Proyecto Fin de Máster Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Análisis de modelos de vida de herramientas de corte en el proceso de torneado

Autor: Antonio Guarnido Barrera Tutora: Aida Estévez Urra

> Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

> > Sevilla, 2021



Proyecto Fin de Máster Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Análisis de modelos de vida de herramientas de corte en el proceso de torneado

Autor:

Antonio Guarnido Barrera

Tutor: Aida Estévez Urra Profesora colaboradora

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla _{Sevilla, 2021}

Proyecto Fin de Máster: Análisis de modelos de vida de herramientas de corte en el proceso de torneado

Autor: Antonio Guarnido Barrera

Tutor: Aida Estévez Urra

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

A mis padres, Antonio y Auxiliadora, y a mi hermano, Paco, por su apoyo y confianza incondicional en todo momento. A Inma, por su paciencia, y a todas las personas que han formado parte del camino hasta alcanzar este hito.

A mi tutora, Aida Estévez Urra, por permitirme trabajar con ella, por su atención, su implicación y su esmero.

Índice

1. Introducción1-1
1.1 Antecedentes 1-1
1.2 Objetivos
1.3 Estructura
2. Desgaste de las herramientas de corte2-1
2.1 Introducción2-1
2.2 Modos de fallo de herramientas de corte2-1
2.3 Mecanismos de desgaste2-5
2.4 Tipos de desgaste2-8
2.5 Etapas del desgaste progresivo de herramientas2-9
2.6 Modelos teóricos de desgaste2-10
2.6.1 Modelo de Archard2-11
2.6.2 Modelo Takeyama y Murata2-11
2.6.3 Modelo de Usui2-11
3. Modelos teóricos para la estimación de la vida de herramientas
3.1 Modelo de Taylor3-4
3.1.1 Primeros experimentos de corte de metales
3.1.2 Diseño de la herramienta3-6
3.1.3 La regla de cálculo de Barth3-6
3.1.4 Ecuación de vida de herramienta
3.1.5 Primera generalización de la ecuación de Taylor
3.1.6 Segunda generalización de la ecuación de Taylor
3.2 Modelo de Woxén3-10
3.2.1 Temperatura en la arista de corte de la herramienta
3.2.2 Cálculo de la viruta equivalente
3.2.3 Relación entre temperatura y vida de herramienta

3.2.4 Relación entre viruta equivalente y velocidad de corte
3.2.5 Ecuación de vida de herramienta de Woxén
3.3 Modelo de Gilbert 3-18
3.4 Modelo de Kronenberg 3-19
3.4.1 Consideraciones previas para el desarrollo del modelo de vida de
herramienta 3-19
3.4.2 Ecuación básica de la velocidad de corte
3.4.3 Ecuación extendida de la velocidad de corte
3.5 Modelo de Colding 3-25
3.5.1 Ecuaciones de vida de herramienta de Colding
3.5.1.1 Análisis dimensional aplicado a la vida de herramienta 3-26
3.5.1.2 Deducción de la ecuación limitada de vida de herramienta 3-27
3.5.1.3 Deducción de la ecuación general de vida de herramienta 3-29
3.6 Modelo de König-Depiereaux 3-32
4. Modelado del desgaste de herramienta basado en datos experimentales 4-1
4.1 Introducción 4-1
4.2 Modelos de vida empleados 4-2
4.3 La función logit 4-2
5. Procedimiento experimental 5-1
5.1 Normativa aplicable5-1
5.2 Materiales a mecanizar 5-2
5.3 Equipos empleados5-3
5.4 Herramientas de corte5-5
5.4.1 Herramientas de acero rápido 5-5
5.4.2 Herramientas de metal duro5-6
5.5 Parámetros de corte5-6
5.6 Experimentos
5.7 Criterios de desgaste 5-8
6. Resultados y análisis

6.1 Resultados experimentales6-1
6.2 Ajuste de modelos de vida de herramienta6-1
6.2.1 Modelo de Taylor6-2
6.2.2 Primera generalización del modelo de Taylor6-3
6.2.3 Segunda generalización del modelo de Taylor
6.2.4 Modelo de Woxén6-7
6.2.5 Modelo de Gilbert6-8
6.2.6 Modelo de Kronenberg6-9
6.2.7 Modelo de Colding6-11
6.2.8 Modelo de König-Depiereaux6-11
6.3 Resultado del ajuste de las ecuaciones de vida de herramientas
6.4 Ajuste de modelos de desgaste de herramienta
6.5 Resultado del ajuste del modelo de desgaste de herramienta
7. Conclusiones
7.1 Comparación del ajuste de diferentes modelos de vida de herramienta con los
resultados experimentales7-1
7.2 Comparación del ajuste del modelo de Taylor y sus generalizaciones con los
resultados experimentales7-2
7.3 Comparación del ajuste del modelo básico de Kronenberg y sus versiones
extendidas con los resultados experimentales7-2
7.4 Comparación del ajuste del modelo de desgaste propuesto por Laakso y
Johannson7-3

Bibliografía

Anexos

1. Introducción

1.1 Antecedentes

El mecanizado, como proceso industrial de fabricación, comenzó a desarrollarse durante la Revolución Industrial, en el siglo XIX. Siendo una tecnología fundamental en la consolidación de la industria de aquella época y manteniendo todavía ese status en el siglo XXI.

La evolución del mecanizado desde mediados del siglo XIX hasta nuestros días ha posibilitado la aparición de nuevos tipos de mecanizado, entendiendo este como la transformación de una pieza sólida de materia prima en piezas con tamaño y forma definidas, mediante la eliminación de material.

Los tipos de mecanizados empleados actualmente en la industria se pueden englobar en dos grupos principales, el primero de ellos es el mecanizado convencional que implica a los procesos de eliminación de material con los que esta tecnología se consolidó en la industria: el mecanizado por arranque de viruta y el mecanizado por abrasión.

El segundo grupo, el mecanizado no convencional, da cabida a otros procesos de arranque de material que han surgido más recientemente favorecidos por avances en otras tecnologías industriales. Ejemplo de ello son, el mecanizado por electroerosión, por ultrasonidos, por chorro de agua, químico, etc.

El proceso de mecanizado convencional por arranque de viruta sigue siendo, desde su origen, el proceso de mecanizado más extendido en la industria. Este proceso se puede clasificar a su vez según la operación que se realice en: torneado, fresado, taladrado, etc. el concepto de arranque de viruta es común a todas estas operaciones mientras que la disposición de pieza y herramienta es diferente entre ellas.

Los avances tecnológicos que ha tenido el mecanizado convencional como tecnología de fabricación han estado estrechamente vinculados con la evolución que han sufrido las herramientas de corte, sin la cual el mecanizado no hubiera alcanzado los niveles de desarrollo actuales.

El interés del autor por el proceso de mecanizado y su consideración de la herramienta de corte como el factor clave en el desarrollo de esta tecnología, le llevaron a publicar como trabajo fin de grado un estudio experimental sobre la determinación de la vida útil de las herramientas de corte en operaciones de torneado [1]. Para dicha investigación se ejecutaron una serie de ensayos para el análisis del comportamiento de las herramientas de corte ante diferentes condiciones de corte.

Los citados experimentos se realizaron de acuerdo a los estándares definidos en la norma UNE 16148-1985 [2], para ensayos de herramientas de torno de corte único. Los cuales tuvieron lugar en el laboratorio de Ingeniería de los Procesos de Fabricación de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla en 2015.

1.2 Objetivos

Desde que, a principios del siglo XX, F. W. Taylor presentara un modelo teórico de vida de herramientas de corte, han sido muchos los investigadores que han dedicado gran esfuerzo para tratar de generar un modelo teórico que permitiera conocer la vida de una herramienta de corte ante determinadas condiciones de trabajo [11][12][14][15][16].

Sin embargo, la gran cantidad de fenómenos físicos que tienen lugar durante el proceso de corte no ha permitido aunar en un único modelo teórico, una precisión alta del modelo frente a la realidad y una simplicidad suficiente para que el modelo pueda ser ampliamente empleado a todos los niveles de la industria del mecanizado.

En este estudio se desarrollarán los modelos de vida de herramienta que se han considerado más relevantes en la investigación de la vida útil de las herramientas de corte y se realizará un análisis de la precisión que ofrece cada uno con respecto a los datos experimentales obtenidos en [1].

Se mostrará una comparación del desempeño de los modelos para determinar cuál ofrece mejores resultados con menor dificultad de cálculo y ensayos.

La mayoría de los modelos analizados son modelos teóricos que ante una serie de parámetros de entrada ofrecen como salida el tiempo de vida que tendría la herramienta bajo esas condiciones, o la velocidad de corte para una vida definida. Sin embargo, se ha considerado de interés conocer el nivel de desgaste de la herramienta dentro de su periodo de vida útil. De manera que, si se tiene una herramienta a medio uso y conocemos su nivel de desgaste, se podría seguir calculando la vida útil de la herramienta ante unas condiciones de corte diferentes.

Para conocer el nivel de desgaste de la herramienta se empleará la propuesta realizada por Laakso y Johansson [3], en la que se aproxima la curva de evolución del desgaste de la herramienta frente al tiempo con una función *logit*.

Será un propósito de esta investigación valorar la precisión de la función propuesta [3] con los datos experimentales obtenidos en [1].

1.3 Estructura

El contenido de este documento se organizará de manera lógica para una mejor compresión del trabajo llevado a cabo, comenzando por una introducción al desgaste de herramientas donde se expondrán los distintos modos de fallo que se dan en las herramientas de corte, mecanismos y tipos de desgaste.

Se desarrollarán los modelos de vida de herramienta propuestos por diferentes autores, exponiendo sus principales características y ámbito de aplicación para cada uno de ellos.

Además de los modelos de vida de herramienta, se presentará un modelo teórico de desgaste de herramienta [3] que permite, complementando a cualquiera de los modelos de vida, conocer el nivel de desgaste de la herramienta durante su vida útil.

Se expondrá de manera resumida el procedimiento experimental llevado a cabo en estudio precedente sobre la estimación de la vida útil de las herramientas de corte ante diferentes parámetros de corte [1], que fue realizado en las instalaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla durante el año 2015.

Se tomarán los resultados experimentales obtenidos de dicho análisis y se realizará una comparativa y valoración de los valores obtenidos frente a los propuestos por los modelos teóricos desarrollados con anterioridad.

Para finalizar, quedarán expuestas las conclusiones obtenidas del estudio de los modelos de vida de herramienta, y el desempeño de estos ante los resultados experimentales. Así como del modelo de desgaste propuesto por Laakso y Johansson [3].

2. Desgaste de las herramientas de corte

2.1 Introducción

Aunque la fricción se conoce desde muchos siglos antes, fue Leonardo da Vinci quien planteó una primera estimación de este fenómeno. Sin embargo, la dificultad de su estudio debido a su carácter multidisciplinar, ha provocado que no se desarrollara con mayor extensión hasta mediados del siglo XX.

El contacto entre pieza y herramienta es intrínseco en cualquier proceso de mecanizado convencional, pero además de mantener el contacto, para efectuar el arranque de viruta, se requiere de un movimiento relativo entre ambas, lo cual produce fricción.

La fricción que tiene lugar durante el arranque de la viruta tiene repercusión sobre la herramienta de corte, provocando desgaste sobre ella. Entendiendo desgaste como la supresión gradual de material de la herramienta producida por la fricción, por lo que fricción y desgaste están íntimamente ligados, al igual que lo está su estudio.

Como se ha indicado con anterioridad, la vida de herramienta es limitada, y su duración dependerá del nivel de desgaste acumulado, por lo que se puede intuir fácilmente que el estudio de la evolución del desgaste de las herramientas de corte es de vital importancia en el conocimiento de la vida útil de las mismas.

Aunque se ha tratado el desgaste como condicionante en la vida útil de la herramienta, se dan otros modos de fallo que también limitan la vida de la herramienta, y que se detallan a continuación, profundizando en el desgaste progresivo como modo de fallo más deseable.

2.2 Modos de fallo de herramientas de corte

Las condiciones de trabajo de las herramientas de corte, y más particularmente de los filos de corte, provocan los fenómenos que se relacionan a continuación y que afectan a la integridad de la herramienta:

- Fricción entre distintos materiales.
- Esfuerzos mecánicos fuertes, y en numerosos casos cíclicos, causando impactos.
- Altas temperaturas provocadas por el rozamiento, con gradientes de temperatura elevados.
- Reacciones químicas entre materiales favorecidas por la alta temperatura generada.

Debido a la gran cantidad de agentes que influyen sobre la herramienta, el modo de fallo no es único, ni siempre se puede prever. El fallo de la herramienta de corte se puede producir por tres modos de fallo:

1) Fallo por fractura:

Este modo de fallo es el único que produce el fallo repentino de la herramienta y aunque se puede prever que se producirá, resulta impredecible el momento del fallo.

Es un modo de fallo que se da en herramientas sometidas a fuerzas de corte que exceden el propósito de diseño de la herramienta. Sin embargo, si se produce este fallo, no necesariamente el valor de la fuerza de corte es excesivo, sino que se puede producir la fractura de la herramienta por fatiga.

El fenómeno de la fatiga es muy frecuente en cortes discontinuos que provocan ciclos de carga de alta frecuencia sobre el filo de la herramienta que hace que se produzca el fallo repentino del filo de corte. Sin embargo, la fatiga también puede ser térmica, generada por ciclos térmicos de calentamiento, durante el corte, y enfriamiento, producido por un fluido de corte, que producen dilataciones y contracciones cíclicas.

Un caso común de fatiga térmica puede ser el caso de las herramientas de corte empleadas para el fresado. Estos ciclos térmicos producen contracciones y dilataciones que propician que el material de la herramienta de corte falle por fatiga térmica. Ver *figura 2.1*.



Figura 2.1. Fallo por fractura [79].

2) Fallo por deformación:

Alguna fuente [4] se refiere a este modo de fallo como fallo por temperatura. Sin embargo, se ha considerado que la temperatura es la causa del fallo y la deformación plástica de la herramienta el modo de fallo en sí. Este fallo se produce cuando la temperatura de la herramienta en combinación con una fuerza de corte elevada supera los parámetros de diseño de la herramienta, ver *figura 2.2*.



Figura 2.2. Fallo por deformación plástica [80].

Este exceso de temperatura produce que el filo de corte se ablande, y ante la acción de las fuerzas de corte cambie la forma geométrica predefinida produciendo una deformación plástica que modifica los ángulos de incidencia, desprendimiento, radio de punta, etc.

Estas modificaciones hacen que la geometría resultante no sea óptima para el corte, incrementando aún más la temperatura y produciendo un incremento de las fuerzas de corte que hacen que se comporte como un fenómeno inestable.

A diferencia del fallo por fractura, que es un fallo repentino, en el fallo por deformación se puede prever su aparición, aunque no su evolución. Síntomas de este modo de fallo pueden ser: vibraciones en la máquina, y un acabado superficial de los productos no deseable.

3) Fallo por agotamiento tras desgaste progresivo:

Este modo de fallo de la herramienta de corte se produce por el rozamiento con la pieza a mecanizar y con la viruta eliminada. Se muestra en la *figura 2.3* la banda de desgaste en la cara de incidencia de una herramienta de corte durante su vida útil.



Figura 2.3. Fallo por desgate progresivo [79].

Es un modo de fallo inevitable, puesto que la fricción entre material y herramienta es inherente al proceso de mecanizado por arranque de viruta, sin embargo, una selección exhaustiva de los parámetros de corte puede favorecer una vida de la herramienta más prolongada, lo que produce una ventaja productiva y con ello una ventaja económica.

De los modos de fallo expuestos, este último es el más deseable, ya que además de permitir una vida útil mayor, es el único en que puede estimarse la vida útil de la herramienta.

El presente documento se centra en un análisis de modelos teóricos que tratan de estimar la vida útil de la herramienta con unas condiciones de corte aceptables, lo cual hace esperar que el modo de fallo que limite la vida de la herramienta es el agotamiento por desgaste gradual, y en él se centra el alcance de este documento.

2.3 Mecanismos de desgaste

El desgaste producido en la herramienta está originado por una serie de fenómenos físicos y químicos que se han denominado mecanismos de desgaste y se definen como sigue:

• Abrasión:

El rozamiento entre pieza a mecanizar y herramienta de corte produce que las partículas del material de la pieza rayen y arrastren partículas de la herramienta, eliminando material de la herramienta y afectando a su geometría. Un ejemplo de este mecanismo de desgaste se muestra en la *figura 2.3*.

• Adhesión:

El roce entre materiales metálicos a alta temperatura y con fuerzas de contacto entre ellos produce micro-soldaduras entre la herramienta de corte y la viruta, ver *figura 2.4*. El material adherido a la herramienta es arrastrado por el flujo de viruta que sale de la arista de corte, produciendo una eliminación del material de la superficie de la herramienta.



Figura 2.4. Herramienta con filo recrecido [81].

• Difusión:

Los átomos de una red cristalina metálica se desplazan de una región donde la concentración atómica es mayor a otra zona con menos concentración. Esta

transferencia se ve favorecida por la temperatura, que por sí sola ya excita la movilidad de los propios átomos, por lo que a mayor temperatura mayor será la difusión por unidad de tiempo considerada. Al factor temperatura hay que sumar el contacto íntimo entre materiales que se produce en el mecanizado.

El flujo de átomos desde el material de la herramienta al material de la pieza hace que la herramienta de corte al tener menos átomos cambie su estructura atómica debilitando la estructura superficial de la herramienta. Este cambio hace que la herramienta se vuelva más susceptible de sufrir desgaste debido a los mecanismos de desgaste citados anteriormente: adhesión y abrasión.

• Oxidación:

Groover [4] se refiere a este mecanismo de desgaste como reacciones químicas en general, pero la reacción predominante es la oxidación. En la superficie de ataque de la herramienta se reúnen factores que favorecen la oxidación del material: el oxígeno ambiental y metales a alta temperatura. La capa oxidante se separa y queda expuesta para la oxidación una nueva capa de material.

El desgaste en la cara de desprendimiento de la pieza se relaciona con este mecanismo de desgaste, la *figura 2.5* muestra un ejemplo.



Figura 2.5. Herramienta con desgaste de cráter en cara de desprendimiento [79].

• Deformación plástica:

Las fuerzas de corte a las que están sometidas las herramientas de corte producen sobre las aristas de corte deformaciones plásticas que alteran la geometría de diseño de las herramientas. Al tener una geometría diferente, las condiciones de corte pueden ser menos favorables, desencadenando una serie de efectos que favorecen un desgaste acelerado de la herramienta, como puede ser un incremento de la temperatura de corte o unas fuerzas de corte más elevadas, ver *figura 2.2*.

Resultaría de gran complejidad desvincular completamente alguno de los mecanismos de desgaste de cualquier proceso de corte, porque todos están presentes en mayor o menor medida en un proceso de mecanizado por arranque de viruta.

Sin embargo, se puede afirmar que en el mecanizado de materiales convencionales y bajo unos parámetros de corte adecuados, los mecanismos de desgaste con mayor impacto son: adhesión, abrasión y difusión.

En la *figura 2.6*, se muestra un diagrama con la zona donde es más frecuente localizar cada uno de los mecanismos de desgaste definidos anteriormente. La deformación plástica afectaría con mayor incidencia a la arista de corte activa de la herramienta, junto con el radio de punta de esta.



Figura 2.6. Tipos de desgaste predominante por zonas de la herramienta [5].

La amplia casuística de parámetros de corte que se puede encontrar en el mecanizado hace que no sea posible postular una afirmación única sobre cuál es el mecanismo de desgaste predominante en determinados casos.

2.4 Tipos de desgaste

El desgaste gradual de la herramienta se produce principalmente en dos zonas diferenciadas, dando lugar a dos tipos de desgaste. Estos se cuantifican en función de dos parámetros: *KT* y *VB*, según se muestran en la *figura 2.7*.



Figura 2.7. Sección transversal de la arista de corte principal [6].

El primero de ellos se produce en la cara de desprendimiento de la herramienta, que es aquella por la que fluye la viruta cortada, generando un desgaste sobre esta cara con forma de hueco cóncavo, como se muestra en la *figura 2.8*. Es lo que se conoce como desgaste en cráter, y se cuantifica en función de la profundidad con respecto al plano que define la cara de desprendimiento. La profundidad se suele representar con *KT*, como se muestra en la *figura 2.7*.



Figura 2.8. Desgaste en cráter [17].

El otro tipo de desgaste es el desgaste de la cara de incidencia, o desgaste del flanco, y es producido por la fricción generada entre la pieza y la herramienta, ver *figura 2.9*. Se aprecia una banda de desgaste paralela al filo de corte, la anchura de esta banda se suele definir como *VB*, como se observa en la *figura 2.7*.



Figura 2.9. Desgaste en cara de incidencia [17].

La medida del desgaste de flanco resulta más sencilla que la medida de la profundidad del cráter, por lo que la definición de criterios de vida de herramienta es más frecuente encontrarla en base a un valor límite de *VB*.

