

Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Industrial

Detección y monitorización virtual del crecimiento de grietas en paneles de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono usando XFEM

Autor: José Vargas Cruz

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Industrial

# **Detección y monitorización virtual del crecimiento de grietas en paneles de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono usando XFEM**

Autor:

José Vargas Cruz

Tutor:

Luis Rodríguez de Tembleque Solano

Profesor Titular de Universidad

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Máster: Detección y monitorización virtual del crecimiento de grietas en paneles de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono usando XFEM

Autor: José Vargas Cruz

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal

*A mis padres y a mi hermano*

*A María*

*A Bru*





# Agradecimientos

---

Porque solo con constancia y trabajo se consiguen las cosas. Se termina una larga etapa. Tras seis años de esfuerzo se ve la luz al final del túnel. Y nada de esto podría haber sido posible sin vuestra ayuda. Gracias mamá, porque gracias a ti he aprendido lo que es saber luchar, porque eres el mejor ejemplo de mujer luchadora que puede existir. Gracias papá, por tu apoyo y por haberme enseñado desde pequeño que con constancia y esfuerzo se consiguen las cosas más difíciles de esta vida. Gracias hermano, por haber alcanzado tantas metas juntos y por superar cualquier obstáculo que se nos haya presentado en el camino. Por eso y mucho más, gracias.

Gracias María, por ser uno de los pilares más importantes de mi vida. Por el sacrificio que has hecho por mi en muchos momentos, por esos domingos de quedarnos en casa por mis trabajos. Simplemente gracias por ser como eres conmigo. Estaré eternamente agradecido.

No podía dejar atrás a mi Bruno, porque me ha ayudado en los momentos más difíciles de mi vida. Simplemente con mirarme te das cuenta de como me siento, y me ofreces esos abrazos y esos besos que tanto me gustan. Gracias Bru.

Por último, gracias al equipo de trabajo de este proyecto. Gracias por acogerme desde el primer día como un miembro más del equipo, por transmitirme vuestra sabiduría y conocimientos y por haberme dado esta magnífica oportunidad de trabajar codo con codo con vosotros. Gracias Luis.

*José Vargas Cruz*

*Sevilla, 2020*



En la actualidad, el uso de materiales compuestos está cada vez más extendido en la industria debido al gran interés tecnológico que presentan. Existen distintos tipos de materiales compuestos, y su clasificación se puede realizar atendiendo al tipo de matriz o a los refuerzos utilizados. Atendiendo al primer criterio, existen materiales compuestos de matriz metálica, cerámica y polimérica. En cuanto a los refuerzos existen distintos tipos, entre los que destacan la fibra de carbono, de vidrio, cerámicas, metálicas y naturales.

Por otro lado, en los últimos años se ha ido extendiendo el concepto de materiales compuestos inteligentes o materiales multifuncionales. Existe una gran variedad de compuestos multifuncionales, entre los que destacan los nanocompuestos de carbono. Estos compuestos ven incrementadas sus propiedades y capacidades funcionales gracias a la adición de nanoaditivos como el grafeno o los nanotubos de carbono (CNT, por sus siglas en inglés). Estudios recientes han demostrado como la adición de CNT a una matriz epoxy no sólo la dota con capacidades conductoras, sino además, con comportamiento piezorresistivo (i.e, modifica su resistencia eléctrica en función de la deformación).

El presente proyecto tiene por objeto principal desarrollar varias simulaciones numéricas aplicando el método XFEM (eXtended Finite Element Method, por sus siglas en inglés) que permita realizar un análisis del comportamiento piezorresistivo de nanocompuestos formados por una matriz epoxy y CNTs como refuerzos. La elección del proyecto da respuesta a la necesidad de ser capaces de detectar y monitorizar virtualmente el crecimiento de grietas en paneles de nanocompuestos. El contenido de este proyecto tiene aplicabilidad en una inmensa variedad de situaciones y problemas en el marco de la Mecánica de la Fractura, siendo el sector aeronáutico donde se puede experimentar su mayor potencial.



# Abstract

---

Currently the use of composites is getting widely increased in the industry due to the great technological interest they have. There are several kind of composites, and they can be classified according to the matrix or reinforcements. In relation to the first criteria, there are composites whose matrix can be metallic, ceramic or polymeric. In respect of reinforcements the most used fibers are carbon fiber, glass fiber, ceramic, metallic and organic fibers.

On the other hand, in recent years the concept of smart composites or multifunctional materials has been extended. There are a huge variety of multifunctional materials, among them we can emphasize carbon nanotubes. This kind of composites have better properties and functional capacities due to the addition of nano-additives like graphene or carbon nanotubes (CNT). Recent researches have demonstrated how the addition of CNT in an epoxy matrix does not only provide conduct capacities but also with piezoresistive behaviour (i.e, modify electrical resistance depending on the strain).

The present project's main goal is to perform several numerical simulations applying XFEM method, which allow us to analyse the piezoresistive behaviour of nano-composites composed by epoxy matrix and CNTs as reinforcements. This project has been chosen in order to answer the requirement of detect and monitor virtually the crack growing on plates made by this kind of nano-composites. This project's contents have applicability in a huge variety of situations and problems in the context of Fracture Mechanics although aeronautical sector is where it has its great potential.



Agradecimientos .....	ix
Resumen .....	xi
Abstract .....	xiii
Índice .....	xv
Índice de Tablas .....	¡Error! Marcador no definido.
Índice de Figuras .....	xvii
Notación .....	xxi
<b>1 Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación .....	1
1.2 Descripción del problema y objetivos.....	3
1.3 Organización del documento.....	4
<b>2 Modelización micromecánica de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono .....</b>	<b>5</b>
2.1 Introducción .....	5
2.2 Propiedades mecánicas.....	6
2.3 Propiedades eléctricas.....	7
2.4 Comportamiento piezorresistivo .....	8
<b>3 Formulación de elementos finitos para la detección y monitorización de grietas en paneles de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono .....</b>	<b>11</b>
3.1 Formulación del problema mecánico.....	11
3.1.1 Energía de fractura y tenacidad a fractura .....	11
3.1.1.1 Crecimiento de grieta. Modo de fractura mixto .....	17
3.1.1.1.1 Combinación de modos I y II.....	17
3.1.1.1.2 Método de la tensión máxima circunferencial.....	18
3.1.1.1.3 Método de la tasa de liberación de energía.....	20
3.1.2 Formulación XFEM del problema.....	21
3.1.2.1 Ecuaciones aplicables .....	21
3.1.2.2 Aproximación XFEM para la grieta .....	23
3.1.3 Implementación computacional de XFEM con ANSYS.....	24
3.1.3.1 Técnicas en XFEM .....	24
3.1.3.2 Análisis de grieta estacionarias con XFEM .....	25
3.1.3.3 Análisis quasi-estático de crecimiento de grieta .....	26
3.1.3.3.1 Hipótesis en la simulación XFEM de crecimiento de grieta.....	29
3.2 Formulación y resolución del problema eléctrico con ANSYS.....	29
3.2.1 Cálculo de la respuesta piezorresistiva .....	29
3.2.2 Resolución del campo eléctrico.....	30
3.2.3 Cálculo de la resistencia eléctrica en el panel dañado.....	31
3.3 Esquema de monitorización del crecimiento de grieta implementado con ANSYS .....	32
<b>4 Estudios numéricos.....</b>	<b>35</b>
4.1 Detección de grietas: análisis estático .....	35
4.1.1 Análisis mecánico.....	36

4.1.2	Análisis electroestático .....	39
4.1.2.1	Influencia del tamaño de grieta para varias orientaciones. Grieta impermeable .....	40
4.1.2.2	Influencia de la permitividad eléctrica de la grieta para varias orientaciones. Grieta permeable .....	43
4.1.2.3	Medición y detección de varias grietas.....	45
4.1.3	Análisis piezorresistivo .....	50
4.2	<i>Monitorización virtual del crecimiento de grietas</i> .....	50
4.2.1	Placa con grieta interna .....	51
4.2.1.1	Análisis mecánico .....	51
4.2.1.2	Análisis electroestático .....	56
4.2.1.3	Análisis piezorresistivo .....	59
4.2.2	Viga a flexión en tres puntos con defecto de borde.....	59
4.2.2.1	Análisis mecánico .....	59
4.2.2.2	Análisis electroestático .....	63
4.2.2.3	Análisis de la variación de la resistencia eléctrica frente a la flecha en el caso de viga apoyada sometida a flexión en tres puntos .....	67
<b>5</b>	<b>Resumen, conclusiones y trabajos futuros .....</b>	<b>69</b>
5.1	<i>Resumen</i> .....	69
5.2	<i>Conclusiones</i> .....	69
5.3	<i>Futuros trabajos</i> .....	70
	<b>Referencias.....</b>	<b>71</b>
	<b>Anexo A. Códigos de ANSYS .....</b>	<b>73</b>
	<b>Anexo B. Códigos de MATLAB .....</b>	<b>75</b>



# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1; Clasificación general de materiales compuestos [2]	1
Figura 2: Representación de la sección longitudinal de una viga de material compuesto con capacidad para detectar delaminación y deformaciones [4]	3
Figura 3: Esquema de sistema SHM en un material multifuncional compuesto con CNTs [5]	3
Figura 4: Estructuras de nanotubos de pared simple y múltiple [8].	6
Figura 5: Resistencia a tracción (a), resistencia a flexión (b) y módulo de Young (c) para distintos porcentajes de fibras en MWCNT/epoxy [8].	7
Figura 6: Representación de los mecanismos de salto electrónico (a) y red conductora (b).	8
Figura 7: Variación de la conductividad eléctrica de un nanocompuesto polimérico en función de la fracción volumétrica de fibras [10]	8
Figura 8: Representación de modos de carga I (a), II (b) y III (c) [11].	11
Figura 9: Coordenadas polares ligadas al vértice de la grieta [11].	12
Figura 10: Evolución de la tenacidad en función de la temperatura en aceros [11].	14
Figura 11: Valores típicos de $KIC$ y límite elástico para diferentes materiales [11].	14
Figura 12: Grieta centrada en placa infinita en modo I (a), en modo II (b) y en modo III (c) [11].	15
Figura 13: Grieta inicial (a) y grieta propagada (b) [11].	15
Figura 14: Esquema de modo de carga mixto [11].	18
Figura 15: Representación de una placa infinita sometida a un modo de carga mixto [11].	20
Figura 16: Evolución de la tensión circunferencial respecto al ángulo de propagación [11].	20
Figura 17: SIFs en el vértice de grieta antes (a) y después (b) de la propagación [11].	21
Figura 18: Geometría del dominio $\Omega$ con una discontinuidad $\Gamma_c$ [12].	22
Figura 19: Representación esquemática de los diferentes nodos y elementos en la discretización [12].	23
Figura 20: Vértice de grieta dentro del elemento (izq) y en el borde del elemento (der) [13].	24
Figura 21: Nodos en el método Phantom-Node [13].	25
Figura 22: Cálculo y definición de los valores $\psi$ y $\phi$ [13].	26
Figura 23: Definición del radio de enriquecimiento [13].	27
Figura 24: Definición de snap-tolerance [13].	27
Figura 25: Evaluación de los criterios STTMAX y PSMAX entorno al vértice de grieta [13].	28
Figura 26: Ley cohesiva rígida lineal [13].	28
Figura 27: Esquema general de monitorización del crecimiento de grieta.	32
Figura 28: Diagrama de flujo de la resolución del problema mecánico con ANSYS.	33
Figura 29: Diagrama de flujo de la resolución del problema electrostático y piezorresistivo con ANSYS.	34
Figura 30: Esquema problema mecánico de placa con grieta centrada inclinada bajo esfuerzo uniforme ( $\sigma_{yy}$ ).	36
Figura 31: Detalle del mallado de la placa para análisis estático usando XFEM.	37

Figura 32: Estudio de convergencia de los valores analíticos $KI$ y $KII$ .	37
Figura 33: Influencia de la orientación de la grieta ( $\alpha$ ) en los SIFs.	38
Figura 34: Influencia tamaño de grieta en el cálculo de los SIFs $KI$ (a) y $KII$ (b).	38
Figura 35: : Esquema problema eléctrico de placa con grieta centrada inclinada sometida a diferencia de potencial ( $\Delta\phi$ ).	39
Figura 36: Influencia del tamaño de la grieta ( $L/a$ ) y orientación de la grieta ( $\alpha$ ) en la variación de la resistencia eléctrica.	40
Figura 37: Influencia del tamaño de grieta sobre la distribución de potencial eléctrico para $\alpha = 0^\circ$ .	41
Figura 38: Influencia del tamaño de grieta sobre la distribución de potencial eléctrico para $\alpha = 45^\circ$	42
Figura 39: Influencia de las condiciones de permitividad eléctrica en la grieta ( $\kappa c/\kappa m$ ) y la orientación ( $\alpha$ ) en la variación de la resistencia eléctrica ( $R$ ).	43
Figura 40: Influencia de la permitividad sobre la distribución de potencial eléctrico para $\alpha = 0^\circ$ y $L/a = 1.5$ .	44
Figura 41: Influencia de la permitividad sobre la distribución de potencial eléctrico para $\alpha = 45^\circ$ y $L/a = 1.5$ .	45
Figura 42: Esquema problema eléctrico para la medición y detección de dos grietas equivalentes a la original.	46
Figura 43: Influencia de la separación $\delta x$ y $\delta y$ en la variación de la resistencia eléctrica del problema con grieta equivalente.	46
Figura 44: Potencial eléctrico para $\delta y/a2 = 0$ (a) y $\delta y/a2 = 0.05$ (b).	47
Figura 45: Potencial eléctrico para $\delta y/a2 = 0.1$ (a) y $\delta y/a2 = 0.5$ (b).	48
Figura 46: Potencial eléctrico para $\delta y/a2 = 1$ (a) y $\delta y/a2 = 2$ (b).	49
Figura 47: Comparación entre análisis piezorresistivo y electrostático.	50
Figura 48: Esquema problema mecánico de placa con grieta inclinada bajo desplazamiento uniforme ( $u_y$ ).	52
Figura 49: Definición de áreas en problema mecánico de placa traccionada para $\alpha = 45^\circ$ .	52
Figura 50: Mallado de placa sometida a tracción para $\alpha = 45^\circ$ .	53
Figura 51: Isocontornos de desplazamientos $u_y$ (a) y tensión equivalente Von Mises $\sigma_{eq}$ (b) para $\alpha = 0^\circ$ .	54
Figura 52: Isocontornos de desplazamientos $u_y$ y $\alpha = 0^\circ$ para $a/a0 = 3$ (a), $a/a0 = 6$ (b) y $a/a0 = 9$ (c).	54
Figura 53: Isocontornos de desplazamientos $u_y$ (a) y tensión equivalente Von Mises $\sigma_{eq}$ (b) para $\alpha = 45^\circ$ .	55
Figura 54: Isocontornos de desplazamientos $u_y$ y $\alpha = 45^\circ$ para $a/a0 = 3$ (a), $a/a0 = 6$ (b), $a/a0 = 9$ (c) y $a/a0 = 12$ (d).	55
Figura 55: Esquema problema eléctrico de placa con grieta inclinada genérica sometida a tracción.	56
Figura 56: Potencial eléctrico para (a) $\alpha = 0^\circ$ y (b) $\alpha = 45^\circ$ el problema de placa con grieta interna.	57
Figura 57: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a tracción para $\alpha = 0^\circ$ .	57
Figura 58: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a tracción para $\alpha = 45^\circ$ .	58
Figura 59: Análisis de la influencia del tamaño de grieta en la variación de la resistencia eléctrica en el caso de placa sometida a tracción para $\alpha = [0, 15, 30, 45, 60, 75]^\circ$ .	58
Figura 60: Comparación análisis piezorresistivo y electrostático para placa con grieta interna.	59
Figura 61 Esquema problema mecánico de placa con grieta inclinada sometida a flexión.	60

Figura 62: Definición de áreas en problema mecánico de placa sometida a flexión para $\alpha = 45^\circ$ .	60
Figura 63: Mallado de placa sometida a flexión para $\alpha = 45^\circ$ .	61
Figura 64: (a) Isocontornos de desplazamientos $uy$ y (b) tensión equivalente Von Mises $\sigma_{eq}$ para $\alpha = 0^\circ$ .	61
Figura 65: Isocontornos de desplazamientos $uy$ y $\alpha = 0^\circ$ para (a) $a/a_0 = 1$ , (b) $a/a_0 = 2$ , (c) $a/a_0 = 3$ y (d) $a/a_0 = 4$ .	62
Figura 66: (a) Isocontornos de desplazamientos $uy$ y (b) tensión equivalente Von Mises $\sigma_{eq}$ para $\alpha = 45^\circ$ .	62
Figura 67: Isocontornos de desplazamientos $uy$ y $\alpha = 45^\circ$ para (a) $a/a_0 = 2$ , (b) $a/a_0 = 3$ y (c) $a/a_0 = 4$ ,	63
Figura 68: Esquema problema eléctrico de placa con grieta inclinada genérica sometida a flexión.	64
Figura 69: Distribución de potencial eléctrico para el problema de placa sometida a flexión.	64
Figura 70: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a flexión para $\alpha = 0^\circ$ .	65
Figura 71: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a flexión para $\alpha = 45^\circ$ .	66
Figura 72: Análisis de la influencia del tamaño de grieta en la variación de la resistencia eléctrica en el caso de viga sometida a flexión en tres puntos para (a) $\alpha = 0^\circ$ y (b) distintos valores de $\alpha$ .	67
Figura 73: Variación de la resistencia eléctrica en función del desplazamiento vertical de la viga.	67



