretia
 garyoph.
 & croci,
 quorū dif-
 ferentiæ
 sunt 4. et
 3. alterna-
 tim quo-
 que posi-
 ta.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	Piper. 4.	1.
	Garyoph. 3.	3.
	7. Cinnam. 6.	1.
	Crocus. 10.	4.
	Zingib. 8.	3. 1.
		13.
	Summa differentiarum.	

Deniq; quia superest solum cinnam. alligabi-
 mus eius pretium cum pretio zingib. exempli gra-
 tia, quorum differentiæ sunt 1. & 1. alternatim
 etiam scriptæ. Omnium differentiarū summa est

13. Differentia autem è regione zingib. faciunt
 4. Semper enim differentia plures è regione eius-
 dem pretij posita colligenda sunt in unam sum-
 mam. Dicam. Si summa differentiarum 13. dat
 1. lib. qui 1 dabunt singula differentia 1. 3. 1. 4. 4?
 vt hic vides.

Quid sit fa-
 ciendū, qđ
 plures dif-
 ferentię pō-
 nantur è re-
 gione eius-
 dē pretij.

$$13. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1? \\ 3? \\ 1? \\ 4? \\ 4? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{pip.} \\ \frac{1}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{1}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{4}{1 \frac{4}{3}} \cdot \text{croc.} \\ \frac{4}{1 \frac{4}{3}} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Hac ratione habebis 1. lib. ex omnibus, quæ con-
 stet 7. Iul. Ut examines, dic. Si 1. lib. piperis va-
 let 4. Iul. quid valebit $\frac{1}{1 \frac{1}{3}}$? Item, si 1. lib. ga-
 ryoph. valet 3. Iul. quid valebunt $\frac{1}{1 \frac{1}{3}}$? Item, si
 1. lib. cinnam. valet 6. Iul. quid valebit $\frac{1}{1 \frac{1}{3}}$? Itē
 si 1. lib. croci valet 10. Iul. quid valebūt $\frac{4}{1 \frac{4}{3}}$. Itē
 si 1. lib. zingib. valet 8. Iul. quid valebunt $\frac{4}{1 \frac{4}{3}}$?
 veluti hic cernis.

$$1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 6 \\ 10 \\ 8 \end{array} \right\} \text{ quid } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1 \frac{1}{3}}? \\ \frac{1}{1 \frac{1}{3}}? \\ \frac{1}{1 \frac{1}{3}}? \\ \frac{4}{1 \frac{4}{3}}? \\ \frac{4}{1 \frac{4}{3}}? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{pip.} \\ \frac{3}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{garyo.} \\ \frac{6}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{cinna.} \\ 3 \frac{1}{1 \frac{1}{3}} \cdot \text{croc.} \\ 2 \frac{4}{1 \frac{4}{3}} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Inueniesq; omnia pretia efficere 7. Iul. vt propo-
 nitur.

ALIO modo fiet alligatio, si pretia piperis,

alia alligatio
hujus
questionis.

& Zingib. alligentur ad pretium medium: Item
pretia piperis, & croci. Deinde pretia garyoph.
& Zingib. & rursus pretia garyoph. & croci.
Postremo pretia cinnam. & croci: Item pretia
cinnam. & Zingib. vt in hoc apposito exemplo fa-
ctum est. Neq; vero plures alligationes fieri pos-
sunt in hoc exemplo. Nam pretia piperis, ga-
ryoph. & cinnam. inter se alligari non possunt,
cum singula minora sint statuto pretio medio:
atque ita quodlibet illorum bis tantum alligari
potest; posteriorum autem duorum vtrumque

ter,
nepe
cu quo
libet
trium
prio-
rum.
At in
ter se
alliga-
ri ne-
queut,
cu sta-

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	Piper. 4.	1. 3.
	Garyoph. 3.	1. 3.
	7. Cinnam. 6.	3. 1.
	Crocus. 10.	3. 4. 1.
	Zingib. 8.	3. 4. 1.
		28.
	Summa differentiarum.	

tutum pretium 7. Iuliorum non sit medium in-
ter illa, aut alteri eorum equale, sed vtroque
minus. Dic ergo. Si summa differentiarum 28.
dat 1. lib. quid dabunt singulae differentiae 4. 4. 4.
8. & 8. vt hic cernis.

$$28. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 4? \\ 4? \\ 8? \\ 8? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2} \frac{8}{8} \cdot \text{pip.} \\ \frac{4}{2} \frac{8}{8} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{4}{2} \frac{8}{8} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{8}{2} \frac{8}{8} \cdot \text{croc.} \\ \frac{8}{2} \frac{8}{8} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$



Ita enim conflabis 1. libram ex omnibus, quæ con-
stet 7. Julijs. Quod ut probes, dic. Si 1. lib. pip.
valet 4. Jul. quid valebunt $\frac{4}{2} \frac{8}{8}$? Item, Si 1. lib. ga-
ryoph. valet 3. Jul. quid valebunt $\frac{4}{2} \frac{8}{8}$? &c. ve-
luti hic factum esse vides.

$$1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4. \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{array} \right\} \text{ quid } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2} \frac{8}{8} \\ \frac{4}{2} \frac{8}{8} \\ \frac{4}{2} \frac{8}{8} \\ \frac{8}{2} \frac{8}{8} \\ \frac{8}{2} \frac{8}{8} \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2} \frac{6}{8} \cdot \text{pip.} \\ \frac{4}{2} \frac{6}{8} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{4}{2} \frac{6}{8} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{8}{2} \frac{6}{8} \cdot \text{croc.} \\ \frac{8}{2} \frac{6}{8} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Inuenies enim omnia pretia conficere 7. Julios ,
quemadmodum in questione proponitur.

P O-

TEST
etiã alia
ratione
institui al-
ligatio
huius e-
iusdeme-
xëpli, si
pretia pi-
peris, &
croci alli-
gentur;

Pretium medicum.

	Pretia.	Differentia.
Piper.	4.	3.
Garyoph.	3.	1.
7. Cinnam.	6.	1.
Crocus.	10.	3.
Zingib.	8.	4. 1.
		13.
	Summa differentiarum.	

Alia alliga-
tio huius,
questionis.

Deinde pretia garyoph. & Zingib. Ac postremo
pretia cinnam. & Zingib. vt in hoc exemplo vide
re licet. Dic ergo. Si summa differentiarum 13.
dat 1. lib. quid dabunt singulae differentiae 3. 1. 1.
3. & 5? quemadmodum hic vides.

$$13. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 3? \\ 1? \\ 1? \\ 3? \\ 5? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1} \frac{1}{3}. \text{ pip.} \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3}. \text{ garyoph.} \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3}. \text{ cinnam.} \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3}. \text{ croc.} \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3}. \text{ Zingib.} \end{array} \right.$$

Sic enim habebis 1. lib. ex omnibus pro 7. Iulij.
Quod probabis, vt supra.

Quid obser-
uandum sit
in alligatio-
nib. plurium
rerum.

V I D E S igitur, varijs modis fieri posse allig-
ationem, si res alliganda plures sint, quam duas;
dummodo pretium medium semper minus sit vno
pretio alligando, & maius altero; vel aequale vni.
& maius, vel minus altero. Verum licet ex va-
rijs alligationibus semper habeas pondus rerum
miscendarum pro pretio medio statu-
to, non tamen eadem semper pondera ex rebus
miscendis accipies, vt ex propositis exemplis per-
spicuum est.

Quaestio 4.

4. **V L N A** 1. panni rubri valet 4. aur. &
vlua 1. panni viridis valet 6. aur. & vlua 1. pan-
ni nigri valet 10. aur. Vult quidam ex omnibus
80. vlnas pro 480. aureis. quantum ergo ex sin-
gulis pannis accipiet? In huiusmodi quaestionibus
oportet prius inuestigare pretium vnus vluae ex
omnibus pannis mixta. quod ita fiet in nostro e-

xemplo . Si 80. vlna mixta valent 480. aur. quid valebit 1. vlna & inueniesq; 6. aur. quod est pretiū 1. vlna medium inter pretium vilioris panni, & pretium carioris . Quod si reperitur pretium non mediū, impossibilis esset questio. Ut si diceret aliquis. Vult quidā ex omnibus pannus 80. vlnas pro 300. aur. vel pro 900. aur. impossibilis esset questio . Nam si 800. vlna valent 300. aur. valebit 1. vlna $3\frac{3}{4}$. aur. quod pretium minus est pretio vilioris panni. Quare neq; ex viliori panno habere potest quispiam 80. vlnas pro 300. aureis, tantum abest, vt ex omnibus vlnas 80. accipiat. Rursus, si 80. vlna valent 900. aur. valebit 1. vlna $11\frac{1}{4}$. aur. quod pretium maius est pretio carioris panni. Quare plures vlnas carioris panni, quā 80. emet quispiam aureis 900. ac prorsus de multo plures, si ex omnibus aliquot vlnas accipere velit : Sed redeamus ad nostrū exemplum .

Qñ questio alligationis est impossibilis.

I N -

V E N -

T O pre-
tio medio
vnius vlna
fiat al-
ligatio,
vt in pra-
cedenti-
bus, quā-
admodū
hic est fa-

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	rub. 4.	4.
	6. virid. 6.	4.
	nig. 10.	10.
		10.
	Summa differentiarum.	

ctum. Primum enim alligauimus pretia 4. & 10.

0 4 ad

ad medium pretiū 6. Deinde pretia 6. & 10. Dic
igitur. Si summa differentiarum 10. dat 80. vl
nas, (tot enim vlnas accipere vult extriplici
panno) quid dabunt singula differentia 4. 4. &
2? ut hic factum est.

$$10. \quad 80. \quad \left(\begin{array}{c} 4^2 \\ 4^2 \\ 2^2 \end{array} \right) \text{ fiunt } \left(\begin{array}{c} 32. \text{ rubri.} \\ 32. \text{ viridis.} \\ 16. \text{ nigri.} \end{array} \right)$$

Ita enim ex tribus illis pannis sumentur 80. vl
nae pro 480. aur. Quod ita probabis. Si 1. vlna ua
let 6. aur. (hoc enim pretium medium inuentum
est vnus vlnę ex tribus pannis mixtę.) quid va
lebunt 32. vlnę panni rubri, & 32. viridis, &
16. nigri? veluti hic cernis.

$$1. \quad 6. \quad \left(\begin{array}{c} 32^2 \\ 32^2 \\ 16^2 \end{array} \right) \text{ fiunt } \left(\begin{array}{c} 192. \text{ rub.} \\ 192. \text{ virid.} \\ 96. \text{ nig.} \end{array} \right)$$

Reperiesq; omnia pretia conficere 480. aureos.

QVOD si pretium panni viridis non alligas
semus cū pretio panni nigri, sed cum pretio panni
rubri, fieret sequens alligatio. Verum alios nume
ros inuenissimus. Dixissimus enim. Si summa dif
ferentiarum 8. dat 80. vlnas, quid dabunt singu
la differentia 4. 2. & 2? ut hic vides.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	rub.	4.
	6. virid.	6.
	nig.	10.
	8.	
Summa differentiarum.		

$$8. \quad 80. \quad \begin{pmatrix} 4? \\ 2? \\ 1? \end{pmatrix} \text{ sunt } \begin{cases} 40. \text{ rub.} \\ 20. \text{ virid.} \\ 20. \text{ nig.} \end{cases}$$

Examē fiet, ut prius, si dicas. Ulna 1. ualet 6. aur. quid ualebunt ulnæ 40. panni rubri, & 20. nigris, & 20. nigri? Inuenies enim omnia pretia conficere 480. aureos.

5. S V N T quatuor genera uini; primi amphora 1. ualet 21. baiocb. secundi 27. tertij 30. & quarti 40. Vult quidam miscere ex his 300. amphoras, ea lege, & conditione, ut singula amphoræ ualeant 33. baiocb. Quantum ergo ex quolibet accipiet? Hic necessario tria priora pretia cum posteriori alliganda sunt ad mediū pretium 33. baiocb. cū illa tria sint hoc minor a, ut in dato exemplo uides. Dic ergo. Si summa differentiarum 42. dat 300. amphoras, quid dabunt singula differentię 7.7.7. & 21? ut patet in exemplo.

	Pretia.	Differentia.
	21.	7.
	27.	7.
33.	30.	7.
	40.	12. 6. 3.
		41.
	Summa differentiarum.	

$$42. \quad 300. \quad \left\{ \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \text{fiunt} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 50. \text{primi.} \\ 50. \text{secundi.} \\ 50. \text{tertij.} \\ 150. \text{quarti.} \end{array} \right.$$

Sic enim conficies 300. amphoras, quarum singula constabunt 33. baiob. Quod ut probes, dic. Si summa differentiarum 42. dat 1. amphoram, quid dabunt singulę differentię 7. 7. 7. & 21?

ut hic vides.

$$42. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \text{fiunt} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6}. \text{primi.} \\ \frac{1}{6}. \text{secundi.} \\ \frac{1}{6}. \text{tertij.} \\ \frac{1}{2}. \text{quarti.} \end{array} \right.$$

Atq; ita habebis unam amphoram ex quadrupli cı illo uino mixtam. Dic ergo rursus. Si 1. amphora vini primi valeat 21. baiob. quid valebit $\frac{1}{6}$. am-
pho-

phoræ? Item si 1. amphora secundi ualet 27. quid ualebit $\frac{1}{2}$? Item si 1. amphora tertij ualet 30. quid ualebit $\frac{1}{2}$? Item si 1. amphora quarti ualet 40. quid ualebit $\frac{1}{2}$. ut hic uides.

$$1. \left\{ \begin{array}{l} 21. \\ 27. \\ 30. \\ 40. \end{array} \right\} \text{quid} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2}. \text{primi.} \\ 4\frac{1}{2}. \text{secundi.} \\ 5. \text{tertij.} \\ 20. \text{quarti.} \end{array} \right.$$

Quæ omnia pretia efficiunt 33. baioch. ut proponitur.

BREVIS tamen ita quoq; institui potest examen. Quoniam si 1. amphora ualere debet 33. baioc. ualebunt 300. amphora 9900. baioch. Di-temus ergo. Si 300. amphora ualent 9900. baioch. quid ualebunt 50. amphoræ primi uini, & quid 50. secundi, & 50. tertij, & 150. quartis? ut hic uides.

$$300. \quad 9900. \left\{ \begin{array}{l} 50? \\ 50? \\ 50? \\ 150? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 1650. \text{primi.} \\ 1650. \text{secundi.} \\ 1650. \text{tertij.} \\ 4950. \text{quarti.} \end{array} \right.$$

Inuenies enim omnia pretia conficere 9900. baiochos.

6. QUIDAM pro 400. aur. emere uult 400. lib. aromatum variorum, nimirum garyophyllorū, piperis, cinnamomi, zingiberis, nucum myristicarum, & croci, quorum hæc sunt pretia pro singulis libris, Iulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Quos ergo

Questio 6

ergo singulorum libr. as accipiet, vt 400. lib. pro 400. aur. habeat? Hic vt in quæstione 4. dictū est, inuestigandum est prius pretium mediū vnius libræ, ad quod alligatio fieri debet, hoc modo. Si 400. lib. valent 400. aur. quid valebit 1. lib? Inuenies enim 1. aur. hoc est, 10. Iul. Quoniam vtro, vt diximus, varia fieri possunt alligationes, al ligabimus primum garyoph. cum zingib. & croco. Deinde piper cū nuc. myrist. & croco. Postremo cin.

nam. cū		Pretia.	Differentie.
nuc. myrist. vt hic factū esse vides.	Pretium medicam. 10.	garyoph. 6.	1. 6.
Deinde dicem ⁹ .		piper. 7.	2. 6.
Si summa differentia rū 32.		cinnam. 9.	2.
		zingib. 11.	4.
		nuc. myr. 12.	3. 1.
		crocus. 16.	4. 3.
			32.
		Summa differentiarum:	

dat 400

lib. qd dabunt singula differentia 7. 8. 2. 4. 4. & 7? vt hic vides.

32. 400.	}	- 2	}	}	}	87 $\frac{1}{2}$.	garyo
						100.	pip.
						25.	cinnam.
						50.	zingib.
						10.	nuc. myr.
						87 $\frac{1}{2}$.	croco.
						Inue-	

Inuenies enim 400. lib. quę valcbunt 400. aur. & singula lib. constabunt 10. Iulijs. Quid probabis, vt in precedenti questione dictum est.

POSSUNT fieri in hac questione plures alię alligationes diuersę, vt in quatuor exemplis hic appositis apparet.

Pretia.	Differentię.
Pretium medium.	6. 1. 2. 6.
	7. 1. 2. 6.
10.	9. 1. 2. 6.
	11. 4. 3. 1.
	12. 4. 3. 1.
	16. 4. 3. 1.
	51.
	Summa differentiarũ.

Pretia.	Differentię.
Pretium medium.	6. 1.
	7. 2.
10.	9. 6.
	11. 4.
	12. 3.
	16. 1.
	17.
	Summa differentiarũ.

Pretia.	Differentię.
Pretium medium.	6. 6.
	7. 2.
10.	9. 1.
	11. 1.
	12. 3.
	16. 4.
	17.
	Summa differentiarũ.

Pretia.	Differentię.
Pretium medium.	6. 2.
	7. 1.
10.	9. 6.
	11. 3.
	12. 4.
	16. 1.
	17.
	Summa differentiarũ.

In primo enim quodlibet priorum triũ pretiorum alligatum est cum omnibus tribus posterioribus. In secundo vero primum cum quarto, & secundum

dum cum quinto, & tertium cum sexto. In tertio deinde primum cum sexto, & secundum cum quinto, & tertium cum quarto. In quarto denique primum cū quinto, & secundum cum quarto, & tertium cum sexto. Atque ita in similibus questionibus plures fieri possunt alligationes inter se diuersę.

Questio 7.

7. QUIDAM vult statuat argentearum 300. librarum. Offeruntur ei duo genera argenti: Primi lib. 1. valet 30, aur. secundi 20, quę ita inter se miscere vult, vt 1. lib. constet 24, aur. Quantum ergo ex

quolibet argento sumet, vt habeat 300. lib. quarũ singulę cõstent 24. aur? Ita stabit alligatio, vt hic vides. Dic ergo, si summa differentiarum 10. dat 300. lib. quid dabunt singulę differentię 4. & 6? vt hic vides.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	30.	4.
	24.	6.
	<hr/>	
		10.
	Summa differentiarum.	

$$10. \quad 300. \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 6? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 120. \text{ primi arg.} \\ 180. \text{ secundi arg.} \end{array} \right.$$

Ita enim reperies 300. libras, quarũ singulę valent 24. aur. Quod probabis, vt in quõnẽ 3. dictũ est.

REGVLA FALSI SIMPLICIS POSITIONIS.

Cap. XXII.



INTER alias Arithmetice re-
gulas non postremum locum ob-
tinet regula falsi, que sic dicitur,
non quod falsum nos doceat,
sed quod ex falso posito
verum eruere ostendat: quod

Regula falsi
si cui fidei
est sit.

quidem efficit, ponendo quemuis numerum, qui
propositę questioni putatur satisfactorius, licet re
ipsa nõ satisficiat. Hęc autem regula duplex est.
Quędam enim vocatur simplicis positionis, in qua
nimirum vnica fit positio vnus duntaxat nume-
ri, qui quęstioni creditur satisfactorius: quędam
vero duplicis positionis dicitur, in qua videlicet
duplex fit positio duorum numerorũ, quorum v-
terque quęstioni satisfactorius putatur.

Regula falsi
si duplex.

CÆTERTVM magnum est inter duas
has regulas discrimen. Quidquid enim per prio-
rem soluitur, id etiam per posteriorem explicari
potest, non autem contra. Innumerę enim prope-
modum quęstiones per posteriorem soluantur,
quę nulla ratione per priorem possunt explicari.
Nam sub priori continentur illę tantum quęstio-
nes, in quibus tales partes, aut numeri exprimun-
tur,

Diferimen
inter duas
regulas fal-
si.

Nota.

tur, qui eandem proportionem habent in parvis numeris, quam in magnis: quales sunt $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. &c. Item numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Itaque satis esset, si posterior regula sola proponeretur. Sed quia per priorē plurimæ quæstiones multo breuius explicantur, quam per posteriorem, utramque paucis declarabimus, initio sumpto à priori, quæ facilius est.

Regn la; falsi simplicis positionis quò fiat.

PROPOSITA igitur quæstione quacumque per regulam falsi simplicis positionis solucnda, ponatur quinis numerus, qui quæstioni ereditur satisfactorius, isq; iuxta quæstionis tenorem examinetur; & quidem si omnia consonent, numerus positus erit is, qui queritur: Si vero aliter se res habeat, falsa fuit positio numeri assumpti. Quare ex hoc falso eliciendum erit verum beneficio regulæ trium, ut in exemplis declarabitur.

Quæstio 1.

1. **TRES** emere constituunt domum quandam 2700. aur. Secundus duplo plus vult dare, quàm primus, & tertius triplo plus, quàm secundus. Quantum ergo quisq; expendet? Hac quæstione nihil aliud queritur, quàm ut numerus 2700. diuidatur in tres partes ea lege, ut secunda sit dupla primæ, & tertia tripla secundæ. Pone ergo primum dare quotcumq; aureos volueris, nempe 6. Igitur iuxta tenorem quæstionis secundus dabit 12. cum hic numerus sit duplus primi; tertius vero dabit 36. quòd hic numerus sit triplus secundæ. Omnes autem hi tres numeri efficiunt 54. aur. cum tamen efficere deberent 2700. Dic ergo. Si 54. prouenerunt ex falsa positione 6. aur. primi,

primi, ex qua vera positione prouenient 2700? Inueniesq; primum dedisse 300. aur. ac proinde secundum 600. & tertium 1800. qui omnes tres numeri efficiunt 2700.

POSSET quoq; pecunia secundi, & tertij reperiri ex utriusq; positione, si diceretur. Si 54. prouenerunt ex falsa positione 12. aur. secundi, & ex falsa positione 36. aur. tertij, ex quo proueniret 2700? Inuenires enim pecuniam secundi esse 600. aur. & tertij 1800. Sed satius est inuestigare per regulam trium pecuniam vnus dum taxat. Ex hac enim aliorum pecunia facili negotio elicientur, iuxta tenorem quaestionis.

E OSDEM prorsus numeros reperisses, si pro primo alium numerum posuisses, quam 6. ac proinde pro secundo alium, quam 12. & pro tertio alium, quam 36.

2. INTERROGATVS quidam, quā- Quaestio 2
tum pecunia in arca haberet, respondit se nescire, hoc tamen se certo à procuratore cognouisse, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{3}$. suae pecuniae constituere 4700. aur. Quantum ergo pecuniae is habuit? Hic etiam nihil aliud queritur, quam numerus, cuius $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{2}$. simul efficiant 4700. Pone ergo illum habere 60. aur. (vt autem fractiones vitentur, quo ad fieri potest, sumendus est semper numerus, qui contineat fractiones in quaestione expressas, vt cap. 10. docuimus, qualis hic est 60.) cuius $\frac{1}{3}$. est 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{2}$. 12. quae omnes partes constituunt 47. Debebant autem conscicere 4700. Dic ergo. Si 47. prouenerint ex 60. quae numerum

falso posuimus, ex quo prouenient 4700? inuenie-
musq; 6000. atq; tot aureos in arca habuit. Nam
 $\frac{1}{2}$. continet 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200.
quæ omnes partes efficiunt 4700.

Questio 3.

3. INTERROGATVS quidam ludi
magister, quot haberet haberet discipulos, respon-
dit: Si adhuc semel tot haberẽ, quot habeo, & ac-
cederet $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & præterea 1.
haberem 112. Quot ergo discipulos habuit? Hac
questio ita proposita solui non potest per hanc re-
gulam, propterea quòd vnitas, cuius postremo lo-
co fit mentio, non potest habere eandem proportio-
nem cum $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & duplo parui numeri, quam
cum eisdẽ partibus, & duplo magni numeri. Si tñ
auferatur 1. ex numero 112. qui in quæstione de-
bet produci, soluetur quæstio proposita. Tñ enim
nihil aliud quæritur, quam numerus, qui bis sum-
ptus, vnà cum $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. facit 111. Nam si
tandem addatur 1. fient 112. Pone ergo illum ha-
buisse 12. discipulos. Hic enim numerus continet
fractiones datas. Si ergo totidem discipuli acce-
dant, habebit 24. nempe duplo plures, quam prius.
Ad quos si rursus accedat $\frac{1}{2}$ nimirum 6. & $\frac{1}{3}$.
nempe 4. & $\frac{1}{4}$. vtpote 3. habebit 37. Debebant
autem esse 111. vt addito 1. haberet 112. Dic er-
go. Si 37. prouenerint ex 12. ex quo prouenient
111? Inueniesq; eum habuisse 36. discipulos. Nam
si accedant totidem, habebit 72. quibus si addan-
tur $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. videlicet 18. 12. & 9. fient 111.
addito denique 1. fient 112.

Questio 4.

4. QUIDAM emit equum, hortum, ac do-

num 5000. aur. ea lege, vt hortus quadruplo pluris conficit, quàm equus, at domus quincuplo pluris, quàm hortus. Quanti ergo emit equum, & quanti hortum, & quanti domum? Hic quaritur, vt numerus datus 5000. distribuatur in tres partes, ita vt secunda sit primæ quadrupla, et tertia secunda quincupla. Estq; questio hac similis primæ. Pone ergo, equum valere 30. aur. quo posito, valebit hortus 120. aur. & domus 600. qui omnes numeri conficiunt 750. Deberent autem conficere 5000. Dic ergo. Si 750. prouenerūt ex 30. ex quo prouenient 5000? Inueniesq; 200. atque tot aureis fuit emptus equus, ac proinde hortus emptus fuit 800. aur. & domus 4000. qui omnes numeri constituunt 5000. aur.