Otro tipo de desgaste con menos repercusión en la vida de la herramienta es el desgaste de radio de punta, o desgaste de la nariz, que no es más que una extensión de la banda de desgaste de la cara de incidencia de la herramienta.



2.5 Etapas del desgaste progresivo de herramientas

Figura 2.10 Etapas del desgaste de herramientas [7]

Hasta el momento, en este trabajo, se ha referido al desgaste progresivo o gradual sin mayor detalle. Sin embargo, la evolución del desgaste de la herramienta no es constante durante toda la vida de esta, sino que se pueden distinguir varias etapas tal como muestra la *figura 2.10*.

En la etapa de desgaste rápido inicial, la herramienta sufre un desgaste considerable en un periodo de tiempo que constituye un reducido porcentaje de su vida útil total. Lalbondre [7] estima que se puede alcanzar entre el 10 y el 15 % del desgaste indicado como criterio limitante, que habitualmente suele ser de $VT_{máx} = 0.3 mm$.

La etapa PQ tiene mayor duración y en ella el crecimiento del desgaste es aproximadamente lineal. Es la zona de mayor interés por ser la más estable, por lo que permite estimar su trayectoria pudiendo predecir el comportamiento del desgaste de la herramienta.

Finalmente, la etapa de desgaste acelerado QR se produce porque el desgaste de la herramienta durante su vida útil ha afectado a su geometría, lo cual la hace menos óptima para el corte. Esto a su vez favorece que se genere más fricción y con ello más temperatura lo cual ablanda la herramienta y se acrecienta la deformación de la herramienta ante la fricción.

Para poder predecir la vida de la herramienta con la mayor precisión posible es recomendable que se alcance el valor límite para el criterio de desgaste establecido dentro de la etapa de crecimiento lineal.

2.6 Modelos teóricos de desgaste

Como se mencionó con anterioridad, durante el siglo XX, se retomó el interés por investigar el desgaste. Con el estudio de este fenómeno se pretendía conocer los parámetros que influyen sobre este y poder así generar un modelo teórico que permita predecir el desgaste bajo determinadas condiciones.

En la segunda mitad del siglo XX, autores como Archard, Takeyama y Murata, y Usui, entre otros, propusieron modelos teóricos para estimar el desgaste [5][6][36][54][55], cada uno de los cuales basó su teoría en diferentes hipótesis y considerando diferentes mecanismos de desgaste. A continuación, se exponen de manera resumida los modelos propuestos por los investigadores citados.

2.6.1 Modelo de Archard

El modelo propuesto por Archard [5] se distingue por ser adecuado para modelar procesos discretos como puede ser la forja, donde el desgaste principal es abrasivo.

$$\frac{dW}{dt} = K \frac{p^a (v_s)^b}{H^c} \quad (2.1)$$

Donde:

 $\frac{dW}{dt}$: Volumen de material eliminado por unidad de tiempo.

p: presión en la zona de contacto.

 v_s : velocidad de deslizamiento.

H: dureza de la herramienta.

K, *a*, *b*, *c*: coeficientes experimentales.

2.6.2 Modelo de Takeyama y Murata

En este modelo [5] se consideró tanto el desgaste difusivo como el abrasivo.

$$\frac{dW}{dt} = G(v, f) + D \cdot exp\left(\frac{-E}{RT}\right)$$
(2.2)

A la definición de parámetros anterior se suma:

f: avance por revolución.

G: función de la velocidad y el avance para cada material.

D: constante experimental.

E: energía de activación del proceso.

R: constante universal de los gases.

T: temperatura.

2.6.3 Modelo de Usui

Es el modelo recomendado para procesos continuos en los que el desgaste abrasivo es dominante [5], como puede ser el torneado.

$$\frac{dW}{dt} = A \cdot \sigma_n \cdot v_s \cdot exp\left(\frac{-B}{T}\right) \quad (2.3)$$

Los parámetros que incorpora frente a los modelos anteriores son:

 σ_n : tensión normal.

A, B: coeficientes experimentales.

Los modelos de desgaste presentados anteriormente pretenden calcular el volumen de material cortado por unidad de tiempo, sin embargo, en este trabajo se tratará una propuesta realizada por Laakso y Johansson [3], que también se ha referido como modelo de desgaste, pero a diferencia de los anteriores, únicamente cuantifica la evolución del desgaste basándose en una función *logit* ajustada en base a un procedimiento experimental.

3. Modelos teóricos para la estimación de la vida de herramientas

En cualquier operación de mecanizado convencional, el estudio de las herramientas de corte empleadas tiene como pretensión final la definición de las condiciones de corte óptimas que minimicen los costes de fabricación con unos niveles de calidad que satisfagan las necesidades establecidas.

Para la minimización de los costes de fabricación es fundamental conocer el comportamiento de la herramienta ante determinadas condiciones, y el tiempo de vida que puede desarrollar esta. Es ahí, donde surge la necesidad de modelar la vida de la herramienta de manera teórica como un instrumento necesario para el estudio y la optimización de cualquier proceso de mecanizado por arranque de viruta.

Se puede definir como modelo de vida de herramienta a una expresión matemática en la cual se toman como entrada: parámetros del proceso, constantes experimentales y un criterio de desgaste definido, y ofrece como resultado la vida de herramienta estimada. Así mismo, se puede considerar la vida de herramienta como una entrada para el modelo, y algún parámetro del proceso de corte como salida, por ejemplo, la velocidad de corte. Se muestra en la *figura 3.1* un esquema de las entradas y salidas de un modelo genérico de vida de herramientas.

Han sido muchos los autores que han propuesto modelos matemáticos para estimar la vida de las herramientas, como por ejemplo: Taylor, Kronenberg y Colding, entre otros. Sin embargo, la gran cantidad de parámetros que tienen influencia sobre el desgaste de la herramienta hace que este estudio sea de gran complejidad. Por ello, los modelos son simplificaciones de la realidad que solo permitirán estimar de manera aproximada la vida de la herramienta.

Cada modelo tiene una capacidad de representación que le permite modelar la realidad con mayor o menor acierto. Incluso esta efectividad de optimización puede diferir en un mismo modelo para diferentes rangos de parámetros de corte y materiales, por ejemplo, un modelo que ajusta muy bien para una velocidad de corte alta podría dar mayor error en el ajuste para una velocidad de corte baja.

Hay que tener presente que, en un principio se pretendió que los modelos de vida de herramientas fuesen un instrumento práctico para un uso extendido en la industria, esto propició que en algunos casos primara la practicidad a la precisión [11] [14].



Figura 3.1. Esquema de un modelo genérico de vida de herramientas basado en el ajuste de curvas experimentales [8].

Analizando la evolución histórica, los primeros modelos de vida de herramientas, que datan de la primera mitad del siglo XX, son ecuaciones sencillas. En aquellos tiempos, todavía las herramientas de cálculo electrónicas no estaban desarrolladas, en el mejor de los casos se podrían emplear diagramas para la estimación de parámetros de corte, por lo que una expresión compleja no cumpliría los requisitos de practicidad esperados.

Sin embargo, en las últimas décadas, con el desarrollo de aplicaciones informáticas que ofrecen una capacidad de cálculo infinitamente mayor, se abre la posibilidad de profundizar en el desarrollo de estos modelos de herramienta. Ejemplo de ello es el empleo del método de los elementos finitos, machine learning, etc. Por lo que es comprensible que la complejidad de los modelos de vida de herramientas ha sido creciente con el desarrollo de mejores herramientas de cálculo.

La representación gráfica de la curva real del tiempo de vida de herramienta representado en una gráfica doblemente logarítmica tiene la forma que se muestra en la *figura 3.2,* donde se representan tres curvas para diferentes valores de viruta equivalente.

En la curva de vida de herramienta, el rango de parámetros que verdaderamente tienen sentido práctico son los comprendidos entre el punto *P* y el punto *R* definidos en la *figura 3.2.* Siendo el punto *P* el punto de tangencia de una línea recta con una

pendiente decreciente a 45°. Los modelos de vida de herramienta se ciñen, por lo general, a aproximar la zona de interés práctico, comprendida entre por los puntos P y R indicados.



Figura 3.2. Forma general de curvas de vida de herramientas [9].

Se puede realizar una clasificación de los modelos de vida en función de la estructura matemática de la ecuación que define un modelo:

- Aproximación mediante una línea recta.
- Aproximación mediante una parábola o hipérbola.
- Aproximación mediante una familia de rectas paralelas que incluyen el comportamiento de un tercer parámetro.
- Aproximación mediante una familia de curvas definidas por ecuaciones de orden elevado.

A continuación se presenta un estudio de cada uno de los modelos de vida de herramientas que se han considerado de mayor interés, comenzando por el que se considera el más antiguo, el modelo de Taylor, y sobre el cual están basados gran mayoría de los modelos posteriores [11][12][14][15][16].

3.1 Modelo de Taylor

Fue durante la vigésima séptima reunión anual de la American Society of Mechanical Engineers, ASME, en diciembre de 1906, cuando su presidente, Frederick Winslow Taylor presentó su éxito "*On the art of cutting metals*". En palabras de su autor, el contenido representaba los resultados de un esfuerzo combinado de un número de personas para el establecimiento de las reglas básicas de vida de herramientas en el corte de metales, expresado por la ecuación de vida de herramienta de Taylor, todavía muy empleada en la actualidad.

Los resultados de la investigación tuvieron una repercusión inmensa en aquel momento, y todavía hoy siguen teniendo validez con un uso muy extendido en el análisis de procesos de mecanizado. Aunque varias décadas antes ya era objeto de estudio de numerosos investigadores, con este trabajo, Taylor sentó las bases del estudio de la vida de herramientas de corte en procesos de mecanizado.

Sin embargo, la investigación sobre la vida de las herramientas de corte y su aplicación a la ingeniería de producción de plantas industriales no era más que una rama del estudio sobre la organización científica del trabajo, o "Shop Management". La investigación y definición de este método de organización industrial ocupó la mayor parte de la trayectoria investigadora de Taylor, llegando a ser considerado el promotor de los principios sobre los que se apoya la perspectiva científica de la administración, documentada en su obra "*The Principles of Scientific Management*" de 1911.

3.1.1 Primeros experimentos de corte de metales

Taylor, en su experiencia en contacto con la producción, observó que cada operario dedicaba un tiempo importante en el afilado de las herramientas de corte y cada cual tenía un criterio de selección de herramienta, geometría de esta y selección de los parámetros de corte. Por ello, planteó la propuesta de especializar a operarios en estas tareas, de manera que se pudieran homogenizar los criterios.

Dentro del objetivo principal en la investigación de Taylor, de mejorar la eficiencia de la producción, uno de los motivos que promovieron la investigación fue que cada operario pudiera recibir instrucciones escritas para la realización de una tarea definida y un tiempo de ejecución definido para cada operación.

La ausencia del conocimiento para estimar la velocidad de corte y el avance óptimos para una herramienta definida propició que Taylor se embarcara en esta investigación cuyos resultados fueron recogidos en la obra "*On the art of cutting metals*".

Con la intención de analizar por separado cada uno de los factores que se creía que tenían relación con la vida de la herramienta de corte, Taylor planteó una serie de

experimentos que esperaba completar en menos de 6 meses, pero la investigación se prolongó durante 26 años.

Taylor analizó aisladamente doce variables que supuso que tenían efecto en la velocidad de corte, estas fueron:

- Calidad del metal a mecanizar.
- Diámetro de la pieza a mecanizar.
- Profundidad de corte.
- Espesor de la viruta indeformada.
- Elasticidad de la pieza y herramienta.
- Forma del contorno de la arista de corte de la herramienta y ángulos.
- Composición química de la herramienta y su tratamiento térmico.
- Fluido refrigerante u otro medio refrigerador.
- Duración del corte.
- Presión de la viruta en la herramienta.
- Posible cambio de velocidad o avance en el torno.
- Potencia del torno para el giro del husillo y avance.

A diferencia de otros investigadores de la época y posteriores, que aunaban el avance y la profundidad de corte en un único parámetro, Taylor defendió la independencia de estos parámetros en su estudio. Para organizar la investigación, Taylor dividió el problema en cuatro secciones a las que tendría que dar respuesta secuencialmente:

- Determinación de los hechos importantes o leyes relacionadas con el arte de cortar metales.
- 2) Búsqueda de expresiones matemáticas para estos resultados que fueran suficientemente simples.
- 3) Investigación de las posibilidades y limitaciones de las máquinas de corte.
- 4) Desarrollo de un diagrama para determinar el mejor avance y velocidad de corte en una máquina particular, permitiendo realizar la operación de mecanizado de la manera más óptima.

La gran cantidad de ensayos planteados y los recursos requeridos para su ejecución hicieron necesario establecer una vida de herramienta objetivo para los experimentos. De manera, que el resto de parámetros de corte se ajustaban para lograr el tiempo de vida propuesto. Se comprobó que para vidas de herramienta pequeñas la dispersión en los resultados era mayor, lo que hacía impreciso el estudio, en cambio para vidas largas el consumo de recursos era prohibitivo. Por ello, se consideró adecuado establecer 20 minutos como tiempo de vida objetivo.

3.1.2 Diseño de la herramienta

En un intento por estandarizar las herramientas de corte, Taylor pretendió establecer las condiciones geométricas óptimas que a su vez favorecieran la vida de la herramienta. Sin embargo, no logró un diseño de herramienta que fuera óptimo en todos los aspectos, por lo que la herramienta estándar que propuso fue una solución de compromiso entre todos los parámetros que afectan a las condiciones de corte.

Las premisas que tomó Taylor para el diseño de la herramienta fueron:

- Fundiciones y forjas deben ser mecanizadas con una superficie de acabado aceptable.
- El metal a mecanizar debe ser eliminado en el menor tiempo posible.
- La geometría de la herramienta debe ser elegida para cortar la máxima cantidad de material con el mínimo coste.
- Debe ser adaptable para una gran cantidad de trabajos.

3.1.3 La regla de cálculo de Barth

De la batería de experimentos, Taylor extrajo una estimación de los efectos de las distintas variables en la velocidad de corte, con el objetivo de construir una regla de cálculo útil, que recopiló en la ecuación:

$$v_{20} = \frac{Constante \cdot \left(1 - \frac{8}{7(32r)^2}\right)}{\left\{f \cdot \exp\left(\frac{2}{5} + \frac{2 \cdot 12}{5+32r}\right)\right\} \cdot \left\{\frac{48d}{32r} \cdot \exp\left(\frac{2}{15} + 0.06\sqrt{32r} + \frac{0.8(32r)}{6(32r)+48d}\right)\right\}}$$
(3.1)

Donde:

 v_{20} : velocidad de corte para una vida de 20 minutos (m/min).

f : avance (mm).

r : radio de punta de la herramienta (mm).

d : profundidad de corte (mm).

Pero la *ecuación 3.1* requiere de gran capacidad de cálculo que no hacía práctico su empleo, de ahí la necesidad de desarrollar una regla de cálculo. Taylor, Barth y Gantt lograron desarrollar un diagrama, conocido como *"Barth time slide rule"*, mostrado en la *figura 3.3*.



Figura 3.3. Diagrama de Barth [10].

3.1.4 Ecuación de vida de herramienta

La ecuación original propuesta por Taylor para calcular la vida de herramienta, conocida como ecuación de Taylor se expresa como:

$$v T^n = C (3.2)$$

Donde los términos que la componen son:

v : velocidad de corte (m/min).

T : vida útil de la herramienta (min).

n : parámetro adimensional vinculado al material de la herramienta, que indica la pendiente de la recta de la gráfica en escala doblemente logarítmica de la velocidad de corte frente a la vida de la herramienta.

C : parámetro experimental relacionado con el material de trabajo y las condiciones de corte. Representa la velocidad de corte para una vida de herramienta de 1 minuto, si las unidades empleadas en la *ecuación 3.2* son m/min y min, para la velocidad de corte y el tiempo de vida respectivamente. Este parámetro indica el punto de corte de la recta en la gráfica doblemente logarítmica de la velocidad de corte frente a la vida de la herramienta.

Para que las unidades de la *ecuación 3.2* sean consistentes a ambos lados de la ecuación se debe representar esta como:

$$v T^n = C \left(T_{ref}^n \right)$$
(3.3)

Donde T_{ref} es un valor de referencia para C, que es igual a 1 minuto si las unidades empleadas para la velocidad de corte y el tiempo de vida son m/min y min respectivamente. La inclusión de T_{ref} cobra sentido cuando las unidades empleadas son diferentes a las indicadas anteriormente.

3.1.5 Primera generalización de la ecuación de Taylor

La ecuación original de Taylor considera solo la velocidad de corte como factor determinante para hallar el tiempo de vida de una herramienta definida y un material a mecanizar determinado, conocidos los parámetros C y n. Pero, como se ha descrito anteriormente, no es el único factor que influye en la vida de la herramienta, otros factores a considerar pueden ser la profundidad de corte y avance de la herramienta, entre otros.

En aras de contemplar estos otros factores se formuló una primera generalización de la ecuación de Taylor:

$$v T^n f^m d^p = C' T^n_{ref} f^m_{ref} d^p_{ref}$$
(3.4)

Donde se emplea la misma nomenclatura que en la ecuación de Taylor original (*ecuación 3.2*), añadiendo los nuevos parámetros:

f : avance por revolución (mm/rev).

d : profundidad de corte (mm).

C': parámetro experimental relacionado con el material de trabajo y las condiciones de corte. Representa la velocidad de corte para unas condiciones de corte de referencia que se suelen establecer como una vida útil de 1 minuto, una profundidad de 1 mm y un avance de 1 mm/rev.

m : coeficiente adimensional experimental relativo al avance.

p : coeficiente adimensional experimental relativo a la profundidad de corte.

Según el estudio de Taylor, los coeficientes adimensionales indicados anteriormente (n, m, p) son menores que la unidad y el valor de cada uno de ellos cumplirá la siguiente inecuación.

$$1 > n > m > p$$
 (3.5)
El exponente de la velocidad de corte en la ecuación de Taylor es la unidad, el mayor de todos ellos, con lo cual es el parámetro de mayor influencia en la vida de la herramienta.

En esta generalización, la aplicación de la *ecuación 3.4* puede ser compleja debido a la gran cantidad de datos del mecanizado que se requieren por lo que para simplificar la aplicación se eliminan algunos de los términos según interese. En este caso, cada término mantiene su definición excepto en el caso de C' que tendrá una interpretación ligeramente diferente.

Al igual que se pueden excluir términos, esta generalización permite la inclusión de algún otro parámetro como puede ser la dureza del material a mecanizar:

$$v T^n f^m d^p H^q = C^{\prime\prime} T^n_{ref} f^m_{ref} d^p_{ref} H^q_{ref}$$
(3.6)

Donde:

H: Dureza del material de trabajo expresada en una escala apropiada de dureza.

q : coeficiente adimensional experimental, menor que la unidad, relativo a la dureza.

Las *ecuaciones 3.4 y 3.6* son muy útiles para indicar la tendencia general de las variables, pero según alguna fuente [4] no es precisa para predecir con cierta garantía la vida de la herramienta de corte.

3.1.6 Segunda generalización de la ecuación de Taylor

Científicos, como O. Kienzle, H. Victor, B. T Chao y G. H. Bisacre, estudiaron la ecuación primitiva de Taylor y propusieron incluir en C, algunos factores de influencia que no habían sido tenidos en cuenta por Taylor.

Estos factores son:

• Ancho de la franja de desgaste en incidencia, VB en mm.

$$v T^n = K'(VB)^r (3.7)$$

• Espesor de viruta indeformada, h_1 en mm.

$$v T^n = \frac{K''}{h_1^s}$$
 (3.8)

• Anchura de corte, *b* en mm.

$$v T^n = \frac{K^{\prime\prime\prime}}{b^t} \quad (3.9)$$

Donde *s* y *t* son coeficientes experimentales, y $K = K' \cdot K'' \cdot K'''$. Se puede definir:

$$C = \frac{K \, (VB)^r}{h_1^s \ b^t} \ (3.10)$$

Sustituyendo la *ecuación 3.10* en *3.2* se obtiene la segunda generalización de la ecuación de Taylor:

$$v T^n = \frac{K (VB)^r}{h_1^s b^t}$$
 (3.11)

Tanto el espesor de viruta indeformada como el ancho de corte se pueden expresar como función del avance, la profundidad de corte y el ángulo de posición del filo principal de la herramienta, K_r , como se muestra a continuación:

$$h_1 = f \, sen(K_r) \, (3.12)$$
$$b = \frac{p}{sen(K_r)} \, (3.13)$$

Una expresión alternativa de la segunda generalización de Taylor es:

$$v T^{n} = \frac{K (VB)^{r}}{f^{s} p^{t} (sen K_{r})^{s-t}} (3.14)$$

3.2 Modelo de Woxén

Ragnar Woxén fue un ingeniero sueco e investigador en ingeniería mecánica. En 1932, defendió su tesis doctoral sobre la vida útil de herramientas de corte en el proceso de torneado, en la cual postuló una ecuación para el cálculo de la vida útil de herramientas.

