

Trabajo Fin de Máster
Máster en Organización Industrial y Gestión de Em-
presas

Diseño y evaluación de un sistema circular
de reparto combinado Truck-Dron mediante
modelos de aproximación continua

Autor: Belén Navarro Carmona

Tutor: José David Canca Ortiz

Dpto. Organización Industrial I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Departamento de Teoría de
la Señal y Comunicaciones

Trabajo Fin de Máster
Máster en Organización Industrial y Gestión de Empresas

Diseño y evaluación de un sistema circular de reparto combinado Truck-Dron mediante modelos de aproximación continua

Autor:

Belén Navarro Carmona

Tutor:

José David Canca Ortiz

Catedrático de Universidad

Dpto. Organización Industrial I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020

Trabajo Fin de Máster: Diseño y evaluación de un sistema circular de reparto combinado Truck-Dron mediante modelos de aproximación continua

Autor: Belén Navarro Carmona
Tutor: José David Canca Ortiz

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi familia y amigos, porque gracias a ellos soy quien soy.

Agradecimientos

Me gustaría expresar mi gratitud a mi tutor. Por su acompañamiento y su apoyo constantes. Por ser mi guía y estímulo desde el inicio de este camino. Gracias.

Índice

1	Introducción y objetivo del trabajo	1
2	Estado del Arte	3
3	Sistema de reparto mixto	5
3.1	Definición del problema de división en zonas de reparto	5
3.2	Expresión matemática del modelo de división en zonas de reparto	7
3.2.1	Cálculos para la determinación de la anchura de las coronas de reparto	8
3.2.2	Ecuaciones finales que relacionan la anchura de las coronas de reparto y el ángulo de la zona de reparto en la corona exterior	11
3.3	Definición del problema de asignación de vehículos a zonas de reparto	11
3.4	Expresión matemática del modelo de asignación de vehículos a zonas	12
3.4.1	Cálculos auxiliares de modelo mixto	13
3.4.2	Modelo para la asignación de ciclos a camiones en el modelo híbrido	14
3.4.3	Indicadores de eficiencia modelo mixto	14
	Tiempo total de reparto	14
	Emisiones de dióxido de carbono	15
4	Sistema de reparto monovehículo	17
4.1	Definición del problema	17
4.2	Expresión matemática del modelo	18
4.2.1	Cálculos auxiliares del modelo monovehículo	18
4.2.2	Asignación de vehículos del modelo monovehículo	19
4.2.3	Minimización del tiempo de reparto	19
4.2.4	Minimización del tamaño de flota	20
4.2.5	Indicadores de eficiencia modelo monovehículo	20
	Tiempo de reparto	20
	Emisiones de dióxido de carbono	21
5	Experimentación	23
5.1	Modelo para el cálculo de d y θ	23
5.2	Experimentos del sistema de transporte híbrido	24
5.2.1	Valores de parámetros para los experimentos de sistema híbrido	25
5.2.2	Resultados obtenidos en la resolución del sistema de transporte híbrido	26
5.3	Experimentos del sistema de transporte monovehículo	29
5.3.1	Valores de los parámetros en los experimentos de sistema monovehículo. Minimización del tiempo de reparto	30
5.3.2	Valores de los parámetros en los experimentos de sistema monovehículo. Minimización del tamaño de flota	30

5.3.3 Resultados obtenidos la resolución del sistema de transporte mono- vehículo y comparación con el sistema híbrido	31
Minimización del tiempo de reparto	31
Minimización del tamaño de flota	32
5.3.4 Comentarios sobre los resultados	34
6 Conclusiones	37
Apéndice A Demostraciones matemáticas	39
A.1 Longitud de las cuerdas comprendidas por un arco de igual longitud en circun- ferencias de diferente radio	39
<i>Índice de Figuras</i>	45
<i>Índice de Tablas</i>	47
<i>Bibliografía</i>	49

1 Introducción y objetivo del trabajo

El rápido desarrollo en los últimos años de las tecnologías de vehículos aéreos no tripulados (UAV), conocidos popularmente como drones, está produciendo un aumento notable en el número de campos de aplicación. En la actualidad estos vehículos desempeñan, entre otras muchas, diversas tareas como pueden ser:

- La captura de imágenes en lugares de difícil acceso. En este sentido los drones se emplean habitualmente para la cobertura de noticias en zonas críticas que anteriormente requerían el empleo de helicópteros, que son mucho más costosos y, por tanto, únicamente estaban al alcance de grandes medios de comunicación.
- La pulverización de fertilizantes y pesticidas en el campo que permite un ahorro cuantioso de los costes que estas actividades ocasionaban a los agricultores, sobretudo en grandes superficies de terreno.
- La ejecución de misiones militares de riesgo en las que han dejado de ponerse en peligro las vidas de los soldados del ejército en cuestión.
- El reparto y la recogida de mercancías, que es el tema que aborda este trabajo.

El uso de estos vehículos en el ámbito de la entrega y la recogida de mercancías no se encuentra tan extendido como cabría esperar debido principalmente a cuestiones de tipo legal. En países como Estados Unidos y Australia la autorización de los UAVs para uso civil fue rápida, mientras que en Europa, la aprobación de un marco regulador común ha sido más costosa. Además, su uso aún genera controversia en la población residente en los lugares en los que ha comenzado su implantación, desatando temores acerca de la privacidad o molestias debidas al ruido que producen los aparatos al sobrevolar la zonas residenciales.

A pesar de esto, el transporte de mercancías mediante el uso de drones se encuentra en pleno crecimiento y todo apunta a que se convertirá en uno de los principales sistemas de transporte logístico en un futuro próximo. Por ello a día de hoy es muy importante el desarrollo de sistemas que sean eficaces y eficientes. Estos sistemas pueden involucrar únicamente drones para el reparto de las mercancías o incluir diversos tipos de vehículos que trabajen de forma colaborativa.

En esta línea, se presenta como objetivo fundamental de este trabajo la demostración de la mejora que supone la implantación de un sistema de transporte de mercancías mixto, compuesto por camiones y drones, frente al empleo de un sistema tradicional formado únicamente por camiones de la misma tipología.

Para el desarrollo de un sistema combinado de reparto como el que se propone en este trabajo resulta necesario, en primer lugar, determinar una distribución óptima de la zona de reparto en base a la autonomía de vuelo de los drones que se empleen. A partir de dicha distribución se llevará a cabo una comparación del tiempo óptimo total empleado en el reparto mediante cada uno de los dos sistemas comentados, mixto y tradicional, con el objetivo de demostrar las ventajas del uso de un sistema de reparto colaborativo formado por drones y camiones.

2 Estado del Arte

La optimización de rutas de transporte, tanto de personas como de mercancías, es un tema recurrente en la literatura que se viene estudiando desde hace más de cinco décadas [14] debido a los grandes beneficios que se obtienen. Los problemas más estudiados son el problema del viajante, conocido por sus siglas TSP (Travelling Salesman Problem); y el problema de enrutado de vehículos, denominado VRP (Vehicle Routing Problem) [13]. En ambos problemas se trata de minimizar el coste de la ruta, entendido típicamente como la distancia recorrida por el o los vehículos. En algunos casos únicamente se pretende determinar el tamaño de flota óptimo y, por tanto, el problema puede relajarse ya que no es preciso determinar las rutas concretas. En estos casos, los beneficios que se pretenden conseguir son la minimización del tiempo de transporte y la reducción de los costes. Estos pueden dividirse en fijos, asociados al vehículo, y variables, dependientes de la ruta o rutas que se sigan finalmente. Estos beneficios están muy ligados a una disminución de la contaminación [25], siendo esta una de las mayores preocupaciones del ser humano en estos días, ya que las cifras muestran que las actividades relacionadas con el transporte son causantes de gran parte de las emisiones de gases de efecto invernadero que se producen de forma directa e indirecta. Otra de las ventajas que proporciona la reducción de los tiempos y costes de transporte es la mejora de la eficiencia de las cadenas de suministros [3]. En otra línea pueden encontrarse numerosos estudios que abordan la mejora del servicio de las redes de transporte público [6], [24], [4] en una búsqueda, entre otras motivaciones, de un aumento de su uso frente a la elección del vehículo privado, de modo que disminuyan la congestión de las ciudades, los tiempos de desplazamiento y el consumo energético, con la mejora en costes y salud del aire que ello conlleva. En relación con esta temática se encuentran hoy día numerosos estudios que plantean un sistema de transporte híbrido formado por vehículos que realizan dos tipos de rutas diferentes [27], [4], [21].

Uno de los estudios que se desarrollan en esta línea de transporte híbrido y que ha servido de inspiración para la ejecución de este trabajo es el realizado por [7] en el cual se aborda el diseño de una red de transporte urbano que opera siguiendo una estructura circular. Al igual que el presente estudio, este artículo aborda un problema con un tipo de vehículo que realiza una serie de rutas fijas (bien radiales o bien circulares) y otro tipo de vehículo que realiza desplazamientos a demanda en torno a las rutas fijas definidas. En función del tipo de desplazamiento que realicen las líneas a demanda se analizan dos posibles enfoques: el modelo radial, en el que los desplazamientos tienen lugar en el interior de sectores circulares; y el modelo circular, en el que los desplazamientos se suceden en el interior de coronas circulares (enfoque seleccionado para este trabajo). En esta línea se encuentra el estudio llevado a cabo por [8] en el cual el espacio se distribuye en diferentes zonas cuyos centros se encuentran conectados por líneas troncales, de forma que dentro de cada una de estas áreas se producen los desplazamientos libres a demanda. [1] presentan un estudio similar en el que se tiene inicialmente un área de forma cuadrada con una demanda uniformemente repartida que será cubierta por líneas fijas y líneas bajo demanda. El objetivo principal de este problema es determinar el número óptimo de zonas cuadradas en las que dividir el área de reparto. Las mencionadas líneas fijas se desplazan entre zonas mientras que las líneas bajo demanda cubren los desplazamientos dentro de una zona concreta. En este trabajo también se aborda la determinación del número óptimo de vehículos que deben cubrir los desplazamientos de las líneas fijas. Finalmente, [20] tratan diversos modelos aplicados al reparto mixto de camiones y drones. El área total de reparto (en cuyo centro se localiza el almacén principal) se divide en subregiones hexagonales (con un almacén secundario en cada centro). Los desplazamientos de los camiones suceden entre el almacén principal y los almacenes secundarios y entre clientes de una subregión concreta, mientras que los desplazamientos de los drones parten de un almacén secundario, realizan la entrega al cliente y vuelven de nuevo al almacén.

En cuanto al reparto con drones (conocidos como “*unmanned aerial vehicles*” UAVs) se puede afirmar que es un campo con grandes perspectivas de crecimiento cuya operativa debe ser estudiada en mayor profundidad en aras de obtener el máximo beneficio [20]. Además, diversos autores aseguran que a corto plazo estos sistemas estarán completamente integrados en nuestro día a día [15]. Estos son algunos motivos por los que, en los últimos años, aparecen numerosos trabajos científicos que abordan la optimización en el reparto mediante el uso de UAVs [11], [17], [26], [23]. Estos trabajos parten de los problemas clásicos de transporte y además incorporan variables y restricciones propias del uso de estos nuevos vehículos como por ejemplo las relacionadas con su limitada autonomía. Muchos de ellos, al igual que nuestro estudio, se basan en un reparto mixto que aúna las ventajas de los camiones y los drones. [22] presenta un modelo en el que los camiones portan los productos y los drones, sirviendo así de almacén en movimiento; y en el que los productos pueden ser entregados tanto por el propio camión como por los drones que parten de él. Mediante dicho modelo se pretende asignar de forma óptima cada cliente a cada camión o a cada drone, definir las rutas óptimas de los camiones y establecer los lanzamientos adecuados de drones. [15] resuelven un problema en el que se buscan las rutas de los drones y los camiones de forma conjunta, de modo que se optimice la visita a una serie de clientes distribuidos por el espacio. Al igual que en estudios similares, el camión cumple la función de almacén de productos y de punto de recarga o reemplazo de baterías para los drones. En la misma línea se encuentra el estudio de [28] que destaca por proponer un uso simultáneo de camiones que porten productos, camiones que porten drones y drones que operen de forma independiente a los camiones. Finalmente, haremos referencia al trabajo de [16] que de nuevo propone el uso de camiones como una estación de servicio para los drones, manteniendo la clásica función de reparto de productos. La importancia de este estudio reside en la consideración de zonas restringidas de vuelo para los drones, bien por condiciones climáticas, o bien por la existencia de instalaciones delicadas (por ejemplo, un recinto del ejército).

Para concluir con la contextualización en la literatura de este trabajo, es necesario destacar que pertenece al conjunto de estudios que plantean modelos de aproximación continua. Estos fueron introducidos en este ámbito de la literatura por diversos autores que comenzaron aplicándolos a diferentes análisis de situaciones ideales [18], [5], [2]. Posteriormente [10] desarrolló diversos modelos con los que presentó el método de aproximación continua bajo un enfoque más práctico y didáctico. Desde entonces se han desarrollado multitud de trabajos en esta línea debido a que son modelos que resultan sencillos de comprender y de interpretar. Además, su desarrollo e implementación son fáciles puesto que no necesitan multitud de datos precisos, sino que se emplean funciones de distribución para expresar la demanda de los clientes [19]. Un ejemplo lo proponen [9] que desarrollan un modelo con el objetivo de descongestionar un sistema de transporte urbano compuesto por calles superficiales y autopistas. Otro caso reciente es el propuesto por [12] donde usan un modelo de aproximación continua para estimar las distancias y los tiempos de rutas de un problema de minimización de las emisiones de gases de efecto invernadero en un sistema urbano de distribución de cargas.

3 Sistema de reparto mixto

En este capítulo se aborda el problema de reparto de mercancías mediante un sistema mixto compuesto por camiones y drones. En primer lugar se detallará en profundidad en qué consiste el problema que se pretende resolver y a continuación se presenta su formulación matemática. Para el desarrollo de la metodología propuesta se sigue un enfoque basado en modelos de aproximación continua, usados para el estudio de problemas para los que se desea derivar conclusiones de tipo general.

3.1 Definición del problema de división en zonas de reparto

El problema que se pretende resolver en este estudio consiste en el diseño de un sistema óptimo de reparto de mercancías mediante el uso de drones y camiones en un área extensa de reparto que, por simplicidad, se considera/considerará circular. Por una parte, se supondrá que los clientes se encuentran aleatoriamente distribuidos en la zona de trabajo, por tanto, en lugar de trabajar con puntos de entrega específicos, se considerará un factor de densidad de clientes por km^2 . Por otra parte, supondremos que en el centro de esta se localiza un almacén del cual salen los camiones portando en su interior los productos a entregar, los drones que efectuarán el reparto y un determinado número de baterías de repuesto para cada dron, de modo que cada uno de ellos podrá realizar tantos desplazamientos como baterías de repuesto le sean asignadas. A la hora de diseñar un sistema de reparto de tipo general caben básicamente dos posibilidades: considerar un sistema de tipo radial o de tipo circular. En el primer caso los desplazamientos de los camiones serían radiales y los drones se moverían perpendicularmente a los camiones, cubriendo áreas triangulares desde el centro hasta el contorno de la zona de reparto. En el segundo caso los camiones realizarían movimientos circulares sobre un conjunto de circunferencias concéntricas centradas en el almacén y los drones se moverían en bandas de anchura constante alrededor de los camiones. Puesto que en el primer caso la anchura de la zona de reparto alrededor de cada camión varía con la distancia hasta el almacén, la determinación del número y de las características de los movimientos de los drones resulta muy compleja. En este trabajo se considerará un sistema de reparto de tipo circular, de forma que el área de reparto se encontrará dividida en coronas circulares de igual anchura que será preciso determinar, tal como se muestra en la figura 3.1.