$A$	Superficie de la grieta
$A^*$	Semiancho de la grieta
$a_i$	Vector desplazamiento asociado al dominio de la grieta
$\vec{C}$	Vector quiral
$dA$	Incremento de superficie de grieta
$E$	Módulo elástico
$E_s$	Energía para crear nueva superficie de grieta
$\Delta E_{int}$	Energía interna
$f$	Vector de fuerzas externas
$F_b$	Fuerzas por unidad de volumen aplicadas en el sistema
$F_j(x)$	Funciones de singularidad
$G$	Tasa de liberación de energía
$G_c$	Tasa de liberación de energía crítica
$H(x)$	Funciones Heaviside
$I$	Intensidad de corriente
$J$	Densidad de corriente
$K$	Factor de intensidad de tensiones
$K_c$	Factor de intensidad de tensiones crítico
$L$	Semilargo de la placa
$N_i(x)$	Funciones de forma asociadas a cada nodo
$n_h$	Número de nodos asociados a los elementos de la superficie de la grieta
$n_t$	Número de nodos asociados al dominio del vértice de la grieta
$R$	Resistencia eléctrica
$R_0$	Resistencia eléctrica de la placa sin deformar

$r$	Tensor de cambio relativo en la resistividad
$t$	Espesor de la placa
$t_i^1$	Vector desplazamiento asociado a los elementos del vértice de grieta
$T_1$	Funciones de enriquecimiento del vértice de grieta
$u_x$	Desplazamiento en el plano de la placa en dirección "X"
$u_y$	Desplazamiento en el plano de la placa en dirección "Y"
$W$	Semiancho de la placa
$\alpha$	Ángulo de inclinación de la grieta
$\Gamma$	Contorno del problema generalizado
$\Gamma_u$	Contorno de desplazamientos
$\Gamma_t$	Contorno de tensiones
$\Gamma_c$	Contorno de la grieta
$\gamma_s$	Energía superficial
$\kappa$	Permitividad eléctrica
$\kappa_c$	Permitividad eléctrica de la grieta
$\kappa_m$	Permitividad eléctrica del medio
$\lambda_{ij}$	Componentes de la matriz piezorresistiva
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\Pi$	Matriz piezorresistiva
$\rho_{eff}$	Matriz resistividad efectiva
$\rho_{eff}^0$	Matriz resistividad efectiva de la placa sin deformar
$\phi$	Potencial eléctrico
$\Omega$	Dominio del problema generalizado
$\sigma$	Tensor de tensiones de Cauchy
$\sigma_{xx}$	Tensión axial dirección "X"
$\sigma_{yy}$	Tensión axial dirección "Y"
$\sigma_{xy}$	Tensión tangencial plano "XY"
$\sigma_{\theta\theta}$	Tensión circunferencial
$\sigma_{r\theta}$	Tensión tangencial circunferencial

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Motivación

De forma general, un material compuesto puede definirse como un sistema integrado por una combinación de dos o más materiales que difieren en forma y composición química, y que además son insoluble entre sí. Los materiales compuestos se han convertido en el principal foco de interés en la ingeniería ya que combinan propiedades y prestaciones de los materiales constituyentes, presentando notables mejoras. La mayor parte de los materiales compuestos están formados por una matriz continu que rodea y aglomera las fases dispersas, también conocidas como refuerzos. De esta forma, en función de la naturaleza de los refuerzos, los materiales compuestos se pueden clasificar en tres grandes grupos: compuestos con partículas como refuerzos, reforzados con fibras y compuestos estructurales. Sin embargo, los materiales compuestos también pueden clasificarse en función de la naturaleza de la matriz, existiendo los siguientes tipos: MMC (Metalic Matrix Composites, por sus siglas en inglés), CMC (Ceramic Matrix Composites) y PMC (Polymeric Matrix Composites) [1].

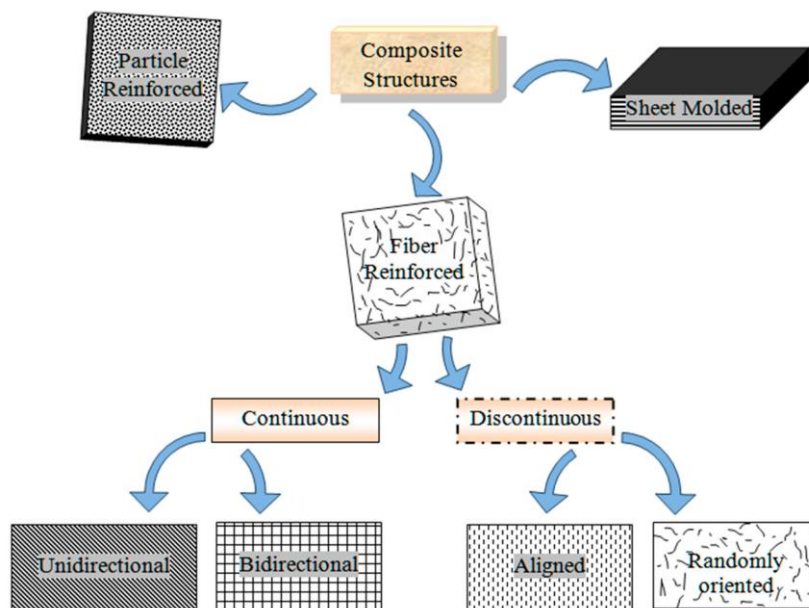


Figura 1; Clasificación general de materiales compuestos [2]

Por otro lado, existe un concepto que se va afianzando cada vez más en la actualidad, y es el de materiales multifuncionales o materiales inteligentes. Este tipo de materiales se definen como una combinación de materiales que desarrollan sus funciones de una forma inteligente en función de los cambios que experimente el medio que los rodea. En la actualidad, existe una infinidad de aplicaciones tecnológicas que requieren el uso de distintos tipos de sensores. Estas aplicaciones requieren que se lleve a cabo un desarrollo y estudio exhaustivo de estos materiales multifuncionales que presentan capacidades sensoriales.

---

El rápido crecimiento de estas tecnologías y su interés en la industria se ha visto reflejada en el surgimiento de nuevas ramas de investigación y tecnologías que tienen un gran impacto en diversas áreas científicas. Se trata de la nanotecnología. Esta ciencia persigue crear nuevos materiales que tengan capacidad para lograr desafíos tecnológicos que han ido surgiendo en los últimos años debido al incremento de la necesidad tecnológica actual.

Generalmente los sistemas inteligentes están formados por sensores, actuadores y controladores. En el caso de la fibra óptica, esta es capaz de reaccionar ante cambios de temperatura, deformación, presión e incluso campos eléctricos, lo que la convierte en un excelente sensor para ser utilizado en el sector de las telecomunicaciones. Las aleaciones con memoria de forma (AMF) son los materiales más comúnmente usados como actuadores, destacando su uso en instrumentos quirúrgicos.

Sin embargo, existen casos particulares como los compuestos de matriz polimérica con nanotubos de carbono como refuerzo, que se agrupan dentro de lo que se conoce como estructuras intrínsecamente inteligentes [3]. La principal característica de estos materiales es que no requieren de dispositivos como sensores y actuadores, ya que se combinan las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas y piezorresistivas de manera que son capaces de detectar por sí solas daños mecánicos o térmicos, esfuerzos y deformaciones. Cuando se añaden en pequeñas concentraciones y su dispersión es adecuada, se ha podido comprobar que suponen una mejora en términos mecánicos, así como mejoran propiedades multifuncionales como la conductividad eléctrica. Estos materiales se han convertido en el epicentro de numerosos estudios científicos y aplicaciones industriales, debido a las excelentes y peculiares propiedades eléctricas, térmicas y mecánicas que presentan, entre las cuales destaca su propiedad piezorresistiva.

La piezorresistividad es una propiedad que tienen ciertos materiales por la cual se genera una respuesta eléctrica ante un estímulo mecánico, tal y como se verá detalladamente en el primer capítulo del presente proyecto. Una alternativa potencial para el desarrollo de materiales piezorresistivos es la utilización de nanocompuestos formados una matriz epoxy y nanotubos como refuerzos. La cuestión es que en la actualidad existen muchos materiales metálicos y poliméricos que no cumplen con los requisitos para las aplicaciones que se demandan.

Dicha propiedad piezorresistiva de este tipo de nanocompuestos hace posible plantearse su utilización para aplicaciones que abarquen industrias como la aeronáutica, automotriz o incluso el sector energético. Esta propiedad puede aprovecharse de forma que se utilicen como sensores para la detección de daño, ya que un componente fabricado con este tipo de material, al estar sometido a una serie de sollicitaciones mecánicas experimentará unas deformaciones que se traducirán finalmente en una variación de la resistencia eléctrica. Si fuera posible relacionar dicha variación de la resistencia eléctrica con fenómenos físicos como defectos en el componente u otro tipo de daño, sería posible establecer criterios y métodos que permitieran obtener información acerca del estado de dicho componente o estructura.

Actualmente existe una disciplina llamada SHM (Structural Health Monitoring, por sus siglas en inglés) que constituye una práctica común en múltiples actividades industriales. Esta disciplina abarca la aplicación de ensayos no destructivos (NDT, por sus siglas en inglés) y detección de daño para evaluar la solidez de infraestructuras y el comportamiento del mantenimiento basado en condición que permite aumentar su esperanza de vida. Particularmente, la mayoría de las investigaciones han centrado sus esfuerzos en detectar daño en estructuras a través de variaciones en la rigidez de los componentes estructurales. Dichas variaciones a menudo se originan por procesos de degradación por envejecimiento, corrosión, fatiga, existencia de grietas o por sucesos accidentales. Sin embargo, el número de estudios en la aplicación de técnicas SHM son escasos [5]. Los nuevos materiales multifuncionales, como el hormigón “inteligente” o materiales compuestos “autosensitivos”, ofrecen una innovadora alternativa para monitorear el estado de las estructuras dentro del campo de la SHM [5].

En este contexto, el presente proyecto se desarrolla como una estrategia de monitorización de la integridad de estructuras formadas por nanocompuestos con nanotubos de carbono como refuerzos, persiguiendo el objetivo de establecer un procedimiento que permita evaluar el daño en estructuras fabricadas con este material.



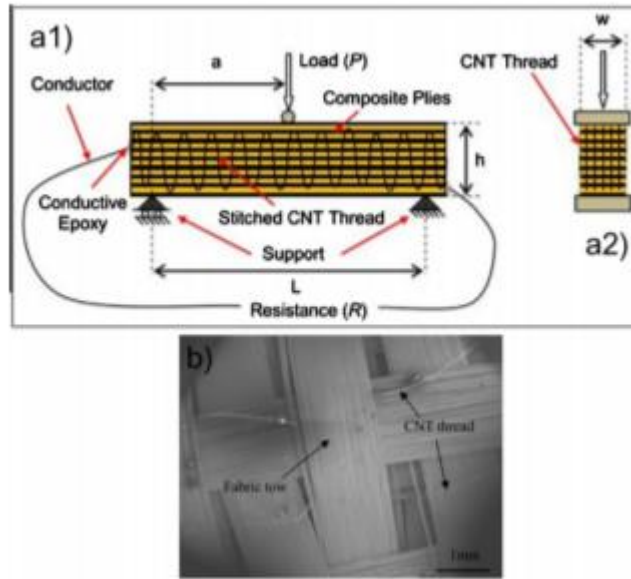


Figura 2: Representación de la sección longitudinal de una viga de material compuesto con capacidad para detectar delaminación y deformaciones [4].

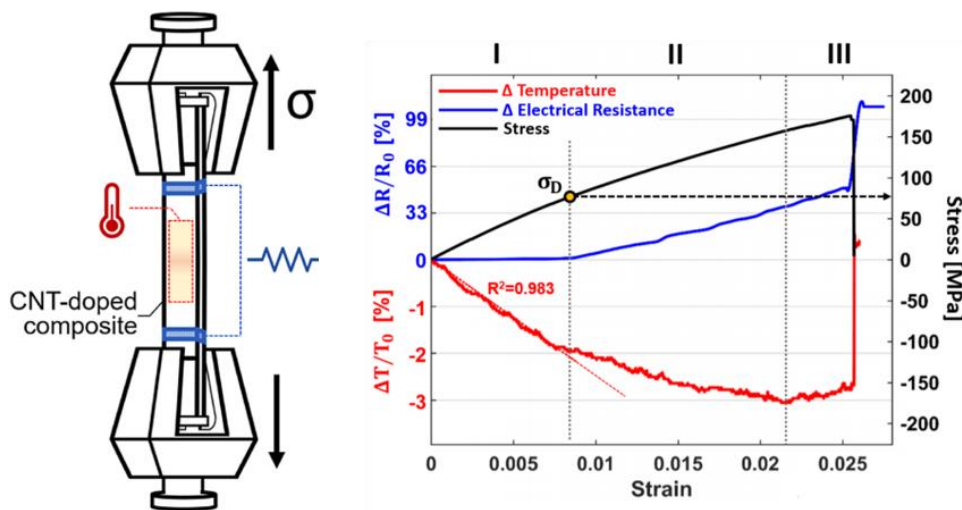


Figura 3: Esquema de sistema SHM en un material multifuncional compuesto con CNTs [5].

## 1.2 Descripción del problema y objetivos

En este proyecto se pretende estudiar el comportamiento de MWCNTs como refuerzos en nanocompuestos, así como interpretar los resultados obtenidos para lograr llegar a conclusiones que permitan desarrollar una metodología de validación y control de paneles fabricados con nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono. Para ello se propone una simulación numérica que permita realizar una monitorización virtual del daño en estructuras tipo panel, poniendo en juego el efecto piezorresistivo que presenta este tipo de nanocompuestos.

Se trata de un método no invasivo que podría implementarse en numerosas aplicaciones industriales, permitiendo no solo detectar defectos en estos componentes, sino también establecer una monitorización en tiempo real de dichos defectos. De esta forma se podría disponer de un registro constante de la evolución de dichos defectos en la estructura, pudiéndose determinar criterios para proceder a su reparación o declaración de no conformidad para su uso.

---

Entre los objetivos principales del proyecto se encuentran los que se detallan a continuación:

- Probar la capacidad del método XFEM implementado en ANSYS para evaluar parámetros de fractura como los factores de intensidad de tensiones en grietas con distintas configuraciones
- Análisis mecánico mediante XFEM de la integridad estructural de una placa dañada, con distintas geometrías y configuraciones.
- Validación de los modelos numéricos mecánicos desarrollados
- Estudio de sistemas de modelización de materiales piezorresistivos mediante ANSYS con XFEM
- Desarrollar una simulación numérica que permita monitorizar y detectar la presencia de varias grietas en una estructura tipo panel, así como analizar la variación que experimenta la resistencia eléctrica de la placa.
- Desarrollo de un sistema de medición y elección de las magnitudes eléctricas que permitan detectar y cuantificar la severidad del daño en la placa que se estudia
- Validación del sistema y modelo numérico anterior
- Estudio de distintas medidas generadas por la presencia de diversos tipos de grietas, estableciendo una correlación entre las medidas de resistividad, diferentes tipos de grietas y su severidad

### 1.3 Organización del documento

El presente proyecto está distribuido en cinco capítulos, abordando todo el contenido necesario para entender el comportamiento de este tipo de nanocompuestos y llegar a unas conclusiones que permitan analizar los resultados obtenidos del análisis numérico. Tras este primer capítulo, en el cual se han desarrollado los primeros puntos relativos a la motivación, descripción del problema y objetivos, el proyecto continuará con el desarrollo de los capítulos que se detallan a continuación:

- El segundo capítulo ha sido destinado a explicar la modelización micromecánica de nanocompuestos reforzados con nanotubos de carbono. Se incluye una breve explicación de las propiedades mecánicas, eléctricas y del comportamiento piezorresistivo de dicho material.
- En el tercer capítulo se aborda la formulación teórica de elementos finitos para modelar la detección y monitorización virtual del crecimiento de grieta usando la metodología XFEM. En él se incluyen aspectos relacionados con la formulación del problema mecánico, como se ha resuelto y formulado el problema eléctrico con el software comercial ANSYS, así como un esquema que permite entender el procedimiento utilizado en los diferentes análisis realizados.
- En el cuarto capítulo presenta el desarrollo de los estudios numéricos. Este capítulo se subdivide a su vez en dos partes bien diferenciadas. La primera hace referencia a la detección de grietas estáticas. En la segunda de ellas se aborda la monitorización virtual del crecimiento de grietas.
- Por último, se ha destinado un quinto capítulo para establecer las conclusiones a las que se ha llegado de acuerdo con los resultados obtenidos y se establecen los posibles trabajos futuros a desarrollar para mejorar y completar el estudio.

---

# 2 MODELIZACIÓN MICROMECAÁNICA DE NANOCOMPUESTOS REFORZADOS CON NANOTUBOS DE CARBONO

---

A lo largo de este capítulo, se abordará modelización de materiales compuestos formados por una matriz de epoxy reforzada con nanotubos de carbono. El capítulo se centrará en explicar qué son estos tipos de materiales, por qué son tan importantes y utilizados en la actualidad, así como detallar sus propiedades mecánicas, eléctricas y piezorresistivas.

## 2.1 Introducción

Los nanotubos de carbón, cuyas siglas en inglés son CNTs (Carbon NanoTubes), fueron descubiertos por Iijima y desde entonces se han convertido en el foco de estudio de numerosas investigaciones y estudios [6]. Estos materiales son muy atractivos desde el punto de vista científico debido a que presentan unas propiedades mecánicas, térmicas y eléctricas excepcionales, haciendo posible que se puedan utilizar en un rango muy amplio de aplicaciones.

Hasta los años 80 solamente se conocían el grafito y el diamante como formas elementales del carbono. Desde entonces multitud de investigaciones permitieron descubrir nuevas formas de ordenamiento del carbono, como los fullerenos y los nanotubos de carbonos. Actualmente uno de los principales campos de interés y ramas de investigación es el uso de materiales compuestos por una matriz reforzada con nanotubos de carbono, de forma que se aprovechan las excelentes propiedades mecánicas que presentan los CNTs trasladándolas a materiales poliméricos, además de otras propiedades físicas y químicas como la conductividad eléctrica y la resistencia a corrosión.