Este autor, al igual que el resto de investigadores de esta materia, se encontró con una dificultad doble. En primer lugar, el proceso de corte parece sencillo a simple vista pero en realidad es de extremada dificultad debido a la gran cantidad de factores que tienen influencia en esta operación. En segundo lugar, la solución buscada se necesitaba que fuera simple para que la aplicación práctica fuera sencilla y de utilidad para el usuario. El propio Woxén, con la afirmación *"La ecuación más corta y más simple, la mejor"*, expuesta en su obra, deja claro la intención de obtener una expresión adecuada para su uso práctico. Hay que tener en cuenta el contexto temporal del estudio de este autor, principios de la década de 1930, previo al desarrollo de la informática y los cálculos asistidos por ordenador.

3.2.1 Temperatura en la arista de corte de la herramienta

Woxén planteó su investigación para analizar la influencia de la temperatura en la punta de la herramienta sobre la vida útil de esta. Su planteamiento determinaba la temperatura en la arista de corte de la herramienta mediante el balance térmico resultante del cálculo del calor generado y la cantidad de calor extraído.

El calor se genera por la separación mecánica de la viruta desde el material base, producido por la compresión y cizallamiento de las virutas, la fricción entre la herramienta de corte y la pieza a mecanizar, y la fricción entre la propia viruta y la herramienta de corte.

Para completar el balance, el calor generado por el corte se evacua por los tres mecanismos de transmisión de calor: por conducción, a través de la pieza y la herramienta, la propia viruta que es removida lleva consigo energía térmica generada durante el corte. Por radiación, las partes implicadas en el corte están a altas temperaturas por lo que la disipación de energía radiante también debe ser considerada. Finalmente, por convección con el aire circundante, y en su caso, el fluido refrigerante proyectado sobre la zona de corte.

Con el propósito de encontrar factores que pudieran ser adoptados como una medida de la cantidad de calor generado, resulta lógico reparar en el área de corte y la velocidad de corte. Considerando características geométricas de la herramienta y condiciones de corte, como la longitud de corte activa en la herramienta, Woxén definió un nuevo parámetro, la "*viruta equivalente*", como: "una realidad física, la cual, junto con la velocidad de corte y las contantes del material, determina la temperatura en la arista de la herramienta". Este parámetro se suele encontrar representado como $q (mm^{-1})$.

Teniendo en cuenta lo anterior, la temperatura de la herramienta, t, es una función tal que:

$$t = \Psi(\mathcal{C}, q, v) (3.15)$$

Donde,

 ${\ensuremath{\mathcal{C}}}$: constante determinada por el material de la pieza y la herramienta.

v : velocidad de corte (m/min).

3.2.2 Cálculo de la viruta equivalente

Una vez definido el concepto de viruta equivalente propuesto por Woxén, se toma A para cuantificar el calor generado a una determinada velocidad de corte, y L para

considerar el calor evacuado en la misma condición. La viruta equivalente vendrá definida por:

$$q = \frac{L}{A} \quad (3.16)$$

Siendo,

d : profundidad de corte (mm).

f : avance (mm).

L : longitud de arista de corte activa (mm).

A : área de corte (mm²).

 A_{nom} : área de corte nominal (mm²), como producto de $d \cdot f$.



Figura 3.4. Esquema del área de corte en diferentes geometrías de herramientas [11].

De acuerdo a la denominación de los parámetros geométricos de la herramienta definidos en la *figura 3.4*, la longitud de corte activa de la herramienta, *L*, se representa como:

$$L = \frac{d}{\sin P} + f \frac{\sin P}{\sin(P+H)} \quad (3.17)$$

Y el área de corte, A:

$$A = d \cdot f - \frac{f^2}{2} \frac{\sin P \cdot \sin H}{\sin(P+H)} \quad (3.18)$$

Las dos ecuaciones anteriores tienen validez siempre y cuando se cumpla:

$$\frac{d}{f} \ge \cot\left(\frac{N}{2}\right) (3.19)$$

De acuerdo a la *figura 3.4*, la suma de los ángulos P, H y N es de 180º. Si N es aproximadamente 90º se pueden tomar las siguientes estimaciones.

$$\sin(P+H) \approx 1 (3.20)$$
$$\cot\left(\frac{N}{2}\right) \approx 1 (3.21)$$

Así mismo, el área de corte se puede aproximar al área nominal:

$$A_{nom} \approx A$$
 (3.22)

Con todo lo anterior, se puede expresar la viruta equivalente aproximada, para valores de $\frac{d}{t} \ge 0.5$, como:

$$q = \frac{L}{A} = \frac{\frac{d}{\sin P} + f \sin P}{d \cdot f}$$
(3.23)

3.2.3 Relación entre temperatura y vida de herramienta

Como se ha indicado anteriormente, Woxén analizó la relación entre la temperatura de la herramienta durante el corte y la vida útil de esta.

Entendiendo la vida de la herramienta como el tiempo durante el cual la herramienta permite ejecutar un trabajo de corte con unos parámetros definidos y constantes. Se suele denotar como T y medir en minutos.

Del estudio de la temperatura de la herramienta durante el corte a una velocidad de corte determinada se pudo comprobar que la temperatura asciende rápidamente hasta un valor en el que permanecerá aproximadamente constante durante la mayoría de la vida útil. Una vez que la herramienta alcanza un nivel de desgaste, la temperatura volverá a crecer aceleradamente, como se muestra en la *figura 3.5.*

Conocida la evolución de la temperatura de la herramienta durante el desempeño de su vida útil, se postuló que: "Una herramienta es capaz de trabajar a una cierta temperatura durante un cierto tiempo, después se desgasta". Tanto es así que Woxén afirmó que si una herramienta trabaja interrumpidamente, pero en cada tiempo de trabajo se mantiene la misma temperatura de trabajo, la vida útil total es igual a la suma de los tiempos de trabajo parciales, y esta vida útil es la misma que si hubiera trabajado de forma continua.



Figura 3.5. Temperatura en el filo de corte durante la vida útil de la herramienta [11].

Teniendo en cuenta el postulado anterior y los parámetros que influyen en la temperatura de la herramienta, $t = \Psi(C, q, v)$, la teoría de la vida útil de Woxén puede ser descrita como: "Si para un cierto material y una herramienta determinada, la viruta equivalente y velocidades de corte son combinados de manera que la temperatura permanece constante, se obtendrán los mismos valores de vida de herramientas".

3.2.4 Relación entre viruta equivalente y velocidad de corte

Woxén analizó la relación entre viruta equivalente y velocidad de corte para diferentes tiempos de vida de herramienta. Era conocedor que la temperatura de la herramienta sería mayor cuanto mayor fuera la velocidad de corte, lo cual plasmó en una curva de velocidad de corte frente a la temperatura para cada valor de viruta equivalente, ver *figura 3.6*.



Figura 3.6. Relación velocidad de corte-temperatura y, velocidad de corte-viruta equivalente [11].

En esta gráfica, tomando una temperatura de herramienta dada, para la que los valores de vida serían los mismos, se obtienen diferentes velocidades de corte para cada uno de los valores de viruta equivalente graficados. Por lo que para un tiempo de vida arbitrario se puede representar la curva mediante una función tal que:

$$v_T = \varphi(C, q, T) \quad (3.24)$$

Consecuentemente, la ecuación de vida de herramienta expresará que: "La velocidad de corte para una cierta vida de herramienta es determinada por la herramienta, el material a mecanizar, la viruta equivalente y la vida de la herramienta"

La representación de una gráfica de la velocidad de corte frente a la temperatura de corte para valores diferentes de viruta equivalente ofrece las curvas mostradas en la *figura 3.6.* Lo mismo sucede para una representación gráfica de la velocidad de corte frente al espesor de viruta. Sin embargo, si se aproximan los puntos representados mediante una línea recta, se sabe que cortarán con el eje de abscisas en un punto que será q_0 . Por tanto, para cada vida de herramienta, la siguiente ecuación representa una relación lineal de la velocidad de corte con la viruta equivalente.

$$v_T = C_T(q_0 + q) (3.25)$$

Donde C_T es la pendiente de la línea recta correspondiente a una vida de herramienta determinada.

Si se presume que, para cada curva el punto de corte con el eje de abscisas no necesariamente sea el mismo, $q'_0 \neq q''_0$, y tomando la ecuación básica de vida de herramienta propuesta por Taylor:

$$v \cdot T^{\alpha} = cte \ (3.26)$$

Se puede presentar como:

$$\frac{v_{T'}}{v_{T''}} = \left[\frac{T''}{T'}\right]^{\alpha} \rightarrow \frac{C_{T'}(q'_0 + q)}{C_{T''}(q''_0 + q)} = \left[\frac{T''}{T'}\right]^{\alpha} (3.27)$$

Sin embargo, para que esta relación sea válida para todos los valores de q, debe cumplirse que $q'_0 = q''_0$. Es decir, que todas las líneas en la *figura 3.7(b)* deben representar la relación entre velocidad de corte y viruta equivalente para una cierta vida de herramienta. Y que la relación de Taylor es válida. En ese caso, todas las rectas intersecan con el eje de abscisas en un mismo punto q_0 .



Figura 3.7. Relación velocidad de corte-temperatura y, velocidad de corte-viruta equivalente para diferentes temperaturas, aproximada por una recta [11].

3.2.5 Ecuación de vida de herramienta de Woxén

Con todo lo anterior, la ecuación de vida de la herramienta se puede escribir de manera general como:

$$v = \left[\frac{T_*}{T}\right]^{\alpha} C \frac{q+q_0}{1+c \cdot q}$$
(3.28)

Donde:

T : vida de herramienta (min).

 T_* : Vida de herramienta definida, por ejemplo, para 60 minutos.

 α : constante determinada en función del material de la pieza y la herramienta.

 ${\cal C}$: constante determinada para cada material de la pieza y la herramienta, referida a $T_*.$

c : constante \geq 0.

El primer término representado a la derecha de la igualdad en la ecuación, $\left[\frac{T_*}{T}\right]^{\alpha}$, recoge la dependencia que tiene la velocidad de corte con la vida útil de la herramienta de acuerdo con la ecuación básica de Taylor. Los siguientes términos a la derecha del mencionado anteriormente reflejan la dependencia de la velocidad de corte con la viruta equivalente, $C \frac{q+q_0}{1+c\cdot q}$. Este último término ha sido representado como función de una realidad física, la evacuación del calor, representada por la viruta equivalente.

La *ecuación 3.28* difiere de la *ecuación 3.27* en que esta última está basada en múltiples ensayos experimentales realizados por Woxén. De dichos ensayos se dedujo que la relación no era completamente lineal. Sin embargo, con la introducción de un factor de corrección logró ofrecer un resultado que podía ser generalmente aceptado, $\frac{1}{1+c \cdot q}$.

Para ser exhaustivo, se debe recalcar que $\left[\frac{T_*}{T}\right]^{\alpha}$ no es completamente correcto. Este término representa una línea recta en un sistema de coordenadas con una escala doblemente logarítmica donde v es la abscisa y T la ordenada, sin embargo, experimentalmente se encontró que no es una línea recta, sino que tiene una ligera curvatura. Además, la línea tiene diferente pendiente para diferentes valores de viruta equivalente, de manera que a mayor valor de q menor pendiente. Para considerar esto, la *ecuación 3.28,* se puede escribir como:

$$v = \left[\left(\frac{T_*}{T}\right)^{\alpha} + c_1 T \right] C \frac{q + q_0}{1 + c \cdot q} \quad (3.29)$$

Donde:

 c_1 : constante.

La *ecuación 3.29* ofrece resultados más precisos que la original, sin embargo la dificultad añadida hace que resulte de menor validez práctica. Del mismo modo, Woxén no consideró parámetros geométricos en la ecuación propuesta, más allá de la viruta equivalente, porque complican el cálculo notablemente sin añadir un nivel de precisión importante.

La ecuación postulada por Woxén puede ser simplificada para operaciones de desbaste de acero, donde el valor de viruta equivalente es bajo y el término $c \cdot q$ es despreciable. En el caso contrario, donde el valor de la viruta equivalente es alto, como en las operaciones de acabado, el valor de q_0 es despreciable frente a q.

3.3 Modelo de Gilbert

En 1950, W. W. Gilbert desarrolló un modelo para la estimación de la vida de herramientas de corte. Este modelo es una generalización del modelo propuesto por Taylor detallado anteriormente, pero teniendo en consideración la geometría de la herramienta de corte, el avance y la profundidad. En la relación propuesta, la vida de la herramienta depende de tres variables y cuatro constantes experimentales:

$$v T^n = \frac{C}{d^x f^y} (3.30)$$

Donde:

v : velocidad de corte (m/min).

T : vida útil de la herramienta (min).

f : avance por revolución (mm/rev).

d : profundidad de corte (mm).

n y C : parámetros experimentales vinculados al material de la herramienta y de la pieza a mecanizar, definidos anteriormente para la ecuación de Taylor.

x e y : Parámetros experimentales vinculados a la profundidad de corte y el avance respectivamente.

Como el modelo de Gilbert es una extensión del modelo de Taylor, la curva T - v real es sustituida por una línea recta $\log T - \log v$, como se muestra en la *figura 3.8*. En la gráfica T - v, de acuerdo con el efecto del avance y la profundidad de corte, se pueden generar diferentes líneas rectas, cada una de las cuales representa un valor de avance o profundidad de corte manteniendo constantes el resto de los parámetros de corte, excepto la velocidad de corte.



3.4. Modelo de Kronenberg

Max Kronenberg fue doctor en Ingeniería Mecánica por la Universidad de Berlín (1927). Desarrolló parte de su carrera como profesor en la misma Universidad y más tarde se trasladó a Estados Unidos, donde continuó su labor investigadora. Se especializó en el desarrollo de técnicas para el mecanizado de metales donde alcanzó un gran prestigio, llegando a publicar más de 140 artículos.

Para este trabajo, se ha analizado la ecuación que propuso Kronenberg para relacionar la vida de la herramienta con los parámetros de corte. El modelo propuesto presenta muchas similitudes con el modelo de Taylor generalizado, aunque a diferencia de este último, Kronenberg consideró la sección transversal de la viruta y el factor de forma de esta en su modelo.

3.4.1. Consideraciones previas para el desarrollo del modelo de vida de herramienta

Se pueden predecir las relaciones entre variables estableciendo una correlación de las dimensiones de cada una de ellas en unidades de longitud (*L*), masa(*M*), tiempo(*T*), y temperatura(θ). Este ejercicio es lo que se conoce como análisis dimensional.

Para encontrar esta relación, es necesario determinar la dimensión de las variables implicadas en el estudio. Para el caso que atañe a esta investigación, las variables consideradas se muestran en la *tabla 3.1*.

Variable	Símbolo	Dimensión
Temperatura	T _e	θ
Vida de herramienta	T_L	Т
Sección transversal de viruta	Α	L^2
Velocidad de corte	ν	$L T^{-1}$
Unidades de fuerza de corte	k_s	$M L^{-1}T^{-2}$
Valor de calor consolidado	Н	$M^2T^{-5}\theta^{-2}$

Tabla 3.1. Variables del estudio.

Donde el valor del calor consolidado, *H*, es el producto de la conductividad térmica del material por el calor específico volumétrico del material. Siendo este último, a su vez, el producto de la densidad del material por el calor específico de éste.

Para el caso en estudio, se analizan 6 variables cuyas dimensiones están determinadas por 4 tipos de unidades. De ahí se dedujo que se necesitan 2 relaciones adimensionales para el análisis:

$$Q_{a} = \frac{T_{e}H^{1/2}}{T_{L}^{1/2}k_{s}v} (3.31)$$
$$Q_{b} = \frac{A}{T_{L}^{2}v^{2}} (3.32)$$

Si se asume que Q_a es una función exponencial de Q_b , la relación entre ambas se puede escribir como:

$$Q_a = C_1 Q_b^m (3.33)$$

Donde C_1 y m tienen valores desconocidos a priori. Reemplazando las *ecuaciones 3.31* y 3.32 en 3.33 se obtiene:

$$\frac{T_e H^{1/2}}{T_L^{1/2} k_s v} = C_1 \frac{A^m}{T_L^{2m} v^{2m}} \quad (3.34a)$$

Agrupando las variables puede expresarse como:

$$T_e = \frac{k_s C_1 A^m}{H^{1/2}} v^{1-2m} T_L^{0.5-2m}$$
(3.34b)

A continuación, se pretende deducir como varía la vida de la herramienta ante un cambio en la velocidad de corte, manteniendo la temperatura y el resto de parámetros de corte constantes. Para ello, se ha supuesto que la sección transversal de la viruta no varía, con avance y profundidad constantes. A su vez, manteniendo el mismo material

de trabajo se puede afirmar que k_s y H mantienen su valor. Agrupando todos los parámetros que permanecen invariables en la *ecuación 3.34b* se puede definir una nueva constante:

$$C_2 = \frac{k_s C_1 A^m}{H^{1/2}} (3.35)$$

Considerando la ecuación 3.35, la ecuación 3.34 puede ser reescrita como:

$$v^{1-2m}T_L^{0.5-2m} = \frac{T_e}{C_2} \quad (3.36)$$

Como se ha indicado anteriormente, la temperatura se mantendrá constante, por lo que se puede simplificar más aún:

$$v^{1-2m}T_L^{0.5-2m} = cte (3.37)$$

Operando con los exponentes de la expresión anterior se puede obtener una ecuación del tipo:

$$v T_L^y = C_T (3.38)$$

La cual es idéntica a la ecuación propuesta por Taylor para la vida de herramienta frente a la velocidad de corte, donde C_T representa la constante de Taylor. De lo que se puede concluir que la ecuación de Taylor tiene validez para temperaturas constantes, siempre y cuando los parámetros que influyen en C_2 sean constantes, de acuerdo a la *ecuación 3.35*.

Sin perder de vista el objetivo práctico de las ecuaciones empíricas, es de gran interés que las variables contenidas en ellas se pudieran medir y controlar con facilidad. Por ello, Kronenberg seleccionó la sección transversal de la viruta, A, y la velocidad de corte, v, como variables principales para su modelo. Las cuales pueden ser controladas por el operario actuando sobre la velocidad de giro, el avance y la profundidad de corte. El producto de A por v se conoce como ratio de material cortado

El modelo propuesto por Kronenberg es un modelo de vida de herramienta. En él se analiza únicamente el tiempo de vida de la herramienta bajo determinadas condiciones, sin profundizar sobre los mecanismos de desgaste, ni en su evolución. Por ello, para establecer el límite de la vida de una herramienta es necesario definir el límite máximo de desgaste deseado en esta.

3.4.2. Ecuación básica de la velocidad de corte

En su investigación, Taylor desvinculó el avance y la profundidad de corte para sus modelos de vida de herramienta, sin embargo, Kronenberg consideró que era posible obtener una ecuación que proporcionase resultados satisfactorios aunando el avance y la profundidad de corte en un único parámetro, la sección transversal de la viruta, *A*. A la ecuación resultante se le llamó ecuación básica de la velocidad de corte.

Los ensayos experimentales llevados a cabo por Kronenberg pusieron de manifiesto que la relación entre la sección transversal de viruta frente a la velocidad de corte definía una línea recta si se representan sobre una gráfica doblemente logarítmica.

Este hallazgo permite deducir la relación básica para la velocidad de corte partiendo de la ecuación general de una recta.

$$y = -ax + b$$
 (3.39)

Sabiendo que A está representada en el eje X y que en el eje Y se representa la velocidad de corte para una vida de 60 minutos se puede asumir que los miembros de esta ecuación tienen los valores:

$$y = \log(v_{60}) (3.40)$$

$$x = \log(A) (3.41)$$

$$a = \tan \alpha = \frac{\log(v_1) - \log(v_2)}{\log(A_2) - \log(A_1)} = z (3.42)$$

$$b = \log(C) (3.43)$$

Sustituyendo las *ecuaciones 3.40* a *3.43* en *3.39* resulta *3.44*.

$$\log(v_{60}) = -z \, \log(A) + \, \log(C) \, (3.44)$$

Donde *C* representa una velocidad de corte para una sección transversal de viruta definida.

Dependiendo del sistema de unidades empleado, las expresiones pueden tener diferentes constantes:

La sección de viruta se suele tomar como 1 mm², lo cual es un valor que se puede considerar razonable para un caso práctico. El valor de esta sección en unidades del sistema inglés sería de 1,55/1000 in², lo cual hace tediosa su operación. Para simplificar, se toma como aproximación 1/1000 in², con lo que resulta la ecuación básica en unidades del sistema imperial para una vida de 60 minutos, *ecuación 3.45*. O para unidades en el sistema métrico, *ecuación3.46*.

$$v_{60} = \frac{C_v}{(1000 \, A)^z} (3.45)$$
$$v_{60 \ m\acute{e}trico} = \frac{C_v}{(F)^z} (3.46)$$

Donde F representa el área de la sección transversal de la viruta en mm².