Así, cada camión saldrá del almacén siguiendo una trayectoria radial, se posicionará en un punto del centro de la corona que le haya sido asignada y comenzará el reparto, enviando drones a los puntos de entrega, mientras se desplaza siguiendo una trayectoria circular. Los drones deberán realizar la entrega de los productos a los clientes y regresar de nuevo al camión que se encontrará en algún punto más avanzado de su trayectoria. Por simplicidad se considera que cada dron visita a un cliente, realiza la entrega y vuelve al camión. Allí su batería será remplazada por una con carga completa y podrá ser liberado nuevamente para realizar otra entrega. En la figura 3.2 puede verse el esquema de la trayectoria que siguen los drones en la entrega de un producto. Una vez el camión haya agotado todos los productos portados quedará detenido en el punto de su trayectoria en el que envió el último de los productos a entregar, esperará el regreso de todos los drones enviados y volverá al almacén siguiendo de nuevo una trayectoria radial, para ser cargado con nuevos productos y baterías de reemplazo cargadas, tras lo que, si es necesario, comenzará un nuevo ciclo de reparto, como se muestra en la figura 3.2.

Supondremos que todos los camiones empleados tienen las mismas características (flota homogénea) y se desplazan a velocidad constante que deberá ser determinada. Además, dispondrán de capacidad de carga limitada, por tanto, es posible que deban llevar a cabo varias idas y vueltas al almacén hasta satisfacer la

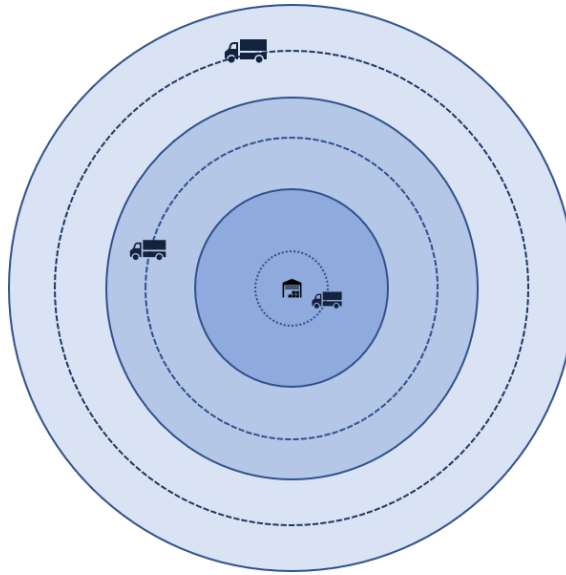


Figura 3.1 Rutas de camiones.

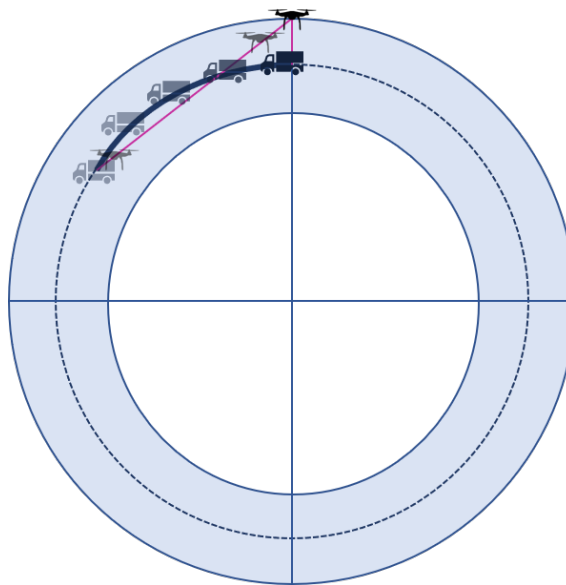


Figura 3.2 Desplazamiento más desfavorable.

demanda completa. Supondremos también que en cada uno de los viajes el total de drones y baterías es suficiente para efectuar el reparto de toda la mercancía portada, es decir, si por ejemplo se transportan 50 productos, el camión dispondrá de al menos 50 baterías, una por entrega, pudiendo ser el número de drones un divisor entero de esta cantidad. No tiene mucho sentido considerar el caso en que el número de baterías no permita realizar el reparto completo de la carga portada puesto que se estaría incurriendo en ineficiencias que carecen de justificación lógica. Dado que cada corona circular tiene un área diferente, el número de viajes o ciclos de reparto que se necesitan para cubrir su demanda será mayor cuanto más alejada esté del almacén. En la figura 3.3 puede apreciarse como en el mismo tiempo de reparto (misma longitud de trayectoria recorrida en cada corona) se habrá atendido una porción diferente del área total de cada corona. En cuanto al número de clientes, se considerará una distribución superficial homogénea caracterizada por una densidad de demanda constante (clientes/unidad de superficie) que se incorpora en el proceso de decisión en forma de parámetro.

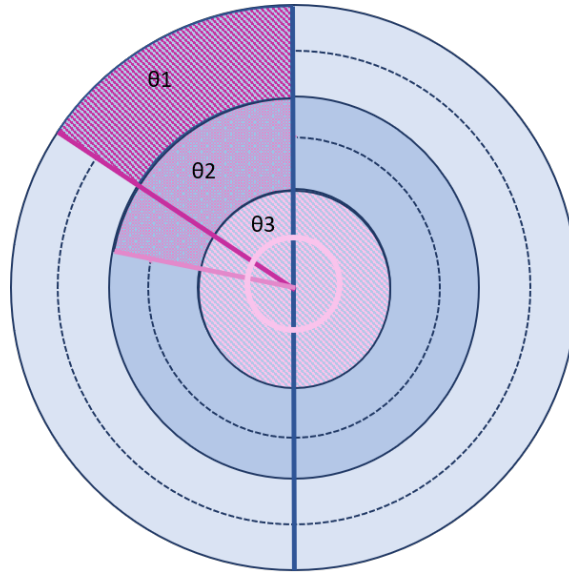


Figura 3.3 Diferencia entre ángulos recorridos.

3.2 Expresión matemática del modelo de división en zonas de reparto

Tras definir el problema que se trata de resolver en este trabajo, se presentan los diferentes parámetros y variables que intervienen en su formulación como un problema de optimización.

Parámetros

- R : radio del área circular de reparto. Es un dato determinado por el territorio elegido.
- ρ : la densidad de demanda uniforme que se extiende sobre el área de reparto. Se considera un dato del problema.
- NP : el máximo número de productos que porta un camión en un reparto
- ND : el número de drones que son portados por un camión para un reparto.
- NB : el número de baterías que son portados por un camión para un reparto.
- \hat{n} : la relación entre el número de baterías y el número de drones portados por un camión para un reparto.
- $n = \{1, 2, \dots, N\}$: el índice que hace referencia a la corona circular o área de reparto en la que se está desplazando el camión, donde $n = 1$ es la circunferencia más alejada del centro y $n = N$ la más cercana a él.
- Vd : velocidad media a la que se desplaza el dron, constante durante todo el recorrido e igual en todas las áreas de reparto.
- t^{max} : tiempo máximo de desplazamiento de un dron, es decir, su autonomía. Se trata de un dato que viene fijado por el fabricante de los drones.

Variables auxiliares y de decisión

- A_c : el área que abarca un desplazamiento del camión desde que se posiciona en el centro de una corona circular hasta que agota los productos portados y debe volver al almacén. Como se comentó previamente depende de la distancia desde el centro de la corona al almacén.
- A_d : el área de reparto que corresponde al desplazamiento del camión desde que despegue un dron hasta su vuelta, suponiendo que el dron alcanza el borde de la corona circular, es decir, el dron realiza el mayor desplazamiento posible.
- d : amplitud de las zonas de reparto, es decir, anchura de cada corona circular. Es la variable de decisión principal.
- Sc : distancia que recorre el camión cuando cubre el área dada por A_d .
- Sc'_n : cuerda delimitada por el inicio y el fin del recorrido Sc cuando el camión se desplaza por la corona circular de nivel n .

- θ_n : ángulo recorrido por el camión en la circunferencia de nivel n cuando este realiza un recorrido de distancia igual a Sc .
- Sd_n : la mayor distancia posible que recorrerá un dron, es decir, la distancia que se corresponde con la máxima autonomía del dron. Esta distancia es dependiente de la corona circular asociada, siendo mayor cuanto más alejada se encuentra del almacén.
- Sd'_n : distancia máxima que recorre un dron desde que entrega el pedido hasta que vuelve al camión. Esta distancia es dependiente de la corona circular asociada, siendo mayor cuanto más alejada se encuentra del almacén.
- Vc : velocidad media a la que se desplaza el camión, constante durante todo el recorrido e igual en todas las áreas de reparto.
- Vd : velocidad media a la que se desplaza un dron, constante durante todo el recorrido e igual en todas las áreas de reparto.
- t : tiempo que tarda un dron desde que sale del camión hasta que vuelve de nuevo a él. Dado que se deben sincronizar la recogida de drones y el movimiento del camión, t también es el tiempo que un camión tarda en recorrer la distancia Sc .

3.2.1 Cálculos para la determinación de la anchura de las coronas de reparto

Se partirá del conocimiento del radio del área de reparto (R), de unos límites para la velocidad de los drones (Vd) y de los camiones (Vc), de la autonomía de los drones (t^{max}), de la demanda de productos (ρ), del número de productos portados en un camión (NP) y del ratio \hat{n} . A partir de estos parámetros se deberá calcular la anchura de cada corona (d) y el ángulo recorrido por el camión en un ciclo dentro de cada trayectoria concreta (θ_n). Posteriormente se formulará un modelo de optimización para minimizar los costes totales de reparto de mercancías:

- El coste unitario por camión.
- El coste asociado a la distancia recorrida por los vehículos
- El coste asociado al tiempo total de reparto

Previo a la formulación que permitirá determinar coste y asignación óptima de camiones para el reparto completo del área en estudio, es preciso determinar la anchura de las zonas de reparto (d) y el ángulo recorrido (θ_n) en función de los datos de partida del problema (R, ρ, NP, Vd, t^{max} y \hat{n}). Para ello, en primer lugar, se debe estudiar la geometría del área de reparto, representada en la Figura 3.4.

Si se desea que la separación entre zonas (d) sea constante y que se asegure que en todo caso los drones pueden volver de nuevo al camión tras realizar el reparto, se deberán hacer los cálculos en relación a la última zona que se defina, es decir, a la más alejada del almacén, ya que a igualdad de arco recorrido se demuestra matemáticamente en el apéndice A que cuanto más externa es la circunferencia, menor es el ángulo recorrido y mayor es la cuerda delimitada por el arco. Comenzando la numeración de las coronas desde el exterior hacia el centro del área de estudio se cumplirá:

$$\theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_n \leq \dots \leq \theta_N \quad (3.1)$$

A partir de los parámetros establecidos pueden establecerse las siguientes relaciones (ver Figura 3.4):

$$Sd_n = Sd'_n + \frac{d}{2}, \quad (3.2)$$

$$Vc = \frac{Sc}{t}, \quad (3.3)$$

$$Vd = \frac{Sd_n}{t}, \quad (3.4)$$

$$t = t^{max} \quad (3.5)$$

En primer lugar, la ecuación (3.2) expresa la distancia que recorre el dron en su vuelo más desfavorable, es decir, alcanzando el borde de la corona circular correspondiente antes de volver al camión. A continuación, las ecuaciones (3.3) y (3.4) definen las relaciones entre velocidad, espacio y tiempo del camión y del dron respectivamente cuando recorren las distancias Sc y Sd_n . Para obtener el máximo partido a los drones, la

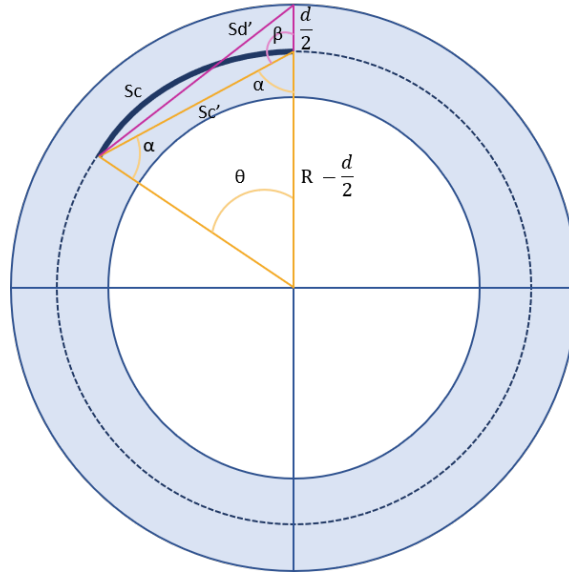


Figura 3.4 Definición geometría del modelo.

ecuación (3.5) fija el tiempo de desplazamiento al máximo de su autonomía, asegurando de este modo la máxima amplitud de las zonas (d). Finalmente, sustituyendo t en la expresión (3.4) se obtiene el valor de Sd_n .

$$Sd_n = t^{max} \cdot Vd \quad (3.6)$$

Puesto que conocemos el valor de Sd_n vamos a expresar esta distancia en función de d y θ_1 . Para ello debemos resolver los triángulos que se muestran en la Figura 3.4.

$$\pi = \theta_1 + 2\alpha \quad (3.7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(\pi - \theta_1) \quad (3.8)$$

$$Sc'_1 = 2 \cdot (R - \frac{d}{2}) \cdot \sin \frac{\theta_1}{2} \quad (3.9)$$

$$\beta = \pi - \alpha \quad (3.10)$$

$$\beta = \frac{1}{2}(\pi + \theta_1) \quad (3.11)$$

$$Sd'_1 = \sqrt{\frac{d^2}{2} + Sc_1'^2 - 2 \cdot Sc_1' \cdot \frac{d}{2} \cos [\frac{1}{2}(\pi + \theta_1)]} \quad (3.12)$$

Se va a resolver un triángulo isósceles con un ángulo igual a θ_1 y dos ángulos iguales a α . Con las ecuaciones (3.7) y (3.8) expresamos la amplitud del ángulo α en función de la de θ_1 , dada la relación existente entre los ángulos de un triángulo. Por trigonometría, haciendo uso de la definición del seno se puede establecer el valor de Sc'_1 tal como refleja la ecuación (3.9). Posteriormente, pasamos al triángulo externo, un triángulo escaleno, que puede ser resuelto conociendo dos de los lados y el ángulo que forman. Para ello, con las ecuaciones (3.10) y (3.11) se ha definido el ángulo β en función de θ_1 haciendo uso de la relación de suplementariedad entre α y β . De esta forma, mediante el teorema del coseno se puede expresar Sd'_1 como una función de θ_1 y d tal como muestra la ecuación (3.12). Finalmente, haciendo uso de la definición de Sd_n , (ecuación (3.2)) se obtiene:

$$Sd_1 = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{2} + Sc_1'^2 - 2 \cdot Sc_1' \cdot \frac{d}{2} \cos [\frac{1}{2}(\pi + \theta_1)]} \quad (3.13)$$

Sustituyendo la expresión (3.9) en el cálculo de Sd_1 se obtiene una primera ecuación que relaciona las variables θ_1 y d .

$$Sd_1 = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + [2(R - \frac{d}{2}) \sin \frac{\theta_1}{2}]^2 - 2[2(R - \frac{d}{2}) \sin \frac{\theta_1}{2}] \frac{d}{2} \cos [\frac{1}{2}(\pi + \theta_1)]} \quad (3.14)$$

$$Sd_1 = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2} - 2dR \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \quad (3.15)$$

Por otra parte, se conoce la relación entre el número de drones y de baterías portados en un desplazamiento de un camión (desde que sale del almacén hasta que vuelve de nuevo). Esta relación determina el número de desplazamientos de drones, es decir, el número máximo de productos que se pueden repartir.

$$\hat{n} = \frac{NB}{ND} \quad (3.16)$$

Tal como muestra la siguiente expresión, el número de productos a repartir debe ser inferior o igual al número de viajes que se pueden producir. Relación que se cumplirá con signo de igualdad pues de otra forma no se obtiene la máxima eficiencia.

$$ND \cdot \hat{n} \geq NP \quad (3.17)$$

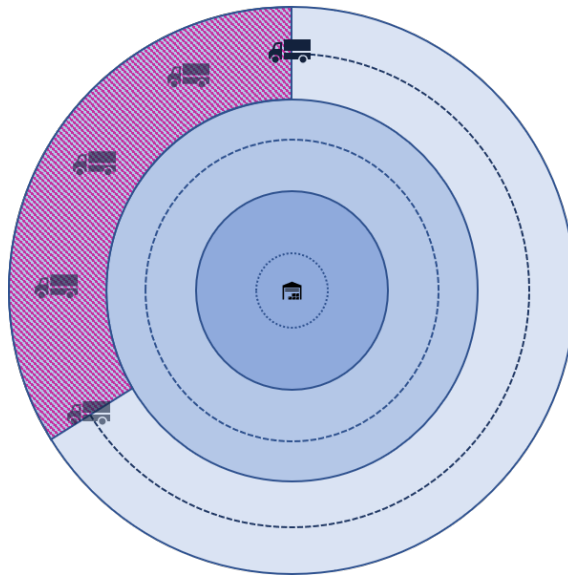


Figura 3.5 Área de desplazamiento del camión.