5. QUIDAM proficiscens Venetijs Hierosolymam expedit in itinere $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{3}$. sua pecuniæ; domum autem reuersus deprehendit sibi superesse 36. aureos. Quantum ergo pecuniæ is secutus fuit? Hic quaritur numerus, à quo si auferantur $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{3}$. reliquus sit numerus 36. Pone illum habuisse 300. aur. ex quo si auferas $\frac{2}{3}$. nempe 200. & $\frac{1}{3}$. nimirum 60. supersint 40. Debebant autem remanere tantum 36. Dic ergo. Si 40. prouenerunt ex 300. ex quo prouenient 36? Inueniesq; 270. atque tot aureos habuit. Nam ablatis $\frac{2}{3}$. nempe 180. & $\frac{1}{3}$. nimirum 54. supersunt 36.

QVOD si quando contingat, partes in questione expressas vnitatem superare, ac proinde nō posse ex posito numero subtrahi, questio impossibilis erit. Ut si diceret quis, Da mihi numerum, vt,

si ex eo demas $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. relinquantur 36. quæstio
esset impossibilis. Nam $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. vnitatem supe-
rant, ac proinde auferri nequeunt ex posito nume-
ro 300. quia $\frac{2}{3}$. sunt 180. & $\frac{1}{5}$. sunt etiam 60.
quæ partes simul constituunt 240. qui numerus
ex 300. auferri non potest.

Quæstio 6.

6. QVÆRATUR numerus, cuius $\frac{1}{2}$.
 $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. efficiant 522. Pone numerum
eum esse 60. cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. nempe
30. 20. 15. 12. & 10. efficiunt 87. Nos autem
volumus 522. Dic ergo. Si 87. prouenerunt ex
60. ex quo prouenient 522? Inueniesq; 360. Huius
enim numeri $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. mirum 180.
120. 90. 72. & 60. efficiunt 522.

Quæstio 7.

7. QUIDAM interroganti se, quantum
pecunia haberet, respondit, se tot aureos habere,
vt si ad eos addatur $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{4}$. &
præterea 100. aur. constituant 300. aur. Quam
ergo pecuniam habuit? Vt hæc quæstio per hanc
regulam soluat, detrahendi sunt 100. aur. ex
300. vt in quæstione 3. diximus, & inquirendus
numerus, vt, si addatur eius $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{4}$. fiat
200. Tunc enim additis 100. fiet 300. vt in quæ-
stione proponitur. Pone ergo eum numerum esse
24. Huius $\frac{1}{2}$. est 12. & $\frac{1}{4}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. quæ omnes
partes additæ ad 24. faciunt 50. Nos autem vo-
lumus, vt efficiant 200. Dic ergo. Si 50. prouene-
runt ex 24. ex quo prouenient 200? Inueniesq;
96. ac tanta fuit summa aureorum. Nam $\frac{1}{2}$. con-
tinet 48. & $\frac{1}{4}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. qui omnes numeri
faciunt 104. additi autem ad 96. efficiunt 200.

ad

ad quẽ numerũ si tandẽ adijciantur 100. fiẽt 300.

8. QUIDAM volens molere 500. modios Questio 8.
 tritici adit molitorẽ habentem 5. molas, quarum
 prima singulis horis molit 7. modios, secunda 5.
 tertia 4. quarta 3. quinta 1. Quanto ergo tempore
 totum triticum moletur, si omnibus molis triticũ
 imponatur, & quantũ tritici singulis molis impo-
 nendũ? Pone in 4. horis. Quo posito, prima mola
 cõficiet 28. modios, secunda 20. tertia 16. quarta
 12. & quinta 4. qui omnes modij faciũt 80. De-
 bent autem esse 500. Dic ergo. Si 80. modij proue-
 nerũt ex 4. horis: 500. modij ex quot horis proue-
 nient? Inueniesq; 25. horas. In tot enim horis
 prima mola molet 175. modios, secunda 125. ter-
 tia 100. quarta 75. & quinta 25. qui omnes sunt
 500. modij; atq; tot modij cuilibet molæ subijcien-
 di sunt, quot ipsa modios molit in 25. horis.

9. QUIDAM proficiscens ad nundinas Questio 9.
 lucratus est ex pecunia, quam secum attulerat,
 tantum, vt lucrũ vna cum pecunia allata triplẽ
 esset pecuniæ allatæ. Ex hac deinde pecunia in a-
 lijs nundinis tantam pecuniam lucratus est, vt lu-
 crũ vna cum pecunia ad has nũdinas allata quin-
 cuplum esset huius pecuniæ. Postremo ex hac pe-
 cunia in alijs nundinis tantum lucratus est, vt lu-
 crum vna cum pecunia, quam proxime habebat,
 quadruplum esset huius pecuniæ; inuenitq; se ha-
 bere 40000. aur. Quantũ ergo pecuniæ ad primas
 nundinas attulit? In hac questione inquiritur nu-
 merus, qui multiplicatus per 3. & productus nu-
 merus per 5. & hic numerus productus per 4.

faciat 40000. Pone eum numerum esse 10. quem si multiplices per 3. faciet 30. pro lucro vnâ cum pecunia in primis nundinis. Si autem multiplices 30. per 5. procreabis 150. pro lucro vnâ cum pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplices 150. per 4. facies 600. pro lucro vnâ cum pecunia in tertijs nundinis. Nos vero diximus, in tertijs nundinis eum habuisse 40000. tñ aur. Dic ergo. Si 600. promenerunt ex 10. ex quo promerent 40000? Inueniesq; $666\frac{2}{3}$. atque tot aureos secū ille attulit ad primas nundinas. Nam si multiplicemus $666\frac{2}{3}$. per 3. efficiemus 2000. pro lucro & pecunia in primis nundinis. Si deinde multiplicemus 2000. per 5. gignemus 10000. pro lucro ac pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplicemus 10000. per 4. producemus 40000. pro lucro ac pecunia in tertijs nundinis.

Quæst. 19.

10. INVESTIGETVR numerus, vt eo multiplicato per 4. & producto per 3. & hoc producto per 6. atq; huic producto additis 10. producatur 800. Hæc qō per hanc regulā solui nequit, nisi prius detrahantur 10. ex 800. propter rōnem in quæstione 3. dictam. Subtrahere ergo 10. ex 800. relinquenturq; 790. atque hic numerus produendus est ex multiplicationibus in quæstione expressis. Nam si ei addantur 10. fiet numerus 800. Pone numerum quæsitum esse 10. quem si multiplices per 4. facies 40. qui numerus multiplicatus per 3. facit 120. hic deniq; numerus multiplicatus per 6. producit 720. Deberent autem produci 790. Quare dic. Si 720. promenerunt ex

10. ex quo prouenient 790? Inueniesq; $10\frac{3}{4}\frac{5}{6}$. atque hic est numerus, qui queritur. Si enim multiplices $10\frac{3}{4}\frac{5}{6}$. per 4. facies $43\frac{5}{6}$. quem numerum si rursus multiplices per 3. gignes numerum $131\frac{2}{3}$. quem si denique per 6. multiplices, procreabis 790. Additis autem 10. fient 800.

11. **SE N E X** quidam interroganti de sua Quæst. 11.
 atate, respondit, se tot habere annos, vt si eis adderetur $\frac{1}{2}$. ipsorum, & ex summa detraberetur $\frac{3}{4}$. ipsius, haberet 99. annos. Quot ergo annos habuit? Hic inueniendus est numerus, ad quem si adijciatur $\frac{1}{2}$. ipsius, & ex summa detrahatur $\frac{3}{4}$. eiusdem summa, reliquus sit numerus 99. Pone eum habuisse 80. annos. Si igitur adijciatur eorum $\frac{1}{2}$. nempe 40. anni, fient 120. à quibus si detrahatur $\frac{3}{4}$. nimirum 30. supererunt 90. Dicuntur autem superesse 99. Dic ergo. Si 90. prouenerunt ex 80. ex quo prouenient 99? Inueniesque 88. atque tot annos senex ille habuit. Si namq; eis adijcias $\frac{1}{2}$. eorum, nimirum 44. facies 132. à quibus si auferas $\frac{3}{4}$. nempe 33. supererunt 99.

12. **A P P A R E T** fastigium cuiusdã turris Quæst. 12.
 24. palmorum: dicit autem quidam, $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{7}$. eiusdem turris à circumiacentibus adificijs occultari. Quanta ergo est totius turris altitudo? Hic querendus est numerus, ita vt, si ab eo auferatur $\frac{1}{3}$. & præterea $\frac{2}{7}$. relinquantur 24. Pone cum numerum esse 30. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. videlicet 10. & $\frac{2}{7}$. nimirum 12. remanent 8. Nos autem volumus, vt relinquantur 24. Dic ergo. Si 8. proueniunt ex 30. ex quo prouenient 24? Inueniesq;

90. ac tanta est altitudo turris. Nam si auferas $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. nempe 30. & 36. relinquentur 24.

Quæst. 13. 13. EST hasta, cuius $\frac{1}{3}$. alba est, & $\frac{1}{3}$. nigra, & $\frac{2}{3}$. caruli coloris, supersunt autem 12. palmi rubri. Quanta est ergo longitudo illius haste? Hic etiam inquiren-
 tur hic est numerus, ita ut, si ex eo dematur $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$. reliquus sit numerus 12. Pone eum numerum esse 45. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. nempe 15. & $\frac{1}{3}$. nimirum 9. & $\frac{2}{3}$. hoc est, 10. supersunt 11. Debent autem remanere 12. Dic ergo. Si 11. prouenerunt ex 45. ex quo proueniēt 12? Inueniesq; $49\frac{1}{1}$. ac tot palmorum est hasta illius longitudo. Nam eius $\frac{1}{3}$. continet palmos $16\frac{4}{1}$. at $\frac{1}{3}$. continet palmos $9\frac{2}{1}$. Item $\frac{2}{3}$. continēt palmos $10\frac{1}{1}$. qui omnes numeri ablati ex longitudo hasta palmorum $49\frac{1}{1}$. reliquunt 12. palmos.

Quæst. 14. 14. QUIDAM pro 30. vlnis panni albi, & 40. vlnis panni nigri expendit 660. aureos, constitueruntq; singula vlna panni nigri duplo pluris, quàm singula vlna panni albi. Quanti ergo constitit vna vlna panni albi, & quanti vna vlna nigri? Pone vnā vlnā panni albi constitisse 4. aur. Et quoniam pretium vnus vlna panni nigri est duplo maius, necesse est, vnā vlnā panni nigri constitisse 8. aur. Ex quo fit, 30. vlnas panni albi constare 120. aur. & 40. vlnas panni nigri valere 320. aur. qui omnes aurei efficiunt 440. Nos autem diximus, illum expendisse 660. aur. Dic ergo. Si 440. prouenerunt ex 4. ex quo proueniēt 660? Inueniesq; 6. aur. pro pretio vnus vlna pan-

ne panni albi, ac proinde 12. aur. pro pretio vnus
vlnæ panni nigri. Ita enim 30. vlnæ panni albi cõ
stabant 180. aur. & 40. vlnæ panni nigri valebũt
480. aur. qui omnes aur. conficiunt 660. aur.

REGVLA FALSI DVPLICIS PO- SITIONIS.

Cap. XXIII.



PROPOSITA questione qua
cunq; per regulam falsi duplicis
positionis explicanda, ponatur
quiuis numerus siue parvus, si-
ue magnus, qui iuxta tenorem
questionis examinetur. Nam
si is quesito respondeat, soluta erit questio; sin
minus, notandus erit excessus, vel defectus,
quo a veritate aberratum est, vnà cum litera P.
vel M. quarũ illa plus, hac vero minus significat,
prout videlicet error veritatem excesserit, aut
ab ea defecerit. Deinde ponatur rursus aliquis al-
lius numerus siue maior priore, siue minor, qui eo
dem modo examinetur, &c. Nam ex duplici hac
positione, & duplici errore veritas elicietur hoc
modo.

Regula fal-
si duplicis
positionis
quõ hæc,

SI in vtraque positione à veritate aberratũ
est per excessum, vel defectũ, subtrahatur minor
error ex maiore, & numerus relictus p̄ diuisore
serue-

Qd vtraq;
positio veri-
tatem exce-
dit, fit sub-
tractio.

seruetur. Deinde numerus primo positus per secundū errorē, & numerus secundo positus per primū errorē multiplicetur, minorq; numerus productus ex minore detrahatur. Nam si numerus hic residuus per diuisorem iam inuentum, nimirum per differentiam errorum, diuidatur, dabit Quotiens numerum quāsitum, qui quæstioni proposita satisfaciet.

Quæna po-
sicio venia-
tem exce-
dit, & alte-
ra deficit,
fit additio.

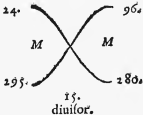
SI vero in alterutra positione à veritate aberratum est per excessum, & in altera per defectum, colligendi erunt duo errores in vnā summam, vt habeatur diuisor: Similiter duo illi numeri, qui ex multiplicatione numerorum positorum per errores, vt dictum est, producuntur, in vnā summam sunt colligendi, vt habeatur numerus diuidendus, &c. Id quod ex quæstionibus fiet perspicuum.

Quæstio 7.

I. **QVÆRATUR** numerus, à cuius dimidio subtracta $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, relinquantur 300. Ponatur numerus 24, qui nimirum habeat partem $\frac{1}{2}$, in quæstione expressam, & eius $\frac{1}{2}$, alias partes expressas, nempe $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, contineat, vt fractiones, quoad fieri potest, vitentur: qui quidem numerus facile inuenietur, si numerus sumatur habens posteriores fractiones, & is postea duplicetur. Solet autem numerus hic primo acceptus poni ad sinistram in superiori parte crucis, & error in parte inferiori ad sinistram quoque, litera deniq; P. vel M. prout veritatem excesserit error ille, vel ab ea defecerit, in medio crucis ad eandem sinistram: Secundus vero nume-

rus acceptus cum errore, & litera P. vel M. eodem ordine collocari solet ad dexteram eiusdem crucis, ut in nostro exemplo factū esse vides. Hic

numerus 24. positus ita iuxta pronunciationē questionis examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 12. à quo numero detrahēda est $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Est autem $\frac{1}{3}$. numeri 12. numerus 4. & $\frac{1}{4}$.



numeris 3. qui numeri detracti ex 12. relinquunt 9. Debebant autem relinqui 300. Aberratum est ergo a veritate per defectum 295. unitatum; ac proinde error hic notandus est cum litera M.

PONATUR secundo numerus 96. qui ita iuxta questionem examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 48. at $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. huius numeri 48. sunt 16. & 12. qui ex 48. ablati relinquunt 20. Debebant autem relinqui 300. Defecimus ergo rursus a veritate 280. unitatibus, ac proinde error hic notandus est etiam cum litera M.

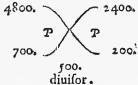
I A M vero, quia in utraque positione defecimus a vero, subtrahendus erit minor error ex maiore, ut habeatur diuisor 15. in inferiori parte crucis collocandus. Deinde multiplicandus numerus 24. primo positus per 280. secundum errorem, & numerus 96. secundo positus per 295. primū errorem, minorq; numerus productus 6720. est

maior

maiore 28320. subtrahendus, vt relinquatur nū-
 merus diuidendus 21600. Hic enim numerus di-
 uisus per diuisorem inuentum 15. dabit Quotien-
 tem 1440. qui est numerus quæsitus. Eius enim
 $\frac{1}{2}$. est 720. & huius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sunt 240. & 180.
 qui numeri ex 720. detracti, relinquunt 300. vt
 in quæstione proponebatur.

SED solvamus eandem quæstionem per alios
 duos numeros, qui veritatem excedât; deinde per
 alios, quorum vnus veritatem excedat, & alter
 ab eadem deficiat. Ponatur ergo primum nume-
 rus 4800. Huius $\frac{1}{2}$. est 2400. cuius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$.
 sunt 800. & 600.

quæ numeri ex 2400.
 ablati relinquunt
 1000. Debebant
 autē relinqui 300.
 excessimus ergo ve-
 ritatem 700. vnita-
 tibus, atq; adeo er-

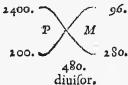


ror hic scribendus est cum litera P. Ponatur de-
 inde numerus 2400. Huius $\frac{1}{2}$. est 1200. cuius
 $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sunt 400. & 300. quibus numeris ex
 1200. ablati, remanent 500. Debebant autem
 relinqui 300. Excessimus ergo rursus veritatem
 200. vnitatibus. Iam vero, subtrahendo minore er-
 rore de maiore, relinquetur diuisor 500. facta au-
 tem multiplicatione numerorum positorum per
 errores in crucem, vt dictum est, subtrahendoq; mi-
 nore numero producto 960000. de maiore
 1680000, relinquetur numerus diuidendus

720000.

720000. qui per 500. diuisus dabit Quotientem
1440. vt prius.

R V R S V S ponamus primo numerũ 2400.
quo examinato iuxta quaestionem propositam, in-
ueniemus excessum 200. qui error scribendus est
cum litera P. Deinde ponamus numerũ 96. quo
eadem ratione examinato, deprehendemus defe-
ctum 280. qui scribendus est cum litera M. Quo-
niam vero in vna po-
sitione excessimus
veritatem, & in al-
tera defecimus à ve-
ro, facienda erit ad-
ditio errorum, vt cõ-
ponatur diuisor 480



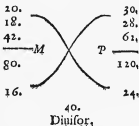
Itẽ duo numeri pro-
ducti ex multiplicatione numerorum positorum
per errores in crucẽ, nempe 672000. & 19200.
in vnã summã colligendi, vt fiat diuidendus nu-
merus 691200. Diuiso eĩm hoc numero 691200.
per 480. fiet Quotiens 1440. veluti prius.

2. ALEXANDER Magnus in fami-
liari colloquio, quod cum Calisthene philosopho
quodam die habuit in etatũ mentionem forte for-
tuna, vt accidere solet, incidit, hoc modo eum al-
loquens. Ego Ephesionem duobus supero annis,
Clytus vero nostram amborum etatem comple-
ctitur, & insuper quatuor annos. Ex quo fit, vt
omnes tres compleamus annos 96. quot nimirum
pater tuus vixisse dicitur. Quot ergo annos ha-
buit tunc Alexander, Ephesion, & Clytus? Vi-
des

Questio 2.

des hic numerum 96, distribuendum esse in tres partes, ita vt prima superet secundam binario, tertia vero duas primas simul sumptas quaternario excedat, Vel inueniēdos esse 3, numeros, quorum primus secundum superet binario, & tertius primos duos simul sumptos quaternario excedat, omnes vero tres constituent 96, Pone ergo Alexandrum habuisse annos 20. ac proinde Ephestionem 18. & Clytū 42. Ita enim etas Alexandri superat Ephestionis etatem annis 2. Clytus autem amborum etatem annorum 38. comprehendit, & insuper 4. annos, vt in questione proponitur. Quoniā vero

robi numeri 20. 18. 42. confluent tantū 80, qui 96. deberent conficere, fit vt à vero defecerimus 16. vnitatibus. Pone ergo rursus Alexandri annos fuisse



30. ac propterea

Ephestionem habuisse annos 28. & Clytū 61, qui omnes efficiunt 120. Deberent autem efficere tantum 96. Excessimus ergo veritatem 24. vnitatibus. Facta iam additione errorum inter se, quod vnus defecerit à veritate, & alter eandem excesserit, sicut 40. pro diuifore. Facta item multiplicatione 20. pro 24. & 30. per 16. productis que 480. 480. inter se additis, sicut 960. quibus

per 24.

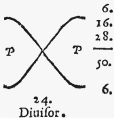
diuisi

divisis per 40. fiet Quotiens 24. atque tot annos tunc Alexander Magnus habuit, ac proinde, iuxta quaestionis tenorem, Ephraïm 22. & Clytus 50. qui omnes constituunt 96. annos.

3. TRES habent summam quandam pecunie, nempe 44. aureos. Secundus habet duplo plus quam primus, & præterea 4. aureos. Tertius autem tantum habet, quantum primus & secundus, & præterea 6. aur. Quatum ergo quisque habet? Quaestio 3.

Hic vides numerum 44. distribuendum esse in tres partes, ut secunda dupla sit prima, contineatque præterea 4. tertia vero equalis sit primæ, ac secundæ, contineatque præterea 6. Vel querēdos esse tres numeros, quorum secundus contineat primum bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, & secundum semel, & præterea 6. ipsi vero tres numeri conficiant 44. Pone ergo primum habere 10. quo posito, ha-

bebit secundus 24. 10.
nēpe duplo plus, 24.
quā primus, & 40.
insuper 4. tertius —
autē habebit 40. 74.
tātum videlicet, 30.
quantum primus
ac secundus, ac
p̄terea 6. qui tres



numeri conficiunt 74. Deberent autem conficere solum 44. Excessivus ergo veritatem 30. unitatibus. Pone deinde primum habere 6. Habebit ergo secundus 16. & tertius 28. qui tres numeri

conficiunt 50. Deberent autem conficere solū 44. Excessimus ergo rursūm veritatē 6. vnitatibus. facta iam subtractione minoris erroris de maiore, quia vterq; error excessit veritatem, reliquus erit diuisor 24. Facta item multiplicatione 10. per 6. & 6. per 30. subtractoq; illo producto 60. ex hoc 180. remanebit diuidendus numerus 120. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 5. Tantum ergo habet primus: secundus vero 14. & tertius 25. qui tres numeri in vnam summam collecti efficiunt 44.

SI multiplicarentur numeri, quos posuimus secundum ac tertium habere, per eosdem errores, &c. inuenirentur numeri, quos secundus ac tertius habent. Vt ex 24. per 6. fiunt 144. & ex 16. per 30. fiunt 480. Subtracto autem illo numero ex hoc, remanēt 336. quo numero diuiso per 24. diuisorem inuentum, fiet Quotiens 14. pro numero secundi. Item ex 40. per 6. fiunt 240. & ex 28. per 30. fiunt 840. subtracto autem illo numero ex hoc, reliquus erit numerus 600. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 25. pro numero tertij. Sed satius est, inuento numero primi, inuestigare reliquos, iuxta pronunciationem questionis, nempe eo modo, quo vterq; numerus falsò positus est examinatus. Aliquando tamen commodius erit inquirere alios numeros ea ratione, qua primus quesitus est; vt in questione 6. manifestum erit.

Questio 4.

4. QUÆRANTUR tres numeri, qui faciant 60. secundus autem contineat primū bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, ac secun-

secundum, & praterea 6. Hac questio similis est antecedenti. Pone primum numerū esse 6. ac proinde secundum 16. & tertium 28. qui tres numeri faciunt 50. Deberent autē facere 60. Factus est ergo error per defectū 10. Pone rursus primū numerum esse 8. ac

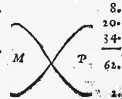
proinde secundū 20. & tertium 34. qui tres numeri faciunt 62. Deberent autē facere 60. Excessivus ergo verum 2. v-

nitatibus. Operare, vt regula precipit, inueniesq̄, primū numerum esse $7\frac{2}{3}$, ac proinde secundum $19\frac{1}{3}$. & tertium 33. qui tres numeri efficiunt 60.

5. *DIVIDATUR* numerus 30. in duas partes, quarum prior

cum 10. numerū faciat triplum numeri ex posteriori parte, & 20. compositi. Pone priorem partem esse 10. ac proinde posterioriorem 10. Prior cum 60. facit 80. &

posterior cum 20. facit 30. Deberet autem numerus 80. triplus esse numeri 30. iuxta pronunciationem exempli. Cum ergo numerus 90. triplus



12.
diuisor.



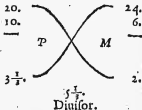
16.
diuisor.

Q̄ sit

sit numeri 30. defecimus 10. vnitatibus à vero. Pone rursus priorem partē esse 24. ac propterea posteriorē 6. Prior cum 60. facit 84. & posterior cū 20. facit 26. Deberet autem numerus 84. iuxta tenorem quæstionis, triplus esse numeri 26. Cū ergo numerus 78. triplus sit numeri 26. excessimus veritatē 6. vnitatibus. Opere, vt regula præcipit, inueniesq; priorē partē esse $22\frac{1}{2}$. atq; adeo posteriorē $7\frac{1}{2}$. Prior. n. cum 60. facit $82\frac{1}{2}$. & posterior cū 20. facit $27\frac{1}{2}$. cuius numeri ille tripl^{us} est.

ALI O modo institui potest solutio huius quæstionis. Postquam enim in prima positione deprehēdimus prio-

rem partem 20.
cum 60. facere
80. & posteriorē
partem 10. cum
20. facere 30. cui
ius numeri ille
deberet esse tri-
plus; videndum
est, cuius numeri

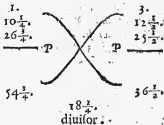


triplus sit numerus 80. Est autem triplus numeri $26\frac{2}{3}$. quem numerus 30. superat numero $3\frac{1}{3}$. Excessimus ergo veritatem hoc numero $3\frac{1}{3}$. Rur- sus postquam in secunda positione inuentum est priorem partem 24. cum 60. facere 84. & poste- riorem partem 6. cum 20. facere 26. cuius nume- ri ille deberet esse triplus; videndum est, cuius nu- meri triplus sit numerus 84. Est autem triplus numeri 28. à quo numerus 26. deficit 2. vnitati- bus.

bus. Defecimus ergo à veritate binario. Operare iam secundam regule præcepta, inueniesq; priorẽ partem esse $22\frac{1}{2}$. & posteriorem $7\frac{1}{2}$. vt prius. Sed prior ratio commodior videtur, cum facilius per eam vitentur fractiones.

6. QVÆRANTVR tres numeri, quorum primus additus ad 73. faciat duplũ reliquorum duorum; secundus vero cum 73. faciat triplũ duorum reliquorum; tertius denique cum 73. faciat quadruplũ reliquorum duorum.

