

# Trabajo de Fin de Grado

## Ingeniería de Tecnologías Industriales

### Análisis de los efectos de la temperatura en la reactividad del núcleo de un PWR

Autor: Jorge Dastis Barrantes

Tutor: Antonio González Fernández

**Dpto. Física Aplicada III**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo de Fin de Grado  
Ingeniería de Tecnologías Industriales

# **Análisis de los efectos de la temperatura en la reactividad del núcleo de un PWR**

Autor:

Jorge Dastis Barrantes

Tutor:

Antonio González Fernández

Profesor titular

Dpto. de Física Aplicada III  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Proyecto Fin de Carrera: Análisis de los efectos de la temperatura en la reactividad del núcleo de un PWR

Autor: Jorge Dastis Barrantes

Tutor: Antonio González Fernández

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

*A mi familia*

*A mis maestros*

*A mis amigos*

*A Tana*



# Agradecimientos

---

*A todos los profesores que he tenido, tanto en la universidad como fuera de ella, que, en menor o mayor medida, han contribuido a orientarme, formarme y despertarme la curiosidad sobre temas en principio desconocidos para mí. Especialmente, a los que imparten la asignatura que ha dado pie a la realización de este trabajo, y que, por primera vez en mi vida, ha hecho que sienta que tengo una vocación. De ellos, me gustaría agradecer particularmente a mi tutor el tiempo que me ha dedicado y la paciencia con la que lo ha hecho, ya que no ha sido precisamente poco.*

*A mi familia, por estar siempre ahí y no escatimar nunca en mis estudios y mi formación.*

*A mis amigos, por ayudarme a desconectar cuando lo he necesitado, a pesar de no haberlos visto todo lo que me habría gustado debido a la situación sanitaria actual.*

*A mi mascota, Tana, que, a pesar de ser un tan solo animal, es capaz de cambiarte el ánimo y sacarte una carcajada hasta con un gruñido.*



# Resumen

---

El ámbito energético es clave para el progreso tecnológico del ser humano sin debilitar excesivamente el planeta. Como es sabido, el principal objetivo de esta industria es obtener electricidad para abastecernos, y hay tantos tipos de centrales como formas se nos ocurran de transformar una fuente de energía en el giro de un generador: renovables, quemadoras de combustibles fósiles, nucleares, etc.

En este trabajo me centraré en el comportamiento de una tecnología que, a pesar de los problemas que se ha ido encontrando a lo largo de la historia, se niega a desaparecer: la nuclear, concretamente en las centrales que utilizan la fisión o división de átomos de uranio para generar energía.

En particular, se estudiarán los efectos que puede tener la variación de la temperatura del núcleo en su reactividad, uno de los parámetros más importantes a la hora de monitorizar una planta de este tipo. Para ello, se estudiarán los principales factores que influyen en esta relación y se identificarán los valores típicos que suelen tomar en el funcionamiento regular de las centrales, con el objetivo de terminar realizando simulaciones que permitan comprender un poco mejor la teoría estudiada. Además, con el propósito de completar el estudio, se incluirán los métodos de control más utilizados en las plantas de esta categoría, su influencia sobre la reactividad y los cálculos aproximados que deben realizarse para manejarlos correctamente.



# Abstract

---

Although the media spotlight may point in other directions, the field of energy in 2021 is key to the technological progress of human beings without excessively weakening the planet. As is well known, the main objective of this industry is to supply electricity to the society, and there are as many types of power plants as we can think of ways of transforming an energy source into a generator: renewable (photovoltaic, wind, hydro, etc.), fossil fuel burners (such as coal or natural gas), nuclear (fusion - still under development - or nuclear fission), etc.

In this paper I will focus on the behaviour of a technology that, despite everything, refuses to disappear: fission nuclear power plants, specifically on the effects that the variation of the core temperature can have on its reactivity, one of the most important parameters when you have to monitor a plant of this type. For this purpose, the main factors influencing this relationship will be studied and the typical values that they tend to take in the regular operation of the plants will be identified, with the aim of concluding by carrying out simulations that will allow a slightly better understanding of the theory studied. In addition, in order to complete the paper, the most commonly used control methods in plants of this category, their influence on reactivity and some rough calculations needed to handle them correctly will be included.



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Reactores de agua ligera</i>	1
1.1.1 PWR	2
1.1.2 BWR	3
1.1.3 RBMK	4
1.1.4 CANDU/PHWR	5
1.2 <i>Economía de neutrones.</i>	6
1.2.1 Producción	6
1.2.2 Moderación	7
1.2.3 Fuga	9
1.2.4 Absorción	9
<b>2 Reactividad</b>	<b>11</b>
2.1 <i>Sección eficaz</i>	11
2.1.1 Atenuación de un haz de partículas	12
2.1.2 Regiones en la gráfica $\sigma - E$	14
2.1.3 Densidad atómica de partículas	15
2.1.4 Flujo neutrónico	16
2.2 <i>Factor de multiplicación</i>	18
2.2.1 Fórmula de los 4 factores	20
2.2.2 Fórmula de los 6 factores	27
2.3 <i>Coefficientes de reactividad</i>	30
2.3.1 Cambios con la presión	30
2.3.2 Cambios con la fracción de vacío	30
2.3.3 Cambios con la temperatura	31
<b>3 Influencia de la temperatura en la reactividad</b>	<b>33</b>

3.1	<i>Estado transitorio del reactor y dependencia con el tiempo</i>	33
3.2	<i>Coefficientes de temperatura</i>	34
3.2.1	Coeficiente Doppler	35
3.2.2	Coeficiente de temperatura del moderador	38
3.3	<i>Preparación de la simulación</i>	41
<b>4</b>	<b>Simulaciones</b>	<b>45</b>
4.1	<i>Flujo neutrónico y flujo difusivo</i>	45
4.1.1	Ley de Fick	46
4.1.2	Ecuación de continuidad	48
4.1.3	Ecuación de difusión	48
4.2	<i>Control de la reactividad</i>	49
4.2.1	Venenos químicos	49
4.2.2	Barras de control	51
4.3	<i>Cálculos y simulaciones</i>	57
4.3.1	Consideraciones previas	57
4.3.2	Cálculos y simulaciones	59
<b>5</b>	<b>Conclusiones y futuros trabajos</b>	<b>65</b>
	<b>Referencias</b>	<b>67</b>





# 1 INTRODUCCIÓN

---

Las centrales nucleares de fisión basan su comportamiento en una tecnología extremadamente compleja en la que intervienen fenómenos que, incluso hoy, escapan al entendimiento humano. Aún así, se ha conseguido dominar el campo subatómico lo suficientemente bien como para utilizarlo como fuente de energía de la que obtener electricidad. Para lograrlo, han sido precisos numerosos experimentos y estudios sobre la física cuántica que tenían como objetivo entender los procesos que ocurren cuando un núcleo se divide en otros más pequeños (fisión), y cómo podría aprovecharse con fines generadores (y destructores). Gracias a estos avances tecnológicos, se ha conformado una industria, la nuclear, que constituye la base de la producción energética de gran parte de los países más desarrollados del mundo, contando con más de 440 reactores activos en la actualidad.

En este trabajo me centraré en las variaciones que puede sufrir la reactividad en función de la temperatura del núcleo, un aspecto clave en el funcionamiento de las centrales y cuyo desconocimiento ha llegado a provocar, entre otras causas, accidentes críticos e históricos. El objeto principal serán las simulaciones de este parámetro a partir de ciertas variaciones de temperatura, cálculos para los que será esencial entender qué ocurre dentro de un reactor de fisión.

Para ello y, en primer lugar, intentaré describir resumidamente los principales modelos de reactores cuyas reactividades pueden ser estudiadas bajo un mismo prisma: aquellos que utilizan agua como refrigerante (y, en la mayor parte de los casos, también como moderador<sup>1</sup>). Posteriormente, definiré lo que comúnmente se denomina economía de neutrones, una sección que servirá de introducción hacia el tema principal del trabajo.

## 1.1 Reactores de agua ligera

Antes de presentar esta lista de reactores, es conveniente aclarar los principales términos que determinarán la clasificación: el combustible, el moderador y el refrigerante.

- Una forma de distinguir centrales podría ser según el combustible con el que trabajen y el enriquecimiento con el que se opere, factor que viene dado por su composición (concretamente, determina el porcentaje que representa el material fisil respecto al total).
- El moderador de un reactor se puede definir brevemente como el fluido encargado de llevar a los neutrones “rápidos” desde la energía que obtienen tras cada fisión hasta la energía necesaria para producir una nueva, transformándolos en neutrones “lentos” o, como se conoce comúnmente, térmicos. Esto se consigue ralentizándolos mediante colisiones.
- La principal función del refrigerante es la de extraer calor del núcleo del reactor para transmitirlo a las turbinas y transformarlo en electricidad. También se encarga de enfriar el sistema para evitar sobrecalentamientos que podrían llegar a producir la fusión del combustible, lo que causaría la liberación de elementos radiactivos al medio ambiente.

---

<sup>1</sup> El moderador es la sustancia utilizada para conseguir la energía deseada de los neutrones, se verá más detalladamente en la sección 1.2

## 1.1.1 PWR

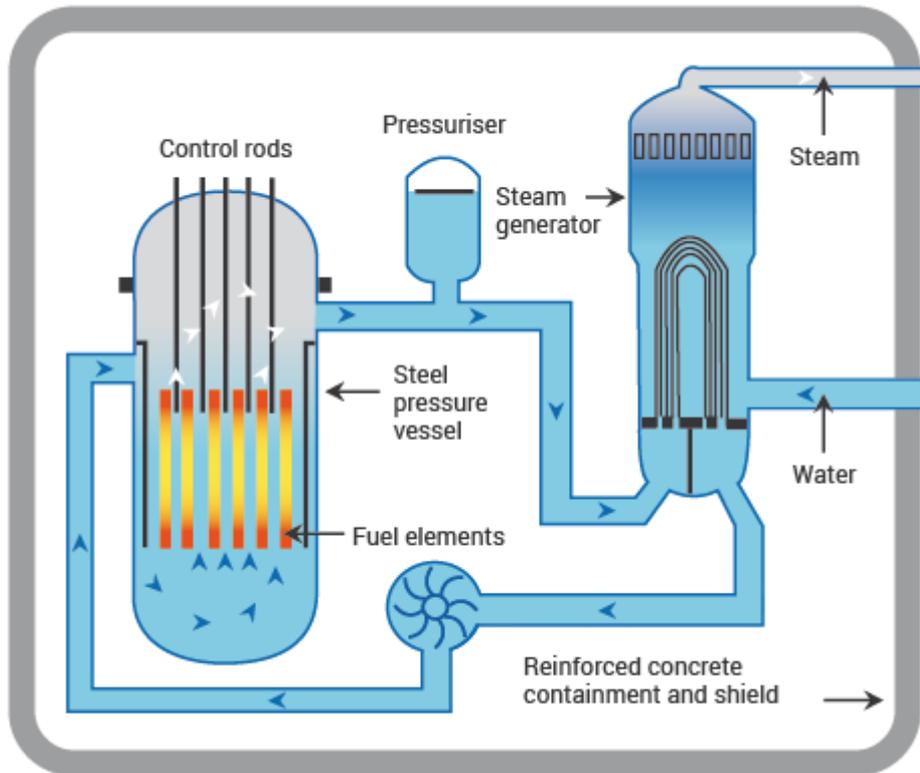


Figura 1. Esquema de un PWR. [1]

Los reactores de agua presurizada (*Pressurized Water Reactors* -PWR- en inglés) son los más comunes dentro de la industria nuclear. Suelen utilizar uranio ( $U_{235}$ ) con un enriquecimiento del 3% como combustible y agua ligera como moderador y refrigerante.

Están conformados por 3 circuitos hidráulicos conectados por intercambiadores:

- El principal (primario) se calienta a partir de las reacciones de fisión del combustible desde 280 °C hasta aproximadamente 325 °C. Para evitar la evaporación del agua (que comienza a producirse a 100 °C y presión ambiente), se mantiene con ayuda de un presionador a aproximadamente 15 MPa, permaneciendo así en estado líquido en todo momento. Es un circuito que contiene productos radiactivos diseminados en el agua, pero es cerrado; por lo que no entra en contacto con los demás.
- El secundario absorbe el calor del anterior mediante un intercambiador, donde se genera el vapor que se utilizará en las turbinas. Contiene agua limpia, y también es cerrado.
- El terciario, que es abierto, es el encargado de condensar el vapor y producir el agua que volverá al circuito secundario. Para ello, se utiliza un fluido externo (suele ser agua de ríos, mar, embalses o lagos) que se calienta en el condensador y se enfría en grandes torres de refrigeración.

En la actualidad, [2] existen 302 reactores operativos de este tipo, con una capacidad total de aproximadamente 286 GW de potencia eléctrica neta. En España tenemos 6 reactores de agua presurizada en funcionamiento.

## 1.1.2 BWR

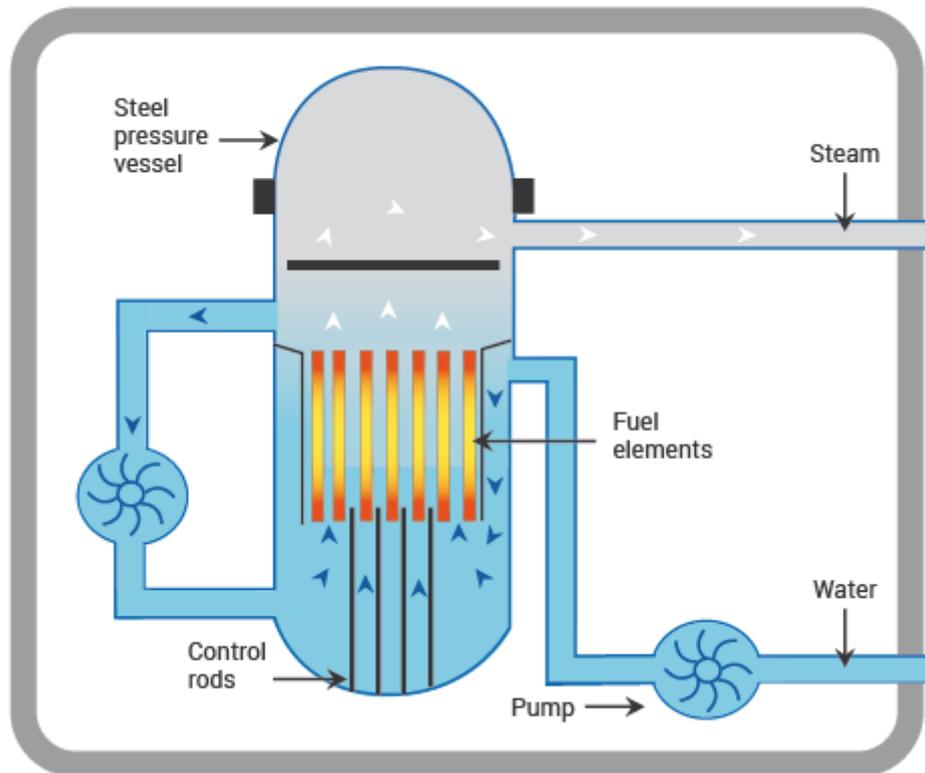


Figura 2. Esquema de un BWR. [1]

Los reactores de agua en ebullición (*Boiling Water Reactors* -BWR- en inglés) son los segundos más utilizados en el mundo (representan aproximadamente el 22% del total). El combustible más utilizado en este tipo de reactores es el uranio ( $U_{235}$ ), con un enriquecimiento del 2,5%. El agua ligera actúa como moderador y refrigerante.

Basan su comportamiento en la transformación de la energía térmica obtenida a partir de fisiones en energía mecánica, mediante la evaporación de agua, que se calienta desde 215°C hasta unos 290 °C (y 7 MPa de presión). El vapor se forma directamente en el núcleo y se lleva a las turbinas (que deben ser protegidas frente al contenido radiactivo del vapor) para transformar su energía en electricidad. Posteriormente, se condensa con un segundo circuito externo mediante torres de refrigeración, de igual manera que en los reactores de agua presurizada.

Este tipo de reactores se asemeja sensiblemente a los PWR, pero entraña diferencias que provocan una serie de ventajas e inconvenientes frente al modelo presurizado.

*Ventajas:*

- La vasija del núcleo puede ser menos robusta, ya que debe soportar menores presiones.
- Es un modelo más sencillo, con solo dos circuitos y sin generadores de vapor ni presionador.
- Menores pérdidas de calor, debido principalmente a la ausencia de intercambiadores, lo que aumenta la eficiencia térmica del ciclo.

*Inconvenientes:*

- El reactor debe ser considerablemente más voluminoso, ya que debe incluir, entre otras cosas, separadores y secadores de vapor para mejorar su calidad.
- La radiactividad del circuito hidráulico complica las labores de operación y mantenimiento del conjunto, particularmente en el edificio de turbinas, que deben ser blindadas.

Actualmente, [2] se encuentran en funcionamiento 63 reactores de este tipo, que producen unos 64 GW netos de potencia eléctrica. En España existe solo un reactor BWR en operación.

### 1.1.3 RBMK

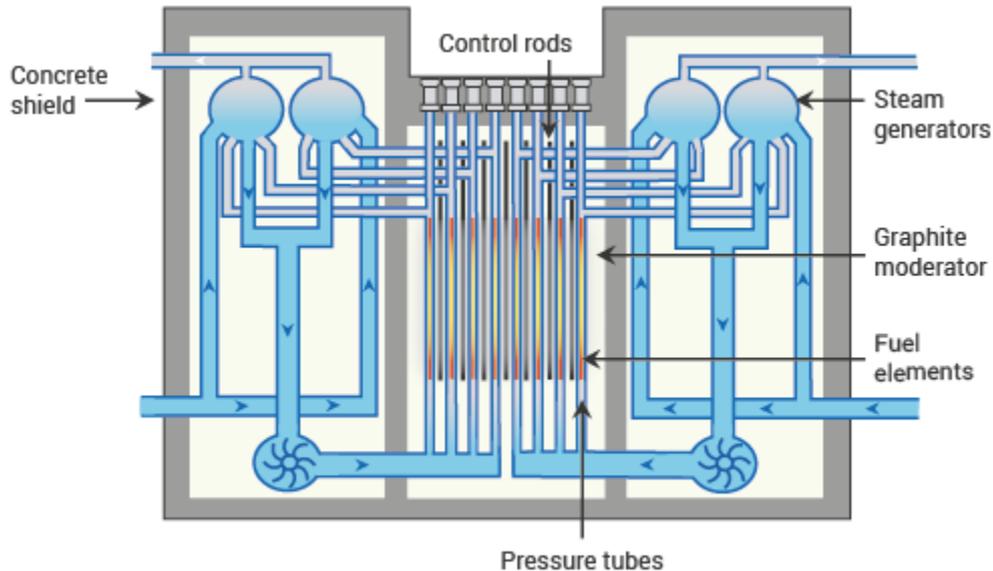


Figura 3. Esquema de un RBMK. [1]

Los reactores de condensador de alta potencia (*reaktor bolshoy moshchnosty kanalny* -RBMK- en ruso) son un tipo de reactor con cada vez menos presencia en la industria energética nuclear, debido principalmente a unos defectos de diseño que provocaron (entre otros factores) el famoso accidente en la central de Chernobyl, que operaba con un modelo de esta clase.

Utilizan agua ligera como refrigerante y grafito como moderador, y su diseño permite conseguir altas potencias con uranio ligeramente enriquecido (aprox. 2% de  $U_{235}$ ) como combustible.

Como ocurre en los BWR, el agua ebulle en el seno del propio núcleo al pasar por conductos presurizados y el vapor se acumula en separadores, que posteriormente lo conducen a las turbinas. Uno de los principales fallos de este modelo está relacionado con las varillas de control, que entran desde arriba y se introducen en huecos intercalados entre el bloque de grafito y las barras de combustible. Si esos huecos se obstruyen, la barra no encaja correctamente, y disminuye su eficacia.

Hoy, solo permanecen 9 reactores RBMK en funcionamiento [2], todos en Rusia y actualizados para corregir algunas de sus deficiencias iniciales de diseño, que lo hacían inestable por naturaleza. Producen unos 8 GW de potencia eléctrica neta.

## 1.1.4 CANDU/PHWR

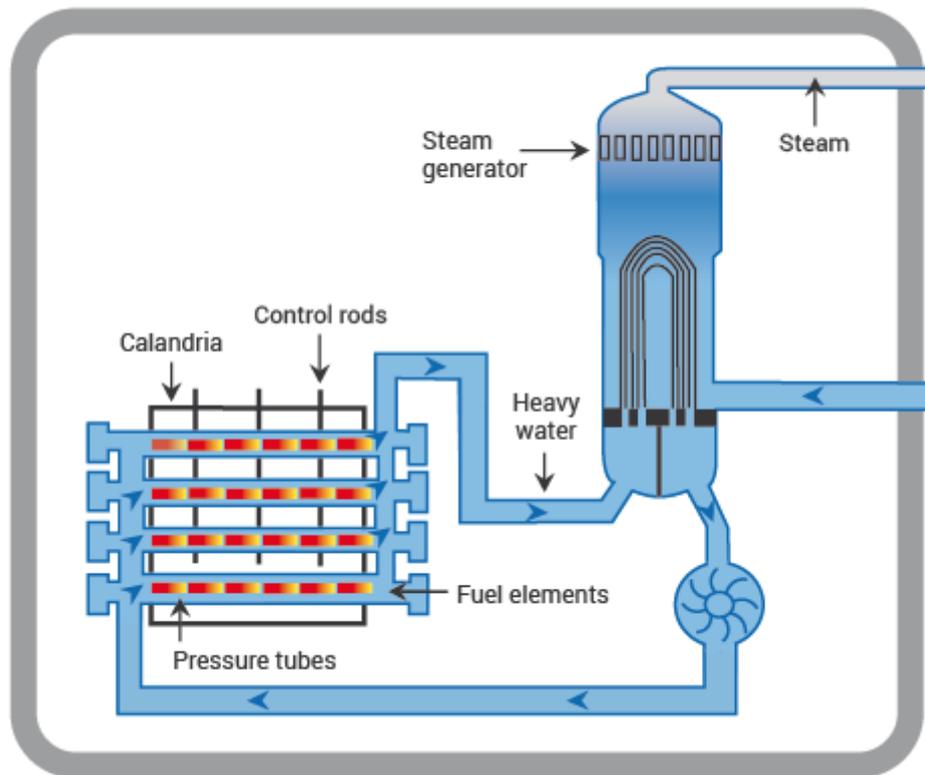


Figura 4. Esquema de un CANDU. [1]

El reactor de agua pesada (*Pressurised Heavy Water Reactor* -PHWR- en inglés) es un tipo de reactor nuclear de agua a presión que tiene su origen en Canadá, de donde viene el nombre por el que es más conocido, CANDU.

La principal diferencia con los PWR es que utiliza un moderador más efectivo, el agua pesada ( $D_2O$ ), que también actúa como refrigerante y que le permite operar con uranio natural, con un porcentaje en masa de  $U_{235}$  sensiblemente menor (en torno al 0,7%).

A pesar de utilizar el mismo fluido para ambas funciones, la moderación y la refrigeración se realizan por separado.

El  $D_2O$  moderador se encuentra contenido en un gran tanque (calandria), atravesado por tubos presurizados horizontales por cuyos interiores se disponen canales para el combustible y enfriado por un flujo de agua pesada a alta presión (unos 10 MPa) en el circuito de refrigeración primario. Como en los PWR, este agua caliente se lleva a un generador de vapor, donde cederá su energía térmica al circuito secundario para crear el vapor que se utilizará posteriormente en las turbinas.

Este singular diseño permite recargar combustible con el reactor en marcha, lo que mejora la disponibilidad eléctrica de la central. Además, la utilización de uranio natural consigue abaratar el coste de la energía, que, por otro lado; se ve incrementado por el alto precio del agua pesada.

En la actualidad, existen 49 reactores CANDU [2], que en total producen más de 24 GW netos de potencia eléctrica.

A modo de esquema, he recopilado los datos de utilización de estos cuatro tipos de reactores en la siguiente tabla:

Características		PWR	BWR	RBMK	CANDU
<b>Combustible</b>	Forma	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>
	Enriquecimiento	3% de U <sub>235</sub>	2.5% de U <sub>235</sub>	2% de U <sub>235</sub>	0.7% de U <sub>235</sub>
	Moderador	Agua ligera	Agua ligera	Grafito	Agua pesada
<b>Datos globales</b>	Reactores operativos	302	63	9	48
	Potencia (MW)	286.974	64.122	8.325	24.505
<b>Datos nacionales</b>	Reactores operativos	6	1	0	0
	Potencia (MW)	6.057	1.064	-	-

Tabla 1. Características de diferentes tipos de reactores nucleares en 2021. [2]

## 1.2 Economía de neutrones.

La potencia eléctrica generada en cada momento por una central nuclear depende en gran medida de la cantidad de neutrones que se encuentren en el interior del reactor y de cómo ésta cambie en el tiempo.

En los reactores de fisión nuclear, la energía se consigue a partir de reacciones de fisión en las que un núcleo pesado -generalmente U<sub>235</sub>- es bombardeado con partículas proyectiles -neutrones-, sufriendo en consecuencia una fragmentación que libera calor y da lugar a nuevos elementos semipesados y otros neutrones, que a su vez pueden producir nuevas fisiones, creando así un proceso que se repite en el tiempo. Podemos obtener con esto lo que se conoce como una reacción en cadena autosostenida, que consiste en la repetición de este ciclo sin aporte de neutrones externos, manteniéndose por sí sola. No obstante, en las centrales eléctricas de fisión es necesario intervenir el ciclo para adecuar las condiciones y facilitar la reacción, principalmente modificando la energía de los neutrones, ya que la que tienen procedente de la fisión no es la óptima para crear una nueva. Así, se deben frenar para llevarlos a las zonas energéticas en las que es más probable que mantenga la reacción en cadena, en un proceso conocido como moderación.

De todo esto se puede deducir que la cantidad y las condiciones de los nuevos neutrones creados en cada fisión son parámetros claves para el funcionamiento de un reactor, y estudiarlos implica conocer la vida del neutrón en el interior de un núcleo, para lo que es útil describir y enumerar los procesos a los que puede someterse. En otras palabras, qué puede sucederle desde que se forma hasta que da lugar a otro elemento o reacción, lo que se define como ciclo neutrónico de una central. Los principales procesos neutrónicos son 4:

### 1.2.1 Producción

Una de las bases del funcionamiento de los reactores nucleares utilizados en las centrales convencionales es la liberación de neutrones. La clave se encuentra en la energía que liberan estas reacciones, y en su regulación. Este control del ritmo de las reacciones es primordial para evitar accidentes, ya que, si se dispara involuntariamente y se descontrola, puede producir una explosión crítica.

En esta etapa, se pueden distinguir dos tipos de neutrones: los inmediatos, que son los que aparecen directamente tras la reacción y se emiten casi instantáneamente, y los retardados, que son emitidos por fragmentos de la fisión ricos en neutrones. Esta diferenciación tendrá efectos en el funcionamiento del reactor, como se explicará en el capítulo 4.

Como se ha comentado anteriormente, si se pretende mantener en el tiempo la producción de energía de forma estable, se debe conseguir una reacción en cadena de fisiones, que produzcan neutrones que, a su vez, darán lugar a más fisiones. No todos los materiales son capaces de conseguir esto, solo los núclidos para los cuales la energía de ligadura del último neutrón exceda el umbral crítico de fisión. A estos elementos se les conoce como elementos fisiles, y algunos ejemplos son el U<sub>235</sub>, el U<sub>233</sub> o el Pu<sub>239</sub>.

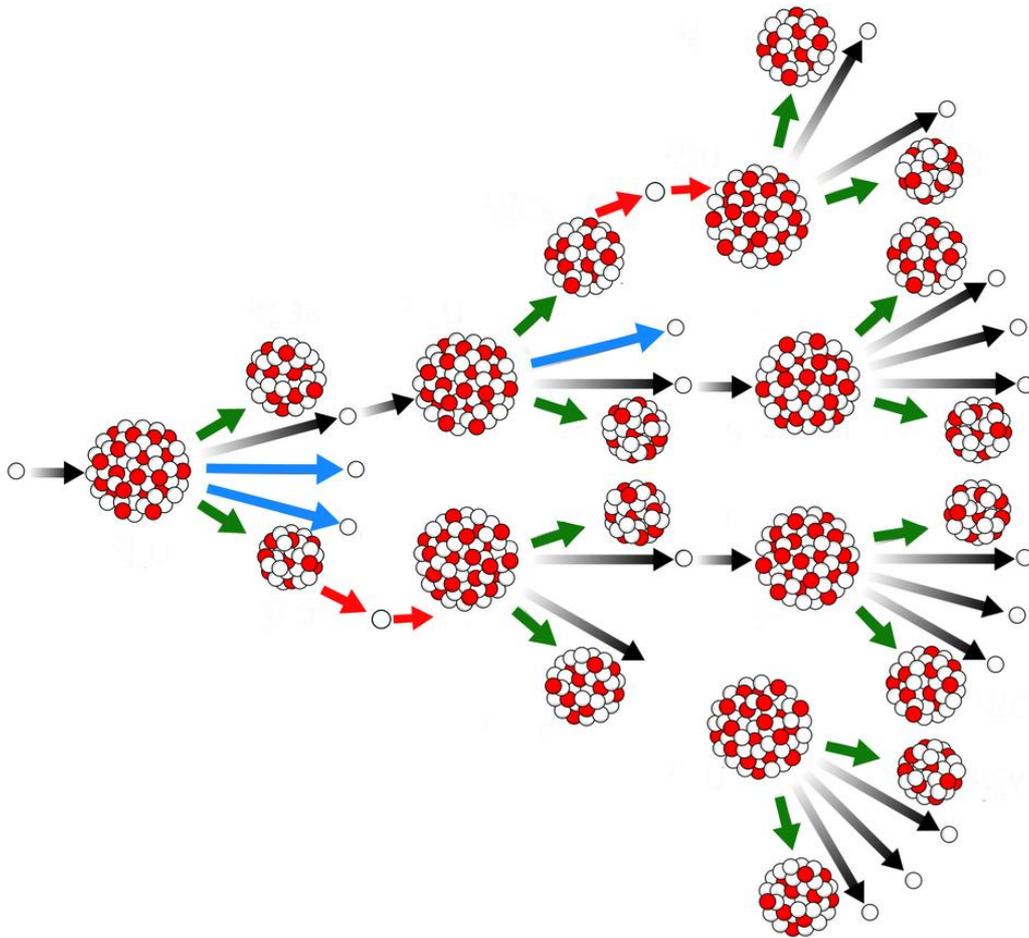


Figura 5. Esquema de una reacción en cadena de fisiones. [3]

Tanto el factor de reproducción<sup>2</sup> ( $k$ ) como el número promedio de neutrones producidos en cada fisión inducida ( $\nu$ ) tienen una fuerte dependencia de la energía y de la temperatura, en la que profundizaremos más adelante.