Como se ha comentado con anterioridad, el número de productos portados por un camión en un desplazamiento es un dato que viene determinado por la capacidad del propio vehículo. Dado que la demanda de productos también es conocida, se puede obtener el área de reparto (Figura 3.5) que corresponde al desplazamiento de un camión.

$$NP = A_c \cdot \rho \quad (3.18)$$

Este área se relaciona directamente con Sc pues es la zona de reparto abarcada por \hat{n} desplazamientos de longitud Sc (nótese que \hat{n} contiene el número de baterías de repuesto por dron). Sabiendo que en un desplazamiento Sc se abarca un área igual a A_d se obtiene:

$$A_c = \hat{n} \cdot A_d \quad (3.19)$$

Como se aprecia en la Figura 3.6, las áreas de reparto son coronas circulares definidas por la amplitud del ángulo θ_1 y los radios externo e interno (R y $R - d$), por tanto, se puede afirmar:

$$A_d = \frac{R^2 \theta_1}{2} - \frac{(R - d)^2 \theta_1}{2} \quad (3.20)$$

$$A_d = \frac{\theta_1 d}{2} (2R - d) \quad (3.21)$$

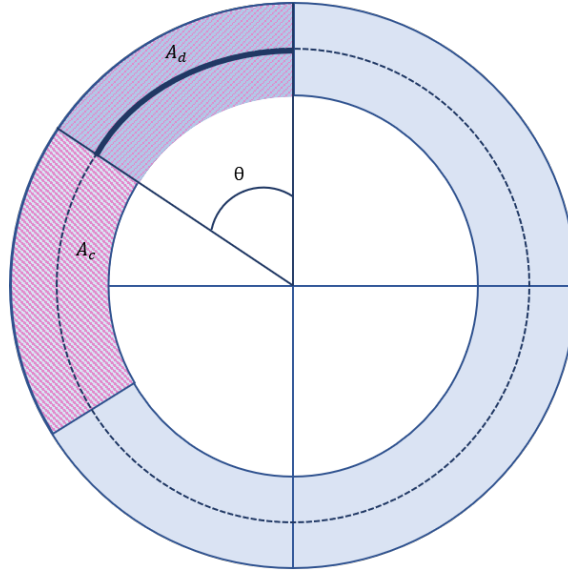


Figura 3.6 Áreas de demanda.

Finalmente, haciendo uso de las ecuaciones (3.18), (3.19) y (3.21) se obtiene la segunda de las ecuaciones del sistema que relaciona las variables d y θ_1 .

$$NP = \rho \cdot \hat{n} \cdot \frac{\theta_1 d}{2} (2R - d) \quad (3.22)$$

3.2.2 Ecuaciones finales que relacionan la anchura de las coronas de reparto y el ángulo de la zona de reparto en la corona exterior

A partir de la ecuación (3.15), sustituyendo en ella (3.6) para $n = 1$ y considerando la ecuación (3.22), disponemos de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$V_d t^{max} = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2} - 2dR \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2}}$$

$$NP = \rho \cdot \hat{n} \cdot \frac{\theta_1 d}{2} (2R - d)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones compuesto por las expresiones anteriores, se obtienen los valores de d y θ_1 que permiten definir la estructura del escenario del problema a optimizar. La sección 5.1 contiene información detallada del procedimiento de resolución.

3.3 Definición del problema de asignación de vehículos a zonas de reparto

Tras realizar la división del área total de reparto en coronas circulares en base a la autonomía de los drones que realizan la entrega de los productos a los clientes, se deben calcular el número de camiones que se necesitan para completar el reparto y la asignación de los mismos a las diferentes zonas preestablecidas.

Para ello se parte del conocimiento del número de zonas (una vez calculada la anchura de cada zona) y de la caracterización de cada una de ellas: longitud de la circunferencia central y distancia desde el almacén hasta cualquier punto de dicha circunferencia.

Supondremos que tenemos una flota con un número fijo de vehículos que pueden realizar el reparto. Cada uno de ellos podrá ser asignado a una, varias o ninguna de las coronas circulares y deberá realizar un determinado número de ciclos o viajes de reparto.

Para cada una de las coronas se definirá un número concreto de ciclos, entendiendo un ciclo como el proceso repetitivo que lleva a cabo un camión cada vez que realiza un viaje desde el almacén. Este proceso de compone se las siguientes etapas:

- Carga en el camión de los productos, los drones y sus baterías.
- Trayecto radial del camión desde el almacén hasta un punto de la circunferencia central de una corona.
- Trayecto circular por el centro de la corona que transcurre desde que el primer dron sale del camión hasta que sale el dron que realizará la entrega del último producto.
- Espera del camión al regreso de los drones.
- Trayecto radial desde el centro de la corona hasta el almacén.

La Figura 3.7 representa un ciclo de una corona cualquiera.

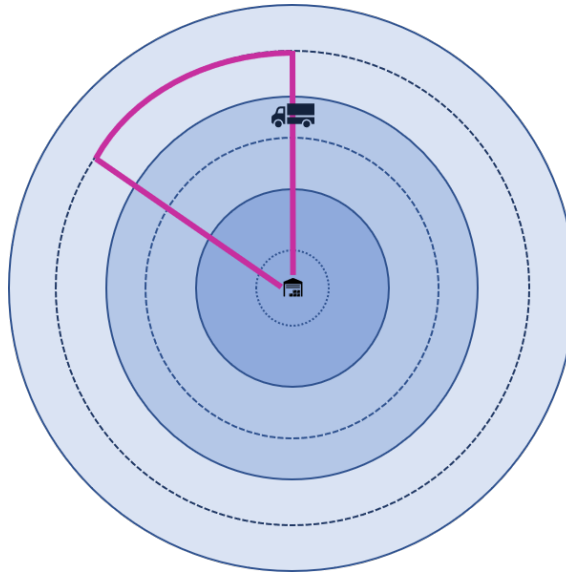


Figura 3.7 Trayecto del camión en un ciclo.

Supondremos que cuando un vehículo se asigna a una corona este realiza un número entero de ciclos completos de la misma.

El objetivo de este problema es determinar la asignación óptima de vehículos que minimiza el tiempo de reparto.

3.4 Expresión matemática del modelo de asignación de vehículos a zonas

En primer lugar se detallan los parámetros. Algunos de ellos son comunes a los presentados en el modelo anterior, otros se han obtenido como resultado de la resolución del mismo y otros se han establecido específicamente para este modelo.

Parámetros

- R : radio del área total de reparto. Es un dato determinado por el territorio elegido.
- ρ : la densidad de demanda uniforme que se extiende en el área de reparto. Se considera un dato del problema.
- d : amplitud de las zonas de reparto, es decir, anchura de cada corona circular. Se obtiene como resultado de la resolución del modelo anterior.
- $j = \{1, \dots, NC\}$: el índice que hace referencia a la corona circular o área de reparto en la que se está desplazando el camión, donde $j = 1$ es la circunferencia más alejada del centro y $j = NC$ la más cercana a él.
- θ_1 : ángulo recorrido por el camión en la circunferencia de nivel 1 desde que un dron que debe entregar un producto en el límite de la zona sale de él hasta que regresa. Proviene de la resolución del modelo anterior.
- \hat{n} : la relación entre el número de baterías y el número de drones portados por un camión para un reparto.
- lg : litros de combustible fósil que consume un camión al recorrer 1km.

- cb : kWh necesarios para la carga completa de una batería
- α : factor que expresa los kilogramos de CO_2 emitidos a la atmósfera con el consumo de 1 litro de combustible fósil.
- β : factor que expresa los kilogramos de CO_2 emitidos a la atmósfera con el consumo de 1 kWh de electricidad.
- $i = \{1, \dots, I\}$: el índice que hace referencia a cada uno de los camiones que componen la flota.

Variables

A continuación se exponen las variables de decisión y los cálculos intermedios o auxiliares:

- NC : número de coronas en las cuales se divide el área total de reparto. Es proporcionado por el modelo anterior.
- Vc : velocidad media a la que se desplaza el camión, constante durante todo el recorrido e igual en todas las áreas de reparto.
- Sc_1 : distancia que recorre el camión en la corona de nivel 1 cuando se cubre la amplitud θ_1 .
- Sp_j : distancia que recorre el camión entre que se envían el primer producto y el último en la corona de nivel j .
- r_j : radio de la circunferencia central de la corona circular de nivel j .
- NCI_j : número de ciclos necesarios para completar el reparto en la corona de nivel j .
- lc_j : distancia recorrida por un camión en la realización de un ciclo perteneciente a una corona de nivel j .
- x_{ij} : número de ciclos de la corona de nivel j que son realizados por el camión i . Es la variable de decisión principal de este modelo.
- LC_i : distancia de reparto del camión i .
- TC_i : tiempo de reparto del camión i .
- TT : tiempo de reparto del sistema.
- CC : consumo de CO_2 por parte de los camiones.
- CD : consumo de CO_2 por parte de los drones.
- CT : consumo total de CO_2 en el sistema de reparto.

3.4.1 Cálculos auxiliares de modelo mixto

A partir de d y del radio del área total R se calcula el número de coronas en las que se divide el área circular de reparto.

$$NC = \frac{R}{d} \quad (3.23)$$

Conociendo el número de coronas (NC), la anchura de las mismas (d) y el ángulo que se recorre en la corona más externa θ_1 se calcula la longitud del arco Sc_1 :

$$Sc_1 = \theta_1 \left(NC \cdot d - \frac{d}{2} \right) \quad (3.24)$$

Esta longitud representa la distancia que recorrerá el camión sin tener que realizar reemplazos en las baterías de los drones. Dado que en los vehículos se porta una relación de baterías-drones igual a \hat{n} , los vehículos recorrerán en cada ciclo de la corona más externa una longitud de arco Sp_1 igual a:

$$Sp_1 = \hat{n} Sc_1 \quad (3.25)$$

Partiendo de esta medida máxima teórica se puede calcular el número de ciclos necesarios para cubrir cada una de las coronas dividiendo la longitud total de la circunferencia entre esta cantidad.

$$NCI_j = \left\lceil \frac{2\pi r_j}{Sp_1} \right\rceil \quad (3.26)$$

donde r_j viene dado por la expresión:

$$r_n = R - (2j - 1) \frac{d}{2} \quad (3.27)$$

Supondremos que los vehículos realizan un desplazamiento circular de igual longitud en cada ciclo, que puede ser calculado como:

$$Sp_j = \frac{2\pi r_j}{NCI_j} \quad (3.28)$$

Además del desplazamiento circular, hay que sumar en cada ciclo un trayecto de ida y otro de vuelta al almacén, por lo que la longitud total recorrida en cada ciclo de la corona de nivel j (lc_j) se expresa como:

$$lc_j = Sp_j + 2r_j \quad (3.29)$$

3.4.2 Modelo para la asignación de ciclos a camiones en el modelo híbrido

A partir de los cálculos anteriores es posible definir un modelo de programación entera cuya resolución proporcionará la asignación óptima de camiones a ciclos de reparto.

$$\text{Min } TT \quad (3.30)$$

s.a. :

$$TC_i \leq TT \quad i = 1, \dots, I \quad (3.31)$$

$$TC_i = \sum_{j=1}^{NC} tc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (3.32)$$

$$LC_i = \sum_{j=1}^{NC} lc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (3.33)$$

$$NCI_j = \sum_{i=1}^I x_{ij} \quad j = 1, \dots, NC \quad (3.34)$$

La función objetivo (3.30) minimiza la variable TT que representa el tiempo total de reparto. EL conjunto de restricciones (3.31) acota superiormente el tiempo de reparto de cada vehículo con la variable que se minimiza en la función objetivo. Las restricciones (3.32) permiten definir el tiempo de reparto de cada vehículo, sumando los tiempos incurridos en los ciclos de reparto realizados. Las restricciones (3.33) miden la longitud recorrida por cada uno de los vehículos. Finalmente, las restricciones (3.34) aseguran que todos los ciclos del área de reparto sean asignados a algún vehículo.

3.4.3 Indicadores de eficiencia modelo mixto

Con el fin de comparar el sistema de reparto híbrido y el sistema de reparto monovehículo propuesto en el Capítulo 4, se proponen dos indicadores que se describen a continuación.

Tiempo total de reparto

Una vez que se realice la asignación de cada camión de la flota a unos ciclos concretos, se puede conocer la distancia que recorre cada uno de ellos en el reparto:

$$LC_i = \sum_{j=1}^{NC} x_{ij} \cdot lc_j \quad (3.35)$$

Tal como se define en el modelo de división del área de reparto en la expresión (3.3), la velocidad de los camiones se supone constante en todo el modelo. De este modo, conociendo la distancia que recorre cada vehículo y la velocidad a la que circula cada uno de ellos, se puede conocer el tiempo de reparto.

$$TC_i = \frac{LC_i}{V_c} \quad (3.36)$$

Finalmente, el tiempo de reparto del sistema se define como el mayor de los tiempos de reparto de los camiones de la flota:

$$TT = \max_{i=1, \dots, I} \{TC_i\} \quad (3.37)$$

Emisiones de dióxido de carbono

Las emisiones de CO_2 que se producen con el reparto de productos mediante un sistema híbrido compuesto por camiones y drones están directamente relacionadas con el consumo energético de los vehículos, que tiene una primera componente referente al consumo de combustible fósil por parte de los camiones y una segunda componente relativa al consumo eléctrico que supone la carga de las baterías de los drones. Las emisiones relacionadas con los camiones son directamente proporcionales a la distancia que recorren y al consumo medio del vehículo, pudiéndose calcular como:

$$CC = lg \cdot \alpha \sum_{j=1}^{NC} (NCI_j l c_j) \quad (3.38)$$

En cuanto al consumo por parte de los drones, se estimará una cota superior con la suposición de que en cada una de las entregas se agota la batería por completo:

$$CD = \pi R^2 \rho \cdot cb \cdot \beta \quad (3.39)$$

Por tanto, las emisiones de CO_2 del sistema pueden ser expresadas como:

$$CT = CC + CD = lg \cdot \alpha \sum_{j=1}^{NC} (NCI_j l c_j) + \pi R^2 \rho \cdot cb \cdot \beta \quad (3.40)$$

4 Sistema de reparto monovehículo

En este capítulo se aborda el problema de transporte de mercancías mediante un sistema compuesto exclusivamente por camiones. En primer lugar se detallará en profundidad en qué consiste el problema que se pretende resolver y a continuación se presentará su formulación matemática.

4.1 Definición del problema

Para probar la eficiencia del modelo de reparto mediante el uso combinado de camiones y drones, se plantea un modelo con la misma estructura que realiza la entrega de productos únicamente con el uso de camiones.

Supondremos que los camiones tienen la misma capacidad que en la versión mixta y, por tanto, el número de productos portados en cada viaje será el mismo. El área de reparto considerada también será la misma, lo que implica que la demanda de productos se mantiene constante. Además, para realizar una comparativa lo más objetiva posible se tratará la zona de reparto mediante la división en coronas circulares realizada en el apartado anterior, respetando la amplitud de zonas calculada previamente.

En este caso, la dinámica de reparto será la siguiente: los camiones partirán del almacén cargados de productos hasta alcanzar su límite de capacidad y viajarán hasta algún punto de la circunferencia central de alguna de las coronas. Desde allí podrán hacer dos movimientos: avanzar en la ruta circular o desplazarse hacia un cliente mediante una ruta radial de ida y vuelta. Cuando finalice la entrega de todos los productos portados, los camiones volverán al almacén para ser cargados nuevamente antes de salir a una nueva ruta. En la Figura 4.1 puede verse el esquema de reparto de un viaje.