Las *ecuaciones 3.45* y *3.46* están particularizadas para una vida de herramienta de 60 minutos, sin embargo, para cualquier otra vida de herramienta, la *ecuación 3.45* puede unirse con la ecuación básica de Taylor (*ecuación3.38*) dando lugar a la expresión en el sistema inglés.

$$v = \frac{C_v}{(1000 \, A)^z \left(\frac{T_L}{60}\right)^y} \,(3.47)$$

La constante C_v no necesita conversión porque en ambos sistemas se controla en minutos.

3.4.3. Ecuación extendida de la velocidad de corte

De los numerosos experimentos realizados por Kronenberg, se dedujo que la velocidad de corte, para igual sección transversal de viruta, tiene una gran dependencia del factor de forma de la viruta, *G*, también denominado ratio de esbeltez y definido como:

$$G = \frac{d}{f} (3.48)$$

Donde d representa la profundidad de corte y f el avance por revolución.

La versión extendida de la ecuación de Kronenberg se apoya en la ecuación básica, a la que se añade la consideración de la influencia del factor de forma. Un valor de referencia para G es 5, por ser un valor frecuente en la práctica.

Para la deducción de la ecuación extendida de la velocidad de corte, en primer lugar, se plantea la consideración del avance y la profundidad de corte como variables independientes, y en segundo lugar como función de la sección transversal de viruta y el ratio de esbeltez.

1) Consideración del avance y la profundidad de corte como variables independientes

Para unidades en el sistema métrico, la ecuación general tiene la siguiente forma:

$$v_m = \frac{C_{vm}^*}{s^p t^q} (3.49)$$

Donde *s* y *t* son el avance y la profundidad en unidades del sistema métrico, y C_{vm}^* la velocidad de corte en m/min para s = 1 mm/rev y t = 1 mm.

Como $A = d \cdot f$ y G = d/f, el avance y la profundidad de corte pueden expresarse como funciones del área transversal de la viruta y el factor de forma:

$$d = (A \cdot G)^{1/2} (3.50)$$
$$f = (A/G)^{1/2} (3.51)$$

Se pueden estimar como valores estándar, un ratio de esbeltez de G = 5, una sección de viruta de $A = 0,001 in^2$ y una vida de 60 minutos. Con estos valores estándares se obtiene $d_0 = 0,0707 in$ y $f_0 = 0,0141 in$. Para convertir C_{vm}^* (m/min) a C_v (ft/min), se emplea la conversión $C_v = 3,28 \cdot C_{vm}^*$. De igual modo para el avance t = 25,4 d.

Sustituyendo en la relación 3.49, el valor de C_v en el sistema imperial vendrá definido por:

$$C_{\nu} = \frac{3,28 \ C_{\nu m}^*}{25,4^{p+q} \ 0,0141^p 0,0707^q} \ (3.52)$$

Para generalizar el tiempo de vida de la herramienta a valores diferentes de 60 minutos, se debe considerar el ratio de la vida de herramienta aleatoria frente a la vida de referencia, obteniendo la ecuación extendida para valores de unidades en el sistema imperial.

$$v = \frac{C_v f_0^p d_0^q}{f^p d^q \left(\frac{T_L}{_{60}}\right)^y} = \frac{C_v 0,0141^p 0,0707^q}{f^p d^q \left(\frac{T_L}{_{60}}\right)^y} (3.53)$$

Sustituyendo la *ecuación 3.52* en *3.53* se obtiene la ecuación extendida para valores de unidades en unidades del sistema métrico.

$$v_m = \frac{3,28 C_{vm}^*}{25,4^{p+q} f^p d^q \left(\frac{T_L}{60}\right)^{\gamma}} (3.54)$$

Consideración del avance y la profundidad de corte contenidos en los parámetros A y G

La ecuación extendida definida anteriormente puede ser fácilmente convertida en una ecuación de velocidad de corte que contiene a A y G como parámetros, en lugar de f y d.

Sabiendo que $A_0 = 0.001 in^2$, $G_0 = 5$, $z = \frac{1}{2}(p+q)$, $g = \frac{1}{2}(p-q)$ y teniendo presente las relaciones 3.50 y 3.51 se puede afirmar que se cumple:

$$f_0^p d_0^q = \left(\frac{A_0}{G_0}\right)^{p/2} \cdot \left(A_0 G_0\right)^{q/2} = \frac{1}{1000^z 5^g} (3.55)$$

Sustituyendo la relación anterior en la *ecuación 3.53* resulta la ecuación extendida:

$$v = \frac{C_v \left(\frac{G}{5}\right)^{\frac{1}{2}(p-q)}}{(1000A)^{\frac{1}{2}(p+q)} \left(\frac{T_L}{60}\right)^y} = \frac{C_v \left(\frac{G}{5}\right)^g}{(1000A)^z \left(\frac{T_L}{60}\right)^y} (3.56)$$

O en el sistema métrico:

$$v_m = \frac{C_{vm} \left(\frac{G}{5}\right)^g}{(F)^z \left(\frac{T_L}{60}\right)^y} (3.57)$$

De esta ecuación se concluye que el ratio de esbeltez tiene menor efecto que el tamaño de la sección de viruta en la velocidad de corte definida para un tiempo de vida de herramienta determinado. Esto se explica porque el exponente de la sección de viruta es la suma de los exponentes del avance y la profundidad, p y q, mientras que el exponente del factor de forma es la diferencia entre ambos.

3.5 Modelo de Colding

Bertil N. Colding fue un ingeniero sueco graduado en *KTH Royal Institute of Technology*, en Estocolmo. En 1959 se convirtió en doctor en tecnología en la misma institución. Su brillante carrera estuvo vinculada a la investigación, llegando a publicar más de 200 artículos científicos.

Uno de los hitos más importantes de su carrera fue el planteamiento de ecuaciones que modelaban la vida de herramientas de corte. También realizó publicaciones sobre la optimización de los procesos de corte y rectificado, e inventó la primera herramienta de corte moldeada con rompe-virutas incorporado.

En este estudio, el interés por la obra de este autor se centrará en el modelo de vida de herramientas de corte que propuso inicialmente, y sus posteriores optimizaciones. Los primeros trabajos de Colding en este ámbito renovaron el interés en la optimización del corte de metales que impulsó Taylor varias décadas antes.

3.5.1 Ecuaciones de vida de herramienta de Colding

Inicialmente, Colding planteó una ecuación para modelar la vida de las herramientas de corte en función de una serie de parámetros, pero comprobó que esta propuesta perdía precisión si se empleaba para un rango amplio de parámetros de corte, por lo que su uso quedaba limitado a los rangos de velocidades de corte y viruta equivalente próximos a los valores tomados como referencia. De ahí, que esta ecuación primigenia se conozca como ecuación limitada de Colding.

La ecuación de vida de herramienta limitada de Colding es una relación entre la vida de herramienta, la velocidad de corte, profundidad de corte, radio de punta, y ángulo de la arista de corte. Estos últimos parámetros están recogidos en el parámetro de viruta equivalente definido por R. Woxén. A diferencia del modelo de Taylor, Colding consideró que el valor del exponente n de la ecuación de Taylor no necesariamente tenía que ser constante, sino que variaba ante una variación en la viruta equivalente.

Partiendo de la ecuación limitada, Colding realizó modificaciones dando lugar a una ecuación general de vida de herramienta, compartiendo muchas similitudes entre ellas. Ambos modelos tienen en común que relacionan las variables: velocidad de corte, viruta equivalente y vida de herramienta.

La ecuación generalizada de Colding es un modelo de segundo orden que se adapta al flujo de las curvas T-v en un rango amplio de velocidad de corte, lo cual se consigue considerando miembros lineales y cuadráticos en la ecuación que rige el modelo.

Los modelos planteados por Colding están basados en la aproximación de una curva a los puntos experimentales representados en una gráfica de velocidad de corte frente a la vida de herramienta. Sin embargo, estos modelos no consideran información sobre mecanismos de desgaste de la herramienta durante el proceso de corte, sino que es un modelo de vida de herramienta que estima el tiempo de corte que puede trabajar una herramienta bajo determinadas condiciones hasta alcanzar un nivel de desgaste establecido previamente.

Se puede afirmar que el modelo de Colding, junto con el de Taylor, es el más extendido para el cálculo de la vida de herramientas. La propuesta de Colding proporciona una mejor aproximación que el de Taylor, sin embargo, su aplicación es más compleja y requiere de un mayor número de ensayos y recursos.

3.5.1.1 Análisis dimensional aplicado a la vida de herramienta

Se realizó la deducción del modelo partiendo de un análisis dimensional, en el cual se analizan los parámetros que afectan al proceso de corte, y con ello a la vida de la herramienta. Estos parámetros son temperatura, propiedades térmicas del material a cortar, energía por unidad de volumen de material cortado, viruta equivalente y velocidad de corte.

Variable	Símbolo	Dimensión
Vida de herramienta	Т	Т
Velocidad de corte	ν	$L T^{-1}$
Viruta equivalente	q	L^{-1}
Conductividad térmica	k	$M L T^{-3} \theta^{-1}$
Calor específico por volumen	$ ho_c$	$M L^{-1}T^{-2}\theta^{-1}$
Difusividad térmica	K	$L^2 T^{-1}$

Tabla 3.2. Variables para análisis dimensional.

Siendo la difusividad térmica el cociente entre la conductividad térmica y el calor específico por unidad de volumen.

Aplicando el análisis dimensional para 6 variables en base a 4 dimensiones, se obtienen las dos relaciones siguientes:

$$v T q = f\left(\frac{v^2 T}{K}\right) (3.58)$$
$$K T q^2 = \emptyset(v T q) (3.59)$$

La representación gráfica de la *ecuación 3.58* muestra una curva, mientras que la *ecuación 3.59* dibuja una recta.

3.5.1.2 Deducción de la ecuación limitada de vida de herramienta

Debido a la falta de datos sobre la temperatura, la difusividad térmica y la vida de herramienta para determinadas velocidades de corte, la deducción quedará limitada a la representación de diferentes valores de q y v, manteniendo constante T.

Como se asume que la vida de herramienta depende de la temperatura, K también debe asumirse como un valor constante para una vida de herramienta constante. Pero como el valor de la variable K es desconocido, se toma K = 1.

Representando $K T q^2$ frente a $(v T q)^{1/2}$ en una gráfica doblemente logarítmica, se obtienen diferentes líneas rectas para los distintos experimentos. En ellas, el desplazamiento de la curva en la gráfica para distintos valores de T no tiene gran relevancia, sin embargo, la pendiente de la curva en la gráfica es importante porque varía para materiales distintos.

Para profundizar en la validez de las hipótesis tomadas sobre la dependencia de la vida de la herramienta con la temperatura, y basándose en sus experimentos, Colding asumió la siguiente ecuación equivalente a la expresión *3.59*.

$$K E q^{2} = \psi(v E q)^{1/2} (3.60)$$

Donde E, es la fuerza electromotriz generada tanto entre la viruta y la herramienta como entre la pieza a mecanizar y la herramienta. La representación gráfica de la *ecuación 3.60* es una recta, al igual que la de la *ecuación 3.59* y presentan la misma pendiente. Con lo que se confirma la dependencia de la vida de la herramienta con la temperatura y la viruta equivalente.

Sin embargo, la representación con una línea recta no es una aproximación válida para un gran rango de valores de viruta equivalente, ni basándose en la fuerza electromotriz, *ecuación 3.60,* ni en la vida de herramienta, *ecuación 3.59*.

Antonio Guarnido Barrera

La aproximación mediante una línea recta de la curva real T-v en escala logarítmica mediante las *ecuaciones 3.59* y *3.60* junto con la ecuación de vida de herramienta de Woxén, *ecuación 3.61*, permiten asumir que la relación *3.62* podría ser aplicada tanto en operaciones de desbaste como de acabado, lo cual involucra un rango más amplio de valores de la viruta equivalente.

$$v = \left[\frac{T_*}{T}\right]^{\alpha} C \frac{q + q_0}{1 + c \cdot q} (3.61)$$

K T q² = Y(v T q)^{B₀/₂} (3.62)

Tomando:

Y : constante adimensional.

 B_0 : pendiente de las rectas definidas por las *ecuaciones 3.59* y 3.60.

$$\Omega_T = \frac{K}{Y} (3.63)$$
$$\beta_T = \frac{2}{B_0} (3.64)$$

 v_T : velocidad de corte para una vida de herramienta determinada.

La ecuación 3.62 se puede presentar como se muestra en la expresión 3.65.

$$v_T = (\Omega_T)^{\beta_T} T^{\beta_T - 1} q^{2\beta_T - 1} (3.65)$$

En el modelo de Taylor, la constante C_T se define como la velocidad de corte para una vida de herramienta determinada. Tomando $T = 1 \min$ la *ecuación 3.65* se podría reescribir como:

$$v_1 = (\Omega_1)^{\beta_1} q^{2\beta_1 - 1} = C_1 (3.66)$$

Igualando la ecuación 3.66 con la ecuación de Taylor se obtiene:

$$v T^n = (\Omega_1)^{\beta_1} q^{2\beta_1 - 1} = C_1 (3.67)$$

Considerando las constantes $(\Omega_1)^{\beta_1} = A$ y $2\beta_1 - 1 = m$, válidas para cada combinación de herramienta, material de trabajo y ángulos de corte la, *ecuación 3.67* se puede expresar como:

$$v T^n = A q^m = C_T (3.68)$$

Mientras A represente un valor constante también lo será la difusividad térmica, K, para cualquier valor de q. Por tanto, de acuerdo a la *ecuación 3.68* se puede afirmar

que C_T solo es dependiente de q para una combinación definida de herramienta y material de trabajo.

Para determinar el exponente n se sustituye la *ecuación 3.65* en la *3.68* dando lugar a:

$$T^{n} = A \left(\Omega_{T} \right)^{-\beta_{T}} T^{1-\beta_{T}} q^{m-2\beta_{T}+1} (3.69)$$

Tomando un tiempo de vida definido, por ejemplo, T = 60 min se pueden definir las relaciones siguientes:

$$a = \log(60) (3.70)$$
$$l = 2\beta_{60} - 1 (3.71)$$
$$B = \frac{A}{(\Omega_{60})^{\beta_{60}}} 60^{1-\beta_{60}} (3.72)$$

Sustituyendo las *ecuaciones 3.70, 3.71* y *3.72* en *3.69* se puede obtener la *ecuación 3.73*.

$$(e^a)^n = B q^{m-l} (3.73)$$

Reescribiendo la *ecuación 3.73* se puede despejar el valor del exponente *n*.

$$n = \frac{1}{a} [\log(B \ q^{m-l})] \ (3.74)$$

La determinación de las constantes A, B, m y l es recomendable realizarla partiendo de la expresión gráfica de una curva de vida de herramienta T - v para al menos dos valores diferentes de viruta equivalente.

Con las *ecuaciones 3.67* y *3.74* queda definido el modelo de vida de herramienta limitado para v,T y q. La ecuación para el modelo de vida limitado se expresa como:

$$k + ax + cy - z + hxz = 0 (3.75)$$

Donde:

$$x = \log(q) (3.76)$$

y = log(v) (3.77)
z = log(T) (3.78)

3.5.1.3 Deducción de la ecuación general de vida de herramienta

El modelo de vida de herramienta desarrollado anteriormente proporciona una aproximación entre v, $T \neq q$, pero pierde fiabilidad para valores de viruta equivalentes muy dispares por lo que se puede decir que distingue entre operaciones de desbaste y acabado. Esto será equivalente a afirmar que la ecuación de Taylor solo es válida a

partir de un valor de velocidad de corte, o por debajo de un tiempo de vida de herramienta determinado.

Ante esta limitación, Colding se planteó investigar si sería posible hallar una sencilla relación geométrica de v, T y q que se adaptase a todo el rango disponible de valores utilizados en la práctica del mecanizado.

Tomando las relaciones 3.76 a 3.79 se pueden reescribir las *ecuaciones* 3.68 y 3.74 como 3.80 y 3.81 respectivamente:

$$D = \log(A) (3.79)$$

-mx + y + nz - D = 0 (3.80)
$$a n = (m - l) x + \log B (3.81)$$

La *ecuación 3.80* representa un plano en el sistema de coordenadas XYZ, si n es considerada independiente de x en la *ecuación 3.81*. Una vez se ha establecido la relación limitada de desgaste de herramienta, la *ecuación 3.80* representa con una precisión aceptable un plano en el espacio tridimensional, asumiendo que:

- La ecuación 3.80 es una superficie tangente a una superficie $\varphi(x, y, z) = 0$ en un punto (x_0, y_0, z_0) perteneciente a la región de mayor velocidad de corte de la gráfica T v.
- Si en las proximidades del punto (x_0, y_0, z_0) es posible obtener la ecuación de la superficie $\varphi(x, y, z) = 0$, entonces esta ecuación es válida en la región APR mostrada en la gráfica de la *figura 3.2*.

Por definición, la *ecuación 3.80* representa, además del plano, un vector $\nabla \varphi$ normal a dicho plano en cualquier punto. Un vector puede ser representado como el producto de un escalar por un vector unitario \overline{n} , normal al plano.

$$\bar{n} = \pm \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$$
(3.82)

 El ratio de variación de φ con respecto a las direcciones x, y, z está relacionada con la ecuación del plano tangente, de manera que se cumplen las relaciones 3.83 a 3.85, siendo m y n constantes:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -mx (3.83)$$
$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = y (3.84)$$
$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = nz (3.85)$$

Por tanto, el vector normal a un punto (x, y, z) del plano φ puede ser escrito por analogía con la ecuación del plano tangente como:

$$\overline{N} = -mx\,\overline{\iota} + y\,\overline{j} + nz\,\overline{k} = \overline{N}_x\overline{\iota} + \overline{N}_y\overline{j} + \overline{N}_z\overline{k} (3.86)$$
$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\,dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz = \overline{N}_x\,dx + \overline{N}_y\,dy + \overline{N}_z\,dz (3.87)$$

Si se asume que existe una función $\varphi(x, y, z,) = 0$, tal que la *ecuación 3.87* es un diferencial exacto, entonces el rotacional *rot* \overline{N} tiene que ser cero.

$$rot \ \overline{N} = \nabla \ge \overline{N} = \nabla x \ \nabla y = 0 \ (3.88)$$

Siendo:

$$\nabla x \,\nabla y = \,\bar{\iota} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \,\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \,\partial y} \right) + \,\bar{J} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \,\partial x} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \,\partial z} \right) + \,\bar{k} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \,\partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \,\partial x} \right) \,(3.89)$$

Y:

$$\nabla = \bar{\iota} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$$
(3.90)

El requisito impuesto en la *ecuación 3.88* se cumple, por lo que se puede confirmar que el plano tangente representado por la *ecuación 3.80* está relacionado con la función escalar $\varphi(x, y, z)$, una porción de la cual podría ser la región APR de la gráfica mostrada en la *figura 3.2*. Adicionalmente, el vector normal \overline{N} es el gradiente de φ en la región indicada de la gráfica.

$$\overline{N} = \nabla \varphi = grad\varphi \ (3.91)$$

Empleando las ecuaciones 3.83, 3.84, 3.85 y 3.87 se puede determinar la función potencial φ . Integrando la *ecuación 3.83*, a la vez que se mantienen constantes y y z, se obtiene una ecuación del tipo:

$$\varphi = -\frac{m}{2}x^2 + y^2 + f(y,z) \ (3.92)$$

Donde f es una función arbitraria. Sin embargo, para cumplir con las *ecuaciones 3.84* y *3.85* la función f será del tipo:

$$f(y,z) = y^2 + \frac{n}{2}z^2 + cte \ (3.93)$$

De acuerdo a las relaciones 3.92 y 3.93, φ representa una superficie equipotencial. Esta superficie se puede representar de forma más general como se muestra en la *ecuación 3.94*, la cual representa la ecuación de un elipsoide, o una hiperboloide de una o dos hojas en el espacio tridimensional. En función del valor de H y el signo de cada uno de los términos, la *ecuación 3.94* representará una superficie u otra de las mencionadas anteriormente.

$$\varphi = \frac{(x - x_0)^2}{A^2} + \frac{(y - y_0)^2}{B^2} + \frac{(z - z_0)^2}{C^2} = H (3.94)$$

También puede encontrarse la *ecuación 3.94* representada como la ecuación reducida de una superficie cuádrica:

$$k + ax^{2} + bx + cy^{2} + dy + ez^{2} - z = 0$$
 (3.95)

Para hallar el valor de las constantes de la *ecuación 3.94* se necesita conocer los valores q, T y v para 6 puntos de la superficie, lo cual simplifica notablemente el estudio de la vida de herramienta de una combinación de material y herramienta de corte determinada.

Tras un gran número de experimentos, Colding afirmó que el ajuste entre la ecuación planteada y los resultados experimentales eran razonablemente satisfactorios.

En un intento por encontrar una mejor aproximación del modelo a la realidad, Colding planteó el ajuste de los datos experimentales con una relación de orden superior:

$$k + ax^{2} + bx + cy^{2} + dy + ez^{2} - z + gxy + hyz + hxz = 0$$
 (3.96)

Esta propuesta proporciona un mejor ajuste y con ello un menor error, sin embargo, requiere hallar más constantes para lo cual se requiere un número mayor de experimentos, lo que hace que su aplicación requiera de más recursos.