Pero, como introducción breve, se puede afirmar que estas variaciones de ciertas propiedades con la energía son las que hacen necesaria la actuación del proceso de “frenado” de los neutrones, lo que se conoce comúnmente como moderación.

### 1.2.2 Moderación

Se define como moderación al proceso de termalización de neutrones, es decir, de su traslado desde la energía inicial que poseen tras una fisión (unos 2 MeV) hasta la necesaria para producir una nueva (aproximadamente 25 meV).

Al ser partículas sin carga, a un neutrón solo se le puede cambiar la dirección o la energía mediante colisiones con otros núcleos, que consiguen así frenarlo (transformando los rápidos -altas energías- en lentos o térmicos -bajas energías-).

<sup>2</sup> Este parámetro relaciona la economía de neutrones entre dos generaciones, y se explicará con más detalles al final de este capítulo

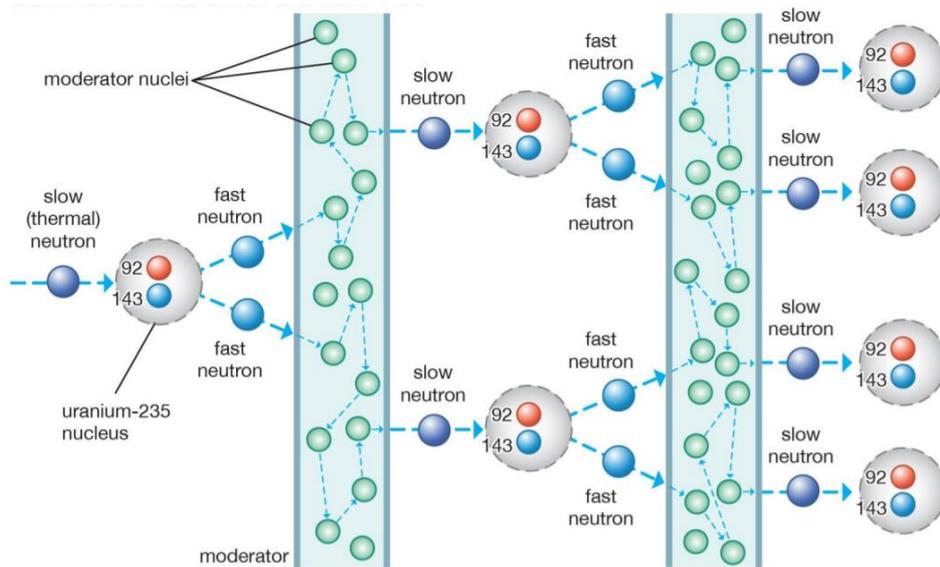


Figura 6. Ilustración de la moderación de neutrones. [4]

Se puede deducir que, si la forma de conseguir moderar neutrones es mediante colisiones con otros núcleos, será conveniente utilizar fluidos con un gran número de ellos por unidad de volumen, esto es, fluidos densos. Por otra parte, debemos tener en cuenta que la absorción del neutrón por el núcleo tras la colisión lo sacaría del ciclo y le impediría inducir nuevas fisiones, debido a lo cual se propicia el uso de elementos con una baja tasa de absorción.

A partir de ciertos balances de energía en sistemas simplificados de laboratorio sobre colisiones de partículas, se puede hallar a una relación entre la energía final ( $E_f$ ) y la inicial ( $E_i$ ) del neutrón a partir del número másico (A) del núcleo moderador. Así, para una colisión, dicha relación será de la siguiente forma:

$$\frac{E_f}{E_i} = \frac{1 + A^2 + 2A \cos(\theta)}{(1 + A)^2} = \frac{1 + \alpha}{2} + \frac{1 - \alpha}{2} \cos(\theta)$$

Siendo

$$\alpha = \left( \frac{A - 1}{A + 1} \right)^2$$

y  $\theta$  el ángulo de dispersión en el sistema centro de masas.

De esta ecuación se puede obtener el cociente promedio (cuando todos los valores de  $\theta$  se compensan y anulan el último término):

$$\left\langle \frac{E_f}{E_i} \right\rangle = \frac{1 + \alpha}{2}$$

A partir de estos razonamientos, es posible deducir que, cuanto mayor sea el número másico del moderador, menor será la energía media por choque que extraerá del neutrón, y mayor será el número de colisiones necesarias para llevarlo a la región térmica. Se necesitan, por tanto, elementos ligeros.

Teniendo en cuenta estos parámetros, se concluye que el moderador más efectivo para una central es el agua pesada ( $D_2O$ ), un material denso, ligero y con baja absorción. Otro buen candidato sería el grafito (C), pero el más usado a efectos prácticos es el agua ligera ( $H_2O$ ), que modera relativamente bien y se encuentra con gran abundancia en la naturaleza.

Independientemente del moderador utilizado, cada colisión abre un amplio abanico de escenarios y posibilidades (colisión elástica o inelástica, absorción, fisión...), y crea una casuística dependiente de numerosos factores que pueden englobarse en lo que se denomina secciones eficaces ( $\sigma_i$ ). Este término se desarrollará en el capítulo 2, ya que juega un papel crucial en la vida del neutrón dentro del reactor.

### 1.2.3 Fuga

Si imaginamos un reactor ideal, de tamaño infinito, el único destino que podría tener un neutrón sería la moderación y su posterior absorción. Sin embargo, en los reactores finitos existen fugas que dependen de su forma (relación superficie/volumen), tamaño y blindaje.

En consecuencia, para conseguir una reacción en cadena autosostenida es necesario acumular una cantidad determinada de materia que compense las pérdidas, lo que se conoce como masa crítica. Esta era la idea central alrededor de la que se desarrollaban algunos experimentos nucleares en Los Álamos durante los años 40, mediante un montaje denominado Godiva, un nombre que viene explicado por el hecho de que la masa de uranio se encontraba desnuda -sin ningún material rodeándola-. En estas investigaciones se dedujo que, si acumulamos más de 50 kg de  $U_{235}$ , tiene lugar una reacción en cadena supercrítica. Esta sería, por tanto, su masa crítica.

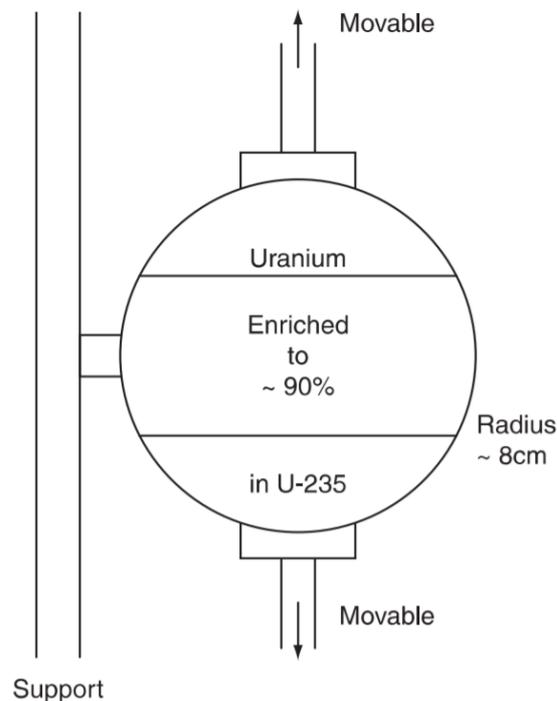


Figura 7. Reactor Godiva. Masa de uranio enriquecido. [5]

Para reducir las fugas se recurre a materiales reflectantes de neutrones rodeando el núcleo, que pueden ser ligeros (como el berilio o el grafito) o pesados (como el acero o el plomo).

### 1.2.4 Absorción

Durante su “viaje” dentro del núcleo del reactor, más allá de la fuga y de la moderación, un neutrón puede encontrarse con otro elemento (combustible, barras de control, elementos auxiliares...) y colisionar. Tras el contacto entre proyectil y objetivo, los escenarios pueden ser dos: el neutrón puede dispersarse y desviar su trayectoria o ser engullido por el blanco.

Esta absorción es una de las reacciones más importantes que pueden ocurrir en un núcleo de fisión. Se produce cuando un neutrón es asimilado por otro elemento y crea un núcleo excitado. Éste puede decaer y dar lugar a emisiones de distintas clases, entre las que destacan dos:

- Fisión inducida ( $\sigma_f$ ): suele darse con núcleos de elementos fisiles, y genera dos o más fragmentos (núcleos de peso atómico intermedio) y varios neutrones.
- Captura radiactiva ( $\sigma_c$ ): produce uno o varios rayos gamma. Las más comunes son las siguientes:

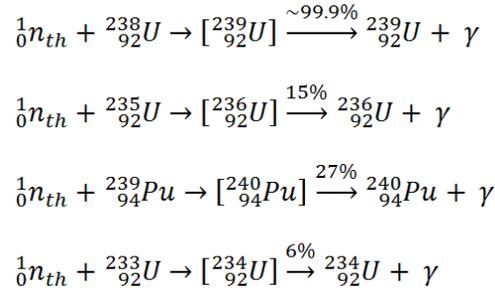


Figura 8. Emisiones más frecuentes tras la captura radiactiva [6].

Esta reacción influye directamente en la economía de neutrones, puesto que se retiran del ciclo y reducen su población. De hecho, en los cálculos durante la operación de una central, cobra tanta importancia como las reacciones de fisión.

La captura es también transcendental desde otro punto de vista, debido a que los nuevos núcleos que se forman son inestables y con un mayor número de neutrones. Estos núcleos inestables sufren un decaimiento nuclear que puede conducir a la formación de otros núcleos fisionables. Este proceso se denomina transmutación nuclear y es responsable de la obtención de nuevo combustible en los reactores.

En general, la probabilidad de que un neutrón colisione con otro elemento y sea absorbido viene dada por la sección eficaz de absorción, y agrupa las dos anteriores:

$$\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c$$

La captura de neutrones es uno de los principales métodos de control de potencia dentro de una central, debido a la incidencia directa de la captura neutrónica en la reactividad del núcleo. Esto se consigue por medio de la actuación de sustancias con gran capacidad de captura, denominadas como “venenos”. Dentro del reactor, encontramos dos tipos: los externos que se añaden voluntariamente (el más común es el boro) y los subproductos procedentes del propio funcionamiento del reactor (el xenon, por ejemplo, es crucial en las paradas de la central, puesto que su vida media de 9 horas provoca que se acumule y que dificulte su reinicio).

En el ciclo neutrónico de los neutrones explicado anteriormente se basa el concepto de factor de multiplicación ( $k$ ), un término clave en el funcionamiento de un reactor, que se define de la siguiente forma:

$$k = \frac{\text{número de neutrones en una generación}}{\text{número de neutrones en la anterior}}$$

Conocidos los procesos neutrónicos, puede deducirse que las probabilidades de que un neutrón experimente uno u otro serán lo que defina su cantidad y disposición en el núcleo y, por tanto, lo que determine el valor que tome el factor de multiplicación.

Como se ha comentado anteriormente, este factor es esencial en el funcionamiento del reactor, pero en la práctica -en las centrales-, se utiliza una variable derivada de este, la reactividad ( $\rho$ ), que se define de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{k - 1}{k}$$

De esta manera, los parámetros que afecten a las probabilidades de que ocurran los procesos neutrónicos influirán directamente en el factor de multiplicación y, por ende, en la reactividad. En la operación diaria de una central estos parámetros son muy diversos, aunque puede decirse que los más importantes son la presión y la temperatura. Será precisamente en ésta última en la que nos centremos en las próximas secciones, para estudiar los efectos que pueda tener en la reactividad del núcleo.

## 2 REACTIVIDAD

---

En el primer capítulo se ha introducido la influencia que tiene la economía de neutrones en el funcionamiento de un núcleo de fisión. No obstante, es necesario el desarrollo más concreto de ciertos términos que se utilizan para cuantificar dicha relación. Para ello, se definirán con más precisión dos variables, el factor de multiplicación y -derivada de éste- la reactividad, que se encuentran, directa o indirectamente, involucradas en todo cálculo posible sobre la potencia del reactor. Antes, se explicarán los que probablemente sean los dos factores que más veremos aparecer en estas ecuaciones: la sección eficaz, que incluye en ellas las probabilidades de suceder de determinados procesos, y el flujo neutrónico, que indica la cantidad, dirección y distancia que recorren los neutrones en el interior del núcleo.

### 2.1 Sección eficaz

La interacción entre dos partículas puede dar lugar a numerosos eventos, cada uno con una determinada probabilidad de ocurrir, que es cuantificada mediante las secciones eficaces. En otras palabras, la sección eficaz se puede entender como la manera de medir, en forma de área efectiva, la probabilidad de que un evento suceda cuando se acercan dos objetos; en el caso del reactor, el incidente -neutrón- y el objetivo -uranio-. Por ello, su unidad será el  $m^2$ , aunque en la práctica se utiliza el barn, equivalente a  $10^{-28} m^2$ ; más cercano al orden de magnitud que se suele dar en la mecánica cuántica.

La siguiente figura representa el concepto de forma simplificada e intuitiva:

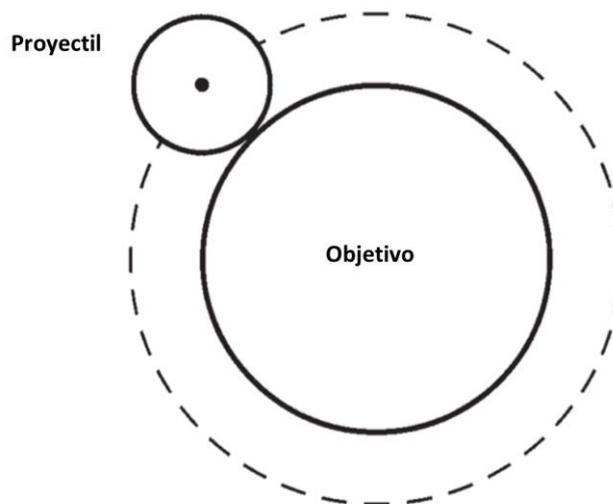


Figura 9. Interacción partícula incidente e incidida.

Si la interacción es una colisión entre esferas inelásticas macizas que solo interactúan por contacto, la sección eficaz del suceso -la probabilidad de que ocurra- estará relacionada con la sección transversal geométrica, es decir, el área del círculo que ve la partícula incidente. Si, además, se incluyen interacciones debidas a otras

fuerzas de acción a distancia (gravedad o electromagnetismo), la sección eficaz será mayor y más compleja que la geométrica.

Según la escala a la que se pretenda estudiar un suceso, se distinguen dos tipos de secciones eficaces: la microscópica ( $\sigma$ ), que representaría el área efectiva de un solo núcleo, y la macroscópica ( $\Sigma$ ), que estima la dificultad de penetración en un conjunto de ellos.

Para entender mejor el concepto, podemos imaginar una capa fina de átomos con una densidad de  $N$  átomos/cm<sup>3</sup> que es atravesada por un flujo monodireccional de partículas incidentes con una intensidad  $I_0$ . El número total de interacciones por cm<sup>2</sup> - $C$ - será proporcional a la densidad de átomos objetivo y a la intensidad de flujo de las partículas incidentes. Este factor de proporcionalidad sería la sección eficaz microscópica:

$$\sigma = \frac{C}{NI_0}$$

La relación entre la sección eficaz macroscópica y la microscópica viene dada por la densidad de partículas  $N$  (concepto que se estudiará en la sección 2.1.3):

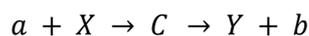
$$\Sigma = N\sigma$$

Donde la sección eficaz macroscópica,  $\Sigma$ , representaría el coeficiente de atenuación del haz, el inverso del recorrido libre medio de la partícula incidente, por lo que se mide en m<sup>-1</sup>.

Dentro de los reactores nucleares, el concepto de sección eficaz adquiere una gran importancia en el proceso de moderación; ya que, al neutrón, al ser una partícula sin carga, solo se le puede cambiar la dirección y la energía mediante colisiones con núcleos. El flujo va disminuyendo conforme avanza dentro de la capa, siguiendo el modelo simplificado que veremos a continuación.

### 2.1.1 Atenuación de un haz de partículas

Experimentalmente, es posible obtener el valor de  $\Sigma$  estudiando la variación de un flujo de partículas incidentes “ $a$ ” al atravesar una capa de espesor  $dz$  semillena de  $n$  núcleos “ $X$ ”. El impacto del flujo con estas partículas “ $X$ ” da lugar a un núcleo excitado ( $C$ ), que, tras la interacción, se desintegra en varias partes ( $Y$ ,  $b$ ) y propicia una serie de posibilidades distintas (dispersión, captura, fisión...), según la probabilidad de ocurrencia de cada una:



En el caso del reactor nuclear, las partículas incidentes “ $a$ ” serían los neutrones, y las objetivo “ $X$ ”; los núcleos de otros materiales (combustible, moderador, barras de control...).

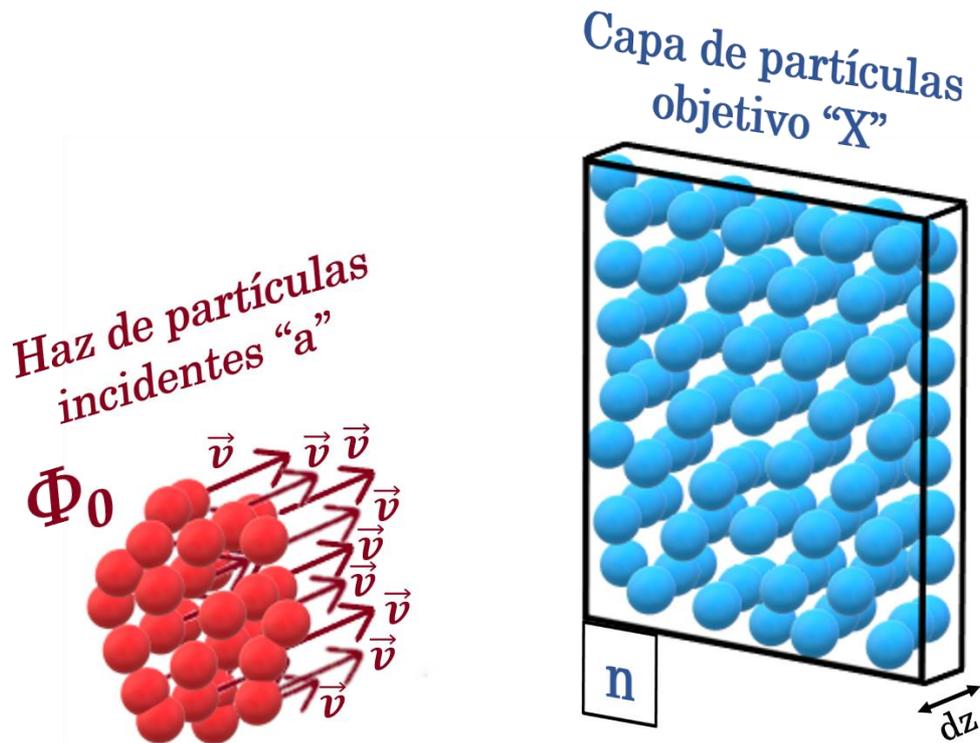


Figura 10. Atenuación de un flujo incidiendo sobre una capa de núcleos. Elaboración propia.

Si el neutrón no interacciona con ningún núcleo, continúa viajando en su dirección inicial. Sin embargo, al avanzar dentro de la capa, la colisión con otros núcleos provoca la mengua del haz, según la siguiente ecuación, donde  $\phi$  representa el flujo de neutrones (parámetro que se explicará en la sección 2.1.4):

$$-d\phi = \Sigma\phi(z)dz$$

que, resuelta, queda:

$$\phi(z) = \phi_0 e^{-\Sigma z}$$

Siendo  $\Sigma$  el total de la suma de las secciones eficaces de todas las posibles interacciones entre la partícula incidente y las objetivo, ya que varios sucesos pueden englobarse dentro de otro más genérico sumando sus probabilidades de ocurrir, obteniendo así la sección eficaz total. En el terreno de los reactores de fisión, los eventos más comunes son los siguientes:

- Dispersión elástica ( $\Sigma_s$ ).
- Dispersión inelástica ( $\Sigma_i$ ).
- Absorción ( $\Sigma_a$ ), que, como se vio en la sección 1.2.4, puede ser dividida en otras dos:
  - Fisión ( $\Sigma_f$ ).
  - Captura radiactiva ( $\Sigma_c$ ).

La sección eficaz de un neutrón depende de varios factores, entre los que destacan los siguientes:

- Núcleo objetivo: las secciones eficaces varían según el isótopo presente, y la cantidad de cada uno en caso de mezcla.
- Tipo de reacción: son diferentes para cada interacción nuclear.
- Energía del objetivo: afecta directamente en la seguridad del reactor, ya que los cambios que sufre con la temperatura provocan variaciones en la reactividad del núcleo. Es lo que se conoce como Efecto Doppler, que se verá con más detalle en el capítulo 3.

- Energía del neutrón: es el factor más influyente en el valor de la sección eficaz, y el motivo por el que se introducen moderadores en las centrales: se pueden distinguir tres regiones en su distribución energética (térmica, resonante y rápida), siendo la primera la más importante; ya que es en la que las probabilidades de fisión aumentan de forma considerable.

### 2.1.2 Regiones en la gráfica $\sigma - E$

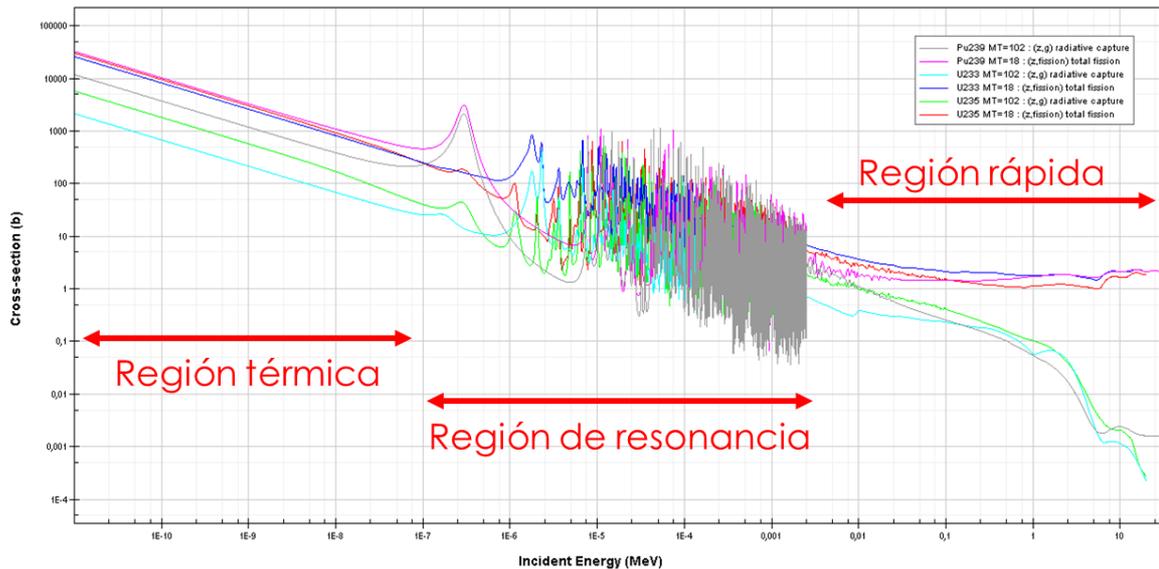


Figura 11. Sección eficaz de varios núcleos en función de la energía de la partícula incidente [6].

#### Región $1/v$ (térmica):

Normalmente, la sección eficaz crece a bajas energías, pudiendo obtenerse en esta zona una aproximación aparentemente lineal de la relación  $\sigma - v$  (teniendo en cuenta que la gráfica obedece una escala logarítmica). Esto es posible porque el neutrón se encuentra en equilibrio con su entorno, ya que la fuerza nuclear neutrón-núcleo tiene más tiempo para actuar. Así, quedaría:

$$\sigma_a \sim \frac{1}{v} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Como ejemplo, se puede calcular la sección eficaz de absorción para el  $U_{238}$  a 1273 K a partir de su valor a 293 K (2,68 barns) de la siguiente forma:

$$\sigma_a(1273 \text{ K}) = \sigma_a(293 \text{ K}) \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 2,68 \sqrt{\frac{293}{1273}} = 1,286 \text{ barns}$$

#### Región de resonancia (epitérmica):

Los picos de la sección eficaz suelen darse en torno a energías neutrónicas asociadas a núcleos excitados de larga vida media. La anchura de estas zonas crece con la energía (si crecen mucho pueden alcanzar el orden de magnitud de la separación entre zonas resonantes, imposibilitando apreciarlas visualmente). Este es uno de los factores que hacen que variaciones en la temperatura (y, por tanto, la energía) produzcan cambios en la reactividad, como se verá en próximas secciones.

Un núcleo solo emite neutrones cuando, en una colisión entre nucleones, algún neutrón adquiere una energía mayor a la de unión con el núcleo. Puede producirse esto con cierto retraso, ya que la energía de excitación del núcleo se divide en varios nucleones, tardando, por tanto, más en ocurrir en núcleos pesados. Por ello, la importancia de la captura radiactiva crece conforme aumenta el tamaño del núcleo.

#### Región de neutrones rápidos:

La sección eficaz crece rápidamente en esta zona, debido a que los núcleos se encuentran muy excitados: aumenta la probabilidad de que un neutrón obtenga energía suficiente para escapar.

### 2.1.3 Densidad atómica de partículas

En definiciones anteriores ha aparecido con frecuencia el término densidad de partículas,  $N$ , que determina el número de átomos presentes dentro de un volumen fijado:

$$N = \frac{n}{V}$$

Para una sustancia pura, se puede escribir en función de su densidad y su peso molar:

$$N = \frac{\rho N_a}{M}$$

Siendo:

- $\rho$ : la densidad de la sustancia, medida en  $\text{g/cm}^3$ .
- $N_a$ : el número de Avogadro ( $6,022 \times 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{mol}}$ )
- $M$ : el peso molar de la sustancia, medido en  $\text{g/mol}$ .

Por otro lado, si tenemos una mezcla de varias sustancias, su densidad de partículas se puede expresar de la siguiente forma:

$$N_{\text{mezcla}} = \frac{\rho_{\text{mezcla}} N_a}{M_{\text{mezcla}}}$$

Un ejemplo de utilización de esta fórmula sería el cálculo de la densidad atómica de partículas del uranio en la mezcla  $\text{UO}_2$ , dadas su densidad -  $\rho_{\text{UO}_2} = 10,5 \text{ g/cm}^3$ - y la masa molar de cada elemento. [7]

Teniendo en cuenta que se tiene un átomo de uranio por cada molécula de dióxido de uranio, bastaría con hallar  $N_{\text{UO}_2}$ :

$$N_{\text{UO}_2} = \frac{\rho_{\text{UO}_2} N_a}{M_U + 2M_O} = \frac{(10,5 \text{ g/cm}^3)(6.022 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol})}{[238.0289 + 2(15.9994)] \text{ g/mol}} = 2.34 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

En ocasiones, principalmente al trabajar con combustible nuclear, el parámetro conocido es el enriquecimiento del material físil, que viene dado en forma de fracción másica:

$$\omega_i = \frac{\text{Masa total del isótopo "i"}}{\text{Masa total del elemento}}$$

El enriquecimiento del  $\text{U}_{235}$  presente en el uranio natural es del 0,7%, mientras que el utilizado en la mayoría de centrales nucleares suele estar en torno al 3%.

En estos casos, la densidad atómica de partículas se calcula de la siguiente forma:

$$N_i = \frac{\rho_i N_a}{M_i} = \frac{\omega_i \rho_{\text{elem}} N_a}{M_i}$$

Sin embargo, al no encontrarse el elemento en sus proporciones naturales, no sería correcto utilizar su peso molar tradicional tabulado, se debería hallar ponderando el de los isótopos que lo forman, como sigue:

$$\frac{1}{M_{\text{elem}}} = \sum_i \frac{\omega_i}{M_i}$$

Este método permite hallar el valor de la densidad atómica de una mezcla conocidas sus proporciones másicas.