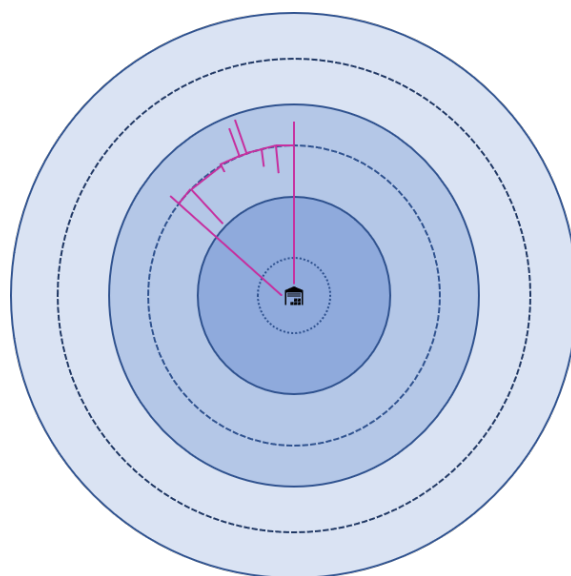


Figura 4.1 Rutas de camiones.

Supondremos que para el reparto se emplea la misma flota de camiones que en el caso anterior. Estos serán asignados a una de las coronas y realizará una serie de desplazamientos en ella. La velocidad a la que se mueve el camión será nuevamente la calculada previamente para que la comparativa entre ambos modelos sea justa.

Con estos datos se calcularán algunos indicadores para compararlos con el caso del modelo mixto y comprobar su eficiencia.

4.2 Expresión matemática del modelo

Parámetros

- NP : número de productos portados en el camión cuando este parte del almacén.
- ρ : demanda uniforme de productos que se extiende por el área total de reparto. Se mide en número de productos por km^2 .
- R : radio en km del área total de reparto.
- d : anchura de cada una de las coronas o áreas de reparto preestablecidas.
- $j = 1, \dots, NC$: el índice que hace referencia a cada una de las coronas circulares, siendo $j = 1$ la circunferencia más alejada del centro y $j = NC$ la más cercana a él.
- V_c : velocidad promedio a la cual se desplaza cada uno de los camiones.
- α : factor que expresa los kilogramos de CO_2 emitidos a la atmósfera con el consumo de 1 litro de combustible fósil.
- lg : litros de combustible fósil que consume un camión al recorrer 1km.

Variables

- θ_j : ángulo recorrido por un camión en la corona de nivel j al realizar el desplazamiento de máximo recorrido.
- l_j : longitud recorrida por un camión sobre la circunferencia central de la corona de nivel j al realizar el desplazamiento de máximo recorrido.
- NCI_j : número de ciclos necesarios para completar el reparto en la corona j . Por ciclo se entiende el desplazamiento de un camión desde que sale del almacén hasta que vuelve de nuevo a él.
- L_j : longitud recorrida por un camión sobre la circunferencia central de la corona de nivel j al realizar un ciclo.
- NP_j : número de productos que se entregan en un ciclo de la corona de nivel j .
- LC_j : longitud total recorrida en cada ciclo de la corona de nivel j .
- x_{ij} : número de ciclos de la corona de nivel j que son realizados por el camión i .
- TT : tiempo de reparto del sistema.
- CT : consumo total de CO_2 en el sistema de reparto.

4.2.1 Cálculos auxiliares del modelo monovehículo

Debido a la relación que se establece entre el número de productos portados y la densidad de la demanda se puede obtener el área que abarca cada desplazamiento.

$$NP(\text{productos}) \cdot \frac{1(\text{km}^2)}{\rho(\text{productos})} = \frac{NP}{\rho} \text{km}^2 \quad (4.1)$$

Conocida el área, se debe conocer la longitud que ésta representa en cada una de las coronas. Para ello se expresará el área en función del ángulo recorrido.

$$\frac{NP}{\rho} = \frac{[R - d(j-1)]^2 \theta_j}{2} - \frac{[(R - dj)^2] \theta_j}{2} = \frac{\theta_j}{2} (2Rd - 2d^2 j + d^2) \quad (4.2)$$

De la ecuación anterior se puede despejar el ángulo recorrido en un desplazamiento y a través de él, planteando las ecuaciones del área de un sector circular, se puede conocer la distancia circular que se recorre en cada desplazamiento.

$$\frac{l_j(R - jd + d/2)}{2} = \frac{\theta_j(R - jd + d/2)^2}{2} \quad (4.3)$$

$$l_j = \frac{\theta_j(R - jd + d/2)^2}{(R - jd + d/2)} = \theta_j(R - jd + d/2) \quad (4.4)$$

Conocida la longitud de cada una de las circunferencias recorridas se puede calcular el número de ciclos necesarios para completar cada una de las áreas de reparto

$$NCI_j = \lceil \frac{2\pi(R - jd + d/2)}{l_j} \rceil \quad (4.5)$$

Para equilibrar la longitud de los ciclos de cada corona, se divide la longitud de la circunferencia central de cada una de ellas entre el número de ciclos necesarios y se obtiene la longitud efectiva que recorrerá cada camión sobre la circunferencia central de cada corona en la realización de un ciclo:

$$L_j = \frac{2\pi(R - (2j - 1)d/2)}{NCI_j} \quad (4.6)$$

Mediante esta longitud se calcula el área abarcada en cada ciclo en cada corona, para poder obtener así el número de productos entregados en cada ciclo:

$$NP_j = \rho \frac{L_j(R - (2j - 1)d/2)}{2} \quad (4.7)$$

Para completar la longitud recorrida en un ciclo se deben tener en cuenta los desplazamientos desde y hacia el almacén y los desplazamientos hacia y desde los puntos de entrega de los productos. Estos últimos se calcularán de forma promediada suponiendo que las entregas se realizan a una distancia igual a $d/4$ desde la circunferencia central. De este modo la longitud recorrida en cada ciclo se puede representar como:

$$LC_j = 2NP_j \frac{d}{4} + 2(R - (2j - 1)d/2) + L_j \quad (4.8)$$

Nuevamente se tratará de asignar un número entero de ciclos a cada uno de los camiones tratando de minimizar, por una parte, el tiempo total de reparto, y por otra parte, el tamaño de la flota empleada. Posteriormente, para ambos casos se representarán las emisiones de CO_2 y el tiempo total de reparto de modo que se posibilite la comparativa con el modelo de reparto híbrido.

4.2.2 Asignación de vehículos del modelo monovehículo

En base a lo reflejado en la sección anterior, conocida la geometría del área de reparto proporcionada por el cálculo de las diferentes coronas circulares, se definen dos modelos de optimización con el fin de comparar objetivamente los sistemas de reparto híbrido y monovehículo. En primer lugar se presenta un modelo en el que fijado un tamaño de flota se trata de minimizar el tiempo de reparto. En el segundo caso se pretende minimizar la flota empleada fijando el tiempo de reparto. Ambos modelos han sido desarrollados en lenguaje python mediante el uso de las librerías gurobi y math.

4.2.3 Minimización del tiempo de reparto

$$\text{Min } TT \quad (4.9)$$

s.a. :

$$TC_i \leq TT \quad i = 1, \dots, I \quad (4.10)$$

$$TC_i = \sum_{j=1}^{NC} tc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (4.11)$$

$$LC_i = \sum_{j=1}^{NC} lc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (4.12)$$

$$NCI_j = \sum_{i=1}^I x_{ij} \quad j = 1, \dots, NC \quad (4.13)$$

Este modelo sigue la misma estructura que el presentado para el modelo híbrido en el apartado ???. La variable principal es x_{ij} que modela el número de ciclos de la corona j que se asignan al vehículo i . El objetivo del problema es minimizar el tiempo de reparto, expresado por la variable TT , ver (4.9), que se define como una cota superior del tiempo de reparto de cada vehículo (TC_i), como se impone en las restricciones (4.10). La longitud total recorrida por cada vehículo se calcula a través de las restricciones (4.12). La condición principal que se debe respetar es que todos los ciclos de cada corona sean asignados a algún vehículo, (4.13).

4.2.4 Minimización del tamaño de flota

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^I \delta_i \quad (4.14)$$

s.a. :

$$TC_i \leq TT^{fixed} \quad \forall i = 1, \dots, I \quad (4.15)$$

$$TC_i = \sum_{j=1}^{NC} tc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (4.16)$$

$$LC_i = \sum_{j=1}^{NC} lc_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (4.17)$$

$$NCI_n = \sum_{i=1}^I x_{ij} \quad j = 1, \dots, NC \quad (4.18)$$

$$\delta_i \sum_{j=1}^{NC} NCI_j = \sum_{j=1}^{NC} x_{ij} \quad i = 1, \dots, I \quad (4.19)$$

En este modelo se parte del tiempo máximo en el que debe ejecutarse el reparto (TT^{fixed}) y se pretende minimizar el número de vehículos a emplear, (4.14). Las variables principales son las variables binarias δ_i que toman el valor 1 si el vehículo i se emplea y 0 si no. El tiempo prefijado de reparto (el obtenido en el modelo híbrido) se define como cota superior del tiempo de reparto de cada vehículo (restricciones (4.15)) y estos se calculan en base a los ciclos que se le asignen en cada corona, como se observa en las restricciones (4.16). La longitud recorrida por cada vehículo se obtiene imponiendo las restricciones (4.17). Se fuerza a la realización de todos los ciclos de la zona de reparto usando (4.18). Finalmente se ha añadido el conjunto de restricciones (??) para modelar que si un vehículo no se emplea en el reparto, no le sea asignado ningún ciclo en ninguna corona.

4.2.5 Indicadores de eficiencia modelo monovehículo

De cara a una comparación objetiva de los sistemas de transporte híbrido y monovehículo se han definido dos indicadores principales de eficiencia, que se describen brevemente a continuación.

Tiempo de reparto

De forma análoga a lo establecido en el apartado 3.4.3, el tiempo de reparto del sistema vendrá definido por el mayor de los tiempos de reparto de los camiones. Siendo conocidas la velocidad a la que se desplazan los

camiones, la asignación de ciclos a cada vehículo y la distancia que se recorre en la ejecución de cada ciclo de cada corona, se puede expresar:

$$TT = \max_{i=1, \dots, I} \left\{ \frac{1}{Vc} \sum_{j=1}^{NC} LC_j x_{ij} \right\} \quad (4.20)$$

Emisiones de dióxido de carbono

En este caso las emisiones de CO_2 son causadas en su totalidad por el consumo de combustible fósil de los camiones que efectúan el reparto, siendo estas proporcionales a la distancia total recorrida.

$$CT = lg \cdot \alpha \sum_{j=1}^{NC} (NCI_j l c_j) \quad (4.21)$$

5 Experimentación

En este capítulo se detalla el proceso de experimentación diseñado para el desarrollo del trabajo expuesto a lo largo de este trabajo fin de máster. Se expone previamente el mecanismo utilizado para la resolución del sistema no lineal de ecuaciones que permite calcular las variables d y θ_1 a fin de dimensionar las zonas de reparto.

5.1 Modelo para el cálculo de d y θ

Tal como se ha reflejado en el capítulo 3 en la sección 3.2, el cálculo de la anchura de las coronas en las que se divide el área de reparto (d) y del ángulo que se recorre en la corona más externa cuando un dron realiza un desplazamiento que requiere el máximo de su autonomía (θ_1) se lleva a cabo mediante la resolución del sistema formado por las siguientes ecuaciones.

$$t^{max} \cdot Vd = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2} - 2dR \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \quad (5.1)$$

$$NP = \rho \cdot \hat{n} \cdot \frac{\theta_1 d}{2} (2R - d) \quad (5.2)$$

Puede apreciarse a simple vista que la resolución de este sistema de ecuaciones no resulta trivial. Con el fin de resolver de forma fácil este sistema de ecuaciones en los diferentes experimentos que se presentan a continuación, se ha optado por utilizar las librerías de optimización no lineal del software LINGO. Para ello se plantea el siguiente modelo de optimización, cuyo objetivo consiste en minimizar la diferencia entre los dos términos de una de las ecuaciones del sistema propuesto. Se incluyen algunas restricciones adicionales que acotan las velocidades de camiones y drones dentro de unos valores razonables.

$$\text{Min } h + e \quad (5.3)$$

s.a. :

$$Sc_1 - h + e = \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2} - 2dR \cdot \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \quad (5.4)$$

$$t^{max} \cdot Vd = Sc_1 \quad (5.5)$$

$$NP = \rho \cdot \hat{n} \cdot \frac{\theta_1 d}{2} (2R - d) \quad (5.6)$$

$$NC = \frac{R}{d} \quad (5.7)$$

$$Sc_1 = \theta_1 \left(R - \frac{d}{2} \right) \quad (5.8)$$

$$Vc = \frac{Sc_1}{t_{max}} \quad (5.9)$$

$$Vc_{min} \leq Vc \leq Vc_{max} \quad (5.10)$$

$$Vd_{min} \leq Vd \leq Vd_{max} \quad (5.11)$$

Siendo las únicas variables independientes de este modelo: d , θ_1 , Vc , Vd , h y ed . Estas dos últimas son simplemente las holguras que se tratan de minimizar, de modo que cuanto más próximos a 0 sean sus valores, mayor grado de exactitud se obtiene en la resolución del sistema de ecuaciones y, por tanto, los valores proporcionados por el modelo para las variables d y θ_1 . La expresión (5.7) calcula el número de coronas que se establecen en base al radio de la ciudad y a la amplitud d que se obtenga. Finalmente se define la longitud recorrida por cada camión en un ciclo de la corona más externa y la velocidad a la que circulan estos en función de dicha distancia. Para evitar soluciones extrañas se limitan los valores de la velocidad de drones y camiones dentro de unos rangos razonables, acordes con sus características técnicas y con la normativa vigente.

5.2 Experimentos del sistema de transporte híbrido

Como se ha comentado en capítulos anteriores este sistema de transporte considera una serie de parámetros que resultan necesarios para determinar su diseño óptimo. Estos son:

- La densidad productos, es decir, el número de entregas que deben realizarse por km^2 del área de reparto.
- El número de productos que pueden ser portados en cada camión.
- La autonomía de los drones, es decir, su tiempo máximo de vuelo.
- La relación entre el número de drones y de baterías portadas en cada camión.
- El radio de la ciudad.
- Las velocidades máxima y mínima a la que pueden desplazarse los drones.
- Las velocidades máxima y mínima a la que pueden desplazarse los camiones.
- El tamaño de flota, es decir, el número máximo de camiones que pueden ser empleados para el reparto de productos.

Para analizar de qué manera afectan los valores de estos parámetros sobre las soluciones del sistema propuesto, se han realizado una serie de experimentos que consisten en la resolución de los modelos expuestos en las secciones anteriores manteniendo constantes algunos de los parámetros y variando otros, con el fin de determinar el efecto que producen sobre el valor de la función objetivo y el valor de las variables.

Además de estos parámetros, es necesario conocer los valores relacionados con el consumo energético del sistema para poder calcular las emisiones de CO_2 que se producen en el reparto, y de esta forma, poder comparar las diferentes instancias y determinar las diferencias entre el sistema híbrido Dron-Camión y el que sólo considera camiones como vehículos de reparto.

- Consumo de combustible fósil de los camiones. Según datos de los Ministerios de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana; y de Industria, Comercio y Turismo el consumo medio de los camiones oscila entre los 21 y los 26 litros cada 100 km. Basándonos en esto se ha establecido un valor de consumo de 0,235 litros por km recorrido.
- Consumo de energía para carga de baterías, cb , expresado como el número de kWh necesarios para la carga completa de una batería. Para la autonomía fijada se puede establecer un valor igual a $4,8 \cdot 10^{-3}$ kWh.
- Emisiones de CO_2 . El factor que expresa los kilogramos de CO_2 emitidos a la atmósfera con el consumo de 1 litro de combustible fósil se ha considerado como 2,79 CO_2 por litro en base a datos proporcionados por el departamento de transportes de la Generalitat de Cataluña.
- Emisiones debidas a la producción eléctrica. El factor que expresa los kilogramos de CO_2 emitidos a la atmósfera con la producción de 1 kWh de electricidad. Este se ha tomado como 0,181 kg CO_2 por kWh en base a los datos del mix eléctrico nacional de 2010.

5.2.1 Valores de parámetros para los experimentos de sistema híbrido

Experimento H1. En primer lugar, se ha resuelto el problema manteniendo todos los parámetros constantes y modificando únicamente la densidad de productos. Los valores exactos introducidos se muestran en la Tabla 5.1.