Pone primũ numerum esse 1. vel aliũ quemuis numerum imparẽ, vt additus ad 73. faciat nume-



rum parem, qui possit habere dimidium, quandoquidem primus cum 73. debet facere numerũ duplum reliquorum duorum. Quoniam igitur 1. cum 73. facit 74. qui numerus duplus debet esse, iuxta prædicationem exempli, reliquorum duorum, necesse est, reliquos duos simul esse 37. Et quia secundus cum 73. debet facere numerum triplum primi, (qui est 1.) & tertij, diuidendus erit, per antecedentem quæstionem, numerus 37. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplum numeri, qui ex posteriore parte, & 1. componitur.

Q 2. atque

atque ita, antequam proposita quaestio solvatur, necesse est, aliam prius solvere, qua in ipsa operatione occurrit.

PONE ergo priorem partem esse 2. atque adeo posteriorem 35. Facit autem prior cum 73. numerum 75. posterior

vero cum 1. facit 36. cuius triplus non est numerus 75. sed numerus 108. Defecimus ergo à veritate 33. unitatibus, cum tot unitatibus minor sit no-

$$\begin{array}{r} 2. \\ 35. \\ \hline 33. \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{M} \\ \text{M} \end{array} \quad \begin{array}{r} 5. \\ 32. \\ \hline 21. \end{array}$$

12.

Diuisor.

ster numerus 75. quam 108. Pone rursus, priorem partem esse 5. atque adeo posteriorem 32. Prior autem cum 73. facit 78. & posterior cum 1. facit 33. cuius numeri triplus non est numerus 78. sed numerus 99. Defecimus ergo rursus 21. unitatibus. Operare iam secundum praecepta regulae falsi, inueniesque priorem partem esse $10\frac{1}{4}$. ac proinde posteriorem $26\frac{3}{4}$.

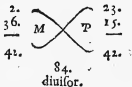
IT A Q V E si primus numerus proposita quaestioni est 1. erit secundus $10\frac{1}{4}$. & tertius $26\frac{3}{4}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum reliquorum duorum, & secundus cum 73. facit triplum duorum reliquorum. Si ergo tertius cum 73. faciat quadruplum reliquorum duorum, satisfactum erit quaestioni. Facit autem tertius cum 73. numerum $99\frac{3}{4}$. qui quadruplus non est numeri $11\frac{3}{4}$. qui ex primo, & secundo conflatur, sed numerus 45. quadruplus est numeri $11\frac{3}{4}$. Excessi-

mus ergo veritatem hoc numero $54\frac{3}{4}$.

PONE iam primum numerum esse 3. qui cum 73. facit 76. qui numerus duplus esse debet reliquorum duorum. Duo ergo reliqui efficiunt 38. Et quia secundus cum 73. debet facere triplum primi, (qui est 3.) & tertij; dividendus erit per antecedentem questionem, numerus 38. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplum eius numeri, qui ex posteriori parte, & 3. componitur.

Pone ergo priorem partem esse

2. atq; adeo posteriorem 36. Facit autem prior cum 73. numerum 75. at posterior cum 3. facit 39.



cuius triplus non est numerus 75. sed numerus 117. Defecimus ergo a veritate numero 42. Pone rursus priorem partem esse 23. ac proinde posteriorem 15. Prior autem cum 73. facit 96. at posterior cum 3. facit 18. cuius numeri triplus non est numerus 96. sed numerus 54. Excessimus ergo verum numero 42. Operare secundum regulam falsi, inueniesq; priorem partem esse $12\frac{1}{2}$. ac proinde posteriorem $25\frac{1}{2}$.

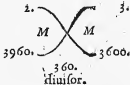
ITAQVE si numerus primus questionis proposita est 3. secundus erit $12\frac{1}{2}$. & tertius $25\frac{1}{2}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum reliquorum duorum, & secundus cum 73. facit triplum reliquorum duorum. Si igitur tertius cum 73. faciat

quadruplum reliquorum duorum, soluta erit quaestio. Facit autem tertius cum 73. numerum 98 $\frac{1}{2}$. qui quadruplus non est numeri 13 $\frac{1}{2}$. sed numerus 62. Excessivus ergo verum numero hoc 36 $\frac{1}{2}$.

IAM vero si multiplices primos numeros per errores in crucem, item secundos, & tertios, (commodius enim inveniuntur secundus, & tertius hoc modo, quam si ex primo inuento illos elicere vellemus, propterea quod opus esset quaestione praecedenti hic vti) & facta subtractione, residuos numeros diuidas per diuisorem inuentum 18 $\frac{1}{4}$. nempe per differentiam errorum, quod in vtraque positione factus est semper excessus, inuenies primum numerum esse 7. secundum 17. & tertium 23. Nam primus cum 73. facit 80. qui numerus duplus est reliquorum duorum: at secundus cum 73. facit 90. qui numerus triplus est duorum reliquorum. Tertius denique cum 73. facit 96. qui numerus reliquorum duorum quadruplus est.

Quaestio 7.

7. QVAERATUR numerus, quo multiplicato per 3. & producto additis 10. Et summa hac multiplicata per 4. productoque additis 20. Summa vero hac multiplicata per 5. et producto additis 30. Summa denique hac multiplicata per 6. productoque additis 40. numerus producat: 6700. Fin-



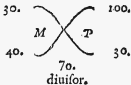
ge numerum enim esse 2. qui multiplicatur per 3. facit

facit 6. additis autem 10. fiunt 16. Hac autem summa multiplicata per 4. fiunt 64. & additis 20. fiunt 84. Rursus hac summa multiplicata per 5. fiunt 420. additisq; 30. fiunt 450. Hac deniq; summa multiplicata per 6. fiunt 2700. additisq; 40. fiunt 2740. Debebat autem vltima hac summa esse 6700. Defecimus ergo à veritate hoc numero 3960. Finge deinde eundem numerum esse 3. qui multiplicatus per 3. facit 9. additisq; 10. fiunt 19. Hac autem summa multiplicata per 4. facit 76. additisq; 20. fiunt 96. Hac rursus summa per 5. multiplicata facit 480. additisq; 30. fiunt 510. Deniq; hac summa multiplicata per 6. facit 3060. additisq; 40. fiunt 3100. Debeant autem effici 6700. Defecimus ergo iterum a veritate numero hoc 3600. Operare secundum regulam, inueniesq; numerum quæsitum esse 13. Hic enim numerus multiplicatus per 3. facit 39. additisq; 10. fiunt 49. Hac summa multiplicata per 4. facit 196. additis vero 20. fiunt 216. quæ summa multiplicata per 5. facit 1080. additis autem 30. fiunt 1110. quæ deniq; summa multiplicata per 6. facit 6660. additisq; 40. fiunt 6700.

8. **LV DIM AGISTER** quidam tot Quæstio 8.
habet discipulos, vt si singuli persoluant 5. aur. defint illi 30. aur. ad emendam domum, in qua habitat; si vero singuli dent 6. aur. supersint 40. aur. rei vltra pretium domus. Quot ergo habet discipulos, & quant um est pretium domus? Hic nihil aliud queritur, quàm numerus, qui multiplicatus per 5. talem procreet numerum, vt additis 30. ea-

dem summa fiat; quæ relinquitur, si idē numerus per 6. multiplicetur, & a producto detrahantur 40. Pone ergo, numerum discipulorū esse 30. qui multiplicatus per 5. facit 150. additisq; 30. fiunt 180. Tanti ergo constabit domus, si 30. discipulos habeat, quo

rum singuli persoluant 5. aureos. Videamus iam, an supersint vltra hoc pretium aur. 40. si singuli soluant 6. aur.



Multiplicatus autē

idem numerus discipulorum 30. per 6. facit 180. nihilq; superest vltra pretium domus 180. aureorum; debebant autem superesse 40. aurei. Defecimus ergo à veritate hoc numero 40. Finge rursus, numerum discipulorum esse 100. qui multiplicatus per 5. facit 500. additisq; 30. fiunt 530. Tanti ergo constabit domus, si 100. habeat discipulos, quorum singuli persoluant 5. aureos. Videamus iam, an supersint 40. aurei vltra hoc pretium, si singuli dent 6. aureos. Multiplicatus autem idem numerus discipulorum 100. per 6. facit 600. supersuntq; 70. aurei vltra pretium domus 530. aureorum; debebant autem superesse tantū 40. Excessimus ergo veritatem hoc numero 30. Operare per regulam falsi, inueniesq; numerum discipulorum 70. Hic enim numerus multiplicatus per 5. facit 350. additisq; 30. fiunt 380. Tantum ergo est pretium domus. Idem numerus discipulorum

70. multiplicatus per 6. facit 420. qui numerus superat pretiū domus 380. aur. hoc numero 40.

9. D V O inter se partiri debebāt aequaliter 60. aureos : Orta autem rixa inter eos, quilibet rapuit, quantum potuit. Inita postea pace, primus deposuit $\frac{1}{4}$. suæ pecuniæ, secundus vero $\frac{1}{3}$. factumq; est tunc, vt tam primus accipiens $\frac{1}{3}$. secūdi, quā secundus accipiens $\frac{1}{4}$. primi habuerit 30. aur. Quantum ergo quisque primo rapuit ?

Questio 9.

Pone primum rapuisse 36. aur. atque adeo secundum reliquos 24. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. nempe 9. aur. relinquentur ei 27. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secūdi, quā dicitur deposuisse, nempe 8. aur. faciemus 35. aur. pro primo. Debat autem solum habere



10.
diuisor.

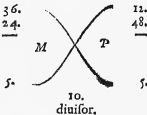
30. Excessimus ergo verum numero 5. Pone iam primum surripuisse 12. ac propterea secundum reliquos 48. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. hoc est, 3. aur. remanebunt ei 9. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secūdi, puta 16. aur. efficiemus 25. aur. pro primo. Debat autem habere 30. Defecimus ergo 5. vnitatibus à vero. Operare secundum regulam, inueniesq; primum rapuisse 24. & secundum propterea 36. Nam si primus deponat $\frac{1}{4}$. nimirum 6. aur. & reliquis 18. addat $\frac{1}{3}$. secūdi, nēpe 12. habebit 30. aur. Sic etiam si secundus, deposita $\frac{1}{4}$. nempe 12. aur. reliquis 24. addat $\frac{1}{4}$.

pri-

primi, id est, 6. aur. habebit 30. aur.

PORRO ex positione secundi eodem modo verum eliciemus. Nam in priori positione, si secundus deponat $\frac{1}{4}$. nempe 8. aur. & reliquis 16. adiciat $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, 9. aur. habebit 25. aur.

qui deberent esse 30. Defecimus ergo a veritate 5. unitatibus. In posteriori vero positione, si secundus deponat $\frac{1}{2}$. nempe 16. aur. &

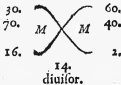


& reliquis 32. adiciat $\frac{1}{4}$. primi, nimirum 3. aur. efficiet 35. aur. qui deberent esse tantum 30. Excessimus ergo verum rursus 5. unitatibus. Operare per regulam, multiplicando errores per positiones secundæ, &c. reperiesq; scdm surripuisse 36. aur. & primū 24.

Quæst. 10.

10. DVO partiri debebant inter se 100. aur.

æqualiter: orta autē inter eos rixa, quilibet, quantum potuit, arripuit. Cōposita deinde pace inter eos, deposuit primus $\frac{1}{2}$. sue pecunie, secundus vero deposuit $\frac{1}{3}$. primus



autē accepit hanc $\frac{1}{3}$. & secundus illā $\frac{1}{2}$. quo facto vterq; habuit 50. Quantum ergo quisq; primorapuit

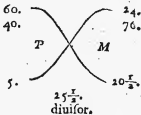
puit? Finge, primū rapuisse 30. aur. ac p inde secū-
dum 70. Primi $\frac{2}{3}$. est 10. quā si deponat, relinquit
tur illi 20. Secūdi $\frac{1}{2}$. est 14. quā si detur primo, ha-
bebit primus 34. aureos. Debebat autē habere 50.
Defecimus ergo à veritate numero hoc 16. Finge
rursus, primū surripuisse 60. ac p pterea secūdū
40. Primi $\frac{1}{3}$. est 20. quā si deponat, supererūt ei
aur. 40. Secūdi $\frac{1}{2}$. est 8. quā si demus primo, ha-
bebit primus 48. Debebat autē habere 50. Defeci-
mus ergo in hac etiā positione à veritate numero
2. Operare p regulā, reperiesq, primū surripuisse
 $64\frac{2}{7}$. atq; adeo secūdū $35\frac{1}{7}$. Primi enim $\frac{1}{3}$. est
 $21\frac{1}{7}$. quā si deponat, remanebūt ei $42\frac{6}{7}$. Secūdi
 $\frac{1}{2}$. est $7\frac{1}{7}$. quā si deponat, supererūt ei $28\frac{4}{7}$. Iā
vero si $\frac{1}{2}$. secūdi, nempe $7\frac{1}{7}$. detur residuo pri-
mi, quod fuit $42\frac{6}{7}$. habebit primus 50. Item si
 $\frac{1}{2}$. primi, nimirum $21\frac{1}{7}$. detur residuo secūdi,
quod fuit $28\frac{4}{7}$. habebit quoque secūdus 50. vt
in quæstione proponebatur.

11. D V O inter se ita distribuūt 100. aur. Quæst. 11a
vt si primus deponat $\frac{1}{3}$. & secūdus $\frac{1}{4}$. atq; ag-
gregatum harū partiū bifariā secetur, deturq, $\frac{1}{2}$.
vtriq; numero relicto, numeri fiāt æquales, nempe
50. & 50. Quātæ ergo sunt amborū partes? Finge
p̄mi partem esse 60. ac p inde secūdi 40. Si pri-
mus deponat $\frac{1}{3}$. nēpe 20. remanēt ei 40. Si vero
 $\frac{1}{4}$. secūdi, nēpe 10. adijciatur ad $\frac{1}{3}$. primi, hoc est,
ad 20. fiēt 30. atq; huius aggregati $\frac{1}{2}$. nimirū 15.
demus residuo primi, qđ fuit 40. faciemus 55. De-
bebamus autē facere t̄modo 50. Excessimus ergo
veritatē hoc numero 5. Finge deinde, primum ha-
bere

bere 24. ac proinde secundum 76. (Postiã autem hosce numeros, quòd prior habeat $\frac{1}{3}$. & posterior $\frac{1}{4}$. sine fractio-

nibus.) Si primus deponat $\frac{1}{3}$. nempe 8. supersunt ei 16. Si vero $\frac{1}{4}$. secundi, videlicet 19. adiciatur ad $\frac{1}{3}$. primi, nempe ad 8. ut fiant 27. atq;

huius aggregati $\frac{1}{2}$. hoc est, $13\frac{1}{2}$. demus residuo primi, quod fuit 16. habebit primus $29\frac{1}{2}$. Debat autem habere 50. Defecimus ergo à veritate $20\frac{1}{2}$. Operare iam per regulam, inveniesq; partẽ primi esse $52\frac{1}{4}\frac{6}{7}$. ac proinde secundi $47\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Nam primi $\frac{1}{3}$. est $17\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. quam si deponat, remanent ei $35\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Secundi $\frac{1}{4}$. est $11\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. quam si deponat, supersunt ei $35\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Aggregatũ autem ex $\frac{1}{3}$. primi, & ex $\frac{1}{4}$. secundi, id est, ex $17\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. & $11\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. est $29\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. cuius $\frac{1}{2}$. videlicet $14\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. adiecta ad residuum primi, hoc est, ad $35\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. & ad residuũ secundi, id est, ad $35\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. facit 50. & 50.

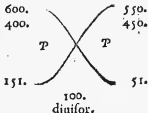


Quæst. 12.

12. DIVIDATUR numerus 1000. in duas partes, quarum maior superet minorem numero hoc 49. Finge, maiorem partem esse 600. ac proinde minorem 400. Superat autem illa hãc numero 200. & nos volebamus, excessum esse 49. Excessimus ergo veritatem numero $13\frac{1}{2}$. Fin

ge deinde, maiorem partem esse 550. ac proinde minorem 450.

Superat autem illa hanc numero 100. & nos volebamus, excessum esse 49. Excessimus ergo rursus veritatem numero 51.

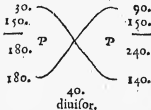


Operare secundum regulam, inueniesque maiorem partem esse $524\frac{1}{2}$. ac propterea minorem $475\frac{1}{2}$. Illa enim hanc superat numero dato 49.

13. QUIDAM habet duo pocula aurea, & vnum cooperculum aureorum, quod additum priori poculo facit eius pretium triplum pretij posterioris poculi, additum vero posteriori poculo facit illud eiusdem pretij cum priori. Quanti ergo constant duo illa pocula? Hic queruntur duo numeri, quorum pri-

Quæst. 13.

mus cum 150. triplus sit secundi, secundus vero cum 150. æqualis sit primo. Pone, prius poculum constare 30. aur. (Pono autem hunc numerum, quia, additis 150. fit numerus, qui ha-



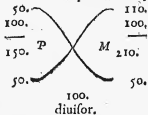
bet



bet subtripulum sine fractione.) Addito cooper-
culo 150. aureorum, constabit 180. aur. & quo-
niam pretium hoc triplum esse debet pretij poste-
rioris poculi, constabit posterius poculum 60. aur.
Addito cooperculo, constabit 210. Debebat au-
tem constare tantum 30. vt eius pretium aequale
esset pretio prioris. Excessimus ergo verit. at ē nu-
mero 180. Pone deinde, prius poculum constare
90. aur. Addito cooperculo 150. aureorum, con-
stabit 240. aur. ac proinde posterius poculum con-
stabit 80. aur. cum ille numerus huius sit triplus,
Addito cooperculo, constabit 230. Debebat autē
constare tantum 90. vt eius pretium prioris pre-
tio esset aequale. Excessimus ergo etiam hic verita-
tem numero 140. Operare per regulam, inuenies-
que pretij prioris poculi 300. aur. Addito enim
cooperculo 150. aur. fiet pretium 450. aur. at que
adeo pretium posterioris poculi erit 150. aur. sub
tripulum videlicet illius; additoq; cooperculo, fiet
pretium 300. aur. aequale pretio prioris.

Quest. 14.

14. QUIDAM habet duo pocula aured,
& vnum cooper-
culum 100. au-
reorū, quod ad-
ditum priori po-
culo facit eius
pretium triplū
pretij postero-
ris, additum ve-



ro posteriori facit eius pretium duplū pretij prio-
ris. Quanti ergo aestimantur duo illa pocula? Fin-

ge, prius valere 50. aur. Addito cooperculo 100. aureorum, valebit 150. aur. ac proinde posterius valebit etiam 50. aur. cum ille numerus huius triplus sit. Addito cooperculo, valebit 150. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 100. duplus est illius pretij. Excessimus ergo veritatem numero 50. Pone rursus, prius valere 110. aur. Addito cooperculo, valebit 210. aur. ac propterea posterius valebit 70. aur. cū ille numerus huius sit triplus. Addito cooperculo valebit 170. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 120. eius duplus est. Defecimus ergo a veritate numero 50. Operare per regulam, inueniesq; pretium prioris poculi 80. aur. Addito enim cooperculo 100. aureorum, fiet pretium 180. aur. ac proinde pretium posterioris poculi erit 60. aur. sub triplum videlicet illius; additoq; cooperculo, fiet pretium 160. aur. duplū pretij prioris, quod erat 80. aur.

15. QUIDAM emit tot perdices, ut si emisset $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ illarū, & præterea 22. haberet 100. Quot ergo emit? Hic queritur numerus, cuius $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$. cum 22. faciāt 100. Pone eum emisse 12. Huius numeri $\frac{1}{2}$ est 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. quæ partes faciunt 13. additisq; 22. fiunt 35. Debebant autem fieri 100. Defecimus ergo numero 65. Pone secundo, eum emisse

Quest. 15.



emisse 60. Huius numeri $\frac{1}{2}$. est 30. & $\frac{1}{3}$. 20. et $\frac{1}{4}$. 15. quæ partes faciunt 65. additisq; 22. fiunt 87. Debebant autem fieri 100. Defecimus ergo iterum numero 13. Operare per regulam, inueniesq; eum emisse 72. per dices. Huius namq; numeri $\frac{1}{2}$. est 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. quæ partes conficiunt 78. additis autem 22. fiunt 100. quemadmodum

Quæst. 16. propositum est.

16. D V O habent summam quandã aur eorũ: si secũdus primo det 12. habebit primus sextuplo plus, quã secundus: si vero primus det 15. secundo, habebit secundus decuplo plus, quã primus. Quot ergo quisq; aureos habet? Hic quaruntur duo numeri, quorum primus cum 12. vnitatibus secundi sextuplus sit residui secundi, secũdus vero cum 15. vnitatibus primi decuplus residui primi. Vt hanc, & similes quæstiones facilius sine fractionibus soluas, incipiendum erit à numero secundo. Finge ergo, secundum habere 20. ex quo si dentur 12. vnitates primo, habebit primus, iuxta quæstionis pronunciationem, sextuplum residui secundi, quod est 8. Habebit ergo tunc primus 48. atque adeo, antequam 12. accepit à secundo, habuit 36. Iam vero si ex hoc numero 36. primi dentur 15. vnitates secundo, habebit secundus 36. qui numerus decuplus esse debet, iuxta quæstionis tenorem, residui primi, quod est 21. Constat autem, numerum 36. non esse decuplum numeri 21. sed numerum 210. Defecimus ergo à veritate numero 175. Pone rursus, secundum habere 100. ex quo si dentur 12. primo, habebit primus,

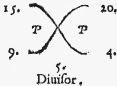
vt vult questio, sextuplum residui secundi, quod est 88. Habebit ergo tunc primus 528. at que adeo, antequam accepit à secundo, habuit 516. Iam vero si ex hoc numero 516. primi dentur 15. unitates secundo, habe-



bit secundus 115. qui numerus decuplus esse debet, vt questio vult, residui primi, quod est 501. constat autem, numerum 115. non esse decuplum numeri 501, sed numerum 5010. Defecimus ergo rursus à veritate numero 4895. Operare per regulam, inueniesq; secundum habere $17\frac{2}{3}\frac{2}{9}$. ex quo si datur 12. unitates primo, habebit primus sextuplum residui secundi, quod est $5\frac{2}{3}\frac{2}{9}$. Habebit ergo tunc primus $30\frac{1}{3}\frac{2}{9}$. ac proinde, antequam à secundo accepit 12. habuit $18\frac{1}{3}\frac{2}{9}$. Si enim ex hoc numero dentur secundo 15. unitates, habebit secundus $32\frac{2}{3}\frac{2}{9}$. qui numerus decuplus est residui primi, quod est $3\frac{1}{3}\frac{2}{9}$. vt questio proponit.

17. D V O habent summam quandam aureo rû: Si secundus det 6. primo, habet primus dupli residui secundi; si vero primus secundo det 3. habebit secundus numerum æqualem residuo primi. Quot ergo aureos quisq; habuit? Hic etiã queruntur duo numeri, quorû primus cû 6. unitatibus secundi duplus sit residui secundi, scâs vero cû 3. unitatibus primi æqualis residuo primi. Pone scdm habere 15, ex quo si datur 6. unitates primo, habe-

bit primus 18. duplum videlicet residui secundi ;
 quod est 9. atque adeo, priusquam acciperet 6. à
 secundo, habuit 12. Iam vero si ex hoc numero
 dentur 3. vnitates secundo, habebit secundus 18.
 qui numerus aequalis
 non est residuo primi,
 quod est 9. sed maior.
 Excessivus ergo veri-
 tatem numero 9. Po-
 ne deinde, secundū ha-
 bere 20. ex quo si den-
 tur 6. vnitates primo



habebit primus 28. duplum videlicet residui se-
 cundi, quod est 14. Antequam ergo acciperet 6. à
 secundo, habuit 22. Iam vero si primus det secun-
 do 3. vnitates, habebit secundus 23. qui numerus
 non est equalis residuo primi, quod est 19. sed ma-
 ior. Excessivus ergo rursus veritatem numero 4.
 Operare per regulam, inueniesque, secundum habe-
 re 24. ex quo si dentur 6. vnitates primo, habebit
 primus 36. nempe duplum residui secundi, quod
 est 18. Prius ergo habuit 30. atque adeo si det 3.
 vnitates secundo, habebit secundus 27. qui nume-
 rus aequalis est residuo primi, quod etiam est 27.

Quæst. 22.

18. EST cisterna habens in fundo tres fistu-
 las inæquales: per maximam reseratam effluit to-
 ta aqua in 2. horis, per mediam in 3. & per mini-
 mām in 6. Si ergo aqua semper æquabiliter effluat,
 quāto tempore effluet, si omnes tres fistula simul
 reserentur? Finge in 4. horis, & dic. Si maior fistu-
 la in 2. horis euacuat 1. cisternā, quid euacuabit

in 4. horis inueniesq; 2. cisternas. Item, Si media fistula in 3. horis euacuat 1. cisternam, quantum exhauriet in 4. horis inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cistern. Item, Si minima fistula in 6. horis exhaurit 1. cisternam, quantum euacuabit in 4. horis inueniesq; $\frac{2}{3}$. cistern. atque ita omnes tres fistulae in 4. horis euacuarent 4. cisternas, Nos autem volumus tantum 1. cisternam. Excessimus ergo



veritatem numero 3. Pone secundo in 10. horis, & dic. Si maxima fistula in 2. horis exhaurit 1. cisternam, quantum exhauriet in 10. horis inueniesq; 5. cisternas. Item si media fistula 1. cisternam euacuat in 3. horis, quantum euacuabit in 10. horis reperiesq; $3\frac{2}{3}$. cistern. Item si minima fistula in 6. horis euacuat 1. cisternam, quid exhauriet in 10. horis inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cistern. atque ita omnes tres fistulae euacuarent in 10. horis 10. cistern. Nos autem volumus 1. cisternam. Excessimus ergo veritatem numero 9. Operare per regulam, inueniesq; in 1. hora euacuari cisternam. Nam maxima fistula in una hora exhauriet $\frac{1}{2}$. & media $\frac{1}{3}$. & minima $\frac{1}{6}$. quae omnes partes consiciunt 1. cisternam.