Por ejemplo, dado un enriquecimiento del 4% de  $\text{U}_{235}$  en  $\text{UO}_2$ , se podría calcular  $N_{\text{U}_{235}}$  de la siguiente manera:

-En primer lugar, es necesario obtener el peso molar del uranio en estas proporciones:

$$\frac{1}{M_U} = \frac{\omega_{U_{235}}}{M_{U_{235}}} + \frac{\omega_{U_{238}}}{M_{U_{238}}} = \frac{0,04}{235,04} + \frac{0,96}{238,05} = 237,9 \text{ g/mol}$$

-Sabido que:

$$\rho_U = \rho_{UO_2} \frac{M_U}{M_{UO_2}}$$

-Se plantea la ecuación definida anteriormente para obtener  $N_{U_{235}}$ :

$$\begin{aligned} N_{U_{235}} &= \frac{\omega_{U_{235}} \rho_U N_a}{M_{U_{235}}} = \frac{\omega_{U_{235}} N_a}{M_{U_{235}}} \rho_{UO_2} \frac{M_U}{M_{UO_2}} = \\ &= 0,04 \frac{\text{g } U_{235}}{\text{g } U} \frac{\left(6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{mol}}\right) \left(10,5 \frac{\text{g } UO_2}{\text{cm}^3}\right)}{235,04 \frac{\text{g } U_{235}}{\text{mol}}} \left(\frac{237,9 \text{ g } U}{[237,9 + 216] \text{g } UO_2}\right) \\ &= 9,49 \times 10^{20} \text{átomos/cm}^3 \end{aligned}$$

### 2.1.4 Flujo neutrónico

Se ha definido la sección eficaz como el camino libre medio que recorren los neutrones en un determinado material en unas condiciones específicas. Este parámetro influye sensiblemente en el factor de multiplicación del núcleo, y es imprescindible para conocer su estado (potencia y reactividad). Para entender mejor la idea, se ha explicado también la densidad atómica de partículas, que representaba la cantidad de neutrones por unidad de volumen. Sin embargo, en la física de los reactores nucleares se suele usar con más frecuencia un parámetro que representa de forma más intuitiva la longitud total recorrida por un conjunto de neutrones: el flujo neutrónico.

Sabiendo que la distancia total que estos neutrones recorren por unidad de tiempo viene determinada por su velocidad, se define el flujo neutrónico (neutrones/s  $\text{cm}^2$ ) como:

$$\phi = Nv$$

donde:

- N es la densidad atómica de neutrones (neutrones/ $\text{cm}^3$ )
- v es la velocidad de los neutrones (cm/s)

Se puede entender, entonces, el flujo neutrónico como el número total de neutrones que están cruzando una cierta sección transversal arbitraria en todas las direcciones posibles, por unidad de tiempo. Al depender de la velocidad, lo hará también de la energía, pudiendo obtener la distancia total recorrida en un segundo por todos los neutrones con energías comprendidas entre E y dE con el producto  $\phi(E)dE$ .

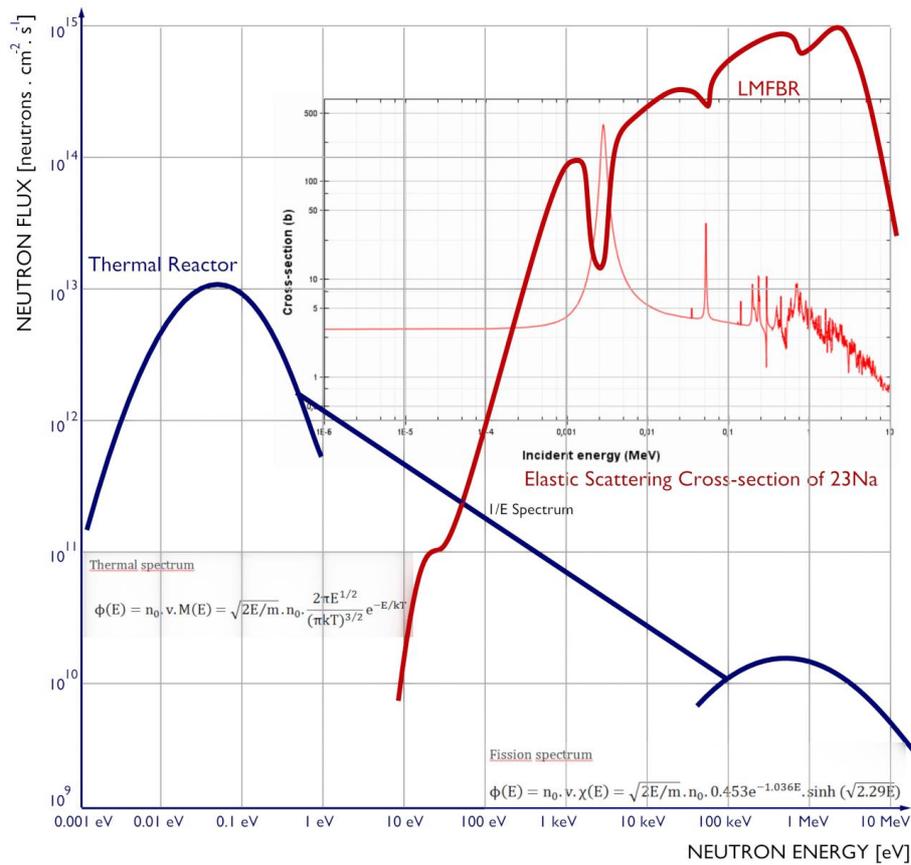


Figura 12. Distribución de la energía cinética de los neutrones en reactores térmicos y en reactores rápidos [6]

El flujo neutrónico guarda una relación directa con una variable que representa el número total de reacciones que tienen lugar en un segundo en un centímetro cúbico del reactor, factor conocido comúnmente como ritmo de reacciones ( $F$ ). En un PWR típico suele ser del orden de  $10^{20}$  fisiones por segundo.

La relación entre el flujo neutrónico y  $F$  se puede cuantificar mediante la siguiente expresión:

$$F = \phi \Sigma = \phi N \sigma = \int \phi(E) \Sigma(E) dE,$$

Donde:

- $\phi$  es el flujo neutrónico (neutrones/s  $\text{cm}^2$ )
- $\sigma$  es la sección eficaz microscópica ( $\text{cm}^{-2}$ )
- $N$  es la densidad atómica de partículas (átomos/ $\text{cm}^3$ )

Es posible particularizar esta fórmula para estudiar diferentes procesos o situaciones. Por ejemplo, en la sección 3.2 sobre el coeficiente Doppler, se define el ritmo con el que un conjunto de neutrones es absorbido durante la moderación ( $F_a$ ) de la siguiente forma:

$$F_a = \int \phi(E) \Sigma_a(E) dE,$$

Donde:

- $\Sigma_a$  es la sección eficaz macroscópica de absorción.

## 2.2 Factor de multiplicación

Hablar del factor de multiplicación es, en esencia, hablar sobre la economía de neutrones que hemos desarrollado en la primera sección. En esta sección vamos a darle forma a ciertas variables mencionadas de forma superficial, definiendo con más precisión el parámetro  $k$  y los términos que lo forman.

Como se ha comentado anteriormente, la cantidad, disposición y distribución energética de los neutrones contenidos en el núcleo de una central de fisión son aspectos íntimamente ligados a su producción de potencia. Más concretamente, a partir de la comparación entre el número de neutrones producidos en una generación frente al que había en la precedente se obtiene el factor de multiplicación ( $k$ ), que prácticamente determina el funcionamiento del reactor. La definición, mencionada ya en secciones anteriores, sería la siguiente:

$$k = \frac{\text{número de neutrones en una generación}}{\text{número de neutrones en la anterior}}$$

La influencia de este parámetro en el funcionamiento de la central y su potencia generada es tal que se puede describir su estado en función del valor que tome. Así, tenemos que, si la población de neutrones aumenta ( $k > 1$ ), la potencia crece; y se dice que el núcleo se encuentra en estado supercrítico, que es lo que ocurre cuando se produce una explosión -donde la reacción en cadena experimenta un brusco crecimiento-. Por otro lado, un número total de neutrones decreciente conllevaría a un estado denominado como subcrítico, en el que la potencia disminuye, llegando a apagar el reactor si no se corrige. Un funcionamiento estable, la situación buscada, se encuentra en el valor de  $k$  igual a 1.

Valor del factor de multiplicación	Estado del reactor
<1	Subcrítico
1	Crítico
>1	Supercrítico

Tabla 2. Estado de un reactor en función de su factor de multiplicación.

La relación entre el factor de multiplicación y la economía de neutrones puede observarse en el siguiente esquema, que muestra el ciclo de vida de los neutrones dentro del reactor. Se supone una población inicial de 1 neutrón, que irá aumentando o disminuyendo en función del proceso que experimente:

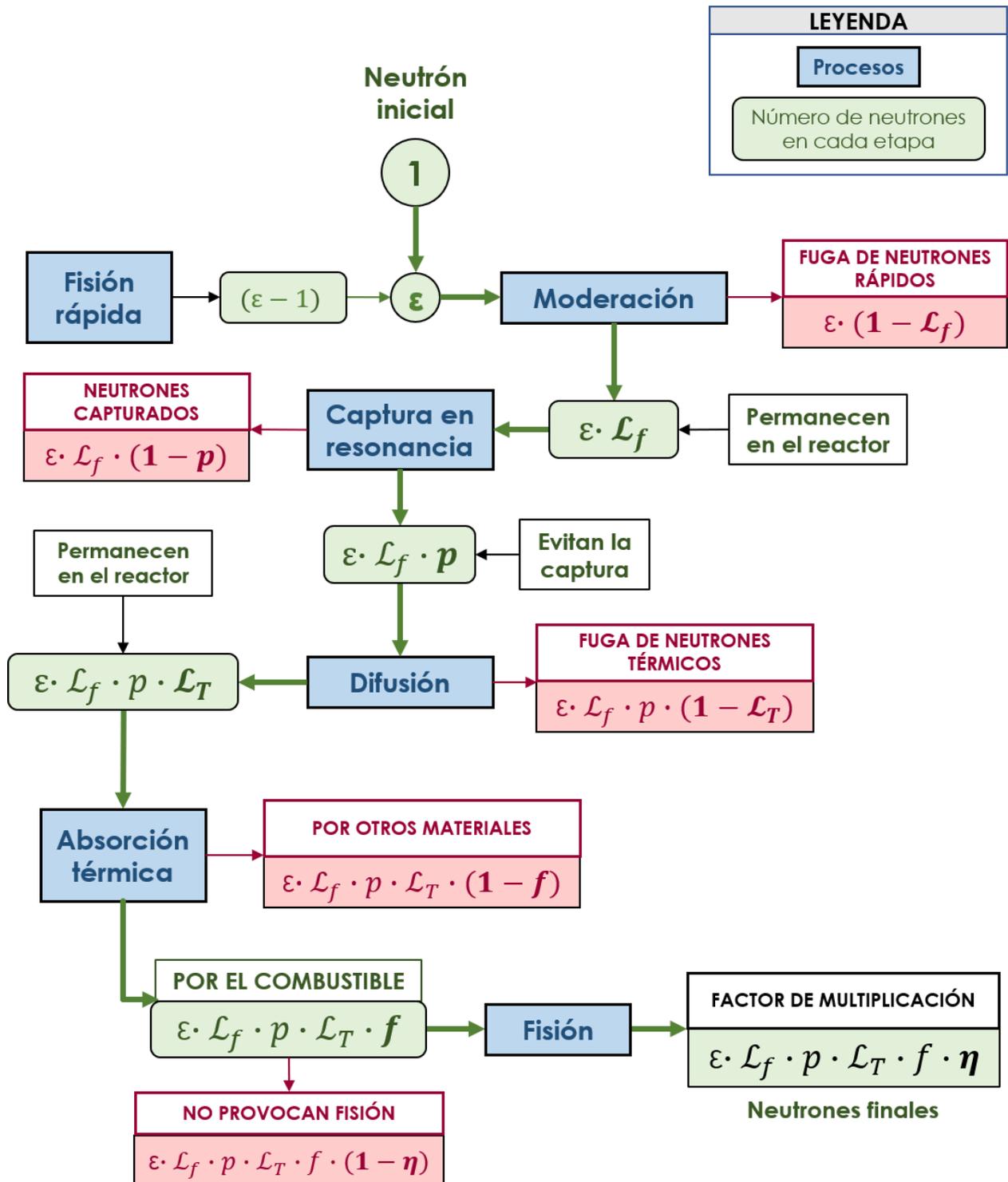


Figura 13. Ciclo neutrónico. Elaboración propia.

En este esquema se puede ver la expresión que determina el número de neutrones en cada etapa del ciclo y al final de éste, en función de varios factores; que se definirán a continuación:

- Factor de fisiones rápidas:

$$\varepsilon = \frac{\text{n}^\circ \text{ de neutrones rápidos producidos por fisión con neutrones de todas las energías}}{\text{n}^\circ \text{ de neutrones rápidos producidos por fisión con neutrones térmicos}}$$

- Factor de reproducción:

$$\eta = \frac{\text{número de neutrones rápidos debido a fisiones térmicas}}{\text{número de neutrones térmicos absorbidos por el combustible}}$$

- Factor de utilización térmica:

$$f = \frac{\text{número de neutrones térmicos absorbidos por el combustible}}{\text{n}^\circ \text{ total de neutrones térmicos absorbidos por todos los elementos del reactor}}$$

- Probabilidad de escape a la resonancia:

$$p = \frac{\text{número de neutrones rápidos que llegan a energías térmicas}}{\text{número de neutrones rápidos antes de la moderación}}$$

- Probabilidad de no-fuga de neutrones rápidos ( $\mathcal{L}_f$ )

$$\mathcal{L}_f = \frac{\text{número de neutrones rápidos que no abandonan el reactor durante la moderación}}{\text{n}^\circ \text{ de neutrones rápidos producidos por fisión con neutrones de todas las energías}}$$

- Probabilidad de no-fuga de neutrones térmicos ( $\mathcal{L}_t$ )

$$\mathcal{L}_t = \frac{\text{número de neutrones térmicos que no abandonan el reactor durante la difusión}}{\text{número de neutrones que se moderan hacia energías térmicas}}$$

A partir de estos términos se puede construir una fórmula para hallar el valor del factor de multiplicación, como se deduce a partir de la Figura 13. No obstante, es común la utilización de un parámetro simplificado en el que no aparecen las fugas, que representaría el factor de multiplicación de un reactor de extensión infinita, y que viene dado por la fórmula de los 4 factores.

### 2.2.1 Fórmula de los 4 factores

Si nos centramos en los 4 términos que aparecen en el ciclo neutrónico expuesto anteriormente, excluyendo las pérdidas, se puede explicar la ecuación que define el factor de multiplicación de este hipotético reactor infinito:

$$k_\infty = \varepsilon p f \eta$$

Para entender mejor esto y el ciclo gráfico expuesto en la página anterior, sustituiré la definición de cada factor en la fórmula, considerando antes varias aclaraciones:

- El hecho de estudiar el reactor hipotético infinito implica que no existan pérdidas de neutrones, por lo que tanto  $\mathcal{L}_t$  como  $\mathcal{L}_f$  son iguales a 1. Esto provoca que no se pierdan neutrones rápidos antes de ser moderados ni térmicos antes de ser absorbidos.
- Se denominará “i” a la generación inicial e “i+1” a la siguiente.
- Para obtener un factor de multiplicación igual a la unidad, el número de neutrones en la generación “i” deberá ser igual al de la generación “i+1”

Se puede observar que, en una situación ideal (sin fuga de neutrones), un  $k_\infty = 1$  (mismos neutrones en una generación que en la anterior) conllevaría la cancelación de todos los términos:

$$k_{\infty} = \frac{\text{n}^{\circ} \text{ total de neutrones rápidos producidos por fisión}}{\text{n}^{\circ} \text{ de neutrones rápidos producidos por fisiones térmicas [GENERACIÓN "i"]}}$$

Igual si  $\mathcal{L}_T = 1$   $\frac{\text{n}^{\circ} \text{ de neutrones rápidos que llegan a energías térmicas}}{\text{n}^{\circ} \text{ de neutrones rápidos antes de la moderación}}$  Igual si  $\mathcal{L}_f = 1$

$$= \frac{\text{n}^{\circ} \text{ de neutrones térmicos absorbidos por el combustible}}{\text{n}^{\circ} \text{ total de neutrones térmicos absorbidos por todos los elementos del reactor}}$$

$$= \frac{\text{n}^{\circ} \text{ de neutrones rápidos debido a fisiones térmicas [GENERACIÓN "i+1"]}}{\text{número de neutrones térmicos absorbidos por el combustible}}$$

Si tenemos en cuenta la presencia de neutrones retardados<sup>3</sup> en el reactor, la forma de estudiar el factor de multiplicación varía, pudiendo distinguir 2 tipos de criticalidad:

- Inmediata:  $k$  es mayor que 1 sin los neutrones retardados, lo que llevaría a una reacción explosiva.
- Diferida:  $k$  es menor que 1 sin los retardados pero mayor si los tenemos en cuenta, lo que da lugar a una reacción controlable.

Con el objetivo de crear el modelo que nos permitirá simular respuestas de un reactor a cambios en su entorno (concretamente, calentamientos y enfriamientos), se desarrollará cada término con mayor extensión para comprobar su dependencia con estos parámetros.

### Factor de fisiones rápidas

El ciclo neutrónico se inicia en la generación “i” con fisiones de núcleos del combustible que producen neutrones rápidos. Generalmente estas fisiones son causadas por neutrones térmicos, pero se pueden producir también a partir de otros neutrones rápidos. Esto se da principalmente en el  $U_{238}$ , ya que; aunque su sección eficaz de fisión rápida es baja -parecida a la del  $U_{235}$ -, se encuentra en cantidades significativamente mayores dentro del núcleo (se suele utilizar combustible con un porcentaje aproximado del 2-3 % de  $U_{235}$  en reactores de agua ligera).

Por todo esto, este factor debe ser siempre mayor que la unidad, ya que se incorporan nuevos neutrones al ciclo. Se define de la siguiente forma [8]:

$$\varepsilon = \frac{\int_T v(E)\Sigma_f^f(E) \phi_f(E)dE + \int_F v(E)\Sigma_f^f(E) \phi_f(E)dE}{\int_T v(E)\Sigma_f^f(E) \phi_f(E)dE}$$

O, de forma equivalente,

$$\varepsilon = 1 + \frac{\int_F v(E)\Sigma_f^f(E) \phi_f(E)dE}{\int_T v(E)\Sigma_f^f(E) \phi_f(E)dE}$$

Siendo:

- $v(E)$ : número promedio de neutrones producidos por fisión (dependiente de la energía).
- $\Sigma_f^f(E)$ : sección eficaz de fusión del combustible de neutrones rápidos (dependiente de la energía).
- $\phi_f$ : flujo de neutrones rápidos (dependiente de la energía).

La forma más común de estudiar este factor es a partir de valores experimentales medidos para cada tipo de reactor y unas condiciones determinadas. Por ejemplo, de mediciones con barras de 1.5 cm de diámetro de uranio ligeramente enriquecido en reactores de agua ligera se ha obtenido la siguiente fórmula aproximada para estimar el factor de fisiones rápidas en función de la relación uranio-agua [9]:

<sup>3</sup> La diferencia entre neutrones retardados e inmediatos se basa en el tiempo que tardan en aparecer, y se explicará en la sección 3.1

$$\varepsilon = \frac{1 + 0.69 \left( \frac{N_{238}}{N_w} \right)}{1 + 0.536 \left( \frac{N_{238}}{N_w} \right)}$$

Siendo:

- $N_{238}$ : densidad atómica del uranio 238 en el núcleo del reactor.
- $N_w$ : densidad atómica del agua en el núcleo del reactor.

A partir de esta ecuación, se puede estudiar cómo varía el factor de fisiones rápidas en función de la relación uranio-agua dándole determinados valores dentro de un intervalo razonable:

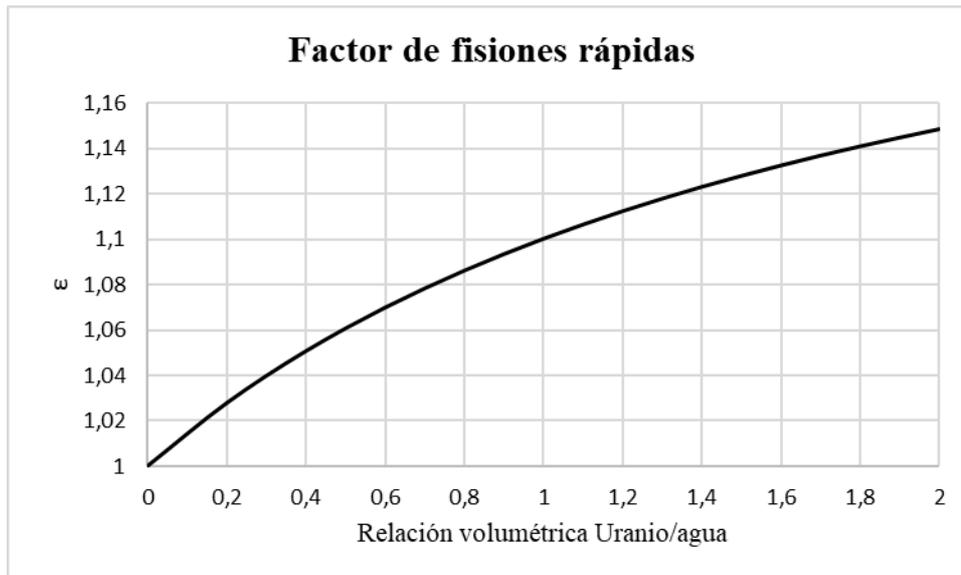


Figura 14. Factor de fisiones rápidas frente a la relación volumétrica uranio-agua

En el núcleo de un reactor homogéneo, en el que los átomos del combustible están rodeados mayoritariamente por el moderador, se tiene una alta probabilidad de que la primera colisión de un neutrón rápido sea con un núcleo moderador, con la consiguiente pérdida de energía cinética. Por lo tanto, en núcleos de reactores homogéneos, el factor de fisiones rápidas es prácticamente unitario.

Por otro lado, dentro de un reactor heterogéneo, todos los núcleos del combustible se encuentran distribuidos en pastillas encapsuladas en las varillas de combustible. Esta disposición aumenta la probabilidad de que la primera colisión de un neutrón rápido sea con un núcleo de combustible. Por ello, en estos reactores, el factor de fisiones rápidas es, por definición, superior a 1, soliendo tomar un valor en torno a 1,03. Además, este parámetro apenas se ve afectado (en comparación con los demás factores) por cambios operacionales, como puedan ser la variación de temperatura del moderador o la quema de combustible.

### Probabilidad de escape a la resonancia

Como se ha comentado anteriormente, para ralentizar los neutrones rápidos con el objetivo de llevarlos a energías térmicas es necesario hacerlos colisionar con los núcleos del elemento moderador. Sin embargo, en este proceso se pierden neutrones del ciclo, ya que una parte de ellos son absorbidos por los distintos materiales del reactor antes de alcanzar energías térmicas. La probabilidad de que esto ocurra (sección eficaz total de absorción de neutrones rápidos) tiene un máximo en la zona estudiada en la sección 2.1.2 y denominada de resonancia o epitérmica, que se encuentra en energías intermedias. Este valor es especialmente importante en el caso del  $U_{238}$ , que presenta una región resonante que va desde los 6 hasta los 200 eV, aproximadamente; zona en la que el neutrón puede ser capturado.

La probabilidad de escape a la resonancia nos da un valor de la cantidad de neutrones rápidos que evitan este proceso y se mantienen en el ciclo, por lo que es menor que la unidad. Las numerosas mediciones experimentales realizadas de este factor nos permiten aproximarlos de la siguiente forma [9]:

$$p = e^{\left(-\frac{N_F V_F}{V_M \xi_M \Sigma_{sM}} I_{eff}\right)}$$

Siendo:

- $I_{eff}$ : intervalo de resonancia efectiva.
- $V_{F(M)}$ : volumen del combustible (moderador).
- $N_{F(M)}$ : densidad atómica del combustible (moderador).
- $\Sigma_{sM}$ : sección eficaz de dispersión del moderador.
- $\xi_M$ : aumento medio del letargo por colisión en el moderador. Numéricamente, es el logaritmo del cociente medio entre la energía después y antes de una colisión, visto en la sección dedicada a la moderación de neutrones.

El valor del intervalo de resonancia para barras cilíndricas de combustible en función de su densidad se puede aproximar mediante la siguiente expresión empírica:

$$I_{eff} = A + \frac{C}{\sqrt{a\rho}}$$

Siendo:

- $A$  y  $C$  constantes halladas experimentalmente.
- $a$ : radio de las barras de combustible.
- $\rho$ : densidad del combustible.

Tanto los valores de las constantes  $A$  y  $C$  como los del término  $\xi_M \Sigma_{sM}$  para diferentes elementos y materiales vienen recogidos en las siguientes tablas [9]:

Combustible	A	C
$U_{238}$ (metal)	2.8	38.3
$U^{238} O_2$	3.0	39.6
$Th_{232}$ (metal)	3.9	20.9
$Th^{232} O_2$	3.4	24.5

Tabla 3. Constantes para el cálculo de  $I_{eff}$  (barns)

Moderador	$\xi_M \Sigma_{sM}$
Agua	1.46
Agua pesada	0.178
Berilio	0.155
Grafito	0.0608

Tabla 4. Valores del factor  $\xi_M \Sigma_{sM}$

Este factor es especialmente importante en nuestro trabajo, ya que es el más sensible a cambios de temperatura (en la sección 3.2 se estudiará más detalladamente esta relación). Principalmente se ve afectado por dos tipos

de variaciones:

- Cambios en la temperatura del moderador, ya que, como se ha dicho anteriormente; la probabilidad de escape de resonancia depende sensiblemente de la relación volumétrica moderador-combustible. A medida que la temperatura del moderador aumenta, la densidad de átomos moderadores disminuye como resultado de la expansión térmica del agua. Esto, a su vez, causa una “elevación” media del espectro energético de neutrones en el núcleo del reactor, lo que provoca una mayor absorción en la región de resonancia (y, en consecuencia, una disminución de  $p$ ). La reducción de la densidad del moderador hace que los neutrones permanezcan a una energía más alta durante un período más largo, lo que también aumenta la probabilidad de captura de estos neutrones. Este proceso es clave en el comportamiento del coeficiente de temperatura del moderador (MTC -*moderator temperature coefficient* en inglés-), del que hablaremos más detalladamente más adelante.
- Cambios en la temperatura del combustible, proceso íntimamente relacionado con el fenómeno conocido habitualmente como ensanchamiento Doppler, que también se estudiará en la sección 3.2. Desde el punto de vista de la seguridad y la estabilidad de un reactor, este factor es más importante aún que el hecho de tener un MTC negativo. Esto se debe principalmente a la velocidad que tarda en actuar, sensiblemente mayor a la que tarda el calor en transferirse en una situación crítica o accidental. Un aumento de la temperatura del combustible provoca rápidamente un aumento de la integral de resonancia ( $I_{eff}$ ), lo que a su vez provoca una influencia negativa en la reactividad.

### Factor de utilización térmica

Todos los neutrones térmicos que permanecen en el reactor terminan siendo absorbidos por los distintos elementos que forman el núcleo y que, en la práctica, son muy diversos (agua, combustible, boro, barras de control, materiales de construcción...). El factor de utilización térmica representa la fracción de aquellos neutrones térmicos que son absorbidos por el combustible frente al número total de todos los que son absorbidos, por lo que será siempre menor que 1.

Si nos centramos exclusivamente en los elementos mayoritarios dentro del núcleo -combustible y moderador-, se puede calcular mediante la siguiente expresión [9]:

$$f = \frac{\overline{\Sigma_{a,F}} V_F}{\overline{\Sigma_{a,F}} V_F + \overline{\Sigma_{a,M}} V_M \xi}$$

Siendo:

- $\overline{\Sigma_{a,F}}$ : valor promedio de la sección eficaz de absorción del combustible.
- $\overline{\Sigma_{a,M}}$ : valor promedio de la sección eficaz de absorción del moderador.
- $V_F$ : el volumen que ocupa el combustible en el reactor.
- $V_M$ : el volumen que ocupa el moderador.
- $\xi$ : el factor de desventaja térmica, que se define como el cociente entre el flujo medio de neutrones térmicos en el moderador y en el combustible:

$$\xi = \frac{\overline{\phi_{TM}}}{\overline{\phi_{TF}}}$$

Este último término se puede entender de forma cualitativa si tenemos en cuenta que la sección eficaz de absorción del uranio es notablemente mayor que la del agua, lo que supone un flujo de neutrones menor en el combustible que en el moderador. Esto hace que el factor de desventaja térmica sea mayor que la unidad.

A pesar de que no se pueda calcular analíticamente, el factor de utilización térmica -como también hemos visto en otros factores- puede estimarse mediante una fórmula aproximada a partir de ciertas hipótesis, bajo el modelo conocido como método Wigner-Seitz.