3.6 Modelo de König-Depiereaux

En 1969, W. König y W. R. Depiereaux, plantearon un modelo de vida de herramientas como parte de un estudio que pretendía proponer un método de optimización de los costes de un proceso de mecanizado, mediante el cálculo de los valores óptimos de velocidad de corte y avance [16].

En esta investigación se planteó la necesidad de optimización simultánea de la velocidad de corte y el avance, lo cual se puede demostrar basándose en simples consideraciones.

Los autores de este estudio propusieron su procedimiento basándose en que ante un incremento de la velocidad de corte o del avance, el tiempo de mecanizado por pieza disminuye y con ello el coste horario por pieza. Sin embargo, en el supuesto anterior la vida útil de herramienta disminuye, por lo que se incrementaría el coste de herramienta. La optimización del proceso se logrará si se halla el valor de los parámetros de avance y velocidad de corte que minimicen el coste del mecanizado.

Para la optimización de la vida de las herramientas, se planteó una ecuación de vida útil en función de la velocidad de corte y el avance. La representación de ambos parámetros frente a la vida de herramienta en una escala doblemente logarítmica es una curva de pendiente negativa que se puede aproximar mediante las *ecuaciones* 3.97 y 3.98, ver figura 3.9.

$$k = -k_v v^m (3.97)$$

 $i = -i_s s^n (3.98)$

Donde:

s : avance.

v : velocidad de corte.

m, n: constantes experimentales que representan la pendiente de las rectas.

k : pendiente de la curva T-v.

i : pendiente de la curva T-s.

 k_v : constante (valor de k para v = 1 m/s).

 i_s : constante (valor de *i* para s = 1 mm/rev).



Figura 3.9. Influencia de la velocidad de corte y el avance en la vida de la herramienta [16].

A diferencia de otros modelos, König y Depiereaux consideraron en su modelo que las pendientes de las gráficas T - v y T - s no tenían porque ser constantes, aunque la variación fuera pequeña. Ambas funciones se pueden emplear como derivadas parciales de la función 3.99:

$$T = f(s, v) (3.99)$$
$$k = \left(\frac{\partial \log T}{\partial \log v}\right)_{s} (3.100)$$
$$i = \left(\frac{\partial \log T}{\partial \log s}\right)_{v} (3.101)$$

Operando, con k para avance constante, se obtiene:

$$k = -k_{v}v^{m} = \left(\frac{\partial \log T}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial \log v}\right)_{s} = \left(\frac{1}{T}\log e\frac{v}{\log e}\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{s} (3.102)$$
$$-k_{v}v^{m} = \frac{v}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{s} (3.103)$$
$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{s} = -T k_{v}v^{m-1}(3.104)$$

Del mismo modo, para velocidad de corte constante, se obtiene:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = -T \, i_s s^{n-1}(3.105)$$

De la suma de ambas diferenciales resulta la diferencial total de la función 3.99:

$$dT = \frac{\partial T}{\partial v} \, dv + \frac{\partial T}{\partial s} \, ds \, (3.106)$$

Para determinar la función 3.99, se debe cumplir la condición de integrabilidad, ecuación 3.107:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right) (3.107)$$

Dado que las derivadas mixtas son cero, se cumple el requisito previo para la integrabilidad, operando sobre la *ecuación 3.106*, esta se puede expresar como:

$$\int \frac{dT}{T} = \int -k_v v^{m-1} dv + \int -i_s s^{n-1} ds \ (3.108)$$

Integrando la *ecuación 3.108* se obtiene la expresión de vida útil de herramienta (*ecuación 3.109*) propuesta por König y Depiereaux:

$$T = e^{-\frac{k_{\nu}}{m}v^{m} - \frac{i_{s}}{n}s^{n} + C} (3.109)$$
$$T = c_{\nu}v^{k} (3.110)$$

La ecuación original de Taylor (*ecuación 3.110*), es un caso particular de la *ecuación 3.109*. Si aproximamos la curva del tiempo de vida de herramienta frente a la velocidad de corte mediante una línea recta, como propuso Taylor, la *ecuación 3.109* se puede expresar como se muestra a continuación:

$$T = e^{\left[-\frac{i_s}{n}s^n + C\right]}v^k = c_v v^k (3.111)$$

La ecuación propuesta por König-Depiereaux (*ecuación 3.109*) tiene validez para cualquier proceso de mecanizado convencional, independientemente del material de herramienta empleada y del criterio de límite de vida útil seleccionado.

4. Modelado del desgaste de herramienta basado en datos experimentales

4.1 Introducción

Tras décadas de investigación en el campo de las herramientas de corte para mecanizado, numerosos autores han propuesto modelos de vida de herramientas, sirvan de ejemplo los modelos definidos en el epígrafe anterior. La mayoría de estos modelos son modelos de vida de herramientas, es decir, permiten estimar el tiempo de vida en servicio de la herramienta desde que comienza a utilizarse hasta que alcanza un nivel de desgaste definido previamente. Sin embargo, estos modelos no permiten cuantificar el desgaste de la herramienta durante su vida útil.

Conocer nivel de desgaste podría ser de interés para analizar su evolución durante la vida útil, prever el fallo, determinar su relación con la temperatura de la herramienta, y su influencia en el acabado superficial de la pieza mecanizada, entre otras utilidades.

En este estudio se analizará una propuesta de modelo de desgaste realizada por Laakso y Johansson [3]. El objetivo de estos autores fue crear un modelo que permitiera predecir el desgaste de herramientas para unas condiciones de corte determinadas en cualquier momento durante la vida útil de la herramienta.

El modelo propuesto [3] se basa en la utilización de una función *logit* para cuantificar el desgaste de la herramienta, la cual debe ser empleada de manera complementaria con un modelo de vida de herramienta.

Además de las ventajas mencionadas anteriormente, este modelo de desgaste permite mitigar algún inconveniente más de los modelos de vida, como por ejemplo, evitar la necesidad de realizar numerosas interrupciones en los ensayos para calcular el desgaste. Su uso también permite redefinir el criterio de desgaste establecido para un ensayo en curso puesto que permite conocer el nivel de desgaste de la pieza en todo momento.

Sin embargo, este modelo presenta como inconveniente la necesidad de ser complementado con un modelo de vida de herramienta y con sus correspondientes datos experimentales, para poder ajustar el modelo al caso en estudio.

Ståhl [18] planteó una solución con el mismo fin combinando el modelo de desgaste de Archard y el de Colding, pero esta solución es de mayor complejidad técnica puesto que necesita conocer las fuerzas de corte que actúan sobre la herramienta.

4.2 Modelos de vida empleados

Aunque el modelo de desgaste aquí definido se puede emplear combinado con cualquiera de los modelos de vida de herramienta mencionados, Laakso y Johansson [3] emplearon para validar su propuesta los modelos de vida de Taylor y Colding, definidos en los *apartados 3.1* y *3.5* respectivamente de este documento.

4.3 La función logit

La función *logit* es una parte de la regresión logística. En matemáticas, el *logit* de un número x entre 0 y 1 es una función del tipo:

$$f(x) = logit(x) = log(\frac{x}{1-x}) = log(x) - log(1-x)$$
(4.1)

La función *logit* es la inversa de la función *sigmode*, o función logística, con gran aplicación en estadística. Su representación gráfica representa la curva mostrada en la *figura 4.1*.



Figura 4.1. Etapas de la adaptación de la función logit al desgaste de herramientas [3].

El modelo se desarrolla a partir de la función logit definida anteriormente, la cual es desplazada según la *ecuación 4.2* y escalada de acuerdo a la *ecuación 4.3* de manera que la función tiene valor 0 para x = m y 1 para x = 1 - m. Donde m es un valor muy

pequeño positivo. Como referencia, Laakso y Johansson [3], emplearon en su estudio un valor de m = 0.01.

$$g(x) = f(x) - f(m) (4.2)$$
$$h(x) = \frac{g(x)}{g(1-m)} (4.3)$$
$$VB_T = a + h \left(\frac{T}{T_{max}}\right)^b (VB_{Max} - a) (4.4)$$

La función de desgaste de herramienta, VB_T , viene definida por la *ecuación 4.4*. Esta ecuación se deduce a partir de la función $h(x)^b$, donde x es el cociente entre el tiempo de uso en el momento del análisis y el tiempo de vida total estimado. La función $h(x)^b$ se multiplica por el desgaste restante, siendo este la diferencia entre el desgaste máximo permitido, $VB_{Máx}$, y el desgaste inicial, a. Sumado al desgaste inicial considerado.

La forma de la curva se ajusta a los datos experimentales mediante el exponente b y el desgaste inicial, a, usando el método de Levenberg-Marquardt [19][20].

En el eje X de la gráfica mostrada en la *figura 4.1* se sustituye x por el tiempo de vida de la herramienta y el eje Y por la anchura de la banda de desgaste de la herramienta.

El paso final para combinar el modelo *logit* desarrollado y el modelo de vida empleado es reemplazar el valor del tiempo máximo en la *ecuación 4.4* por el valor obtenido para unas condiciones de corte determinadas con cualquiera de los modelos de vida de herramienta conocidos.

5. Procedimiento experimental

Los datos experimentales que se analizan en el presente estudio son tomados del proyecto fin de grado titulado: Determinación de duración de herramientas de torno bajo diferentes condiciones de corte [1], realizado por el mismo autor en 2015.

La ejecución de los experimentos llevados a cabo en [1] tuvo lugar en las instalaciones del laboratorio de Ingeniería de los Procesos de Fabricación de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla, como se mencionó anteriormente.

5.1 Normativa aplicable

Los ensayos de durabilidad de herramientas de corte están reglados por normativas internacionales que pretenden normalizar los ensayos de manera que los resultados obtenidos puedan ser comparables.

Para los ensayos de vida útil de herramienta realizados en [1] se siguió la propuesta que ofrece la norma UNE 16148:1985 [2], aunque esta normativa no es única y se podría haber optado por alguna otra norma similar [21].

El contenido de esta norma pretende estipular las condiciones de corte que debe seguir el proceso de mecanizado durante los ensayos de vida de herramienta, algunos ejemplos de estas características a controlar se exponen a continuación:

- Materiales de la pieza a mecanizar.
- Material de herramienta.
- Geometría de la herramienta.
- Fluidos de corte.
- Condiciones de corte de referencia.
- Criterios de desgaste de herramienta.
- Criterios de duración de la herramienta.

Sin embargo, la norma no tiene un principio prohibitivo, sino que constituye una recomendación. Las propuestas de la norma quedan abiertas a variaciones en determinados parámetros que puedan ser objeto de estudio. En la ejecución de los ensayos realizados [1] se respetó en la medida de lo posible las recomendaciones propuestas por la normativa, con el objetivo de que los resultados obtenidos gozaran de la mayor rigurosidad posible, y permitieran ser comparables con resultados obtenidos por otros autores.

5.2 Materiales a mecanizar

En los ensayos se valoró el comportamiento de las herramientas de corte en el torneado de dos materiales diferentes, definidos en la *tabla 5.1*.

Material 1 Acero al carbono	Acero al	Barras Ø = 30 mm	%C = 0,11	%Mn = 0,84	%Si = 0,29	%S = 0,016
	carbono		%P = 0,014	%Cr = 0,16	%Ni = 0,079	%Mo = 0,021
Material 2 Acero inoxidable	Acero	Acero Barras oxidable Ø = 45 mm	%C = 0,017	%Mn = 1,44	%Si = 0,38	%S = 0,031
	inoxidable		%P = 0,028	%Cr = 17,51	%Ni = 8,06	%Mo = 0,24

Tabla 5.1. Materiales a mecanizar [1].

El formato empleado fue barras de 450 mm de longitud, de los cuales 400 mm eran útiles para el mecanizado y los 50 mm restantes quedarían bajo las garras del plato del torno. El diámetro de cada material, mostrado en la *tabla 5.1*, junto con la longitud de las barras determinan una relación de longitud-diámetro inferior a 10, tal como recomienda la norma UNE 16148:1985 [2] para evitar vibraciones que produzcan retemblado.

Para el montaje de las barras en el torno se descartó el uso de una luneta intermedia, sin embargo, para evitar que la barra estuviera en voladizo durante el mecanizado, lo cual podría generar flexión y vibraciones en la barra durante el torneado, se optó por emplear el contrapunto del torno. Ver el montaje en la *figura 5.1*.



Figura 5.1. Montaje de las piezas en el torno durante los ensayos [1].

5.3 Equipos empleados

Los equipos de mecanizado utilizados para los ensayos de vida útil fueron dos tornos paralelos convencionales asistidos manualmente. Se documentan en las *tablas 5.2* y *5.3* las principales características de los equipos empleados.

Fabricante	PINACHO	Potencia nominal			3 CV
Modelo	L-1/165	Distancia má	Distancia máxima entre sujeciones		
Nº Serie	21604	Variador con	Variador continuo de velocidad		NO
Características:	Torno paralelo de mar	Torno paralelo de manipulación manual			
Precisión:	Longitudinal: 0,02 mm	nal: 0,02 mm Transversal: 0,02 mm			
Gama de revoluci	Gama de revoluciones nominales (rpm)				
	60	220	860		
	92	360	1400		
	140	530	2000		
Gama de avances proporcionados para cilindrado (mm/rev)					
	0,047 0,06	0,07	0,082	0,095	
	0,105 0,12	0,14	0,165	0,19	
	0,21 0,24	0,28	0,33	0,38	
	0,43 0,48	0,56	0,66	0,86	

Tabla 5.2. Características técnicas del torno PINACHO L-1/165 [1].



Figura 5.2. Torno PINACHO L-1/165 [1].

Fabricante	PINACHO	Potencia nominal		1,5 CV
Modelo	Т-3	Distancia máxima entre sujeciones		600 mm
Nº Serie	V95	Variador continuo de velocidad		NO
Características:	Torno paralelo de manipulación manual			
Precisión:	Longitudinal: 0,02mm	1	Transversal: 0,02mm	
Gama de revoluciones nominales (rpm)				
	60	220	860	
	92	360	1400	
	140	530	2000	
Gama de avances proporcionados para cilindrado (mm/rev)				
	0,082	0,172	0,338	

Tabla 5.3. Características técnicas del torno PINACHO T-3 [1].



Figura 5.3. Torno PINACHO T-3 [1].

Para la preparación de las herramientas de acero rápido se empleó una afiladora universal. Con este equipo se logró para adaptar la geometría de las herramientas de acero rápido a las recomendaciones de la norma [2].

La medición de la banda de desgaste de las herramientas empleadas en el torneado se llevó a cabo mediante un microscopio óptico cuyas características técnicas se detallan en la *tabla 5.4*.
Fabricante	NIKON	Modelo	SMZ 800		
Software	KAPPA Imagebase				
Aumentos	x10 / x20 / x30 / x40 / x50 / x6,3				

Tabla 5.4. Características técnicas del microscopio óptico [1].

La rugosidad, tanto de la herramienta como de los productos mecanizados fue controlada con un rugosímetro convencional cuyas características están definidas en la *tabla 5.5*.

Fabricante	MAHR	Modelo	M1	Nº Serie	7287			
Precisión	12 nm		Velocidad de	0,5mm/s				
Parámetros que mide		Ra, Rz,Rmax,RPc						
Longitudes de medida Auto / 1,75 / 5,6 /17,5mm								

Tabla 5.5. Características técnicas del rugosímetro [1].

5.4 Herramientas de corte

Para la realización de los experimentos definidos en [1] se emplearon herramientas de corte de dos materiales diferentes: acero rápido y metal duro.

5.4.1 Herramienta de acero rápido

Las herramientas de acero rápido se obtuvieron a partir de una barra de acero rápido de dimensiones: 12x12x140 mm. Para la preparación de las herramientas se empleó la afiladora universal mencionada anteriormente, con la cual se dotó a la herramienta de la geometría propuesta en la norma UNE 16148:1985 [2], según se muestra en la *tabla 5.6*.

	Ángulos [°]							
Material de la herramienta	Desprendimiento γ	De incidencia α	De inclinación del filo principal λ_s	De posición <i>K</i> ,	De punta <i>€</i> ,			
Acero rápido	25	8	0	75	90			
	= 11 = 2 6 1 1	C	1	1.1.1.1.1.1				

Tabla 5.6. Ángulos de referencia de las herramientas de acero rápido [1].

La norma UNE 16148:1985 [2] establece un valor límite superior de rugosidad de las superficies de las herramientas de Ra =0,25 μ m, medidos de acuerdo a la norma UNE 82301:1986 [22]. Se relacionan en la *tabla 5.7* los valores reales obtenidos para las herramientas empleadas.

	Nº Herramienta							
Superficie medida	1	2	3	4	6	7	8	
		Ra [μm]						
Desprendimiento	0,212	0,202	0,205	0,171	0,166	0,118	0,182	
Incidencia principal	0,211	0,235	0,151	0,167	0,113	0,092	0,161	
Incidencia secundaria	0,172	0,154	0,208	0,274	0,173	0,155	0,067	

Tabla 5.7. Rugosidad superficial Ra en las superficies de las herramientas de acero rápido [1].

5.4.2 Herramientas de metal duro

Las herramientas que se seleccionaron de este material fueron herramientas para mecanizado general de carburo de tungsteno del fabricante ZCCCT, con nomenclatura WNMG080404-DM. Estas herramientas cuentan con un recubrimiento YBC251, procesado por deposición química y un grado entre P10 y P30 de acuerdo al sistema de clasificación ISO [23]. La geometría de estas herramientas viene definida por los ángulos expresados en la *tabla 5.8*.

	Ángulos [°]						
Material de la herramienta	De incidencia α	De inclinación del filo principal λ_s	De posición <i>K</i> ,	De punta €,			
Metal duro	8	8	94	80			

Tabla 5.8. Ángulos de referencia de las herramientas de metal duro [1].

Al igual que para las herramientas de acero rápido, se realizó la medición de la rugosidad superficial de acuerdo a 82301:1968 [22], obteniendo unos valores mayores que los recomendados en la norma UNE 16148:1985 [2]. Sin embargo, se decidió emplear la herramienta pese a no cumplir la recomendación porque cualquier operación sobre la superficie de la pieza podría dañar el recubrimiento superficial de la herramienta. Los valores medidos se muestran en la *tabla 5.9*.

Superficies medidas	Herramientas			
	MD 1	MD 2		
	Ra [µm]			
Desprendimiento	0,460	0,376		
Incidencia	0,441	0,367		

Tabla 5.9. Rugosidad superficial Ra en las superficies de las herramientas de metal duro [1].

5.5 Parámetros de corte

Los valores de los parámetros de torneado seleccionados para los ensayos se seleccionaron de acuerdo a una de las propuestas de la norma UNE 16148:1985 [2]:

- Profundidad del corte p = 1,0mm
- Avance f = 0,1 mm/rev
- Radio de punta r_{ϵ} = 0,4mm

El valor de la profundidad de corte se ha mantenido constante en todos los experimentos de acuerdo al valor propuesto. Sin embargo, el valor del avance se ha mantenido constante en la mayoría de los ensayos, excepto en aquellos que analizaban la influencia de este parámetro.

El radio de punta en el caso de las herramientas de metal duro cumple con la recomendación propuesta en la norma, no siendo así para el caso de las herramientas de acero rápido en las que el radio de punta era cero.

Aunque la norma [2] recomienda utilizar fluidos de corte para los ensayos con herramientas de acero rápido, se optó por realizar estos experimentos sin fluido de corte y asemejarlos al tratamiento que se daría a las herramientas de metal duro, quedando fuera del alcance del proyecto [1] el análisis de la influencia del fluido refrigerante durante el mecanizado.

Finalmente, la velocidad de corte será una variable en cada uno de los ensayos por ser el parámetro de corte con mayor repercusión en la vida de la herramienta para el torneado convencional. Se define por la *ecuación 5.1*.

$$v = \pi D N (5.1)$$

Siendo D el diámetro original de la pieza en metros y N el número de revoluciones por minuto, se obtiene la velocidad v en metros por minutos.

5.6 Experimentos

La definición de los experimentos pretendió analizar la mayor cantidad de parámetros de corte con los recursos disponibles en el momento. En los ensayos se analizaron cuatro combinaciones de materiales de herramienta y material a cortar, empleando diferentes velocidades de corte y dos valores de avance diferentes.

Se detallan en la *tabla 5.10* los parámetros de cada uno de los experimentos llevados a cabo en el transcurso del estudio.

Ensayo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Material HTA		Acer	o rápido	D	Meta	l duro	Ac	Acero rápido	
Nº HTA	1	2	3	4	MD1	MD2	6	7	8
Material PIEZA		Ac	ero al ca	arbono		ŀ	Acero in	oxidable	2
arnothing inicial [mm]			30		28	42	3	5	29
\varnothing final [mm]			28		26	40	33 27		27
Torno	PINA	CHO L-1	/165	PINACHO T-3		PINA	CHO L-1	/165	
N nominal [rpm]	360	530	860	775	2 000	1 440	360	360	2 000
N real [rpm]	386	556	887	717	2 062	1 451	386	386	2 062
v corte [m/min]	33,9	50	81,1	73	175,9	184,7	40	40	184,7
f [mm/rev]	0,095	0,095	0,095	0,082	0,095	0,095	0,095	0,095	0,095

Tabla 5.10. Características de los ensayos realizados [1].