H AEC questio etiam ita proponi potest. Est cisterna habes in orificio tres cannales inaequales. Per maximum impletur cisterna in 2. horis, per medium in 3. & per minimum in 6. & c.

Quæst. 19.

19. EST cisterna habens fistulam in orificio, per quam impletur in 12. horis : in imo vero fundo habet aliam fistulam, per quam euacuatur in 18. horis. Si igitur per superiorem continue influat aqua, & per inferiorem semper effluat, quanto tempore replebitur tota cisterna? Pone in 20. horis, & dic. Si in 18. horis euacuatur 1. cisterna, quid euacuabitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{1}{9}$. cistern. Necesse est ergo in 20. horis impleri $2\frac{1}{9}$. cistern. vt eodem tempore euacuata $1\frac{1}{9}$. cistern. maneat 1. cisterna repleta. Dic ergo. si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cister.

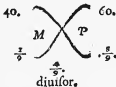


Nos autem volumus $2\frac{1}{9}$. cistern. Defecimus ergo à veritate numero hoc $\frac{4}{9}$. Pone secundo in 30. horis, & dic. Si in 18. horis euacuatur vna cisterna, quid euacuabitur in 30. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cistern. Necesse est ergo in 30. horis impleri $2\frac{2}{3}$. cistern. vt eodem tempore euacuata $1\frac{2}{3}$. cister. relinquatur 1. cisterna plena. Dic ergo. Si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 30. horis? Inueniesq; $2\frac{1}{2}$. cister. Nos autem volumus $2\frac{2}{9}$. cistern. Iterum ergo à veritate defecimus hoc numero $\frac{1}{8}$. Operare per regulam, inueniesque in 36. horis cisternam impleri. Nam in 36. horis superior fistula implebit 3. cisternas; inferior autem exhauriet 2. cisternas; atque ita remanebit

Quest. 20

nebit vna plena.

20. **ARTIFEX** quidam absoluit opus quoddam in 30. diebus; at si accedat alius, absolvent ambo idem opus in 18. diebus. Quanto ergo tempore secundus hic solus idem opus perficiet? Dic primo. Si primus artifex in 30. diebus absoluit opus, quantum absoluet in 18. diebus? inueniesq; $\frac{2}{3}$. operis. Eodem er-



go tempore secundus absoluet $\frac{2}{3}$. vt ambo totum opus perficiant. Pone ergo primo secundum absolue totum opus in 40. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{3}$. operis, quantum absoluet in 40. diebus? inueniesq; $\frac{8}{9}$. operis. Nos autem posuimus eum absolue totum opus. Defecimus ergo à veritate hoc numero $\frac{1}{9}$. Pone deinde secundum absolue opus in 60. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{3}$. operis, quantum absoluet in 60. diebus? inueniesque $1\frac{1}{9}$. Nos autem posuimus eum absolue 1. opus. Excessimus ergo veritatem hoc numero $\frac{1}{9}$. Operare per regulá, inueniesque secundum absolue opus totum in 45. diebus. Nã si in 18. diebus absoluit $\frac{2}{3}$. operis, absoluet in 45. diebus 1. opus.

FACILIVS tamen sine regula falsi hæc questio soluetur hoc modo. Postquã inuenisti, secundum in 18. diebus absolue $\frac{2}{3}$. operis, ita vt super sint $\frac{8}{9}$. Dic. Si $\frac{2}{3}$. requirunt 18. dies, $\frac{8}{9}$. quot

Alia solutio huius questionis.

R 3 dies

dies requirent? inueniesq; 27. dies, qui additi ad 18. faciunt 45. dies, quibus totum opus perficiet, vt prius. Vel certe dic. Si $\frac{2}{7}$. requirent 18. dies, quot dies requiret 1. opus integrum? Inuenies nãque rursum 45. dies, vt prius.

Quæst. 11.

21. TRES inter se ita luserunt, vt statim primus lucratus sit $\frac{1}{2}$. pecuniæ secundi: postea vero secundus $\frac{1}{3}$. pecuniæ tertij: tertius denique $\frac{1}{4}$. pecuniæ eius, quam primus in ludum attulit. Fini to autem ludo, quisque ipsorum 700. aur. habuit: quantum ergo pecuniæ quisq; in ludum attulit? Hic aliud nihil queritur, quàm vt datus numerus 2100. (Si enim singuli habent 700. habebunt omnes tres 2100.) in tres partes distribuatur, ita vt, si prima det $\frac{1}{4}$. tertio, accipiat vero $\frac{1}{2}$. secunda: secunda aut accipiat $\frac{1}{3}$. tertia, sicut tres numeri æquales, nempe 700.

	100.						200.
700. 700. Vel	1250.						1100.
certe quærun-	225.	M		M			450.
tur tres nume-							
ri, quorum pri-	525.						350.
mus deposita							

$\frac{1}{4}$. si accipiat
 $\frac{1}{3}$. scđi, faciat

175.
diuisor.

700. similiter scđs, deposita $\frac{1}{2}$. cū $\frac{1}{3}$. tertij faciat 700. eodemq; modo tertius, deposita $\frac{1}{4}$. cū $\frac{1}{4}$. primū faciat 700. Pone primū lusorē attulisse 100. aur. Deposita $\frac{1}{4}$. nempe 25. supersunt ei 75. Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{2}$. secundi debet facere 700. erit $\frac{1}{2}$. secundi 625. quod hic numerus cum residuo primi, nempe cum 75. faciat 700. Attulit

Tit ergo secundus 1250. Postquam autem perdidit $\frac{1}{2}$. remanebunt ei 625. Quoniam vero residua hoc cum $\frac{1}{3}$. tertij debet facere 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij 75. quod hic numerus cum residuo secundi faciat 700. Quare tertius secum attulit in ludum 225. Postquam autem perdidit $\frac{1}{3}$. supererunt ei 150. Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum 25. facit 175. Debebat autem facere 700. defecimus propterea a veritate numero 525:

PONE deinde, primum attulisse in ludum 200. aur. Deposita $\frac{1}{4}$. nēpe 50. supersunt ei 150. aur. qui cum $\frac{1}{2}$. secundi facere debent 700. Erit ergo $\frac{1}{2}$. secundi 550. aur. Attulit ergo secum 1100. Perdita autem $\frac{1}{2}$. supersunt ei 550. aur. qui cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debent 700. Erit ergo $\frac{1}{3}$. tertij 150. ac proinde in initio ludi habuit 450. Amissa autem $\frac{1}{3}$. remanent ei 300. aur. qui cum $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum 50. faciunt 350. Debeant autem facere 700. Defecimus ergo etiam nunc à veritate numero 350. Operare per regulam, inueniesq; primum lusorem attulisse 400. aur. secundum 800. & tertium 900. Numeros porrò hos secundi & tertij inuenies vel ex regula falsi, multiplicando errores per secundi ac tertij positiones, &c. vel ex primo inuento, quemadmodum paulo ante ex 100. & 200. quos numeros posuimus primum habere, numeros secundi, ac tertij inuestigauimus. Nam si primus habet 400. habebit (deposita $\frac{1}{4}$. nimirum 100. quam perdidit) 300. & quia cum $\frac{1}{2}$. secundi debet habere 700. erit $\frac{1}{2}$. secundi 400. ac proinde secundus attulit 800. Amissa

autē $\frac{1}{2}$. supererunt ei 400. Quoniam vero hæc $\frac{1}{2}$. cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debet 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij 200. proptereaq; tertius attulit 900. Amissa em̄ $\frac{1}{2}$. remanebunt ei 600. quibus si addatur $\frac{1}{2}$. primi, hoc est, 100. aur. habebit 700. vt q̄stio vult.

Quæst. 12.

12. TRES mercatores lucrati sunt 400. aur. quos, habita ratione pecunie, quam quisq; posuit, ita distribuerunt, vt secundi portio superaret portionē primi numero 12. tertij vero portio excederet portionē

secundi numero

16. Quanta ergo

fuit portio cuius-

que? Finge, primū

accepisse 1. aur.

(Volo enim que-

stionem hanc sol-

uere per minimos

numeros, nempe

per positionem 1. & 2. vt clarius appareat gene-

ralitas huius regulæ falsi.) ac proinde secundum

13. & tertium 29. qui omnes numeri conficiunt

43. Debebant autē conficere 400. Defecimus ergo à

veritate numero 357. Finge rursus, primum

accepisse 2. aur. atq; adeo secundū 14. & tertium

30. qui omnes numeri conficiunt 46. Debebant au-

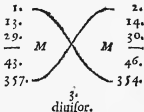
tē conficere 400. Defecimus ergo etiā nunc a veri-

tate numero 354. Operare per regulā, inueniesq;

primā portionem esse 120. aur. secundā 132. & ter-

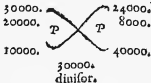
tij 148. qui tres numeri conficiunt summam 400.

aur. vt in quæstione proponitur.



Quæst. 131

23. IMPERATORIS exercitus contra turcas continet 40000. Germanorū peditū, tot vero Italos, & Hungaros, vt numerus Italarum sit $\frac{1}{2}$. Germanorum, atq; Hungarorū, numerus vero Hūgarorū sit $\frac{1}{4}$. Germanorum, atq; Italarum. Quantum ergo est Italarum, & quantum Hungarorū numerus, atque



adeo quantus totus exercitus? Finge, Italos esse 30000. Et quoniā hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Germanorū, atq; Hungarorū, erunt Germani, atque Hūgari 60000. Cum ergo Germani sint 40000. erunt Hungari 20000. qui debent conficere $\frac{1}{2}$. Germanorum, atque Italarum, nempe numeri 70000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 60000. Excessimus ergo veritatem numero 10000. Finge secundo, Italos esse 24000. Et quoniā hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Germanorum, atque Hungarorum, erunt Germani, atque Hungari 48000. Cum ergo Germani sint 40000. erunt Hungari 8000. qui debent conficere $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italarum, nempe numeri 64000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 14000. Excessimus ergo rursus veritatem numero 40000. Operare per regulam, inueniesque Italos esse 32000. Hungaros vero 24000. ac proinde totum exercitum 96000. Nam hac ratione Itali conficiunt $\frac{1}{2}$.

Ger-

Germanorum, atq; Hungarorum, Hungari vero $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italarum, ut patet.

Quæst. 24.

24. *VISVM EST* hic apponere artificium illud Archimedes, quo, teste Vitruvio lib. 9. cap. 3. deprehendit furtum aurificis cuiusdam in corona aurea, hoc est, quantum argenti fuerit commissum, non dissoluta corona. Cum enim Hiero rex statuisset Dijs suis votiuam offerre coronam ex puro auro, aurifex, sublata auri portione, argenti tantundem commiscuit: Indignatus vero Hiero se contemptum, (ut verbis Vitruuij utar) neque inueniens, qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, uti in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc is, cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibiq; cum in solium descenderet, animaduertit, quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquæ extra solium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exiit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus significabat clara voce, inuenisse, quod quæret. Nam currens identidem græce clamabat *εὕρηκα*. Tum viro ex eo inuentionis congressu duas dicitur fecisse massas æquo pōdere, quo etiã fuerat corona, vnã ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra impleuit aqua, in quo demisit argenteam massam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit: ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquare-

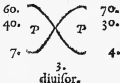
æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantum ad certum pondus argenti certa aqua mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit; & ea exempta, eadem ratione, mensura addita, inuenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset, quàm argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, inuenit plus aqua defluxisse in coronam, quàm in auream eodem pondere massam, & ita ex eo, quod plus defluerat aqua in coronam, quàm in massa, ratiocinatus,prehendit argenti in auro mixtionem. Hactenus Vitruuius. Explicemus autem nos, quo pacto per regulam falsi furtum dictum deprehendi possit, si adhibeatur artificium illud Archimedis.

PONATUR exempli causa, coronam illam fuisse 100. lib. eaque imposita in vase effluxisse 65. lib. aqua, imposita vero massa puri auri 100. lib. effluxisse 60. lib. aquae; imposita tandem massa puri argenti 100. lib. effluxisse 90. lib. aquae. Finge ergo, aurificem abstulisse 40. lib. aur. totidemq; libras argenti substituisse, ita ut in corona fuerint 60. lib. auri, & 40. lib. argenti. Vide iam, an corona ita confecta eiciat 65. lib. aquae. quod ita scies. Dic. Si 100. lib. aur. eiciunt 60. lib. aquae, quantum aquae eiciunt 60. lib. auri? Item si 100. lib. argenti expellunt 90. lib. aquae, quantum aquae expellent 40. lib. argenti? inueniesq; in vtraque operatione 36. lib. aquae, ita

vt corona eijciat 72. lib. aquæ. Debebat autẽ eijcere tantum 65. lib. Excessimus ergo veritatẽ numero 7. Finge secũdo, aurificem surripuisse 60. 30. lib. auri, ac proinde in corona fuisse 70. lib. auri, & 30. lib. argenti. Dic ergo Si 100. lib. auri expellũt 60. lib. aquæ, quantũ aquæ expellent 70. lib. auri? Item, si 100. lib. argenti eijciunt 90. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient 30. lib. argenti? inueniesq; in priori operatione 42. lib. aquæ, in posteriori vero 27. quæ efficiunt 69. lib. aquæ. Debebant autem esse tantum 65. lib. Rursus ergo excessimus veritatem numero 4. Operare per regulam, inueniesque, aurificem accepisse $16\frac{2}{3}$. lib. auri, atque adeo, coronam illam mixtam fuisse ex $83\frac{2}{3}$. lib. auri, & ex $16\frac{2}{3}$. lib. argenti. Quod vt probes, dic. Si 100. lib. auri eijciunt 60. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient $83\frac{2}{3}$. lib. auri? Item, si 100. lib. argenti eijciunt 90. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient $16\frac{2}{3}$. lib. argenti? inueniesq; in priori operatione 50. lib. aquæ, in posteriori vero 15. lib. aquæ, quæ omnes conficiunt 65. libras aquæ, quas posuimus coronam eijcere.

E O D E M modo deprehensum fuisset furtũ, etiamsi massa auri, & argenti non fuissent 100. lib. quot libras habebat corona, sed quocumq; librarũ, nempe auri 10. lib. v. g. & argenti 20. di-

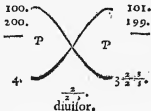
modo diligenter exploretur, quantam aquæ singu-



*La massa eijciant. Nos ponamus, 10. lib. auri eij-
cere 6. lib. aqua, at 20. lib. argenti eijcere 18. lib.
aqua. Vnde in priori positione dices . Si 10. lib.
aur. eijciunt 6. lib. aqua, quantum aqua eijcient
60. lib. auri? & c.*

*SI ponatur corona 300. lib. & massa auri,
argentiq, totidem lib. hac conditione, vt corona eij
ci at 218. lib. aqua, aurum vero 206. lib. aqua, &
argentum 230.*

*lib. aqua; inue-
niemus in coro-
na fuisse 150.
lib. auri, totidē-
que argenti. Ut
patet in hisce
duabus positio-
nibus, in quarū
priorē statuen-*



*tur 100. lib. auri, & 200. lib. argenti: in poste-
riore autem 101. lib. aur. & 199. argenti, & c.*

*HOC ergo artificio deprehendetur in qua-
cumque massa ex auro, argentoque commixta,
quantum auri, quantumque argenti permixtum
sit.*

PROGRESSIONES ARITHMETICÆ.

Cap. XXIIII,

Progressio
Arithmetice
est quid.



PROGRESSIO *Arithmeti-*
ca est series plurimum numerorū
se aequaliter superantium, ut
hic.

Progressio naturalis numerorum
incipiens ab 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

Progressio numerorum imparium
incipiens ab 1.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. &c.

Progressio numerorum parium incipiens à 2.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. &c.

Progressio
naturalis
num erorū,
& numero-
rū impariū
pariūq;
quid.

PRIMA enim harum trium progressionū
dicitur progressio naturalis numerorum, incipitq;
ab 1. in qua omnes numeri se ordine superāt uni-
tate. Secunda vero dicitur progressio numerorū
imparium, incipitq; ab 1. in qua omnes numeri se
ordine superant binario. Tertia deniq; appellatur
progressio numerorum parium, incipitq; à 2. quā
est

est primus numerus par, quemadmodum & 1. est primus numerus impar, atque adeo primus omnium numerorum, licet improprie. In hac autem progressionem numerorum parium omnes numeri se ordine superant etiam binario, quemadmodum et in progressionem numerorum imparium. Eodem modo hic.

Aliæ progressionem.

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. &c.
 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. &c.

PRIOR namque harum progressionum incipit à 2. progrediturq; per 3. cum omnes numeri in ea se ordine superent ternario; posterior vero incipit a 4. progrediturq; per eundem numerum 4. cum in ea omnes numeri se ordine superent quaternario.

CONTINUATUR quilibet progressio Arithmetica, si differentia, excessusve numero illi addatur, post quem progressio extendenda est. Vt si progressio hac, 4. 9. 14. 19. 24. continuanda sit, addemus differentiam, siue excessum progressionis, nempe 5. (quam quidem differentiam, excessumve inueniemus, si primam progressionis numerum à secundo, vel quemuis alium à proxime maiore in eadem progressionem subtrahamus.) ultimo numero 24. efficiemusq; 29. Huic iterum numero adijciemus 5. componemusq; 34. & ita deinceps in infinitum. Sic etiam, si quis pro-

Arithmetica progressio quo pacto continuetur.

Differentia progressionis Arithmetice quo inueniatur.

progressionem incipere velit à 7. & progredi per differentiam, excessumve 6. addenda erunt 6. ad 7. vt fiant 13. pro secundo numero progressionis: Item 6. ad 13. vt fiant 19. pro tertio numero, & cet.

Progressio
Arithmetica
decrefcere non pbt
i infinitu.

P A R I ratione progressio Arithmetica continuatur retrocedendo, si differentia progressionis a minori extremo subducatur. Vt si progressio hæc 30. 37. 44. 51. 58. continuanda sit versus minores numeros, auferemus differentiam 7. ex minori extremo 30. vt relinquuntur 23. Ex his rursus subducemus 7. vt remaneant 16. Ex his rursus subducemus 7. vt supersint 9. à quibus rursus auferemus 7. vt supersint 2. à quibus amplius auferri nequeunt 7. ac propterea dicta progressio amplius non potest decrefcere. Sic etiam, si quis progressionem inchoare velit à 40. & progredi per 4. versus unitatem, auferenda erunt 4. ex 40. vt relinquuntur 36. Item 4. ex 36. vt remaneant 32. Rursus 4. ex 32. vt supersint 28. Item 4. ex 28. vt relinquuntur 24. &c.

Proprietates
progressionis
Arithmetice
ex tribus
numerorum.

P R O P R I U M est progressionis Arithmetice trium numerorum, vt aggregatum extremorum aequale sit duplo medij numeri, vt hic apparet, 7. 18. 29. demonstraturq; à Iordano lib. 1. propof. 2.

Proprietates
progressionis
Arithmetice
ex quatuor
numerorum.

P R O G R E S S I O N I S vero Arithmetica quatuor numerorum proprium est, vt aggregatum extremorum aequale sit aggregato mediocorum; veluti hic apparet, 4. 12. 20. 28. demonstraturq; à Iordano lib. 1. propof. 3. Atque hoc non solum

solum verum est in quatuor numeris sese cōtinuè eodem numero superantibus, quales sunt numeri in dato exemplo; sed etiam in quatuor, que non cōtinuè se superant eodē numero, dummodo eadē sit differentia inter primum, ac secundum, quæ inter tertium, ac quartum; ut hic vides .4. 12. 30. 38.

EX his proprietatibus colligitur, in omni progressionē Arithmetica, cuius numerus terminorum est impar, aggregatū extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum numerorum quorūlibet ab extremis æqualiter distantium, nec non duplo mediij numeri. Ut hic apparet.

Proprietates
progressionis
Arithmeti-
cæ quotcū-
que termi-
norum, si nu-
merus ter-
minorum fue-
rit impar.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39. 43.

Cum enim quatuor hi numeri 3. 7. 39. 43. habeant eandem differentiam, licet non continuatam (Nā eadem est differentia inter 3. & 7. quæ inter 39. & 43.) erit, ex ijs, que proxime diximus, aggregatum extremorum 3. & 43. æquale aggregato mediolorum 7. & 39. Eadem ratione aggregatū ex 7. & 39. æquale erit aggregato ex 11. & 35. quod hi quatuor numeri 7. 11. 35. 39. habeant eandem differentiam, licet non continuatam: & ita de reliquis, donec ad tres medios numeros 19. 23. 27. perveniamus; qui cum habeant eandē differentiam, erit, per ea, que paulo ante docuimus, aggregatum extremorum 19. & 27. æquale duplo mediij numeri 23. Eadem est ratio de omnibus alijs huius generis progressionibus Arithmeticis.

Proprietas
progressionis
Arithmeti-
cæ quocum-
que termini-
norum, si nu-
merus ter-
minorum fue-
rit par.

EX posteriore quoque proprietate efficitur, in omni progressionem Arithmetica, cuius numerus terminorum est par, aggregatum extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum numerorum quorumlibet ab extremis æqualiter distantium. Vt hic manifestum est.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.

Quod probabimus, vt prius, hoc dempto, quod postremo loco sumendi sunt quatuor numeri mediæ 15. 19. 23. 27. non autem tres tantum, vt prius; quia hic non est vnicus numerus medius, sed duo. Nunc sequuntur regulæ ad Arithmeticas progressionem spectantes.

R E G V L A I.

SI in quavis progressionem Arithmetica notus fuerit numerus terminorum vnâ cum minore, & maiore extremo, perueniemus in cognitionem summæ omnium terminorum, hac ratione. Addatur primus terminus vltimo, & aggregatum per numerum terminorum multiplicetur. Dimidium enim numeri producti erit summa omnium terminorum. Vt in hac progressionem.

Sūmaculuf
cunq; pro-
gressionis
Arithmeti-
cæ quo pa-
cto inue-
niatur.

4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.37.

Ex 4. & 37. fiunt 41. quæ multiplicata p̄ numerum terminorum, hoc est, per 12. (Sunt enim 12. numeri

in ea progressionē) faciunt 492. Huius numeri dimidium 246. est summa omnium numerorum data progressionis. Eademque ratio est de ceteris.

HÆC regulā nonnullis diuiditur in duo membra, hoc modo. Quando numerus terminorū est par, multiplicant aggregatum ex primo, & ultimo termino per dimidium numeri terminorū: Si vero numerus terminorum est impar, multiplicant dimidium aggregati ex primo, & ultimo termino (quando enim numerus terminorum est impar, semper illud aggregatum est par) per numerum terminorum. Hac enim ratione semper producitur summa omnium numerorum progressionis. Vel hoc modo. Quando aggregatum ex primo, & ultimo termino est par, multiplicant eius dimidium per numerum terminorum, siue is par sit, siue impar. Si vero aggregatum illud est impar, multiplicant illud per dimidium numeri terminorum, qui numerus tunc semper par est. Vt in superiori exemplo, quia numerus terminorum est par, nempe 12. vel quia aggregatum ex primo termino, & ultimo est impar, videlicet 41. multiplicant illud per 6. dimidium numeri terminorum, efficiunt q̄ summam omnium numerorum 246. vt prius. In his autē duabus progressionibus, in quarum priore numerus terminorum est par, nempe 10. & in posteriori impar, nempe 11. quoniam aggregatum ex primo termino, & ultimo est par, ni

Summa cui
Inscunq; P
gressionis
Arithmeti
ce quo pa
do aliter
inueniatur

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

§ 2

mirum

mirum 42. in priorē, & 38. in posteriore, multiplicat tam dimidium illius, nimirum 21. per 10. numerum terminorum, quàm dimidiū huius, quod est 19. per 11. numerum terminorū, vt in priorē efficiant summam 210. & in posteriorē 209.

RATIO harum regularū hæc est. Quoniā supra diximus, quando numerus terminorum est par, aggregatum extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum quorumlibet numerorū ab extremis æqualiter distantium, fit, vt omnia aggregata simul sint tot, quot vnitates sunt in dimidio numeri terminorum. Quare si vnū aggregatum, nempe extremorum, multiplicetur per dimidium numeri terminorum, producetur summa omnium aggregatorum. Rursus quia docuimus, quando numerus terminorum est impar, aggregatum extremorum esse æquale cuilibet aggregato duorum quorumlibet numerorum ab extremis æqualiter distantium, necnon duplo mediij numeri, fit, vt medius numerus sit dimidium cuiuslibet aggregati. Ergo omnia aggregata simul, vnā cum medio numero, continebunt tot dimidia vnius aggregati, quot sunt termini. Si igitur dimidium vnius aggregati, nempe extremorum, multiplicetur per numerum terminorū, producetur summa omnium terminorum.

ITAQVE, vt vides, satis est, vt cognoscatur primus terminus, & vltimus, vnā cum numero terminorū, ad eliciendam summam totius progressionis, etiamsi intermediij termini ignorentur. Quo pacto autem ex primo numero cognito,

vnā

una cum numero terminorum, & differentia progressionis, ultimus terminus inuestigetur, sequenti regula explicabimus.

*I*N progressionē autē naturali numerorum, quæ ab 1. incipit, inuenietur breuissime summa omnium terminorum, hoc modo. Multiplicetur ultimus numerus (qui semper indicat numerum terminorum (per numerum proxime maiorē. Huius enim numeri producti dimidium est summa omnium terminorum. Vt hic.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

Ex multiplicatione ultimi numeri 11. per 12. numerum proxime maiorem producitur numerus 132. cuius dimidium 66. est summa totius progressionis. Sic etiam in hac progressionē.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

Ex multiplicatione ultimi numeri 10. per 11. numerum proxime maiorem fit numerus 110. cuius dimidium 55. est totius progressionis summa.