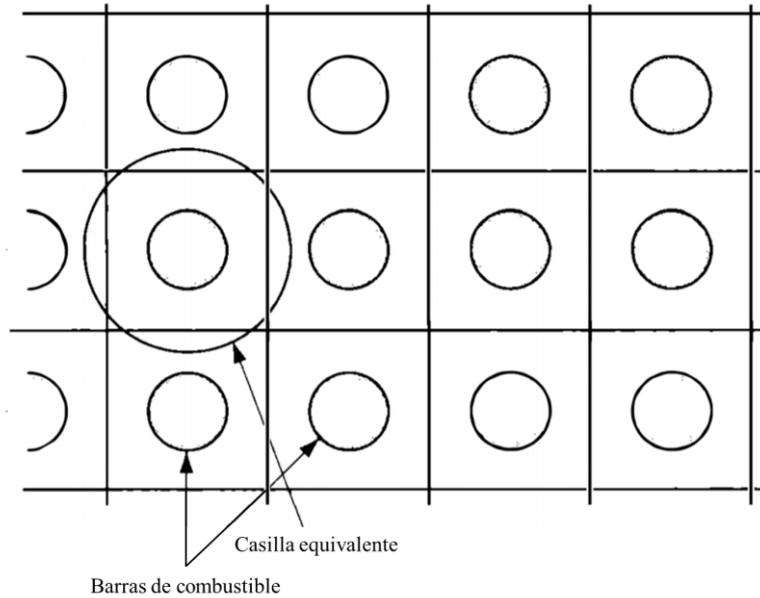


Figura 15. Red cuadrada de casillas equivalentes combustible-moderador

En primer lugar, el conjunto de combustible y moderador que ocupa prácticamente todo el reactor se divide en casillas unitarias, como se muestra en la figura. Los cálculos de los flujos de neutrones se hacen para células cilíndricas equivalentes (esto es, aquellas que tienen un volumen igual a las casillas originales no cilíndricas). De este proceso resulta una ecuación que permite aproximar el factor de utilización térmica de la siguiente forma:

$$\frac{1}{f} = \frac{\overline{\Sigma_{a,M}} V_M}{\overline{\Sigma_{a,F}} V_F} F + E$$

Siendo  $F$  y  $E$  los parámetros conocidos como funciones de red, que también pueden ser estimadas mediante aproximaciones simplificativas con las siguientes fórmulas:

$$F(x) = \frac{x I_0(x)}{2 I_1(x)}$$

$$E(y, z) = \frac{z^2 - y^2}{2y} \left[ \frac{I_0(y) K_1(z) + I_1(z) K_0(y)}{I_1(z) K_1(y) - I_1(y) K_1(z)} \right]$$

Donde:

$$x = \frac{a}{L_F}$$

$$y = \frac{a}{L_M}$$

$$z = b/L_M$$

Siendo:

- $a$ : el radio de la barra del combustible.
- $b$ : el radio de la célula equivalente.
- $L_{M(F)}$ : longitud de difusión térmica del moderador (combustible).

Tanto  $L_M$  como  $L_F$  son valores experimentales que se encuentran disponibles tabulados y que dependen de diversos factores. Por su parte,  $K_1$ ,  $K_0$ ,  $I_1$  e  $I_0$ , representan las denominadas funciones de Bessel, funciones matemáticas que, en este caso, dependen de la geometría del sistema y de los parámetros  $L_M$  y  $L_F$ .

### Factor de reproducción

No todos los neutrones térmicos que son absorbidos por el uranio producen fisión. En primer lugar, porque el combustible nuclear contiene elementos no fisiles que también pueden absorber neutrones y, en segundo, porque, aunque sí alcancen materiales fisiles, existe la posibilidad de que provoque otros sucesos distintos de la fisión. Por ejemplo, en el caso del  $U_{235}$  un 15% de los núcleos excitados por la absorción de neutrones producen captura radiactiva, y no fisión (que se daría en un 85% de los casos). Este parámetro es siempre mayor que la unidad, pero menor que la producción media de neutrones en cada fisión ( $\nu$ ).

Si consideramos un combustible formado esencialmente por  $U_{235}$ ,  $U_{238}$  y oxígeno, tomamos al  $U_{235}$  como único elemento fisil y despreciamos el valor de la sección eficaz del oxígeno por ser sensiblemente próxima a 0, el factor de reproducción se puede hallar de la siguiente forma:

$$\eta = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} = \nu \frac{N^{U_{235}} \sigma_f^{U_{235}}}{N^{U_{235}} \sigma_f^{U_{235}} + N^{U_{235}} \sigma_c^{U_{235}} + N^{U_{238}} \sigma_c^{U_{238}}}$$

Siendo:

- $\Sigma_f$ : sección eficaz macroscópica de fisión total.
- $\Sigma_a$ : sección eficaz macroscópica de absorción total.
- $\sigma_c^{U_{235}} (U_{238})$ : sección eficaz microscópica de captura del  $U_{235}$  ( $U_{238}$ ).
- $\sigma_f^{U_{235}}$ : sección eficaz microscópica de fisión del  $U_{235}$ .
- $\nu$ : producción media de neutrones por fisión.
- $N^{U_{235}} (U_{238})$ : densidad atómica de partículas del  $U_{235}$  ( $U_{238}$ ).

El factor de reproducción viene determinado por la composición del combustible nuclear y presenta una gran dependencia del espectro del flujo neutrónico dentro del reactor. Como se puede deducir de la ecuación, este factor aumenta con el enriquecimiento del combustible, relación que se aprecia en la siguiente gráfica:

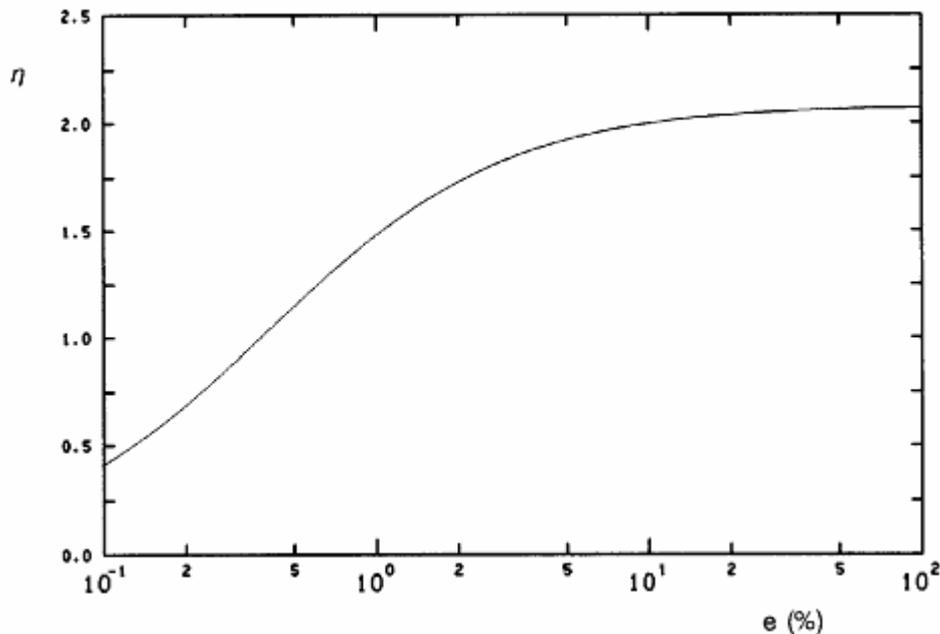


Figura 16. Factor de reproducción en función del enriquecimiento [6].

Por otro lado, en lo que respecta a los efectos de la temperatura sobre la reactividad, el factor de reproducción apenas influye en este aspecto, ya que no se ve afectado por las variaciones típicas de temperatura que se dan en los rangos en los que funcionan la mayoría de los reactores térmicos. De hecho, apenas cambia a lo largo de la vida útil de las centrales, solo disminuye debido a la reducción paulatina del término  $\Sigma_f^U$ , provocada por la quema del  $U_{235}$ .

### 2.2.2 Fórmula de los 6 factores

El reactor infinito mencionado en la sección precedente a esta es útil para entender el factor de multiplicación mediante la fórmula de 4 factores, pero no es posible aplicarlo más allá del estudio teórico, puesto que implica la hipótesis irrealizable de un reactor sin fugas. En la práctica, los reactores de las centrales tienen un tamaño finito y a través de su contorno se producen fugas de neutrones, que se pueden incluir en dos factores, dependiendo de si se producen durante el proceso de moderación (serán neutrones rápidos) o durante el de difusión (en este caso, se fugan los neutrones térmicos).

Para entender mejor esto se estudiará el proceso de fuga de neutrones en el núcleo de un reactor y los principales términos que intervienen en él.

#### Fuga de neutrones

La pérdida de neutrones en centrales nucleares es un aspecto íntimamente ligado a la distribución de éstos en el reactor, que viene determinada por varios agentes:

- La distribución de la fuente de neutrones.
- La geometría del reactor.
- La longitud de difusión de los neutrones,  $L$ , proporcional a la distancia que recorren los neutrones térmicos antes de ser absorbidos.
- La longitud de ralentización de un neutrón,  $L_s$ , proporcional a la distancia que los neutrones rápidos recorren desde el punto en el que nacen hasta el punto en el que alcanzan energías térmicas.

Nos centraremos en los dos últimos, que son los que pueden variar durante el funcionamiento del reactor, ya que los dos primeros vienen determinados desde su diseño y posterior construcción, y no se ven influenciados con los cambios de temperatura que estudiaremos.

#### Longitud de difusión neutrónica:

Se puede definir técnicamente esta magnitud de la siguiente forma:  $L^2$  es igual a la sexta parte del cuadrado de la distancia media recorrida en todas las dimensiones entre el punto de nacimiento del neutrón (como neutrón térmico) y su absorción. Para entenderlo mejor, se estudia dentro de la solución a la difusión de neutrones en un reactor <sup>4</sup> (supuestas varias hipótesis simplificadoras), en la que se divide la ecuación entera por el factor  $D$ :

$$\Delta\phi - \frac{\Sigma_a}{D}\phi = 0$$

$$\Delta\phi - \frac{\phi}{L^2} = 0$$

En el que el cuadrado de la longitud de difusión se define de la siguiente forma:

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$$

El parámetro  $D$  se conoce como coeficiente de difusión, cuyo valor puede aproximarse mediante la siguiente ecuación:

$$D = \frac{1}{3\Sigma_s}$$

Siendo  $\Sigma_s$  la sección eficaz macroscópica de dispersión, que viene a ser la inversa del camino medio libre de dispersión de un neutrón, la distancia promedio que recorre dentro de un entorno determinado antes de sufrir dispersión. En la siguiente tabla se pueden apreciar varios parámetros de difusión para cuatro materiales distintos:

<sup>4</sup> El desarrollo de la ley de Fick que da lugar a esta ecuación se verá en la sección 4.1, junto con la definición del operador Laplaciano ( $\Delta$ )

Material	$\Sigma_a$ (1/cm)	$D$ (cm)	$L$ (cm)
H <sub>20</sub>	0.022	0.142	2.54
D <sub>20</sub>	$3.3 \times 10^{-5}$	0.840	160
Be	$1.24 \times 10^{-3}$	0.146	18.3
C	$3.2 \times 10^{-4}$	0.916	53.5

Tabla 5. Parámetros de difusión para neutrones térmicos [6]

La longitud de difusión es un parámetro muy importante en los reactores térmicos, y su valor puede cambiar durante el funcionamiento del núcleo, debido a que depende del coeficiente de difusión (inversamente proporcional a  $\Sigma_s$ ) y de la sección eficaz de absorción,  $\Sigma_a$ , términos en los que influyen las variaciones de temperatura que estudiaremos.

### **Edad de Fermi de un neutrón:**

La Edad de Fermi de un neutrón puede entenderse como la variable análoga a la distancia de difusión para los neutrones rápidos. Así, se define como la sexta parte del cuadrado de la distancia media recorrida en todas las dimensiones por un neutrón desde que nace hasta que llega a energías térmicas, y se coincide con el cuadrado de la longitud de termalización de un neutrón:

$$\tau = L_s^2$$

Se puede estimar de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{D}{\Sigma_1}$$

Donde  $\Sigma_1$  se conoce como la sección eficaz de eliminación de neutrones rápidos, definida como la probabilidad por unidad de longitud de que un neutrón pierda toda su energía por encima de la térmica:

$$\Sigma_1 = \frac{\text{probabilidad por ud. de longitud de la pérdida logarítmica de energía de un neutrón rápido}}{\text{pérdida total de energía}}$$

Que, sustituyéndola numéricamente, queda:

$$\Sigma_1 = \frac{\xi_M \Sigma_s}{\ln \frac{E_0}{E_t}}$$

Donde  $E_0$  y  $E_t$  son la energía inicial y la térmica del neutrón, respectivamente y  $\xi_M \Sigma_s$  parámetros ya definidos anteriormente.

### **Longitud de migración:**

Una vez estudiadas las longitudes de difusión y de termalización, se pueden agrupar en lo que se denomina longitud de migración,  $M$ , de la siguiente forma:

$$M^2 = L^2 + L_s^2$$

Siendo  $M^2$  el área de migración, que, de forma parecida a como hemos hecho para  $L$  y  $L_s$ , se puede definir físicamente como la sexta parte del cuadrado de la distancia media recorrida en todas las direcciones por un neutrón desde que nace (como neutrón rápido) hasta que es absorbido (como neutrón térmico).

Tras introducir estas tres variables ( $L$ ,  $L_s$  y  $M$ ), podemos estudiar los 2 parámetros que completan la fórmula de los 6 factores y que incluyen la fuga de neutrones rápidos y térmicos.

### **Probabilidad de evitar la fuga de neutrones rápidos**

Durante el proceso de moderación, algunos neutrones se pierden a través del contorno del núcleo antes de llegar a energías térmicas. Este hecho y sus causas se estudian en el factor rápido de *no-fuga* (o de

permanencia), y resulta de comparar el número de neutrones rápidos que permanecen en el reactor durante el ciclo y la cantidad inicial de neutrones rápidos producidos por fisiones, tanto rápidas como térmicas. Es, por tanto, menor que la unidad, y viene dado por la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L}_f = e^{(-B_g^2 \tau)}$$

Siendo:

- $B_g$ : pando geométrico, que depende únicamente del tamaño y la forma del reactor.
- $\tau$ : edad de Fermi del neutrón.

Aunque la ecuación anterior es la definición más exacta, la probabilidad de que un neutrón rápido permanezca en el reactor puede aproximarse a una expresión más sencilla, como sigue:

$$\mathcal{L}_f = \frac{1}{1 + L_s^2 B_g^2}$$

Siendo  $L_s$  la longitud de difusión introducida en la página anterior.

### Probabilidad de evitar la fuga de neutrones térmicos

Durante la difusión de neutrones, algunos de ellos se escapan de los límites del núcleo del reactor antes de ser absorbidos. Este proceso y su impacto en el factor multiplicador se caracteriza por el factor de *no-fuga* térmico,  $\mathcal{L}_t$ , que se puede representar mediante la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L}_t = \frac{1}{1 + L^2 B_G^2}$$

Siendo  $L$  la longitud de difusión mencionada anteriormente.

Además de las expresiones vistas que pueden ser utilizadas para estimar las pérdidas de los neutrones rápidos y térmicos, es posible englobar en un único término la fuga de todos los neutrones del reactor, mediante lo que se conoce como *probabilidad total de no-fuga*, que no es más que el producto de  $\mathcal{L}_t$  y  $\mathcal{L}_f$ :

$$\mathcal{L}_{NF} = \frac{1}{1 + \tau B_G^2} \frac{1}{1 + L^2 B_G^2}$$

$$\mathcal{L}_{NF} = \frac{1}{1 + (\tau + L^2) B_G^2 + \tau L^2 B_G^4}$$

Para reactores grandes, podemos reescribir esta ecuación sin perder demasiada precisión. Basta con sustituir la longitud de difusión y la de ralentización por la longitud de migración definida anteriormente. El término  $B_g^4$  es muy pequeño en el caso de los reactores grandes, y, por lo tanto, puede ser despreciado. Quedaría, entonces, la probabilidad total de no-fuga escrita de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{NF} = \frac{1}{1 + M^2 B_G^2}$$

Tanto  $\mathcal{L}_t$  como  $\mathcal{L}_f$  (y, por consiguiente,  $\mathcal{L}_{NF}$ ) son parámetros que se ven afectados por cambios en la temperatura del moderador. Como veremos con más profundidad en la sección 3.2, un incremento en la temperatura del moderador provoca el aumento de la probabilidad de fuga de un neutrón. Este es uno de los dos principales efectos que hacen que el coeficiente de temperatura del moderador (MTC) de la mayoría de los PWR sea negativo.

Con la fuga de neutrones identificada mediante los factores que hemos definido, podemos completar la fórmula de 6 factores que define al factor de multiplicación:

$$k = \epsilon p f \eta \mathcal{L}_f \mathcal{L}_t$$

## 2.3 Coeficientes de reactividad

Como ya se ha comentado, tanto el factor de multiplicación como la reactividad cuentan con una fuerte dependencia de ciertas variables de operación de la central. Es, por tanto, interesante estudiar cómo varían estos parámetros cuando el reactor de una central sufre cambios en dichas variables. Se pueden dividir estas relaciones en tres tipos, principalmente:

### 2.3.1 Cambios con la presión

Aunque no sea el tema principal de este trabajo, la variación de la reactividad con la presión del moderador es un efecto que se da en algunos tipos de centrales y que se estudia mediante el siguiente coeficiente:

$$\alpha_{p_M} = \frac{\partial \rho}{\partial p_M}$$

donde  $p_M$  es la presión del moderador.

Se puede deducir de la fórmula que, un aumento de la presión incrementará la reactividad. Esto se debe a que, al crecer la densidad, mejora la moderación, lo que produce que un mayor número de neutrones lleguen a los niveles de energía en los que provocan fisiones con más facilidad. Tenemos, por tanto, que el coeficiente de presión es positivo.

Sin embargo, en los reactores estudiados en este caso, aquellos moderados por agua, este proceso es imperceptible y despreciable, ya que el agua es un fluido casi incompresible (y, por tanto, su densidad atómica es prácticamente constante).

### 2.3.2 Cambios con la fracción de vacío

Las variaciones de la reactividad con la fracción de vacío presente en un reactor se deben a la formación de burbujas en su interior, que produce cambios directos e indirectos en dicho parámetro:

- Burbujas en el refrigerante: un fluido en estado líquido absorbe mejor el calor que en estado gaseoso, por lo que, al formarse burbujas, se refrigera peor el núcleo, lo que produce un aumento de la temperatura. Esto, como veremos, conlleva variaciones en la reactividad.
- Burbujas en el moderador: no solo el coeficiente de transferencia de calor cambia al pasar de un estado líquido a gaseoso, también ocurre con otras propiedades físicas del fluido (como su densidad o su capacidad de absorción), que pueden producir variaciones en factores que intervienen en la moderación y la captura de neutrones. Estos dos procesos influyen, como hemos visto, en la cantidad de neutrones presentes en el reactor y en su distribución energética. De todo esto se puede deducir la influencia de la presencia de burbujas en el moderador en la reactividad del núcleo.

En general, podemos englobar estos cambios en lo que se denomina coeficiente de vacío:

$$\alpha_v = \frac{\partial \rho}{\partial f_v}$$

donde  $f_v$  es la fracción de vacío.

El estudio de este parámetro no es tan inmediato como en el caso del coeficiente de presión. De hecho, que sea negativo o positivo dependerá de varios factores, como el tipo de central o los materiales y fluidos utilizados en ella. No entraremos en detalles con este parámetro porque tampoco es el núcleo sobre el que se desarrolla este trabajo, pero sí es interesante mencionar brevemente las diferencias que este factor experimenta en cada tipo de central nombrado en la introducción:

- Los PWR cuentan con un coeficiente de vacío negativo, que implica una disminución de la reactividad del núcleo si aumenta su fracción de vacío (cantidad de burbujas de vapor), ya que los neutrones pueden atravesar sin colisionar más fácilmente el vapor que el agua líquida, que, por tanto; modera mejor que dichas burbujas. Esto disminuye la absorción de neutrones en el agua (lo que aumentaría la cantidad de neutrones en el ciclo y, así, la reactividad), pero predomina la penalización de la moderación y decrece el número de neutrones que llegan a energías térmicas, provocando una reducción de la reactividad.

- El coeficiente de vacío en los BWR es también negativo, pero entraña más peligro si, por algún motivo (aumento de la presión, por ejemplo), aumenta la cantidad de líquido en el núcleo, ya que provocaría un aumento de la reactividad que podría descontrolar la potencia térmica de la central.
- En el caso de los reactores RBMK, el coeficiente de vacío es positivo, debido a que apenas varía la moderación de neutrones si aumenta la cantidad de vapor presente en el núcleo (se modera mediante el grafito, con agua), pero sí que disminuye la refrigeración del combustible, lo que lleva podría al descontrol de la temperatura y la potencia de la central. Esto es lo que ocurrió en el accidente de Chernobyl, en el que aumentó la temperatura en tal magnitud que compensó el resto de los coeficientes de potencia e inutilizó los sistemas de protección, lo que elevó rápidamente la potencia a un orden de magnitud 10 veces superior a la nominal.
- El estudio del coeficiente de vacío en los reactores de tipo CANDU es algo más complejo que los anteriores. Al trabajar en un circuito separado del moderador, la cantidad y densidad del refrigerante apenas influyen en la reactividad del núcleo, ya que su aporte al proceso de termalización de neutrones es mucho menor que en los PWR o BWR. Sin embargo, en la práctica se observa un coeficiente de vacío ligeramente positivo en este tipo de centrales, debido a los siguientes factores:
  - La pequeña contribución del refrigerante al proceso de moderación produce la ralentización de los neutrones rápidos hacia rangos de energías de resonantes (niveles intermedios en los que la probabilidad de absorción por el  $U_{238}$  aumenta considerablemente). Además, al discurrir, como ya se ha dicho, por el interior de tubos presurizados rodeando barras de combustible, la leve moderación se encuentra localizada en lugares cercanos al uranio. De esto se desprende que un descenso de la cantidad o densidad de refrigerante conlleva una reducción del número de neutrones con energías de resonancia alrededor del combustible, al tiempo que aumenta la cantidad de neutrones rápidos (y por lo tanto de fisiones rápidas). Ambos efectos provocarían un pequeño crecimiento de la reactividad del núcleo.
  - Por otro lado, debido a la diferencia de temperaturas de ambos circuitos, el refrigerante calienta el moderador y aumenta la energía de sus neutrones, dificultando que lleguen a los niveles de energía en los que es más probable que generen una nueva fisión. Por ello, una pérdida de refrigerante aumentaría la reactividad, ya que atenuaría este fenómeno.

### 2.3.3 Cambios con la temperatura

Como se ha comentado en la introducción, en este trabajo nos centraremos en estudiar la variación de la reactividad de un núcleo con la temperatura. Para ello, se define lo que se conoce como coeficiente de temperatura,  $\alpha$ , que proviene de la derivada logarítmica del factor de multiplicación respecto a la temperatura:

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT}$$

Para valores de  $k$  cercanos a 1, se puede estimar el valor del coeficiente en función también de la reactividad de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{k - 1}{k} = 1 - \frac{1}{k}$$

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{k^2} \frac{dk}{dT}$$

Si tenemos que el primer término es muy cercano a la unidad, quedaría:

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{dk}{dT}$$

Al ser resultado del cociente entre una variable adimensional,  $k$ , y la temperatura, las unidades del coeficiente de temperatura serán los grados  $^{\circ}\text{C}^{-1}$  (o  $\text{K}^{-1}$ ), aunque, en la práctica, al trabajar con cambios tan pequeños, se

utilizan las partes por cien mil (pcm/°C).

A partir de aquí, recuperando la fórmula de los 6 factores que define  $k$ ,

$$k = k_{\infty} \mathcal{L}_{NF} = \varepsilon p f \eta \mathcal{L}_{NF}$$

y, dividiéndola en varios coeficientes mediante el uso de logaritmos,

$$\ln k = \ln \varepsilon + \ln p + \ln f + \ln \eta + \ln \mathcal{L}_{NF}$$

se puede obtener una ecuación del coeficiente de temperatura desglosada para cada factor de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dT} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{f} \frac{df}{dT} + \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} - \frac{M^2 B^2}{1 + M^2 B^2} \left[ \frac{1}{M} \frac{dM^2}{dT} + \frac{1}{B} \frac{dB^2}{dT} \right]$$

Con esto, se pueden estudiar las variaciones de la reactividad en función de la temperatura estimando cuánto cambia cada término, según los diferentes procesos y efectos que se produzcan en el reactor. Podemos diferenciarlos en función del medio que se caliente o se enfríe:

- Las variaciones de la temperatura del combustible dan lugar a 3 principales efectos:
  - Cambios de las secciones eficaces con la temperatura: efecto Doppler.
  - Cambios de las concentraciones de elementos con la temperatura.
  - Cambios del flujo con la temperatura.
- Por otro lado, los cambios de la reactividad con la temperatura del moderador vienen dados por el MTC, un parámetro mencionado en secciones anteriores que, como se ha visto, guarda relación con varios los factores estudiados.

Para entender y estudiar mejor estos factores, deberemos profundizar en la influencia que la temperatura tiene sobre la reactividad, e identificar los parámetros del factor de multiplicación a los que afecta.

# 3 INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA EN LA REACTIVIDAD

---

La seguridad es una sensación o estado en el que se han centrado gran parte de nuestros esfuerzos, pagando en ocasiones un alto precio, a lo largo de la historia y en todos los ámbitos de nuestra vida. El terreno nuclear no es la excepción. De hecho, es uno de los campos donde más regularización y vigilancia se exige, por lo que la monitorización de los parámetros que influyen en su estabilidad es un aspecto clave en su gestión. Uno de ellos es la temperatura, ya que produce cambios diversos en la operación de las centrales, concretamente en el factor que, limitado, pretende asegurar el correcto funcionamiento del núcleo y minimizar el riesgo de que se descontrola: la reactividad.

Como se ha visto en secciones anteriores, muchos de los factores que influyen en la reactividad de un núcleo de fisión se ven afectados por cambios en la temperatura. Además, cuanto más nos acerquemos al funcionamiento real y más precisión busquemos en los cálculos, mayor será el número de dependencias, muchas de las cuales presentan también relaciones con feedback, por lo que la complejidad aumenta. Sin embargo, se pueden englobar todos estos parámetros y comprender sus consecuencias en torno a dos coeficientes que detallaremos en las próximas secciones.

Antes de ello, se mencionarán brevemente los estados transitorios del reactor que, aunque se hayan dejado fuera de nuestros cálculos y simulaciones, cuentan con una gran importancia en el funcionamiento y diseño de las centrales de fisión nuclear.

## 3.1 Estado transitorio del reactor y dependencia con el tiempo

En la mayoría de los cálculos, consideraciones e hipótesis de este trabajo se ha considerado una situación estacionaria dentro del reactor que solo se ve afectada por cambios en su temperatura, por lo que no se han estudiado las variaciones de sus propiedades con el tiempo. No obstante, aunque en las simulaciones se mantenga esta premisa, es importante aclarar que éste es un sistema simplificado, y que en la operación real de las centrales se debe tener en cuenta la influencia de más parámetros, entre ellos el tiempo.

Para entender mejor los principales estados transitorios de un reactor (arranque y parada -durante el funcionamiento cotidiano se pretende la mayor estabilidad posible-), es necesario hablar sobre una diferenciación de neutrones importante que se mencionó de forma breve en la sección 1.2.1 (además de la distinción según sean rápidos o térmicos). Ésta clasifica a los neutrones presentes en el interior del núcleo en función de su procedencia y tiempo de aparición: los inmediatos y los retardados.

- Neutrones inmediatos: aparecen directamente tras la reacción y se emiten en un tiempo muy corto (en torno a unos  $10^{-14}$  segundos), cuando los fragmentos de fisión excitados liberan energía para alcanzar una configuración más estable. Son los más comunes y suelen sobrepasar el 99% del total de neutrones, aunque la fracción exacta depende de los núcleos incididos y de la energía del neutrón incidente. Al ser tan inmediatos, valga la redundancia, provocan unos cambios muy rápidos en la operación del reactor, llegando a ser peligrosos en caso de incidentes si no se diseña correctamente el sistema de seguridad y control. Por ello, los reactores nucleares deben operar normalmente en una situación “inmediatamente” subcrítica y “tardíamente” crítica, y están provistos de sistemas de seguridad para evitar que alcancen la criticalidad inmediata.

- Neutrones retardados: son emitidos por fragmentos de fisión ricos en neutrones llamados precursores de neutrones retardados. Estos precursores suelen experimentar un decaimiento beta, pero una pequeña fracción de ellos se excita lo suficiente como para emitir neutrones. El hecho de que el neutrón se produzca a través de este tipo de decaimiento y que esto suceda más tarde que la emisión de los neutrones inmediatos juega un papel extremadamente importante en el control del reactor.

Aunque no se vaya a estudiar en este trabajo, se puede deducir que la proporción de cada clase de neutrón presente en el reactor influye en el cálculo de las condiciones del núcleo y su reactividad. Principalmente se manifiesta en los cambios de operación del reactor, tales como la parada o la puesta en marcha, ya que en estos casos la potencia deja de ser constante y, con ella, el factor de multiplicación. Por ejemplo, para arrancar la planta es necesario un estado supercrítico del reactor ( $k > 1$ ), mientras que en la parada ocurre al contrario (se necesitan unas condiciones subcríticas con un factor de multiplicación menor que uno).