5.7 Criterio de desgaste

Para este estudio se optó por seleccionar como criterio de desgaste la anchura media de la banda de desgaste de la cara de incidencia principal. El control del desgaste en la cara de incidencia principal ofrece una menor dispersión de los resultados frente a la medida de la profundidad del cráter debido a que su interpretación es más simple y su medición más precisa. Adicionalmente, para las herramientas de acero rápido no es habitual controlar el desgaste mediante la medición de la profundidad del cráter.

Si el desgaste es homogéneo, el valor del desgaste tomado como criterio limitante es de $VB_B = 0.3 mm$ para la zona B de la banda de desgaste de la cara de incidencia de la herramienta, ver *figura 5.4*. De no ser así y presentar entallas en la banda de desgaste, el criterio limitante será $VB_B = 0.6 mm$.



Figura 5.4. Detalle de banda de desgaste en la cara de incidencia [2].

6. Resultados y análisis

Como se ha referido anteriormente, los resultados a analizar en el desarrollo de este proyecto son los analizados en el estudio sobre la determinación de la vida útil de herramientas bajo diferentes condiciones de corte realizado por el mismo autor [1].

6.1 Resultados experimentales

Se muestra en la tabla a continuación una recopilación de los parámetros de corte empleados en los diferentes ensayos realizados en el estudio precedente [1], así como los resultados obtenidos de vida útil para cada uno de los experimentos.

Ensayo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Material HTA		Acero rápido I				l duro	Acero rápido		
Material PIEZA		Acer	o al carl	ono			Acero in	oxidable	1
Vel. de corte [m/min]	33,9	50	81,1	73	175,9	184,7	40	40	184,7
Avance [mm/rev]	0,095	0,095	0,095	0,082	0,095	0,095	0,095	0,095	0,095
Profundidad [mm]	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Tiempo de vida [min]	162	40	3	57	*	39	**	**	**
*Ensayo no concluido ** Fallo catastrófico									

Tabla 6.1. Parámetros de corte en los ensayos realizados [1].

En el *Anexo I* se muestra la evolución del desgaste en la cara de incidencia principal frente al tiempo para cada uno de los ensayos.

6.2 Ajuste de modelos de vida de herramienta

Para realizar una comparación de los resultados experimentales obtenidos frente a los diferentes modelos de vida de herramientas definidos en los capítulos precedentes se empleará el análisis de regresión, como se propone en la norma UNE 16148:1985 [2].

Este método matemático, muy extendido en estadística, permitirá conocer la ecuación de una línea que ajusta a un grupo de datos experimentales minimizando la suma de los cuadrados de las distancias de todos los puntos en una dirección. Como se indica en la norma citada [2], para este estudio se minimizará el cuadrado de las distancias en la dirección de las ordenadas, log(T).

En función del número de variables que se consideren con influencia sobre la variable objeto de estudio, se puede recurrir a la regresión lineal simple o regresión lineal múltiple.

Exceptuando la ecuación primigenia de Taylor, donde se empleará regresión lineal simple dado que solo se analiza la influencia de la velocidad de corte sobre la vida de herramienta, en el resto de modelos se empleará una regresión lineal múltiple debido a que tienen en consideración la influencia en la vida de la herramienta de otros parámetros de corte.

De los modelos analizados en este estudio, los que aproximan mediante una línea recta son: el modelo primitivo de Taylor y sus generalizaciones, el modelo de Woxén, el modelo de Gilbert, y las diferentes particularizaciones del modelo de Kronenberg.

Para la evaluación de los modelos se tomarán los resultados obtenidos en [1] para los ensayos 1, 2, 3 y 4, se descartan el resto de ensayos por no haber concluido, ensayo 5, o haberse producido el fallo catastrófico, ensayos 7, 8 y 9. El ensayo 6 no se estudiará por considerar insuficiente una sola muestra experimental para una combinación de material y herramienta de corte, ver *tabla 6.1*.

Por tanto, con los datos experimentales disponibles solo se estudiará el comportamiento de los modelos de vida de herramientas para observaciones realizadas con herramientas de acero rápido en el torneado de piezas de acero al carbono, como se recoge en la *tabla 5.10*.

6.2.1 Modelo de Taylor

Ya en el estudio sobre la determinación de la duración de herramientas de torno bajo diferentes condiciones de corte [1] se empleó la regresión lineal simple para calcular los valores de las constantes de la *ecuación 3.2*.

Para este ajuste se emplearon los datos obtenidos para los ensayos 1, 2 y 3, los cuales comparten los mismos parámetros de corte, exceptuando la velocidad de corte. Los resultados experimentales tomados se muestran en la *tabla 6.2*.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	x = log(V)	y = log(T)	ху	xx	уу
1	33,9	162	1,53	2,209	3,379	2,341	4,880
2	50,0	40	1,699	1,602	2,721	2,887	2,566
3	81,1	3	1,909	0,477	0,910	3,644	0,228
	x̄ = 1,713	<u>y</u> = 1,429	Σx = 5,138	Σy = 4,288	Σxy = 7,01	Σxx = 8,87	Σyy = 7,674

Tabla 6.2. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión en el modelo de Taylor con avance constante [1].

Las constantes de la ecuación 3.2 se calculan a partir de las ecuaciones siguientes, siendo k la pendiente de la recta:

$$k = \frac{\sum xy - \sum x\sum y/n}{\sum x^2 - (\sum x)^2/n}$$
(6.1)
$$\log(C) = media(x) - \frac{media(y)}{k}$$
(6.2)
$$n = -1/k$$
(6.3)

De las ecuaciones anteriores, se obtuvo que n = 0,216 y C = 105,19 m/min, los cuales se corresponden con los valores orientativos propuestos [4] para el torneado de esta combinación de materiales de pieza y herramienta.

Se ha optado por repetir el cálculo considerando el ensayo número 4, además de los anteriores, para evaluar la ecuación de Taylor porque en esta ecuación no se considera el efecto del avance, que es diferente en el ensayo 4 respecto a los anteriores. Se muestran en la *tabla 6.3* los datos empleados para esta aproximación, empleando el procedimiento expuesto anteriormente.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	x = log(V)	y = log(T)	ху	хх	уу
1	33,9	162	1,53	2,209	3,379	2,341	4,880
2	50,0	40	1,699	1,602	2,721	2,887	2,566
3	81,1	3	1,909	0,477	0,910	3,644	0,228
4	73	57	1,863	1,756	3,271	3,471	3,083
	x =1,750 x − 1,750	ӯ= 1,511	Σx=7,001	Σy=6,044	Σxy=10,281	Σxx=12,343	Σγγ=10,757

Tabla 6.3. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión del modelo de Taylor.

Resultando n = 0,301 y C = 160,15 m/min, por lo que particularizando la *ecuación 3.2* resulta:

$$v T^{0,301} = 160,15 (6.4)$$

6.2.2 Primera generalización del modelo de Taylor

Para el mismo caso expuesto anteriormente se repetirá la determinación de los parámetros C y n empleando el procedimiento de regresión lineal múltiple que se empleará en adelante, con el objetivo de validar la aplicación de este método para este estudio.

Partiendo de la hipótesis de que la función de regresión es lineal, el modelo de regresión lineal múltiple es una extensión natural del modelo de regresión lineal simple. Se puede definir como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon$$
(6.5)

Siendo ε el valor del error de observación debido a variables no controladas. Este modelo pretende determinar el valor de los coeficientes β_i estimados, $\hat{\beta}_i$, para obtener el mejor ajuste posible a los datos experimentales.

Para la resolución del problema planteamos las ecuaciones en forma matricial como sigue:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{pmatrix} (6.6)$$

La expresión matricial mostrada puede ser escrita como la *ecuación 6.7* si se asigna la siguiente notación a las matrices respectivas.

$$Y = X\beta + \varepsilon (6.7)$$

Empleando el método de los mínimos cuadrados se puede obtener el vector de valores estimados $\hat{\beta}$ como:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}$$
(6.8)

Tomando en la *ecuación 6.5,* p = 2 y siendo $X_1 = \log(v)$ y $X_2 = \log(f)$, se toman los datos mostrados en la *tabla 6.4* para calcular los parámetros que definen la recta de regresión.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	Y = log(T)	$X_1 = log(V)$	$X_2 = \log(f)$
1	33,9	162	2,209	1,530	-1,022
2	50,0	40	1,602	1,699	-1,022
3	81,1	3	0,477	1,909	-1,022

Tabla 6.4. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión de la primera generalización del modelo de Taylor.

Operando con la ecuación 6.8 resulta:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,913 \\ -4,587 \\ -0,365 \end{pmatrix} (6.9)$$

Si se escribe la ecuación de Taylor generalizada, *ecuación 3.4*, considerando el avance, en forma logarítmica resulta la *ecuación 6.10*.

$$\log(T) = \frac{\log(C')}{n} - \frac{1}{n}\log(\nu) - \frac{m}{n}\log(f)$$
(6.10)

Equiparando los términos del modelo de regresión, *ecuación 6.4*, con la *ecuación 6.10* se obtienen las siguientes relaciones:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\log(C')}{n} \ (6.11)$$
$$\hat{\beta}_1 = -\frac{1}{n} \ (6.12)$$

$$\hat{\beta}_2 = -\frac{m}{n} \ (6.13)$$

Despejando, resulta: n = 0,217, m = 0,079 y C' = 87,685 m/min. Teniendo en cuenta que solo se han analizado los resultados de los ensayos 1, 2 y 3 para los que el avance es constante y considerando las *ecuaciones 3.2* y *3.4*, se obtiene que:

$$vT^n = C \approx \frac{C'}{f^m} = \frac{87,685}{0,095^{0,079}} = 105,76 \, m/min \ (6.14)$$

Habiendo comprobado que resultan los mismos valores de C y n empleando regresión lineal simple y múltiple se tiene garantía de que la regresión lineal múltiple es un método adecuado para la aplicación en este estudio.

Una vez que se tienen evidencias de la funcionalidad de la regresión lineal múltiple se procede a aplicarla para los resultados de los ensayos 1, 2, 3 y 4 con los datos que se muestran a continuación.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	Y = log(T)	$X_1 = log(V)$	$X_2 = \log(f)$
1	33,9	162	2,209	1,530	-1,022
2	50,0	40	1,602	1,699	-1,022
3	81,1	3	0,477	1,909	-1,022
4	73	57	1,756	1,863	-1,086

Tabla 6.5. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión de la primera generalización del modelo de Taylor.

Aplicando el método de la regresión lineal se obtienen los siguientes valores estimados:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,772 \\ -4,536 \\ -15,630 \end{pmatrix} (6.15)$$

Despejando de las *ecuaciones 6.11, 6.12* y *6.13* se obtiene: n = 0,220, m = 3,446 y C' = 0,032 m/min. Se puede observar que el valor obtenido para el parámetro m no sigue la inecuación planteada por Taylor para el valor de cada coeficiente, relación *3.5*.

6.2.3 Segunda generalización del modelo de Taylor

La ecuación de la segunda generalización de la ecuación de Taylor considera parámetros de corte que no habían sido tenidos en cuenta anteriormente, como son la anchura de la banda de desgaste (VB), el espesor de viruta indeformada (h_1) y la longitud de la arista de corte (b), ver *ecuación 3.11*.

Conociendo el ángulo de posición del filo principal, que para la herramienta de acero rápido empleada fue de 75º y considerando las *ecuaciones 3.12* y *3.13*, se obtiene:

 $h_1 = 0.9659 \cdot f$, y $b = 1.0352 \cdot p$. Como valor del desgaste limitante, se ha tomado como criterio general para este estudio VB = 0.3 mm.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	Y = log(T)	$X_1 = log(V)$	$X_2 = \log(h_1)$	$X_3 = \log(b)$	$X_4 = log(VB)$
1	33,9	162	2,209	1,530	-1,037	0,015	-0,523
2	50,0	40	1,602	1,699	-1,037	0,015	-0,523
3	81,1	3	0,477	1,909	-1,037	0,015	-0,523
4	73	57	1,756	1,863	-1,101	0,015	-0,523

Tabla 6.6. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión la segunda generalización del modelo de Taylor.

Tomando los datos de la *tabla 6.6* y aplicando el método de mínimos cuadrados a la *ecuación 6.16* se obtienen los valores estimados de $\hat{\beta}$.

$$\log(T) = \frac{\log(K)}{n} - \frac{1}{n}\log(v) - \frac{s}{n}\log(h_1) - \frac{t}{n}\log(b) + \frac{r}{n}\log(VB) \quad (6.16)$$
$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,967 \\ -5,017 \\ -19,250 \\ -604,700 \\ 15,060 \end{pmatrix} \quad (6.17)$$
$$\hat{\beta}_0 = \frac{\log(K)}{n} \quad (6.18)$$
$$\hat{\beta}_2 = -\frac{s}{n} \quad (6.19)$$
$$\hat{\beta}_3 = -\frac{t}{n} \quad (6.20)$$
$$\hat{\beta}_4 = \frac{r}{n} \quad (6.21)$$

Con los valores obtenidos de $\hat{\beta}$ y empleando las *ecuaciones 6.12* y de la *6.18* a la *6.20*, se obtiene: n = 0,199, s = 3,837, t = 120,513, r = 3,001 y K = 24,464 m/min. De forma que la ecuación de la segunda generalización de Taylor particularizada para los experimentos realizados resulta:

$$v T^{0,199} = \frac{24,464 \ (0,3)^{3,001}}{h_1^{3,837} \ b^{120,517}} \ (6.22)$$

En el *Anexo II* se puede analizar una gráfica comparativa de los resultados ofrecidos por cada uno de los modelos propuestos por Taylor, para valores del avance constantes.

6.2.4 Modelo de Woxén

Además de la velocidad de corte, R. Woxén consideró en su modelo de vida de herramienta un parámetro que él mismo definió a partir de características geométricas de la herramienta, la viruta equivalente, definida con detalle en el *apartado 3.2.2* de este documento. Adicionalmente, el modelo requiere del cálculo de varias constantes experimentales que vienen definidas por el material de la pieza y la herramienta: α , C, c, y un valor de referencia de la vida de herramienta que se ha tomado igual a un minuto, $T_* = 1 min$.

El modelo se expresa mediante la *ecuación 3.28*, la cual graficada en una escala doblemente logarítmica, con la vida de la herramienta en el eje de ordenadas y la velocidad de corte en el eje de abscisas representa una línea recta.

Para el cálculo de las constantes se ha comenzado analizando el valor de q_0 , el cual representa el punto de intersección de la relación velocidad de corte-viruta equivalente con el eje de abscisas, según se muestra en la *figura 3.7*. Este valor es constante para diferentes temperaturas de herramienta por lo que una vez estimado, se mantendrá para distintos parámetros de corte de una misma combinación de materiales de pieza y herramienta. Los valores experimentales tomados para el cálculo de q_0 se muestran en la *tabla 6.7*.

Ensayo	q (m ⁻¹)	V (m/min)
1	11,96	33,9
2	11,96	50
3	11,96	81,1
4	13,59	73

Tabla 6.7. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión q-v.

Empleando la regresión lineal simple se obtiene la ecuación de una línea recta (6.23), la cual para v = 0 ofrece un valor de $q_0 = 5,82 \text{ m}^{-1}$.

$$v = 9,11 \cdot q - 53,09$$
 (6.23)

Operando con los datos experimentales de los ensayos 1, 2, 3 y 4 se han obtenido las constantes experimentales del modelo: $\alpha = 0,2173$, C = 1,787 y c = -0,059.De manera que el modelo de Woxén particularizado para los ensayos realizados resulta:

$$v = \left[\frac{1}{T}\right]^{0,2173} 1,787 \ \frac{q+5,828}{1-0,059 \cdot q} \ (6.24)$$

6.2.5 Modelo de Gilbert

El modelo propuesto por Gilbert no es más que una particularización de la primera generalización del modelo de Taylor en la que se considera el avance y la profundidad de corte como variables del modelo. Este modelo se define mediante la *ecuación 3.30.*

Para el cálculo de los coeficientes experimentales del modelo se han tomado los datos que se muestran a continuación en la *tabla 6.8* y se han estimado sus valores mediante una regresión lineal múltiple.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	d (mm)	f (mm)	Y = log(T)	$X_1 = log(V)$	$X_2 = \log(d)$	$X_3 = \log(f)$
1	33,9	162	1	0,095	2,209	1,530	0	-1,022
2	50,0	40	1	0,095	1,602	1,699	0	-1,022
3	81,1	3	1	0,095	0,477	1,909	0	-1,022
4	73	57	1	0,082	1,756	1,863	0	-1,086

Tabla 6.8. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión del modelo de Gilbert.

La ecuación de la recta de regresión viene definida por:

$$\log(T) = \frac{\log(C)}{n} - \frac{1}{n}\log(v) - \frac{x}{n}\log(d) - \frac{y}{n}\log(f)$$
(6.25)

Para los ensayos realizados en este estudio, la profundidad de corte se ha mantenido constante en todos los experimentos e igual a 1 mm, por lo que el término logarítmico correspondiente a la profundidad se excluirá de la ecuación. Operando la *ecuación 6.25* matricialmente de acuerdo a la *ecuación 6.8*, se han obtenido los siguientes valores de $\hat{\beta}$:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{0} \\ \hat{\beta}_{1} \\ \hat{\beta}_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,953 \\ -4,601 \\ -15,91 \end{pmatrix} (6.26)$$
$$\hat{\beta}_{0} = \frac{\log(C)}{n} (6.27)$$
$$\hat{\beta}_{1} = -\frac{1}{n} (6.28)$$
$$\hat{\beta}_{2} = -\frac{y}{n} (6.29)$$

Despejando los valores de las constantes resulta: C = 0,0308 m/min, n = 0,217, e y = 3,457. Con lo que la ecuación particularizada para este modelo resulta:

$$v T^{0,217} = \frac{0,0308}{1^x f^{3,457}} (6.30)$$

6.2.6 Modelo de Kronenberg

El modelo inicial de Kronenberg presentó una evolución durante la investigación del autor, pudiendo diferenciar tres ecuaciones para la estimación del tiempo de vida de las herramientas de corte. La primera de ellas, conocida como ecuación básica de la velocidad de corte, definida en el *apartado 3.4.2*, se muestra a continuación, siendo *F* la sección de la viruta:

$$v = \frac{C_v}{F^z \left(\frac{T_L}{60}\right)^y}$$
(6.31)

Se calculan las constantes de la *ecuación 6.31* a partir de los datos experimentales mostrados en la *tabla 6.9*, empleando el método de la regresión lineal múltiple.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	F (mm²)	$Y = \log(T)$	$X_1 = log(V)$	$X_2 = \log(F)$
1	33,9	162	0,095	2,209	1,530	-1,022
2	50,0	40	0,095	1,602	1,699	-1,022
3	81,1	3	0,095	0,477	1,909	-1,022
4	73	57	0,082	1,756	1,863	-1,086

Tabla 6.9. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión del modelo básico de Kronenberg.

La ecuación que define la línea recta de regresión en escalas logarítmicas es de la forma:

$$\log\left(\frac{T_{L}}{60}\right) = \frac{\log(C_{v})}{y} - \frac{1}{y}\log(v) - \frac{z}{y}\log(F)$$
(6.32)

Operando la *ecuación 6.32* matricialmente de acuerdo a la *ecuación 6.8* se obtiene:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8,73 \\ -4,60 \\ -15,91 \end{pmatrix} (6.33)$$

Donde:

$$\hat{\beta}_{0} = \frac{\log(C_{v})}{y} (6.34)$$
$$\hat{\beta}_{1} = -\frac{1}{y} (6.35)$$
$$\hat{\beta}_{2} = -\frac{z}{y} (6.36)$$

De las ecuaciones anteriores se obtienen los valores de las constantes siguientes: $C_v = 0.012 \ m/min$, z = 3.458, e y = 0.217. Lo que permite adaptar la *ecuación 6.31* al problema en estudio:

$$v = \frac{0,012}{F^{3,458} \left(\frac{T_L}{60} \right)^{0,217}}$$
(6.37)

Las otras dos ecuaciones propuestas por Kronenberg se conocen como ecuaciones extendidas de la velocidad de corte y difieren de la anterior en que consideran la influencia del avance y profundidad de corte como variables independientes, a diferencia de la expuesta anteriormente que consideraba el producto de ambos (sección de la viruta) sin establecer una relación entre ambos. Para simplificar el cálculo se ha tomado como vida útil de referencia 1 minuto, sin que este cambio afecte al resultado de la ecuación.

En el caso de la *ecuación 3.54*, se considera el avance y la profundidad de corte como variables independientes. Mientras que en la *ecuación 3.57* se consideran estos parámetros de manera indirecta mediante los parámetros de la sección de la viruta, F, y el factor de forma, G.