Experimento H2. El segundo experimento realizado ha consistido en la variación del tamaño de la flota de vehículos frente al mantenimiento constante del resto de parámetros. Los valores concretos empleados se aprecian en la Tabla 5.2.

Experimento H3. A continuación, se ha optado por el estudio del efecto conjunto que producen el número de productos portados en cada camión y el tamaño de flota. Las instancias concretas que se han resuelto en este experimento se encuentran representadas en la Tabla 5.3.

Tabla 5.1 Valores del experimento de sistema híbrido 1.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA		
		H1.1	H1.2	H1.3
Densidad de productos	[productos/ km²]	10	5	1
Número de productos	[productos]	50	50	50
Autonomía	[horas]	0,2	0,2	0,2
Relación drones y baterías	[baterías/dron]	2	2	2
Radio	[km]	6	6	6
Velocidad máxima drones	[km/horas]	30	30	30
Velocidad mínima drones	[km/horas]	45	45	45
Velocidad máxima camiones	[km/horas]	60	60	60
Velocidad mínima camiones	[km/horas]	30	30	30
Tamaño de flota	[vehículos]	20	20	20

Tabla 5.2 Valores del experimento de sistema híbrido 2.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA			
		H2.1	H2.2	H2.3	H2.4
Densidad de productos	[productos/ km ²]	10	10	10	10
Número de productos	[productos]	50	50	50	50
Autonomía	[horas]	0,2	0,2	0,2	0,2
Relación drones y baterías	[baterías/dron]	2	2	2	2
Radio	[km]	6	6	6	6
Velocidad máxima drones	[km/horas]	30	30	30	30
Velocidad mínima drones	[km/horas]	45	45	45	45
Velocidad máxima camiones	[km/horas]	60	60	60	60
Velocidad mínima camiones	[km/horas]	30	30	30	30
Tamaño de flota	[vehículos]	10	15	20	30

Tabla 5.3 Valores del experimento de sistema híbrido 3.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA					
		H3.1	H3.2	H3.3	H3.4	H3.5	H3.6
Densidad de productos	[productos/ km ²]	5	5	5	5	5	5
Número de productos	[productos]	30	20	10	30	20	10
Autonomía	[horas]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Relación drones y baterías	[baterías/dron]	2	2	2	2	2	2
Radio	[km]	6	6	6	6	6	6
Velocidad máxima drones	[km/horas]	30	30	30	30	30	30
Velocidad mínima drones	[km/horas]	45	45	45	45	45	45
Velocidad máxima camiones	[km/horas]	60	60	60	60	60	60
Velocidad mínima camiones	[km/horas]	30	30	30	30	30	30
Tamaño de flota	[vehículos]	20	20	20	10	10	10

5.2.2 Resultados obtenidos en la resolución del sistema de transporte híbrido

En este apartado se muestran los resultados obtenidos con la realización de los tres experimentos expuestos en los apartados inmediatamente anteriores.

Experimento H1. Tal como se ha explicado, el primer experimento aborda el efecto que supone en el sistema la variación de la densidad de productos a entregar. Se aprecia que a medida que disminuye este parámetro, también lo hace el tiempo total de reparto del sistema. La misma relación se aprecia con las emisiones de CO_2 y con el número de vehículos empleados. A pesar de que el tamaño de flota se ha fijado para el desarrollo de este experimento, el resultado indica que con densidades inferiores o iguales a 5 productos por km^2 no sería necesario el uso de la flota completa (20 camiones). Estos resultados son coherentes, puesto que los camiones recorren una menor distancia cuanto menor es el número de productos a entregar y del mismo modo decrece el número de baterías que se emplean. En cuanto a la velocidad del dron, esta aumenta a medida que disminuye la densidad de productos, pues para alcanzar la sincronía con los camiones los drones se ven obligados a recorrer una mayor distancia en el mismo tiempo. Sin embargo la velocidad de los camiones permanece prácticamente constante a lo largo de los tres escenarios.

Tabla 5.4 Resultados del experimento de sistema híbrido 1.

	Unidades	H1.1	H1.2	H1.3
Densidad de productos	[productos/km ²]	10	5	1
Velocidad dron	[km/h]	31.28	34.37	37.43
Velocidad camión	[km/h]	31.25	33.33	31.25
Tiempo de reparto	[horas]	2.0617	1.2018	1.1818
Emisiones de CO_2	[kg CO_2]	351.16	171.40	65.97
Número de vehículos	[vehículos]	20	15	6

En la Figura 5.1 se aprecia como el número de ciclos que realiza cada camión es mayor cuanto mayor es la densidad de productos. Así, en la primera instancia la mayoría de los vehículos realizan dos ciclos completos, mientras que en la última instancia la mayoría de los vehículos no realizan ningún ciclo. En la Figuras 5.2 y 5.3 se muestra como el número de coronas en las que se divide la ciudad es mayor cuanto mayor es la densidad de productos y por consiguiente, la anchura de estas es menor cuanto mayor es la densidad.

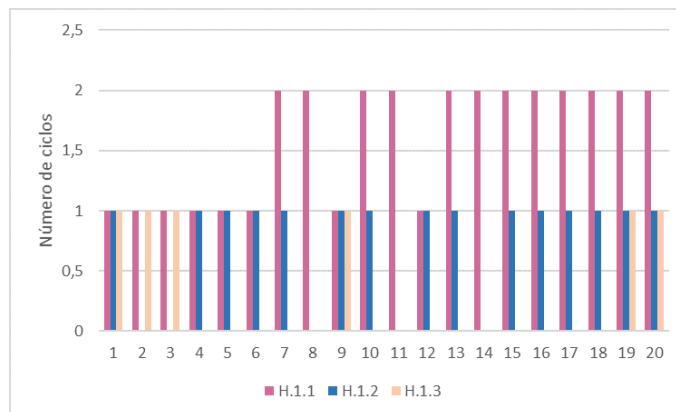


Figura 5.1 Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 1.

Experimento H2. Con el experimento 2 se pretende estudiar el efecto que produce sobre el sistema la modificación en el tamaño de flota. En primer lugar puede apreciarse que todos los vehículos de la flota son utilizados para el reparto, no quedando ninguno ocioso como sucedía en el caso anterior. También cabe señalar que el tiempo de reparto disminuye a medida que crece el tamaño de flota, aunque esta disminución no se ve afectada con el aumento de 20 a 30 vehículos. Se comprueba que las emisiones de CO_2 que se producen en cada instancia son las mismas. Esto se debe a que el tamaño de flota no influye en el número de productos a entregar (que determina el número de baterías empleadas) ni en la distancia que recorren los camiones, por ello, la velocidad de los drones y los camiones permanece constante a lo largo de las instancias de este experimento.

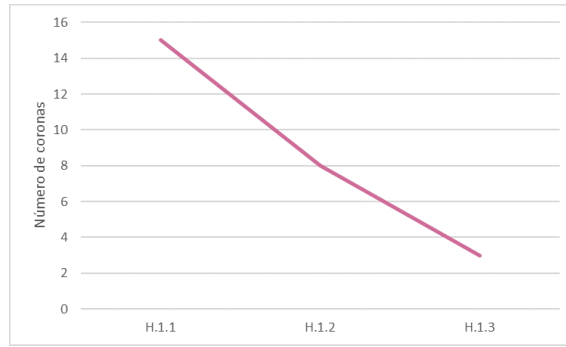


Figura 5.2 Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 1.

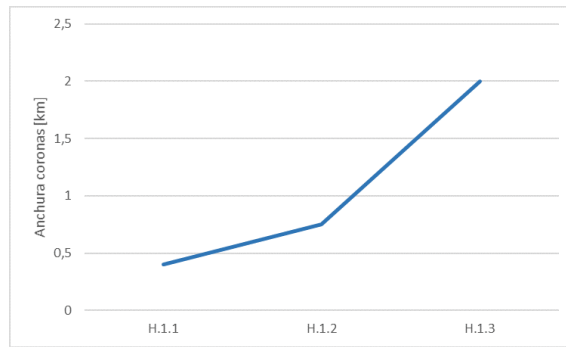


Figura 5.3 Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 1.

Tabla 5.5 Resultados del experimento de sistema híbrido 2.

	Unidades	H2.1	H2.2	H2.3	H2.4
Tamaño de flota	[vehículos]	10	15	20	30
Tiempo de reparto	[horas]	3,3411	2,2561	2.0617	1.4104
Velocidad dron	[km/h]	31.29	31.29	31.29	31.29
Velocidad camión	[km/h]	31.25	31.25	31.25	31.25
Emisiones de CO ₂	[kg CO ₂]	351.16	351.16	351.16	351.16
Número de vehículos	[vehículos]	10	15	20	30

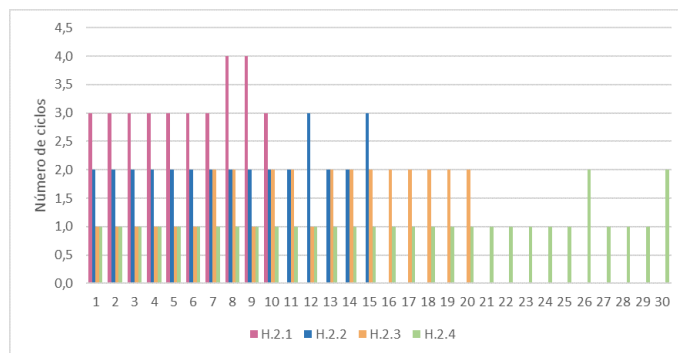


Figura 5.4 Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 2.

En la Figura 5.4 puede apreciarse como cuanto menor es el número de vehículos que se emplean en el reparto, mayor es el número de ciclos que debe realizar cada uno de ellos. Así, en la instancia H2.1 la media es superior a 3 mientras que en la instancia H2.4 se encuentra entre 1 y 2. En las Figuras 5.4 y 5.5 se muestra cómo la variación en el tamaño de flota no influye en la distribución del espacio de reparto (número de coronas y anchura de las mismas), por lo que estas variables permanecen constantes a lo largo de las diversas instancias.

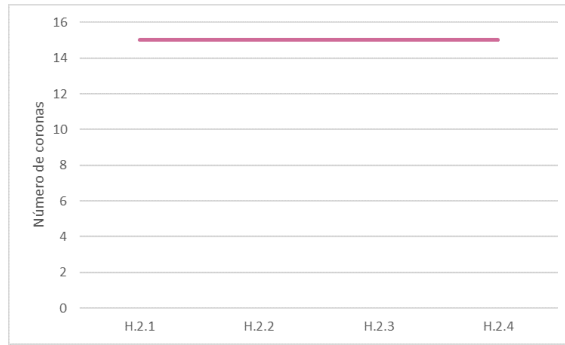


Figura 5.5 Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 2.

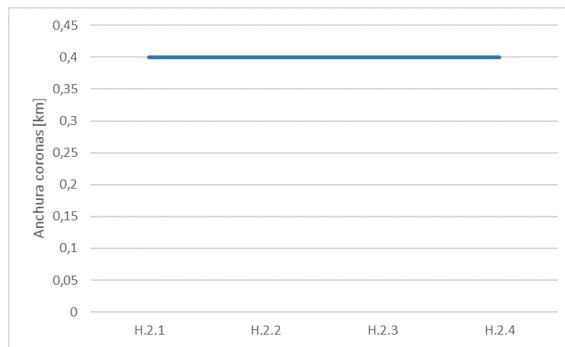


Figura 5.6 Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 2.

Tabla 5.6 Resultados del experimento de sistema híbrido 3.

	Unidades	H3.1	H3.2	H3.3	H3.4	H3.5	H3.6
Número de productos	[productos]	30	20	10	30	20	10
Tamaño de flota	[vehículos]	20	20	20	10	10	10
Tiempo de reparto	[horas]	1.9868	2.1350	4.0392	3.0883	4.1458	7.9116
Velocidad dron	[km/h]	30.55	31.34	30.07	30.55	31.34	30.07
Velocidad camión	[km/h]	30	31.67	30.83	30	31.67	30.83
Emisiones de CO2	[kg CO2]	297.69	440.57	825.39	297.69	440.57	825.39
Número de vehículos	[vehículos]	20	20	20	10	10	10

Experimento H3. La Tabla 5.6 muestra los resultados obtenidos en la resolución del experimento 3, en el que se ha estudiado la variación simultánea del tamaño de flota y del número de productos que pueden ser portados en cada camión. Nuevamente se comprueba que todos los vehículos de la flota son empleados. En cuanto al tiempo de reparto se aprecia que para un tamaño de flota constante, el tiempo aumenta conforme disminuye el número de productos portados. Por otra parte, para una capacidad de productos constante, el tiempo aumenta conforme disminuye el tamaño de la flota. En relación a las emisiones, se ha comprobado con anterioridad que estas no se ven afectadas por el tamaño de la flota, pero sí aumentan conforme disminuye la cantidad de productos portados en el camión, puesto que es necesario la realización de un mayor número de ciclos para poder atender la demanda. En la Figura 5.7 se muestra cómo cuanto menor es el número de productos portados y menor el tamaño de flota, mayor es el número de ciclos que debe realizar cada camión. La Figura 5.8 refleja como el tamaño de flota no influye en la distribución del área de reparto, pero a medida que disminuye el número de productos que pueden ser portados en cada camión, aumenta el número de coronas, lo cual concuerda con la Figura 5.9 en la que se observa como el ancho de cada corona disminuye en una relación directa con el número de productos portados.

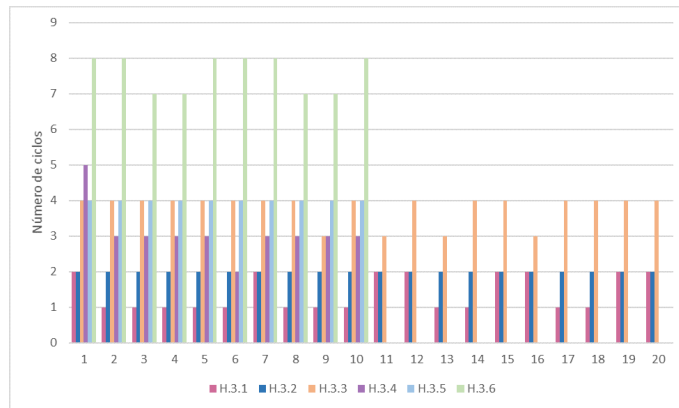


Figura 5.7 Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 3.

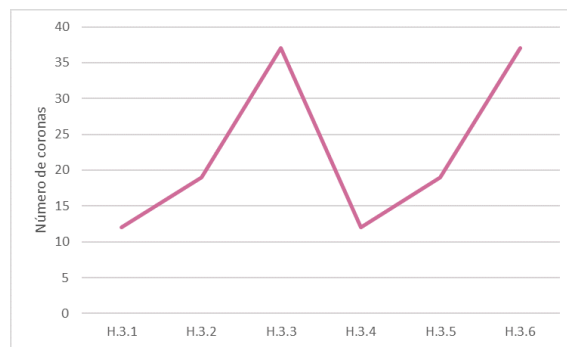


Figura 5.8 Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 3.

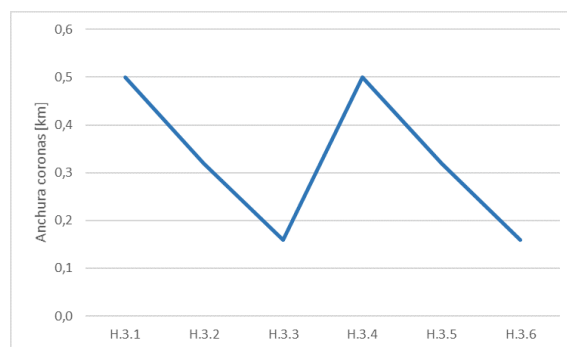


Figura 5.9 Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 3.

5.3 Experimentos del sistema de transporte monovehículo

Para la resolución de este sistema es necesario fijar los valores de una serie de parámetros en base a la resolución del sistema híbrido, de manera que se pueda realizar una comparativa razonable entre ambos. Estos parámetros son:

- La densidad productos, es decir, el número de entregar que deben realizarse por km^2 del área de reparto.
- El número de productos que pueden ser portados en cada camión.
- El radio de la ciudad.
- La velocidad media a la que se desplazan los camiones.
- Anchura de cada corona en las que se divide el área de reparto.
- Número de coronas en las que se divide el área de reparto.