Por otro lado, el grado de criticalidad de un reactor suele estar regulado principalmente de dos formas distintas, aunque complementarias, que también influyen en los estados transitorios: las barras de control y los venenos químicos. Las barras de control son piezas o ensamblajes de materiales absorbentes de neutrones cuya presencia tiene efectos en el factor de multiplicación del sistema. Así, si se retira una varilla de control de un reactor crítico, éste tiende a volverse supercrítico; si se inserta una varilla, el sistema se vuelve subcrítico. Con los venenos químicos, el reactor se regula variando la concentración de un químico absorbente de neutrones, generalmente ácido bórico ( $H_3BO_3$ ), en el moderador o en el refrigerante. En el capítulo 4 se verán ciertos cálculos y aproximaciones sobre los efectos que estas maniobras tienen en la reactividad.

Una vez aclarada, aunque de forma breve, la dependencia de las condiciones del reactor con el tiempo, nos centraremos en la que éste tiene con la temperatura, objeto principal del trabajo. Para ello, será necesario estudiar dicha influencia mediante los coeficientes de temperatura.

### 3.2 Coeficientes de temperatura

Como hemos visto en la sección 2.3, los efectos que tienen las variaciones de temperatura en el reactor pueden cuantificarse mediante el coeficiente de temperatura, que se define de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} \cong \frac{d\rho}{dT}$$

De esta expresión se deduce que la respuesta de un reactor frente a un cambio de temperatura viene dada por el valor de  $\alpha$ . Para entenderlo mejor, se estudian cuatro casos con distintos valores del coeficiente de temperatura, recogidos en la siguiente tabla:

	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
$\uparrow T$	$\uparrow \rho$	$\downarrow \rho$
$\downarrow T$	$\downarrow \rho$	$\uparrow \rho$

Tabla 6. Respuesta del reactor en función del valor de  $\alpha$

El factor de multiplicación es, básicamente, un indicador del ritmo de una reacción (la de fisión) y, como toda variable proporcional al ritmo de una reacción, puede estudiarse como la integral (en el espacio y la energía) de tres términos: una sección eficaz, una concentración y un flujo. Dentro de un reactor nuclear, estos parámetros pueden variar con la temperatura, lo que da lugar a los tres principales efectos que veremos: los asociados a las variaciones de la sección eficaz, la concentración y el flujo de neutrones.

Así, el coeficiente de temperatura puede dividirse en varios coeficientes específicos  $\alpha_j$  para cada uno de los componentes principales del reactor (combustible, moderador, refrigerante...), de forma que el coeficiente total sería la suma de todos ellos:

$$\alpha = \sum_j \alpha_j = \sum_j \frac{1}{k} \frac{d\rho}{dT_j}$$

Sin embargo, es necesario apuntar que la temperatura no cambia uniformemente a lo largo del reactor. Esto es importante en la seguridad de operación de una central, puesto que no todos los coeficientes de temperatura actuarán sobre la reactividad simultáneamente, unos tardarán más que otros. Por ejemplo, lo primero que produciría un aumento de la potencia del núcleo sería el calentamiento del combustible, que ocurre casi instantáneamente, ya que esta es la región donde se genera la energía térmica. Sin embargo, tanto las variaciones de temperatura del moderador como las del refrigerante aparecen con cierto retraso, ya que el calor originado en el combustible necesita un cierto tiempo para transferirse a otras sustancias.

De hecho, este coeficiente de temperatura del combustible es el más importante en caso de aumento repentino de la potencia, debido a su inmediatez en actuar. Tanto es así, que la Nuclear Regulatory Commission (NRC) de Estados Unidos no permite la incorporación de centrales de fisión con un coeficiente inmediato positivo. Este efecto puede estudiarse mediante el coeficiente Doppler.

### 3.2.1 Coeficiente Doppler

Para entender la naturaleza del coeficiente de temperatura del combustible de un reactor nuclear, es necesario estudiar el efecto Doppler que se produce en su interior al variar su temperatura y que provoca que en la mayoría de los casos sea negativo. El coeficiente asociado se define de la siguiente forma:

$$\alpha_{DOP} = \frac{d\rho}{dT_f}$$

Siendo  $T_f$  la temperatura del combustible, por lo que  $\alpha_{DOP}$  tendrá unidades de  $^{\circ}\text{C}^{-1}$  (o pcm/ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ , si se quiere expresar en un orden de magnitud más manejable). Su valor y signo dependen principalmente de la composición del combustible, concretamente del enriquecimiento con el que se trabaje. Se considera el coeficiente de temperatura más importante dentro de un reactor y para buscar su estabilidad, especialmente en el caso de accidentes o variaciones bruscas en la potencia de la central. Esto se debe a la ya mencionada rapidez con la que se manifiesta, lo que hace que también se le conozca como coeficiente de temperatura inmediato.

El efecto Doppler tiene su origen en la influencia que la velocidad relativa entre un neutrón y un núcleo tiene sobre las secciones eficaces de una determinada interacción. En ese caso, la probabilidad de que suceda la captura radiactiva depende de la energía del centro de masa y, por lo tanto, de la energía cinética del neutrón incidente y de la velocidad del núcleo objetivo.

Hasta ahora, se habían estudiado las secciones eficaces en sistemas aislados, pero la potencia térmica del reactor produce continuos movimientos de los núcleos del combustible. Como resultado de estas vibraciones térmicas y desde la perspectiva de las partículas objetivo, los neutrones cambian sus distribuciones de energía. Esto, a su vez, tiene un efecto en la forma de las regiones de resonancia vistas en la sección 2.1.2. El aumento de la temperatura hace que los núcleos vibren con más intensidad, ampliando el rango de energía de los neutrones que pueden ser absorbidos por el combustible.

Por este motivo, al introducir un calentamiento del combustible en la gráfica que muestra la sección eficaz frente la energía de un núcleo, se observa un ensanchamiento de los picos de resonancia, que se suavizan. Básicamente, lo que ocurre es que disminuye la altura de los picos (y, con ella, la probabilidad de que un neutrón sea absorbido), pero aumenta su anchura (y, por tanto, el número de neutrones que pueden ser absorbidos), siendo este último el efecto predominante. El cambio de la forma de las regiones de resonancia es lo que se denomina ensanchamiento Doppler, y puede apreciarse en la siguiente gráfica:

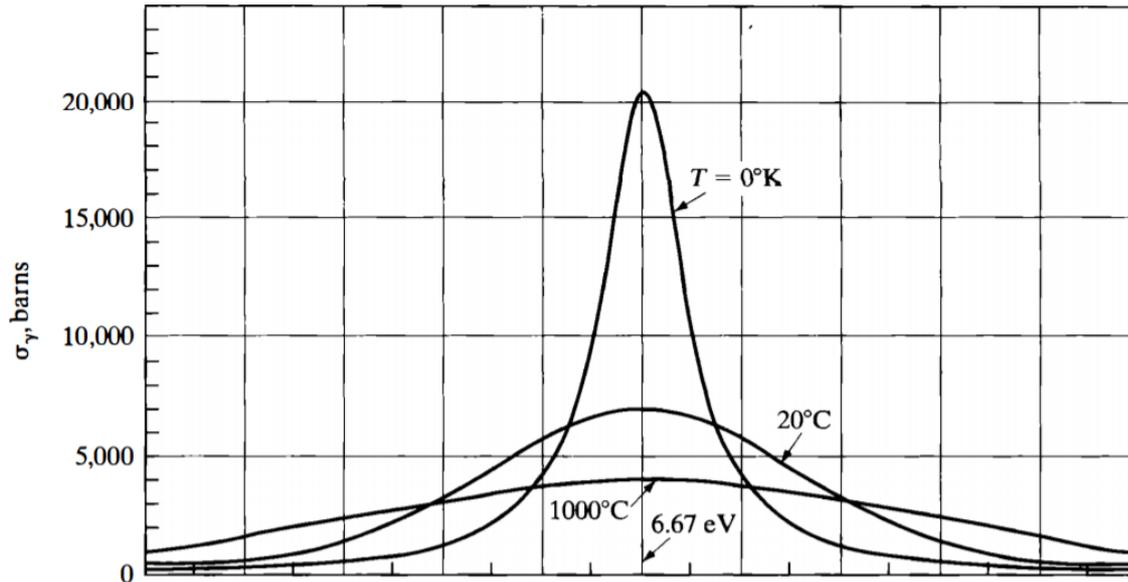


Figura 17. Ensanchamiento Doppler para un núcleo de  $U_{238}$  en la región de 6.67 eV [9].

El ritmo con el que un conjunto de neutrones durante la moderación es absorbido por los núcleos del combustible en torno a una energía de resonancia determinada es proporcional tanto al flujo que incide como a la sección eficaz de absorción, y se puede hallar mediante la siguiente integral:

$$F_a = \int \phi(E) \Sigma_a(E) dE,$$

donde  $F_a$  nos da el número de neutrones absorbidos por  $\text{cm}^3$  y segundo,  $\phi(E)$  es el flujo (dependiente de la energía) y  $\Sigma_a$  es la ya mencionada sección eficaz de absorción.

La misma expresión puede aproximarse a otra parecida de la siguiente forma:

$$F_a = \phi_{av} \int \Sigma_a(E) dE,$$

donde  $\phi_{av}$  es el valor medio del flujo de neutrones en la resonancia, que depende de la temperatura.

A pesar de que la forma de la resonancia cambia con la temperatura, el área total encerrada bajo la curva permanece prácticamente constante. Se observa en la ecuación anterior que esta área viene dada por el término encerrado por la integral, que es independiente de la temperatura. Por lo tanto, el factor que determinará las variaciones de la absorción de neutrones en resonancia en un reactor (y, así, del factor de multiplicación), es el flujo medio de neutrones. Como se puede observar en la gráfica, la cantidad de neutrones que se encuentran bajo la resonancia aumentan al ensancharse ésta, lo que hace que crezca  $\phi_{av}$ . Este es el principal motivo por el que el número de neutrones absorbidos durante la moderación se incrementa con la temperatura, lo que provoca que la reactividad disminuya y que el coeficiente Doppler sea negativo.

Una vez explicado este fenómeno, se puede calcular el coeficiente de temperatura del combustible de un reactor térmico de forma analítica como sigue, expresando en primer lugar el factor de multiplicación mediante la fórmula de los seis factores (cinco si agrupamos los dos referentes a la fuga en uno), como se hizo en la sección 2.2.2:

$$k = k_{\infty} \mathcal{L}_{NF} = \epsilon p f \eta \mathcal{L}_{NF}$$

Como el coeficiente Doppler afecta únicamente a la probabilidad de escape en resonancia,  $p$ , consideraremos que es el único factor que, en este caso, depende de la temperatura y lo separamos del resto de la ecuación mediante logaritmos:

$$\ln k = \ln(\epsilon p f \eta \mathcal{L}_{NF}) + \ln p$$

Derivamos respecto a la temperatura y nos queda:

$$\frac{d}{dT_f}(\ln k) = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT_f} = \frac{d}{dT_f}(\ln p) = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT_f}$$

Se puede observar que el segundo miembro de la ecuación coincide con la definición que se le da al principio de esta sección al coeficiente Doppler, que, tras este desarrollo, quedaría:

$$\alpha_{DOP} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT_f}$$

El factor  $p$  viene dado por la fórmula que se vio en la sección 2.2.1:

$$p = e^{\left(-\frac{N_F V_F}{V_M \xi_M \Sigma_{SM}} I_{eff}\right)}$$

Donde ya vimos que  $I_{eff}$  es el intervalo de resonancia efectiva,  $V_{F(M)}$  el volumen del combustible (moderador),  $N_{F(M)}$  la densidad atómica del combustible (moderador),  $\Sigma_{SM}$  la sección eficaz de dispersión del moderador y  $\xi_M$  el aumento medio del letargo por colisión en el moderador, una constante.

Para hallar las variaciones de este parámetro (y, con ellas, las del coeficiente Doppler), se puede suponer que la temperatura del moderador permanece constante cuando la del combustible está cambiando. Esta aproximación hace que tanto  $V_M$  como  $\Sigma_{SM}$  permanezcan también invariables. Por otro lado, el producto  $N_F V_F$ , que nos da el número de átomos de combustible en el reactor, no cambia con la temperatura.

Por tanto, el único término que variará con los cambios de temperatura del combustible será el intervalo o integral de resonancia  $I_{eff}$ , que habrá que estudiar para obtener  $\alpha_{DOP}$ .

Para ello, utilizamos la siguiente fórmula experimental [9], expresada en función de la temperatura (en grados kelvin) y a partir de una de referencia ( $T_0 = 300$  K):

$$I_{eff}(T) = I_{eff}(T_0) \left[ 1 + \beta_1 \left( \sqrt{T_f} - \sqrt{T_0} \right) \right]$$

Siendo  $\beta_1$  un parámetro que depende de las propiedades del combustible y se puede aproximar por:

$$\beta_1 = A' + \frac{C'}{a\rho}$$

Donde  $a$  es el radio de la barra del combustible (dado en cm),  $\rho$  es la densidad del combustible ( $\frac{g}{cm^3}$ ) y  $A'$  y  $C'$  son constantes recogidas en la siguiente tabla:

Elemento	$A' \times 10^4$	$C' \times 10^2$
<b>U<sup>238</sup>(metal)</b>	48	1.28
<b>U<sup>238</sup>O<sub>2</sub></b>	61	0.94
<b>Th (metal)</b>	85	2.68
<b>Th O<sub>2</sub></b>	97	2.4

Tabla 7. Constantes necesarias para hallar la integral de resonancia [9]

Volviendo al coeficiente Doppler, y sabiendo que el único de los factores de los que depende que varía con la temperatura es  $I_{eff}$ , podemos expresarlo de la siguiente forma:

$$\alpha_{DOP} = \frac{d(\ln p)}{dT_f} = -\frac{N_F V_F}{V_M \xi_M \Sigma_{SM}} \frac{dI_{eff}}{dT_f}$$

Si derivamos la ecuación experimental que nos permitía hallar  $I_{eff}(T)$  respecto a la temperatura, tenemos la siguiente expresión:

$$\frac{dI_{eff}}{dT} = \frac{I_{eff}(T_0) \beta_1}{2 \sqrt{T_f}}$$

Y, sustituyendo en la anterior,

$$\alpha_{DOP} = - \frac{N_F V_F I_{eff}(T_0) \beta_1}{V_M \xi_M \Sigma_{SM} 2 \sqrt{T_f}}$$

que también puede escribirse así:

$$\alpha_{DOP} = - \frac{\beta_1}{2 \sqrt{T_f}} \ln \left[ \frac{1}{p(T_0)} \right]$$

Obteniendo de esta forma la ecuación del coeficiente de temperatura del combustible de un reactor térmico.

### 3.2.2 Coeficiente de temperatura del moderador

A pesar de contar con menor importancia que el ya mencionado efecto Doppler en la respuesta inmediata del reactor a cambios de temperatura, el coeficiente de temperatura del moderador (MTC) sí que determina su comportamiento a medio y largo plazo. Este parámetro engloba los efectos que tiene en la reactividad la variación de temperatura del moderador, y se puede definir de la siguiente forma:

$$\alpha_{MTC} = \frac{d\rho}{dT_m}$$

Se suele expresar en pcm/°C. El signo de este coeficiente viene determinado, principalmente, por el cociente entre la cantidad de moderador y la de combustible que tenemos en el reactor, lo que se conoce como relación moderador-combustible ( $N_w/N_U$  en el caso de los PWR). Esta relación se puede expresar mediante la siguiente fórmula [8]:

$$\alpha_{MTC} = \frac{1}{k_\infty} \frac{\partial k_\infty}{\partial N_w} \frac{\partial N_w}{\partial T_m}$$

La variación de la densidad atómica del moderador,  $N_w$ , con el coeficiente de temperatura del moderador viene dada por el coeficiente de expansión térmica,  $\beta_m$ :

$$\beta_m = - \frac{1}{N_w} \frac{\partial N_w}{\partial T_m}$$

Quedando  $\alpha_{MTC}$  de la forma:

$$\alpha_{MTC} = -\beta_m N_w \frac{1}{k_\infty} \frac{\partial k_\infty}{\partial N_w}$$

$N_w$  depende principalmente de  $f$  y  $p$ , y la correlación entre ellos viene dada por [8]:

$$\frac{1}{k_\infty} \frac{\partial k_\infty}{\partial N_w} \approx \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial N_w} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial N_w}$$

Que también se puede escribir de la siguiente forma [8]:

$$\frac{1}{k_\infty} \frac{\partial k_\infty}{\partial N_w} = -\beta_m [\ln(1/p) - (1 - f)]$$

En la figura 18 se puede observar el efecto que tiene  $N_w$  sobre  $p$  y  $f$ : si disminuye, la absorción de resonancia aumenta (lo que provoca la disminución de  $p$ ) y decrece el factor de utilización térmica. Estos efectos se verán con más detalle a lo largo de esta sección.

En dicha figura, también se puede apreciar el efecto que tiene el MTC en el factor de multiplicación y en los dos parámetros que más influirán en  $\alpha_{MTC}$ : la probabilidad de escape a la resonancia y el factor de utilización térmica. En ella, se pueden distinguir dos regiones separadas por el punto óptimo de moderación, en el que el  $k$  alcanza su valor máximo:

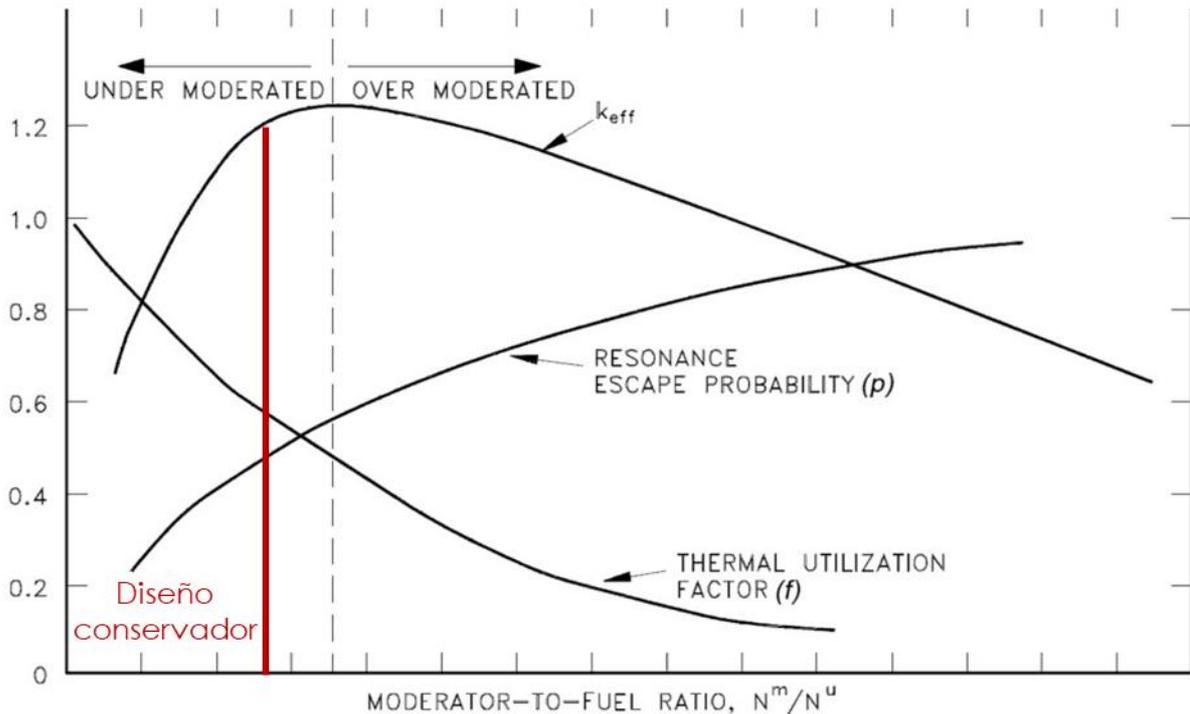


Figura 18. Factor de multiplicación, probabilidad de escape a la resonancia y factor de utilización térmica en función de la relación moderador-combustible [6]

- Región infra-moderada:

Si nos situamos a la izquierda de la división, en la zona en la que la relación  $N_W/N_U$  es demasiado pequeña y la moderación es insuficiente, una disminución de la densidad del moderador (provocada, por ejemplo, por su calentamiento) produciría un decremento de  $k$  y, con éste, de la reactividad. Así, se obtendría un MTC negativo y un sistema estable.

- Región sobre-moderada:

Si, por el contrario, estamos a la derecha, en la zona en la que la moderación es excesiva, el calentamiento del reactor produciría una reducción de la densidad del moderador y provocaría un aumento de  $k$  (y, por tanto, de la reactividad del núcleo). En este caso, tendríamos un MTC positivo y un sistema inestable.

Para garantizar la estabilidad en caso de un aumento repentino de la temperatura debido a algún tipo de accidente, se buscan siempre en el diseño de los reactores coeficientes de temperatura negativos. Por ello, y con el objetivo de dejar un margen de seguridad, los reactores se suelen construir en la región izquierda de la gráfica. Con esto, se consigue que el reactor se autorregule en caso de sobrecalentamiento repentino. Sin embargo, aunque el MTC sea, en general, negativo, pueden existir zonas específicas sobre-moderadas que tengan un coeficiente de temperatura positivo, como en los tubos guía de las barras de control.

Por otra parte, la sub-moderación (el margen de seguridad respecto al punto de máximo  $k$ ) está limitada por dos aspectos. En primer lugar, el puramente productivo, ya que, cuanto más te alejes del punto óptimo de moderación, más material físil necesitarás para mantener la reacción en cadena, perdiendo de esta forma rendimiento general en la planta. En segundo lugar, el límite mínimo de la sub-moderación viene dado por el efecto retroactivo que tiene un MTC negativo en la temperatura del moderador. Si consideramos un repentino descenso de la temperatura del moderador, debido, por ejemplo, a la introducción accidental de refrigerante en exceso al reactor; se sumaría una cantidad positiva a la reactividad. Esta cantidad de reactividad añadida dependerá, por tanto, de la magnitud del MTC, y debe ser limitada. En la práctica, el rango de valores típicos del MTC abarca desde 0 hasta los  $-90$  pcm/°C.

Por otro lado, en la Figura 18 se puede observar también cómo influye la relación moderador-combustible en otros dos factores que, a su vez, afectan a la reactividad. Esto hace que el cálculo del coeficiente de

temperatura del moderador sea algo más complejo que el efecto Doppler. Sin embargo, puede estudiarse de forma cualitativa. Así, partiendo de la ecuación que expresa el factor de multiplicación como el producto del infinito por el factor total de no-fuga, se puede dividir en varios coeficientes mediante el uso de logaritmos, como sigue:

$$k = k_{\infty} \mathcal{L}_{NF} = \varepsilon p f \eta \mathcal{L}_{NF}$$

$$\ln k = \ln \varepsilon + \ln p + \ln f + \ln \eta + \ln \mathcal{L}_{NF}$$

Teniendo en cuenta que  $\eta$  es independiente de la temperatura del moderador y que  $\varepsilon$  puede estimarse también constante, nos quedaría el siguiente coeficiente:

$$\alpha_{MTC} = \alpha_{MTC}^f + \alpha_{MTC}^p + \alpha_{MTC}^{\mathcal{L}_{NF}}$$

Por lo tanto, nos quedan 3 factores que dependen de la temperatura del moderador de diferentes formas:

- En primer lugar, se ha explicado que el factor de utilización térmica ( $f$ ) determina la probabilidad de que un neutrón térmico sea absorbido por el combustible y no por otros elementos, y viene dado por el cociente entre la sección eficaz macroscópica de absorción térmica del combustible y la suma de la de todos los elementos del reactor. Debido a los diferentes coeficientes de expansión térmica del moderador líquido y del combustible sólido que se encuentran en los reactores PWR, un incremento de temperatura del moderador provocaría la pérdida de una cierta cantidad del líquido del núcleo, ya que se dilataría más. La cantidad de absorción por parte del moderador y del refrigerante disminuyen respecto a la del combustible, por lo que el factor de utilización térmica aumenta. Esto produce un  $\alpha_{MTC}^f$  positivo.

Sin embargo, existe otro factor que puede influir en este parámetro: la concentración de ácido bórico. El boro es un elemento de los que se conocen como “venenos de neutrones”, y que se diluye en el reactor para disminuir su reactividad. Por ello, si la dilatación térmica lo expulsa también del núcleo, se estaría perdiendo parte de su efecto, aumentando la reactividad. De estos fenómenos se deduce que el coeficiente de temperatura del moderador respecto al factor de utilización térmica depende de la concentración de boro presente en el reactor.

- En el caso de la influencia de la probabilidad de escape a la resonancia ( $p$ ) en la reactividad, tenemos que la temperatura solo influye en uno de los términos que definen su ecuación: el producto  $\Sigma_{sM} V_M$ . Este factor, que multiplica el volumen del moderador por su sección eficaz de dispersión, es directamente proporcional al número total de neutrones moderadores y refrigerantes dentro del reactor. De igual forma que en el factor  $\alpha^f$ , un moderador líquido se dilataría a causa de un hipotético calentamiento del núcleo, lo que expulsaría una parte del total. Esto reduciría el producto  $\Sigma_{sM} V_M$  y conllevaría una disminución de  $p$ .

Estudiando el fenómeno de forma cualitativa, tenemos que el descenso de la densidad del moderador provocaría que los neutrones permanezcan en una energía más alta durante un período más largo, lo que aumentaría la probabilidad de captura sin fisión de estos neutrones. Esto produciría una disminución de  $k$ , quedando un  $\alpha^p$  negativo.

- Por último, tanto el coeficiente de fuga de neutrones térmicos como el de neutrones rápidos dependen de la temperatura y, por tanto,  $\mathcal{L}_{NF}$  también. En general, un aumento de la temperatura del moderador conllevaría un incremento en la probabilidad de fuga total, quedando un  $\alpha^{\mathcal{L}_{NF}}$  negativo.
  - En el caso de los neutrones rápidos, estas variaciones influyen en la sección eficaz macroscópica de dispersión, ya que la expansión térmica del agua produce un aumento de la longitud de moderación, lo que causaría una mayor fuga de neutrones rápidos.
  - En cuanto a los neutrones térmicos, se tienen dos efectos distintos: en primer lugar, la sección eficaz macroscópica de absorción de los neutrones disminuye con la temperatura. A su vez, se ha visto que un calentamiento disminuiría la sección eficaz de dispersión, lo que aumentaría el coeficiente de difusión, parámetro directamente proporcional a la fuga de neutrones térmicos. Ambos fenómenos tienen el mismo efecto: un aumento de la temperatura del moderador aumentaría la probabilidad de fuga de neutrones térmicos y, así, una disminución de la reactividad.

A continuación, a modo de ejemplo, se listan los valores típicos de varios coeficientes de temperatura en reactores PWR [9]:

Coeficientes de reactividad	
Coeficiente Doppler	+8 ~ - 94 pcm/°C
Coeficiente de temperatura del moderador (MTC)	-2.1 ~ - 5.2 pcm/°C
Coeficiente de vacío	+70 ~ - 310 pcm/f <sub>v</sub>
Coeficiente de presión	+8 ~ - 0.5 pcm/kg/cm <sup>2</sup>

Tabla 8. Valores típicos de coeficientes de reactividad en PWRs

Estos rangos de valores, junto con ecuaciones auxiliares que veremos a continuación y el desarrollo de otras ya vistas, nos permitirán estimar mediante simulaciones los cambios que sufrirá la reactividad como consecuencia de ciertas variaciones hipotéticas de temperatura, dentro de los intervalos típicos con los que se opera en las centrales.

### 3.3 Preparación de la simulación

A pesar de contar ya con varias ecuaciones y datos tabulados referentes a los principales factores que actuarán en las simulaciones, es necesario ordenarlos y darles la forma adecuada para obtener valores de los coeficientes de temperaturas relativamente precisos.

Se ha visto que los principales coeficientes de temperatura que producen cambios en la reactividad son debidos al coeficiente Doppler y a la variación de la densidad del moderador.

En primer lugar, en rangos de temperaturas cercanas a las típicas de operación de las centrales PWR, se ha obtenido experimentalmente un valor del coeficiente Doppler ( $\alpha_{DOP}$ ) cercano a -2 pcm/°C [10].

La densidad del agua líquida presenta un máximo en torno a los 4 °C. A temperaturas más elevadas, la densidad decrece: al principio de forma gradual y de forma más pronunciada conforme se acerca al punto de ebullición (que es de 345 °C si trabajamos a 155 bar). En las condiciones de operación nominales de un PWR, alrededor de los 310 °C, la densidad es de 70 kg/m<sup>3</sup>, y disminuye aproximadamente 0.25 puntos porcentuales por cada grado Celsius. Como también se ha visto en esta sección, estas variaciones de la densidad afectarán principalmente a los factores  $p$  y  $f$ .

Si la temperatura del agua crece, y por tanto se expande térmicamente, la probabilidad de escape a la resonancia disminuye, ya que los neutrones de moderan de forma menos efectiva:

$$p = e^{\left(-\frac{N_F V_F}{V_M \xi_M \Sigma_{SM}} I_{eff}\right)}$$

(Si  $T_M \uparrow$ ,  $N_m \downarrow$  y  $p \downarrow$ )

El valor aproximado de este coeficiente ( $\alpha_{MTC}^p$ ) es de -50 pcm/°C [10].