Sin embargo, para todos los experimentos llevados a cabo en este estudio el valor de la profundidad de corte ha sido constante e igual a 1 mm por lo que se excluye la profundidad de la regresión lineal empleada para el cálculo de las constantes de la ecuación.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	d (mm)	f (mm)	F (mm ²)	G (adim.)
1	33,9	162	1	0,095	0,095	10,52
2	50,0	40	1	0,095	0,095	10,52
3	81,1	3	1	0,095	0,095	10,52
4	73	57	1	0,082	0,082	12,19

Tabla 6.10. Parámetros para el cálculo de la recta de regresión del modelo de Kronenberg extendido.

Ajustando los resultados experimentales obtenidos mediante regresión lineal múltiple con los datos de la *tabla 6.10*, se ha obtenido el valor de las constantes de cada ecuación de manera que particularizando las *ecuaciones 3.54* y *3.57* se obtienen respectivamente las ecuaciones siguientes:

$$v_m = \frac{3,28 \cdot 678,62}{25,4^{3,4636} f^{3,4636} (T_L)^{0,2173}}$$
(6.38)
$$v_m = \frac{0,0732 \left(\frac{G}{5}\right)^{0,158}}{(F)^{3,045} (T_L)^{0,217}}$$
(6.39)

Se muestra en el *Anexo II,* una gráfica comparativa de los resultados obtenidos para cada uno de los modelos de vida de herramientas de Kronenberg, analizando los experimentos realizados con avance constante.

6.2.7 Modelo de Colding

La principal diferencia de este modelo con respecto a los anteriormente expuestos es que la aproximación se realiza mediante una curva, en lugar de una línea recta. En el modelo de Colding, se distinguen dos ecuaciones: una primera ecuación limitada (*3.75*) y otra ecuación generalizada, mostrada en la *ecuación 3.95*. Con el propósito de mejorar la aproximación del modelo, el autor planteó el ajuste con relaciones de orden superior que exceden el alcance de este trabajo.

Siendo los valores de x, y y z de las *ecuaciones 3.75* y 3.95 los definidos en las *ecuaciones 3.76* a 3.78.

Ensayo	V(m/min)	T (min)	q (mm⁻¹)	Y = log(T)	$X_1 = log(V)$	$X_3 = \log(q)$
1	33,9	162	11,96	2,209	1,530	1,077
2	50,0	40	11,96	1,602	1,699	1,077
3	81,1	3	11,96	0,477	1,909	1,077
4	73	57	13,59	1,756	1,863	1,133

Tabla 6.11. Parámetros para el cálculo de la curva de regresión del modelo de Colding.

Tomando los datos mostrados en la *tabla 6.11* y operando de la misma forma que en los casos anteriores, se han obtenidos los valores de constantes que se muestran en la ecuación limitada particularizada (*6.40*) y la ecuación general particularizada (*6.41*).

$$1,777 - 1,664 \, \log(q) + 0,007 \log(v) - \log(T) + 0,930 \log(q) \log(T) = 0 \, (6.40)$$

$$-1,101 + 2,986 \log(q)^{2} + 0,182 \log(q) - 0,143 \log(v)^{2} - 0,776 \log(v) + 0,263 \log(T)^{2} - \log(T) = 0 (6.41)$$

6.2.8 Modelo de König-Depiereaux

El modelo propuesto por estos autores es una función exponencial cuyo exponente es un polinomio. La tipología de la función no permite emplear el método de regresión lineal empleado para el resto de modelos estudiados. Para analizar este modelo se necesitaría operar con la *ecuación 3.109* para hallar el valor de las constantes particularizado para este estudio.

Sin embargo, la cantidad de ensayos experimentales disponibles es insuficiente para determinar el valor de las constantes experimentales necesarias. Por ello, el ajuste del modelo de Konig-Depiereaux con los datos experimentales quedará excluido del presente estudio.

6.3 Resultado del ajuste de las ecuaciones de vida de herramientas.

Para cada uno de los modelos de vida de herramientas analizados anteriormente se muestra en el *anexo II* una representación gráfica, en la cual se indican, en diferentes colores, los resultados obtenidos para diferentes valores del avance.

Modelo	Ecuación particularizada	Coeficiente de determinación
Taylor aplicado a ensayos con avance constante	$v T^{0,216} = 105,19$	$R^2 = 0,99292$
Taylor con diferentes avances	$v T^{0,301} = 160,15$	$R^2 = 0,88783$
Primera generalización del modelo de Taylor	$v T^{0,220} f^{3,446} = 0,032$	$R^2 = 0,99328$
Segunda generalización del modelo de Taylor	$v T^{0,199} = \frac{24,464 \ (0,3)^{3,001}}{h_1^{3,837} \ b^{120,513}}$	$R^2 = 0,98618$
Woxén	$v = \left[\frac{1}{T}\right]^{0,2173} 1,787 \ \frac{q+5,82}{1-0,059 \cdot q}$	$R^2 = 0,98973$
Gilbert	$v T^{0,2173} = \frac{0,03}{1 \cdot f^{3,458}}$	$R^2 = 0,99278$
Básico de Kronenberg	$v = \frac{0,012}{A^{3,458}(T_L/60)^{0,217}}$	$R^2 = 0,99272$
Extendido de Kronenberg en función de f y d	$v_m = \frac{3,28 \cdot 678,62}{25,4^{3,4636} f^{3,4636} (T_L/60)^{0,2173}}$	$R^2 = 0,99284$
Extendido de Kronenberg en función de A y G	$v_m = \frac{0,0732(G/5)^{0,158}}{(F)^{3,045}(T_L/60)^{0,2172}}$	$R^2 = 0,98754$
Colding limitado	$v = 10^{\frac{-1,777+1,664 \log(q) + \log(T) - 0,930 \log(q) \log(T)}{0,007}}$	$R^2 = 0,94965$
Colding general	$log(v) (0,143 log(v) + 0,776) = -1,101 + 2,986 log(q)^{2} + 0,182 log(q) + 0,263 log(T)^{2} - log(T)$	$R^2 = 0,77844$

Tabla 6.12. Coeficientes de determinación obtenidos en el ajuste de cada modelo.

Para valorar la bondad del ajuste se ha calculado el coeficiente de determinación de cada regresión, R^2 , que se define a continuación.

$$R^{2} = \frac{\sigma_{XY}^{2}}{\sigma_{X}^{2}\sigma_{Y}^{2}} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_{i}-\bar{X})(Y_{i}-\bar{Y})}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_{i}-\bar{X})^{2}\cdot\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(Y_{i}-\bar{Y})^{2}}$$
(6.42)

Siendo N el número de experimentos, X el valor del tiempo de vida obtenido por medios experimentales e Y el tiempo de vida estimado mediante el modelado de la vida de herramienta.

El valor obtenido del coeficiente de determinación para la particularización de cada modelo de vida de herramienta analizado se muestra en la *tabla 6.12*.

6.4 Ajuste de modelos de desgaste de herramienta

Para el ajuste por regresión del modelo de desgaste de herramientas propuesto por Laakso y Johansson [3] se ha aplicado el modelo de regresión lineal simple empleado anteriormente para las ecuaciones de vida de herramientas.

El modelo de desgaste propuesto viene definido por la *ecuación 4.4*, donde:

$$h(x) = \frac{\log\left(\frac{x}{1-x}\right) - \log\left(\frac{m}{1-m}\right)}{\log\left(\frac{1-m}{m}\right) - \log\left(\frac{m}{1-m}\right)} (6.43)$$

Siendo *m* un valor tomado por los autores como m = 0,01 [3]. Comenzando el análisis al inicio del uso de la herramienta, el desgaste inicial se considerará nulo, a = 0. Manteniendo el criterio empleado en este estudio y su precedente [1], y de acuerdo a la norma UNE 16148:1985 [2], el desgaste máximo tolerable se tomará $VB_{Max} = 0,3 mm$, con lo que particularizando el modelo resulta:

$$VB(T) = 0 + \left(\frac{\log\left(\frac{T}{162 - T}\right) + 1,9956}{3,9912}\right)^{b} (0,3 - 0) (6.44)$$

Si se linealiza la ecuación mediante el uso de logaritmos, se puede obtener la ecuación de una línea recta:

$$\log(VB(T)) - \log(0,3) = b \cdot \log\left(\frac{\log\left(\frac{T}{162 - T}\right) + 1,9956}{3,9912}\right) (6.45)$$

Matricialmente, la *ecuación 6.45* se puede representar como:

$$Y = Xb + \varepsilon (6.46)$$

Antonio Guarnido Barrera

Aplicando el método de la regresión lineal a los resultados experimentales de la evolución del desgaste, se obtiene el valor de *b* estimado para cada ensayo, \hat{b} .

$$\hat{b} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}$$
(6.47)

Para analizar el desempeño de la propuesta de Laakso y Johansson se han tomado los ensayos 1, 2, 4 y 6 desarrollados en [1]. Se ha excluido el ensayo 3 por contar solo con dos muestras experimentales, lo que no posibilita una comparación del modelo con los resultados obtenidos en los ensayos.

Así mismo, los ensayos realizados en [1] que concluyeron con un fallo repentino no se han considerado representativos para el estudio de la evolución de la anchura de la banda de desgaste.

6.5 Resultado del ajuste del modelo de desgaste de herramienta

Para cada ensayo analizado, los valores obtenidos del coeficiente b y el coeficiente de determinación, R^2 , se muestran en la *tabla 6.13*. La representación gráfica de las curvas resultantes del modelo se puede consultar en el *anexo III*.

Ensayo	Valor de b	Coeficiente de determinación
1	b = 1,0625	$R^2 = 0,97448$
2	<i>b</i> = 1,2843	$R^2 = 0,91122$
4	b = 0,6601	$R^2 = 0,96528$
6	b = 0,5709	$R^2 = 0,97029$

Tabla 6.13. Coeficientes de determinación obtenidos en el ajuste de cada ensayo.

7. Conclusiones

Una vez que se han hallados los resultados de los análisis realizados con los diferentes modelos de vida de herramienta estudiados en este proyecto y el modelo de desgaste de herramienta se tratará de exponer el aprendizaje extraído de este estudio.

7.1 Comparación del ajuste de diferentes modelos de vida de herramienta con los resultados experimentales

Para cuantificar la bondad del ajuste de la regresión lineal de cada modelo con los datos experimentales, se ha tomado el coeficiente de determinación, R^2 . El valor de este parámetro oscila entre 0 y 1, y el ajuste será mejor cuanto más próximo esté su valor a la unidad.

En todos los modelos de vida de herramientas analizados, el coeficiente de determinación es mayor que 0,88783, estando la mayoría de casos por encima de 0,93254. Por lo que se puede afirmar que todos los modelos de vida de herramienta ofrecen una bondad notable en el ajuste con los resultados experimentales.

Una excepción a la afirmación anterior es el modelo de Colding general, para el que se ha obtenido un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,77844$. Sin embargo, para este modelo se esperaba que debido a que se trata de un polinomio de mayor grado ajustase mejor a los resultados experimentales. Se ha considerado que una posible causa sea la dimensión de la muestra experimental que está limitada a 4 ensayos con parámetros de corte contenidos en un rango de valores muy estrecho, lo que hace que el cálculo de las constantes del modelo sea muy sensible a cambios en cualquiera de los parámetros dando unos valores que no se ajustan a lo deseado.

Se propone para trabajos venideros analizar en profundidad el modelo de Colding empleando una muestra experimental más amplia que albergue una mayor variabilidad de parámetros.

Se observa que los modelos de vida de herramientas que consideran la viruta equivalente como una variable generan un coeficiente de determinación levemente inferior a aquellos que tienen como variables parámetros de medición directa como por ejemplo el avance o la profundidad, ejemplos de estos modelos son los modelos de Woxén y de Colding. Por lo que se recomienda el uso de modelos con variables que se puedan controlar de forma directa evitando operaciones y errores de medida evitables.

Apoyándose en las afirmaciones anteriores se concluye que los modelos de Taylor, Gilbert y Kronenberg son los que ofrecen una mejor bondad en el ajuste sin una gran complejidad de cálculo.

7.2 Comparación del ajuste del modelo de Taylor y sus generalizaciones con los resultados experimentales

De los resultados obtenidos para el coeficiente de determinación de cada ajuste, se observa que en el caso de analizar una muestra con diferentes valores de avance, la bondad mejora con las generalizaciones del modelo de Taylor, pasando de $R^2 = 0,88783$ con el modelo original a $R^2 = 0,99324$ en el caso de la primera generalización.

Sin embargo, si se emplea la ecuación original de Taylor para analizar la muestra experimental con avance constante, resulta un coeficiente de determinación de R^2 = 0,99292, con lo que se demuestra una gran bondad en el ajuste de esta ecuación con una ecuación notablemente más simple que en el resto de modelos. Esto justifica que más de un siglo después de su publicación, el modelo original de Taylor siga siendo el modelo de referencia en el desgaste de herramientas.

Se concluye que en el caso de analizar muestras experimentales con avance constante, el modelo más conveniente es el modelo de Taylor original. Sin embargo, si el valor del avance es variable conviene utilizar la primera generalización del modelo de Taylor. La segunda generalización del modelo se descarta como recomendación porque asume mayor complejidad por requerir de parámetros de entrada que dependen de la geometría de la herramienta sin mejorar notablemente el ajuste con respecto a la primera generalización

Se muestra en la *figura II.12* del *anexo II* una comparación gráfica del modelo de Taylor original frente a las dos generalizaciones desarrolladas a posteriori. En ella se observa que las líneas que representan los resultados de las generalizaciones comparten valores de pendiente similares, mientras que la pendiente obtenida para la línea que define el modelo original de Taylor difiere de las anteriores por tratar de ajustar puntos más distantes en la gráfica controlando únicamente el valor de la velocidad de corte.

7.3 Comparación del ajuste del modelo básico de Kronenberg y sus versiones extendidas con los resultados experimentales

Al igual que en caso de los modelos de Taylor, se puede observar una gráfica comparativa del ajuste del modelo básico de Kronenberg y sus extensiones en el *Anexo II*.

Los valores de los coeficientes de determinación obtenidos son similares para las tres versiones del modelo de Kronenberg, con un valor mínimo de $R^2 = 0,98754$ en el caso del modelo extendido, en el cual se consideran como parámetros: la sección de corte A (también representada por F si se muestran las unidades en el sistema métrico) y el factor de forma G.

Se concluye de los resultados obtenidos, que la inclusión de la profundidad y el avance de corte por separado en los modelos extendidos no aporta una mayor bondad que el ajuste del modelo básico de Kronenberg a los resultados experimentales.

Teniendo en consideración que los resultados obtenidos son similares para las tres versiones del modelo de Kronenberg estudiadas, se optaría por emplear la versión básica del modelo debido a que presenta una mayor simplicidad que las versiones extendidas.

7.4 Comparación del ajuste del modelo de desgaste propuesto por Laakso y Johannson

Aplicando el método de la regresión lineal a la ecuación propuesta por Laakso y Johansson [3] se ha obtenido un coeficiente de determinación para el ajuste del modelo teórico y los resultados experimentales que es superior en todos los casos a $R^2 = 0,91122$, por lo que se puede afirmar que la bondad del ajuste es notable en los 4 casos analizados.

Se muestra en el *Anexo III* la representación gráfica del ajuste de la función propuesta con los resultados experimentales.

Basándose en estos resultados se puede afirmar que la solución propuesta en [3] es un buen modelo para conocer el nivel de desgaste de una herramienta durante su vida útil si se conoce la vida útil de la herramienta ante las mismas condiciones de corte.

Bibliografía

[1] A. Guarnido, "Determinación de duración de herramientas de torno bajo diferentes condiciones de corte", Trabajo fin de Grado, Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación, US, Sevilla, 2015.

[2] *Ensayos de duración de herramientas de torno de corte único,* UNE 16148:1985, AENOR, febrero de 1985.

[3] S.V.A. Laakso, D. Johansson, "There is logic in logit – including wear rate in Colding's tool wear model", *Procedia Manufacturing*, vol. 38, pp. 1066-1073, 2019, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.01.194.

[4] M. Groover, Introducción a los procesos de manufactura, McGraw-Hill Interamericana, 2015.

[5] M.T. Martínez Ysern, J. García-Lomas Jung, "Desgaste de herramientas en mecanizado: análisis de sensibilidad a la fricción", Proyecto Fin de Máster, US, Sevilla, 2011.

[6] J.-E. Ståhl, M. Andersson "Modelling of metal cutting tool wear based on Archard's wear equation". *Proceedings of the Swedish Production Symposium, SPS 08 Stockholm,* 2008.

[7] R. Lalbondre, P. Krishna, G.C. Mohankumar, "Machinability Studies of Low Alloy Steels by Face Turning Method: An Experimental Investigation", *Procedia Engineering*, vol. 64, pp. 632-641, 2013, ISSN 1877-7058, https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.138.

[8] D. Johansson, S. Hägglund, V. Bushlya, J. E. Ståhl, "Assessment of Commonly used Tool Life Models in Metal Cutting", *Procedia Manufacturing*, vol. 11, pp. 602-609, 2017, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.154.

[9] B.N. Colding, "Machinability of metals and machining costs", *International Journal of Machine Tool Design and Research*, vol. 1, Issue 3, pp. 220-248, 1961, ISSN 0020-7357, https://doi.org/10.1016/0020-7357(61)90005-1.L. Kops, S. Ramalingam, *On the art of cutting metals--75 years later : a tribute to F.W. Taylor*, vol. 7, 1982.

[10] L. Kops, S. Ramalingam, On the art of cutting metals--75 years later : a tribute to F.W. Taylor, vol. 7, 1982.

[11] R. Woxén, "Theory and an Equation for the Life of Lathe Tools", no. 119, Ingenjörsvetenskapsakademin, Stockholm, Sweden, 1932.

[12] W. W. Gilbert, "Machining – Theory and Practice, American Sociaty for Metals", Cleveland, Ohio, 1950, pp. 465.

[13] J. Karandikar, "Machine learning classification for tool life modeling using production shop-floor tool wear data", *Procedia Manufacturing*, vol. 34, pp. 446-454, 2019, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.06.192.

[14] M. Kronenberg, *Machining Science and Application*, Pergamon Press, Oxford, 1966.

[15] B. Colding, "A wear relationship for turning, milling and grinding", Doctoral Thesis, KTH, Stockholm, 1959.

[16] W. König, W.R. Depiereaux, "Wie lassen sich Vorschub und Schnittgeschwindigkeit optimieren", *Industrie-Anzeiger*, no. 61, pp. 1481–1484, 1969

[17] M. Groover, Fundamentos de manufactura moderna : materiales, procesos y sistemas, 3ª ed., McGraw Hill, 1997.

[18] J.-E. Ståhl et al. "Tool Life and Wear Modelling in Metal Cutting, Part 2 – Based on Combining the Archard and the Colding Equations". *Proceedings of the 6th Swedish Production Symposium. The Swedish Production Academy*, 2014.

[19] K. Levenberg, "A method for the solution of certain non-linear problems in least squares", *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 2, no. 2, pp. 164–168, Feb. 1944, *JSTOR*, www.jstor.org/stable/43633451.

[20] D.W. Marquardt, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters." *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, no. 2, pp. 431–441, Jun 1963, www.jstor.org/stable/2098941.

[21] *Tool-life testing with single-point turning tools,* ISO 3685:1993, ISO, noviembre de 1993.

[22] Rugosidad superficial. Parámetros, sus valores y las reglas generales para la determinación de las especificaciones, UNE 82301:1986, AENOR, noviembre de 1986.

[23] Sandvik Coromant, "Materiales de herramientas de corte", <http://www.sandvik.coromant.com/es-es/knowledge/materials /introduction/pages/default.aspx> [Consulta : 15 abril 2015]

[24] G. Boothroyd, *Fundamentos del corte de metales y de las máquinas-herramientas,* McGraw-Hill Latinoamericana, 1978.

[25] G. Boothroyd, W. Knight, *Fundamentals of machining and machine tools*, 3^a ed., CRC Taylor and Francis, 2006.

[26] J. Schey, Introduction to manufacturing processes, 2ª ed., McGraw-Hill, 1987.

[27] L. Alting, Procesos para ingeniería de manufactura, Alfaomega, 1990.

[28] O. Svahn, "Machining Properties and Wear of Milling Cutters", Teknologie Doktor Dissertation, Royal Instituete of Technology, Stockholm, 1948.

[29] S. Hägglund, "Methods and Models for Cutting Data Optimization", Doctoral Thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2013.

[30] D. Alcañiz, "La historia de la herramienta de corte", Blog SEAS. https://www.seas.es/blog/diseno_mecanico/la-historia-de-la-herramienta-de-corte/ [Consulta: 28 febrero 2021]

[31] B.N. Colding, "A Three-Dimensional, Tool-Life Equation—Machining Economics." *ASME. J. Eng. Ind.,* vol. 81, no. 3, pp. 239–249, August 1959, https://doi.org/10.1115/1.4008313

[32] F. Schultheiss, B. Lundqvist, J.-E. Ståhl, "Cost Based Process Optimization by Incrementally Changing the Cutting Data during Sustainable Machining", *Advanced Materials Research*, vol. 576, pp. 742-746, 2012, 10.4028/www.scientific.net/AMR.576.742.