*I*TAQUE si quis velit summam progressionis naturalis, quæ terminetur in quouis numero dato, ut in 100. in qua nimirū sint 100. termini, multiplicandus erit ultimus numerus datus, in quo progressio dicitur terminari, ut hic numerus 100. per numerū proxime maiorē, ut hic per 101. Nam producti numeri (qui hic est 10100.) dimidium, nempe 5050. in dato exemplo, erit summa dictæ progressionis. Eademque ratio est in alijs.

Particularis inuestio summa progressionis naturalis numerorū

Numerus terminorū progressionis naturalis numerorū est ultimus terminus.

Alla inuenio summam progressionis naturalis numerorū.

A L I I hanc etiam regulā distrabunt in duobus membra, hoc modo. Si vltimus numerus est par, multiplicant numerum proxime maiorem in dimidium vltimi numeri: Si vero est impar, multiplicant eum in dimidium numeri proxime maioris. Hac enim ratione semper producitur summa omnium numerorum progressionis. Vt in posteriori progressionē naturali, multiplicant 11. numerum proxime maiorem vltimo numero per 5. dimidium vltimi numeri, faciuntq; 55. summam totius progressionis, vt prius. In priori autem progressionē naturali, multiplicant 11. vltimum numerum per 6. dimidium numeri proxime maioris vltimo numero, efficiuntq; 66. summam totius progressionis, vt prius.

Particula-
ris inuētio
summæ nu-
merorū im-
parium.

I N progressionē quoque numerorum imparium, quæ ab 1. incipit, inuenietur facillimo negotio summa omnium terminorum, si numerus terminorum in seipsum multiplicetur, vt hic.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Ex multiplicatione numeri terminorum, qui est 10. in seipsum procreatur numerus 100. qui est summa totius progressionis.

Numerus terminorū in progressionē numero rō impariā suo facto multiplicatur.

H A B E T V R autem numerus terminorū, si vltimo numero adijciatur 1. & compositi numeri dimidium sumatur, vt in dato exemplo, si addatur 1. ad 19. fit numerus 20. cuius dimidiū 10. indicat numerum terminorum.

I T A Q V E si quis velit summam progressionis

tionis numerorum imparium, quæ terminetur in quouis dato numero vt in 67. addēda erit vnitas ad vltimum numerum, in quo progressio terminari dicitur, vt hic ad 67. Nam compositi numeri (qui hic est 68.) dimidium, nempe 34. in dato exemplo, dabit numerū terminorum: qui in se multiplicatus producet summam illius progressionis. Ut in proposito exemplo, in quo ponuntur 34. termini, si multiplicetur numerus 34. in se, procreabitur summa illius progressionis 1156. Atque ita de cæteris.

IN progressionē denique numerorum parium, quæ à 2. incipit, nullo etiā labore reperietur summa, si dimidium vltimi numeri, quod semper indicat numerum terminorum progressionis, (semper enim tot sunt termini progressionis eiusmodi numerorum parium, quot sunt vnitates in dimidio vltimi termini.) multiplicetur per numerum proxime maiorem illo dimidio. Vt hic.

Particularis inuētio summæ numerorū parium.

Numerus terminorū in progressionē numero rum parium quæ ratione inueniatur.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Ex multiplicatione 12. (qui numerus est dimidiū vltimi termini, vel numerus terminorum) per 13. numerum proxime maiorem illo dimidio, fit numerus 156. hoc est, summa omnium illorum numerorum parium.

ITAQUE si quis velit summam progressionis numerorū parium, quæ terminetur in quolibet dato numero vt in 100. multiplicandus erit numerus, qui dimidiū conficit numeri vltimi dati, in

quo dicitur terminari progressio, ut numerus 50. in dato exemplo, (hic enim dimidiū est vltimi numeri dati 100.) per numerum proxime maiorem illo dimidio, ut hic per 51. Productus enim numerus ut 2550. in dato exemplo, erit summa illius progressionis; & numerus terminorum erit 50. in eodem exemplo, quot nimirum vnitates sunt in dimidio vltimi numeri. Et sic de alijs.

R E G V L A II.

Vltim⁹ terminus cuiuscunq; progressionis Arithmetice ex quo parāo eliciat^r ex numero terminorū vnā cū primo termino, & differentia progressionis,

SI in quavis progressionē Arithmetica notus fuerit numerus terminorum, vnā cum primo termino, & differentia progressionis, inueniemus vltimū terminū, etiamsi intermedios terminos nō habeamus, hoc modo. Ex numero terminorū abijciatur 1. reliquus vero numerus per differentiam multiplicetur, ac tandē huic producto primus terminus edijciatur. Numerus enim compositus erit vltimus terminus. Ut si primus terminus alicuius progressionis sit 3. numerus autem terminorū sit 10. & differentia 8. cognoscemus decimū terminum, hoc est, vltimum huius progressionis sine intermedijs, hac ratione. Ex 10. numero terminorum auferemus 1. & reliquum numerū 9. multiplicabimus per 8. differentiam progressionis, producto tandem numero 72. adijciemus 3. primum terminum. Compositus enim numerus 75. est decimus terminus progressionis, cuius primus terminus est 3. & differentia 8. Veluti hic apparet, vbi omnes termini ponuntur.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

ITÆQUE si quis hanc questionem proponat. Augias Herculi de numero boſſ, quos habebat, interroganti reſpōdit, boues ſuos omnes per loca 40. ita eſſe diſpoſitos, vt quoties in primo loco continētur 3. boues, toties in ſecūdo contineantur 5. in tertio toties 7. in quarto toties 9. &c. Acceſſit Hercules ad primū locū, & reperit boues 30. Quot igitur boues habuit Augias, et quot boues in vltimo loco fuerūt? ſoluenda erit hoc modo. Quoniā in primo loco ſunt decies 3. boues, erūt in ſecundo loco decies 5. nimirum 50. & in tertio decies 7. nēpe 70. & ſic deinceps, vt ſit progreſſio quędam Arithmetica, cuius primus terminus ſit 30. differētia vero 20. & numerus terminorū 40. Eliciedus ergo eſt primūm vltimus terminus per proximā regulā, hoc modo. Ex 40. numero terminorū abijciatur 1. & reliquus numerus 39. per 20. differentiā multiplicetur, produētoſq; numero 780. primus terminus 30. adijciatur. Fiet enim vltimus terminus, ſiue quadrageſimus, 810. at que tot boues fuerunt in vltimo loco.

DEINDE vero ex hoc vltimo termino inuento, ex primo dato, vnā cū differētia eruenda p primā regulā ſumma totius progreſſionis, etiamſi non habeamus intermedios omnes terminos, hoc modo. Primus terminus 30. vltimo termino 810. adijciatur, compoſitusq; numerus 840. per 10. hoc eſt, per dimidium numeri terminorum, multiplicetur. Productus namq; numerus 16800. eſt ſumma totius progreſſionis, at que adeo numerus,

Q. 6 de bo-
bus Augiæ.

rus bouum Augia. Ut autem videas, quot boues in singulis locis fuerint, atq; adeo in vltimo loco fuisse 810. apposuimus hic totam progressionem.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210.
230. 250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410.
430. 450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610.
630. 650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

Quæstio
de duobus
militibz.

SIMILIS erit quæstio, si quis ita dicat. Imperator strenuis ducibus numero 20. distribuit pecuniam in direptione vrbs inuentam, hac lege, vt ei, qui vltimus murum hostilem transcēderat, daret 100. aur. penultimo 130. antepenultimo 160. & ita deinceps eodem modo progrediendo. Quanta ergo fuit ea summa pecunia, & quantū, qui primus murum transcendit, accepit? Si namque ex 20. numero terminorum (tot enim sunt termini in illa progressionē, quot sunt duces.) auferas 1. & reliquum numerum 19. multiplices per 30. differentiā progressionis, productūq; numero 570. adicias primū numerū, nempe 100. efficiēs 670. pro vltimo progressionis termino: atq; tot aureos habuit primus dux. Inuento autem vltimo termino, si ei addatur primus, nimirum 100. vt fiant 770. atque hic numerus per 10. dimidium numeri terminorum multiplicetur, fiet summa omnium terminorum 7700. Tanta ergo fuit summa pecunia distributa. Tota vero progressio ita se habet.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

PROGRESSIONES GEOMETRICÆ.

Cap. XXV.



PROGRESSIO Geometri-
ca est series plurium numero-
rum se in eadem proportione
superantium, ut hic apparet.

Progressio
Geometri-
ca quida

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. &c.

PRIMA enim harum progressionum pro-
greditur per proportionem duplam, ita ut quili-
bet numerus sit duplo maior eo numero, qui eum
proxime precedit; Secunda vero per triplam,
ita ut quilibet numerus sit triplo maior eo, qui
proxime eum antecedit; atq; utraque harum pro-
gressionum ab 1. incipit; tertia denique per du-
plam etiam proportionem progreditur, non ta-
men ab 1. sed à 3. initium sumit.

CONTINUATUR qualibet progres-
sio Geometrica; si per denominatorem propor-
tionis numerus ille, post quem progressio exten-
denda est, multiplicetur. Ut si progressio hæc
proportionis triplæ, 4. 12. 36. continuanda sit,
multiplicabimus ultimum numerum 36. per 3.

Geometria
ca progressio
quo pò
est continua-
nda.

Denomina-
tor propor-
tionis in p-
gressione
Geometri-
ca quò in-
ueniatur.

denominatorem proportionis, (quem quidem de-
nominatorem inuenimus, si secundum numerum
per primum dividamus, vel quemuis alium per
proxime minorem in eadem progressionem.) efficie-
musq; 108. Hunc iterum numerum per 3. multi-
plicabimus, producemusq; 324. & ita deinceps
in infinitum. Sic etiam, si quis progressionem inci-
pere velit à 7. & progredi per proportionem quin-
cuplam, cuius denominator est 5. multiplicanda
erunt 7. per 5. ut fiant 35. pro secundo numero
progressionis. Item 35. per 5. ut fiant 175. pro
tertio numero, &c.

PARI ratione progressio Geometrica con-
tinuatur retrocedendo, si minus extremum per de-
nominatorem diuidatur. Ut si progressio hæc 64.
128. 256. 512. continuanda sit versus minores
numeros, cum denominator proportionis sit 2. di-
uidemus 64. per 2. faciemusq; 32. quæ rursus par-
tiemur per 2. inueniemusq; 16. & sic deinceps in
infinitum. Ut in hoc exemplo apparet.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. etc.

Progressio
Geometri-
ca decre-
scit in infi-
nitum.

Et nūquam erit finis huius decrementi in progres-
sione Geometrica. Sic quoque, si quis progressionem
inchoare velit à 100. & progredi versus unita-
tem per proportionem sesquialteram, cuius deno-
minator est $1\frac{1}{2}$. diuidemus 100. per $1\frac{1}{2}$. ut ha-
beamus $66\frac{2}{3}$. Item $66\frac{2}{3}$. per $1\frac{1}{2}$. ut habeamus
 $44\frac{2}{3}$. &c.

PROPRIVM est progressionis Geometri-

ca trium numerorum, ut numerus qui ex primo numero in tertium producitur, æqualis sit numero, qui ex medio fit in seipsum multiplicato. Ut hic apparet, 3. 9. 27. demonstraturq; ab Euclide lib. 7. propos. 20.

Proprietas
pgetidius
Geometri-
cæ triū ter-
minorum.

PROGRESSIONIS vero Geometricæ quatuor numerorum proprium est, ut numerus qui ex multiplicatione primi numeri in quartum fit, æqualis sit numero, qui ex secundo in tertium procreatur. Ut hic vides, 2. 6. 18. 54. demonstraturq; ab Euclide lib. 7. propos. 19. Atque hoc nō solum est in quatuor numeris continue proportionalibus, quales sunt quatuor numeri in dato exēplo, sed etiam in quatuor, qui non sunt continue proportionales, dummodo eadem sit proportio secundi ad primum, quæ quarti ad tertium. Ut hic cernis, 3. 6. 10. 20.

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ qua-
tuor termi-
norum.

Ex his proprietatibus colligitur, in omni progressionē Geometrica, cuius numerus terminorum est impar, numerum, qui fit ex multiplicatione extremorum inter se, æqualem esse numero, qui ex multiplicatione duorum numerorum quorumlibet ab extremis æqualiter distantium producitur, nec non numero, qui ex medio in seipsum fit. Veluti hic apparet.

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ quoc-
cumq; ter-
minorū, si
numerus
terminorū
sit impar.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.

Cum enim quatuor hi numeri 3. 6. 384. 768. habeant eandē proportionē, licet non continuā, erit, ex his, quæ proxime diximus, numerus, qui fit ex

3. in 768. equalis ei, qui fit ex 6. in 384. Eadem ratione numerus, qui fit ex 6. in 384. equalis erit ei, qui ex 12. in 192. producitur, quod hi quatuor numeri 6. 12. 192. 384. eandem habeant proportionem, licet non continuatam; & ita de reliquis, si plures sint, donec ad tres medios 24. 48. 96. perueniamus; qui cum eandem habeant proportionem, erit, per ea, quae paulo ante docuimus, numerus productus ex primo in tertium equalis numero, qui ex medio in seipsum gignitur. Eademque ratio est de omnibus alijs huiusmodi progressionibus Geometricis.

Proprietas
progressionis
Geometricae
ex quocumque
quo terminatur,
si numerus ter-
minorum
sit par.

EX posteriore quoque proprietate efficitur, in omni progressionem Geometricam, cuius numerus terminorum est par, numerum ex multiplicatione extremorum productum aequalem esse numero, qui ex multiplicatione duorum quorumlibet numerorum ab extremis aequaliter distantium producitur, ut hic manifestum est.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384.

Quod probabimus, ut prius, hoc dempto, quod postremo loco sumendi sunt quatuor numeri medij 12. 24. 48. 96. non autem tres tantum, ut prius; quia hic non est vnicus numerus medius, sed duo. Sequuntur iam regulae ad progressionem Geometricas spectantes.

R E G V L A I.

SI in quavis progressionē Geometrica notus fuerit denominator proportionis, vna cū minore, & maiore extremo, perueniemus in cognitionē summæ omnium terminorum, hac ratione. Detrahatur primus terminus ab ultimo, & reliquus numerus per numerum, qui vna vnitāte minor sit, quā denominator, diuidatur. Si enim Quotienti vltimus terminus, siue maius extremum adijciatur, componetur summa omnium terminorum. Vt in hac progressionē.

Summa est
in se q; p-
g: effonis
Geometri-
ex quo pa-
cto inue-
niatur.

3. 12. 48. 192. 768. 3072. 12288. 49152.

Demptis 3. ex 49152. remanēt 49149. Et quoniam denominator proportionis quadrupla, quā habent numeri data progressionis, est 4. diuidemus 49149. per 3. & Quotienti 16383. vltimum terminum, siue maius extremum 49152. adijciemus, conficiemusq; summam totius progressionis 65535. Item hic.

4. 6. 9. 13 $\frac{1}{2}$. 20 $\frac{1}{4}$. 30 $\frac{1}{8}$. 45 $\frac{1}{16}$.

Subtrahtis 4. ex 45 $\frac{1}{16}$. relinquuntur 41 $\frac{1}{16}$. quæ si diuidantur per $\frac{1}{2}$. (Est enim 1 $\frac{1}{2}$. denominator proportionis sesquialtera, quam habent numeri huius progressionis, ablata autem 1. remanet $\frac{1}{2}$.) fiet Quoties 83 $\frac{1}{8}$. cui si addatur vltimus numerus, siue maius extremum 45 $\frac{1}{16}$. fiet sum-

ma totius progressionis $128 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{6}$. atq; eodem modo summam cuiuscunque progressionis Geometricæ inueniemus.

ITA QVÆ, vt vides, satis est, vt cognoscatur primus terminus, & vltimus, vnà cum denominatore proportionis, ad inueniendam summam totius progressionis; etiamsi intermedij termini ignorentur. Quo pacto autem in cognitionem vltimi termini peruenire possimus, licet non continuetur tota progressio, sequenti regula explicabimus.

Particula-
rie inuētio
summæ p
gressionis
proportio-
nis duplæ
cuius ini-
tium est 1.

IN progressionem autem Geometricam duplæ proportionis, cuius initium est 1. facillimo negotio summa totius progressionis quocunque terminorum reperietur, si vltimus terminus duplicetur, & à duplo abijciatur 1. Vt hic.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

In progres-
sione ppor-
tionis dup-
plæ incipit
ab 1 qui
libet nume-
rus, abiecta
prius vnitate,
est inuē-
ta omnia
antecedentium
nume-
rorum.

Si vltimus terminus 512. duplicetur, & à duplo 1024. reijciatur 1. habebitur summa totius progressionis 1023.

EX quo fit, quemlibet numerum in huiusmodi progressionem, abiecta prius vnitate, esse summam omnium numerorum antecedentium, cum quilibet numerus sit proxime precedentis numeri duplus.

REGVLA II.

IN omni progressionem Geometricam, quæ ab 1. incipit, quilibet numerus seipsum multiplicans
gignit

gignit numerum, qui ab eo abest tanto intervallo, quanto ipse ab unitate distat: quinis autem numerus alium maiorem multiplicans producit numerum, qui à maiore tãto intervallo distat, quãto ipse minor ab unitate abest. Hęc regula clarissime ex propof. 11. lib. 8. Euclidis colligitur, vt in scholio eiusdẽ propof. declarauimus. Exẽpli gratia in hac p̃gressione duplẽ proportionis, quę sequitur,

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

si numerus 16. qui quintum locum ab unitate occupat, in seipsum multiplicetur, producetur numerus 256. qui quintum etiam locum à numero 16. occupat, nempe nonum. Sic quoque si numerus 32. sextum locum ab unitate occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 1024. qui sextum etiam locum à numero 32. occupat, nimirum vñdecimum. Ita etiam numerus 8. quarti loci multiplicans numerum 64. producit numerum 512. quarto loco à numero 64. reponendum.

ITAQUE banc licebit regulam colligere. Si in p̃gressione Geometrica, cuius initium est 1. numerus aliquis quemcunque locum occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus in duplo maiore loco minus vñ unitate, quàm sit locus numeri multiplicantis, ponendus. Ut si numerus seipsum multiplicans occupet tertiam locum, gignetur numerus in quinto loco reponendus: si occupet septimum locum, producetur numerus in tertiodecimo loco ponendus, &c. Id quod

Si in p̃gressione Geometrica incipiente ab 1. numerus aliquis seipsum, vel alium numerum multiplicet, quẽ locum numerus productus occupet.

Quilibet numerus in p̃gressione Geometrica incipiente ab 1. seipsum multiplicans producit numerum in duplo maiore loco, minus unitate, quàm numerus multiplicans, ponendus.

aperte ostensum est in progressionē superiori proportionis duplæ, idemq; clarissime in hac altera progressionē proportionis quadruplæ apparet.

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65536.

Nam si numerus 64. in quarto loco positus, seipsum multiplicet, gignetur numerus 4096. in septimo loco ponendus. Ita quoque numerus 256. quintum occupans locum seipsum multiplicans producit numerum 65536. in nono loco reponendum.

Progressio naturalis numerorum quo pacto fit, quomodo in loco qui libere numerus productus collocandus sit in progressionē Geometricā incipit. ab 1.

UT autem facilius sciatur, quo in loco quilibet numerus productus sit collocandus, subscribenda est progressionē Geometricā progressio naturalis numerorum hoc ordine. Sub 1. hoc est, sub primo numero, scribatur 0. sub secundo numero ponatur 1. sub tertio 2. sub quarto 3. & ita deinceps, ut in hac progressionē proportionis duplæ factum est.

1. 1. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Nam quilibet numerus progressionis Geometricæ seipsum multiplicans producit numerum supra illum numerum progressionis naturalis numerorum collocandum, qui duplus est illius, qui scribitur numero seipsum multiplicanti: quilibet vero numerus alium multiplicans procreat numerum supra illum numerum progressionis naturalis numerorum reponendum, qui componitur ex duobus nume-

ris, qui numeris multiplicantibus subscribuntur. Ut si numerus 32. in se multiplicetur, procreabitur numerus 1024. supra 10. collocandus, quod numerus 10. duplus sit numeri 5. qui numero 32. subscribitur. Item ex multiplicatione 8. in 256. producetur numerus 2048. supra 11. reponendus, quod numerus 11. componatur ex 3. & 8. qui numeri sub 8. & 256. scripti sunt. -

E-T quoniam, quot unitates sunt in quolibet numero progressionis naturalis numerorum, talē locū vno amplius occupat in progressionē Geometrica numerus illi suprapositus, vt in superiori exemplo perspicue apparet; facile inueniemus numerum cuiusq; loci in progressionē Geometrica, etiā si nō scribamus omnes numeros intermedios. Sit enim inueniendus, verbi gratia, numerus in vigesimo loco supradictæ progressionis collocandus. Primum scribo quatuor, aut quinque, vel plures numeros progressionis, vnā cum progressionē naturali, vt hic vides,

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.]
 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Quo pacto numerus cuiusque loci in progressionē Geometrica incipiente ab 1. investigetur sine intermedijs,

Deinde multiplico. v.g. 8. in se, facioq; 64. numerum septimi loci, sub quo nimirum positus est numerus 6. vna unitate minor numero locorum; quod numerus 3. sub 8. duplicatus faciat 6. Quod si multiplicemus 8. in 64. faciemus 512. numerum decimi loci, sub quo nimirum scriberetur numerus 9. vna unitate minor numero locorum, quod

numeri 3. & 6. sub quarto & septimo loco faciunt 9. Rurſus ſi 512. numerum decimi loci, ſub quo ponitur numerus 9. multiplicemus in ſe, producemus numerum 262144. in loco decimonono ſcribendum, ſub quo nimirum poneretur numerus 18. vna vnitare minor numero locorū, propterea quod numerus 9. ſub decimo loco duplicatus facit 18. Iam vero quia ex 18. qui numerus ſub decimonono loco ſcribitur, & ex 1. ſub ſecundo loco poſita ſunt 19. ſi multiplicemus numerum 2. ſupra 1. poſitum per numerum 262144. ſupra 18. poſitum, conficiemus numerum 524288. in vicesimo loco, ſub quo videlicet numerus 19. ponitur, ſcribendum.

R V R S V S, ſi quis velit in eadem progrefſione numerum in decimooctauo loco reponendum, multiplicabimus numerum 32. ſub quo ponuntur 5. in ſeipſum, producemusque numerum 1024. in vndecimo loco ſcribendum, ſub quo numero ponitur numerus 10. qui duplus eſt numeri 5. Et quoniam ex 10. qui numerus ſub vndecimo loco ponitur, & ex 6. qui numerus ponitur ſub ſeptimo loco, ſunt 16. qui numerus ſub loco decimoſeptimo ſcribitur, ſi numerum 64. ſeptimi loci per numerum 1024. vndecimi loci multiplicemus, procreabimus numerum 65536. loci decimiſeptimi. Tandē q̄a ex 16. qui numerus ſub decimoſeptimo loco ponitur, et ex 1. qua ſub ſecundo loco ponitur, fit numerus 17. qui ſub decimooctauo loco ſcribitur, ſi multiplicemus numerum inuentū 65536. decimiſeptimi loci per numerum 2. ſecundi loci, gignemus

gignemus numerum 131072. in loco octauodecimo scribendum, sub quo videlicet ponitur numerus 17.

HÆC omnia quadrant etiam in progressionem quamcunq; Geometricam non ab 1. sed à quouis alio numero incipientem, dummodo quemlibet numerum ex multiplicatione productum dividamus per primum numerum progressionis. Quotiens enim erit numerus quasitus; Vt in hac progressionem proportionis duplæ apparet. Nam si

5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. 640. 1280. 2560. 5120.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

numerus 80. quintū locum à primo numero occupans in seipsum multiplicetur, procreabitur numerus 6400. quo diviso per primum numerum, utpote per 5. fiet Quotiens 1280. in quinto loco à numero 80. collocandus, nempe in nono loco, sub quo ponitur numerus 8. qui duplus est numeri 4. sub numero 80. multiplicante positi. Vbi vides, numerum 80. quinti loci, cū seipsum multiplicat, producere numerum, quo diviso per primum numerum progressionis, fit Quotiens 1280. in duplo maiore loco, minus vnitatem, quàm sit locus numeri multiplicantis, reponendus. Sic etiam, si numerus 40. quarti loci multiplicet numerū 640. & productus numerus 25600. per primū numerū 5. dividatur, fiet Quotiens 5120. quarto loco à numero 640. scribendus, nempe loco vndecimo, sub quo ponitur numerus 10. cōstat ex 3. sub 40. &

Quæ dicta sūt in hac regula de progressionem Geometrica incipiente ab 1. vera etiā esse de progressionem Geometrica incipiente non ab 1. sed ab alio numero.

ex 7. sub 640. Quod si numerum 1280. multiplicemus per 5120. procreabimus numerum 6553600. quo diuiso per primum numerum 5. reperiemus Quotientem 131720. reponendum in loco decimonono, qui nimirum vnitate superat numerum 18. conflatum ex numeris 8. ac 10. positus sub numeris multiplicantibus.

IT A quoque (vt in alia progressione exemplum etiam ponamus.) in hac progressione propor

| | | | | | | |
|----------|-----------|-----------|------|-------|-------|---------|
| 2. | 14. | 98. | 686. | 4802. | 33614 | 235298. |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
| | | | | | | |
| 1647086. | 11529602. | 80707214. | | | | |
| 7. | 8. | 9. | | | | |

tionis septula, si numerus 4802. quintum locum à primo numero occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 23059204: quo diuiso per primum numerum, nempe per 2. fiet Quotiēs 11529602. in quinto loco à numero 4802. locandus, in nono videlicet loco, sub quo numerus 8. ponitur. Sic etiam, si numerus 98. tertij loci multiplicet numerum 1647086. & productus numerus 161414428. per primum numerum, 2. diuidatur, fiet Quotiēs 80707214. tertio loco à numero 1647086. scribendus, nimirum loco decimo, sub quo ponitur numerus 9. conflatus ex 2. sub 98. & ex 7. sub 1647086. &c.