Los nanotubos de carbono presentan una estructura cilíndrica hueca y existen dos morfologías distintas: nanotubos de pared simple y múltiple (SWCNT y MWCNT, respectivamente, por sus siglas en inglés), tal y como puede verse en la Figura 4. Los SWCNTs están compuestos por una capa bidimensional de grafeno que está enrollada formando un cilindro, mientras que el caso de MWCNT existen múltiples láminas de grafeno que forman cilindros concéntricos [7]. Los CNTs tienen unas dimensiones tales que su grosor es de un átomo, presentan unas decenas de átomos de circunferencia y una longitud de varias micras. La estructura de los CNTs se determina atendiendo a su vector quiral  $\vec{C} = n \vec{a}_1 + m \vec{a}_2$ , siendo  $m$  y  $n$  números enteros y  $\vec{a}_1$  y  $\vec{a}_2$  son vectores que definen la celda unidad de la lámina de grafeno [6]. El vector quiral corresponde a la circunferencia del cilindro y se representa habitualmente por el par  $(n, m)$ . Los CNTs pueden clasificarse atendiendo a su tipo de estructura de la siguiente forma: *quirales*  $(n, m)$ , *zig-zag*  $(n, 0)$  y *armchair*  $(n, n)$ .

Las láminas de grafeno consisten en una lámina 2D de grafito con un tamaño finito, formada por multitud de átomos de carbono que presentan enlaces con altos estados energéticos. La energía total de un número reducido de átomos de carbono de una lámina de grafeno, se reduce enlazándose para formar una estructura cerrada. Se podría pensar que la curvatura de la lámina de grafeno podría generar una tensión que afectara a la estabilidad energética del sistema, pero la realidad es que ésta se ve favorecida por dicha curvatura

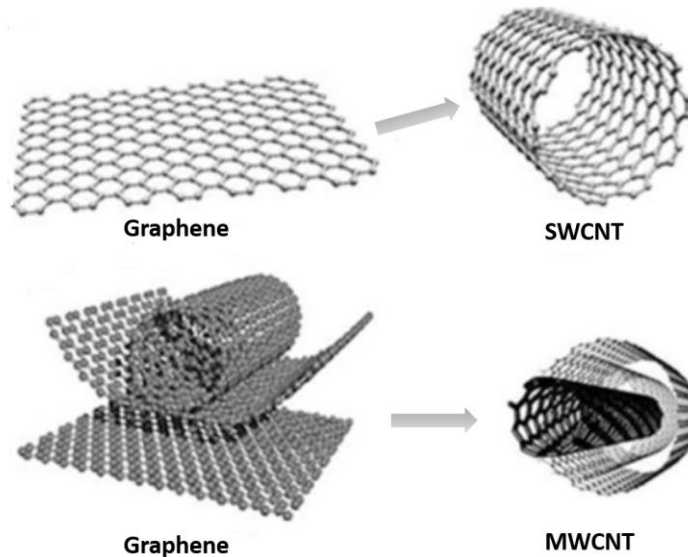


Figura 4: Estructuras de nanotubos de pared simple y múltiple [8].

## 2.2 Propiedades mecánicas

Desde hace varias décadas, se han llevado a cabo numerosas técnicas experimentales como simulaciones y modelos teóricos para evaluar las propiedades mecánicas que poseen los materiales compuestos por matriz polimérica y refuerzos CNTs. Existen dos variables que son necesarias controlar para poder mejorar las propiedades mecánicas de estos materiales: la dispersión de los nanotubos de carbono en las matrices y la interfase matriz-CNT para poder obtener una adecuada transferencia de carga.

Cuando un material compuesto de este tipo se encuentra sometido a una serie de sollicitaciones mecánicas, la matriz sufre una mayor deformación que los CNT debido a que el módulo de elasticidad  $E$  de los nanotubos es mayor que el de la matriz. El resultado es la aparición de unos esfuerzos cortantes que aumentan conforme menor es la distancia al nanotubo. Estos esfuerzos cortantes en la interfase matriz-CNT son los que controlan la capacidad de transferencia de carga. Al alcanzarse un valor crítico (IFSS, *Interfacial Shear Strength*), la matriz alrededor de la interfase puede fracturarse o bien hacerlo la propia interfase matriz-nanotubos. Existe una teoría llamada *shear-lag* que establece que la mayor parte de los esfuerzos cortantes se producen en la zona alrededor del extremo del nanotubo.

Los ensayos de tracción permiten evaluar el efecto de MWCNTs en las propiedades mecánicas del material compuesto. De acuerdo con la Figura 5, puede observarse que la resistencia a tracción mejora entorno a un 6% cuando se añaden 0,05 wt % MWCNT. Así mismo se demuestra que si se aumenta dicho porcentaje, se alcanza el máximo en 0,1 wt % y a partir de ese valor disminuye progresivamente. Algo similar ocurre con la resistencia a flexión, que se obtiene una mejora del 20 % cuando se añaden 0,05 wt % MWCNT, correspondiéndose este valor con el máximo [8].

Respecto al módulo de Young, en contra con lo que ocurre para la resistencia a tracción, el contenido óptimo de fibra se alcanza para cuando se añaden 0,05 wt % MWCNT. La razón de esta diferencia se puede atribuir al grado de dispersión de los MWCNTs. Cuanto mayor sea el grado de dispersión mejores serán las propiedades mecánicas. El problema es que cuanto mayor sea la fracción en peso de nanotubos, mayor será la aglomeración de MWCNT y la concentración de tensiones, de ahí que las propiedades mecánicas del nanocompuesto disminuyan. La dispersión se puede mejorar aumentando el tiempo de sonicación o la potencia de salida [8]. Cabe destacar que un aumento excesivo del tiempo de sonicación puede disminuir la longitud de los nanotubos, reduciéndose la capacidad de actuación de los CNTs como refuerzos.

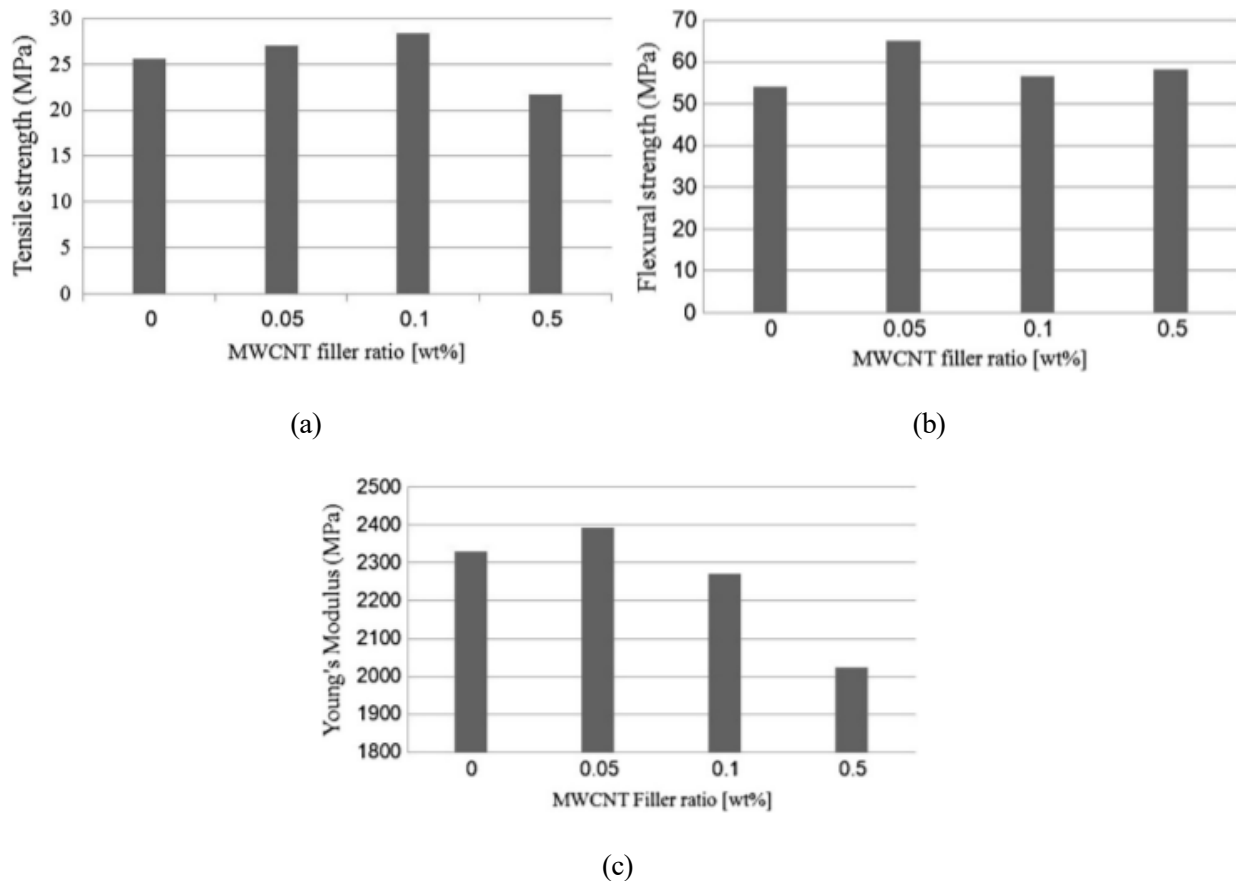


Figura 5: Resistencia a tracción (a), resistencia a flexión (b) y módulo de Young (c) para distintos porcentajes de fibras en MWCNT/epoxy [8].

### 2.3 Propiedades eléctricas

Existen numerosos ensayos y estudios teóricos que determinan que la conductividad eléctrica de materiales compuestos por una matriz polimérica y MWCNTs como refuerzos, presenta un comportamiento percolativo. Para conseguir que la conductividad eléctrica en este tipo de materiales sea alta se requiere percolación, es decir, que las fibras se encuentren muy juntas entre si de manera que constituyan un camino conductor eléctricamente hablando. La fracción volumétrica de fibra para la cual tiene lugar la percolación se conoce como umbral de percolación, de forma que la conductividad eléctrica aumenta bruscamente cuando se supera dicho umbral debido a que la fracción volumétrica de fibra aumenta [9]. Mientras las fibras estén muy separadas entre sí, o lo que es lo mismo, que no se haya superado el umbral percolativo, la transferencia de electrones solo es posible a través del mecanismo de salto electrónico. Una vez superado el umbral, algunas fibras empiezan a formar redes conductoras y ambos mecanismos, conocidos como mecanismos de salto electrónico e interconexión conductora, actúan simultáneamente tal y como puede apreciarse en la Figura 6.

Cuando un material compuesto MWCNT/epoxy está sometido a una deformación mecánica externa, se pueden producir principalmente tres cambios:

- Aumento del volumen y reorientación de MWCNTs.

Se consideran dos estados de deformación: dilatación y distorsión. Cuando este tipo de material compuesto está sometido a dilataciones, si consideremos que las fibras no se alargan debido a que presentan una rigidez mayor que la matriz, el aumento de volumen provoca cambios en la fracción volumétrica de MWCNT. Además, la dilatación origina un realineamiento de las fibras [9]. Por el contrario la distorsión no da lugar a cambios de volumen, aunque si originan una reorientación de las fibras.

- Cambios en las redes conductoras

La reorientación de las fibras disminuye la distribución aleatoria de MWCNTs y consecuentemente, también reduce la posibilidad de formar caminos conductores. Dicho de otra forma, la reorientación de las fibras conlleva un aumento del umbral de percolación [9].

- Cambios en la separación de las fibras

Al aplicar deformaciones externas, la separación de las fibras cambia y en consecuencia, el mecanismo de salto electrónico [9].

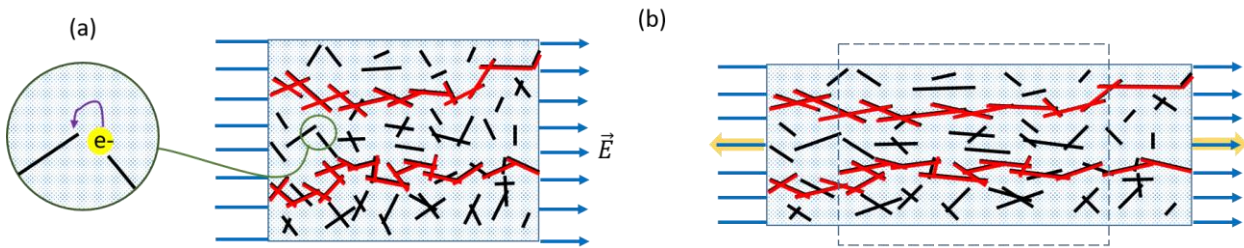


Figura 6: Representación de los mecanismos de salto electrónico (a) y red conductora (b).

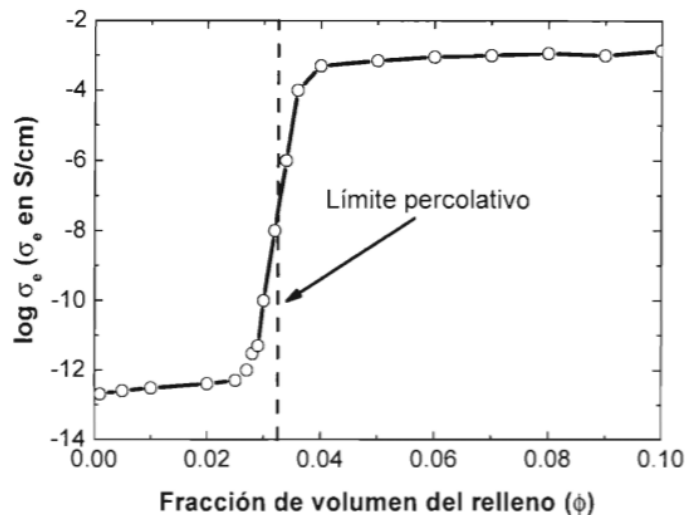


Figura 7: Variación de la conductividad eléctrica de un nanocompuesto polimérico en función de la fracción volumétrica de fibras [10]

## 2.4 Comportamiento piezorresistivo

El efecto piezorresistivo se define como el fenómeno que explica cómo varía la resistividad eléctrica de un material cuando este se ve sometido a una serie de sollicitaciones mecánicas que lo deforman. Dicho cambio en la resistencia eléctrica se debe fundamentalmente a dos motivos: cambio en la geometría y cambio en la conductividad del material.

Tal y como se ha visto previamente en las propiedades eléctricas del material compuesto MWCNT/epoxy, la conductividad eléctrica del material varía conforme aumenta la deformación, ya que se produce una reorganización y reorientación de los nanotubos en la matriz creándose caminos conductores que favorecen el paso de la corriente eléctrica. Dicho de otra forma, como el material compuesto está formado por una base de

---

matriz polimérica que no es conductora eléctricamente y unos refuerzos MWCNT que son conductores, se forma una red conductora cuando se alcanza una cierta concentración del material conductor, lo que se conoce como umbral de percolación.

En el caso de conductores metálicos el cambio en la resistencia eléctrica ante una deformación puede deberse al cambio físico en las dimensiones del material y al cambio en la resistividad eléctrica del material en función de la deformación. Este último factor suele despreciarse en materiales metálicos. Sin embargo, el cambio de la resistividad eléctrica en función de la deformación es el factor que más afecta al cambio en la resistencia eléctrica [10].

Cuando a un material compuesto de matriz polimérica y CNTs está sometida a unas solicitaciones mecánicas que lo deforman, la variación de la resistencia eléctrica es ocasionada principalmente por el cambio en la configuración de la red conductora de CNTs distribuida en el nanocompuesto, dicho con otras palabras, un cambio en su resistividad efectiva. Los CNTs como se ha visto previamente, están formados por caminos conductores constituidos por nanotubos que están en contacto directo y por otros adyacentes separados por una distancia que permite el paso de electrones (mecanismo de red conductora y de salto electrónico).

Hu et al [10] trataron de predecir la conductividad eléctrica de nanocompuestos CNT/polímero, de forma que la resistencia eléctrica de la red conductora estaba compuesta por la resistencia intrínseca de los nanotubos de carbono, la resistencia de contacto entre CNTs que están físicamente en contacto y la resistencia de tunelamiento, es decir, la resistencia entre CNTs que están separados una distancia tal que los electrones pueden saltar de un nanotubo a otro. Dicha resistencia de tunelamiento fue aproximada por Simmons con una función exponencial donde los factores con mayor influencia son la distancia entre nanotubos de carbono y la barrera de potencial del polímero.

Si sobre el material se aplican cargas monotónicas, la curva que representa  $\Delta R/R_0$  frente a la deformación  $\epsilon$  puede presentar un comportamiento lineal o no lineal. De esta forma, un incremento en la deformación hace que aumente la distancia entre los nanotubos y la resistencia eléctrica de acuerdo al fenómeno de tunelamiento. Además, la deformación del material puede afectar a los caminos conductores efectivos, ya que los CNTs pueden trasladarse y rotarse. Por otro lado, si la distancia entre CNTs adyacentes aumentan debido a la deformación, la resistencia del camino conductor efectivo aumenta. Los investigadores Rahman y Servati [10] pudieron demostrar utilizando un modelo numérico que, cuando la concentración de CNTs es baja y está cerca del umbral percolativo, el cambio en la distancia entre CNT (fenómeno de tunelamiento) domina la conductividad eléctrica y da lugar a incrementos exponenciales de la resistencia.





---

# 3 FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS PARA LA DETECCIÓN Y MONITORIZACIÓN DE GRIETAS EN PANELES DE NANOCOMPUESTOS REFORZADOS CON NANOTUBOS DE CARBONO

---

Este tercer capítulo se centra en el desarrollo de la formulación de elementos finitos orientada a la detección y monitorización de grietas. Por un lado, se tratará la formulación del problema mecánico, trantando conceptos típicos de la Mecánica de la Fractura avanzada como la tenacidad y energía de fractura, modo de fractura, métodos analíticos para establecer criterios de crecimiento de grieta, cómo se desarrolla la formulación XFEM y cómo el software ANSYS modela este tipo de problemas. Por otro lado, se trata la formulación y resolución del problema eléctrico mediante el software de simulación ANSYS, abarcando cómo se realiza el cálculo de la respuesta piezorresistiva, cómo se resuelve el campo eléctrico y el cálculo de la resistencia eléctrica en paneles con presencia de grietas o daños.