[33] B. Colding, W. Koenig, "Validity of the Taylor Equation in Metal Cutting", *Annals of the C.I.R.P.*, vol. XVIV, pp 739-812, 1971.

[34] M. Kronenberg, "Replacing the Taylor formula by a new tool life equation", *International Journal of Machine Tool Design and Research*, vol. 10, Issue 2, pp. 193-202, 1970, ISSN 0020-7357, https://doi.org/10.1016/0020-7357(70)90006-5.

[35] B.N. Colding, "A Tool-Temperature/Tool-Life Relationship Covering a Wide Range of Cutting Data", *CIRP Annals*, vol. 40, Issue 1, pp. 35-40, Jan 1991, ISSN 0007-8506, https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61928-3.

[36] E. Usui, T. Shirakashi, T. Kitagawa, "Analytical prediction of cutting tool wear", *Wear*, vol. 100, Issues 1–3, pp. 129-151, 1984, ISSN 0043-1648, https://doi.org/10.1016/0043-1648(84)90010-3.

[37] D. Johansson, S. Hägglund, V. Bushlya, et al. "Sensitivity of Colding tool life equation on the dimensions of experimental dataset", *J. Superhard Mater*, no. 39, pp. 271–281, 2017. https://doi.org/10.3103/S1063457617040074

[38] D. Johansson, et al. "Tool Life and Wear Model in Metal Cutting, Part 1 - Influence of Varying Flank Wear Criterion on Colding's Tool Life Equation.", 2014.

[39] M.T. Prado Cerqueira, "Análisis de desgaste de herramienta y optimización de proceso mecanizado mediante visión computarizada y consumo eléctrico", Tesis doctoral, Dept. Diseño en la Ingeniería, UVIGO, Vigo, 2015.

[40] A. Attanasio, E. Ceretti, C. Giardini, "Analytical Models for Tool Wear Prediction During AISI 1045 Turning Operations", *Procedia CIRP*, vol. 8, pp. 218-223, 2013, ISSN 2212-8271, https://doi.org/10.1016/j.procir.2013.06.092.

[41] I.A. Henao, "La optimización de las condiciones de corte", *RUE*, vol. 30, no. 94, pp. 63-66, Ago 2012.

[42] D. Johansson, R. Lindvall, M. Fröström, V. Bushlya, J.-E. Ståhl, "Equivalent Chip Thickness and its Influence on Tool Life", *Procedia Manufacturing*, vol. 25, pp. 344-350, May 2018, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.06.102.

[43] K. Ee, P. Li, A. Balaji, I.S. Jawahir, R. Stevenson, (2006). "Performance-Based Predictive Models and Optimization Methods for Turning Operations and Applications: Part 1—Tool Wear/Tool Life in Turning with Coated Grooved Tools". *Journal of Manufacturing Processes*, vol.8, pp 54-66, 2006, 10.1016/S1526-6125(06)70102-5.

[44] I.S. Jawahir, P.X. Li, R. Gosh, E.L. Exner, "A New Parametric Approach for the Assessment of Comprehensive Tool Wear in Coated Grooved Tools", *CIRP Annals*, vol. 44, Issue 1, pp. 49-54, Jan 1995, ISSN 0007-8506, https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62273-2.

[45] G. Zhang, C. Guo, "Modeling of Cutting Force Distribution on Tool Edge in Turning Process", *Procedia Manufacturing*, vol. 1, pp. 454-465, 2015, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2015.09.001.

[46] Y. Yen, J. Söhner, B. Lilly, T. Altan, "Estimation of tool wear in orthogonal cutting using the finite element analysis", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 146, Issue 1, pp. 82-91, 2004, ISSN 0924-0136, https://doi.org/10.1016/S0924-0136(03)00847-1.

[47] P.W. Marksberry, I.S. Jawahir, "A comprehensive tool-wear/tool-life performance model in the evaluation of NDM (near dry machining) for sustainable manufacturing", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 48, Issues 7–8, pp. 878-886, Jan 2008, ISSN 0890-6955, https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2007.11.006.

[48] Y. Huang, S. Liang, (2004). "Modelling of CBN tool crater wear in finish hard turning". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol.2*4. pp. 632-639, Jun 2004, 10.1007/s00170-003-1744-5.

[49] B. Lindström, "Cutting Data Field Analysis and Predictions — Part 1: Straight Taylor Slopes", *CIRP Annals*, vol. 38, Issue 1, pp. 103-106, 1989, ISSN 0007-8506, https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62661-4.

[50] S.K Choudhury, K.K Kishore, "Tool wear measurement in turning using force ratio", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, Issue 6, pp. 899-909, 2000, ISSN 0890-6955, https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00088-7.

[51] X. Luo, K. Cheng, R. Holt, X. Liu, "Modeling flank wear of carbide tool insert in metal cutting", *Wear*, vol. 259, Issues 7–12, pp. 1235-1240, 2005, ISSN 0043-1648, https://doi.org/10.1016/j.wear.2005.02.044.

[52] B.B. Alamin, "Tool life prediction and management for an integrated tool selection system", Tesis Doctoral, Durham University, 1996.

[53] J. Kundrák, Z. Pálmai, G. Varga, "Analysis of Tool Life Functions in Hard Turning", *Tehnički vjesnik*, vol.27, no. 1, pp. 166-173, 2020. https://doi.org/10.17559/TV-20190712153727

[54] F.A. Suárez-Bustamante, J. Vélez, "Study of the model of wearing proposed by archard", *DYNA*, no. 72, pp. 27-43, 2005.

[55] L.J. Barrios Bravo, "Evaluación en tiempo real de parámetros característicos de un proceso de mecanizado para la estimación de las condiciones de corte en una unidad de mecanizado desatendido", Tesis doctoral, Dept. Física Aplicada III, UCM, Madrid, 2015.

[56] A. Gray, A. Seidmann, K. Stecke, "A Synthesis of Decision Models for Tool Management in Automated Manufacturing", *Management Science*, vol.39, no. 5, pp. 549-567, 1993, 10.1287/mnsc.39.5.549.

[57] S.K. Choudhury, P. Srinivas, "Tool wear prediction in turning", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 153–154, pp. 276-280, 2004, ISSN 0924-0136, https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2004.04.296.

[58] K. Hosseinkhani, E-G. Ng, "A Unique Methodology for Tool Life Prediction in Machining", *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, vol. 4, no.16, Feb. 2020, https://doi.org/10.3390/jmmp4010016

[59] M.K. Babouri, N. Ouelaa, M.C. Djamaa, et al. "Prediction of Tool Wear in the Turning Process Using the Spectral Center of Gravity", *J Fail. Anal. and Preven.*,vol. 17, pp. 905–913, Jul 2017, https://doi.org/10.1007/s11668-017-0319-y

[60] P. Albertelli, V. Mussi, C. Ravasio, M. Monno, "An Experimental Investigation of the Effects of Spindle Speed Variation on Tool Wear in Turning", *Procedia CIRP*, vol. 4, pp. 29-34, 2012, ISSN 2212-8271, https://doi.org/10.1016/j.procir.2012.10.006.

[61] R. Lalbondre, P. Krishna, G.C. Mohankumar, "An Experimental Investigation on Machinability Studies of Steels by Face Turning", *Procedia Materials Science*, vol. 6, pp. 1386-1395, 2014, ISSN 2211-8128, https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.07.118.

[62] A.L.B. Dos Santos, M.A.V. Duarte, A.M. Abrão, A.R. Machado, "An optimisation procedure to determine the coefficients of the extended Taylor's equation in machining", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 39, Issue 1, pp. 17-31, 1999, ISSN 0890-6955, https://doi.org/10.1016/S0890-6955(98)00025-X.

[63] C.J. Rao, D. Sreeamulu, Arun Tom Mathew, "Analysis of Tool Life during Turning Operation by Determining Optimal Process Parameters", *Procedia Engineering*, vol. 97, pp. 241-250, 2014, ISSN 1877-7058, https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.247.

[64] A. Attanasio, E. Ceretti, C. Giardini, "Analytical Models for Tool Wear Prediction During AISI 1045 Turning Operations", *Procedia CIRP*, vol. 8, pp. 218-223, 2013, ISSN 2212-8271, https://doi.org/10.1016/j.procir.2013.06.092.

[65] J. Schwalm, M. Gerstenmeyer, F. Zanger, V. Schulze, "Complementary Machining: Effect of tool types on tool wear and surface integrity of AISI 4140", *Procedia CIRP*, vol. 87, pp. 89-94, 2020, ISSN 2212-8271, https://doi.org/10.1016/j.procir.2020.02.035.

[66] P. Sivaiah, "Experimental investigation and modelling of MQL assisted turning process during machining of 15-5 PH stainless steel using response surface methodology", *SN Appl. Sci*, vol. 1, no. 913, Jul 2019, https://doi.org/10.1007/s42452-019-0827-3

[67] W. Stachurski i B. Kruszyński, "Influence of Cutting Speed on the Hob Wear in Hobbing with the Minimum Quantity Lubrication", *Tehnički vjesnik*, vol.27,no. 2, pp. 341-345, 2020, https://doi.org/10.17559/TV-20160518111613

[68] G. Zhang, C. Guo, "Modeling Flank Wear Progression Based on Cutting Force and Energy Prediction in Turning Process", *Procedia Manufacturing*, vol. 5, pp. 536-545, 2016, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2016.08.044.

[69] D. Johansson, V. Akujärvi, S. Hägglund, V. Bushlya, J.-E. Ståhl, "Selecting Cutting Data Tests for Cutting Data Modeling Using the Colding Tool Life Model", *Procedia CIRP*, vol. 72, pp. 197-201, 2018, ISSN 2212-8271, https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.03.035.

[70] T. Vopát, J. Peterka, V. Šimna, M. Kuruc, "The Influence of Different Types of Copy Milling on the Surface Roughness and Tool Life of End Mills", *Procedia Engineering*, vol. 100, pp. 868-876, 2015, ISSN 1877-7058, https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.01.443.

[71] K. Vasilko, Z. Murčinková, "Tool Life Extension Methods for Cut-off Tools Made of High-speed Steel", *Procedia Engineering*, vol. 149, pp. 520-525, 2016, ISSN 1877-7058, https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.700.

[72] M.H.S. Elmunafi, M.Y. Noordin, D. Kurniawan, "Tool Life of Coated Carbide Cutting Tool when Turning Hardened Stainless Steel under Minimum Quantity Lubricant Using Castor Oil", *Procedia Manufacturing*, vol. 2, pp. 563-567, 2015, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2015.07.097. [73] R. Tanaka, T. Yeh, K. Matsuda, K. Sekiya, K. Yamada, "Tool wear mechanism in up-cut end milling of AISI 1050 at different feed rates", *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing,* vol.14, no. 3, Jan 2020, JAMDSM0042-JAMDSM0042. 10.1299/jamdsm.2020jamdsm0042.

[74] S.E Oraby, D.R Hayhurst, "Tool life determination based on the measurement of wear and tool force ratio variation", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 44, Issues 12–13, pp. 1261-1269, 2004, ISSN 0890-6955, https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.04.018.

[75] G. Zhang, C. Guo, "Modeling Flank Wear Progression Based on Cutting Force and Energy Prediction in Turning Process", *Procedia Manufacturing*, vol. 5, pp. 536-545, 2016, ISSN 2351-9789, https://doi.org/10.1016/j.promfg.2016.08.044.

[76] A Molinari, M Nouari, "Modeling of tool wear by diffusion in metal cutting", *Wear*, vol. 252, Issues 1–2, pp. 135-149, 2002, ISSN 0043-1648, https://doi.org/10.1016/S0043-1648(01)00858-4.

[77] B. Colding, "The Machining Productivity Mountain and its Wall of Optimum Productivity", *9th NAMRAC*, 1981, pp. 37-42.

[78] J. Kundrak, Z. Pálmai, (2019). "The Change of Tool Life in a Wide Range of Cutting Speeds in Hard Turning". *Manufacturing Technology*. vol. 19, no. 2, pp. 254-260, Apr 2019, 10.21062/ujep/279.2019/a/1213-2489/MT/19/2/254.

[79] "Desgaste de herramientas", Wikifab. http://wikifab.dimf.etsii.upm.es/wikifab/image s/7/73/VidaHerramientas.pdf [Consulta: 5 abril 2021].

[80] E. De Garmo, J.T. Black, R.A. Kohser, *Materials and Processes in Manufacturing*, 11 Ed, USA, Wiley, 2011.

[81] "Identificación y solución de ocho tipos de problemas en plaquitas" *Revista Tope* [En línea] http://www.revistatope.com/195_art_SECO_TOOLS_Herramientas. html [Consulta: 15 abril 2015].

Anexo I. Resultados experimentales

Ensayo 1 Herra		Herram	nienta 1	Velocidad de corte	e 33,9 m/min
Criterio de durabilidad VB _B =		$VB_B = 0$,3 mm	Avance	0,095 mm/rev
Resultados del e	ensayo				
Medida nº	Tiemp	o (min)	Desgaste incidencia	en superficie de a principal (mm)	Observaciones
1	1	.0		0,067	
2	2	.0		0,071	
3	3	0		0,091	
4	4	0		0,106	
5	5	0		0,11	
6	6	0	0,122		
7	7	0	0,129		
8	8	0	0,139		
9	9	0	0,146		
10	10	00	0,157		
11	1:	10	0,15		
12	12	20	0,176		
13	130			0,201	
14	140		0,228		
15	1	50		0,252	
16	10	160		0,287	
17	162			0,307	
		Та	bla I.1. Resultad	os del ensayo 1 [1].	

Ensayo 1: Mecanizado de acero al carbono con herramienta de acero rápido.



Figura I.1. Resultados del ensayo 1 [1].

Ensayo 2 Herr		nienta 2	Velocidad de corte	50 m/min
Criterio de durabilidad $VB_B = 0$),3 mm	Avance	0,095 mm/rev
Resultados del e	ensayo			
Medida nº	dida nº Tiempo (min)		en superficie de a principal (mm)	Observaciones
1	2,5		0,021	
2	5	0,055		
3	10	0,087		
4	15	0,189		
5	17,5	0,13		
6	20	0,165		
7 25		0,181		
8 35		0,232		
9	9 40		0,307	

E no no	·~ 7.	Macapitad	a da acar	o al carhan	a can har	romionto d	0 000 00	ránida
FUSAV	70 Z:	IVIECANIZAU	o de acer	O ALCALDON	o con ner	rannenia u	e acero	







Ensayo 3	nsayo 3 Herramienta 3		Velocidad de corte	81,1 m/min		
Criterio de durabilidad VB _B = 0,3 mm			Avance	0,095 mm/rev		
Resultados del ensayo						
Medida nº	Tiempo (min)	Desgaste incidencia	en superficie de a principal (mm)	Observaciones		
1	1		0.150			
2	3		0,354			

Ensay	/o 3: N	1ecanizado	de acerc) al	carbono	con	herramienta	de	acero	rápido.
LIIJU	10 3.10	iccumzuu0	uc uccie	, ui	curbonio	COIL	nerrannenta	чc	uccio	rupiuo.





Figura I.3. Resultados del ensayo 3 [1].

Ensayo 4	Herramienta 4		Velocidad de corte	e 73 m/min	
Criterio de durabilidad		$VB_{B} = 0,3 \text{ mm}$		Avance	0,082 mm/rev
Resultados del e	ensayo				
Medida nº Tiempo		o (min)	Desgaste en superficie de incidencia principal (mm)		Observaciones
1	4	4		0,094	
2	6	,5		0,142	
3 9,		25		0,138	
4	1	2		0,161	
5 1		6		0,171	
6	2	0		0,181	
7		5		0,181	
8 3		0		0,193	
9 4		5	0,217		
10	50		0,220		
11 5		5		0,262	
12	5	7		0,303	

Ensayo 4: Mecanizado de acero al carbono con herramienta de acero rápido.





Figura I.4. Resultados del ensayo 4 [1].

Ensayo 5	Herramienta MD1		Velocidad de corte	e 175,9 m/min				
Criterio de durabilidad VB _B =			,3 mm	Avance	0,095 mm/rev			
Resultados del e	Resultados del ensayo							
Medida nº	Medida nº Tiempo (r		Desgaste en superficie de incidencia principal (mm)		Observaciones			
1	31	,5		0,165				
2	3	8		0,168				
3	50	,5		0,173				
4	6	1	0,189					
5	70		0,197					
6					No concluido			

Ensavo 5	5: Mecanizado	de acero al	carbono con	herramienta	de metal	duro.
LIISuyo S		uc ucció ui		nerrannenta	uc metai	uuro.

Tabla I.5. Resultados del ensayo 5 [1].



Figura I.5. Resultados del ensayo 5 [1].

Ensayo 6	Herram	nienta MD2	Velocidad de corte	184,7 m/min				
Criterio de dural	bilidad $VB_B = 0$,3 mm	Avance	0,095 mm/rev				
Resultados del ensayo								
Medida nº	Tiempo (min)	Desgaste en superficie de incidencia principal (mm)		Observaciones				
1	5	0,138						
2	10	0,169						
3	15		0,177					
4	20		0,201					
5	25		0,220					
6	30		0,252					
7	33	0,268						
8	35	0,280						
9	39		0,303					

Enco	10 G	. Macanizada	do acoro	inovidable	con horro	mionto da	motal dura
Elisay	y0 0). IVIECAIIIZAUC	ue aceio	inoxidable	connena	innenta ue	metal uulo.






Ensayo 7		Herramienta 6		Velocidad de corte	e 40 m/min	
Criterio de durabilidad VB _B = 0		,3 mm Avance		0,095 mm/rev		
Resultados del o	Resultados del ensayo					
Medida nº	Tiempo (min)		Desgaste en superficie de incidencia principal (mm)		Observaciones	
1	5		0,102			
2	10		0,118			
3	15		0,126			
4	20		0,134			
5	25			0,157		
6	30			0,161		
7	30,5				Fallo catastrófico	

•	Ensayo 7: Mecaniza	do de acero inoxic	dable con herrami	enta de acero rápido.
---	--------------------	--------------------	-------------------	-----------------------

Tabla I.7. Resultados del ensayo 7 [1].



Figura I.7. Resultados del ensayo 7 [1].

Ensayo 8 Herra		nienta 7 Velocidad de corte		40 m/min
Criterio de dura	bilidad $VB_B = C$),3 mm	Avance	0,095 mm/rev
Resultados del e	ensayo			
Medida nº	Tiempo (min)	Desgaste en superficie de incidencia principal (mm)		Observaciones
1	10	0,126		
2	20		0,161	
3	30		0,165	
4	40	0,188		
5	50	0,201		
6	60		0,213	
7	70		0,217	
8	80		0,272	
9	90	0,287		
10	98			Fallo catastrófico

Ensayo 8: Mecanizado de acero inoxidable con herramienta de acero rápido).
--	----



Figura I.8. Resultados del ensayo 8 [1].

Ensayo 9	Herram	nienta 8	Velocidad de corte	e 184,7 m/min	
Criterio de durabilidad VB _B = 0,3 mm			Avance	0,095 mm/rev	
Resultados del ensayo					
Medida nº	Tiempo (min)	Desgaste incidencia	en superficie de a principal (mm)	Observaciones	
1	0,03			Fallo prematuro	

Ensayo 9: Mecanizado de acero inoxidable con herramienta de acero rápido.

Tabla I.9. Resultados del ensayo 9 [1].

Anexo II. Representación gráfica de los resultados obtenidos particularizando cada modelo de vida de herramientas.



Figura II.1. Representación gráfica del modelo de Taylor para ensayos con avance constante.



Figura II.2. Representación gráfica de la ecuación de Taylor.



Figura II.3. Representación gráfica de la primera generalización del modelo de Taylor.



Figura II.4. Representación gráfica de la segunda generalización del modelo de Taylor.



Figura II.5. Representación gráfica del modelo de Woxén.



Figura II.6. Representación gráfica del modelo de Gilbert.



Figura II.7. Representación gráfica del modelo de básico de Kronenberg.



Figura II.8. Representación gráfica del modelo extendido de Kronenberg en función de f y d.



Figura II.9. Representación gráfica del modelo extendido de Kronenberg en función de A y G.



Figura II.10. Representación gráfica del modelo limitado de Colding.







Figura II.12. Representación gráfica de comparativa entre modelos de Taylor.



Figura II.13. Representación gráfica de comparativa entre modelos de Kronenberg, para ensayos con avance constante.



Anexo III. Representación gráfica del modelo de desgaste de herramientas.

Figura III.1. Representación gráfica del desgaste de herramienta en el ensayo 1.



Figura III.2.Representación gráfica del desgaste de herramienta en el ensayo 2.



Figura III.3. Representación gráfica del desgaste de herramienta en el ensayo 4.



Figura III.4. Representación gráfica del desgaste de herramienta en el ensayo 6.