EX his facile inueniemus numerum cuiusque loci. Si namque in priori progressione inueniendus

us sit numerus tricesimo loco ponendus, multiplicabimus numerum 5120. in se, producemusque numerum 26214400. quo diuiso per 5. fiet Quotiens 5242880. ponendus loco vicesimo primo, qui videlicet vnitatem superat numerum 20. qui duplus est numeri 10. sub 5120. positi, poniturque sub vicesimo primo loco. Et quoniam 20. & 9. faciunt 29. si numerum 5242880. vicesimi primi loci, sub quo numerus 20. ponitur, multiplicemus per 2560. sub quo numerus 9. scribitur, efficiemus numerum, quo diuiso per 5. fiet Quotiens 2684354560. locandus in loco tricesimo; qui nimirum vnitatem superat constatam illum numerum 29.

Quo pacto numerus cuiuscunque in progressionem Geometricam incipiente a quouis numero inuestigetur sine intermedijs numeris.

VIDES igitur, nos reperire posse extremam numerum cuiuslibet progressionis Geometricæ, etiam si non scribantur omnes numeri intermedij illius progressionis: pluribus tamen operationibus, quam supra in secunda regula progressionum Arithmeticarum adhibuimus.

QUONIAM vero in prima regula diximus, numerum quemcumque in progressionem Geometricam proportionis duplæ incipiente ab 1. abire etiam prius vnitatem, summam esse omnium antecedentium numerorum; in hac autem secunda regula docuimus, quemlibet numerum progressionis Geometricæ ab 1. incipientis, si seipsum multiplicet, gignere numerum in duplo maiore loco, minus vnitatem, quam sit locus numeri se multiplicantis, ponendum: fit, vt si summæ quotcunque numerorum progressionis Geometricæ pro-

Summa
 quocumque
 serie termino-
 rum progressio-
 nis Geomet-
 ricæ propor-
 tionis du-
 ple ab 1. in-
 cipientis, ad-
 dita prius
 unitate, se-
 ipsam mul-
 tiplicat p-
 ducti ter-
 mini, qui,
 abiecta pri-
 unitate, su-
 ma est du-
 plo pluri-
 termino-
 rum

portionis duplæ ab 1. incipientis addatur 1. & ag-
 gregatum in seipsum multiplicetur, producat
 summa; abiecta prius unitate, duplo pluri-
 merorum eiusdem progressionis: quia prior summa,
 addita unitate, constituit proximè sequentem nu-
 merum in eadem progressionem, qui numerus seip-
 sum multiplicans producit numerum in duplo ma-
 iore loco, minus unitate; quàm sit locus numeri
 multiplicantis, reponendum; ac pròinde, abiecta
 unitate, idem numerus summa erit omnium ante-
 cedentium numerorum, qui quidem duplo plures
 sunt; quàm priores, quorum summa accepta fuit.
 Exempli gratia, summa septem terminorum, ad-
 dita unitate, constituit octauum terminum, qui
 multiplicatus in se producit terminum decimum-
 quintum, nempe numerum in duplo maiore loco,
 quàm sit octauus, minus unitate; ponendum; qui
 quidem, abiecta unitate, summa erit quatuordecim
 antecedentium terminorum, nimirum duplo
 plurius, quàm septem, quorum summa accepta
 fuit. Eademque ratio est de cæteris.

Quo pacto
 facile inue-
 niatur sum-
 ma 64. lo-
 corum pro-
 gressionis
 Geometri-
 cæ duplæ
 proportio-
 nis ab 1. in-
 cipientis.

IT A Q V E. si quis breuiter cupiat inuenire
 summam 64. terminorum progressionis Geometri-
 cæ proportionis duplæ ab 1. incipientis, quot nimi-
 rum loca sunt in ludo latrunculorum, quem scac-
 chiorum ludum vocant, accipienda erit primum
 summa horum quatuor terminorum 1. 2. 4. 8. nem-
 pe 15. Deinde, addita unitate, multiplicandum
 aggregatum 16. in se. Si enim ex numero produ-
 cto 256. abijciatur 1. erit summa octo termino-
 rum 255. Rursus, addita 1. multiplicandum aggrega-
 tum

tum 256. in se, ut fiant 65536. ac proinde summa
 16. terminorum 65535: Quod si rursus, addita
 1. aggregatū 65536. in se multiplicetur, procrea-
 bitur numerus 4294967296. qui, abiecta prius
 unitate, dabit summam 32. terminorum. Postre-
 mo si 4294967296. in se multiplicentur, fiet nu-
 merus 18446744073709551616. qui, abiecta
 prius unitate, dabit summā 64. terminorum. At-
 que tot quatrini requiruntur, ut quis replere pos-
 sit omnia 64. loca dicti ludi latrunculorum, pa-
 niendo 1. quatrimum in primo loco; 2. quatr. in se-
 cūdo; 4. in tertio; 8. in quarto, & sic deinceps pro-
 grediendo per duplam proportionem: qui efficiunt
 aureos, (tribuēdo singulis aureis 400. quatrinos)
 46116860184273879 $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$. quanta pecunia
 vix in toto vno regno, vel etiā pluribus, aut toto
 mūdo, reperitur; quod multis incredibile videtur.

I M M O vix tot grana frumenti in vniuerso
 orbe terrarum existunt, quot in dictis 64. locis
 continerentur, si in primo poneretur 1. granum, in
 secundo 2. in tertio 4. & c. quod ita perspicuum fa-
 ciemus, licet multis omnino incredibile videatur.
 Secundum Medicos, & pharmacopolas, grana 60.
 efficiunt 1. drachmam, id est, $\frac{1}{8}$. vnius vnciæ, ac
 proinde 480. grana 1. vnciam, & 5760. grana 1.
 libram. Cum ergo 600. libræ communiter consti-
 tuant 1. mensuram, quam Romani Rubium dicūt,
 & quæ parum ab illa mēsurā differt, quam Nava-
 tæ in Italia Salmam appellant; constabit 1. Ru-
 biius granis 3456000. Quare si grana
 18446744073709551615. quæ in dictis 64. lo-

Quanta pe-
 cunia re-
 quiratur.
 Ut implean-
 tur 64. loca
 ludi latrun-
 culorū, ita
 ut in pri-
 mo loco po-
 natur 1.
 quatr. in se-
 cundos, in
 tertio 4. &
 ita dein-
 cept progrē-
 diendo per
 proportio-
 nem duplā

Quot gra-
 na frumen-
 ti consti-
 tuant vñū
 Rubium.

Quot na-
ues requirã
tur ad terã
dũ frumen-
tũ in 64. lo-
cis Iudi la-
truncolorũ
positum.

cis continetur; per grana 3456000. vnum Ru-
biam constituentia diuidantur; prodibunt Rubij
533759983365. & paulo amplius: quot vix in-
toto terrarum orbe arbitror simul reperiri. Nam
cũ cõmuniter nauis oneraria ferat Rubios 3000.
requirerentur, vt minimum, ad frumentum illud
portandum naues. 1779199852. ad quas
onerandas vix satis esse totius mundi frumentum,
facile sibi quiuis persuadebit. Quod si in toto mũ-
dõ vix sint 18446744073709551615. grana
frumẽti, multo minus tot quatrini existent, etiã si
omnes mõneta in quatrinos resoluerentur: citi-
nulli dubium sit, maiorem in mundo frumenti es-
se copiam, quã pecunia. Quod etiam hinc colligi
potest.

QUONIAM ducatus aureus Roma asli-
matur baiõchis 115. siue quatrinis 460. si quatri-
ni 18446744073709551615. in di-
etis locis 64. contenti diuidantur per baiõchos 115.
hoc est, per quatrinos 460. efficietur ducati aurei
40101617551542503. & paulo amplius. Quia
vero 100. ducati aurei faciunt 1. libram, contine-
bũt 1800000. libra aureos ducatos 180000000.
quot nimirum commode vna nauis oneraria fer-
re potest, cum rubij frumẽti 3000. vnam nauem
onerantes faciant libras 1800000. quod pondus
multis partibus superat Obeliscum illum immen-
sum, qui Roma iuxta templum S. Petri visitur;
quippe cum hic, vt periti affirmarunt, contineat
libras duntaxat 1180000. quem tamen vix ferrĩ
posse ab vna naue, facile sibi persuadebit, qui eius
molem

molem diligentius intueatur. Quod ideo dixerim, ne quis putet, parum nos vni navi tribuere, cum ei concedimus libras 1800000. hoc est, rubios frumenti 3000. siue aureos ducatos 180000000. Ex fit, ad aureos ducatos 40101617551542503. nebensos necessarias esse navis 22 2786764. & amplius: quis autem dubitet, totius mundi pecuniã etiamsi ad aureos ducatos reducatur, tantam non esse, vt tot naues oneret?

QVOD si quis in primo loco ponat 1. quadratum, vel granum; 2. in secundo; 6. in tertio; 18. in quarto; 54. in quinto, & sic deinceps, ita vt vnitates in quolibet loco posite sint duplo plures quàm in omnibus præcedentibus locis simul: quod tum demum fiet, si vnitates secundæ loci triplices; & productum numerum rursus triplices; atque ita deinceps, vt in hac progressionem manifestum est;

1. 2. 6. 18. 54. 162. 487. 1458. 4374. 13122. &c.

& ita ostendi potest. Quoniam vnitates cuiuslibet loci dupla sunt vnitatum in omnibus præcedentibus locis positarum, continebunt dicta vnitates bis vnitates proxime antecedentis loci; & vnitates omnium quoque aliorum locorum præcedentium bis. Cum ergo vnitates proxime antecedentis loci bis contineant vnitates omnium locorum antecedentium, comprehendent vnitates proximè antecedentis loci ter. Verbi gratia; quoniam vnitates 18. in quarto loco dupla sunt harum vnitatum 1. 2. 6. continebunt dicta vnitates 18. bis vnitates 6. ac præterea vnitates. 1. 2. bis. Quare

Quot naues requirantur ad ferendam pecuniam in 64. locis ludi latriumorum posita, si ad aureos reducere.

In progressionem cuius primus terminus est 1. secundus 2. tertius vero secundus triplus; & similitet quatuor tertius triplus; & ita deinceps quilibet terminus duplus est omnium præcedentium terminorum

cum vnitates 6. dupla quoque sint vnitatum 1. 2. cōtinebunt eadem vnitates 18. bis vnitates 6. & insuper semel, nempe vnitates quoque 1. 2. bis; ac proinde si triplicentur vnitates 6. producentur vnitates 18. sequentis loci, quae tripla quidē sunt vnitatum proxime antecedentis loci, dupla vero omnium precedentium locorum. Eademque ratio est in ceteris. Quod si quis, inquā, hac ratione ponat quatrinos, vel grana in dictis 64. locis, reperietur summa multo maior, quā prius.

Qua atte
inueniatur
summa 64.
terminorū
ab 1. inci-
pienū at-
que ita pro-
grediendū,
vt quilibet
duplus sit
omniū an-
tecedendū
terminorū

H O C autem modo summa elicietur, etiam si nō ponātur omnes numeri illius progressionis. Quoniam oēs numeri progrediuntur per proportionem triplam, initio factō à secundo loco, inuestigandus erit numerus loci sexagesimi tertij in proportione tripla, cuius principium est 2. Hic enim numerus inuentus occupabit locum 64. in ludo latrunculorum, atque eo cognito, reperietur summa omnium 63. locorum, vt in prima regulā progressionū Geometricarum docuimus; cui si adijciatur 1. in primo loco dicti ludi posita, habebitur summa omnium 64. locorum. Exēpli gratia. Positis his quinque terminis, 2. 6. 18. 54. 162. si quintus in se multiplicetur, productusq; per primū diuidatur, producetur numerus 13122. nono loco ponendus, nempe in duplo maiore loco, minus vnitare, q̄ est locus numeri in se multiplicati, vt in secūda hac regulā docuimus. Quod si rursum numerus 13122. noni loci in se multiplicetur, productusque per primum, hoc est, per 2. diuidatur, gignetur numerus 86093442. septimodecimo loco ponendus; qui s̄

VRSUM

rursum in seipsum multiplicetur, productusque per primum diuidatur, fiet numerus hic sequens 3706040377703682. tricesimo tertio loco ponendus: qui rursum si multiplicetur in se, productusque diuidatur per primum, procreabitur numerus 6867367640585024969315698178562, loco sexagesimo quinto locandus. Nos autem querimus numerum sexagesimitertij loci, ad quem inuentus numerus sexagesimi quinti loci proportionem habet tripla duplicatam, hoc est, noncuplam, ex defin. 10. lib. 5, Eucl. propterea quod numeri positi in loco sexagesimotertio, sexagesimoquarto, & sexagesimo quinto continuam proportionem triplam habent. Quare si numerum inuentum per 9. partiamur, reperiemus numerum hunc sequentem 763040848953891663257299797618. loco sexagesimotertio reponendum.

DETRACTO iam primo numero 2. & residuo diuiso per numerum unitate minorem denominatore proportionis tripla, nempe per 2. Quotiente denique ad numerum inuentum sexagesimitertij loci adiecto, fiet summa omnium sexagintatrium locorum, cui si apponatur 1. in primo loco ludi latrunculorum posita, componetur summa omnium 64. locorum dicti ludi hęc sequens.

1144561273430837494885949696427.

HANC eandem summam ita quoque inueniemus. Multiplicetur summa trium primorum locorum ludi latrunculorum, quę est 9. in se, fietque summa 81. duplo plurium locorum minus vno, hoc est, quinque locorum: quę si rursus in se multiplicetur,

Alia ratio
inueniēdi
summa 64.
terminorū
ab 1. inci-
piēdi atq;
ita progre-
diendum,
vt quilibet
omniū an-
tecedentiū
terminorū
sit duplus.

plicetur, fiet eadem ratione summa 6561. nouem
locorum, nempe duplo plurium, quam quinque, mi-
nus vno; quæ rursus multiplicata in se producet
summam 43046721. septemdecim locorum: Hæc
iterum in se multiplicata faciet hanc summam
1853020188851841. trigintatrium
locorum: quæ in se rursus multiplicata, gignet
3433683820292512484657849089281.

summā sexagintaquinque locorū. Nos autem que-
rimus summam sexaginta quatuor tantum loco-
rum, quæ in summa inuenta ter continetur. Nam
summa quotcunque locorum tripla est summa om-
nium locorum precedentium; propterea quòd nu-
merus vltimi loci, nempe (in dato exemplo) sexa-
gesimi quinti, duplus est omnium precedentium
locorum. Hinc enim fit, vt addita summa omniū
precedentium locorum ad numerum sexagesimi-
quinti loci, fiat summa omnium sexagintaquinque
locorum, continens nimirum ter summam prece-
dentium sexagintaquatuor locorum. Quocirca di-
uisa summa inuenta per 3. reperietur summa hæc

1144561273430837494885949696427.

sexaginta quatuor locorum Ludi Latrunculorum,
vt prius.

HÆC omnia grana, si diuidantur per

3456000. quot vnum Rubium constituunt, effi-
cient Rubios sequentes

331180924025126589955425

ad quos vebēdos, impositis 3000. Rubijs in quam-

libet

Quantum
frumentū
re vitatur
vt impleat
tur 64. lo-
ca ludi la-
trunculorū
ita vna pri-
mo loco po-
natur & gra-
num, in se-
cundo 2. in
tertio 6. in
quarto 18.
&c. ita dein-
ceps, vt gra-
na suble-
quentis lo-
ei sint qu-

libet nauem, necessaria sunt naues numero .
 1103936413417088633. $18\frac{1}{4}\frac{2}{5}$. quæ
 102714380. globos ex terra & aqua confectos
 contegeret. Ponimus enim supremam arcæ unius
 nauis æquialere quadrato, cuius latus continet
 70. palmos; quibus Mechanici, atq; Architecti
 vtuntur: cū plerunq; longitudo nauis sit 120. pal-
 morū, latitudo autē 40. si ad parallelogrammum
 reſtangulū redigeretur; atq; adeo area ipsius con-
 tineat palmos quadratos 4800. cuius radix qua-
 drata fere est 70. Cum ergo 5500. palmi,
 plus minus, conficiant vnum milliare, ac propte-
 rea palmi 133750000. miliaria 22500. quot in
 toto ambitu terræ continentur; si partiamur hos
 palmos per 70. hoc est, per latitudinem, longitu-
 tudinemue unius nauis quadratæ, reperiemus in
 toto ambitu terræ cōtineri naues 1910714. se in-
 uicem tangentes. Eodem modo conficient palmi
 39374500. totam terræ diametrum miliaria
 7159. complectentem: quos palmos si rursus per
 70. partiamur, inueniemus in terræ diametro cō-
 prebendi naues se inuicem tangentes 562493.
 ferè. Multiplicantes autem naues 562493. dia-
 metri per 1910714. naues ambitus, faciemus
 naues 1074763250002. totam superficiē terræ
 marisque tegentes, vt ad finem primi cap. spheræ
 scripsimus: per quas si diuidamus illas superiores
 11039364134170886318. naues, quæ ad fru-
 mentum a sportandū requiruntur, deprebēdemus
 globos ex terra mariq; confectos 102714380.
 & quidem nauibus ad frumentum portandū

pla omnia
 granorum
 in præcedē
 sibus omni-
 bus locis
 simul. Et
 quot naues
 necessariz
 sunt ad il-
 lud frumē-
 tum portā-
 dum.

Quot na-
 ues totam
 superficiē
 terræ & ma-
 ris operi-
 rent, si se
 mutuo tan-
 gerent.

Quot globi
ex terra ac
mari con-
fecti rege-
tur à nau-
ibus, quæ ne-
cessarij sũt
ad primo
dictũ fru-
mentum
portandũ.

*necessarijs contentos: quæ summa frumenti mul-
tis partibus superat frumentum totius orbis,
cum ne vñam quidem terram operire possint na-
ues, in quibus totius orbis frumentum contine-
retur, vt patet.*

*ALIÀ ratione incomprehensibilem hanc
multitudinem frumenti explicabimus, si nimirũ
inquiramus, quot globi, siue sphaera ex illis gra-
nis, quæ posteriori modo in 64. locis ludi latrun-
culorum continentũr, confici possint, quarũ sphae-
rarũ quælibet globo terrestri sit equalis: quod ita
fiet. Quoniam grana frumenti rotunda non sunt,
sumemus pro ipsis grana coryandri, quæ rotunda
sunt, licet paulo minora sint, quàm frumenti gra-
na. Ita enim fiet, vt plures globi conficiantur ex
granis frumenti, quàm ex granis coryandri, cum
pauciora illorum requirantur, quàm horum, ad
vnum globum constituendum, sit quæ tanta multi-
tudo illorum, quanta horum, in 64. locis ludi la-
trunculorum. Quia igitur 18. grana coryandri
(vt experientia deprehensum est à me) constituũt
quartam partem pedis Geometrici, & paulo am-
plius, sit, vt recte dicere possimus, 70. grana se-
cundum longitudinem disposita explere longitu-
dinem vnius pedis. Quare cum sphaeræ triplica-
tam suarum diametrorum proportionem habeãt,
vt Euclides demonstrauit lib. 12. propos. 18. con-
tinebuntur in sphaera, cuius diameter pedi Geo-
metrico equalis est, grana coryandri 343000.
cum hic numerus ad 1. proportionem habeat
triplicatam eius, quam habet pes Geometricus*

70. granorum ad 1. ut hic apparet.

I. 70. 4900. 343000.

*R*VRSVS quia 5000. pedes Geometrici unum milliare constituunt, habebit eadē ratione sphaera, cuius diameter vni milliario, equalis sit ad sphaeram, cuius diameter equalis sit vni pedi, proportionem, quam ad 1. habet hic numerus 125000000000. cum numerus hic ad 1. habeat proportionem triplicatam eius, quam 5000. pedes habent ad 1. ut hic vides.

I. 5000. 25000000. 1250000000000.

Quare cum sphaera habens diametrum pedalem contineat grana coryandri 343000. existent in sphaera, cuius diameter vni milliario sit equalis, grana 42875000000000000.

*D*E I N D E quoniam diameter terra complectitur milliaria 7159. ponamus nos eam continere 7200. milliaria. Quo posito, habebit tota sphaera terra ad sphaeram, cuius diameter vni milliari est equalis, proportionem, quam hic numerus 373248000000. ad 1. propterea quod numerus hic ad 1. proportionem habet triplicatā eius, quam habent 7200. milliaria totius diametri terra ad 1. milliare, ut hic manifestum est.

I. 7200. 51840000. 373248000000.

Quot glo-
bos toti ter-
re æquales
constitue-
ret frumen-
tum in 64.
locis proxi-
me dictis
aduentum.

Quocirca cum sphaera diametri vnius milliarij
comprehendat grana 42875000000000000.
complectetur totus globus terræ grana numero
16003008000000000000000000000000. Si igi-
tar per hunc numerum partiamur numerum gra-
norum omnium in illis 64. locis ludi latrunculo-
rum contentum, efficiemus globos terræ $71\frac{1}{2}$.
Ex amplius. Tot ergo sphaera, quantum quelibet to-
ti terræ sit æqualis, requiruntur ex granis coryā-
dri composita, vt dicta 64. loca repleri possint eo
modo, quo diximus, quod omnium fidem superare
videtur.

Quot na-
ues ferrent
aureos du-
catos ex
quadrinis,
qui reple-
rent 64. lo-
ca eo mo-
do, quo de
granis fru-
menti di-
ctum est.
Et quot glo-
bos terre
ac maris di-
ctæ naues
regerent.

I A M vero si grana illa sint quadrini, effi-
ciemus ex illis aureos ducatos sequentes, numero
248817668137138585858447716731.

Quoniam autem supra diximus, vnam nauem cō-
mode ferre ducatos aureos 180000000. si illos
per hos diuidamus, deprehendemus naues has
1382320378539658810324. necessarias esse,
vt dictam pecuniam ferrent, quæ tot superficies
terræ marisque contegerent, quot sunt in hoc nu-
mero 1286162676. vnitates; propterea quod
supra posuimus 1074763250002. naues vnam
superficiem terræ ac maris contegere. Quæ sum-
ma pecuniæ omnem captum ingenij humani ex-
cedit.

Qua ratio-
ne facile in-
ueniatur
summa 40
terminorū
progressionis
Geometri-
ce propor-
tionis du-
plæ ab 1. in
septicis.

P A R I. ratione, si quis optet summam 40.
terminorum eiusdem progressionis, accipiēda pri-
mum erit summa horū 5. terminorū 1. 2. 4. 8. 16.
nempe 31. Deinde, addita 1. multiplicandum
aggregatum 32. in se, abiecta enim vnitāte ex

pro-

producto numero, fiet summa 10. terminorum 1023. Rursus, addita 1. si aggregatum multiplicetur in se, & ex producto numero reijciatur 1. exurget summa 20. terminorum 1048575. Postremo, addita rursus 1. si aggregatum in seipsum multiplicetur, & ex producto numero dematur 1. producet summa 40. terminorum, videlicet 1099511627775. Atque tot quatrinos recipe ret Dux aliquis, qui 40. oppida sua ea lege diuēderet, vt ei pro primo solueretur 1. quatrinus, pro secundo 2. quatr. pro tertio 4. & ita deinceps progrediendo semper per proportionem duplicam. Hi autem quatrini conficiunt aureos 2748779069 $\frac{1}{4} \frac{7}{6} \frac{1}{6}$. Quod si hac pecunia emerentur redditus annui, ita vt 100. aurei tantum lucrifacerent 5. aureos (cum tamen lege ordinaria plus lucrentur) haberentur aurei hi 137438953. & baioch. $47 \frac{3}{4} \frac{1}{6}$. quantos redditus nullus vnquā Monarcha, aut Resp. habuit: vt non insanus iudicandus sit Dux ille, (vt plerisque, qui in Arithmeticis parum sunt exercitati, videtur) qui ea ratione 40. sua oppida diuēdit, sed sapientissimus.

POSTREMO si quis cupiat expedite summam habere 24. terminorū eiusdem progressionis, sumenda erit primum summa trium horū terminorum 1. 2. 4. quæ est 7. Deinde, addita 1. multiplicandum aggregatum in se, & à producto numero auferenda 1. vt habeatur summa 6. terminorum 63. Addita rursus 1. multiplicandum aggregatum in se, & auferenda 1. ex numero pro-

V 2 ducto,

Quanti est
fiet 40. oppida, si ven-
datur, ita
vt pro pri-
mo solua-
tur 1. qua-
tr. pro secu-
do 2. qua-
tri. p. tertio
4. &c.

Quo mo-
do breui-
ter elicia-
tur summa
24. termi-
norū pro-
gressionis
Geometri-
ce p. portio-
nis duplx
ab i. inci-
piatis.

Quand eb
stet equus
habes 24
clauos in
pedibus, si
ita vendat,
vt denar 1.
quatt. pro
primo cla-
uo, & 2. pro
secundo, &
4. pro ter-
tio, &c.

ducto, vt fiat summa 12. terminorum 4095. Tan-
dem, addita rursus 1. multiplicandum aggrega-
tum in se, & 1. subducenda ex numero procreato,
vt exurgat summa 24. terminorum. 16777215.
Non ergo ridendus esset, qui bellicosum equum,
qui in pedibus habet 24. clauos, ita venderet, vt
ei pro primo clauo soluatur 1. quatr. pro secundo
2. pro tertio 4. pro quarto 8. &c. Nam reciperet
pro equo 16777215. quatr. qui conficiunt
 $41943\frac{2}{3}$. ass. pro quo pretio vnusquisque li-
benter suum equum daret. Hec pauca de progres-
sionibus dicta sint satis. Multo enim plura de eis-
dem scribemus in pleniore nostra Arithmetica.

EXTRACTIO RA- DICIS QVADRATÆ.

Cap. XXVI.

Quadra-
tus nume-
res quid.