## 3.1 Formulación del problema mecánico

En primer lugar, se dará paso al desarrollo de la formulación del problema mecánico, en el cuál se abarcarán aspectos como la energía de fractura, tenacidad de fractura, la formulación del problema mediante la metodología XFEM y la implementación de toda la formulación en el software ANSYS.

### 3.1.1 Energía de fractura y tenacidad a fractura

Con el objetivo de resolver el caso de una placa con una grieta inicial, Irwin estudió tres modos de carga distintos:

- Modo I: también llamado modo de apertura, ya que tiende a abrir los bordes de la grieta.
- Modo II: también llamado modo de deslizamiento, ya que tiende a deslizar los bordes de la grieta uno sobre otro.
- Modo III: también conocido como modo de cizallamiento, desplazando la grieta fuera de su plano.

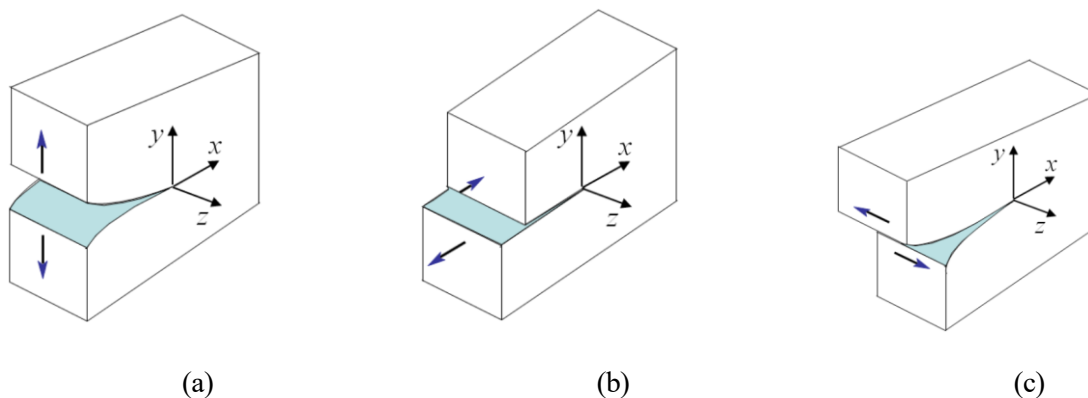


Figura 8: Representación de modos de carga I (a), II (b) y III (c) [11].

La mecánica de sólidos clásica puede ser aplicada a cada uno de los modos anteriores para calcular el campo de tensiones y deformaciones. Para ello, se utilizarán coordenadas polares vinculadas al vértice de la grieta. Los tres modos de fractura anteriores se diferencian en las condiciones de contorno impuestas. A continuación, se muestran las expresiones del campo de tensiones para cada uno de los modos descritos:

### MODO I

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] + f(r^0) \\
 \sigma_{yy} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] + f(r^0) \\
 \sigma_{xy} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} + f(r^0) \\
 u_x &= \frac{C(1+\nu)}{E} \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + f(r) \\
 u_y &= \frac{C(1+\nu)}{E} \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + f(r)
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

donde  $\kappa$  es una expresión del coeficiente de Poisson  $\nu$  y es igual a  $\frac{3-\nu}{1+\nu}$  en el caso de deformación plana e igual a  $3 - 4\nu$  para deformación plana.

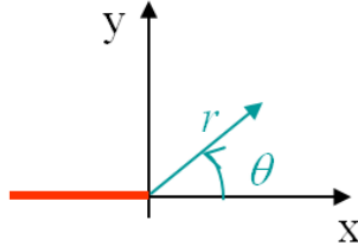


Figura 9: Coordenadas polares ligadas al vértice de la grieta [11].

### MODO II

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= -\frac{C}{\sqrt{r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ 2 + \cos \frac{3\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right] + f(r^0) \\
 \sigma_{yy} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} + f(r^0) \\
 \sigma_{xy} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] + f(r^0) \\
 u_x &= \frac{C(1+\nu)}{E} \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + f(r) \\
 u_y &= \frac{C(1+\nu)}{E} \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + f(r)
 \end{aligned} \tag{3-2}$$

### MODO III

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xz} &= -\frac{C}{\sqrt{r}} \sin \frac{\theta}{2} + f(r^0) \\
 \sigma_{yz} &= \frac{C}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} + f(r^0) \\
 u_x &= \frac{4C(1+\nu)}{E} \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} + f(r)
 \end{aligned} \tag{3-3}$$

Una vez desarrollada la formulación del campo de tensiones y deformaciones de los tres modos de fractura, nos centraremos en el modo I y vamos a analizar el término  $\sigma_{yy}$  (término dominante), que es el campo de tensiones que caracteriza la concentración de tensiones en una placa sometida a tracción. El término dominante cerca del vértice de la grieta es  $\frac{C}{\sqrt{r}}$ , que representa que existe una singularidad en el vértice de la grieta. Por esta razón el valor de la tensión no puede usarse para determinar si una determinada grieta inicial va a propagarse o no. Irwin planteó considerar “cómo de rápido la tensión tienda a infinito” cerca del vértice de la grieta, para lo cual definió el factor de intensidad de tensiones (SIF).

$$\begin{aligned}
 K_I &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}^{modo I} |_{\theta=0}) = C\sqrt{2\pi} \\
 K_{II} &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2\pi r} \sigma_{xy}^{modo II} |_{\theta=0}) = C\sqrt{2\pi} \\
 K_{III} &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2\pi r} \sigma_{yz}^{modo III} |_{\theta=0}) = C\sqrt{2\pi}
 \end{aligned} \tag{3-4}$$

De esta forma, se puede desarrollar la formulación genérica de la evolución de tensiones y desplazamientos cerca del vértice de grieta a partir de un SIF expresado en unidades  $MPa \cdot \sqrt{m}$  :

$$\begin{aligned}
 \sigma^{modo i} &= \frac{K_i}{\sqrt{2\pi r}} f^{modo i}(\theta) \\
 u^{modo i} &= K_i \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g^{modo i}(\theta)
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

donde  $f$  y  $g$  son funciones definidas para cada modo independientes de la carga y geometría. De esta forma Irwin tuvo la idea de considerar el valor de los SIFs para analizar y detectar la propagación de las grietas. De hecho, experimentalmente se puede demostrar que para un determinado material que obedezca las hipótesis de LEFM (Linear Elastic Fracture Mechanics), la grieta se propaga si el valor del SIF correspondiente alcanza un cierto valor crítico  $K_C$  llamado tenacidad de fractura.

Con todo lo descrito anteriormente se puede establecer un criterio de propagación de grieta para el modo I:

$$\begin{aligned}
 K_I < K_{IC} &: \text{la grieta no se propaga} \\
 K_I > K_{IC} &: \text{la grieta se propaga}
 \end{aligned} \tag{3-6}$$

El término  $K_{IC}$  representa la tenacidad de fractura. Cabe destacar que bajo las hipótesis de LEFM,  $K_I$  depende exclusivamente de la geometría y las condiciones de carga, mientras que  $K_{IC}$  depende solamente del material.

Por otro lado, hay que señalar que los materiales dúctiles tienen una tenacidad de fractura mayor, aunque

normalmente las hipótesis de LEFM no se cumplen debido a que su comportamiento no es elástico. Algunos materiales tienen un comportamiento frágil a bajas temperaturas y un comportamiento dúctil a altas temperaturas. Para dichos materiales la tenacidad depende de la temperatura y existe una zona de transición, tal y como se muestra en la Figura 10.

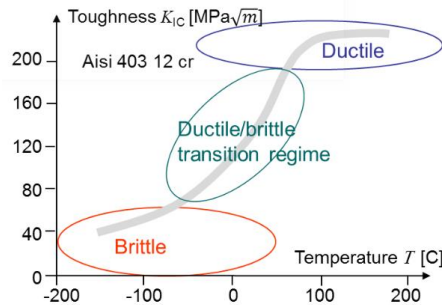


Figura 10: Evolución de la tenacidad en función de la temperatura en aceros [11].

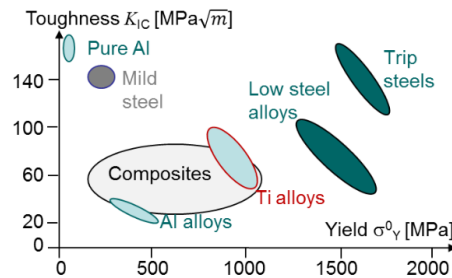


Figura 11: Valores típicos de  $K_{IC}$  y límite elástico para diferentes materiales [11].

Otra cuestión interesante es cómo se puede determinar el valor de los SIFs, los cuales están asociados a la tenacidad del material. Tal y como se comentó previamente, estos factores dependen de la geometría y de las condiciones de carga. En la práctica, existen distintos métodos entre los que se encuentran el método analítico, el método de superposición, manuales específicos, método de elementos finitos (FEM) y el método de enfoque energético.

El método analítico solamente puede utilizarse en casos simples en los cuales exista una grieta de tamaño  $2a$  en una placa infinita. En estos casos los resultados analíticos para los diferentes SIFs son los que se muestran a continuación.

$$\begin{aligned} K_I &= \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \\ K_{II} &= \tau_\infty \sqrt{\pi a} \\ K_{III} &= \tau_\infty \sqrt{\pi a} \end{aligned} \tag{3-7}$$

Para casos más complejos, se utilizan otras expresiones para el cálculo de los SIFs tal y como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} K_I &= \beta_I \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \\ K_{II} &= \beta_{II} \tau_\infty \sqrt{\pi a} \\ K_{III} &= \beta_{III} \tau_\infty \sqrt{\pi a} \end{aligned} \tag{3-8}$$

donde  $\beta_i$  son valores que dependen de la geometría y del tamaño de la grieta.

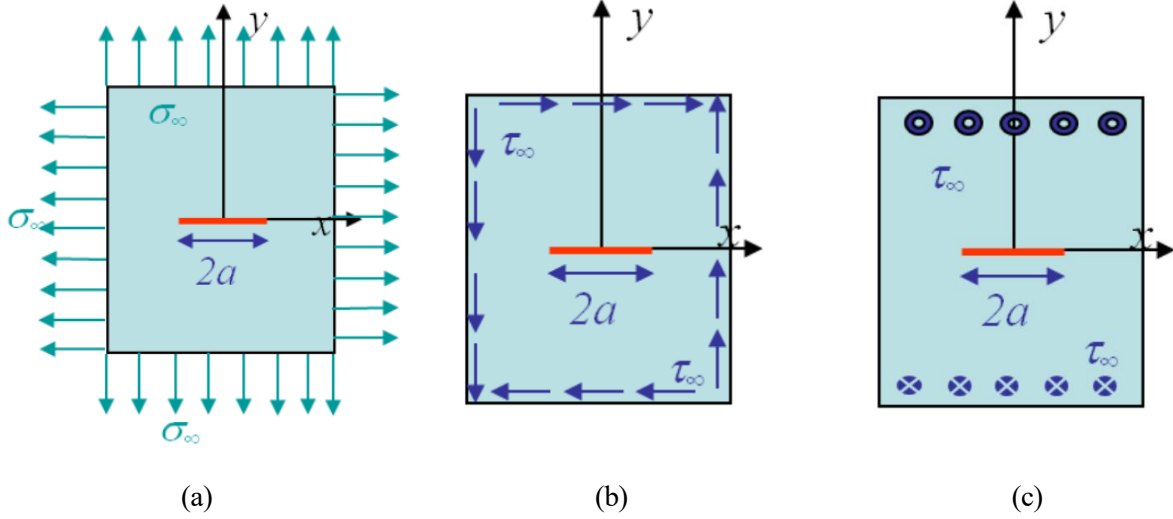


Figura 12: Grieta centrada en placa infinita en modo I (a), en modo II (b) y en modo III (c) [11].

Tal y como se ha visto previamente, el tamaño de grieta crítica esta relacionado con la energía de fractura. Consideremos un caso de una placa infinito con una grieta centrada de longitud  $2a$ , y tomemos un sistema de coordenadas polar en uno de los vértice de la grieta en el estado inicial, es decir, antes de que la grieta se haya propagado (ver Figura 13). El campo de tensiones y desplazamientos pueden calcularse tomando los valores de  $\theta = 0^\circ$  y  $x = r + a$ :

$$\sigma_{yy}^0(\theta = 0; r = x - a) = \frac{\sigma_\infty \sqrt{a}}{\sqrt{2(x - a)}} \quad (3-9)$$

$$u_y^0(\theta = 0; r = x - a) = 0$$

Ahora consideremos que la grieta ha crecido y ha alcanzado una longitud  $2(a + \Delta a)$ . El campo de tensiones y desplazamiento arriba y debajo de los bordes de grieta se pueden calcular considerando valores  $\theta$  y  $x$  tales que  $\theta = \pm\pi$  y  $x = a + \Delta a - r$ :

$$\sigma_{yy}^0(\theta = \pi; r = a + \Delta a - x) = 0$$

$$u_y^0(\theta = \pm\pi; r = a + \Delta a - x) = \pm \frac{\sigma_\infty(1 + \nu)(\kappa + 1)}{E\sqrt{2}} \sqrt{a + \Delta a} \sqrt{a + \Delta a - x} \quad (3-10)$$

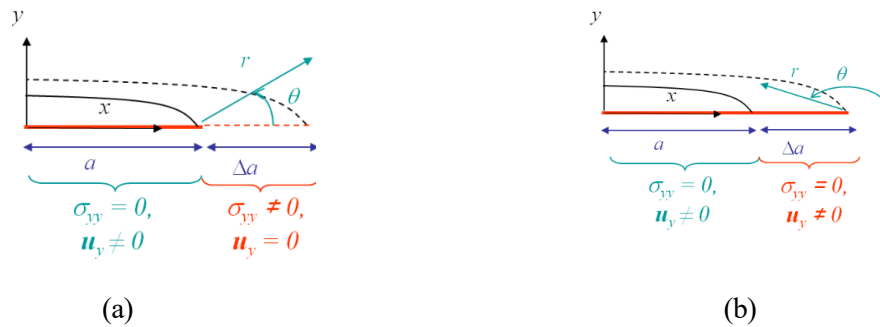


Figura 13: Grieta inicial (a) y grieta propagada (b) [11].

De las expresiones anteriores se puede deducir que antes de la propagación existe un campo de desplazamiento  $\sigma_{yy}^0$  distinto de cero pero un desplazamiento nulo, mientras que tras la propagación existe un desplazamiento  $u_y^0$  asociado a la apertura de la grieta pero la zona en cuestión está libre de tensiones. Por tanto, la estructura libera energía cuando el tensor de tensiones exhibe un trabajo durante la propagación de la grieta. Esta energía se calcula como se muestra a continuación:

$$\Delta E_{int} = -4dz \int_a^{a+\Delta a} \int_{u_y^0}^{u_y^1} \sigma_{yy} du_y dx \quad (3-11)$$

donde el factor de 4 viene de considerar que existe una doble simetría alrededor de los ejes  $x$  e  $y$ . Hay que destacar que existe un incremento de grieta de tamaño  $\Delta a$  en cada lado de la grieta. Considerando un material elástico lineal, en el proceso de apertura de la grieta la tensión  $\sigma_{yy}$  debe decrementarse linealmente con el desplazamiento  $u_y$ . La expresión una vez simplificada quedaría de la siguiente forma:

$$\Delta E_{int} = -2dz \int_a^{a+\Delta a} \sigma_{yy}^0 u_y^1 dx \quad (3-12)$$

A continuación se aplica el cambio de variable  $x = a + \Delta a \cos^2 \theta$ , con lo que la expresión de la energía liberada queda:

$$\Delta E_{int} = -\frac{dz \sigma_\infty^2 \sqrt{a(a+\Delta a)} (1+\nu)(1+\kappa)}{2E} \pi \Delta a \quad (3-13)$$

Esta energía se puede relacionar con el incremento de la superficie de la grieta tal que  $dA = 2\Delta a dz$ . De esta forma se obtiene un concepto muy importante en la Mecánica de la Fractura, la tasa de liberación de energía  $G$ :

$$G = -\frac{dE_{int}}{dA} \quad (3-14)$$

Esta energía corresponde a la energía liberada por la estructura por unidad de incremento de superficie de la grieta. La anterior expresión puede modificarse tal que:

$$G = -\frac{dE_{int}}{dA} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta E_{int}}{2\Delta a dz} = \frac{\pi a \sigma_\infty^2}{4E} (1+\nu)(\kappa+1) = \frac{\pi a \sigma_\infty^2}{E'} = \frac{K_I^2}{E'} \quad (3-15)$$

$$\left[ \begin{array}{l} E' = E \text{ para un estado de tensión plana} \\ E' = \frac{E}{1-\nu^2} \text{ para un estado de deformación plana} \end{array} \right.$$

Considerando un estado de tensión plana, es posible relacionar los SIFs con la tasa de liberación de energía  $G$ , de forma que:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2(1+\nu)}{E'} \quad (3-16)$$

Por otro lado, la energía total puede asumirse como la suma de la energía elástica interna del material  $E_{int}$  y la energía necesaria  $E_s$  para crear una nueva superficie de grieta A:

$$E = E_{int} + E_s \quad (3-20)$$

Si se deriva la expresión anterior respecto a la superficie de grieta A y se considera que la energía total se conserva (no se considera disipación de energía):

$$\frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial E_{int}}{\partial A} + \frac{\partial E_s}{\partial A} = 0 \quad (3-21)$$

Teniendo en cuenta la expresión de la tasa de liberación de energía  $G$ , la expresión anterior pasa a ser:

$$G = -\frac{\partial E_{int}}{\partial A} = \frac{\partial E_s}{\partial A} \quad (3-22)$$

Si asumimos que la grieta está creciendo, el término  $\frac{\partial E_s}{\partial A}$  corresponde precisamente con el doble de la energía superficial  $\gamma_s$ .

$$G = -\frac{\partial E_{int}}{\partial A} = \frac{\partial E_s}{\partial A} = 2\gamma_s = G_c \quad (3-23)$$

La anterior expresión significa que para que una grieta crezca la estructura tiene que liberar una energía mayor o igual a la energía requerida para formar una grieta. Para materiales frágiles el valor de  $G_c$  es dos veces la energía superficial y corresponden con la energía requerida para que se produzca clivaje. Por tanto, el criterio para que una grieta crezca se puede expresar en términos de SIF o en términos energéticos, tal y como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} K_I &\geq K_{IC} \\ G &\geq G_c \end{aligned} \quad (3-24)$$

### 3.1.1.1 Crecimiento de grieta. Modo de fractura mixto

Una cuestión interesante que debe plantearse es: ¿en qué dirección crece la grieta? En los puntos siguientes se verán aspectos fundamentales a tener en cuenta como combinación de modos de carga, métodos de cálculo del ángulo de propagación de la grieta y relación entre la ley cohesiva y parámetros característicos de la Mecánica de fractura.