Además, cada uno de los dos modelos que se han resuelto presenta un parámetro característico que se comentará en los apartados siguientes.

Finalmente, para calcular las emisiones de CO_2 se tendrán en consideración los valores relacionados con el consumo energético de los camiones reflejados en la sección 5.2.

5.3.1 Valores de los parámetros en los experimentos de sistema monovehículo. Minimización del tiempo de reparto

Con el fin de realizar una comparativa justa entre los dos sistemas de reparto, híbrido y monovehículo, a la hora de minimizar el tiempo de reparto se debe mantener fijo el número de vehículos que se emplean. Para comparar entre ambos se deberá considerar ahora el tamaño de flota establecido en cada uno de los experimentos del sistema híbrido.

Experimento MT1. De forma análoga a lo establecido en el experimento 1 del sistema híbrido, se ha resuelto el problema modificando la densidad de productos. Para el resto de parámetros se han considerado los valores obtenidos en los resultados del sistema híbrido, afectando a la velocidad de los camiones, la anchura de las coronas y el número de coronas. Los valores exactos introducidos se muestran en la Tabla 5.7.

Experimento MT2. En el segundo experimento se ha variado el tamaño de flota y se han fijado los valores de la velocidad de los camiones, la anchura de las coronas y el número de coronas en base a los resultados obtenidos en la resolución del experimento del sistema híbrido. Los valores concretos empleados se aprecian en la Tabla 5.8.

Experimento MT3. En el tercer experimento resuelto se estudia el efecto conjunto del número de productos portados en cada camión y del tamaño de flota. De nuevo los valores de la velocidad de los camiones, la anchura de las coronas y el número de coronas se obtienen con la resolución del experimento análogo del sistema híbrido. Las instancias que se han resuelto se muestran en la Tabla 5.9.

Tabla 5.7 Valores de parámetros en experimento MT1.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA		
		MT1.1	MT1.2	MT1.3
Densidad de productos	[productos/ km²]	10	5	1
Número de productos	[productos]	50	50	50
Radio	[km]	6	6	6
Velocidad camiones	[km/horas]	31.25	33.33	31.25
Anchura coronas	[km]	0.40	0.75	2.00
Número de coronas	[coronas]	15	8	3
Tamaño de flota	[vehículos]	20	20	20

Tabla 5.8 Valores de parámetros en experimento MT2.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA			
		MT2.1	MT2.2	MT2.3	MT2.4
Densidad de productos	[productos/ km ²]	10	10	10	10
Número de productos	[productos]	50	50	50	50
Radio	[km]	6	6	6	6
Velocidad camiones	[km/horas]	31.29	31.29	31.29	31.29
Anchura coronas	[km]	0.40	0.40	0.40	0.40
Número de coronas	[coronas]	15	15	15	15
Tamaño de flota	[vehículos]	10	15	20	30

5.3.2 Valores de los parámetros en los experimentos de sistema monovehículo. Minimización del tamaño de flota

En este caso se parte del conocimiento del tiempo de reparto, proporcionado por la resolución del sistema híbrido, y se trata de minimizar el número de vehículos que se emplean para alcanzar dicho tiempo.

Tabla 5.9 Valores de parámetros en experimento MT3.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA					
		MT3.1	MT3.2	MT3.3	MT3.4	MT3.5	MT3.6
Densidad de productos	[productos/ km ²]	5	5	5	5	5	5
Número de productos	[productos]	30	20	10	30	20	10
Radio	[km]	6	6	6	6	6	6
Velocidad camiones	[km/horas]	30	31.67	30.83	30	31.67	30.83
Anchura coronas	[km]	0.50	0.32	0.16	0.50	0.32	0.16
Número de coronas	[coronas]	12	19	37	12	19	37
Tamaño de flota	[vehículos]	20	20	20	10	10	10

Experimento MF1. En este experimento se ha variado la densidad de los productos y se ha mantenido constante el resto de parámetros. El tiempo de reparto se ha fijado conforme al resultado obtenido en el experimento análogo del sistema híbrido.

Experimento MF2. En este caso se estudia la variación del número de productos que son portados en cada camión. Siguiendo la línea de los apartados anteriores, la velocidad de los camiones, la anchura de las coronas y el número de coronas se establecen en base a los resultados obtenidos con la resolución del experimento análogo del sistema híbrido. A continuación, en la tabla 5.11 se muestran las instancias concretas.

Tabla 5.10 Valores de parámetros en experimento MF1.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA		
		MF1.1	MF1.2	MF1.3
Densidad de productos	[productos/ km ²]	10	5	1
Número de productos	[productos]	50	50	50
Radio	[km]	6	6	6
Velocidad camiones	[km/horas]	31.25	33.33	31.25
Anchura coronas	[km]	0.40	0.75	2.00
Número de coronas	[coronas]	15	8	3
Tiempo de reparto	[horas]	1.7683	1.1931	0.9299

Tabla 5.11 Valores de parámetros en experimento MF2.

PARÁMETRO	UNIDAD	INSTANCIA					
		MF2.1	MF2.2	MF2.3	MF2.4	MF2.5	MF2.6
Densidad de productos	[productos/ km ²]	5	5	5	5	5	5
Número de productos	[productos]	30	20	10	30	20	10
Radio	[km]	6	6	6	6	6	6
Velocidad camiones	[km/horas]	30	31.67	30.83	30	31.67	30.83
Anchura coronas	[km]	0.50	0.32	0.16	0.50	0.32	0.16
Número de coronas	[coronas]	12	19	37	12	19	37
Tiempo de reparto	[horas]	1.9868	2.1349	4.0401	3.0883	4.1458	7.9128

5.3.3 Resultados obtenidos la resolución del sistema de transporte monovehículo y comparación con el sistema híbrido

A continuación se muestran los resultados proporcionados mediante la resolución de los experimentos definidos para el sistema monovehículo, todos ellos en comparación a los resultados obtenidos para el modelo híbrido, de modo que sea posible evaluar cada sistema.

Minimización del tiempo de reparto

En las Figuras 5.10, 5.11 y 5.12 se muestra como en todos los experimentos realizados, al mantener el mismo número de camiones, los resultados del sistema híbrido son sustancialmente mejores que los del sistema de reparto monovehículo.

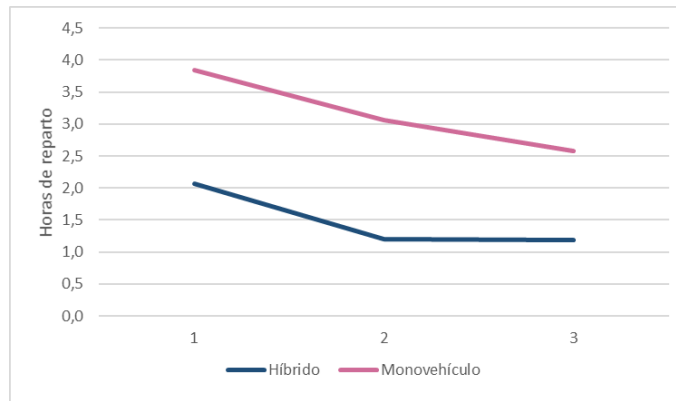


Figura 5.10 Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT1.

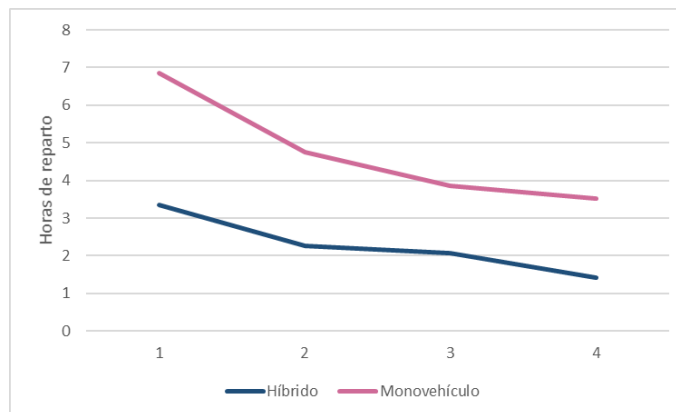


Figura 5.11 Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT2.

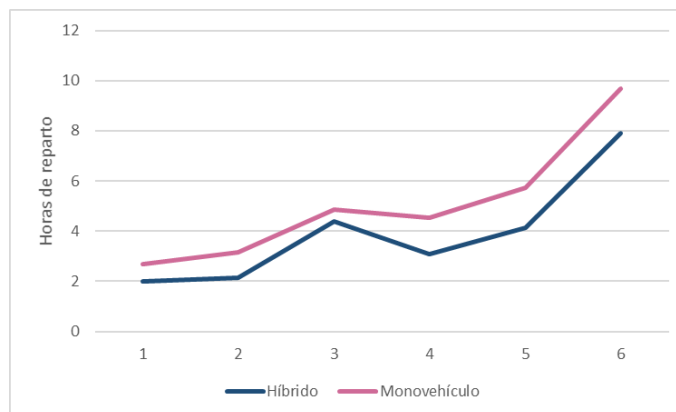


Figura 5.12 Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT3.

Minimización del tamaño de flota

Se ha comprobado que en la mayoría de los casos mediante el uso únicamente de camiones no es posible alcanzar los tiempos de reparto que consigue el sistema híbrido por mucho que crezca el número de vehículos empleados (que como mucho puede ser igual al número de ciclos definidos), por tanto, se han minimizado al mismo tiempo el tiempo de reparto y el tamaño de flota.

En la Figura 5.13 se aprecia como los tiempos obtenidos en el sistema híbrido son siempre muy inferiores. En contraposición, la Figura 5.14 muestra como en dos de las instancias es posible emplear un número inferior de vehículos en el sistema monovehículo.

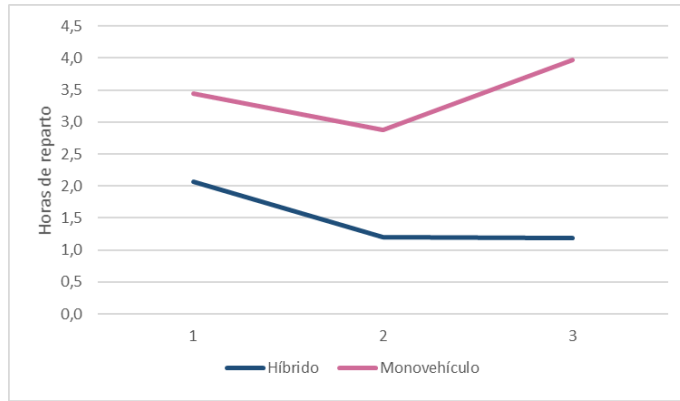


Figura 5.13 Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MF1.

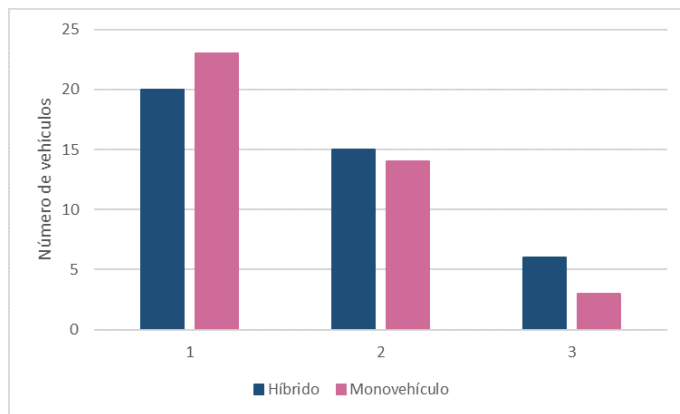


Figura 5.14 Comparativa del número de vehículos obtenido en cada instancia del experimento MF1.

Finalmente, en la Figura 5.15, en contraposición a lo que ocurre en los experimentos anteriores, se observa como el tiempo en el sistema híbrido comienza siendo inferior cuando el tamaño de flota fijado es 20, pero se iguala al disminuir el tamaño de flota a 10 vehículos en las últimas instancias. Tal como se aprecia en la Figura 5.16 esta igualdad en los tiempos de reparto se debe a un aumento considerable del número de vehículos que se emplean en el sistema monovehículo.

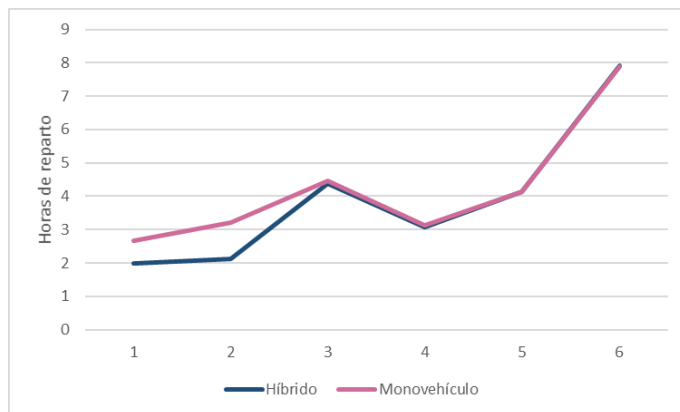


Figura 5.15 Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MF2.

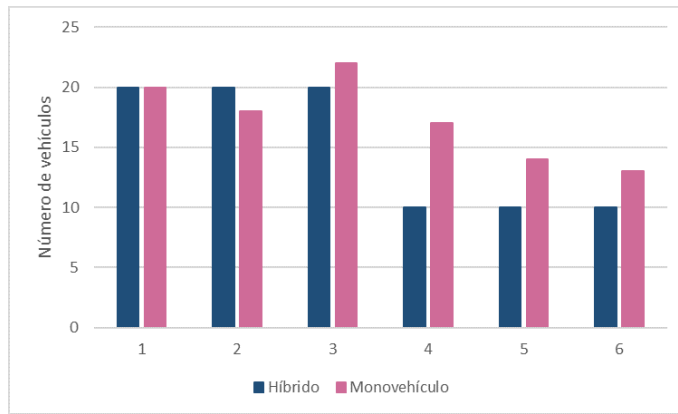


Figura 5.16 Comparativa del número de vehículos obtenido en cada instancia del experimento MF2.

5.3.4 Comentarios sobre los resultados

Para concluir con el apartado de experimentación, se presenta a continuación una comparativa de las emisiones de CO_2 y del tiempo de reparto que se han obtenido en la resolución de cada uno de los tres modelos reflejados anteriormente.

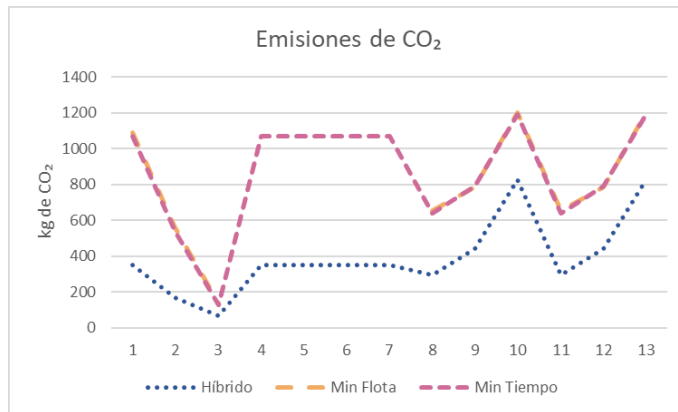


Figura 5.17 Comparativa de las emisiones producidas en cada escenario.

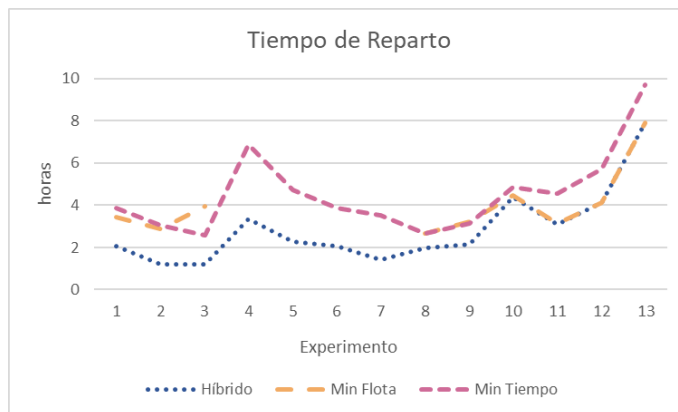


Figura 5.18 Comparativa del tiempo de reparto conseguido en cada escenario.