Por otro lado, el factor de utilización térmica responde de manera positiva a un aumento de la temperatura del agua, ya que la fuga que tiene lugar dentro del núcleo disminuye el número de núcleos moderadores que puedan absorber neutrones sin producir fisión. Para observarlo mejor, invertimos la ecuación estudiada de  $f$  y le restamos la unidad, escribiéndola de la siguiente forma y teniendo en cuenta que  $\overline{\Sigma_{a,M}}$  es directamente proporcional a  $N_m$ :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\overline{\Sigma_{a,M}} V_M \xi}{\Sigma_{a,F} V_F}$$

$$(Si T_M \uparrow, N_m \downarrow y f \uparrow)$$

Podemos desarrollar aún más la fórmula, teniendo en cuenta que  $N_m$  es proporcional a la densidad del agua, obteniendo lo siguiente:

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dT} = -(1-f) \frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dT}$$

Sabiendo que  $f$  es siempre menor que 1 -el primer factor es, por tanto, negativo- y que la densidad del agua decrece con la temperatura -el segundo factor sería también menor que 0-, obtenemos un coeficiente positivo y proporcional al factor  $1-f$  (proporcional a su vez a la sección eficaz macroscópica de absorción del moderador,  $\Sigma_a^M$ ).

Cuando, durante la operación del reactor, se añade boro para controlar la potencia, aunque en global tenga un efecto negativo sobre la reactividad (una media de  $-10$  pcm por ppm de boro), provoca que  $\Sigma_a^M$  crezca hasta llegar a triplicarse, lo que aumenta la "positividad" de este coeficiente. Este efecto proviene de la gran capacidad de captura que presenta el boro y del hecho de que se utilice normalmente en una solución acuosa, lo que hace que se expanda también con la temperatura, reduciendo así su concentración y, con ella, su sección eficaz macroscópica. Los órdenes de magnitud de este coeficiente ( $\alpha_{MTC}^f$ ) son los siguientes:  $+15$  pcm/ $^{\circ}$ C sin la presencia de boro y  $+45$  pcm/ $^{\circ}$ C añadiendo 1000 ppm de boro.

Para asegurar la estabilidad del reactor durante su ciclo de vida, es necesario tener en cuenta la variación -o *quema*- de combustible con el tiempo en el diseño de la central. En su puesta en marcha, al principio de su ciclo de vida, tenemos que la cantidad de combustible es máxima, e irá disminuyendo conforme se vaya consumiendo debido a las reacciones nucleares, provocando una pérdida de hasta diez mil pcm en el factor de reproducción. Por ello, al principio se debe añadir una gran cantidad de boro disuelto, para regular la reactividad y que no se produzcan sobrecargas, que se compensará con la manipulación de otro veneno que se irá disminuyendo gradualmente, con el objetivo de mantener el ciclo estable. Este veneno se introduce habitualmente en forma sólida mediante las barras de control. En el último capítulo del trabajo se estudiará cómo pueden compensarse picos eventuales de reactividad mediante dichas barras de control.

La presencia de boro también influye en la gráfica del factor de multiplicación en función de la moderación, moviendo el punto óptimo hacia la izquierda, como se muestra en la figura 19 [10]. Se suele elegir una proporción de moderación de diseño baja para dar un poco de flexibilidad en el uso del boro; y hay un límite a la concentración de boro permitida, correspondiente a la concentración que lleva a la moderación óptima en la relación de moderación elegida. Este límite no debe ser demasiado restrictivo, ya que, como hemos visto, el boro también puede tener un efecto positivo sobre la reactividad si aumenta la temperatura. Si el límite es demasiado bajo, no conseguirá añadir los suficientes pcm, y la reactividad se resentirá.

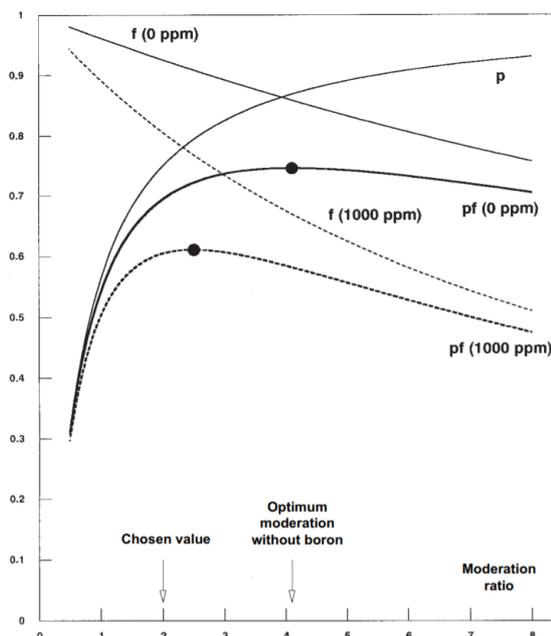


Figura 19. Punto óptimo de moderación: deformación de las curvas con la adición de boro en el agua [10]

Así, en un escenario sin boro (al final del ciclo, por ejemplo), el coeficiente total de temperatura del agua se podrá estimar con los valores mencionados anteriormente, y tendrá un valor muy negativo:

$$-50 + 15 = -35 \text{ pcm/}^\circ\text{C}$$

Y, si añadimos 1000 ppm de boro, el coeficiente está cerca de anularse:

$$-50 + 45 = -5 \text{ pcm/}^\circ\text{C}$$

Esto también significaría que un pequeño incremento en dicha cantidad de boro haría el coeficiente positivo, lo que amenazaría la seguridad del reactor. Por esta razón, se suele imponer un límite para la concentración de boro en los PWR, que coincide con la concentración de boro que optimiza la moderación.

Como resumen, agrupando los valores de los coeficientes vistos hasta ahora, contamos con las siguientes herramientas para simular cambios de temperatura a las condiciones típicas de operación de una central PWR (aproximadamente 150 bar y 310 °C):

Efecto (310 °C y 150 bar)		Coeficiente (pcm/°C)	
Doppler		-2	
MTC	p	-50	
	f	Sin Boro	+15
		Con Boro	+45

Tabla 9. Valores típicos de los coeficientes de temperatura

Se puede observar que los valores absolutos de los coeficientes de temperatura del moderador son bastante mayores que el coeficiente Doppler. Sin embargo, esto no significa que se deba despreciar. De hecho, como se ha comentado a principios de este capítulo, es el más importante en la estabilización del núcleo en caso de accidente, sobrecarga o aumento repentino de la reactividad. Esto se debe a su velocidad de actuación: mientras que los coeficientes relacionados con la temperatura del moderador tienen que esperar a que los diferentes mecanismos de transmisión de calor interconecten estas variaciones, el efecto Doppler es prácticamente inmediato, ya que se produce en el propio combustible en cuestión de milisegundos.

Teniendo los coeficientes de temperatura, podemos estimar la influencia de la temperatura en el factor de multiplicación ( $\gamma$ , por ende, en la reactividad). Para ello, aproximaremos la dependencia de  $k$  con diversos parámetros a una ecuación más sencilla y clara que nos permita simular diferentes escenarios, mediante una serie de Taylor.

En primer lugar, se ha visto que el factor de multiplicación depende, fundamentalmente, de 3 parámetros:

$$k = f(T, P, f_v)$$

Utilizamos el desarrollo de Taylor para obtener una aproximación en torno a un punto de funcionamiento, que será el típico de las centrales PWR (310 °C):

$$k = k_0 + \frac{\partial k}{\partial T}(T - T_0) + \frac{\partial k}{\partial P}(P - P_0) + \frac{\partial k}{\partial f_v}(f_v - f_{v0})$$

Como en este trabajo nos centramos únicamente en los efectos de la temperatura en la reactividad, suponemos que no varía ni la presión ni la fracción de vacío, por lo que se anulan ambos términos:

$$k = k_0 + \frac{\partial k}{\partial T}(T - T_0)$$

Sacando factor común  $k_0$ :

$$k/k_0 = 1 + \frac{1}{k_0} \frac{\partial k}{\partial T} (T - T_0)$$

Encontramos que el factor de multiplicación, como era de esperar, varía con la temperatura con un factor de proporcionalidad que sería nuestro coeficiente total de temperaturas, mediante la siguiente relación, en la que se supone que el reactor está en una situación crítica inicialmente ( $k_0 = 1$ ):

$$k = 1 + \alpha_T (T - T_0)$$

Este coeficiente total de temperatura puede dividirse en otros coeficientes particulares, siendo los más importantes los 3 vistos en este capítulo:

$$k = 1 + (\alpha_{FT} + \alpha_{MTC}^p + \alpha_T^f) (T - T_0)$$

Y, sabiendo la propia definición de la reactividad,

$$\rho = \frac{k - 1}{k}$$

Tenemos todas las herramientas necesarias para comenzar las simulaciones.

## 4 SIMULACIONES

En este penúltimo capítulo se modelará el comportamiento de un reactor PWR frente a cambios en su temperatura, haciendo uso de los conocimientos desarrollados a lo largo del trabajo. Concretamente, se estudiará cómo y cuánto variará la reactividad del núcleo cuando se somete a ciertos calentamientos y enfriamientos, siempre dentro de rangos cercanos a la temperatura de operación típica de este tipo de centrales. Además, para completar el trabajo, se introducirá el efecto que pueden tener en ella los venenos químicos y las barras de control de boro, métodos utilizados como control de eventuales picos de reactividad.

Antes, se comentará un factor que aparece con frecuencia en estas ecuaciones y en las definiciones vistas hasta ahora, y las condiciones o leyes que debe cumplir: el flujo difusivo y su relación con el neutrónico, determinada por la ley de Fick.

### 4.1 Flujo neutrónico y flujo difusivo

Aunque se denomine de la misma forma, el flujo neutrónico estudiado en la sección 2.1 no tiene el mismo significado que el término “flujo” utilizado en otros campos de la física o de la química. No representa exactamente cómo fluyen los neutrones a través del reactor, entendiendo este movimiento como un caudal de partículas. Éstos se mueven en direcciones aleatorias y, por tanto, pueden no “fluir” en el sentido estricto de la palabra. El estudiado hasta ahora está más relacionado con las densidades, mientras que el flujo de neutrones verdaderamente se apreciará cuando haya diferencias espaciales en su densidad. Este “flujo de flujos” se denomina densidad de corriente o flujo difusivo ( $J$ ). A diferencia del flujo neutrónico, el difusivo representa el número de neutrones que cruzan una superficie en una sola dirección por unidad de tiempo (el área transversal será perpendicular a la dirección del haz). Mientras que  $\phi$  es una unidad escalar,  $J$  es vectorial, y se define mediante la siguiente integral [6]:

$$J = \int_{4\pi} n(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) \mathbf{v} d\Omega$$

Donde

- $n$  es la densidad atómica de neutrones que viajan dentro del cono  $d\Omega$  situado en  $\mathbf{r}$  en la dirección  $\boldsymbol{\omega}$
- $\mathbf{v}$  es el vector de velocidades de los neutrones (en el flujo neutrónico se utiliza la velocidad escalar)

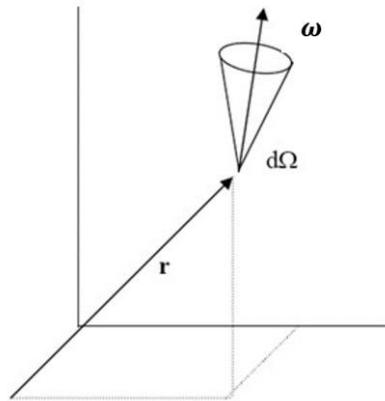


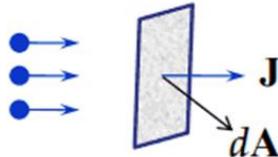
Figura 20. Representación geométrica del flujo difusivo

En la siguiente imagen [6] se puede apreciar la diferencia entre  $\phi$  y  $J$  desarrollada de forma más técnica, aunque para entenderla en profundidad son necesarias nociones geométricas y físicas que escapan del objeto de este trabajo:

Flujo neutrónico 

$$\phi(\mathbf{r}, E) \equiv \sum_i v n(\mathbf{r}, \Omega_i, E) = \int_{4\pi} v n(\mathbf{r}, \Omega, E) d\Omega$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, E) \equiv \sum_i \mathbf{v}_i n(\mathbf{r}, \Omega_i, E) = \int_{4\pi} \mathbf{v} n(\mathbf{r}, \Omega, E) d\Omega$$

Flujo difusivo 

$\mathbf{v} = v\Omega,$

Figura 21. Definición y representación de flujo neutrónico y flujo difusivo

La relación existente entre el flujo neutrónico y el difusivo se puede estimar mediante las leyes de Fick. A grandes rasgos, estas leyes explican que, en situaciones en las que existen gradientes de concentración de una sustancia (o de temperatura), se produce un flujo de partículas (o de calor) que tiende a homogeneizar la disolución y uniformar la concentración (o la temperatura).

#### 4.1.1 Ley de Fick

La primera ley de Fick establece la relación existente entre el flujo neutrónico y el flujo difusivo de neutrones y, en una dimensión, se escribe de la siguiente manera:

$$J = -D \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

Siendo  $D$ ,  $\phi$  y  $J$  parámetros ya estudiados: el coeficiente de difusión, el flujo neutrónico y el flujo difusivo en la dirección  $x$ , respectivamente.

En tres dimensiones, quedaría:

$$J = -D\nabla\phi$$

En el que  $\nabla$  es el gradiente del flujo, operador matemático que representa la derivada de  $\phi$  en cada dirección, que en coordenadas cartesianas sería de la forma:

$$\nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$$

Su interpretación física es similar a la de los flujos de materia en una mezcla. Los neutrones fluyen desde las zonas de mayor hacia las de menor concentración. Esto es una consecuencia natural del hecho de que se tengan mayores densidades de colisión en las posiciones de mayor densidad de neutrones.

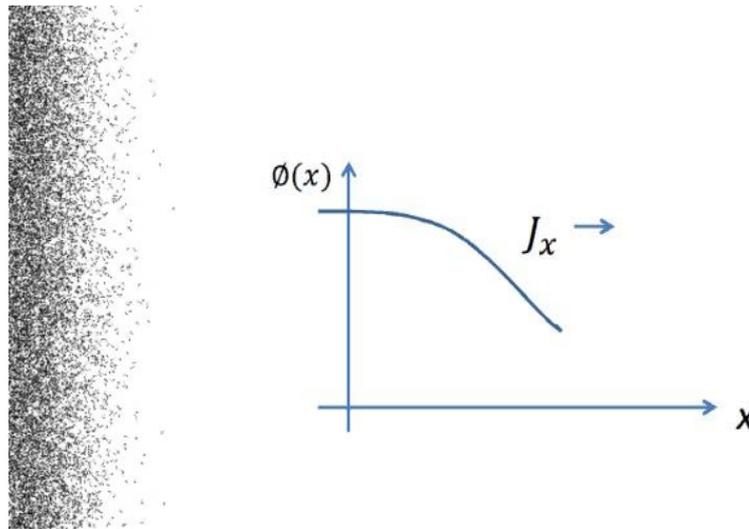


Figura 22. Interpretación física de la ley de Fick [6]

Consideraremos que los neutrones que atraviesan el plano en  $x=0$  de izquierda a derecha proceden de las colisiones a la izquierda del plano. Como la concentración de neutrones y el flujo es mayor para valores negativos de  $x$ , hay más colisiones por centímetro cúbico en esa zona. Por lo tanto, se dispersan más neutrones de la izquierda a la derecha, y no al revés. Así, los neutrones se difunden naturalmente hacia la derecha.

#### Validez de la Ley de Fick

Es importante subrayar que la ley de Fick se desarrolló bajo ciertas hipótesis. En el caso de no cumplirse alguna de ellas, debe sustituirse por otra manera de estudiar los flujos o compensarse mediante correcciones experimentales. Las condiciones son las siguientes:

- Medio infinito: esta suposición es necesaria para permitir la integración en todo el espacio. Se puede corregir de forma sencilla, ya que la influencia del flujo de neutrones se anula más allá de una pequeña distancia desde el contorno del sistema.
- Fuentes: la ley asume que la contribución al flujo procede principalmente de reacciones de dispersión elástica.
- Medio uniforme.
- Dispersión isotrópica: esta hipótesis es asumible a bajas energías, pero no en las condiciones de operación de un reactor. La dispersión anisotrópica puede corregirse modificando el coeficiente de difusión (valor escalar), sustituyéndolo por un tensor (forma matricial).
- Medio poco absorbente: la ley supone que el flujo neutrónico varía lentamente.
- Flujo independiente del tiempo: estudia sistemas estacionarios.

La ley de Fick no es suficiente para obtener la ecuación que represente la difusión de neutrones en un reactor, necesitamos otra fórmula que incluya el balance de materia en el núcleo.

### 4.1.2 Ecuación de continuidad

La formulación matemática de la teoría de difusión de neutrones se basa en el balance de neutrones en un sistema dentro un diferencial volumétrico específico. Dado que los neutrones no desaparecen (se desprecia la desintegración  $\beta$ ) el siguiente balance de neutrones debe ser válido en un volumen arbitrario  $V$ :

Variación de la densidad de neutrones = Neutrones producidos – neutrones absorbidos – neutrones fugados

$$\int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV \quad \int_V s dV \quad \int_V \Sigma_a \phi dV \quad \int_V \text{div } \mathbf{J} dV$$

Sustituyendo e integrando, obtenemos:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = s - \Sigma_a \phi - \nabla \cdot \mathbf{J}$$

Siendo:

- $n$  la densidad de neutrones
- $s$  el ritmo con el que las fuentes emiten neutrones por  $\text{cm}^3$
- $\mathbf{J}$  la corriente de neutrones
- $\phi$  el flujo de neutrones
- $\Sigma_a$  la sección eficaz macroscópica de absorción.
- $\nabla \cdot \mathbf{J}$  (o  $\text{div } \mathbf{J}$ ) es la divergencia de la corriente de neutrones, operador matemático que representa la suma de las derivadas del vector  $\mathbf{J}$  en cada dirección, que en coordenadas cartesianas sería de la forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}$$

En estados estacionarios en los que  $n$  no depende del tiempo, la ecuación de continuidad queda:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \Sigma_a \phi - s = 0$$

### 4.1.3 Ecuación de difusión

Determinadas ya la ley de Fick y la ecuación de continuidad, es posible estudiar cómo se difunden los neutrones en el reactor de forma cuantitativa, sustituyendo la primera en la segunda y operando:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = s - \Sigma_a \phi - \nabla \cdot (-D \nabla \phi)$$

Sabiendo que

$$\nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \Delta$$

Donde  $\Delta$  es el operador laplaciano, que representa la divergencia del gradiente del flujo.

Con esto y la definición del flujo:

$$\phi = n v$$

obtenemos la ecuación de difusión:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = s + D \Delta \phi - \Sigma_a \phi$$

Sin embargo, el término a la izquierda de la identidad varía con el tiempo, y no es acertado utilizar la ley de Fick en estos casos. Así, se puede particularizar para problemas lo suficientemente estacionarios en los que se

puedan despreciar las variaciones de las propiedades con el tiempo, quedando de la siguiente forma:

$$0 = s + D\Delta\phi - \Sigma_a\phi$$

El reactor estudiado en nuestras simulaciones contendrá una mezcla homogénea de combustible y refrigerante y operará a niveles razonables de potencia, lo que provoca que la mayoría de los neutrones procedan de fisiones, y no de otras fuentes (como sí puede ocurrir trabajando a potencias muy bajas). Así, se puede expresar el factor  $s$  como sigue:

$$s = \nu\Sigma_f\phi$$

Si la fuente de neutrones no equilibra los términos de fuga y absorción, el lado derecho de la ecuación de difusión es distinto de cero. Para equilibrar la ecuación, multiplicamos el término de la fuente por un factor  $1/k$ , donde  $k$  es una constante experimental, pudiéndose escribirse de la siguiente forma:

$$0 = \frac{1}{k}\nu\Sigma_f\phi + D\Delta\phi - \Sigma_a\phi$$

Ahora, podemos definir el pandeo geométrico (un factor experimental que hemos visto que influye en la fuga de neutrones) de la siguiente manera:

$$B_G^2 = \frac{1}{D}\left(\frac{1}{k}\Sigma_f - \Sigma_a\right)$$

Quedando así la ecuación de difusión para el reactor estudiado:

$$\Delta\phi_T = -B_G^2\phi_T$$

Ésta permite estudiar el movimiento de los neutrones en el interior del núcleo, que ha demostrado ser clave en su factor de reproducción y, por tanto, en su reactividad.

## 4.2 Control de la reactividad

### 4.2.1 Venenos químicos

En los PWR, parte del control de la reactividad se produce variando la concentración de ácido bórico presente en el reactor. Sin embargo, al ser más lento en actuar que las barras de control, este método se utiliza para regular los cambios de reactividad a largo plazo, provocados por factores como la quema del combustible o la aparición de venenos procedentes de las reacciones nucleares que tienen lugar en el reactor. Por otra parte, el veneno se distribuye de forma aproximadamente uniforme a lo largo del reactor, por lo que puede variarse sin perturbar apenas la potencia térmica del núcleo, lo que beneficia su estabilidad. Además, su uso permite disminuir el número de barras de control necesarias en el montaje de una central, lo que abarata su coste.

Cabe destacar que un reactor se debe alimentar inicialmente con una masa de combustible mayor a la crítica (si no fuera así, caería en un estado subcrítico tras la primera fisión). Esto se compensa inicialmente mediante las varillas de control y un exceso de venenos químicos. Posteriormente, a medida que se consume el combustible de la central durante su ciclo de vida, el veneno se reduce para mantener el estado crítico deseado. También es posible introducir sustancias químicas que se eliminen naturalmente debido a las reacciones presentes en la reacción (venenos consumibles). La figura 23 muestra la variación de ambos tipos de veneno en un reactor a lo largo de su ciclo de vida.

También se puede observar en ella el estado transitorio inicial del núcleo, que tiene lugar durante su arranque para ponerlo en marcha. En estos primeros instantes, la concentración de venenos químicos disminuye de forma brusca, en un proceso que se conoce como acercamiento a la criticalidad. Inicialmente, la concentración de boro es mayor que la necesaria para anular la reactividad, por lo que es necesario reducirla (esto se puede hacer, por ejemplo, introduciendo agua condensada sin veneno procedente del sistema de refrigeración).

El proceso de aproximación a la criticalidad también se puede llevar a cabo maniobrando con las barras de control, pero en ocasiones el defecto de reactividad es demasiado elevado y hace que las varillas no sean suficiente para alcanzar el estado crítico deseado.

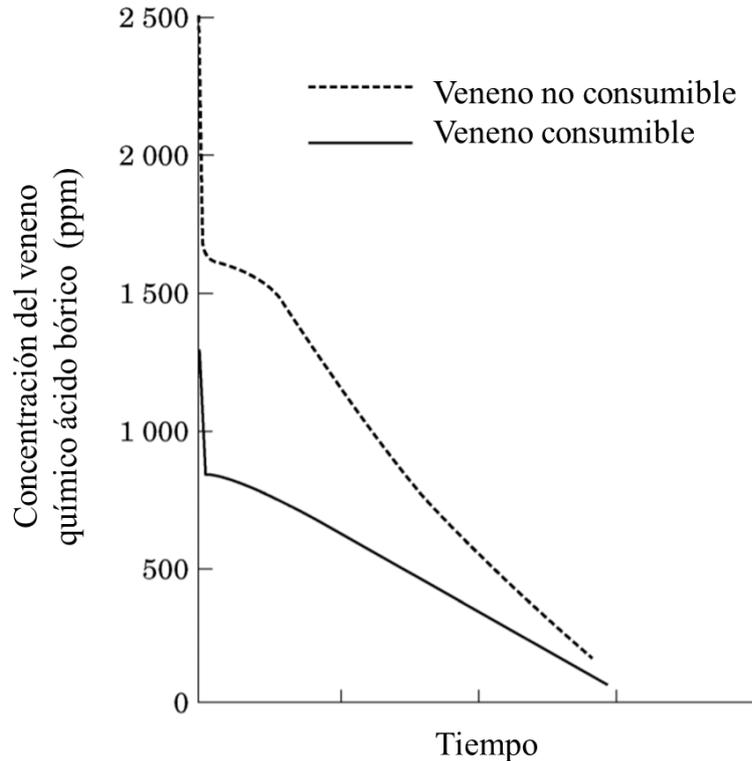


Figura 23. Variación del veneno químico a lo largo del ciclo de vida de una central [11]

Los efectos principales que tienen los venenos químicos sobre la reactividad del núcleo se deben a su influencia en el factor de utilización térmica. Estos efectos se pueden incluir en un parámetro definido como el valor del ácido bórico ( $\rho_{ab}$ ) para una cierta concentración.

Este valor del ácido bórico (las barras de control tendrán su valor análogo,  $\rho_{BC}$ ), puede entenderse como un sustraendo que se le añade a la reactividad para compensar posibles desviaciones del valor deseado (cero). Así, si en algún momento y por algún motivo se dispara la reactividad, para controlar el reactor se hará uso de los venenos químicos (y/o de las barras de control) con el objetivo de restar a  $\rho$  la cantidad que sea necesaria para volver a llevar el núcleo a su estado crítico ( $\rho_{tot} = 0$ ).

Estos valores se pueden entender mediante la siguiente expresión:

$$\rho_{tot} = \rho - \sum \rho_{control}$$

Siendo:

- $\rho_{tot}$ : el valor de la reactividad tras los efectos de los sistemas de control de la central.
- $\rho$ : el valor de la reactividad sin interferencias externas.
- $\rho_{control}$ : valores de las variaciones que producen en la reactividad los sistemas de control (que, en este trabajo, serán dos: ácido bórico y barras de control).

En el caso del ácido bórico,  $\rho_{ab}$  puede estimarse mediante la siguiente ecuación [9]:

$$\rho_{ab} = \frac{\overline{\Sigma_{aB}}}{\overline{\Sigma_{aF}} + \overline{\Sigma_{aM}}}$$

Siendo  $\overline{\Sigma_{aB}}$ ,  $\overline{\Sigma_{aF}}$  y  $\overline{\Sigma_{aM}}$  valores medios de las secciones eficaces macroscópicas de absorción del boro, del combustible y del moderador, respectivamente.

Dividiendo el numerador y el denominador entre  $\overline{\Sigma_{aM}}$ , la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\rho_{ab} = \frac{\overline{\Sigma_{aB}}/\overline{\Sigma_{aM}}}{\overline{\Sigma_{aF}}/\overline{\Sigma_{aM}} + 1}$$

Por otro lado, factor de utilización térmica de un reactor simplificado (compuesto por agua y combustible, sin boro) se puede aproximar mediante  $\overline{\Sigma_{aB}}$ ,  $\overline{\Sigma_{aF}}$  y  $\overline{\Sigma_{aM}}$ , quedando de la forma [9]:

$$f_0 = \frac{\overline{\Sigma_{aF}}}{\overline{\Sigma_{aM}} + \overline{\Sigma_{aF}}}$$

donde  $f_0$  es el factor de utilización térmica en ausencia de boro.

Se puede escribir el cociente  $\overline{\Sigma_{aF}}/\overline{\Sigma_{aM}}$  como sigue:

$$\frac{\overline{\Sigma_{aF}}}{\overline{\Sigma_{aM}}} = \frac{f_0}{1 - f_0}$$

Con esto, es posible obtener esta ecuación del valor del ácido bórico:

$$\rho_{ab} = (1 - f_0) \frac{\overline{\Sigma_{aB}}}{\overline{\Sigma_{aM}}}$$

La concentración del veneno químico suele darse en partes por millón (ppm) de agua. Si  $C$  es la concentración de ácido bórico en ppm y, sabiendo que un ppm equivale a un gramo de boro por  $10^6$  gramos de agua, se puede escribir la relación másica boro-agua como sigue:

$$\frac{m_B}{m_w} = C \times 10^{-6}$$

El peso atómico del boro es 10.8 y, el del agua, 18, por lo que la relación de densidades atómicas entre el boro y el agua queda de la siguiente forma:

$$\frac{N_B}{N_w} = \frac{18}{10.8} C \times 10^{-6}$$

Y, conociendo los valores medios de las secciones eficaces del boro y del agua (759 y 0.66, respectivamente [11]) nos posibilita desarrollar el término  $\frac{\overline{\Sigma_{aB}}}{\overline{\Sigma_{aM}}}$  visto en la última ecuación de  $\rho_{ab}$ :

$$\frac{\overline{\Sigma_{aB}}}{\overline{\Sigma_{aM}}} = \frac{N_B \overline{\sigma_{aB}}}{N_w \overline{\sigma_{aW}}} = \frac{18 \cdot 759}{10.8 \cdot 0.66} \times 10^{-6} C$$

Así, introduciendo el desarrollo en la fórmula del valor del ácido bórico, queda de la siguiente manera:

$$\rho_{ab} = 1.92 \times 10^{-3} (1 - f_0) C$$

#### 4.2.2 Barras de control

Las barras de control se implementan con el objetivo de cumplir varios propósitos:

- Cambios en el grado de criticalidad del reactor, con el fin de subir o bajar el nivel de potencia según la demanda energética.
- Variar el flujo térmico y la distribución calorífica en el núcleo, generalmente buscando la uniformidad.
- Apagar el reactor manual o automáticamente en caso de comportamiento inusual o accidente.
- Mantener un estado crítico compensando los cambios en las propiedades del sistema que tienen lugar a lo largo de su vida útil, como la quema del combustible.