#### 3.1.1.1.1 Combinación de modos I y II

Anteriormente se ha determinado si la grieta crece o no cuando está cargada en modo I. En ese caso, por simetría la grieta se propaga en línea recta. Pero, ¿qué ocurriría si el modo de carga es mixto? ¿Cuál es la condición para que la grieta crezca? ¿En qué dirección lo hace?

Para dar respuesta a las preguntas anteriores, consideremos un caso de carga mixto tal y como se muestra en la Figura 14, en la cual la carga está orientada según una dirección que forma un ángulo  $\beta$  respecto al plano de la grieta (un ángulo  $\beta = \pi/2$  correspondería al caso de modo I puro). Bajo estas condiciones de carga, la grieta se propaga según un ángulo  $\theta$ .

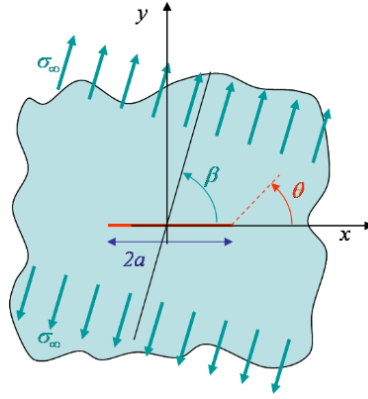


Figura 14: Esquema de modo de carga mixto [11].

A continuación, se va a establecer la formulación necesaria para evaluar los SIFs para las condiciones de carga previamente mencionadas. El tensor de tensiones es conocido en la dirección de la carga y puede expresarse referenciándolo a la grieta utilizando una matriz de rotación:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \sigma_{\infty} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{\infty} \cos^2 \beta \\ \sigma_{xy} = \sigma_{\infty} \sin \beta \cos \beta \\ \sigma_{yy} = \sigma_{\infty} \sin^2 \beta \end{cases} \quad (3-25)$$

Si se asume que la placa es infinita, los SIFs correspondientes a los modos I y II se obtienen a partir del campo de tensiones  $\sigma_{yy}$  y  $\sigma_{xy}$ . La determinación del ángulo de propagación de la grieta se puede llevar a cabo mediante dos métodos que se verán más adelante.

$$\begin{cases} K_I = \sigma_{\infty} \sin^2 \beta \sqrt{\pi a} \\ K_{II} = \sigma_{\infty} \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi a} \end{cases} \quad (3-26)$$

### 3.1.1.1.2 Método de la tensión máxima circunferencial

El método de la tensión circunferencial máxima fue propuesto por Erdogan y Sih en 1963 y está basado en las siguientes dos hipótesis:

1. La grieta crece en la dirección para la cual el SIF relacionado con el modo I es máxima.
2. La grieta crece solo si el SIF es mayor que la tenacidad medida para el modo I puro.

Como el modo I en la nueva estructura está caracterizada por la nueva tensión  $\sigma_{yy}$ , por ejemplo  $\sigma_{\theta\theta}$ , el criterio de propagación de la grieta es el siguiente:

$$(\sqrt{2\pi r} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta_*)) \geq K_{IC} \quad (3-27)$$



El valor de la dirección de propagación  $\theta_*$  se obtiene del siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} |_{\theta_*} = 0 \\ \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} |_{\theta_*} < 0 \end{cases} \quad (3-28)$$

A partir de las expresiones del campo de tensiones para un problema 2D y modos I y II, aplicando el principio de superposición se obtienen las expresiones del campo de tensiones para modo mixto:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} - \frac{K_I}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} - 2K_{II} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{K_{II}}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} + \frac{K_I}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{K_{II}}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{K_I}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sin \theta + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{K_{II}}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned} \quad (3-29)$$

Aplicando una rotación para expresar el tensor de tensiones en coordenadas polares, se obtiene la expresión de la tensión circunferencial  $\sigma_{\theta\theta}$ :

$$\sigma_{\theta\theta}(\theta = \beta) = \sigma_{yy} \cos^2 \beta + \sigma_{xx} \sin^2 \beta - 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta \quad (3-30)$$

Sustituyendo las expresiones del campo de tensiones en coordenadas cartesianas y realizando las convenientes agrupaciones, se puede expresar  $\sigma_{\theta\theta}$  como se muestra a continuación:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^3 \frac{\theta}{2} - \frac{3K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (3-31)$$

Si ahora se introduce el ratio de carga mixta  $\cot \beta^* = \frac{K_{II}}{K_I}$ , la expresión de la tensión circunferencial queda de la siguiente forma:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos^3 \frac{\theta}{2} - \frac{3 \cot \beta^*}{2} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \quad (3-32)$$

Consideremos un caso de una placa infinita sometida a un modo de carga mixto caracterizado por el ratio  $\beta^*$  tal y como se muestra en la Figura 15. Se puede concluir que para el caso en que  $\beta^* = 90^\circ$  la tensión circunferencial es máxima para  $\theta = 0^\circ$  y la grieta se propagará en línea recta, correspondiendo a un modo I puro. Para  $\beta^* > 0$  la tensión circunferencial es máxima cuando  $\theta < 0$ , lo que significa que la grieta se propaga en una dirección más cerca a la perpendicular con la carga. El ángulo de propagación de la grieta puede obtenerse de acuerdo a la siguiente expresión:

$$0 = \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} |_{\theta_*} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ -\frac{3}{2} \cos^2 \frac{\theta^*}{2} \sin \frac{\theta^*}{2} - \frac{3 \cot \beta^*}{2} \cos^3 \frac{\theta^*}{2} + 3 \cot \beta^* \sin^2 \frac{\theta^*}{2} \cos \frac{\theta^*}{2} \right] \quad (3-33)$$

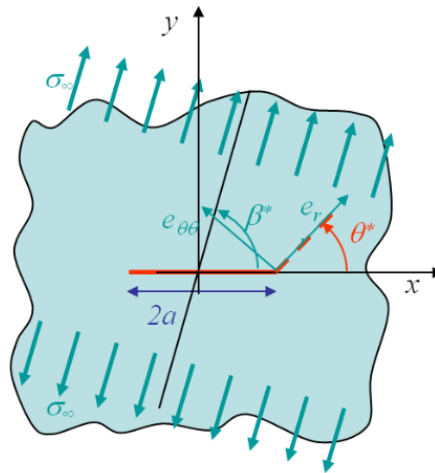


Figura 15: Representación de una placa infinita sometida a un modo de carga mixto [11].

La solución de la ecuación anterior es:

$$2 \tan \frac{\theta^*}{2} - \cot \frac{\theta^*}{2} = \tan \beta^* \quad (3-34)$$

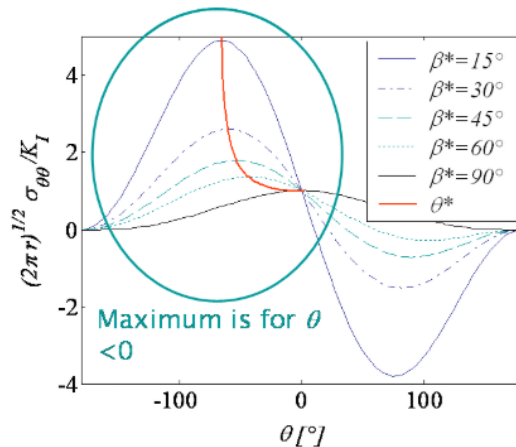


Figura 16: Evolución de la tensión circunferencial respecto al ángulo de propagación [11].

### 3.1.1.1.3 Método de la tasa de liberación de energía

En el punto anterior se desarrolló una teoría basada en la hipótesis de que la grieta se propaga en la dirección para la cual la tensión circunferencial es máxima. Existe otra hipótesis basada en consideraciones termodinámicas, de forma que el equilibrio corresponde a la energía potencial de menor valor de modo que la grieta se propaga para minimizar la energía potencial del sistema. Puesto que la tasa de liberación de energía se define como  $G = -\partial_A(E_{int} - W_{ext}) = -\partial_A \Pi_T$ , esta hipótesis corresponde al estado en el cual la grieta crece en la dirección para la cual se maximiza  $G$ .

Consideremos un vértice de grieta sometido a un modo de carga mixto y denominemos  $k_I$  y  $k_{II}$  a los SIFs en el vértice de grieta antes de que la grieta se propague. El modo de carga mixto está caracterizado por un ángulo  $\beta^*$  tal que  $\cot \beta^* = \frac{k_{II}}{k_I}$ . Asumiendo que bajo estas condiciones de carga la grieta se propaga y forma una curva de

longitud infinitesimal y ángulo  $\alpha$ , dado que debido a la propagación el campo de tensiones varía tendremos unos nuevos valores SIFs en el vértice de grieta justo después de la propagación  $K_I$  y  $K_{II}$ . Los nuevos valores de  $K_i(\alpha)$  se pueden obtener a partir de la expresión de Cotterell & Rice (1980):

$$\begin{pmatrix} K_I(\alpha) \\ K_{II}(\alpha) \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{3\alpha}{2} & -3 \sin \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{3\alpha}{2} \\ \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{3\alpha}{2} & \cos \frac{\alpha}{2} + 3 \cos \frac{3\alpha}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_I \\ k_{II} \end{pmatrix} \quad (3-35)$$

En elasticidad lineal, dado que la grieta se propaga en línea recta, se puede utilizar la relación entre la tasa de liberación de energía y los SIFs asociados al vértice de grieta una vez que se ha propagado:

$$G = \frac{K_I^2(\alpha) + K_{II}^2(\alpha)}{E'} = f(k_I, k_{II}, \alpha) \quad (3-36)$$

De esta forma, el ángulo  $\alpha^*$  se puede obtener buscando el extremo de esta relación respecto a  $\alpha$ , lo que matemáticamente se traduce en resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial \alpha} |_{\alpha^*} = 0; \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha^2} |_{\alpha^*} < 0 \\ G(\alpha^*) \geq G_c \end{cases} \quad (3-37)$$

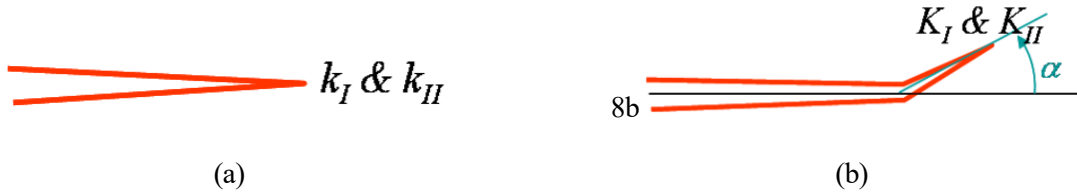


Figura 17: SIFs en el vértice de grieta antes (a) y después (b) de la propagación [11].

### 3.1.2 Formulación XFEM del problema

El método XFEM se utiliza para modelar grietas y otros tipos de discontinuidades enriqueciendo los grados de libertad del modelo con funciones de desplazamiento adicionales que tienen en cuenta el salto en los desplazamientos en las discontinuidades. XFEM es una buena aproximación ingenieril para modelar tanto problemas de grieta estacionaria como simulaciones de crecimiento de grieta. Una de las grandes ventajas de este método es que no es necesario remallar las zonas del vértice de la grieta conforme esta va avanzando.

#### 3.1.2.1 Ecuaciones aplicables

Consideremos un dominio  $\Omega$  con un contorno  $\Gamma$ . El dominio está subdividido en los contornos  $\Gamma_u$ ,  $\Gamma_t$  y  $\Gamma_c$  de manera que  $\Gamma = \Gamma_u + \Gamma_t + \Gamma_c$  tal y como se muestra en la Figura 18, haciendo referencia  $\Gamma_u$  al contorno de desplazamientos,  $\Gamma_t$  al contorno de tensiones y  $\Gamma_c$  al contorno de la grieta (libre de tracciones).

La formulación fuerte de condiciones de equilibrio y condiciones de contorno es la siguiente:

$$\nabla \cdot \sigma + F_b = 0 \text{ en } \Omega \quad (3-40)$$

donde  $\nabla$  es el operador gradiente,  $\sigma$  es el tensor de tensiones de Cauchy y  $F_b$  representan las fuerzas por unidad de volumen aplicadas en el sistema. Se parte de la hipótesis que el material presentará un comportamiento elástico lineal, cuya ecuación constitutiva es dada por:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (3-41)$$

donde  $D$  hace referencia al tensor de elasticidad del material.

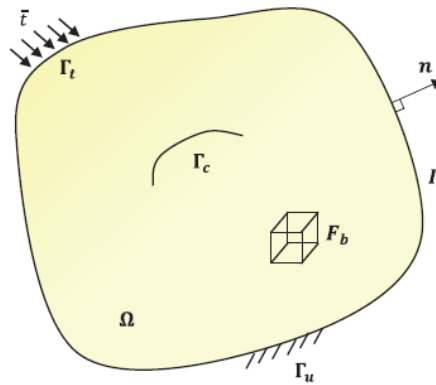


Figura 18: Geometría del dominio  $\Omega$  con una discontinuidad  $\Gamma_c$  [12].

Las condiciones de contorno están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} & (\Gamma_u) \\ \sigma \cdot n &= \bar{t} & (\Gamma_t) \\ \sigma \cdot n &= 0 & (\Gamma_c) \end{aligned} \quad (3-42)$$

donde  $n$  es el vector normal al contorno del dominio,  $\bar{u}$  el desplazamiento en el contorno  $\Gamma_u$  y  $\bar{t}$  las tensiones en el contorno  $\Gamma_t$ .

La formulación débil de la ecuación de equilibrio es la siguiente:

$$\int_{\Omega} \sigma \cdot \delta \varepsilon \cdot d\Omega = \int_{\Omega} F_b \cdot \delta u \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_t} \bar{t} \cdot \delta u \cdot d\Gamma \quad (3-43)$$

A partir de ahí, es posible obtener el siguiente sistema discreto formado por ecuaciones de equilibrio:

$$[K] \cdot \{u^h\} = \{f\} \quad (3-44)$$

donde  $K$  es la matriz de rigidez global,  $u^h$  es el vector de desplazamientos desconocido y  $f$  es el vector de fuerzas externas. La matriz global y los vectores se calculan uniendo la matriz y los vectores de cada elemento.

### 3.1.2.2 Aproximación XFEM para la grieta

En un modelo de grieta 2D con superficies de fractura y vértices de grieta, la función de desplazamiento aproximada  $u^h$  puede expresarse en términos del desplazamiento clásico  $u$ , superficie de grieta  $u^H$  y el vértice de grieta  $u^{tip}$ :

$$u^h(x) = u(x) + u^H(x) + u^{tip}(x) \quad (3-45)$$

o escrito de una forma más explícita:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) \cdot \left[ u_i + (H(x) - H(x_i)) \cdot a_i \mid_{i \in n_h} + \sum_{l=1}^4 (T_l(x) - T_l(x_i)) \cdot t_i^l \mid_{i \in n_t} \right] \quad (3-46)$$

donde  $n$  representa el número total de nodos obtenidos tras discretizar,  $u_i$  es el vector de desplazamientos estándar,  $N_i(x)$  representa las funciones de forma asociadas a cada nodo,  $n_h$  representa el número de nodos asociados a los elementos de la superficie de la grieta,  $a_i$  es el vector desplazamiento asociado al dominio de la grieta,  $H(x)$  son las funciones Heaviside para modelar la superficie de la grieta,  $n_t$  es el número de nodos asociados al dominio del vértice de la grieta,  $t_i^l$  es el vector desplazamiento asociado a los elementos del vértice de grieta y  $T_l(x)$  las funciones de enriquecimiento del vértice de grieta. En la Figura 19 se muestra una representación de cada uno de los dominios y nodos mencionados.

Las funciones de Heaviside se utilizan para modelar la discontinuidad debido a los distintos campos de desplazamiento a cada lado de la grieta. La expresión más convencional de la función de Heaviside es la siguiente:

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \forall \psi(x) \geq 0 \\ -1 & \forall \psi(x) < 0 \end{cases} \quad (3-47)$$

donde  $\psi(x)$  es la función de distancia cuyo valor se define como:

$$\psi(x) = \min \|x - x^*\| \text{sign}((x - x^*)n_{\Gamma_c}) \quad (3-48)$$

donde  $x^*$  es un punto de la discontinuidad tal que se encuentra a la mínima distancia del punto  $x$  y  $n_{\Gamma_c}$  es el vector normal a la superficie de contacto en el punto  $x^*$ .

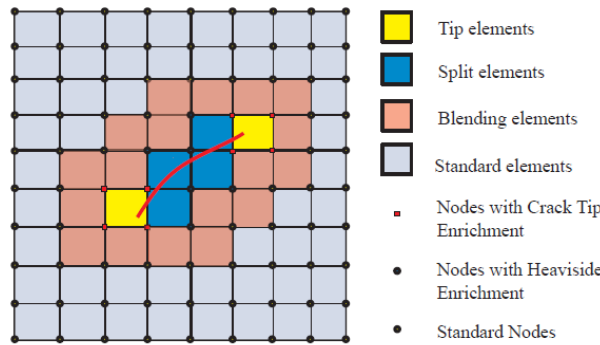


Figura 19: Representación esquemática de los diferentes nodos y elementos en la discretización [12].