A la vista de los resultados obtenidos se puede afirmar que la implantación de un sistema híbrido de transporte que combine el uso de camiones y drones resulta mucho más ventajosa que la utilización de un sistema que haga uso únicamente de camiones. Así, las emisiones de CO_2 son inferiores en el primer sistema en todos los casos y, por tanto, este es siempre más respetuoso con el medio ambiente. En relación al tiempo de reparto, el sistema híbrido permite ahorrar de media unas dos horas, lo cual puede verse como un gran

ahorro en costes de operación del sistema. Si bien se aprecia en la Figura 5.18 que los tiempos del sistema híbrido y del sistema monovehículo logran igualarse en las últimas instancias de la minimización de flota, es necesario señalar que, tal como se explicó en el apartado 5.3.3, esto se consigue a costa de emplear una flota de vehículos mayor, lo que aumentaría cuantiosamente los costes estructurales y de operación.

6 Conclusiones

En este trabajo se ha analizado un sistema teórico de transporte híbrido compuesto por una flota de camiones que portan en su interior drones y mercancía. Los productos transportados son entregados a los clientes por los drones. El sistema analizado se aplica a una zona de reparto circular que se divide en coronas concéntricas dentro de las cuales se desplazan los dos tipos de vehículos, siguiendo trayectorias circulares los camiones mientras que los drones se mueven en el interior de cada corona.

En primer lugar, para poner este problema en contexto se ha presentado un resumen de la literatura científica en el que se muestran referencias sobre problemas típicos de gestión de transporte, problemas concretos que abordan los sistemas híbridos, problemas específicos que tratan el reparto mediante el uso de drones y finalmente estudios de modelos de aproximación continua. Posteriormente se ha desarrollado el modelado del sistema híbrido propuesto y a continuación, con el fin de establecer una comparativa que permita justificar la bondad del modelo híbrido propuesto, se ha procedido al desarrollo de un modelo de transporte monovehículo que únicamente hace entregas mediante el uso de camiones. La mejora de la eficiencia que se consigue mediante la implantación de un sistema de transporte híbrido ha sido comprobado en el capítulo dedicado a la experimentación.

La principal conclusión que se puede extraer del estudio llevado a cabo es que la implantación de un sistema de transporte híbrido compuesto por camiones y drones resulta más eficiente en cuanto a tiempo total de reparto y emisiones de CO_2 en comparación con un sistema que únicamente involucre a camiones.

Como líneas futuras de investigación se plantea el estudio de un sistema radial aplicado nuevamente a un área de reparto circular en la que los camiones puedan realizar desplazamientos radiales de ida y vuelta al almacén mientras que los drones se mueven en sectores circulares, completando de esta manera las estrategias clásicas de distribución ordenada en una ciudad.

Apéndice A

Demostraciones matemáticas

En este apéndice se incluyen algunas demostraciones de relaciones matemáticas que se dan entre los parámetros y variables de los diferentes modelos matemáticos expuestos y que se consideran conocidas en el desarrollo de los mismos.

A.1 Longitud de las cuerdas comprendidas por un arco de igual longitud en circunferencias de diferente radio

A lo largo del desarrollo del modelo matemático que define el sistema de transporte compuesto por una flota de camiones que portan drones en su interior 3.2 se ha asumido que a igualdad de arco recorrido, cuanto más externa es la circunferencia, menor es el ángulo recorrido y mayor es la cuerda delimitada por el arco. En este apartado se puede demostrar que esto es así, tanto de forma analítica, como de forma numérica.

Se comienza por definir los diferentes parámetros que se emplearán en la demostración, los cuales pueden verse representados en la figura A.1:

- l : longitud de arco definida, igual en ambas circunferencias.
- r : radio de la circunferencia de menor longitud.
- R : radio de la circunferencia de mayor longitud.
- a : cuerda definida por el arco en la circunferencia de menor longitud.
- \hat{a} : cuerda definida por el arco en la circunferencia de mayor longitud.
- θ : ángulo definido por el arco en la circunferencia de menor longitud.
- $\hat{\theta}$: ángulo definido por el arco en la circunferencia de mayor longitud.

Empleando la expresión del cálculo de la longitud de una cuerda en función del radio de la circunferencia y de la amplitud del ángulo central se tiene:

$$a = 2r \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{a} = 2R \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \quad (\text{A.2})$$

Se quiere demostrar que $a \leq \hat{a}$ que es equivalente a afirmar que $a/\hat{a} \leq 1$ donde:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{r}{R} \cdot \frac{\sin \theta/2}{\sin \hat{\theta}/2} \leq 1 \quad (\text{A.3})$$

Para el caso en el que se tiene $R = 2r$ se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$l = R\hat{\theta} \quad (\text{A.4})$$

$$l = r\theta \quad (\text{A.5})$$

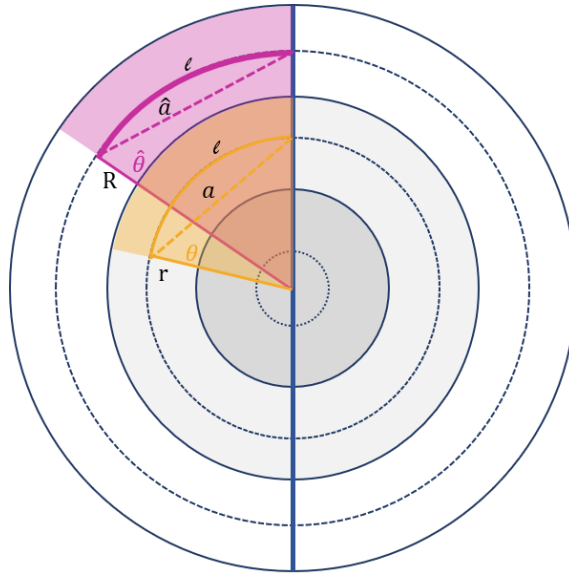


Figura A.1 Descripción de los parámetros.

$$R\hat{\theta} = r\theta \quad (\text{A.6})$$

$$2r\hat{\theta} = r\theta \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{\theta} = \frac{r}{2r}\theta = \frac{1}{2}\theta \quad (\text{A.8})$$

Sustituyendo en la relación entre los arcos (A.3) la equivalencia de ángulos que se muestra en la expresión (A.8) se obtiene:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \theta/2}{\sin \theta/4} \quad (\text{A.9})$$

Para simplificar las expresiones se ha optado por realizar el cambio de variables $\theta/4 = \alpha$ quedando:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \quad (\text{A.10})$$

Haciendo uso de la expresión del ángulo doble:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha \quad (\text{A.11})$$

Por la definición del coseno se puede afirmar que siempre será inferior o igual a 1 para cualquier ángulo, por tanto, se demuestra analíticamente $a/\hat{a} \leq 1$ para cualquier ángulo.

Para el caso en el que se tiene $R = 3r$ se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$3r\hat{\theta} = r\theta \quad (\text{A.12})$$

$$\hat{\theta} = \frac{r}{3r}\theta = \frac{1}{3}\theta \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo en la relación entre los arcos (A.3) esta nueva equivalencia de ángulos que se obtiene en la expresión (A.8) se tiene:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \theta/2}{\sin \theta/6} \quad (\text{A.14})$$

En este caso para simplificar las expresiones se ha llevado a cabo el cambio de variables $\theta/6 = \alpha$ quedando:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \alpha + 2\alpha}{\sin \alpha} \tag{A.15}$$

Haciendo uso de la expresión del ángulo suma:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{\sin \alpha} \tag{A.16}$$

Desarrollando el seno del ángulo doble:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \cos \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} (\cos 2\alpha + 2 \cos^2 \alpha) \tag{A.17}$$

A continuación, empleando la expresión del coseno del ángulo doble:

$$\frac{a}{\hat{a}} = \frac{1}{3} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha) = \frac{1}{3} (3 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \tag{A.18}$$

De nuevo se obtiene una expresión de la cual se puede afirmar que para cualquier valor de α se obtendrá una relación $a/\hat{a} \leq 1$ quedando así validada de forma analítica la demostración.

De forma numérica se han comprobado numerosos casos hasta poder afirmar que la relación expuesta se cumple para todos los radios gracias a las tendencias que se han observado y que a continuación se expresarán. La comprobación numérica se ha realizado en base a la variable principal del modelo d (se recuerda que esta variable hace referencia a la anchura de cada zona de reparto con forma de corona circular). En base a ella se pueden expresar los diferentes radios centrales de cada corona como:

$$r_n = R - (2n - 1) \frac{d}{2} \tag{A.19}$$

Donde n expresa el índice de la corona, siendo $n = 1$ la más externa y $n = N$ la corona más próxima al centro. R es el radio de la circunferencia que define el área total.

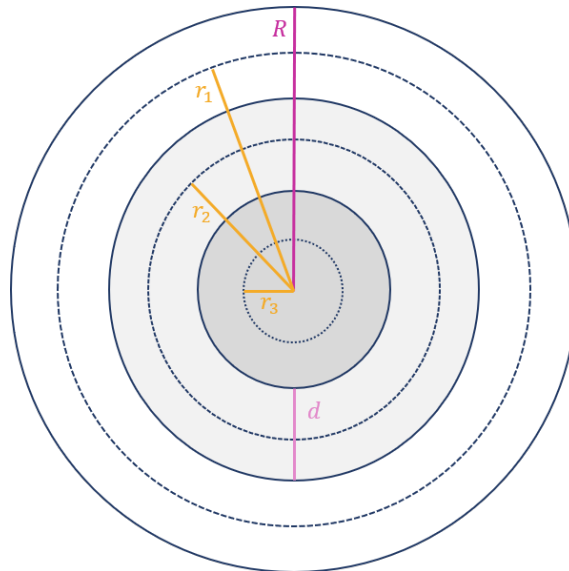


Figura A.2 Relación de radios.

En base a esto se han fijado valores de R y d de modo que se establezcan 10 coronas en cada caso, por tanto, se trabajará con el valor de 10 radios para cada círculo. Por otra parte, se fijarán diversas longitudes de arco a recorrer, lo que proporcionará diferentes amplitudes del ángulo recorrido, no llegando en ningún caso a completarse la circunferencia completa en ningún caso.

Tabla A.1 Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 10.

R		10									
d		1									
l		1,1		1,1		1,21		1,33		1,46	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	9,5	0,10526	0,99954	0,11579	1,09939	0,12737	1,20918	0,14011	1,32991	0,15412	1,46265
2	8,5	0,11765	0,99942	0,12941	1,09923	0,14235	1,20898	0,15659	1,32964	0,17225	1,46229
3	7,5	0,13333	0,99926	0,14667	1,09901	0,16133	1,20869	0,17747	1,32925	0,19521	1,46178
4	6,5	0,15385	0,99901	0,16923	1,09869	0,18615	1,20825	0,20477	1,32868	0,22525	1,46101
5	5,5	0,18182	0,99862	0,20000	1,09817	0,22000	1,20756	0,24200	1,32775	0,26620	1,45978
6	4,5	0,22222	0,99794	0,24444	1,09726	0,26889	1,20636	0,29578	1,32615	0,32536	1,45765
7	3,5	0,28571	0,99660	0,31429	1,09548	0,34571	1,20398	0,38029	1,32299	0,41831	1,45345
8	2,5	0,40000	0,99335	0,44000	1,09115	0,48400	1,19822	0,53240	1,31534	0,58564	1,44327
9	1,5	0,66667	0,98158	0,73333	1,07552	0,80667	1,17746	0,88733	1,28776	0,97607	1,40667
10	0,5	2,00000	0,84147	2,20000	0,89121	2,42000	0,93562	2,66200	0,97139	2,92820	0,99431
l		1,61		1,77		1,95		2,14		2,36	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	9,5	0,16953	1,60858	0,18648	1,76900	0,20513	1,94530	0,22564	2,13904	0,24821	2,35190
2	8,5	0,18947	1,60810	0,20842	1,76836	0,22926	1,94445	0,25219	2,13791	0,27741	2,35039
3	7,5	0,21473	1,60742	0,23621	1,76745	0,25983	1,94324	0,28581	2,13630	0,31439	2,34825
4	6,5	0,24777	1,60639	0,27255	1,76608	0,29980	1,94143	0,32978	2,13389	0,36276	2,34504
5	5,5	0,29282	1,60476	0,32210	1,76391	0,35431	1,93854	0,38974	2,13005	0,42872	2,33993
6	4,5	0,35789	1,60193	0,39368	1,76014	0,43305	1,93353	0,47635	2,12338	0,52399	2,33106
7	3,5	0,46015	1,59634	0,50616	1,75271	0,55678	1,92364	0,61245	2,11024	0,67370	2,31361
8	2,5	0,64420	1,58281	0,70862	1,73473	0,77949	1,89976	0,85744	2,07852	0,94318	2,27151
9	1,5	1,07367	1,53426	1,18104	1,67038	1,29914	1,81454	1,42906	1,96579	1,57197	2,12256
10	0,5	3,22102	0,99921	3,54312	0,97991	3,89743	0,92943	4,28718	0,84039	4,71590	0,70587

Tabla A.2 Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 20.

R		20									
d		2									
l		2		2,2		2,42		2,66		2,93	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	19	0,10526	1,99908	0,11579	2,19877	0,12737	2,41836	0,14011	2,65982	0,15412	2,92530
2	17	0,11765	1,99885	0,12941	2,19847	0,14235	2,41796	0,15659	2,65928	0,17225	2,92458
3	15	0,13333	1,99852	0,14667	2,19803	0,16133	2,41738	0,17747	2,65851	0,19521	2,92355
4	13	0,15385	1,99803	0,16923	2,19738	0,18615	2,41651	0,20477	2,65735	0,22525	2,92201
5	11	0,18182	1,99725	0,20000	2,19634	0,22000	2,41512	0,24200	2,65551	0,26620	2,91956
6	9	0,22222	1,99589	0,24444	2,19453	0,26889	2,41272	0,29578	2,65231	0,32536	2,91530
7	7	0,28571	1,99320	0,31429	2,19096	0,34571	2,40797	0,38029	2,64599	0,41831	2,90690
8	5	0,40000	1,98669	0,44000	2,18230	0,48400	2,39645	0,53240	2,63067	0,58564	2,88653
9	3	0,66667	1,96317	0,73333	2,15103	0,80667	2,35492	0,88733	2,57552	0,97607	2,81334
10	1	2,00000	1,68294	2,20000	1,78241	2,42000	1,87123	2,66200	1,94277	2,92820	1,98863
l		3,22		3,54		3,90		4,29		4,72	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	19	0,16953	3,21716	0,18648	3,53799	0,20513	3,89060	0,22564	4,27809	0,24821	4,70380
2	17	0,18947	3,21620	0,20842	3,53671	0,22926	3,88890	0,25219	4,27583	0,27741	4,70079
3	15	0,21473	3,21484	0,23621	3,53489	0,25983	3,88648	0,28581	4,27260	0,31439	4,69650
4	13	0,24777	3,21279	0,27255	3,53217	0,29980	3,88285	0,32978	4,26778	0,36276	4,69008
5	11	0,29282	3,20952	0,32210	3,52783	0,35431	3,87708	0,38974	4,26009	0,42872	4,67986
6	9	0,35789	3,20386	0,39368	3,52029	0,43305	3,86705	0,47635	4,24676	0,52399	4,66213
7	7	0,46015	3,19268	0,50616	3,50542	0,55678	3,84729	0,61245	4,22049	0,67370	4,62722
8	5	0,64420	3,16561	0,70862	3,46945	0,77949	3,79951	0,85744	4,15705	0,94318	4,54303
9	3	1,07367	3,06852	1,18104	3,34076	1,29914	3,62908	1,42906	3,93157	1,57197	4,24512
10	1	3,22102	1,99842	3,54312	1,95983	3,89743	1,85887	4,28718	1,68078	4,71590	1,41173

Se aprecia fácilmente que en cada circunferencia, para una longitud de arco determinada a medida que disminuye el radio definido para cada corona, disminuye también la longitud de la cuerda comprendida por el arco.

Tabla A.3 Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 30.