De forma análoga a como ocurría con los venenos químicos, se puede definir una variable que exprese la variación necesaria de reactividad que deben aportar las barras de control para compensar un cierto desajuste o cumplir alguna de las funciones mencionadas, el valor de las barras de control ( $\rho_{bc}$ ).

El cálculo de este factor es más complicado que el del valor de los venenos químicos, pero es posible obtener una aproximación siguiendo una serie de simplificaciones hasta llegar a una fórmula lo suficientemente precisa para este trabajo.

### Barra única central

En primer lugar, estudiaremos el caso de una única barra de control de radio  $a$  situada en el centro geométrico del reactor cilíndrico de radio  $R$  y altura  $H$ . La hipótesis simplificativa inicial consiste en suponer que se asume que, cuando la varilla se retira del reactor, el agujero que deja se llena con material del núcleo y en el caso contrario; cuando se inserta la barra, un cilindro de material del núcleo es apartado.

Además, supondremos que el reactor es crítico cuando la varilla está fuera del reactor. El flujo de neutrones en ese caso tiene la forma que se muestra en la figura 24, y viene determinado por la siguiente ecuación [9]:

$$\nabla^2 \phi_T + B_0^2 \phi_T = 0,$$

donde  $B_0^2$  es el pandeo geométrico mencionado en secciones anteriores para un reactor desnudo. Si la barra se inserta completamente en el reactor, el flujo toma la forma mostrada en la figura, debido a la absorción de neutrones que genera la barra de control.

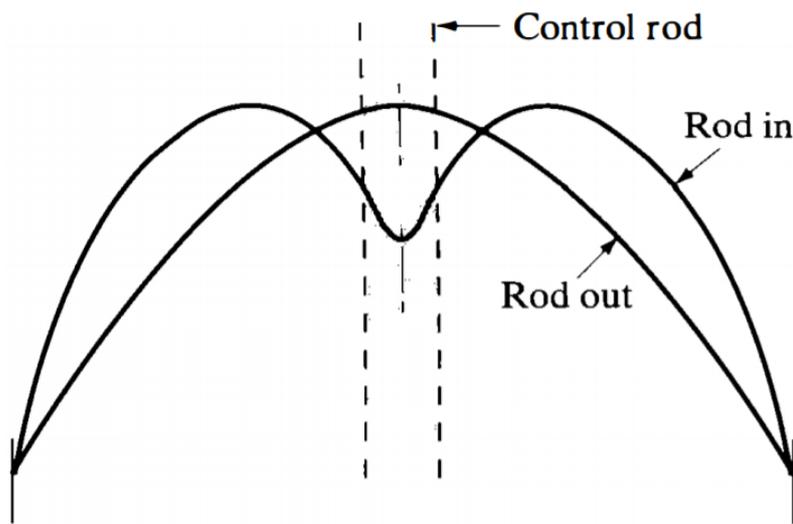


Figura 24. Flujo de neutrónico con y sin barra de control [9]

Este flujo puede ser expresado mediante la siguiente fórmula análoga a la anterior:

$$\nabla^2 \phi_T + B^2 \phi_T = 0,$$

en la que  $B^2$  representa, por su parte, el pandeo geométrico del reactor con la varilla presente.

A continuación, recuperamos la ecuación que define el factor de multiplicación en función de  $k_\infty$  y la particularizamos para el caso del reactor inicialmente crítico (sin barras de control):

$$k_0 = \frac{k_\infty}{1 + B_0^2 M_T^2} = 1$$

En el caso de la varilla insertada, por su parte, quedaría:

$$k = \frac{k_\infty}{1 + B^2 M_T^2}$$

Retomando también la definición introducida en la sección 2 de la reactividad y operando, tenemos:

$$\rho = \frac{k - 1}{k} = \frac{k - k_0}{k}$$

Ahora, igualamos esta reactividad al valor de las barras de control  $\rho_{bc}$ , y obtenemos la siguiente ecuación:

$$\rho_{bc} = |\rho| = \frac{k - k_0}{k} = \frac{(B^2 - B_0^2) M_T^2}{1 + B_0^2 M_T^2},$$

Que, teniendo en cuenta que  $B_0^2 \approx B^2$ , se puede reescribir como sigue:

$$\rho_{bc} = \frac{2M^2 B_0 \Delta B}{1 + B_0^2 M_T^2}$$

En la que

$$\Delta B = B - B_0$$

De las anteriores ecuaciones se deduce que, para calcular  $\rho_{cr}$  es necesario hallar previamente  $B_0$  y  $B$ .

$B_0$  se puede obtener a partir de la fórmula siguiente [9]:

$$B_0 = \left(\frac{2.405}{\tilde{R}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\tilde{H}}\right)^2$$

Donde  $\tilde{R}$  y  $\tilde{H}$  son distancias modificadas función del parámetro  $d$ , la distancia de extrapolación. Este factor es utilizado para corregir las desviaciones del flujo neutrónico del modelo estudiado en las proximidades de la superficie del reactor [9], debidas a la diferencia de comportamiento del neutrón en estas condiciones:

$$\tilde{R} = R + d$$

$$\tilde{H} = H + d$$

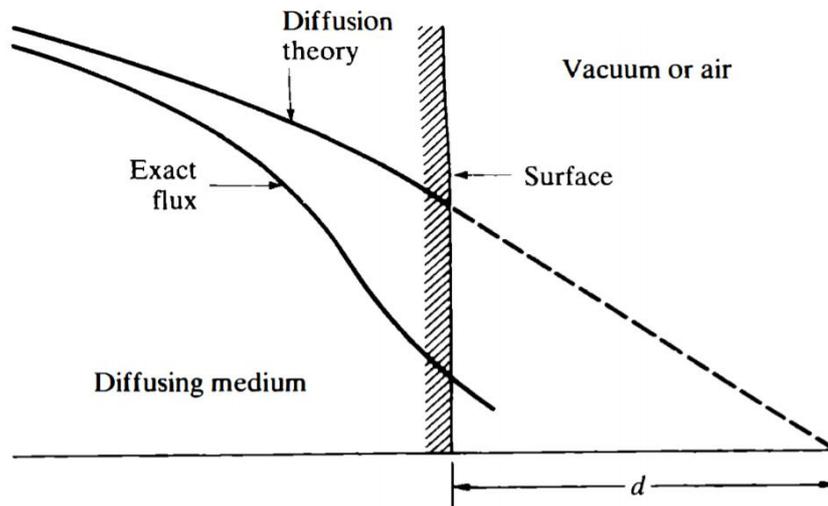


Figura 25. Distancia de extrapolación en la superficie del reactor

Este parámetro surge como aproximación matemática del comportamiento del flujo neutrónico cuando se acerca a la superficie, ya que el modelo estudiado (la ley de Fick) no sirve para estas regiones del reactor. En esta aproximación experimental se supone que el flujo se desvanece completamente a partir de una pequeña distancia  $d$  de la superficie, lo cual no tiene demasiado sentido físico, pero ha demostrado ser un concepto lo suficientemente preciso.

Esta distancia de extrapolación también es útil para hallar el factor que falta de la ecuación del  $\rho_{bc}$ , el pando de la barra  $B$ . Para ello, se supone que el reactor está rodeado por el vacío, ya que el camino libre medio de un neutrón en el aire es mucho mayor que dentro del núcleo, lo que hace que apenas entren rebotados al reactor. Particularizando la ley de Fick en la superficie de la barra, quedaría la siguiente condición de contorno:

$$\frac{1}{\phi_0} \frac{d\phi_T}{dx} \approx -\frac{3}{2} \frac{1}{\lambda_t} = -\frac{1}{d}$$

Obteniendo que:

$$d \approx \frac{2}{3} \lambda_t$$

donde  $\lambda_t$  es el recorrido libre medio de un neutrón térmico.

Esta aproximación teórica se puede precisar experimentalmente para medios homogéneos y poco absorbentes, quedando una solución más exacta:  $d = 0.7104 \lambda_t$ .

Sabiendo que, como se vio en la sección 2,  $\lambda_t$  es la inversa de la sección eficaz macroscópica de dispersión, y la relación que ésta tiene con el coeficiente de difusión ( $D$ ),

$$D = \frac{1}{3 \Sigma_s} = \frac{1}{3} \lambda_t$$

se puede hallar la distancia de extrapolación a partir de  $D$ :

$$d = 0.7104 \cdot 3D$$

De la tabla 4 se puede obtener el valor del coeficiente de difusión de los neutrones térmicos en el agua ligera, moderador utilizado en los PWR, que será de 0.142 cm. Así, para estas condiciones, tenemos una distancia de extrapolación igual a 0.3026 cm.

Aunque se han mencionado varias ecuaciones útiles para el cálculo de  $B$  (y, por tanto, de  $\rho_{bc}$ ), las últimas resoluciones de las ecuaciones diferenciales de flujo son demasiado complejas para este trabajo y requieren de estudios más avanzados. Sin embargo, en el caso de que  $B^2$  no sea muy diferente de  $B_0^2$ , existe una aproximación para hallar el valor de la barra de control [9]:

$$\rho_{bc} = \frac{7.43M_T^2}{(1 + B_0^2M_T^2)R^2} \left[ 0.116 + \ln \left( \frac{R}{2.405a} \right) + \frac{d}{a} \right]$$

donde  $a$  es el radio de la barra.

### **Conjunto de barras**

Se ha estudiado en primer lugar el caso de una única barra de control introducida en el centro del reactor, pero en la práctica, el núcleo no suele controlar con solo una varilla, ya que una barra de esas características distorsionaría demasiado el flujo de neutrones, cuando normalmente se busca lo contrario. Además, de esta forma se vería afectada la seguridad del reactor, ya que no habría barras adicionales compensando posibles fallos de la principal. Por ello, todos los reactores cuentan con un grupo de barras de control, y el cálculo de su influencia en la reactividad es algo más complejo que el visto hasta ahora.

En la actualidad, existen dos formas generalizadas de distribuir las barras, orientadas a un tipo u otro de reactor.

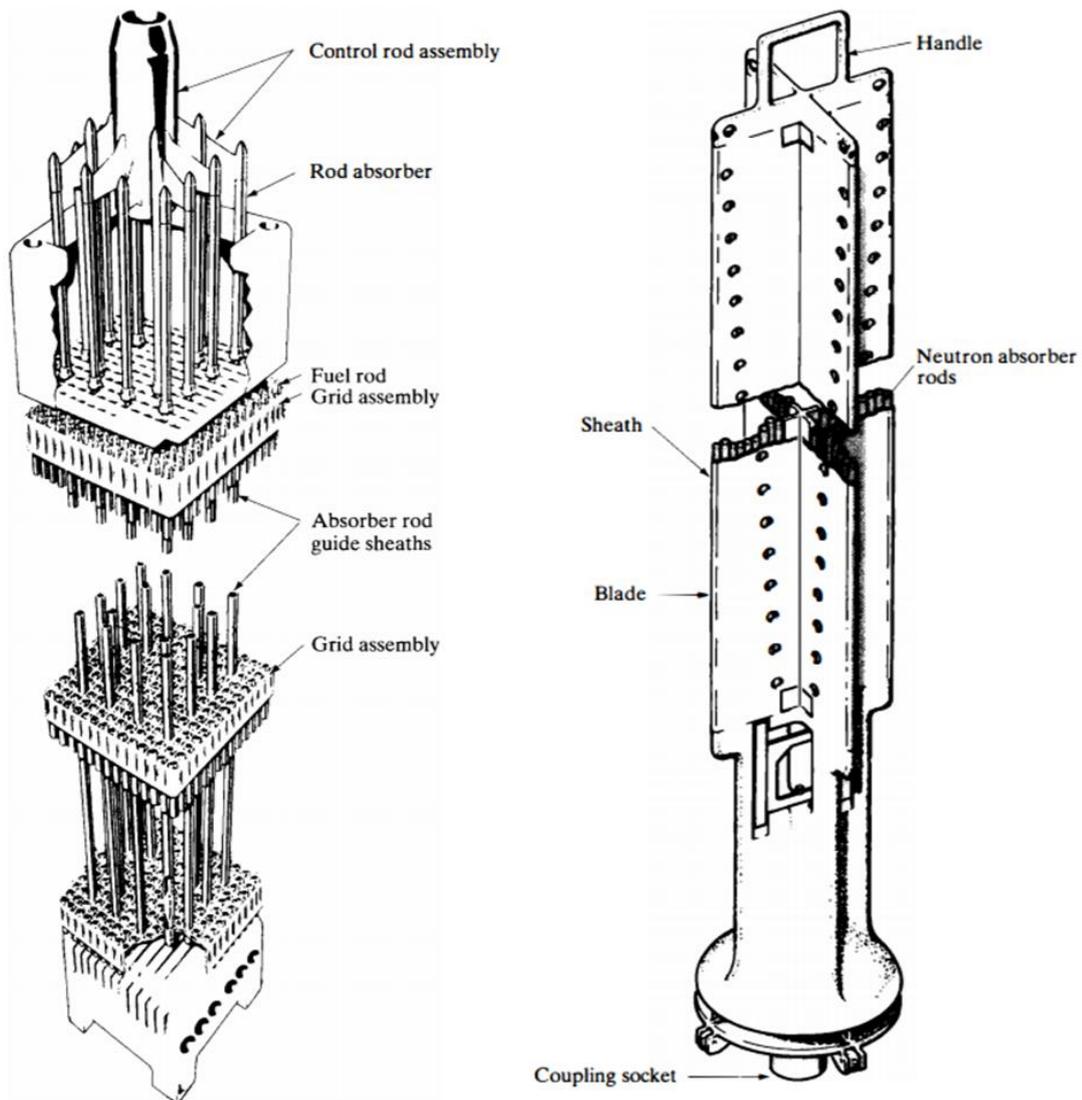


Figura 26. Barras de control dispuestas en racimos (izquierda) y en cruces (derecha) [9]

- En los PWR, por ejemplo, las barras de control se combinan en racimos de 20 barras que se insertan desde la parte superior de la vasija y que las conectan mediante una placa metálica llamada “araña”. En un reactor convencional suele haber 50 o 60 de estos racimos, haciendo un total de unas 1000 barras. Este gran número de barras con un valor de reactividad relativamente bajo mantiene el flujo de neutrones lo más uniforme posible en todo el núcleo. El material absorbedor de neutrones es una aleación de Ag-In-Cd, que presenta una absorción de neutrones algo débil, lo que produce menos picos de flujo.
- Por otro lado, la distribución de las barras de control de los BWR consiste en dos cuchillas cruzadas encajadas en cada esquina entre los ensamblajes de combustible. Estas barras cruciformes elevan la relación superficie/volumen, mejorando el control. El carburo de boro ( $B_4C$ ) o el hafnio (Hf) son los materiales típicos que componen este tipo de barras de control. En estos reactores, las varillas se introducen desde abajo, lo que provoca que su efecto en la reactividad se acentúe más en la parte inferior del núcleo que en la superior, donde la proporción de vacío es alto y el espectro neutrónico es más duro.

Los efectos de un conjunto de barras en forma de racimo sobre la reactividad se pueden estimar mediante su valor de control,  $\rho_{BC}$ , que se obtiene comparando el factor de multiplicación del reactor con y sin las barras, consiguiendo la siguiente ecuación:

$$\rho_{BC} = \frac{f_R}{1 - f_R}$$

Donde  $f_R$  es el parámetro conocido como factor de utilización de las barras, determinado por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{f_R} = \frac{(z^2 - y^2)d}{2a} + E(y, z)$$

Siendo:

- $a$  el radio de la barra,
- $d$  la distancia de extrapolación,
- $y = a/L_T$ , donde  $L_T$  es la longitud de difusión térmica,
- $z = R_C/L_T$ , donde  $R_C$  es el radio de la celda equivalente
- $E(y, z)$  es la función de red vista en la sección 2.2.

### **Barras de control parcialmente insertadas**

Hasta este momento, hemos estudiado los efectos de las barras de control en un reactor cuando se encuentran completamente insertadas. Sin embargo, en muchas situaciones durante la operación de una central se introducen parcialmente. Esto ocurre, por ejemplo, cuando el reactor se pone en marcha, momento en el que las varillas se encuentran inicialmente insertadas por completo y se van retirando gradualmente a medida que el combustible se consume y que los venenos de fisión se acumulan. Por ello, es útil estudiar el efecto que tienen las barras de control sobre la reactividad en función de su distancia de inserción.

Llamemos  $\rho_{BC}(x)$  al valor de una o varias barras de control insertadas una distancia  $x$  paralelamente al eje del cilindro al que hemos aproximado el núcleo del reactor, de altura  $H$ , y supongamos que  $\rho_{BC}(H)$  es el valor cuando se encuentran completamente introducidas las varillas. Experimentalmente, se ha llegado a la conclusión de que  $\rho_{BC}(x)$  y  $\rho_{BC}(H)$  se encuentran relacionados mediante la siguiente fórmula:

$$\rho_{BC}(x) = \rho_{BC}(H) \left[ \frac{x}{H} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi x}{H} \right) \right]$$

Y es una relación fácilmente de entender observando la siguiente figura [9]:

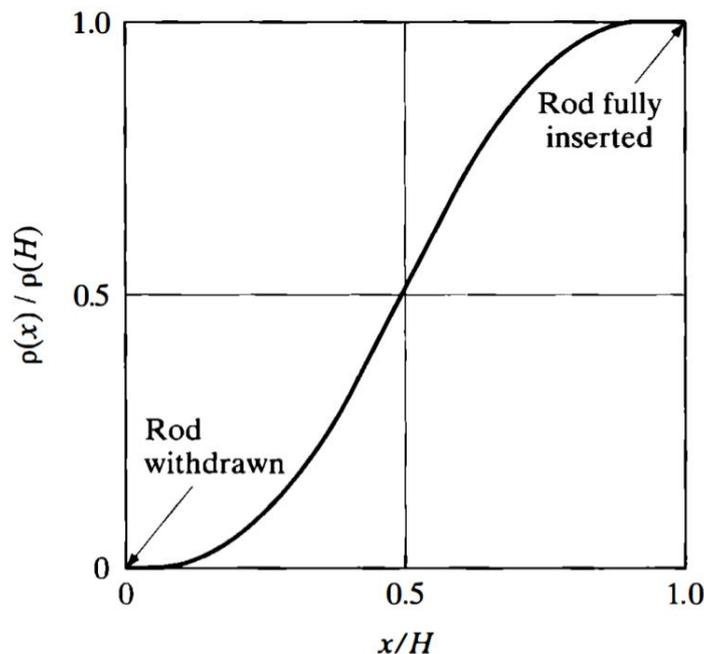


Figura 27. Valor de las barras de control en función de su profundidad de inserción

Se puede apreciar que  $\rho_{BC}(0) = 0$  y  $\rho_{BC}(x)$  cuando se inserta completamente es  $\rho_{BC}(H)$ .

En la práctica, se suele utilizar también la derivada de la relación  $\rho_{BC}(x)/\rho_{BC}(H)$  respecto a la profundidad  $x$ :

$$\frac{1}{\rho_{BC}(H)} \frac{d\rho_{BC}(x)}{dx} = \frac{1}{H} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{H}\right) \right]$$

Esta expresión proporciona la relación fraccional del cambio de reactividad por unidad de profundidad de inserción, y se puede apreciar su evolución en la figura 28 [9]:

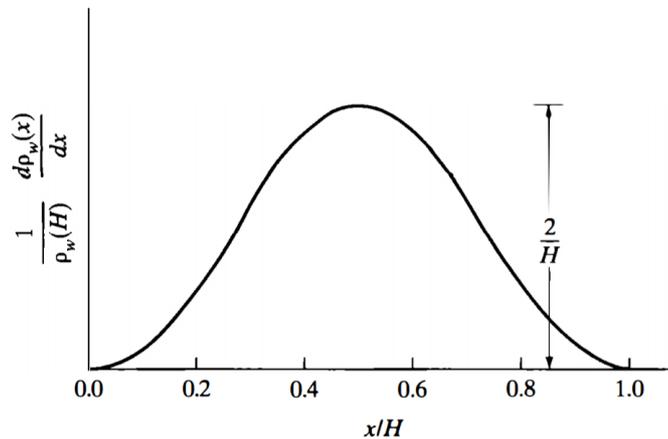


Figura 28. Velocidad de variación del valor de las barras en función de su profundidad de inserción

Como se puede observar, la reactividad varía relativamente poco con la profundidad al principio y al final de la inserción. En términos físicos, esto se debe a que en estas dos situaciones el tope de la barra se mueve alrededor de regiones donde el flujo es muy pequeño y, por tanto, el número de neutrones absorbidos es también bajo. En cambio, en regiones cercanas al centro del núcleo, las barras de control influyen sustancialmente en el valor de la reactividad, provocando grandes cambios cuando varía su profundidad de inserción.

### 4.3 Cálculos y simulaciones

Con todo lo que se ha visto en este trabajo, es posible realizar ciertas simulaciones simplificadas que reproduzcan la respuesta de la reactividad del núcleo de una central PWR a cambios en su temperatura, así como estimar los valores de venenos químicos y barras de control que debemos aportar para compensar estas desviaciones, ya que durante el funcionamiento normal del reactor nos interesará mantenerlo en una situación crítica, con  $k=1$  y  $\rho=0$ . Antes, se deberán establecer ciertos parámetros y consideraciones que ayuden a entender los cálculos.

#### 4.3.1 Consideraciones previas

Aunque se hayan mencionado todas las ecuaciones que describen las variaciones de la reactividad con la temperatura, es conveniente recordar las que se usarán en las simulaciones a modo de recopilatorio, junto a los valores típicos necesarios de los parámetros que intervengan en la ecuación.

Así, en primer lugar, tenemos la ecuación que relaciona la reactividad con las variaciones de temperatura en función de los coeficientes ya estudiados (Doppler y MTC):

$$k = 1 + (\alpha_{DOP} + \alpha_{MTC}^p + \alpha_{MTC}^f) (T - T_0)$$

$$\rho = \frac{k - 1}{k}$$

Por otro lado, la concentración de ácido bórico necesaria para compensar las variaciones de reactividad se puede obtener despejando  $C$  de la siguiente ecuación:

$$\rho_{ab} = 1.92 \times 10^{-3}(1 - f_0)C$$

Siguiendo esta línea, se puede hallar también la profundidad ( $x$ ) a la que deberían llegar las barras de control para paliar estas desviaciones:

$$\rho_{BC}(x) = \rho_{BC}(H) \left[ \frac{x}{H} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi x}{H} \right) \right]$$

donde  $\rho_{BC}(H)$  es el efecto en la reactividad que tienen las varillas insertadas completamente:

$$\rho_{BC}(H) = \frac{f_R}{1 - f_R}$$

El factor de utilización de las barras ( $f_R$ ) se puede obtener de la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{f_R} = \frac{(z^2 - y^2)d}{2a} + E(y, z)$$

Siendo:

$$E(y, z) = \frac{z^2 - y^2}{2y} \left[ \frac{I_0(y)K_1(z) + I_1(z)K_0(y)}{I_1(z)K_1(y) - I_1(y)K_1(z)} \right]$$

Y donde:

$$y = \frac{a}{L_T}$$

$$z = R_c/L_T$$

El radio de celda equivalente,  $R_c$ , se puede obtener de la siguiente forma:

$$R_c^2 = \frac{R_{reactor}^2}{\text{N}^\circ \text{ barras control}}$$

Para un reactor PWR de tamaño 6 x 6 metros (altura x diámetro), se utilizarán 1000 barras con un diámetro de aproximadamente un centímetro.

Antes de comenzar a resolver las ecuaciones, es necesario establecer las características del reactor estudiado, para lo cual se han recopilado los siguientes valores típicos de los parámetros que aparecen en las ecuaciones listadas anteriormente y que se han ido mencionando a lo largo del trabajo:

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Coeficiente Doppler ( $\alpha_{DOP}$ )	-2 pcm/°C	Distancia de extrapolación ( <b>d</b> )	0.3026 cm
Coef. MTC debido al factor p ( $\alpha_{MTC}^p$ )	-50 pcm/°C	Longitud de difusión térmica ( <b>L<sub>T</sub></b> )	2.54 cm
Coef. MTC debido al factor f ( $\alpha_{MTC}^f$ )	15 pcm/°C	Altura del reactor ( <b>H</b> )	6 m
Radio de las barras de control ( <b>a</b> )	0.5 cm	Factor de utilización térmica sin boro ( <b>f<sub>0</sub></b> )	0.9
Radio del reactor	3 m	Número de barras de control	1000

Tabla 10. Valores iniciales de los parámetros necesarios para los cálculos.

Además, para los cálculos sobre los efectos de las barras de control sobre la reactividad, se partirá de una situación inicial en la que se encuentran todas insertadas con una profundidad de 3 metros, justo la mitad del reactor. A partir de ahí, se variarán las condiciones para comprobar cómo deberá cambiar la profundidad. Este planteamiento se muestra en la siguiente figura:

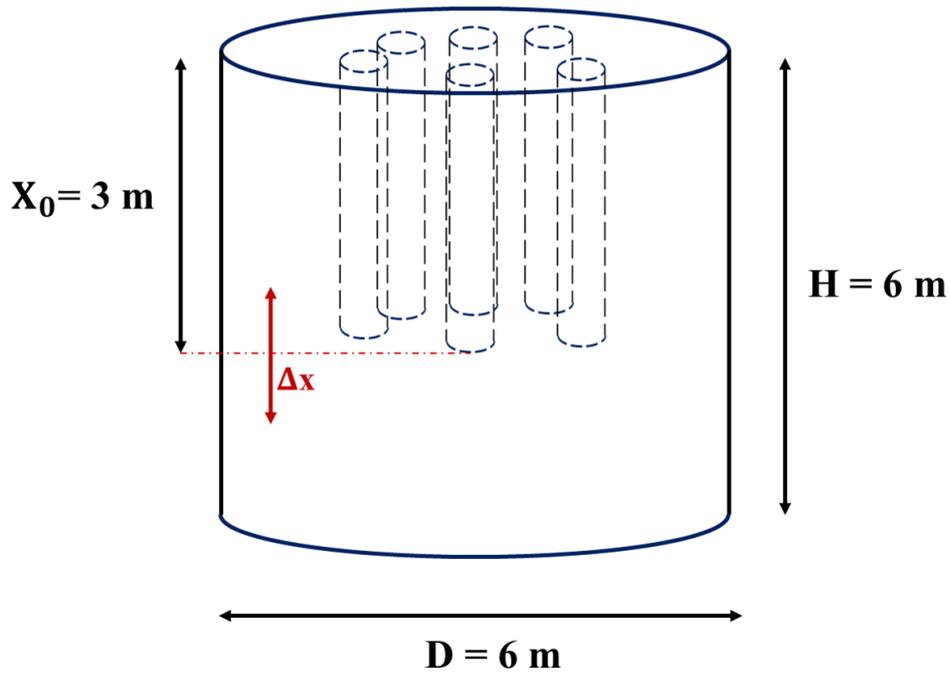


Figura 29. Modelo del reactor a estudiar

Con estos datos y con el programa realizado mediante la herramienta informática de cálculo *EES*, es posible comenzar a simular.

#### 4.3.2 Cálculos y simulaciones

En primer lugar, se estudiará cómo afecta cada coeficiente de temperatura a la reactividad cuando el reactor se somete a distintas variaciones de temperatura, que irán desde los  $-10$  hasta los  $10$  °C, siguiendo las siguientes definiciones:

$$\rho_{\alpha_{MTC}^f} = \alpha_{MTC}^f (T - T_0)$$

$$\rho_{\alpha_{MTC}^p} = \alpha_{MTC}^p (T - T_0)$$

$$\rho_{\alpha_{DOP}} = \alpha_{DOP} (T - T_0)$$

$$\rho = (\alpha_{DOP} + \alpha_{MTC}^p + \alpha_{MTC}^f) (T - T_0)$$

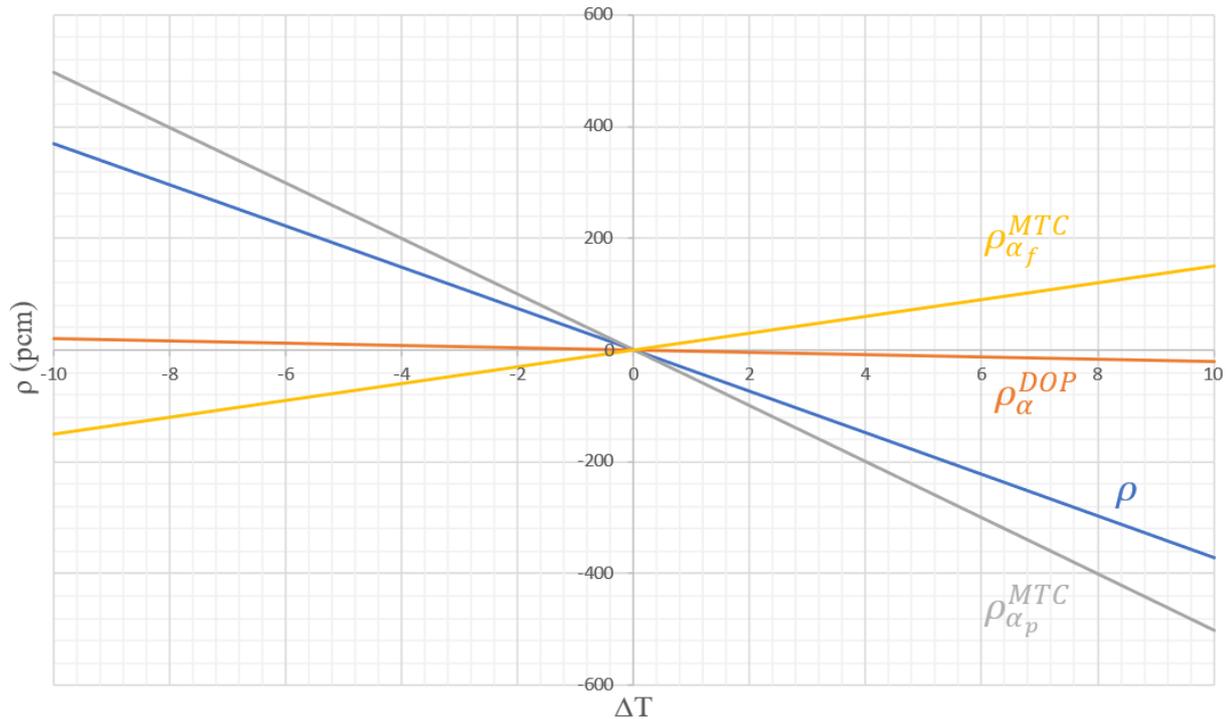


Figura 30. Efectos de los coeficientes sobre la reactividad en función de las variaciones temperatura.