### 3.1.3 Implementación computacional de XFEM con ANSYS

El software comercial *ANSYS*, con el cuál se ha llevado a cabo todo el análisis numérico del proyecto, permite implementar el método XFEM para modelar las grietas que conciernen los problemas que se tratarán en el cuarto capítulo.

Tal y como se comentó previamente, el potencial de la metodología XFEM es que mientras que con el método convencional de elementos finitos FEM las grietas se modelan explícitamente como parte de la definición geométrica, lo que conlleva que cuando la grieta crece (basado en alguno de los criterios de fractura existentes) la malla debe actualizarse adecuadamente para que el análisis se efectúe correctamente. Sin embargo, con el método XFEM esos problemas de remallado se solventan ya que cuando la grieta crece la malla se actualiza automáticamente.

#### 3.1.3.1 Técnicas en XFEM

Las técnicas utilizadas en XFEM pueden clasificarse de acuerdo a los métodos que se detallan a continuación.

- *Singularity-Based Method*: Este método tiene en cuenta las singularidades del vértice de grieta, así como los saltos en los desplazamientos en las superficies de la grieta. Cuando se utiliza este método, las grietas pueden definirse de manera que estas terminen dentro del elemento.

Las funciones de desplazamiento en la formulación FEM pueden mejorarse introduciendo funciones de enriquecimiento adicionales que capturen el salto en los desplazamientos en la superficie de la grieta y las singularidades del vértice de grieta [13]. A continuación, se muestra la expresión de la función de desplazamientos:

$$u(x) = N_I(x) \cdot u_I + H(x) \cdot N_I(x) \cdot a_I + N_I(x) \cdot \sum_j F_j(x) \cdot b_I^j \quad (3-49)$$

Donde  $u(x)$  es el vector desplazamiento,  $N_I(x)$  son las funciones de forma nodales convencionales,  $u_I$  son los vectores de desplazamientos nodales,  $H(x)$  es la función de Heaviside que toma los valores -1 o +1 dependiendo a qué lado de la grieta se encuentra el punto en cuestión,  $a_I$  son los grados de libertad nodales enriquecidos teniendo en cuenta el salto en los desplazamientos,  $F_j(x)$  son las funciones del vértice de grieta y  $b_I^j$  son los grados de libertad nodales teniendo en cuenta la singularidad del vértice de grieta. Las funciones  $F_j(x)$  son diferentes dependiendo del material.

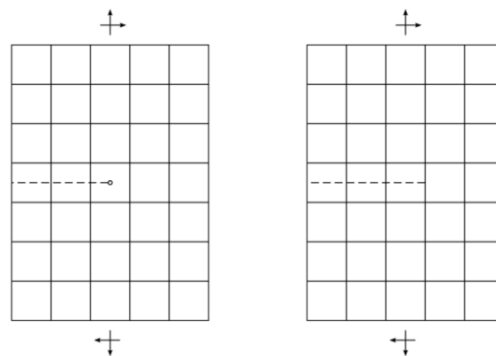


Figura 20: Vértice de grieta dentro del elemento (izq) y en el borde del elemento (der) [13].

- *Phantom-Node Method*: Este segundo método tienen en cuenta los saltos en los desplazamientos en las superficies de la grieta, pero no las singularidades. En este caso, la grieta debe terminar en el borde (o cara) del elemento [13].

La formulación en este caso es diferente a la utilizada en el método *Singularity-Based*, ya que no aparecerán los términos relativos a la singularidad del vértice de grieta:

$$u(x) = N_I(x) \cdot u_I + H(x) \cdot N_I(x) \cdot a_I \quad (3-50)$$

Si se introducen los nodos *phantom* superpuestos en los nodos del elemento originales, la función de desplazamiento puede describirse en término de los desplazamientos de los nodos reales y los nodos *phantom*:

$$u(x, t) = u_I^1(t) \cdot N_I(x) \cdot H(-f(x)) + u_I^2(t) \cdot N_I(x) \cdot H(f(x)) \quad (3-51)$$

donde  $u_I^1(t)$  y  $u_I^2(t)$  son los vectores desplazamiento en los subelementos 1 y 2,  $f(x)$  define la superficie de la grieta y  $H(-f(x))$  y  $H(f(x))$  son las funciones de Heaviside definidas como:

$$H(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3-52)$$

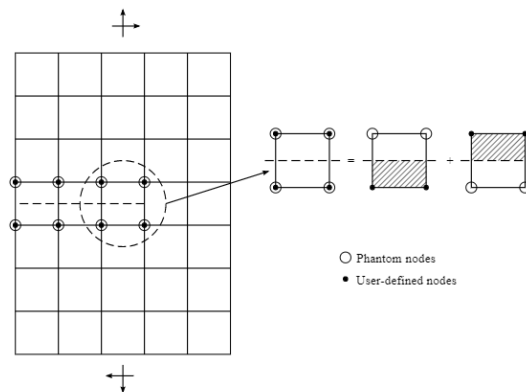


Figura 21: Nodos en el método Phantom-Node [13].

### 3.1.3.2 Análisis de grieta estacionarias con XFEM

El método que utiliza XFEM para el análisis de grietas estacionarias es exclusivamente el *Singularity-Based Method*, siendo posible evaluar los parámetros integral J y los factores de intensidad de tensiones. Aunque el método de XFEM *Phantom-Node* puede también utilizarse para el análisis de grietas estacionarias, los parámetros de fractura integral J y SIFs no pueden evaluarse con este método.

Por lo anteriormente descrito, el software comercial *ANSYS* recomienda utilizar el método *Singularity-Based*. Este método tiene en cuenta tanto las singularidades del vértice de grieta como los saltos en los desplazamientos a través de la superficie de la grieta, pudiendo temrnar estas en el borde o cara de un elemento finito o dentro de él.

Como se vió anteriormente, la función de desplazamiento que utiliza el método *Singularity-Based* y las funciones de singularidad  $F_j(x)$  son las siguientes:

$$u(x) = N_I(x) \cdot u_I + H(x) \cdot N_I(x) \cdot a_I + N_I(x) \cdot \sum_{j=1}^4 F_j(x) \cdot b_I^j \quad (3-53)$$

$$F_j(x) = \left[ \sqrt{r} \cdot \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cdot \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cdot \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cdot \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right]$$

donde  $(r, \theta)$  representa las coordenadas de un sistema de coordenadas polares con el origen en el vértice de la grieta. Por otro lado, el conjunto de valores  $(\phi, \psi)$  permiten caracterizar las tensiones en el vértice de la grieta y el campo de desplazamientos en lugar de utilizar las coordenadas locales  $(r, \theta)$ . La relación entre las variables anteriores se muestra a continuación:

$$r = \sqrt{\phi^2 + \psi^2} \quad (3-54)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\psi}{\phi}$$

Para comprender mejor que representan los valores  $\psi$  y  $\phi$  se muestran a continuación dos representaciones gráficas que lo clarifican.

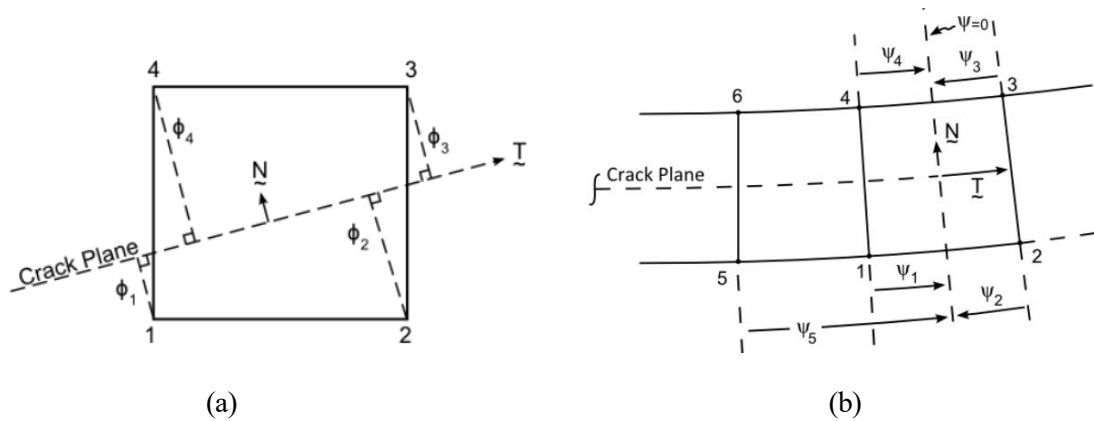


Figura 22: Cálculo y definición de los valores  $\psi$  y  $\phi$  [13].

### 3.1.3.3 Análisis quasi-estático de crecimiento de grieta

Con el método XFEM se asume que la simulación de crecimiento de grietas es quasi-estático. Para este análisis el método que se utiliza es el *Phantom-Node*, ya que *ANSYS* no permite realizar este tipo de análisis con el método *Singularity-Based*. Este método requiere llevar a cabo una serie de pasos de manera ordenada, los cuales se explican detalladamente a continuación.



## 1. Definición del modelo

Este paso es común a los dos métodos. Entre las tareas involucradas destacan:

- Definición de los parámetros de enriquecimiento de la grieta, con el objetivo de definir la zona del modelo en la cual se localiza la grieta. Esta zona es mejorada utilizando nodos internos adicionales. Cabe destacar que es posible definir varias grietas en una misma zona de enriquecimiento. En este punto es necesario definir qué método queremos utilizar para el análisis de la grieta, *Phantom-Node* o *Singularity-Based* [13].
- Definición del radio de mejora para tener en cuenta los efectos de las singularidades del vértice de grieta. Este punto evidentemente solo será utilizado en el método *Singularity-Based*. Este paso es necesario debido a que, por defecto, las funciones de singularidad solo se aplican al elemento donde se encuentra el vértice de la grieta, por lo que si queremos que los efectos de dicha singularidad se tengan en cuenta en los elementos de alrededor, deberemos definir este radio [13].

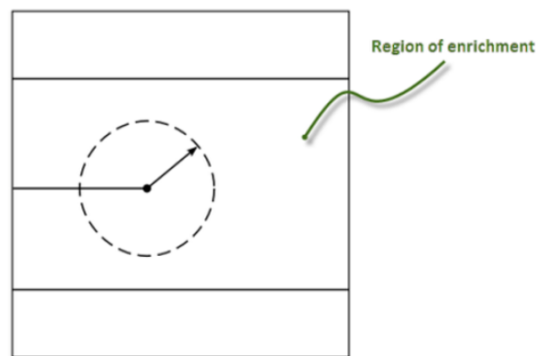


Figura 23: Definición del radio de enriquecimiento [13].

- Definición de snap-tolerance. Este tercer paso solamente tiene aplicabilidad en el método *Singularity-Based*. Es necesario definir esta tolerancia debido a que, en un análisis típico con este método, es una buena práctica colocar el vértice de grieta en algún punto de la zona media del elemento [13].

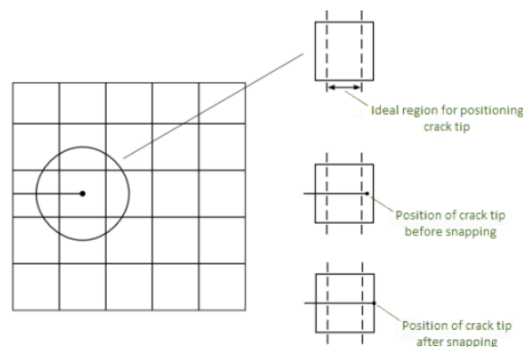


Figura 24: Definición de snap-tolerance [13].

- Definición de la grieta inicial. En este cuarto paso se definen los valores  $\psi$  y  $\phi$ . En el caso de utilizar el método *Phantom-Node* solamente se definirá el valor  $\phi$ , ya que este método requiere intrínsecamente que el vértice de grieta se encuentre en el borde o cara del elemento [13].

## 2. Definición del criterio de crecimiento de grieta

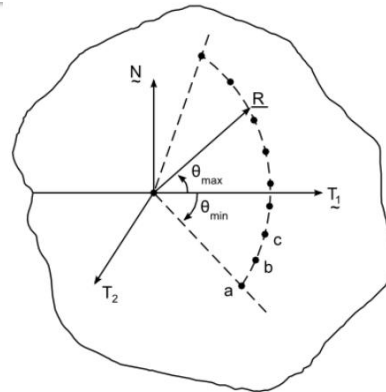
ANSYS tiene implementado los dos siguientes criterios de crecimiento de grieta:

- STTMAX (Criterio de máxima tensión circunferencial)

Este criterio se basa en la evaluación del máximo valor de la tensión circunferencial  $\sigma_{\theta\theta}$  cuando el vértice de grieta cambia de posición [13].

- PSMAX (Criterio de tensión circunferencial basado en  $\sigma_{r\theta} = 0$ )

Este criterio es una alternativa al criterio STTMAX, que consiste en evaluar la tensión circunferencial en el punto donde  $\sigma_{r\theta} = 0$ . Idealmente ambos criterios deben arrojar los mismos resultados, pero debido a la discretización en elementos finitos, los resultados pueden diferir un poco [13].



$T_1, N, T_2$  = Crack front tangents and normal  
 $\theta_{min}$  = Minimum angle measured from  $T_1$   
 $\theta_{max}$  = Maximum angle measured from  $T_1$   
 $R$  = Radius at which STTMAX (or PSMAX) is evaluated  
 $a, b, c, \dots$  = Area sampling prints

Figura 25: Evaluación de los criterios STTMAX y PSMAX entorno al vértice de grieta [13].

## 3. Definición del decremento de tensiones en los segmentos de grietas creados

Cuando la grieta comienza a abrirse, las tensiones cohesivas en los segmentos de grieta disminuyen gradualmente hasta cero conforme la deformación aumenta. Dicha disminución de las tensiones se modela de acuerdo a una ley cohesiva rígida lineal [13].

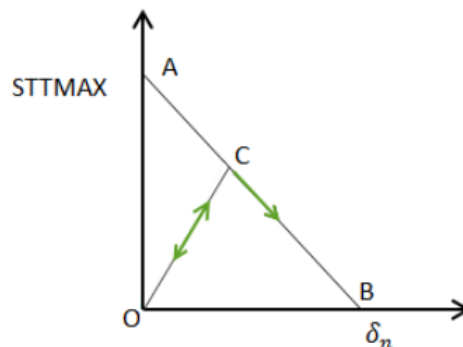


Figura 26: Ley cohesiva rígida lineal [13].

Cuando el desplazamiento perpendicular entre las dos superficies de los segmentos de grieta aumenta, las tensiones disminuyen linealmente desde el punto A hasta el punto B. Mientras la tensión no alcance el máximo valor especificado en el criterio de crecimiento, la grieta no crecerá. Cabe destacar también que el área encerrada bajo la curva corresponde a la tasa de liberación de energía crítica  $G_C$ , de manera que se puede relacionar dicho parámetro con el valor STTMAX tal que  $G_C = \frac{1}{2} \delta_n \cdot STTMAX$

#### 4. Especificación del comportamiento de la zona cohesiva en la grieta inicial

Las grietas iniciales en el modelo pueden o no tener un comportamiento cohesivo. En caso de la grieta o grietas iniciales requieran dicho comportamiento, hay que especificarlo. Es importante tener en cuenta que XFEM solo admite un comportamiento de la zona cohesiva bilineal.

Además, por defecto la interacción entre las superficies de la grieta se tiene en cuenta usando una formulación de sanción de contacto sencilla en la dirección normal. Las caras de la grieta se asumen que están en contacto libre de fricción [13].

#### 5. Evaluación del criterio de crecimiento de grieta

Una vez definido el criterio, es necesario implementarlo para que se pueda llevar a cabo la evaluación de la tensión circunferencial máxima en el vértice de grieta [13].

#### 6. Cálculo del crecimiento de grieta

Por último, se procede a calcular el criterio de crecimiento en la fase de solución, una vez que el análisis ha convergido [13].

### 3.1.3.3.1 Hipótesis en la simulación XFEM de crecimiento de grieta

A continuación, se exponen las hipótesis más relevantes a tener en cuenta en este tipo de análisis.

- Se asume que el material presenta un comportamiento elástico lineal.
- El análisis se considera que es quasi-estático, sin ser posible realizar otros tipos de análisis.
- Debido a que los efectos de la singularidad del vértice de grieta no se tienen en cuenta en este tipo de análisis, el campo de tensiones y deformaciones en torno al vértice de grieta son aproximados.

## 3.2 Formulación y resolución del problema eléctrico con ANSYS

Retomando el objetivo del proyecto, se trata de realizar un análisis numérico para ser capaces de detectar y monitorizar grietas de distintos tamaños en una placa de composites compuesto por epoxy y MWCNT (Multi Walled Carbon Nanotube). Este tipo de material presenta un comportamiento piezorresistivo, esto es, su resistividad eléctrica sufre cambios debido a la contribución de dos factores: deformación de la placa al estar sometida a unos esfuerzos mecánico y la presencia y crecimiento de grietas. Por tanto, en este punto se va a estudiar la formulación y como se resuelve el problema eléctrico con el software comercial ANSYS.