R		30									
d		3									
l		3		3,3		3,63		3,99		4,39	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	28,5	0,10526	2,99862	0,11579	3,29816	0,12737	3,62755	0,14011	3,98973	0,15412	4,38795
2	25,5	0,11765	2,99827	0,12941	3,29770	0,14235	3,62694	0,15659	3,98892	0,17225	4,38687
3	22,5	0,13333	2,99778	0,14667	3,29704	0,16133	3,62606	0,17747	3,98776	0,19521	4,38533
4	19,5	0,15385	2,99704	0,16923	3,29606	0,18615	3,62476	0,20477	3,98603	0,22525	4,38302
5	16,5	0,18182	2,99587	0,20000	3,29450	0,22000	3,62268	0,24200	3,98326	0,26620	4,37934
6	13,5	0,22222	2,99383	0,24444	3,29179	0,26889	3,61907	0,29578	3,97846	0,32536	4,37295
7	10,5	0,28571	2,98981	0,31429	3,28644	0,34571	3,61195	0,38029	3,96898	0,41831	4,36035
8	7,5	0,40000	2,98004	0,44000	3,27344	0,48400	3,59467	0,53240	3,94601	0,58564	4,32980
9	4,5	0,66667	2,94475	0,73333	3,22655	0,80667	3,53238	0,88733	3,86329	0,97607	4,22001
10	1,5	2,00000	2,52441	2,20000	2,67362	2,42000	2,80685	2,66200	2,91416	2,92820	2,98294
l		4,83		5,31		5,85		6,43		7,07	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	28,5	0,16953	4,82575	0,18648	5,30699	0,20513	5,83591	0,22564	6,41713	0,24821	7,05570
2	25,5	0,18947	4,82431	0,20842	5,30507	0,22926	5,83336	0,25219	6,41374	0,27741	7,05118
3	22,5	0,21473	4,82225	0,23621	5,30234	0,25983	5,82972	0,28581	6,40890	0,31439	7,04475
4	19,5	0,24777	4,81918	0,27255	5,29825	0,29980	5,82428	0,32978	6,40166	0,36276	7,03512
5	16,5	0,29282	4,81429	0,32210	5,29174	0,35431	5,81562	0,38974	6,39014	0,42872	7,01979
6	13,5	0,35789	4,80579	0,39368	5,28043	0,43305	5,80058	0,47635	6,37014	0,52399	6,99319
7	10,5	0,46015	4,78902	0,50616	5,25813	0,55678	5,77093	0,61245	6,33073	0,67370	6,94082
8	7,5	0,64420	4,74842	0,70862	5,20418	0,77949	5,69927	0,85744	6,23557	0,94318	6,81454
9	4,5	1,07367	4,60278	1,18104	5,01114	1,29914	5,44361	1,42906	5,89736	1,57197	6,36768
10	1,5	3,22102	2,99763	3,54312	2,93974	3,89743	2,78830	4,28718	2,52117	4,71590	2,11760

Tabla A.4 Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 40.

R		40									
d		4									
l		4		4,4		4,84		5,32		5,86	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	38	0,10526	3,99815	0,11579	4,39754	0,12737	4,83673	0,14011	5,31965	0,15412	5,85061
2	34	0,11765	3,99769	0,12941	4,39693	0,14235	4,83591	0,15659	5,31856	0,17225	5,84916
3	30	0,13333	3,99704	0,14667	4,39606	0,16133	4,83475	0,17747	5,31702	0,19521	5,84711
4	26	0,15385	3,99606	0,16923	4,39475	0,18615	4,83301	0,20477	5,31470	0,22525	5,84403
5	22	0,18182	3,99449	0,20000	4,39267	0,22000	4,83025	0,24200	5,31102	0,26620	5,83912
6	18	0,22222	3,99177	0,24444	4,38905	0,26889	4,82543	0,29578	5,30461	0,32536	5,83060
7	14	0,28571	3,98641	0,31429	4,38191	0,34571	4,81593	0,38029	5,29198	0,41831	5,81379
8	10	0,40000	3,97339	0,44000	4,36459	0,48400	4,79290	0,53240	5,26134	0,58564	5,77307
9	6	0,66667	3,92634	0,73333	4,30207	0,80667	4,70984	0,88733	5,15105	0,97607	5,62668
10	2	2,00000	3,36588	2,20000	3,56483	2,42000	3,74246	2,66200	3,88555	2,92820	3,97725
l		6,44		7,09		7,79		8,57		9,43	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	38	0,16953	6,43433	0,18648	7,07598	0,20513	7,78121	0,22564	8,55618	0,24821	9,40760
2	34	0,18947	6,43241	0,20842	7,07343	0,22926	7,77781	0,25219	8,55165	0,27741	9,40158
3	30	0,21473	6,42967	0,23621	7,06978	0,25983	7,77296	0,28581	8,54520	0,31439	9,39299
4	26	0,24777	6,42557	0,27255	7,06433	0,29980	7,76571	0,32978	8,53555	0,36276	9,38016
5	22	0,29282	6,41905	0,32210	7,05565	0,35431	7,75416	0,38974	8,52019	0,42872	9,35973
6	18	0,35789	6,40771	0,39368	7,04057	0,43305	7,73410	0,47635	8,49352	0,52399	9,32426
7	14	0,46015	6,38536	0,50616	7,01084	0,55678	7,69457	0,61245	8,44097	0,67370	9,25443
8	10	0,64420	6,33122	0,70862	6,93891	0,77949	7,59902	0,85744	8,31410	0,94318	9,08606
9	6	1,07367	6,13704	1,18104	6,68152	1,29914	7,25815	1,42906	7,86315	1,57197	8,49024
10	2	3,22102	3,99685	3,54312	3,91966	3,89743	3,71774	4,28718	3,36156	4,71590	2,82346

Tabla A.5 Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 50.

		R									
		50									
		d									
		5									
		5		5,5		6,05		6,66		7,32	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	47,5	0,10526	4,99769	0,11579	5,49693	0,12737	6,04591	0,14011	6,64956	0,15412	7,31326
2	42,5	0,11765	4,99712	0,12941	5,49616	0,14235	6,04489	0,15659	6,64820	0,17225	7,31145
3	37,5	0,13333	4,99630	0,14667	5,49507	0,16133	6,04344	0,17747	6,64627	0,19521	7,30888
4	32,5	0,15385	4,99507	0,16923	5,49344	0,18615	6,04127	0,20477	6,64338	0,22525	7,30503
5	27,5	0,18182	4,99312	0,20000	5,49084	0,22000	6,03781	0,24200	6,63877	0,26620	7,29890
6	22,5	0,22222	4,98972	0,24444	5,48632	0,26889	6,03179	0,29578	6,63077	0,32536	7,28825
7	17,5	0,28571	4,98301	0,31429	5,47739	0,34571	6,01992	0,38029	6,61497	0,41831	7,26724
8	12,5	0,40000	4,96673	0,44000	5,45574	0,48400	5,99112	0,53240	6,57668	0,58564	7,21633
9	7,5	0,66667	4,90792	0,73333	5,37759	0,80667	5,88730	0,88733	6,43881	0,97607	7,03335
10	2,5	2,00000	4,20735	2,20000	4,45604	2,42000	4,67808	2,66200	4,85693	2,92820	4,97157
		8,05		8,86		9,74		10,72		11,79	
n	r	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a	theta	a
1	47,5	0,16953	8,04291	0,18648	8,84498	0,20513	9,72651	0,22564	10,69522	0,24821	11,75950
2	42,5	0,18947	8,04051	0,20842	8,84178	0,22926	9,72226	0,25219	10,68956	0,27741	11,75197
3	37,5	0,21473	8,03709	0,23621	8,83723	0,25983	9,71620	0,28581	10,68150	0,31439	11,74124
4	32,5	0,24777	8,03197	0,27255	8,83041	0,29980	9,70714	0,32978	10,66944	0,36276	11,72520
5	27,5	0,29282	8,02381	0,32210	8,81956	0,35431	9,69270	0,38974	10,65024	0,42872	11,69966
6	22,5	0,35789	8,00964	0,39368	8,80071	0,43305	9,66763	0,47635	10,61690	0,52399	11,65532
7	17,5	0,46015	7,98170	0,50616	8,76355	0,55678	9,61822	0,61245	10,55122	0,67370	11,56804
8	12,5	0,64420	7,91403	0,70862	8,67363	0,77949	9,49878	0,85744	10,39262	0,94318	11,35757
9	7,5	1,07367	7,67130	1,18104	8,35190	1,29914	9,07269	1,42906	9,82893	1,57197	10,61280
10	2,5	3,22102	4,99606	3,54312	4,89957	3,89743	4,64717	4,28718	4,20195	4,71590	3,52933

Índice de Figuras

3.1	Rutas de camiones	6
3.2	Desplazamiento más desfavorable	6
3.3	Diferencia entre ángulos recorridos	7
3.4	Definición geometría del modelo	9
3.5	Área de desplazamiento del camión	10
3.6	Áreas de demanda	11
3.7	Trayecto del camión en un ciclo	12
4.1	Rutas de camiones	17
5.1	Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 1	26
5.2	Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 1	27
5.3	Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 1	27
5.4	Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 2	27
5.5	Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 2	28
5.6	Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 2	28
5.7	Número de ciclos realizados por camión en el experimento de sistema híbrido 3	29
5.8	Número de coronas en las que se divide el área en el experimento de sistema híbrido 3	29
5.9	Anchura de las coronas en el experimento de sistema híbrido 3	29
5.10	Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT1	32
5.11	Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT2	32
5.12	Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MT3	32
5.13	Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MF1	33
5.14	Comparativa del número de vehículos obtenido en cada instancia del experimento MF1	33
5.15	Comparativa de los tiempos de reparto obtenidos en cada instancia del experimento MF2	33
5.16	Comparativa del número de vehículos obtenido en cada instancia del experimento MF2	34
5.17	Comparativa de las emisiones producidas en cada escenario	34
5.18	Comparativa del tiempo de reparto conseguido en cada escenario	34
A.1	Descripción de los parámetros	40
A.2	Relación de radios	41

Índice de Tablas

5.1	Valores del experimento de sistema híbrido 1	25
5.2	Valores del experimento de sistema híbrido 2	25
5.3	Valores del experimento de sistema híbrido 3	25
5.4	Resultados del experimento de sistema híbrido 1	26
5.5	Resultados del experimento de sistema híbrido 2	27
5.6	Resultados del experimento de sistema híbrido 3	28
5.7	Valores de parámetros en experimento MT1	30
5.8	Valores de parámetros en experimento MT2	30
5.9	Valores de parámetros en experimento MT3	31
5.10	Valores de parámetros en experimento MF1	31
5.11	Valores de parámetros en experimento MF2	31
A.1	Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 10	42
A.2	Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 20	42
A.3	Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 30	43
A.4	Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 40	43
A.5	Valores del ángulo y la cuerda para circunferencia de radio 50	44

Bibliografía

- [1] Majid M. Aldaihani, Luca Quadrifoglio, Maged M. Dessouky, and Randolph Hall, *Network design for a grid hybrid transit service*, *Transportation Research Part A: Policy and Practice* **38** (2004), no. 7, 511–530.
- [2] S. Angel and G. Hyman, *Urban travel expenditures*, *Papers Reg. Sci. Assn.* **29** (1972), 105–123.
- [3] Sina Ansari, Mehmet Basdere, Xiaopeng Li, Yanfeng Ouyang, and Karen Smilowitz, *Advancements in continuous approximation models for logistics and transportation systems: 1996–2016*, *Transportation Research Part B: Methodological* **107** (2018), 229–252.
- [4] Hugo Badia, Miquel Estrada, and Francesc Robusté, *Competitive transit network design in cities with radial street patterns*, *Transportation Research Part B: Methodological* **59** (2014), 161–181.
- [5] D.E. Blumenfeld and G. H. Weiss, *Routing in a circular city with two ring roads*, *Transportation Research* **4** (1970), 235–242.
- [6] Robert Cervero and Roger Gorham, *Commuting in transit versus automobile neighborhoods*, *Journal of the American Planning Association* **61** (1995), no. 2, 210–225.
- [7] Peng (Will) Chen and Yu (Marco) Nie, *Optimal design of demand adaptive paired-line hybrid transit: Case of radial route structure*, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **110** (2018), no. May 2017, 71–89.
- [8] Cristián E. Cortés and R. Jayakrishnan, *Design and operational concepts of high-coverage point-to-point transit system*, *Transportation Research Record* (2002), no. 1783, 178–187.
- [9] Víctor H. Cortínez and Patricia N. Dominguez, *An anisotropic continuum model for traffic assignment in mixed transportation networks*, *Applied Mathematical Modelling* **50** (2017), 585–603.
- [10] Carlos F. Daganzo, *Logistics Systems Analysis*, fourth ed., 2015.
- [11] Puyuan Deng, Glareh Amirjamshidi, and Matthew Roorda, *A vehicle routing problem with movement synchronization of drones, sidewalk robots, or foot-walkers*, *Transportation Research Procedia* **46** (2020), no. 2019, 29–36.
- [12] Miguel Figliozzi, Jesus Saenz, and Javier Faulin, *Minimization of urban freight distribution lifecycle CO₂e emissions: Results from an optimization model and a real-world case study*, *Transport Policy* **86** (2020), no. January 2018, 60–68.
- [13] Anna Franceschetti, Ola Jabali, and Gilbert Laporte, *Continuous approximation models in freight distribution management*, *Top* **25** (2017), no. 3, 413–433.
- [14] Michel Gendreau, Gilbert Laporte, and Rene Seguin, *Stochastic vehicle routing*, *European Journal of Operational Research* **88** (1996), no. 1992, 3–12.
- [15] Pedro L. Gonzalez-R, David Canca, Jose L. Andrade-Pineda, Marcos Calle, and Jose M. Leon-Blanco, *Truck-drone team logistics: A heuristic approach to multi-drop route planning*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* **114** (2020), no. March, 657–680.

- [16] Ho Young Jeong, Byung Duk Song, and Seokcheon Lee, *Truck-drone hybrid delivery routing: Payload-energy dependency and No-Fly zones*, International Journal of Production Economics **214** (2019), no. May 2018, 220–233.
- [17] Patchara Kitjacharoenchai, Byung Cheol Min, and Seokcheon Lee, *Two echelon vehicle routing problem with drones in last mile delivery*, International Journal of Production Economics **225** (2020), no. December 2019, 107598.
- [18] T. N. Lam and G. F. Newell, *Flow dependent traffic assignment on a circular city*, Transportation Science **1** (1967), 318–361.
- [19] André Langevin, Pontien Mbaraga, and James F. Campbell, *Continuous approximation models in freight distribution: An overview*, Transportation Research Part B: Methodological **30** (1996), no. 3 PART B, 163–188.
- [20] Yushan Li, Guangzhi Zhang, Zhibo Pang, and Lefei Li, *Continuum approximation models for joint delivery systems using trucks and drones*, Enterprise Information Systems **14** (2020), no. 4, 406–435.
- [21] Sida Luo and Yu (Marco) Nie, *Paired-line hybrid transit design considering spatial*, Transportation Research Part B **132** (2020), 320–339.
- [22] Mohammad Moshref-Javadi, Ahmad Hemmati, and Matthias Winkenbach, *A truck and drones model for last-mile delivery: A mathematical model and heuristic approach*, Applied Mathematical Modelling **80** (2020), 290–318.
- [23] Chase C. Murray and Ritwik Raj, *The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones*, Transportation Research Part C: Emerging Technologies **110** (2020), no. November 2019, 368–398.
- [24] Otto Anker Nielsen and Rasmus Dyhr Frederiksen, *Optimisation of timetable-based, stochastic transit assignment models based on MSA*, Annals of Operations Research **144** (2006), no. 1, 263–285.
- [25] Meead Saberi and I. Ömer Verbas, *Continuous approximation model for the vehicle routing problem for emissions minimization at the strategic level*, Journal of Transportation Engineering **138** (2012), no. 11, 1368–1376.
- [26] Mohamed Salama and Sharan Srinivas, *Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries*, Transportation Research Part C: Emerging Technologies **114** (2020), no. January, 620–642.
- [27] David M Stein, *Scheduling Dial-a-Ride Transportation Systems*, Transportation Science **12** (1978).
- [28] Desheng Wang, Peng Hu, Jingxuan Du, Pan Zhou, Tianping Deng, and Menglan Hu, *Routing and Scheduling for Hybrid Truck-Drone Collaborative Parcel Delivery With Independent and Truck-Carried Drones*, IEEE Internet of Things Journal **6** (2019), no. 6, 10483–10495.