En la figura, se puede observar la característica mencionada sobre los reactores PWR al principio del trabajo: un coeficiente de temperatura negativo. Esto provoca que la reactividad del núcleo disminuya cuando la temperatura aumenta, lo que hace que el diseño sea intrínsecamente seguro.

Sin embargo, como también se deduce de la gráfica, enfriamientos en el reactor pueden producir aumentos en su reactividad. Como se ha visto, esto se puede compensar de dos formas, principalmente: con venenos químicos (ácido bórico), con barras de control o con ambas.

### Ácido bórico:

En este caso, se pretende controlar el reactor únicamente con venenos químicos, sin contar con las varillas de boro. Se supone una situación inicial en la que el reactor se encuentra en estado crítico ( $k=1$  y  $\rho=0$ ), a una cierta temperatura y con una concentración inicial de ácido bórico  $C_0$ :

$$\rho(T_0) = \rho_{AB}(C_0)$$

A partir de aquí, se introducen variaciones de temperatura, que provocarán cambios en la reactividad. Estos cambios se compensarán modificando la cantidad de ácido bórico disuelto en el agua, conforme a la siguiente relación:

$$\Delta\rho = \rho(T) - \rho(T_0) = \rho_{AB}(C) - \rho_{AB}(C_0) = \rho_{AB}(\Delta C)$$

Así, en la siguiente figura se muestra la cantidad de ácido bórico que hay que añadir o retirar (medida en partes por mil millones -ppb, *parts per billion* en inglés- en vez de en ppm para mejorar la interpretabilidad de la gráfica gráfica) en el agua del núcleo para compensar los aumentos de reactividad que se producen cuando varía la temperatura:

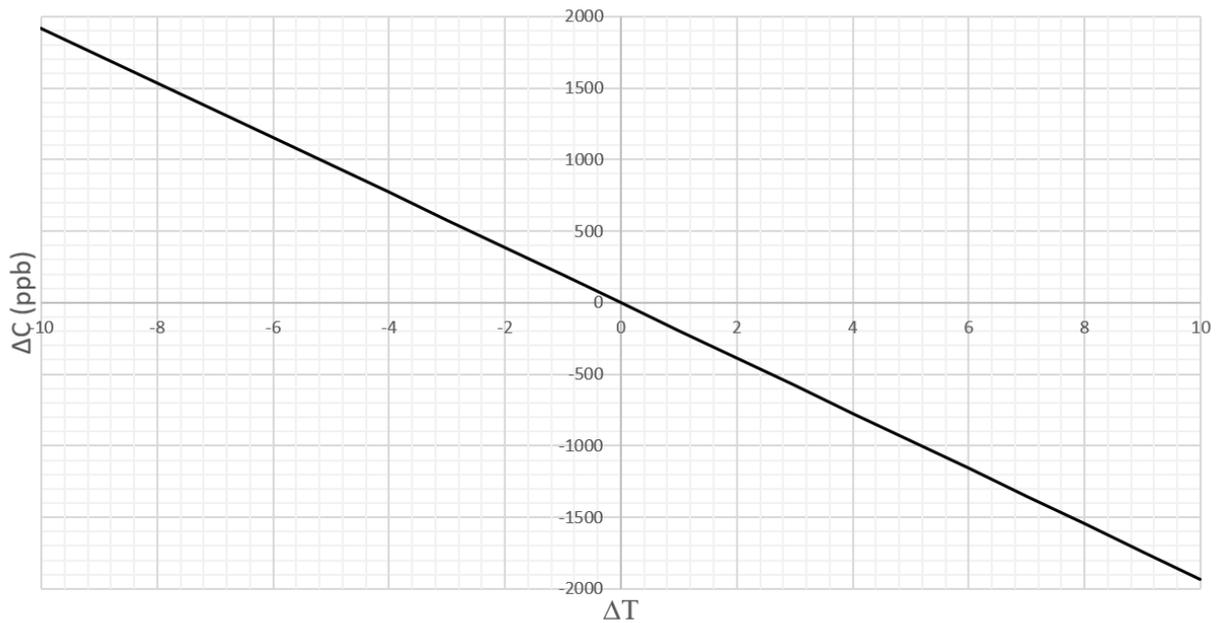


Figura 31. Variaciones de la concentración (en ppb) de boro necesarias para compensar los efectos de la temperatura en la reactividad

En la gráfica se comprueba el comportamiento que se había descrito sobre la reactividad y el ácido bórico: al contar con un coeficiente de temperaturas negativo, la reactividad aumenta cuando la temperatura disminuye - y viceversa- por lo que habrá que añadir venenos químicos al bajar la temperatura, y extraerlo en caso contrario.

### **Barras de control:**

El caso de las varillas de control se estudiará de forma análoga al del ácido bórico, controlando la reactividad únicamente con las barras. En la situación inicial en la que el núcleo se encuentra en estado crítico, a una cierta temperatura y con las barras insertadas a una determinada profundidad  $x_0$ :

$$\rho(T_0) = \rho_{BC}(x_0)$$

A partir de aquí, se modifica la temperatura del reactor, lo que producirá, como se ha dicho, cambios en la reactividad. Estos cambios se compensarán modificando la profundidad a la que se insertan las varillas de control, conforme a la siguiente ecuación:

$$\Delta\rho = \rho(T) - \rho(T_0) = \rho_{BC}(x) - \rho_{BC}(x_0) = \rho_{BC}(\Delta x)$$

Así, en la siguiente figura se muestra las variaciones de la profundidad de inserción de las barras de control necesarias para compensar los aumentos de reactividad que se producen cuando varía la temperatura, calculadas según 7 valores iniciales de  $x_0$ :

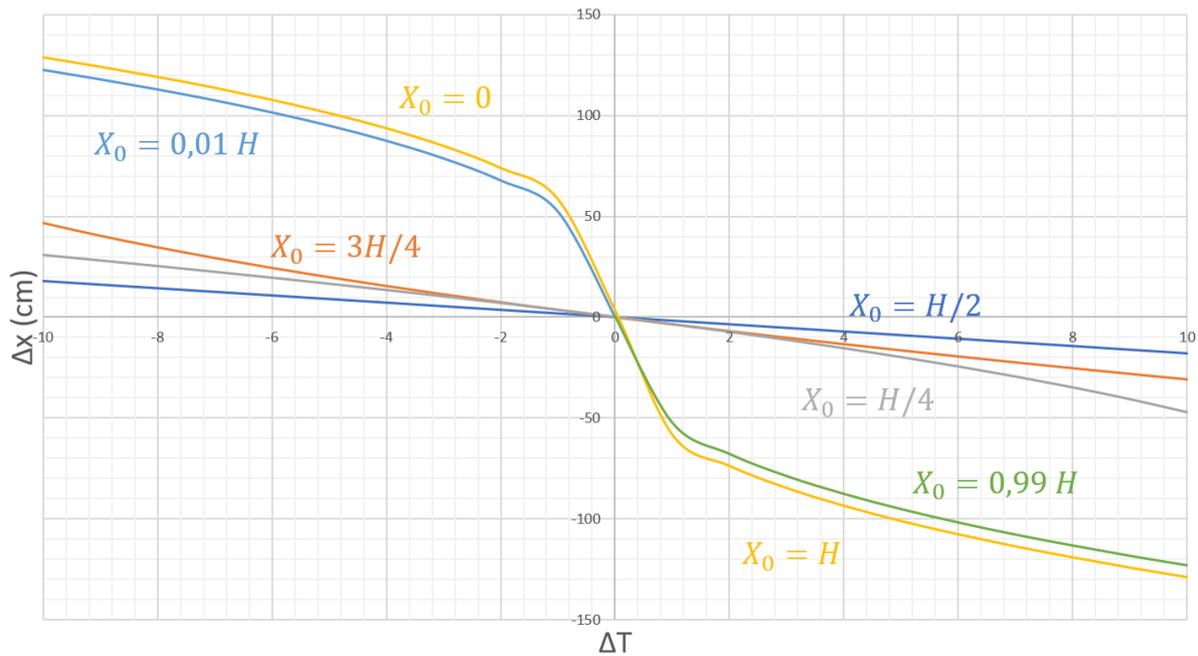


Figura 32. Variaciones de la profundidad (en cm) de inserción de las barras necesarias para compensar las de reactividad para distintos valores de la profundidad inicial  $x_0$

En este caso, también se puede apreciar que, sea cual sea la profundidad inicial, se cumple la relación que se había desarrollado sobre la reactividad y la profundidad de inserción de las barras: para compensar los aumentos de reactividad provocados por disminuciones de temperatura será necesario incrementar la profundidad de inserción de las varillas, mientras que, en el caso contrario, habrá que retirarlas para evitar tener un factor de reproducción menor que uno (lo que produciría una parada del reactor).

Por otro lado, también se puede observar que la forma de las curvas se corresponde con la esperada y concuerda con el comportamiento descrito en la Figura 27, que muestra que el valor de las barras se acentúa cuando se encuentran cercanas al punto medio del reactor, en el que la profundidad de inserción es igual a  $H/2$ . En este intervalo, por tanto, es necesario variar poco la profundidad para conseguir anular los cambios en la reactividad del núcleo. Por el contrario, cuando las barras de control se alejan del punto medio del reactor ( $3H/4$  y  $H/4$ ), variaciones en su profundidad de inserción tienen menos efecto en la reactividad, por lo que deberán ser mayores. Se puede apreciar que las curvas son similares, pero “invertidas”, cuando una decrece con mayor pendiente la otra lo hace de forma más progresiva, y viceversa. Esto se debe a que son situaciones simétricas respecto al eje medio del reactor.

Los últimos casos (profundidades cercanas a  $x=0$  y  $x=H$ ), que definen las situaciones extremas -en las que las barras se mueven cerca de los límites del núcleo, confirman esta tendencia: es necesario variar mucho la profundidad para compensar los cambios de reactividad. Se ha tenido en cuenta que no es posible sobrepasar la altura del reactor con las varillas (ni por abajo ni por encima), por lo que en los casos  $x=0.99H$  y  $x=0.01H$  solo se representa la extracción y la intrusión de las barras, respectivamente. Además, las curvas que determinan sus comportamientos se van acercando, debido al factor sinusoidal presente en la relación  $\rho - x$  y a que en estos casos la simetría es total, llegando a coincidir en el caso en el que  $x=0$  y  $x=H$ .

### **Métodos combinados:**

Una vez vistos los métodos de control por separado, se estudiarán casos en los que se utilizarán simultáneamente, en un modelo que, por tanto, se acerca más al sistema de control real con el que operan los reactores PWR. Se proponen dos maneras:

- En el primer método, se fija una concentración inicial de boro  $C_0$  y se modifica la profundidad de inserción de las barras de control, partiendo desde la mitad del reactor ( $x_0 = H/2$ ). Así, si tenemos 10000 ppm iniciales de ácido bórico disuelto en el agua de la vasija, se tendrá que manipular la posición de las varillas como muestra la siguiente gráfica:

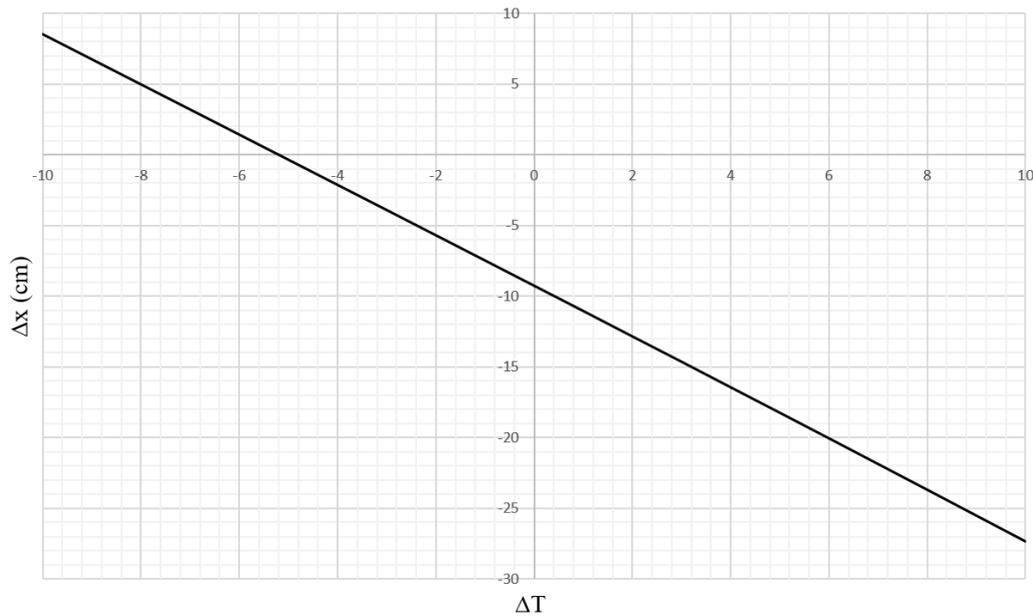


Figura 33. Variaciones de la profundidad de inserción de las barras de control con la temperatura para una concentración de ácido bórico dada

La forma que toma la gráfica, como se puede ver, es similar a la anterior (figura 31), aunque desplazada hacia abajo, lo que se debe al valor del ácido bórico, que compensa parte de las variaciones de reactividad a las que se enfrentan las barras de control.

- El segundo método de control, por su parte, consistirá en repartir las variaciones de reactividad a compensar en función de la velocidad con la que actúen, es decir, del tiempo que tarden en manifestarse. Como se vio en las secciones correspondientes a los coeficientes de temperatura, el efecto Doppler es prácticamente instantáneo, mientras que la temperatura del moderador tiene que “esperar” a que se desarrollen procesos más lentos (como la difusión del calor) para influir sobre la reactividad, con lo que tenemos que el MTC es un efecto más lento que el Doppler.

Por otro lado, también se ha comentado en este mismo capítulo que las barras de control, aunque también tengan períodos transitorios durante los momentos que tardan en introducirse o retirarse, tardan bastante menos en actuar que el ácido bórico, que debe disolverse en el agua moderadora para hacer efecto.

Con esto, se puede intuir que una buena forma de controlar la reactividad del núcleo de un PWR será asignando los efectos rápidos a los métodos de control que tarden menos en actuar, y los más lentos a los que tarden más. Así, se repartirán las variaciones de reactividad a compensar de la siguiente manera:

$$\Delta\rho_{MTC} = \rho_{MTC}(T) - \rho_{MTC}(T_0) = \rho_{AB}(C) - \rho_{AB}(C_0) = \rho_{AB}(\Delta C_0)$$

$$\Delta\rho_{DOP} = \rho_{DOP}(T) - \rho_{DOP}(T_0) = \rho_{BC}(x) - \rho_{BC}(x_0) = \rho_{BC}(\Delta x)$$

Obteniendo la siguiente gráfica, que muestra la cantidad de ácido bórico que hay que disolver o extraer del agua de la vasija y la profundidad a la que se tienen que insertar las barras de control para controlar la reactividad cuando sometemos el reactor a variaciones de temperatura que van desde los -10 hasta los 10 °C:

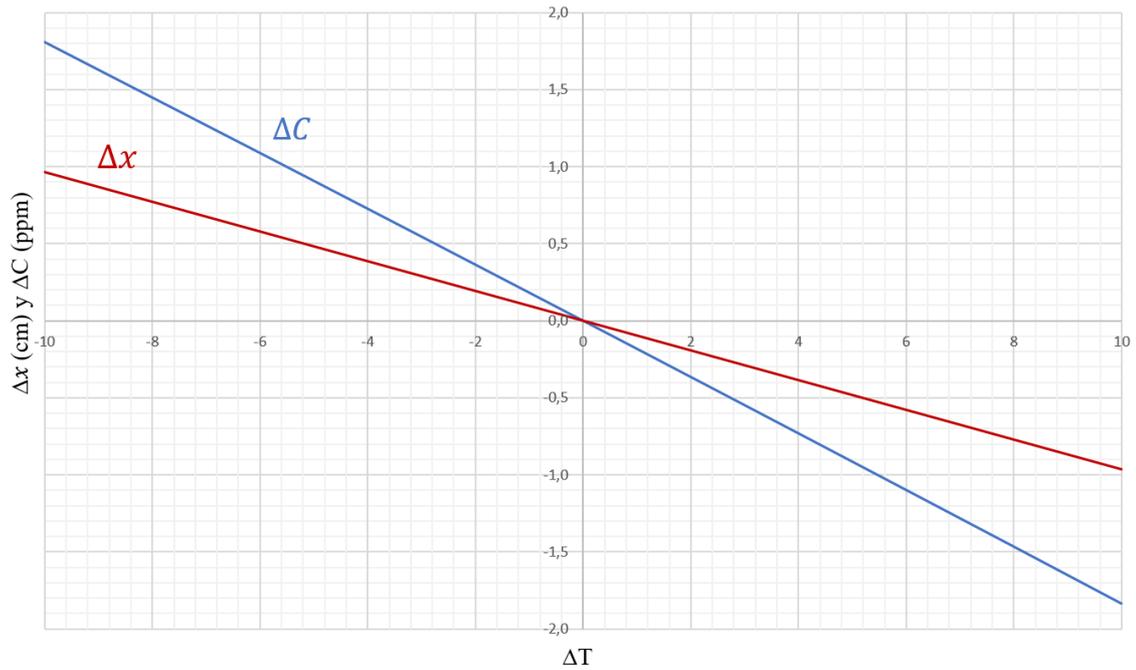


Figura 34. Variaciones de la concentración de boro (ppm) y la profundidad de inserción de las barras (cm) necesarias para compensar los efectos de la temperatura en la reactividad

En la figura, se puede apreciar una combinación de los efectos de ambos métodos. Como se ha repetido en numerosas ocasiones a lo largo del trabajo, una disminución de la temperatura aumenta la reactividad. Para compensar esto y que el estado del reactor permanezca crítico, se introducen barras de control y se disuelve ácido bórico en el agua. Cabe destacar que las varillas tienen que hacer frente a menores variaciones de reactividad que el veneno químico, sin embargo; siguen teniendo más importancia en el sistema de control de la central, ya que intervienen con más rapidez y consiguen compensar la velocidad de actuación del efecto Doppler, que sería imposible de contrarrestar con venenos químicos.

# 5 CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

---

Una vez realizadas todas las simulaciones y desarrollado el asunto del trabajo, se procederá a comentar las conclusiones a las que se ha llegado, mencionando también todas las hipótesis y aproximaciones que se han tomado para simplificar los cálculos, y que pueden ser objeto de otros trabajos más avanzados en los que se tengan en cuenta en sus modelos los efectos y las influencias que se han despreciado.

Tras haber tratado el tema principal del trabajo, es más intuitivo recordar los apartados que lo forman para recopilar cómo han ayudado a su desarrollo y qué se ha podido obtener de cada uno de ellos.

En primer lugar, se mencionaron los tipos de centrales más comunes en el panorama nuclear internacional, acompañado de una breve descripción de cada uno de ellos, lo que sirvió como introducción para entender el contexto y, a grandes rasgos, el funcionamiento de los reactores nucleares.

A continuación, se indagó en el comportamiento de uno de los actores claves de esta obra, el neutrón dentro del núcleo del reactor, mencionando los procesos que experimenta durante su ciclo de vida dentro del reactor, lo que sirvió para sentar las bases del factor de multiplicación ( $k$ ) que se verá más adelante, ya que es un parámetro directamente ligado a estos procesos. Además, se mencionó su relación con el objeto principal del trabajo, la reactividad.

Posteriormente, ya en el capítulo 2, se trataron ciertas variables que influyen (o directamente están presentes) en la fórmula de los 6 factores que define  $k$  (la sección eficaz, la densidad de partículas, el flujo neutrónico...). Esta es una de las partes más importantes del trabajo, ya que constituye el desarrollo troncal de la teoría necesaria para entender, de forma ya más precisa, lo que ocurre dentro de un reactor nuclear. Tanto es así, que sirve para introducir los cambios que se producen en el reactor en función de la presión, la fracción de vacío y la temperatura, lo que permitió enlazarlo con los coeficientes de temperatura.

Una vez introducidos, en el capítulo 3 se desarrollaron y explicaron con más extensión estos coeficientes, el Doppler y el MTC, que precisamente son los que indican cómo se comporta un reactor cuando se somete a variaciones de temperatura. Este capítulo sirve, por tanto, para presentar dos variables esenciales en las simulaciones: el coeficiente Doppler y el coeficiente de temperatura del moderador. Una vez mencionadas, se realizó una sección recopilatoria de ideas para preparar las simulaciones.

Así, el capítulo 4 se dedica principalmente a los cálculos y simulaciones de la reactividad en función de la temperatura, no sin antes comentar las hipótesis y simplificaciones necesarias para llevarlas a cabo. Una de ellas destaca sobre el resto, y es que el modelo estudiado presenta un estado estacionario del reactor, sin tener en cuenta los transitorios que se producen en los cambios de operación. Esto se comenta con un cierto nivel de detalle antes de comenzar a simular, dada la importancia de la aclaración.

Tras esto, es posible iniciar los cálculos del reactor y su comportamiento frente a enfriamientos y calentamientos. Eso sí, aunque se ha dicho que los coeficientes de temperatura son las variables más importantes en estas simulaciones, es necesario completar el modelo con valores típicos de otros parámetros como las dimensiones del núcleo, el número de barras, su radio...

Una vez aclaradas todas las hipótesis, explicadas todas las variables, recopiladas todas las ecuaciones que relacionan la reactividad con la temperatura y determinados todos los valores iniciales necesarios, se comienza a calcular. Para ello, se ha hecho uso de un *solver* matemático, el EES, que se utiliza con frecuencia para resolver sistemas de ecuaciones relacionados con la termodinámica y la ingeniería energética.

Los resultados son los que muestran las gráficas de la sección 4.4.2, después de las cuales se ha descrito brevemente lo que se puede observar en cada una de ellas. Todas representan un comportamiento que coincide cualitativamente con lo que se espera sobre el papel, a partir de las relaciones y definiciones teóricas de los elementos que conforman la fórmula de los 6 factores.

Así, para el modelo de reactor PWR estudiado, se concluye que:

Su coeficiente de temperaturas negativo produce que la reactividad disminuya cuando la temperatura aumente, y viceversa. El signo de éste viene dado por la suma de los coeficientes individuales (Doppler y MTC), que es menor que 0 principalmente por el efecto que tiene la temperatura del moderador en la probabilidad de escape a la resonancia de los neutrones, que predomina sobre el resto. A su vez, la proporción con la que varía la reactividad depende de la magnitud de este coeficiente total, por lo que es una relación lineal.

En cuanto a los métodos de control, los resultados son también los esperados, y se entienden de forma bastante intuitiva. Para compensar aumentos de reactividad debidos a enfriamientos del reactor, es necesario incrementar la cantidad de venenos químicos presentes disolviendo más ácido bórico en el agua de la vasija y/o introducir más profundamente las barras de control. La primera relación es también lineal y, aunque la que determina la profundidad de inserción en función de la reactividad contiene una función trigonométrica y no es tan inmediata, puede asimilarse de igual forma a una recta dentro del intervalo en el que las profundidades iniciales son cercanas a  $H/2$ . Cuando nos alejamos de este caso y nos acercamos a los límites superior e inferior del reactor, la curva varía su forma y provoca que sean necesarias variaciones de profundidad mucho mayores.

Por último, cabe destacar que el rango de variaciones tanto de la concentración de ácido bórico como de la profundidad de inserción de las barras que se han calculado para compensar las variaciones de temperatura son estrechos, lo que hace que los órdenes de magnitud de los cambios sean menores de lo esperado. Sin embargo, responden ante ecuaciones obtenidas de libros de cierta complejidad que, aunque no sean lo suficientemente cercanas a la realidad como para utilizarlas en centrales, sirven para hallar aproximaciones relativamente precisas. Por ello, los valores obtenidos son consecuencia directa de que las variaciones de la reactividad con la temperatura sean pequeñas (de ahí a usar la unidad de los pcm en vez de los valores absolutos). Y es que, aunque sea de los factores más importantes, la temperatura no es el único que influye en la reactividad de un núcleo de fisión. De hecho, como se ha comentado y se puede observar en la Tabla 8, el coeficiente de temperatura influye en su valor de forma similar al de presión y con mucha menos importancia que el de la fracción de vacío, que es uno o dos órdenes de magnitud que los otros dos.

Además, las hipótesis realizadas para simplificar los cálculos han alejado el modelo del comportamiento real de un PWR, despreciando en el camino factores como los estados transitorios, la influencia de la geometría y la distribución del flujo neutrónico dentro del núcleo o la presencia de neutrones retardados en el reactor. Esto ayuda también a entender los bajos valores obtenidos, ya que la reactividad se ve influida por más parámetros de los que la temperatura y, en un reactor donde se tengan en cuenta, cambiará en mayor magnitud, lo que requerirá mayor variaciones en la concentración de ácido bórico y en la profundidad de inserción de las varillas. Todos estos aspectos realmente importantes en el comportamiento del reactor, que deben ser monitorizados con exactitud para controlar correctamente una central de este tipo.

Así, se puede deducir que, investigando y desarrollando las simplificaciones e hipótesis realizadas, se puede llegar a nuevos trabajos más cercanos a la realidad (y más complejos). Unos ejemplos pueden ser:

- Estudiar un reactor en el que se tengan en cuenta los estados transitorios que experimenta en los cambios de operación, y cómo varían prácticamente todas las variables presentes en el cálculo de la reactividad con el tiempo. Se deberían buscar nuevas ecuaciones para el flujo neutrónico y el flujo difusivo, ya que la ecuación estudiada se definió para estados estacionarios, e incluso podría introducirse la velocidad de difusión del calor en el núcleo, lo que influye, como se ha visto, en el MTC.
- Relacionado con esta dependencia temporal de la reactividad, el estudio de los neutrones retardados en el reactor presenta material suficiente para realizar un trabajo (o completar otros existentes) en el que se relacionen con el factor de multiplicación y los estados transitorios mencionados en el primer punto.
- Por último, también sería interesante desarrollar el comportamiento del reactor cuando se introduce la dependencia geométrica en 3 dimensiones, lo que aumenta sensiblemente la complejidad de los cálculos, ya que afecta también en gran medida a la difusión de neutrones y del calor en su interior.

Todas estas modificaciones pueden ser interesantes en vistas a futuros trabajos relacionados o a completar este mismo. Sin embargo, este TFG acabará en este punto, esperando que sea lo suficientemente correcto y útil el desarrollo del análisis de los efectos de la temperatura en la reactividad del núcleo de un PWR.

# REFERENCIAS

---

- [1] «World-nuclear.org,» [En línea]. Available: <https://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/nuclear-power-reactors/nuclear-power-reactors.aspx>. [Último acceso: 19 10 2020].
- [2] «IAEA-PRIS,» [En línea]. Available: <https://pris.iaea.org/PRIS/WorldStatistics/OperationalReactorsByCountry.aspx>. [Último acceso: 19 10 2020].
- [3] M. Run, «Wikipedia,» 25 06 2017. [En línea]. Available: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nuclear\\_fission\\_chain\\_reaction.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nuclear_fission_chain_reaction.svg). [Último acceso: 19 10 2020].
- [4] «Encyclopaedia Britannica, Inc,» 2010. [En línea]. Available: <https://cdn.britannica.com/10/162210-004-FAAAD4E4.jpg>. [Último acceso: 19 10 2020].
- [5] R. L. Murray, Nuclear Energy: An Introduction to the Concepts, Systems, and Applications of Nuclear Processes, (2009).
- [6] «Nuclear-Power.net,» [En línea]. Available: <https://www.nuclear-power.net/wp-content/uploads/2014/10/chain-reaction.jpg>. [Último acceso: 19 10 2020].
- [7] K. E. Holbert, «EEE 460 Nuclear Power Engineering,» 12 2014. [En línea]. Available: <http://holbert.faculty.asu.edu/eee460/NumberDensity.pdf>. [Último acceso: 19 10 2020].
- [8] E. E. Lewis, Fundamentals of Nuclear Reactor Physics, Academic Press, 2008.
- [9] A. J. B. John R. Lamarsh, Introduction to Nuclear Engineering, Pearson, 3rd Edition, 2001.
- [10] P. Reuss, Neutron Physics, EDP Sciences, 2008.
- [11] Y. Oka, Nuclear Reactor Design, Springer, 2014.