### 3.2.1 Cálculo de la respuesta piezorresistiva

Modelar el comportamiento piezorresistivo de un material compuesto por una matriz epoxy y MWCNT requiere combinar las ecuaciones que gobiernan su comportamiento eléctrico con aquellas que describen el estado de deformaciones mecánicas. Para ello el tensor de resistividad eléctrica  $\rho_{eff}$  se calcula como la inversa del tensor conductividad eléctrica  $\sigma_{eff}$ . El tensor resistividad eléctrica puede escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\rho_{eff} = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_6 & \rho_5 \\ \rho_6 & \rho_1 & \rho_4 \\ \rho_5 & \rho_4 & \rho_3 \end{bmatrix} \quad (3-55)$$

Cuando el material no está sometido a deformación, MWCNTs están orientados de manera aleatoria a lo largo del material y el tensor de resistividad eléctrica toma la forma de una matriz escalar con los términos de la diagonal  $\rho_0$  [14]. Una vez que el material está sometido a deformación mecánica, las componentes de la matriz resistiva cambian de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \\ \rho_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_0 \\ \rho_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \Delta\rho_3 \\ \Delta\rho_4 \\ \Delta\rho_5 \\ \Delta\rho_6 \end{bmatrix} \quad (3-56)$$

o escrito más compacto,  $\boldsymbol{\rho}_{eff} = \boldsymbol{\rho}_{eff}^0(\mathbf{I} + \mathbf{r})$

donde  $\boldsymbol{\rho}_{eff}^0$  hace referencia al tensor de resistividad cuando el material no está deformado. El término  $\mathbf{r}$  define el tensor de cambio relativo en la resistividad y puede relacionarse con el tensor de deformación mecánica como  $\mathbf{r} = \boldsymbol{\Pi} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ , siendo  $\boldsymbol{\Pi}$  la matriz piezorresistiva [14]. Si asumimos que la matriz piezorresistiva de un compuesto con CNT posee una simetría cristalina cúbica, se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \Delta\rho_1/\rho_0 \\ \Delta\rho_2/\rho_0 \\ \Delta\rho_3/\rho_0 \\ \Delta\rho_4/\rho_0 \\ \Delta\rho_5/\rho_0 \\ \Delta\rho_6/\rho_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{12} & \lambda_{11} & \lambda_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{12} & \lambda_{12} & \lambda_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3-57)$$

Los términos  $\lambda_{ij}$  son las componentes de la matriz piezorresistiva, por lo que  $\lambda_{11}$  hace referencia al efecto piezorresistivo a lo largo de un eje cristalino principal para deformaciones aplicadas en ese eje (efecto piezorresistivo longitudinal),  $\lambda_{12}$  se refiere al efecto piezorresistivo a lo largo de un eje cristalino principal para deformaciones aplicadas en un eje perpendicular (efecto piezorresistivo transversal) y  $\lambda_{44}$  describe el efecto piezorresistivo en un campo eléctrico fuera del plano debido al cambio de la corriente inducida en el plano por la deformación cortante. Para calcular las componentes de  $\boldsymbol{\Pi}$ , se necesitan dos experimentos virtuales: ensayo de dilatación unilateral restringida y ensayo de distorsión [14]:

$$\begin{bmatrix} \Delta\rho_1/\rho_0 \\ \Delta\rho_2/\rho_0 \\ \Delta\rho_3/\rho_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{12} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Pi}^{dil} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (3-58)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\rho_4/\rho_0 \\ \Delta\rho_5/\rho_0 \\ \Delta\rho_6/\rho_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{44} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{44} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Pi}^{dis} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

### 3.2.2 Resolución del campo eléctrico

Tal y como se ha comentado previamente, el objetivo es obtener los cambios que sufre la resistencia eléctrica de la placa cuando está sometida a una serie de esfuerzos mecánicos y existe una grieta que crece a lo largo del tiempo. Para realizar dicho cálculo, el procedimiento consiste en colocar estratégicamente unos electrodos en

los bordes de la placa, tal y como se muestra en el cuarto capítulo. Uno de esos electrodos suministrará un voltaje de valor conocido  $\Delta\phi$  mientras que el otro electrodo estará conectado a tierra.

Dichos electrodos hacen que se induzca un campo eléctrico en la placa, circulando una corriente de intensidad  $I$  a través del material. De acuerdo a la ley de Ohm, existe una relación directa entre la intensidad y la resistencia, de forma que  $\Delta\phi = R \cdot I$ . Si el potencial  $\Delta\phi$  se mantiene constante y teniendo en cuenta que la resistencia  $R$  de la placa variará debido a la presencia de la grieta y a las deformaciones mecánicas del material, la intensidad  $I$  también variará. Dicho con otras palabras, existirá una densidad de corriente  $J$  entre los bordes en los cuales han sido colocados los electrodos. El tensor de la conductividad eléctrica  $\kappa$  se puede obtener teniendo en cuenta que se define como la inversa de la resistividad, tal que  $\kappa = \rho^{-1}$  [14]. Por tanto, existe una relación directa entre la densidad de corriente  $J$  y el potencial eléctrico  $\Delta\phi$  tal que:

$$\mathbf{J} = -\kappa \cdot \nabla\phi \quad (3 - 59)$$

Por último, quedaría plantear la ecuación que resuelve el potencial. La distribución del potencial eléctrico  $\phi$  en un dominio  $\Omega$  caracterizado por el tensor de conductividad eléctrica  $\kappa$  puede calcularse atendiendo a la ecuación (3 - 60) como se muestra a continuación:

$$\nabla(\kappa \cdot \nabla\phi) = 0 \quad (3 - 60)$$

Finalmente, el problema consistirá en resolver el campo eléctrico, o la densidad de corriente  $J$ , y posteriormente proceder al cálculo de la corriente eléctrica  $I$ , ya que la intensidad de corriente no es mas que la suma de las densidad de la densidad de corriente que atraviesa una o varias secciones que tengan como vectores normales a la superficie  $ds$  [14] :

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \cdot ds \quad (3 - 61)$$

### 3.2.3 Cálculo de la resistencia eléctrica en el panel dañado

Teniendo en cuenta las formulaciones descritas en los dos puntos anteriores, si somos capaces de capturar la densidad de corriente que atraviesa cada uno de los elementos finitos tras la discretización, se podrá obtener la intensidad eléctrica que atraviesa el panel y por ende la resistencia eléctrica de la placa.

Además, en el caso de un análisis quasi-estático de crecimiento de grieta, el problema radica en obtener el valor de la densidad de corriente en cada iteración del proceso, es decir, cada vez que la grieta aumente su tamaño. De esta forma, y teniendo en cuenta la ley de Ohm, se podrá obtener una evolución de la resistencia eléctrica de la placa en función del tamaño de la grieta, quedando resuelto el objetivo del problema de detectar y monitorizar el tamaño de la grieta en todo momento.

Para realizar el cálculo anterior, es necesario disponer de las propiedades electromecánicas del material que se va a ensayar, tales como las componentes de la matriz piezorresistiva, la conductividad eléctrica del material, el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Los valores de dichas propiedades, relativas a un material compuesto por fibra epoxy y MWCNT con un porcentaje de 0,5 wt% se muestran en la siguiente tabla.

Componentes de la matriz piezorresistiva $\Pi$			$\sigma (S \cdot m^{-1})$	$E (GPa)$	$\nu$
$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{44}$			
6.84	7.99	1.19	$1.22 \cdot 10^{-2}$	2.86	0.28

Tabla 1: Propiedades electromecánicas efectivas de MWCNT/epoxy [15]

### 3.3 Esquema de monitorización del crecimiento de grieta implementado con ANSYS

En este último punto del tercer capítulo se van a incluir dos diagramas de flujo que permitan interpretar y dar a conocer al lector los pasos que se han seguido para resolver los problemas mecánicos y eléctricos que se abordan en este proyecto con el software comercial *ANSYS*.

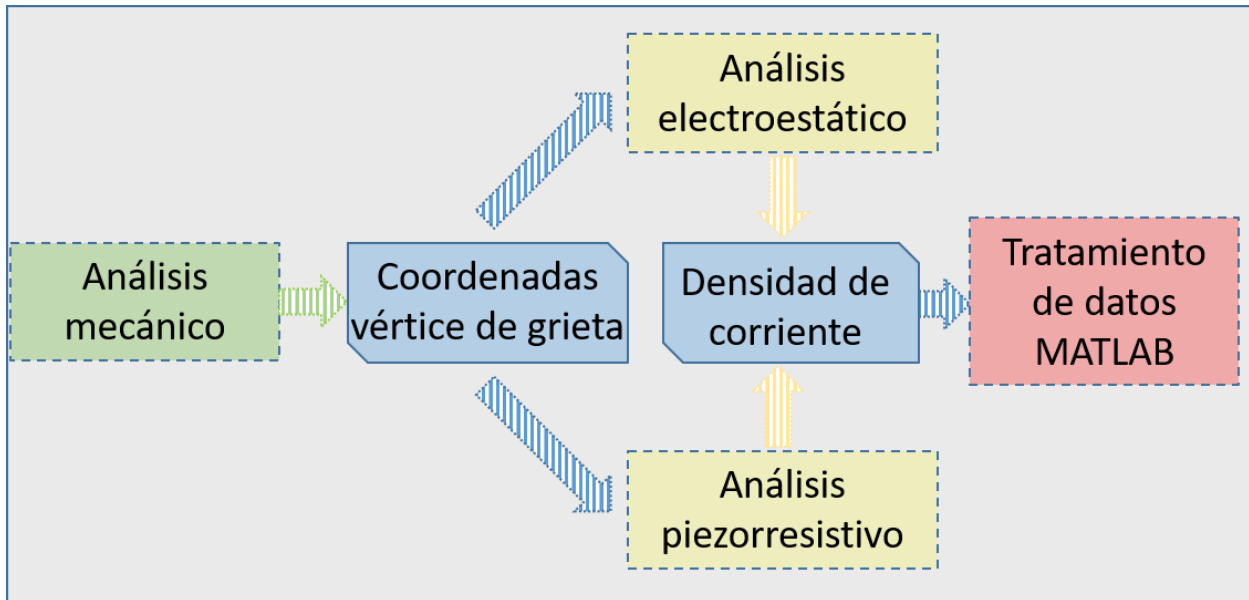


Figura 27: Esquema general de monitorización del crecimiento de grieta.

En la Figura 27 se ha resumido de forma esquemática el proceso que se ha seguido para realizar la monitorización virtual del crecimiento de grieta con *ANSYS*. Tal y como puede apreciarse, el proceso comienza con un análisis mecánico, cuyo procedimiento se especifica detalladamente en la Figura 28. El análisis mecánico tiene como output un documento .txt con toda la información relativa a las coordenadas del vértice de grieta conforme esta va avanzando en el modelo creado.

El documento .txt con con las coordenadas del vértice de grieta sirve como input para el análisis electrostático y piezorresistivo que se realiza posteriormente. Cabe destacar que ambos análisis están íntimamente relacionados. La diferencia entre ellos radica en que, en el análisis piezorresistivo se imponen condiciones de contorno eléctricas y mecánicas, mientras que en el análisis electrostático solo se utilizan condiciones de contorno eléctricas.

Con el análisis electrostático y piezorresistivo se pretende obtener la densidad de corriente en cada uno de los pasos de carga, es decir, el análisis se realiza tantas veces como posiciones nuevas alcancen los vértices de grieta del problema mecánico, obteniendo de esta forma un valor de la densidad de corriente en cada uno de los avances de la grieta. Esta información se escribe en un documento .txt que será el output del análisis electrostático y piezorresistivo, que servirá a su vez como input para el posterior tratamiento de datos que se realizará en *MATLAB* para obtener finalmente los resultados que se mostrarán en el capítulo cuarto. Aunque en el esquema anterior no se ha representado, el documento con las coordenadas del vértice de grieta son también input para el postprocesado de datos. El procedimiento seguido para el análisis electrostático y piezorresistivo se detalla en la Figura 29.

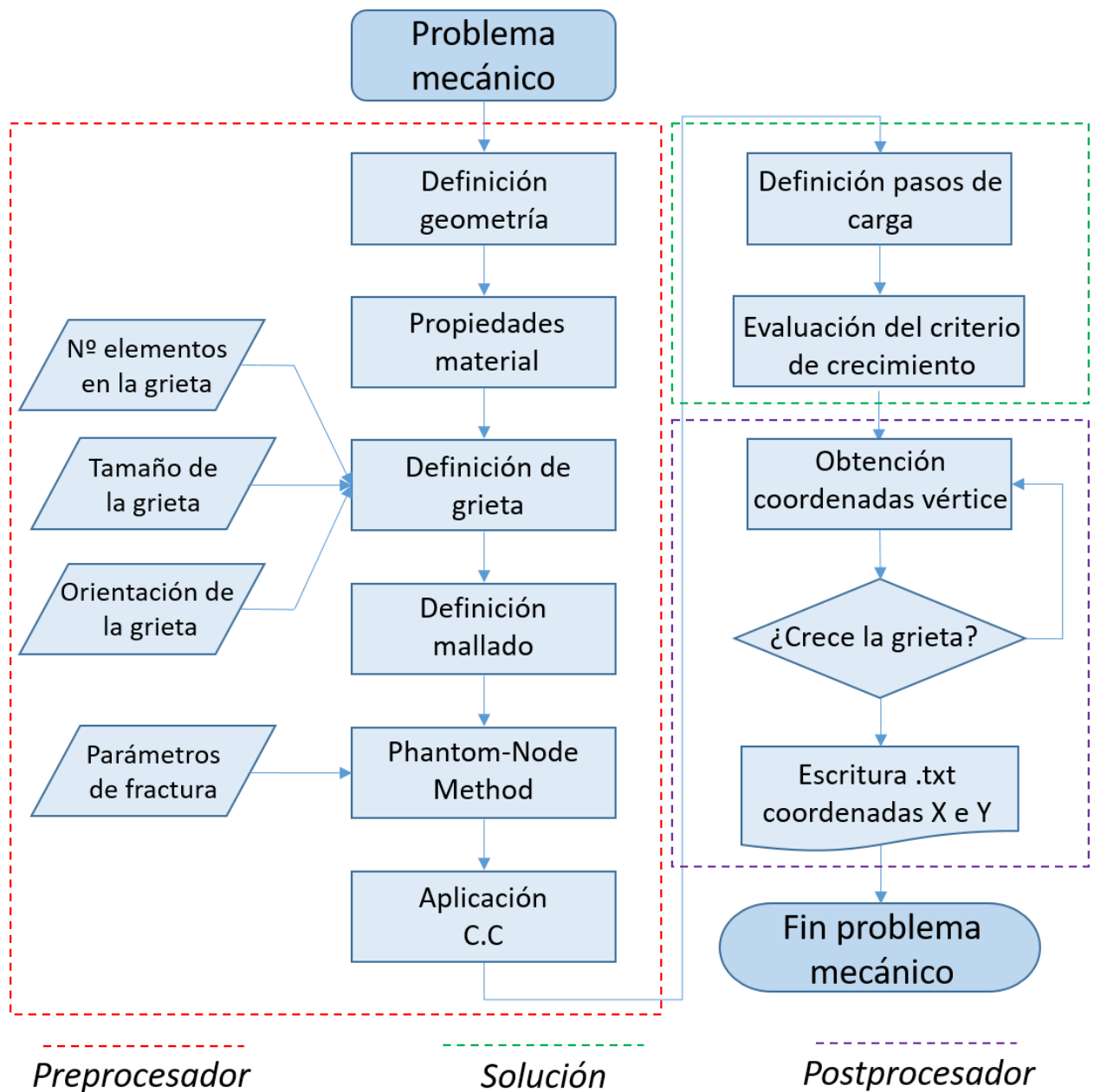


Figura 28: Diagrama de flujo de la resolución del problema mecánico con ANSYS.

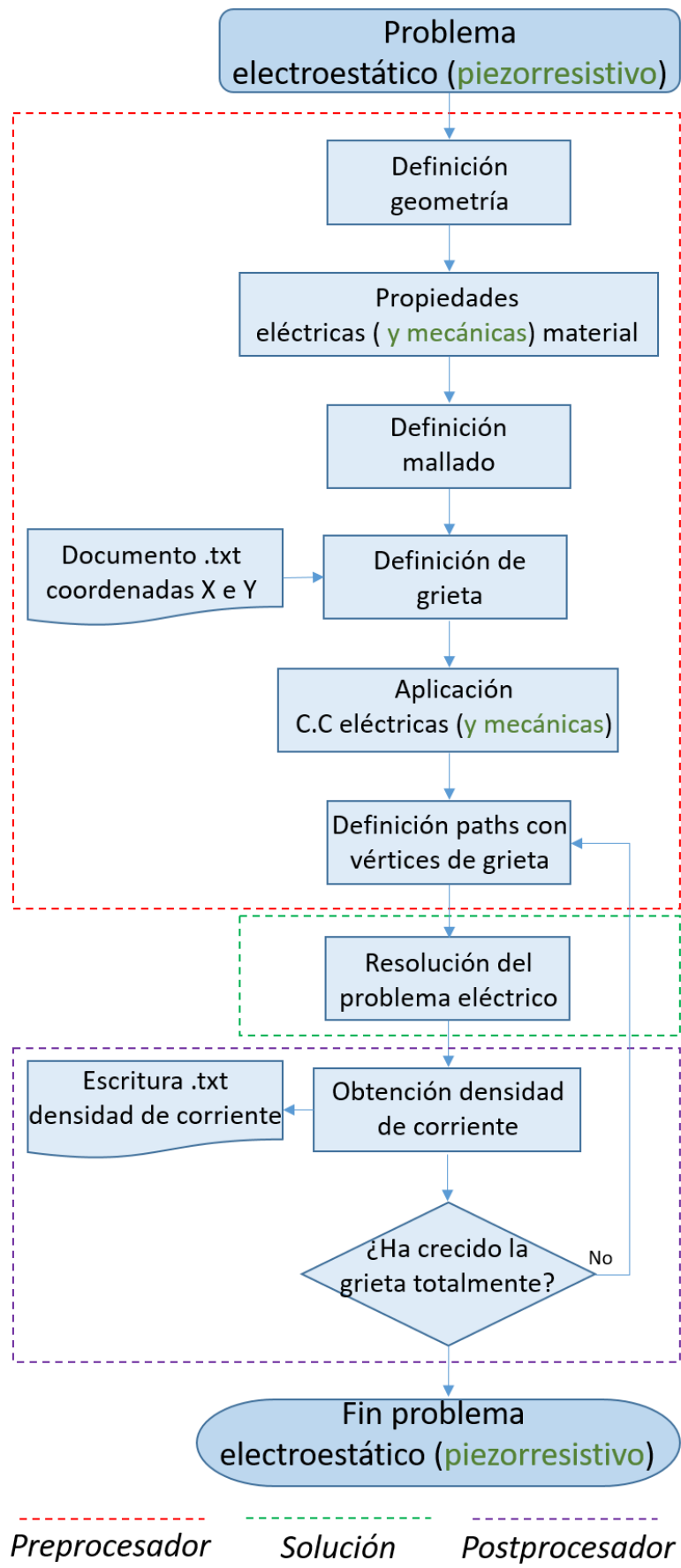


Figura 29: Diagrama de flujo de la resolución del problema electroestático y piezorresistivo con ANSYS.