NUMERVS quadratus dicitur, qui ex aliquo numero in se ipsum multiplicato producitur. qualis est 4. qui ex multiplicatione numeri 2. in seipsum gignitur. Item 9. cum ex 3. in se producat. Item 2209. quia generatur ex multiplicatione 47. in se, &c. Unitas quoque ab Arithmeti-
cis numerus quadratus, licet improprie, appellatur, propterea quod ex 1. in se producat.

Nume-

Numerus autem, qui in se multiplicatus, producit quadratum numerum, vocatur latus, siue radix quadrati.

Radix qua
drata quid

EXTRACTIO igitur radicis quadratæ est inuentio numeri, qui in se multiplicatus producat numerum propositum, si quadratus est, vel, si non est quadratus, maximum numerum quadratum in eo contentum. Ut extractio radicis quadratæ ex numero 2209. est inuentio numeri 47. quia hic in se multiplicatus producit propositum numerum 209. Itæ extractio radicis quadratæ ex numero 3375. est inuentio numeri 58. quia hic in se multiplicatus gignit numerum quadratum 3364. quæ est omnium maximus in 3375. contentus. Nam proxime maior quadratus numerus, cuius latus, siue radix est 59. vna vnitatè maior, quàm 58. est 3481.

Extractio
radicis qua
dratæ quæ.

PRIMUM autem numerus propositus, cuius radix inuestiganda est, signandus est punctis quibusdã, posito puncto sub prima figura ad dextram, vel supra primam figuram, & alio sub tertia, & alio sub quinta, & ita deinceps sub septima, nona, & sub alijs locis imparibus: ita vt quodlibet punctum habeat duas figuras, illam videlicet, sub qua punctum signatum est, & aliam, quæ hanc versus sinistram præcedit; excepto ultimo puncto ad sinistram, quod aliquando unicam figuram habet, quando nimirum numerus figurarum est impar. Tot autem figuras habebit radix propositi numeri, quot puncta signata sunt. Vt hic numerus 21178404. ita signabitur, habe

Quomodo
numerus,
cuius radix
queritur,
punctis sit
signandus.

Quot figu
ras habeat
radix pro
positi nu
meri.

• • • V 3 bitque

bitque eius radix quatuor omnino figurat.
 Hic autem numerus 456789012. ita signabitur,
 eiusque radix 5. figuris scribetur.

Quo pacto
 radix qua-
 drata ex da-
 to numero
 eruatur.

SIGNATO hac ratione numero, ita ra-
 dix ipsius eruetur. Sub ultimo puncto ad sinistra
 ponitur radix maximè quadrati in figuris ad il-
 lud punctum spectantibus cõtenti, quæ maior es-
 se non potest, quam 9. eademque radix scribitur
 ad dexteram numeri propositi post hanc lineam
 curuam (. vt de diuisione integrorum numerorũ
 diximus: atque hæc radix, instar Quotientis figu-
 ra, per radicem sub puncto positam, instar diuiso-
 ris, multiplicatur, productusque numerus ex su-
 pra scripto numero subtrahitur, deletis prius fi-
 guris, à quibus fit subtractio, vna cum radice sub
 puncto notata, quemadmodum in diuisione inte-
 grorum docuimus. Numerus autem residuus
 non potest esse maior, quàm duplus radicis sub
 puncto posita.

POST hæc duplicatur radix inuenta, scri-
 biturque numerus hic duplicatus sub sequenti pũ-
 cto, hoc ordine, vt prima eius figura ponatur sub
 figura, quæ proxime punctum vltimum sequitur
 versus dextram, aliæ vero, si quæ sint, ordine suo
 versus sinistram progrediendo, ita vt sub figura,
 sub qua sequens punctum ponitur, nihil scribatur.
 Sub ea enim ponenda est noua figura Quotientis.
 Posito hac ratione numero illo duplicato, diuidi-
 tur per illam numerus superscriptus, Quotientis-
 que figura ad dexteram post propositum nume-
 rum scribitur, atque etiam sub puncto, vt fiat
 quasi

quasi integer diuisor ex duplicato illo numero, & figura hæc Quotientis. Quo factò, multiplicatur figura hæc Quotientis in totum illum diuisorem, vt in diuisione integrorum, productusque numerus ex suprascripto numero subducitur, &c. Attequam autem figuram hanc nouam Quotientis scribes, tentandum prius erit, num ea multiplicata in duplicatum illum numerum, & in seipsam positam post illum numerum duplicatum, talem numerum producat, qui à supraposito numero possit subtrahi.

R V R S V S eodem modo totus numerus post lineam hanc curuam (. hætenus positus duplicatur, duplicatusque numerus sub sequenti puncto scribitur eo ordine, quem supra præscripsimus, ita vt rursus sequens punctum vacuum relinquatur pro noua figura Quotientis. Per hunc numerum vero duplicatũ diuiditur suprascriptus numerus, sumiturque talis figura pro Quotiente, que in numerum illum duplicatum, & in seipsam post illum numerum duplicatum positam multiplicata, numerum procreet, qui ex suprascripto numero detrabi possit.

P A R I ratione totus numerus in Quotiente hætenus positus duplicatur, & reliqua fiunt, vt prius: atque ita deinceps, donec omnia puncta sint absoluta. Verum hæc omnia exemplis fient clariora.

S I T eruenda radix quadrata ex numero 21178404. Notatis punctis, vt supra dictum est, pono sub ultimo puncto ad sinistram figuram

4. tanquam radicē maximī
quadrati in suprascripto
numero 21. contenti, (qua-
dratus enim numerus maio-
ris radicis, nempe 5. est 25)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \overline{) 178404} \quad (46 \\ \underline{10} \\ 78 \\ \underline{70} \\ 84 \\ \underline{80} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 4 \end{array}$$

eamq; rursus scribo post lineā hāc curuam (. Mul-
tiplicata autem figura 4. in Quotiente per figu-
ram 4. sub puncto, fiunt 16. quæ ex 21. sublata,
vt in diuisione integrorū præcepimus, relinquunt
5. spectabuntque ad sequens punctum tres hæ fi-
guræ 517.

DEINDE duplicata figura Quotientis 4.
vt fiant 8. scribo 8. sub 1. vt in exemplo vides;
diuidoque 51. per 8. &

inuenio 8. contineri in
51. sexies. Pono ergo 6.
tam in Quotiente post
4. quàm sub puncto figu-
ra 7. Multiplicata au-

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 51} \\ 2 \overline{) 178404} \quad (460 \\ \underline{16} \\ 11 \\ \underline{8} \\ 34 \\ \underline{24} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 4 \end{array}$$

tem figura hac Quotientis 6. per totum diuisorē
86. productoque detractō ex supraposito numero
517. remanet 1. pertinebuntque hæ tres figuræ
184. ad sequens punctum.

RURSU duplicato Quotiente 46. hæc
nus inuenio, vt fiant 92. scribo 2. sub 8. & 9. sub
1. vt in exemplo vi-

des; diuidoque 18.
per 92. Sed quia
92. non continentur
in 18. pono 0. in
Quotiente, & sub

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 51} \\ 2 \overline{) 178404} \quad (4602 \\ \underline{16} \\ 11 \\ \underline{8} \\ 34 \\ \underline{24} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 4 \end{array}$$

puncto

puncto figura 4. deleoque totum diuisorem 920. spectabit autem ad postremum punctum totus hic numerus 18404.

POSTREMO $\begin{array}{r} 831 \\ 21178404 \end{array}$ (4602
 duplicato Quotiente
 460. hactenus inuen-
 to, vt fiant 920. scri-
 bo 0. sub 0. & 2. sub

$\begin{array}{r} 4862002 \\ 082 \end{array}$

4. & 9. sub 8. vt vides in exemplo. Diuidendo au-
 tem 1840. per 920. inuenio hunc numerum in il-
 lo contineri bis. Pono ergo figuram 2. tavi in Quo-
 tiente, quam sub puncto prima figura 4. Multipli-
 cata vero hac figura 4. per totū diuisorē 9202.
 productoque numero dempto ex numero supra-
 scripto, nihil superest. Radix ergo quadrata nu-
 meri propositi est 4602. ipseque numerus propo-
 situs quadratus est, cū nihil superfuerit post vlti-
 mam subtractionem factam.

SIT rursus inquirenda radix quadrata ex
 numero 456789012. Signatis punctis, vt docui-
 mus, scribo sub vltimo puncto ad sinistram figu-
 ram 2. tanquā radicem

maximi quadrati in su- $\begin{array}{r} 456789012 \\ 21 \end{array}$ (21
 praescripto numero 4. cō $\begin{array}{r} 241 \end{array}$
 tenti, eamque rursus po-

no in Quotiente. Multiplicata autem figura 2. in
 Quotiente per figuram 2. sub puncto, fiunt 4. quæ
 ex 4. subducta nihil relinquunt, pertinebuntque
 hæc dua figura 36. ad punctum sequens.

DUPPLICATA figura Quotientis 2.
 fiunt 4. quæ scribo sub 5. relicto puncto sequenti

vacuo pro noua figura Quotientis. Diuidendo autem 5. per 4. inuenio Quotientem 1.

quem scribo tam post
 Quotientem 2. quam
 sub puncto figura 6.
 Multiplicata autem
 figura hac Quotien-

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 89789012 \quad (213 \\ \hline 24123 \\ 4 \end{array}$$

tis 1. per totum diuisorem, ablatoque numero producto ex 56. remanent 15. ita ut ad sequens punctum spectent quatuor ha figura 1578.

DEINDE duplicato Quotiente 21. hactenus inuento, ut fiant 42. pono 2. sub 7. & 4. sub 5. Diuidendo autē 157. per 42. reperio Quotientem 3.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 819 \\ \hline \times 89789012 \quad (2137 \\ \hline 2412367 \\ 42 \end{array}$$

quem pono & in Quotiente, & sub puncto figura 8. Multiplicata autem hac figura Quotientis 3. per totum diuisorem 423. subtractoque numero producto, ex 1578. relinquuntur 309. Pertinebunt ergo ad sequens punctum, quinque ista figura 30990.

RURSU duplicato Quotiente 213. hactenus inuento, ut fiant 426. scribo 6. sub 9. & 2. sub 9. & 4. sub 0. Diuidendo autem 3099. per 426. inuenio Quotientem 7. quem scribo tam in Quotiente, quam sub puncto figura 0. Multiplicata vero hac Quotientis figura 7. per totum diuiso-

diuiso-

diuisorem 4267.
destractoque produ-
cto numero ex

30990. remanent
1121. atque adeo
ad punctum sequens
pertinebunt sex ha
figura 112112.

$$\begin{array}{r}
 I \\
 21 \\
 3082 \\
 181671 \\
 489786012(21372 \\
 24xz36742 \\
 44227 \\
 4
 \end{array}$$

POSTREMO

duplicato Quotiente 2137. haecenus inuento, vt
fiant 4274. colloco 4. sub 1. & 7. sub 1. &
2. sub 2. & 4. sub 1. Diuidendo autem
11211. per 4274. reperio Quotientem 2. quem
scribo & in Quotiente, & sub puncto figura 2.

Multiplicata autē
hac Quotientis figu-
ra 2. per totum diui-
sorem 42742. &
dempto producto nu-
mero ex 112112. su-
persunt 26628. Nu-
merus ergo proposi-
tus quadrat⁹ nō est,
ac proinde Quotiens

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 236 \\
 2186 \\
 308272 \\
 18167138 \\
 489786012(21372 \\
 24xz36742 \\
 44227 \\
 4
 \end{array}$$

inuentus 21372. non est eius radix, sed alterius
numeri, qui est maximus quadratus in dato nume-
ro cōprehensus, qualis est numerus 456762384.
Nā proxime maior quadratus, qui videlicet ha-
bet radicē vna vnitāte maiorem radice inuenta
21372. constituit numerum maiorem proposito
numero.

Examen
extractio-
nis radice
quadrata
triplex.

EXAMEN extractionis radice quadrata triplex est, quemadmodum & divisionis integrorum. Primum enim fit per abiectionem 9. alterum per abiectionem 7. & tertium per multiplicationem, ut in divisione integrorum dictum est. Sed radix inuenta accipienda est hic loco divisoris: quia si numerus propositus diuidatur per radicem inuentam, fiet Quotiens eadem radix: Et si quid superfuerit in extractione radice, idem supererit in divisione, dummodo in Quotiente sumantur eadem figura radice inuenta, licet in ultima diuisione partiali maior aliquando figura sumi posset, quando nimirum residuum extractionis radicem excesserit. Itaque prius exemplum ita examinabitur per 9. Reiectis 9. ex radice 4602. remanent 3: que in utroque latere crucis scribo, propterea quod radix est & divisor, & Quotiens, ut diximus. Multiplicatis iam inter se duabus hisce figuris 3. & 3. sunt 9. reiectisque 9. remanet 0. in superiori parte crucis collocanda: Tandem reiectis 9. ex proposito numero, remanet etiam 0. Posterius autem exemplum ita examinabitur per 9. Reiectis 9. ex radice 21372. remanent 6. in utroque latere crucis ponenda. Multiplicatis autem inter se hisce figuris 6. & 6. sunt 36. reiectisque 9. ex 36. & ex residuo extractionis, supersunt 6. Tantundem re-



manet,

manet, si reijciantur 9. ex dato numero.

QVOD si multiplicetur radix prioris numeri in se, producetur idem numerus prior. Item si radix numeri posterioris in se multiplicetur, productioq; numero addatur residuum extractionis, gignetur idem numerus posterior.

OBIER etiam hic aduertendum est; in nulla extractione radicis quadratæ residuum, si quod est maius esse posse, quàm duplum radicis inuenta. Si enim superaret duplum radicis inuenta vel vna vnitatem, haberet numerus propositus radicem vna vnitatem maiorem illa, quæ inuenta est. Ratio huius rei est, quòd quilibet quadratus superat proxime minorem numerum quadratum duplo radicis ipsius minoris quadrati, & insuper vna vnitatem; adeo vt, si addatur 1. ad duplum radicis cuiusvis quadrati, & hoc aggregatum ad quadratum proxime minorè, fiat quadratus proxime maior. Ut quadratus numerus 64. superat numerum quadratum 49. numero 15. Constat autem, numerum 14. duplum esse radicis quadrati 49. quæ est 7. superesseq; vnam adhuc vnitatem in 15. ac proinde, si addatur 1. ad 14. duplum radicis 7. & hoc aggregatum ad 49. fieri quadratum numerum 64. proxime maiorem, quàm 49. cuius radix est 7. Si igitur proponat quis numerum 63. vt eius radix quadrata eruatur, reperietur radix 7. supereruntq; 14. quæ radicis sunt dupla: Si vero quis proponeret numerum 64. inuenireturq; radix 7. erratum esset, quia superessent 15. quæ maiora sunt, quàm duplum radi-

Residuum in extractione quadratæ radicis maius esse non potest, quàm duplū radicis inuentæ.

Quæ sit differentia inter duos quadratos proximor.

cis 7. Quare radix numeri 64. erit 8.

APPROPINQVATIO RADICUM in numeris non quadratis.

Cap. XXVII.

QVONIAM cum numerus propositus non est quadratus, inuenta radix in se multiplicata producit numerum minorem numero ipso, quemadmodum in posteriori exemplo patuit, ubi radix in se multiplicata gignit numerum, qui à numero proposito superatur toto hoc numero 26628. monstrabimus hoc loco duplicem viam, qua radix propinquior inueniatur, ita vt eius numerus quadratus à proposito numero non quadrato insensibili fere differentia distet. Vera enim radix numero exprimi non potest, sed solum per lineam, vt in pleniore nostra Arithmetica demonstrabitur. Priori via reperietur radix propinquior quidem in infinitum, sed tamen minor, quam vera; adeo vt eius quadratus numerus semper a numero proposito superetur. Posteriori via inuenietur radix propinquior quoque in infinitum, sed que veram excedat; ita vt eius numerus quadratus maior semper sit numero proposito. Utraque porrò via demonstrata est Geometricè & à Theone Alexandrino in lib. I. Almagesti Ptolemæi, & à Federico Commandino in lib. Archimedis de dimensione circuli.

Quo modo inueniatur radix propinquior, que tamen minor sit, quam vera

PRIOR ergo via ita se habet. Inuenta radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi,

hensi, adijciatur ad eam fractio, cuius numerator est residuum extractionis, quo nimirum propositus numerus quadratum numerum proxime minorem quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radice inuenta, & præterea vnitas, qua nimirum radix numeri quadrati, qui proxime maior est proposito numero, superat radicem inuentam numeri quadrati, qui proxime minor est numero proposito. Hac enim ratione composita erit radix multo propinquior, quam inuenta, minor tamen, quam vera. Ad quam si addatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo propositus numerus non quadratus excedit quadratum radice propinquois iam inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem radice propinquois, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime maioris superat radicem propinquois inuentam, exurget radix adhuc propinquior, minor tamen, quam vera. Ad quam si iterum apponatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo propositus numerus non quadratus superat quadratum radice propinqua vltimo loco inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem vltima radice propinqua, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime maioris excedit radicem eandem vltimam propinquam, efficietur adhuc propinquior radix, minor tamen, quam vera. Atq; hoc modo licebit semper inuenire radicem propinquois in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, sed semper radix aliquanto minor, quam vera.

EXEMPLUM. Sit propositus numerus non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. que in se multiplicata producit 16. super suntque 4. Si ergo ad radicem 4. addatur fractio $\frac{4}{9}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuenta radicis 4. & preterea 1. fiet propinquior radix $4\frac{4}{9}$. Huius enim quadratus numerus est $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. qui minor quidem est, quam propositus numerus 20. sed minus ab eo differt, quam quadratus numerus 16. radicis prima 4.

ABLATO hoc quadrato $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. ex numero proposito non quadrato 20. supersunt $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero proposito, excedit radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam hac minutia $\frac{1}{9}$. que addita ad duplum radicis propinquae $4\frac{4}{9}$. hoc est, ad $8\frac{8}{9}$. facit numerum $9\frac{4}{9}$. per quem si diuidatur residuum illud $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. fiet Quotiens $\frac{1}{6}\frac{1}{8}\frac{0}{5}$. qui additus ad radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam faciet radicem propinquiorem $4\frac{2}{6}\frac{9}{1}\frac{1}{9}\frac{6}{6}\frac{0}{1}$ hoc est, $4\frac{1}{1}\frac{8}{7}$. Huius enim numerus quadratus est $19\frac{2}{2}\frac{8}{4}\frac{1}{9}$. qui minor quoque est, quam numerus propositus 20. non quadratus, sed magis ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. radicis $4\frac{4}{9}$. ante hanc radicem $4\frac{1}{1}\frac{8}{7}$. inuenta.

RURSUS subtracto hoc quadrato numero $19\frac{2}{2}\frac{8}{4}\frac{1}{9}$. ex proposito numero 20. non quadrato, supersunt $\frac{1}{2}\frac{4}{8}\frac{1}{9}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero proposito excedit radicem propinquam $4\frac{1}{1}\frac{8}{7}$. ultimo inuenta hac minutia hac $\frac{1}{1}\frac{8}{7}$: que addita ad duplum vltima radicis propinqua

pinquæ $4\frac{8}{7}$. hoc est, ad $8\frac{6}{7}$. facit numerum $9\frac{8}{7}$. per quē si dividatur residuū illud $\frac{4}{2\frac{8}{7}}$. fiet Quotiēs $\frac{6\frac{8}{7}}{4\frac{8}{7}}$. qui additus ad radicem propinquā $4\frac{8}{7}$. ultimo inuentā facit radicem propinquiorē $4\frac{7}{9}$. hoc est, $4\frac{7}{9}$. Huius enim numer^o quadratus est $19\frac{49}{81}$. qui minor quoq; est pposito numero 20. nō quadrato, magis tñ ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{49}{81}$. radicis ppinquæ $4\frac{8}{7}$. ante hāc radicē $4\frac{7}{9}$. inuēta. Atq; in hūc modū licebit semper magis ac magis ad veritatē accedere, ad quā tñ nunquā puenimus, sed semp ab ea deficiemus.

POSTERIOR autem via hęc est. Inuentaradice maximi quadrati in proposito numero comprehēsi, adiiciatur ad eam fractio, cuius numerator est residuum extractionis, quo nimirum propositus numerus quadratum numerum proxime minorem, quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radicis inuentæ. Componetur enim hac ratione radix multo propinquior, quam inuenta, maior tamen, quā vera. A qua si auferatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo quadratus numerus radicis propinquioris iam inuenta excedit numerum propositum, per duplum eiusdem radicis propinquioris, relinquetur radix adhuc propinquior, maior tamen, quam vera. A qua si rursus detrahatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo numerus quadratus radicis propinquæ ultimo loco inuēta superat numerū propositum, per duplum eiusdē radicis vltimæ propinquæ, re-

Quo modo reperitur radix propinquior, quam tamen maior sit, quam vera.

manebit adhuc propinquior radix, maior tamen, quam vera. Atque hoc modo licebit semper inuenire radicem propinquiorē in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, si d semper radix aliquanto maior, quam vera.

EXEMPLUM. Sit propositus idem numerus non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. quæ in se multiplicata facit 16. supersuntque 4. Si ergo ad radicem 4. adiiciatur fractio $\frac{4}{3}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuenta radicis 4. fiet propinquior radix $4\frac{4}{3}$. hoc est, $4\frac{1}{2}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{4}$. qui maior quidē est, quā propositus numerus 20. sed minus ab eo differt, quā quadratus numerus 16. radicis primæ 4.

IAM vero, si $\frac{1}{4}$. excessus nimirum, quo numerus quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. proxime inuentæ superat numerum propositum 20. diuidatur per duplum radicis propinquæ $4\frac{1}{2}$. iam inuenta, hoc est, per 9. fiet Quotiens $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. qui ablati ex radice $4\frac{1}{2}$. proxime inuenta relinquet propinquo rem radicem $4\frac{1}{3}\frac{4}{6}$. hoc est, $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. qui maior quoque est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. ante hanc inuenta.

QVOD si rursus $\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. excessus nimirum, quo numerus quadratus $20\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. proxime inuenta superat propositum numerum 20. diuidatur per duplum radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. iam inuenta, id est, per $8\frac{1}{3}\frac{4}{6}$. hoc est per $8\frac{1}{3}\frac{7}{6}$.
fiet

fiet Quotiens $\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{9} \frac{1}{1}$. qui subductus ex radice $4 \frac{1}{1} \frac{7}{8}$. proxime inuenta relinquet radicem propinquorem $4 \frac{1}{4} \frac{9}{1} \frac{7}{7} \frac{0}{1} \frac{3}{1} \frac{1}{2}$. hoc est, $4 \frac{1}{1} \frac{4}{1} \frac{7}{1} \frac{3}{9} \frac{1}{2}$. Huius enim quadratus numerus est sequens $20 \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{4} \frac{1}{1} \frac{7}{4} \frac{4}{4} \frac{6}{4}$. qui maior etiam est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20 \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{9}{9} \frac{6}{6}$. radicis $4 \frac{1}{1} \frac{7}{8}$. ante hanc inuenta. Atque in hunc modum licebit semper magis ac magis accedere ad veritatem, ad quam tamen nunquam perueniemus, sed semper eam excedemus.

AGENDVM iam esset de extractione radicis cubica, & aliarum radicum, quæ infinitæ sunt; sed quoniam tractatio hæc difficilior est, inuentioq; radicis quadrata magis est necessaria ad libros Archimedis, Ptolemæi, cæterorumq; Mathematicorum intelligendos, consulto à nobis in pleniorẽ nostram Arithmeticam differtur. In ea namque non solum omnes radices, cum earum appropinquatione tractabimus, sed innumera alia, à quibus in hoc compendio dedita opera abstinuimus, exponemus.

F I N I S.

ERRATORVM CORRECTIO.

| Pag. lin. Errata. | Corrèctiones. | Pag. lin. Errata. | Corrèctiones. |
|-------------------|-----------------------|-------------------|--|
| 11. 4. | si. sic. | 130. 4. | pto 5. per 5. |
| 16. 4. | quodd. quot. | 138. anteq. p. | disiunct. p. dialo-
fore. |
| 41. 1. | numeri figuræ | 298. 5. | 51371438365. |
| 50. 6. | dictio [linea] abūdat | | 5137599518365. |
| 59. 3. | dictio [ex] abūdat | 299. 4. | Ex sic. Ex quo sic. |
| 86. 15. | dictio [minus] abūdat | 161. 1. | ita legatur exemplum,
Lib. Aurel. Lib. Aurel. |
| 90. 7. | diuidimus. diuidemus | 200. 4. | 300f 6. |
| 144. 20. | pro 12. per 12. | | |
| 174. 6. | stabit. stabit. | | |
| 157. 27. | enim. enim. | | |

INDEX OMNIUM

Capitum huius Arithmeticæ .

| | | |
|----|---|--------|
| 1 | Numeratio integrorum numerorum. | pag. 8 |
| 2 | Additio integrorum numerorum. | 13 |
| 3 | Subtractio integrorum numerorum. | 26 |
| 4 | Multiplicatio integrorum numerorum. | 36 |
| 5 | Divisio integrorum numerorum. | 48 |
| 6 | Numeratio fractorum numerorum. | 81 |
| 7 | Aestimatio, siue valor fractorum numerorum. | 83 |
| 8 | Fractioes fractorum numerorum. | 90 |
| 9 | Reductio fractorum numerorum ad minimos numeros, siue terminos. | 91 |
| 10 | Reductio fractorum numerorum ad eandem denominationem, & ad integra, necnon integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum fractorum numerorum ad simplices fractiones. | 98 |
| 11 | Additio fractorum numerorum. | 107 |
| 12 | Subtractio fractorum numerorum. | 110 |
| 13 | Multiplicatio fractorum numerorum. | 113 |
| 14 | Divisio fractorum numerorum. | 116 |
| 15 | Institio fractorum numerorum. | 120 |
| 16 | Questiuncula nonnulla numerorum integrorum, ac minutiarum. | 131 |
| 17 | Regula trima; quæ alio nomine regula aurea, siue regula proportionum dici solet. | 139 |
| 18 | Regula trium eversa. | 154 |
| 19 | Regula trium composita. | 159 |
| 20 | Regula Societatum. | 175 |
| 21 | Regula Alligationis. | 207 |
| 22 | Regula falsi simplicis positionis. | 223 |
| 23 | Regula falsi duplicis positionis. | 233 |
| 24 | Progressiones Arithmeticae. | 270 |
| 25 | Progressiones Geometricae. | 283 |
| 26 | Extractio radices quadratae. | 308 |
| 27 | Appropinquatio radicum in numeris non quadratis. | 318 |

INDEX EORVM, QVAE in singulis capitibus continentur.

IN PRAEFATIONE.

Arithmeticae praestantia,
atq; utilitas. pag. 3.

IN NUMERATIONE

*Integrorum nu-
merorum.*

Numeratio quid. 8.

Valor decem figurarum A-
rithmeticarum quo pacto
cognoscatur. Ibid.

Quot loca sint in quolibet
numero. Ibid.

Prima figura, & vltima in
quouis numero quae sit.
Ibid.

Ordo locorum in quouis
numero cur à dextra si-
nistram versus procedat.

9.

Quid quaelibet figura in
quouis loco posita signi-
fiet. Ibid.

Loca in quouis numero su-
perant sese ordine in decu-
pla proportione. Ibid.

Quid obseruandum sit, vt
datus numerus facile ex
primatur. Ibid.

IN ADDITIONE

*Integrorum nu-
merorum.*

Additio quid. 13.

Numeri addendi quo pacto

sint collocandi. Ibid.

Additio quo pacto fiat. Ibid.

Quid agendum sit, quando
ex figuris vnus loci col-
ligitur numerus tribus
figuris scribendus. 14.

Quid faciendum sit, quan-
do multi numeri adden-
di sunt. 15.

Probatio additionis per 9.
quomodo fiat. 16.

Qua ratione ex quouis nu-
mero reijciatur facile 9.
quoties fieri potest. Ibid.

Nouenarij mirabilis pro-
prietas. Ibid.

Probatio additionis per 9.
fallax est, & quare. 18.

Probatio additionis per 9.
cur ab Arithmetiis adhi-
beatur, cum fallax sit.
20.

Probatio additionis per 7.
quomodo fiat. Ibid.

Quo pacto reijcienda sint 7.
ex quolibet numero. 21.

Probatio additionis per 7.
fallax est, & quare. 22.

Probatio additionis per 7.
cur ab Arithmetiis adhi-
beatur, cum fallax sit. 23.

Probatio additionis per 7.
minus fallax est, quam
per 9. & quare. Ibid.

Tabella additionis p 7. Ibid.

Probatio additionis per ad-
ditionē quo pacto fiat. 24

Probatio additionis per
subtractionem quo pacto
fiat. 25.

IN SUBTRACTIONE

*Integralium num-
merorum.*

Subtractio quid. 26.

Uter duorum numerorum
maior sit, quo pacto co-
gnoscat. Ibid.

Subtrahendus numerus quo
pacto locandus sit sub eo
a quo sit subtractio. *ibid.*

Subtractio quomodo fiat.
27.

In subtractione quid agen-
dum sit, quando figura in
ferior maior est, quam su-
perior. Ibid.

Facillior ratio subtractionis
quādo figura inferior su-
periore maior est. 30.

In subtractione quid agen-
dum sit, quando plures
sunt numeri. 33.

Probatio subtractionis per
9. & 7. quo pacto fiat 34.

Probatio subtractionis per
additionem, & subtractio-
nem quo pacto fiat. 35.

IN MULTIPLICA- TIONE Integralium nummerorum.

Multiplicatio quid. 36.

Tabula Pythagorica. 37.

Tabula Pythagorica quo
pacto construatur. *ibid.*

Uſus tabulæ Pythagoricæ

ad cognoscendum, quid
faciat multiplicatio vni^a
figurę in aliā figurā. *ibid.*

Regula multiplicandi figu-
ram in figuram. 38.

Numeri in multiplicatione
quō collocādi sint 40.

Numerus quivis per vnam
figurā quo pacto multi-
plicetur. 41.

Numerus quivis per nume-
rum pluribus figuris scri-
ptum quo pacto multipli-
cetur. 42.

Probatio multiplicationis
per 9. & 7. quo pacto fiat.
45. & 46.

Probatio multiplicationis
per diuisionē quo pacto
fiat. 46.

Numeri habentes in princi-
pio cifras, quo pacto faci-
lę multiplicentur. 47

IN DIVISIONE

*Integralium num-
merorum.*

Diuisio quid. 48.

Quotiens quid. *ibid.*

Numeri in diuisione quo-
modo sint collocandi.
49.

Diuisio quomodo fiat. 50.

In Quotiente nō potest po-
ni maior numerus quam
9. *Ibid.*

Residuus numerus in diui-
sione semper minor esse
debet, quam diuisor. *ibid.*

Numerus per vnam figurā
quo-

quomodo diuidatur. 51.
 Qui numerus dicatur supra diuisorem positus. ibid.
 Vſus tabulæ Pythagoricæ ad cognoscendum, quoties figura diuisoris in ſu præpoſito numero continetur. ibid.
 Quotiens quot poſſit figuras habere. 54.
 Numerus per plures figuras quo pacto diuidatur. ibi.
 Qui numerus dicatur ſupra quamcunque figuram diuisoris poſitus. ibid.
 Quomodo ducenda ſit figura Quotientis inuenta in diuiſorem. 55.
 Quid agendum ſit cum numero ex diuiſione relictò. 59.
 Quâdo numerus minor per maiorem proponitur diuidendus, quid agendum ſit. ibid.
 Quomodo nonnulli ducant figuram Quotientis inuentam in diuiſorem. 60.
 Difficultas diuiſionis ſi quo conſiſtat. 61.
 Quid agendum ſit, quando in Quotiente ſumpta eſt figura nimis parua vel magna. 62.
 Diuiſio ab alijs quo modo fiat. 72.
 Cômôditas in modo diuiſionis, quo alij vtuntur. Ibid.
 Alius modus abſoluendi di

uiſionem. 73.
 Probatio diuiſionis per 9. quo pacto fiat. 74.
 Probatio diuiſionis per 7. quomodo fiat. 75.
 Probatio diuiſionis p multiplicationem quo pacto fiat. 77.
 Diuiſio nondum abſoluta quo pacto examinetur. ibid.
 Facilitas diuiſionis, quâdo diuiſor in principio habet aliquot cifras. 78.
 Facilis aliquândo ſit diuiſio quando diuidendus numerus habet aliquot cifras in principio. 80
 Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuiſio fundamenta ſunt omnium, quæ in Arithmetica traduntur. ibid.

I N N U M E R A T I O
ne fractionum numerorum.

Fractus numerus quid. 81.
 Numerator, & Denominator fractionis quid. Ibid.
 Fractio quæuis quo pacto ſcribatur, & pronuncietur. 82.
 Fractiones vnde oriuntur. ibid.
 Quâdo minor numerus per maiorem diuiditur, ſit fractio. ibid.
 Fractio quæuis eſt pars aliquota Numeratoris à De

nominatore denominata
83.

IN AESTIMATIONE
sive valore fractionum,
numerorum.

Minutiarum valor quo pacto
augeatur. 83.

Minutiarum valor quo pacto
minuatur. *ibid.*

Minutię, quarũ numeratores
ad denominatores eãdem
habent proportionem, æquales
sunt. 84.

Si numerator, ac denominator
cuiusvis fractionis per quemcunque
numerum multiplicetur, dividatur
ue gignitur eiusdẽ valoris
fractio. *ibid.*

Quę minutia vni integro
æquivalet. 85.

Quę minutia minor sit vno
-integro. *ibid.*

Quę minutia maior sit vno
integro. *ibid.*

Vtra duarum minutiarum
maior sit, quo pacto cognoscatur.
86.

Valor minutię datę quo pacto
in minore moneta, p̄dere, vel
mensura exploretur. 87.

Iulius, Balochus, & Quatrinus
apud Romanos quid significet.
ibid.

IN FRACTIONIBVS
fractionum numerorum.

Minutię minutiarum quid,

& vnde oriuntur. 90.

Minutię minutiarum quomodo
pronunciętur, ac scribantur.
ibid.

IN REDVCTIONE
*fractionum numerorum ad
minimos numeros, sive
terminos.*

Minutię cur ad minimos
terminos reducantur. 91.

Minutię qua arte ad minimos
terminos redigantur. 92.

Quę minutia ad minores
terminos redigi non possit.
94.

Primus numerus, & Primi inter
se numeri quid. *ibid.*

Maxima mensura cõmunis
Numeratoris, ac Denominatoris
minutię datę quo pacto reperia-
tur. 95.

Quando Numerator, & Denominator
datę minutię nõ habeant communem
mensuram, præter unitatem.
ibid.

Maxima mensura quorumlibet
duorum numerorum quo pacto
inueniatur. 96.

Vnde colligatur regula inueniendi
maximam mensuram duorum
numerorum. 97.

Alia ratio redigendarum
minutiarum ad minimos terminos.
ibid.

I N R E D U C T I O N E
fractorum numerorum ad eã-
dem denominationem, et ad
integra, nec non integrorum
ad fractionem quamcunque, ac
denique fractionum fractorum
numerorum ad simplices fra-
ctiones.

Dux Minutię quo pacto ad
 eandem denominationẽ
 reducantur. 98.

Inuentio numeri à quotcũ-
 que datis numeris nume-
 rati. 99.

Inuentio minimi numeri a
 quotcunque numeris nu-
 merati. 100.

Plures minutię, quam dux,
 quo pacto ad eãdem de-
 nominationem reducan-
 tur. 103.

Alia ratio reducendi duas
 minutias ad eandem de-
 nominationem. 104.

Utilitas minimi numeri à
 denominatoribus datarũ
 minutiarũ numerati. ibi.

Minutia, cuius numerator
 maior est denominatore,
 quo pacto ad integra re-
 ducatur. 105.

Integra qua ratione ad mi-
 nutiam quamcunque re-
 digantur. ibid.

Minutię minutiarum quo
 pacto ad simplices minu-
 tias reuocentur. 106.

I N A D D I T I O N E
fractorum numerorũ.

Additio minutiarũ quomo-

do fiat. 107.

In additione minutiarum
 quid faciendum sit, quan-
 do integra adsunt. 108.

Praxis addendi minutias di-
 uersarum denominatio-
 num inter se. ibid.

Probatio additionis minu-
 tiarum per subtractio-
 nem quomodo fiat. 109.

I N S U B T R A C T I O N E
fractorum nu-
merorum.

Subtractio minutiarũ quo-
 modo fiat. 110

In subtractione minutiarũ
 quid faciendum sit, quan-
 do integra adsunt. ibid.

In subtractione, quãdo plu-
 res sunt minutię, quid a-
 gendum. 111.

Praxis subtrahendi minu-
 tiam à minutia. 112.

Probatio subtractionis mi-
 nutiarum per additio-
 nem quomodo fiat. ibid.

I N M U L T I P L I C A -
tione fractorum nu-
merorum.

Multiplicatio minutiarum
 quo pacto fiat. 113.

In multiplicatione minutia-
 rum, quando adsunt inte-
 gra, quid agendum. ibid.

Probatio multiplicationis
 minutiarum per diuisio-
 nem quo pacto fiat. 114.

In multiplicatione minutia-
 rum cur producatut mi-
 nutia minor vtraque sol-
 nutia

nutia multiplicante. *ibi.*

I N D I V I S I O N E

fractorum numerorum.

Diuisio minutiarum quomodo fiat. 116.

In diuisione minutiarum, quando adsunt integra, quid agendum. *ibid.*

Diuisio minutiarum qua ratione ab alijs tradatur. 117. *

Probatio diuisionis minutiarum per multiplicationem quo pacto fiat. 118.

In diuisione minutiarum cur aliquam producat Quotiens maior, quam minutia diuisa. *ibid.*

Quando Quotiens maior sit numero diuidendo in minutijs. 119.

Quando Quotiens in minutijs minor sit diuidendo numero. *ibid.*

I N I N S I T I O N E

fractorum numerorum.

Insitio minutiarum quid. 120

Insitio minutiarum duplex est. 121.

Insitio minutiarum propter quid excogitata sit. *ibid.*Differentia inter insitionem minutiarum, & reductionem minutiarum minutiarum. *ibid.*

Prima regula insitionis duarum minutiarum. 122.

Quomodo plures minutiae,

quam . lux, inserantur per primam regulam. 123.

Minutiae inserendae per primam regulam non sunt reducendae ad minimos terminos ante finem operationis, & quare. 124.

Summa insitionis secundum primam regulam semper minor est, quam unitas & quare. 125.

Vfus primae regulae insitionis in diuidendo numero integro una cum minutia per numerum integrum. *ibid.*

Secunda regula insitionis duarum minutiarum. 128

Quo pacto plures minutiae, quam duae, inserantur per primam regulam. 129.

Minutiae inserendae per secundam regulam reduci possunt ad minimos terminos ante finem operationis. 130.

I N Q V A E S T I V N C V

lis nonnullis numerorum integrorum, ac minutiarum.

Vtilitas quaestiuicularum quarundam. 131.

Inuentio numeri, a quo facta est subtractio, vel facienda, ut propositus numerus relinquatur. 132.

Inuentio numeri subtracti, vel subtrahendi ex proposito numero, ut alius da-

- datus numerus sit reli-
 quus. Ibid.
- Inuentio numeri, cui datus
 numerus adiiciendus sit,
 vel qui dato numero sit
 addendus, vt alius nume-
 rus datus remaneat. 133.
- Inuentio differentie inter
 datos duos numeros. ibi.
- Inuentio numeri diuisi, aut
 diuidendi per datum nu-
 merum, vt Quotiens pro-
 positus proueniat. ibid.
- Inuentio numeri, qui con-
 tineat, vel sit, aut det da-
 tam fractionum, seu par-
 tem, partesve propositi
 numeri. 134.
- Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit diuisus
 aut diuidendus, vt Quo-
 tiens sit propositus nu-
 merus. ibid.
- Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit multi-
 plicandus, vel qui per da-
 tum numerum multipli-
 catus sit, vt gignatur nu-
 merus propositus. 135.
- Inuentio duorum numero-
 rum, qui inter se multipli-
 cati datum numerum
 producant. ibid.
- Inuentio duorum numero-
 rum, vt vno per alterum di-
 uiso, proueniat Quotiens
 propositus. 136.
- Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit multi-
 plicandus, vel qui multi-
- plicandus sit per datu nu-
 merum, vt productio diuisi-
 so per alium datum nu-
 meru proueniat Quotiens
 propositus. ibid.
- Inuentio partis, qua datus
 numerus exhibet respec-
 tu alterius numeri dati.
 137.
- Inuentio numeri, respectu
 cuius datus numerus ex-
 hibeat partem proposi-
 tam. 138.
- Inuentio multitudinis par-
 tuum quorumcumque, quas da-
 tus numerus continet. ibi.
- I N R E G V L A T R I U M,
*que alio nomine regula au-
 rea, siue regula propor-
 tionum dici solet.*
- Regula trium, siue aurea, si-
 ue proportionum cur sic
 dicta sit. 139.
- Numeri in regula triu quo
 pacto sint collocandi. ibid.
- Quo pacto per regulam triu
 quartus numerus igno-
 tus inquiratur. 140.
- Demonstratio regulæ triu.
 141.
- Numero per alium diuiso, si
 diuisor per Quotientem
 multiplicetur, cur rati-
 sum numerus diuisus pro-
 ducatur. 142.
- Probatio regulæ triu. 143
- Compendia varia regulæ
 triu. ibid.
- Probationes variæ regulæ
 triu. 144.

Demonstratio compendiorum regulæ trium. 146.

Quæstiones nonnullæ, quibus varix difficultates regulæ trium explicantur. 147. ad 153.

Quid agendum, quando diuersæ monetæ, mensuræ, pondera, & fractiones in regula trium occurrunt. 148.

I N R E G V L A T R I U M
Euersa.

Regula trium euersa quo pacto quartum numerum eliciat. 154.

Quæstiones aliquot ad regulam trium euersam spectantes. 154. ad 158.

I N R E G V L A T R I U M.
Composita.

Regula trium composita, quod, & quomodo fiat. 159.

Quæstiones aliquot ad regulam trium compositam spectantes. *ibid.* ad 174.

I N R E G V L A S O-
cietatum.

Regula Societatum quando adhibeatur, & quo pacto fiat. 175.

Quoties regula trium in regula Societatum adhibenda sit. *ibid.*

Quid agendum, quando in regula Societatum est diuersitas temporum. *ibid.*

Quæstiones aliquot ad regulam Societatum spectantes. 176. ad 186.

I N R E G V L A A L-
ligationis.

Regula alligationis quid. 107.

Regula alligationis quomodo fiat. *ibid.*

Quæstiones aliquot ad regulam alligationis spectantes. *ibid.* ad 211.

Varijs modis fieri potest alligatio, si res alligandæ plures sint, quam duæ. 210. & 214.

Quid agendum, quando in regula alligationis ponuntur plures differentiæ regione eiusdem pretij. 211

Quid obseruandum sit in alligationibus pluriû rerû. 214.

Quando quæstio alligationis sit impossibilis. 215.

I N R E G V L A F A L S I
simplicis positionis.

Regula falsi cur sic dicta sit. 221.

Regula falsi duplex est. *Ibid.* Discrimen inter duas regulas falsi. *ibid.*

Regula falsi simplicis positionis quomodo fiat. 224

Quæstiones aliquot ad regulam falsi simplicis positionis spectantes. *ibid.* ad 233.

I N R E G V L A F A L S I
duplicis positionis.

Regula falsi duplicis positionis quo pacto fiat. 233.

In regula falsi duplicis positionis, quando vtraque positio veritatem excedit,

- vel ab ea deficit, fit subtractio. *ibid.*
- In regula falsi duplicis positionis, quando vna positio veritatem excedit, & altera ab ea deficit, fit additio. 234.
- Quæstiones aliquotad regulam falsi duplicis positionis spectantes. *ibid.* ad 269.
- I N P R O G R E S S I O N I -
bus Arithmetiis.**
- Progressio Arithmetica quid. 270.
- Progressio naturalis numerorum, & numerorum impariũ, pariumq; quid. *ibi.*
- Arithmetica progressio quo pacto continetur. 271.
- Differentia progressionis Arithmeticæ quomodo inueniatur. *ibid.*
- Arithmetica progressio decrescere non potest in infinitum. 272.
- Proprietas progressionis Arithmeticæ trium numerorum. *ibid.*
- Proprietas progressionis Arithmeticæ quatuor numerorum. *Ibid.*
- Proprietas progressionis Arithmeticæ quotcunque terminorum, si numerus terminorum fuerit impar 273.
- Proprietas progressionis Arithmeticæ quotcunque terminorum, si numerus terminorũ fuerit par. 274
- Summa cuiuscũque progressionis Arithmeticæ quo pacto inueniatur. *Ibid.*
- Particularis inuentio summæ progressionis naturalis numerorum. 277.
- Numerus terminorum progressionis naturalis numerorum est vltimus terminus. *ibid.*
- Particularis inuentio summæ numerorum impariũ. 278.
- Numerus terminorũ in progressionem numerorũ imparium quo pacto reperitur. *ibid.*
- Particularis inuentio summæ numerorũ pariũ. 279.
- Numerus terminorũ in progressionem numerorũ parium qua ratione inueniatur. *ibid.*
- Vltimus terminus cuiuscũque progressionis Arithmeticæ quo pacto eliciatur ex numero terminorum, vna cum primo termino, & differentia progressionis. 280.
- Quæstio de bobus Augiæ. 281.
- Quæstio de ducibus militiæ. 282.
- I N P R O G R E S S I O N I -
bus Geometricis.**
- Progressio Geometrica quid 283.
- Geometrica progressio quo pacto continetur. *ibid.*

- Denominator proportionis in progressione Geometrica quomodo inueniatur, 284.
- Progressio Geometrica decrefcit in infinitum, ibi.
- Proprietates progressions Geometricæ trium terminorum, 285.
- Proprietates progressions Geometricæ quatuor terminorum, ibid.
- Proprietates progressions Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit impar, ibid.
- Proprietates progressions Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit par, 286.
- Summa cuiuscunq; progressions Geometricæ quo pacto inueniatur, 287.
- Particularis inuentio summae progressions proportionis duplæ, cuius initium est 1, 288.
- In progressione proportionis duplæ incipiente ab 1, quilibet numerus, ab ista prius vnitare, est summa omnium antecedentium numerorum, ibid.
- Si in progressione Geometrica incipiente ab 1, numerus aliquis seipsū, vel alium numerum multiplicet quem locū numerus productus occupet, 289.
- Quilibet numerus in progressione Geometrica incipiente ab 1, seipsū multiplicans producit numerum in duplo maiore loco, minus vnitare, quam numerus multiplicans ponendum, ibid.
- Progressio naturalis numerorum quo pacto indicet, quo in loco quilibet numerus productus collocandus sit in progressione Geometrica incipiente ab 1, 290.
- Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressione Geometrica incipiente ab 1, inuestigetur sine intermedijs, 291.
- Quo pacto ea, quæ de progressione Geometrica incipiente ab 1, dicta sunt, accommodentur progressioni Geometricæ non incipienti ab 1, 292.
- Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressione Geometrica incipiente à quouis numero inuestigetur sine intermedijs numeris, 293.
- Summa quotcunq; terminorum progressions Geometricæ proportionis duplæ ab 1, incipientis, addita prius vnitare, seipsam multiplicans producit numerum, qui ab ista prius vnitare, summa est duplo pluriū terminorum, 296.

Quo pacto facile h. meniatu
 summa 64. terminorum
 progressionis Geometri-
 cæ duplę proportionis ab
 1. incipientis. *ibid.*

Quanta pecunia requiratur
 vt impleatur 64. loca lu-
 di latrunculorum, ita vt
 in primo loco ponatur 1.
 quatr. in secundo 2. in ter-
 tio 4. & ita deinceps pro-
 grediendo per proportio-
 nem duplam. 297.

Quot grana frumenti con-
 stituant vnum Rubiũ. *ibi.*

Quot naues requirantur ad
 ferendum frumentum in
 64. locis ludi latrunculo-
 rum positum. 298.

Quot naues requirantur ad
 ferendam pecuniã in 64.
 locis ludi latrunculorum
 positam, si ad aureos re-
 duceretur. 299

In progressionē, cuius pri-
 mus terminus est 1. secun-
 dus 2. tertius vero secun-
 di tripl⁹, & similiter quar-
 tus tertij triplus, & ita
 deinceps: quilibet termi-
 nus duplus est omnium
 præcedentium. *ibid.*

Qua arte inueniatur sum-
 ma 64. terminorum ab 1.
 incipientium, atque ita
 progredientium, vt quili-
 bet duplus sit omnium an-
 tecedentium terminorum. 300

Alia inuentio eiusdem sum-
 mæ. 301.

Quantum frumētum requi-
 ratur, vt impleantur 64.
 loca ludi latrunculorũ,
 ita vt in primo loco po-
 natur 1. granum, in secun-
 do 2. in tertio 6. in quar-
 to 18. & ita deinceps, vt
 grana subsequēntis loci
 sint dupla omnium gra-
 norum in præcedentibus
 omnib⁹ locis simul. *ibid.*

Quot naues necessarię sint
 ad prædictum frumentũ
 portandum. 303.

Quot naues totam super-
 ficie[m] terræ & maris ope-
 rirēt, si se mutuo tange-
 rent. *ibid.*

Quot globi ex terra ac
 mari cõfecti tegerentur à
 nauibus, quæ necessarię
 sunt ad proximè dictam
 frumentũ portandũ. 304.

Quot globos totius terræ
 æquales constitueret fru-
 mentum in 64. locis pro-
 xime dictis cõtentũ. 306.

Quot naues ferrent au-
 reos ducatos ex quatri-
 nis, qui replerent 64. lo-
 ca eo modo, quo de gra-
 nis frumēti dictũ est. *ibid.*

Quot globos terræ ac ma-
 ris prædictæ naues tege-
 rent. *ibid.*

Qua ratione facile inuenta
 tur summa 40. terminorũ
 progressionis Geometri-
 cæ proportionis duplę ab
 1. incipientis. *ibid.*

Quan-

I N D E X:

- Quanti consistent 40. oppida
si vendantur ita, vt pro
primo soluat 1. quatr.
pro secundo 2. pro tertio
4. &c. 307.
- Quomodo breuiter elicia-
tur summa 24. terminorū
progressionis Geometri-
cæ pportionis duplæ ab
1. incipientis, ibid.
- Quanti consistet equus ha-
bens 24. clauos in pedi-
bus, si ita vendatur, vt de-
tur 1. quatr. p primo cla-
uo, & 2. pro secundo, & 4.
pro tertio, &c. 308.
- I N E X T R A C T I O N E
radicis quadratæ.
- Quadratus numerus quid.
308.
- Radix quadrata quid. 309.
- Extractio radicis quid. ibid.
- Numerus, cuius radix quaer-
ritur, quomodo punctis si-
gnetur. ibid.
- Quot figuras habeat radix
propositi numeri. ibid.
- Quo pacto radix quadrata
ex dato numero eruat, 310.
- Examē extractionis radicis
quadratæ triplex. 316.
- Residuum in extractione ra-
dicis quadratæ maius esse
non potest, quam duplū
radicis inuentę. 317.
- Quę sit differeñtia iter duos
quadratos proximos. ibi.
- I N A P P R O P I N Q V A-
*tione radicum in nume-
ris non quadratis.*
- Quomodo inueniatur ra-
dix propinquior, quę ta-
men minor sit, quam ve-
ra. 318.
- Quomodo reperiatur radix
propinquior, quę tamen
maior sit, quam vera. 321

F I N I S.

REGESTVM.

A B C D E F G H I k L M N O P Q R S T V X.

Omnes sint Quaterniones.