---

# 4 ESTUDIOS NUMÉRICOS

---

En este cuarto capítulo se va a abordar los estudios numéricos del proyecto, los cuales abarcan los procedimientos realizados tanto para la detección de grietas como para la monitorización del crecimiento de las mismas.

En la primera parte, referente a la detección de grietas, se estudiará el caso de una placa cuadrada sometida a una carga de tracción con una grieta central ya existente. En esta parte se hará un estudio estático y se abordarán distintas configuraciones y casuísticas que se detallarán mas adelante.

Por otra parte, en cuanto a la monitorización del crecimiento de grietas, se estudiarán paralelamente dos casos. El primero de ellos hace referencia al mismo problema estudiado en la primera parte de este capítulo. El segundo de ellos, abordará el caso de una placa rectangular sometida a flexión en dos puntos con una grieta inicial situada en el borde de la placa. En ambos casos, se estudiará el crecimiento de grietas predefinidas con distintas orientaciones y la relación existente entre dicho crecimiento y la resistividad de la placa.

## 4.1 Detección de grietas: análisis estático

Tal y como se comentó previamente en la descripción de este capítulo, en este punto se va a abordar el problema de una placa cuadrada con una grieta predefinida con distintas orientaciones. A partir de esta configuración, se realizarán dos análisis:

- Análisis mecánico

Llamamos análisis mecánico al estudio relacionado con el cálculo de parámetros característicos de la Mecánica de Fractura Lineal. En este primer estudio se calculará analíticamente los valores de los SIF, tanto  $K_I$  como  $K_{II}$ , y se compararán los valores obtenidos con los valores teóricos.

- Análisis eléctrico

El análisis eléctrico hace referencia al cálculo de la resistencia eléctrica de la placa en función del ángulo de inclinación de la grieta respecto a la horizontal. En este punto se estudiará la variación de la resistencia eléctrica para distintas orientaciones con relación al caso de ausencia de grieta inicial

Los dos estudios anteriores se acompañarán de otros estudios secundarios:

- Estudio de la influencia del tamaño de la grieta al cálculo de los SIFs.
- Estudio de la influencia en la resistividad de la placa de considerar o no conductancia en la grieta.
- Medición y detección de varias grietas en la placa.

#### 4.1.1 Análisis mecánico

En primer lugar, se va a describir el problema mecánico y posteriormente se mostrarán los resultados obtenidos tras el análisis numérico.

La placa a estudiar, de geometría cuadrada ( $2L \cdot 2L \times t$ ;  $L = 100 \text{ mm}$  y  $t = 2 \text{ mm}$ ), va a estar sometida a un esfuerzo uniforme aplicado en el borde superior de la placa ( $\bar{\sigma}_{yy} = 1 \text{ MPa}$ ). Además, se impondrán unas condiciones de contorno en el borde inferior de la placa, de manera que los desplazamientos en dirección y estén impedidos en todo el borde inferior y el desplazamiento en dirección x sólo estará impedido en el punto central del borde inferior (ver Figura 30).

La placa presenta una grieta recta centrada con una orientación que irá variando en cada una de las configuraciones. Los distintos ángulos adoptados para el análisis son  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$ . En la Figura 30 se muestra un esquema que representa la configuración adoptada para el análisis mecánico.

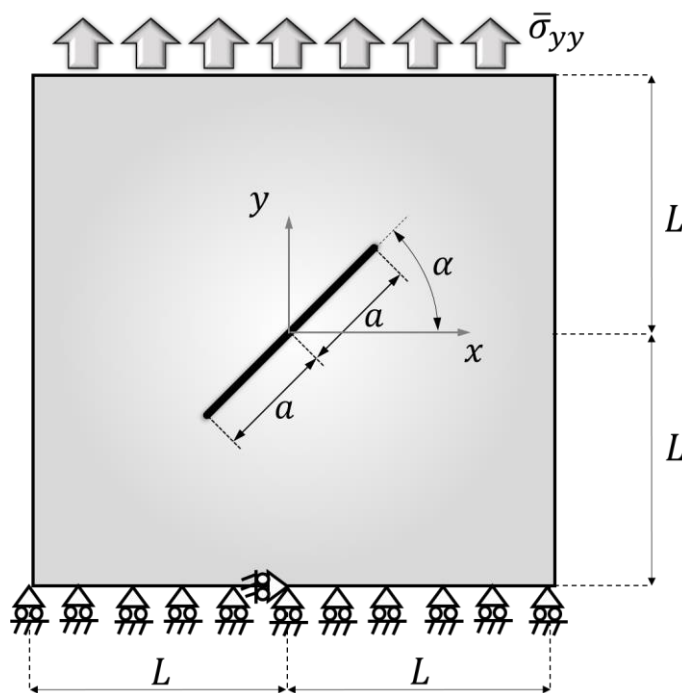


Figura 30: Esquema problema mecánico de placa con grieta centrada inclinada bajo esfuerzo uniforme ( $\bar{\sigma}_{yy}$ ).

Una vez mostrada la configuración de cargas y geometría del problema a estudiar, se pasará a explicar la malla utilizada para el análisis. Para la definición de la malla, se realizó un estudio previo para conocer que tipo de elementos iban a conformar la malla y en cuántas áreas se iba a dividir la placa. En cuanto al tipo de elementos utilizado para el análisis se ha optado por el elemento PLANE182.

En lo relacionado a las áreas que conforman geoméricamente la placa, se utilizaron dos. La primera de ellas, con forma cuadrada, fue modelada de forma que adoptara la misma inclinación que la grieta, es decir, dos lados paralelos al eje local  $x'$  y los otros dos paralelos al eje local  $y'$  (el eje local  $x'$  -  $y'$  tienen su origen en el centro de la grieta, el eje  $x'$  paralelo a la dirección longitudinal de la grieta y el eje  $y'$  perpendicular a la grieta). La segunda área está formada por la superficie restante de la placa.

En cuanto al mallado, la primera área se malló utilizando “mapped meshing” con el objetivo de que todos los elementos tuvieran el mismo tamaño, facilitando así la definición de la grieta inicial. La segunda de ellas, al ser un área irregular se malló utilizando “free meshing”. Todos los elementos de la malla serán cuadriláteros. La Figura 31 muestra el mallado utilizado en la placa, pudiéndose diferenciar el mallado de las dos áreas.

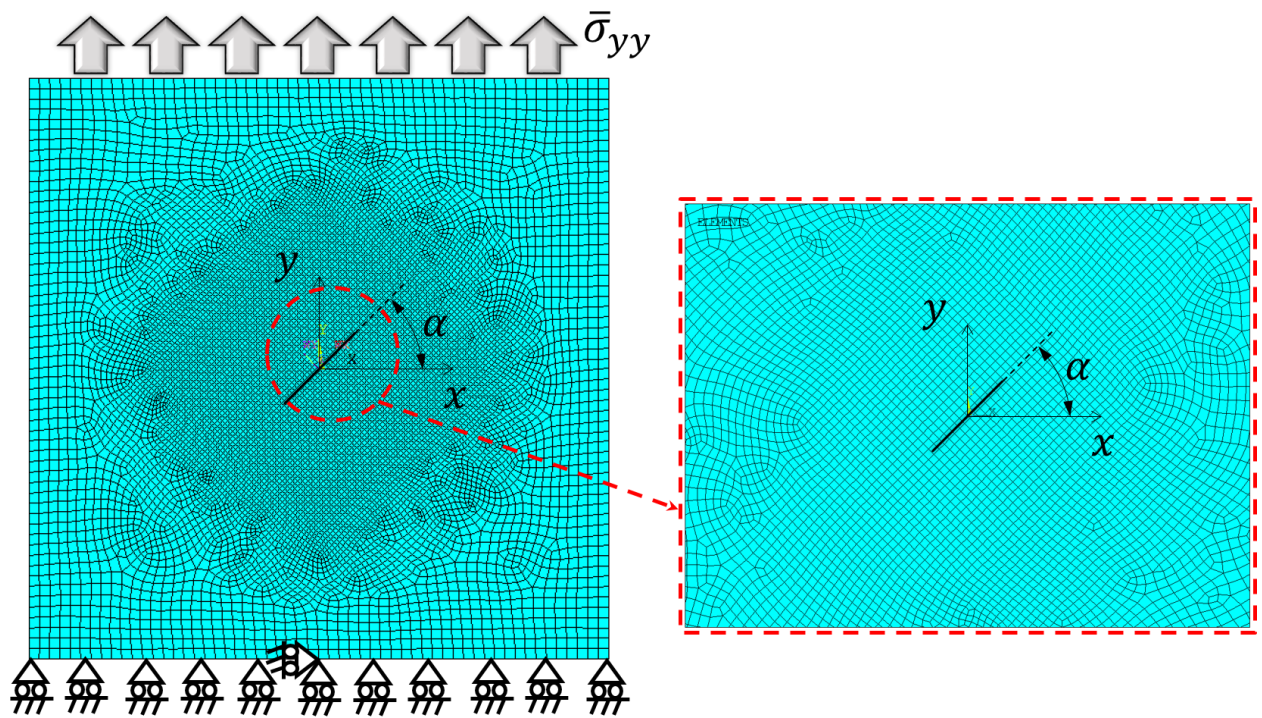


Figura 31: Detalle del mallado de la placa para análisis estático usando XFEM.

Una vez descrito el modelo a utilizar para el análisis mecánico del problema en cuestión, pasaremos a analizar los resultados obtenidos. El modelo descrito anteriormente se aplicó para detectar el daño en la placa con grieta inicial para distintas configuraciones. En primer lugar, se realizó un análisis de grieta estacionaria a través de XFEM con el objetivo de analizar la precisión del método y de la malla utilizada, todo esto para una relación  $L/a = 5$ . En la Figura 32 se muestra el análisis de convergencia de los SIFs respecto al número de elementos que definen la grieta inicial para el caso de  $\alpha = 45^\circ$ .

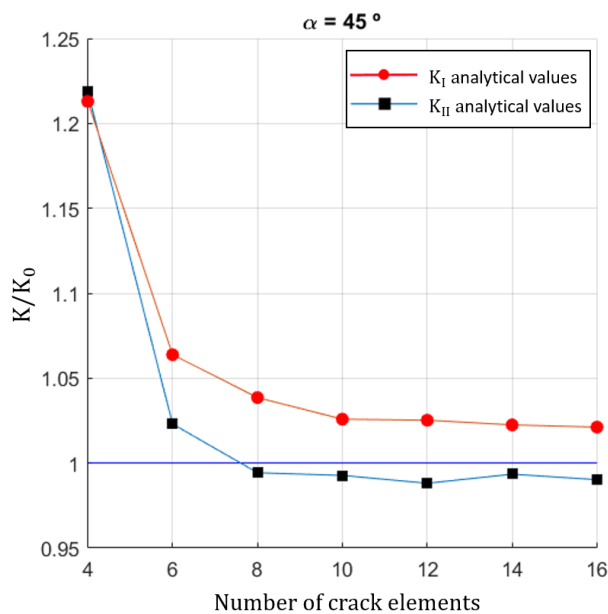


Figura 32: Estudio de convergencia de los valores analíticos  $K_I$  y  $K_{II}$ .

De la Figura 32 se puede concluir que conforme mayor es el número de elementos que definen la grieta, los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$  convergen al valor teórico, siendo dichos valores iguales para el caso concreto de un ángulo de orientación  $\alpha = 45^\circ$ .

Posteriormente se realizó un estudio para analizar la influencia de la orientación de la grieta ( $\alpha$ ) respecto al valor de los factores de intensidad de tensiones:  $K_I/K_0$  y  $K_{II}/K_0$ , donde  $K_0 = \bar{\sigma}_{yy} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$ . En la Figura 33 se muestran los resultados de este estudio. Otro estudio interesante es el relativo al análisis de cómo afecta el tamaño de la grieta al cálculo de los factores de intensidad de tensiones  $K_I$  y  $K_{II}$ . En la Figura 34 se muestran los resultados obtenidos.

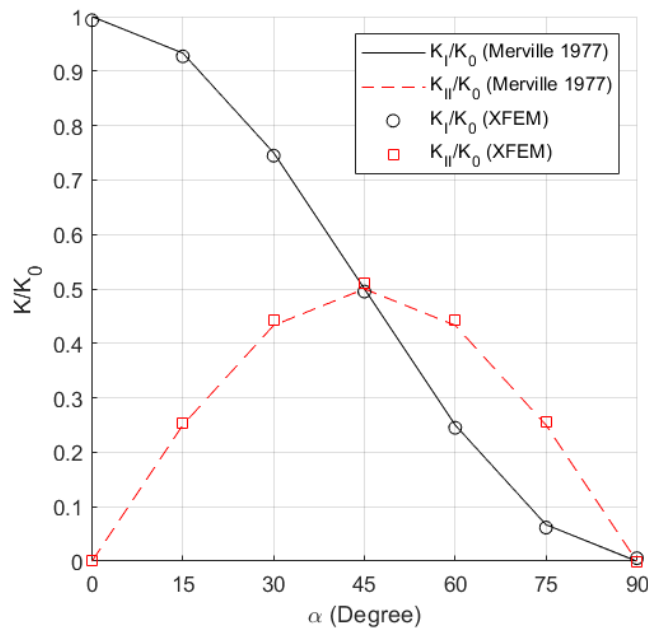


Figura 33: Influencia de la orientación de la grieta ( $\alpha$ ) en los SIFs.

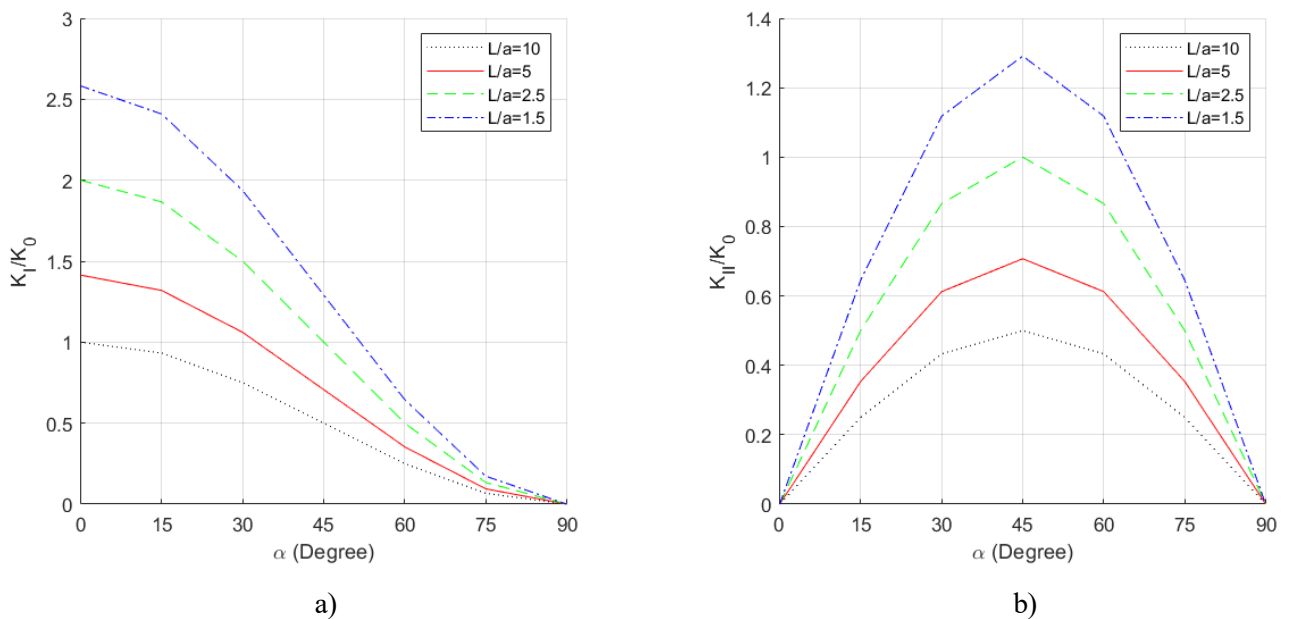


Figura 34: Influencia tamaño de grieta en el cálculo de los SIFs  $K_I$  (a) y  $K_{II}$  (b).

### 4.1.2 Análisis electrostático

Una vez expuesto el análisis mecánico, se da paso a explicar el análisis eléctrico.

En análisis mecánico ha sido resuelto con XFEM con el objetivo de obtener de manera analítica el valor de los factores de intensidad de tensiones  $K_I$  y  $K_{II}$ . A partir de estos valores se realizaron los estudios comentados en el punto anterior.

Una vez llegados a este punto, ahora interesa resolver el problema eléctrico. Para este análisis se ha utilizado la misma placa con las mismas características geométricas. Además, se ha utilizado el mismo mallado con el mismo número de elementos que definen la grieta inicial. Sin embargo, existen algunas diferencias respecto al problema mecánico, las cuales son las siguientes:

- No se han impuesto condiciones de carga en el borde superior. En este caso se han impuesto condiciones eléctricas. Concretamente, se ha aplicado una diferencia de potencial de manera que el borde superior está conectado a un electrodo con un potencial de 10 V y el borde inferior de la placa está conectado a tierra (0 V).
- Las condiciones de contorno han cambiado. En este punto, las únicas condiciones de contorno que se han impuesto es que los bordes laterales (derecho e izquierdo) de la placa están aislados, es decir, densidad de flujo eléctrico nulo.

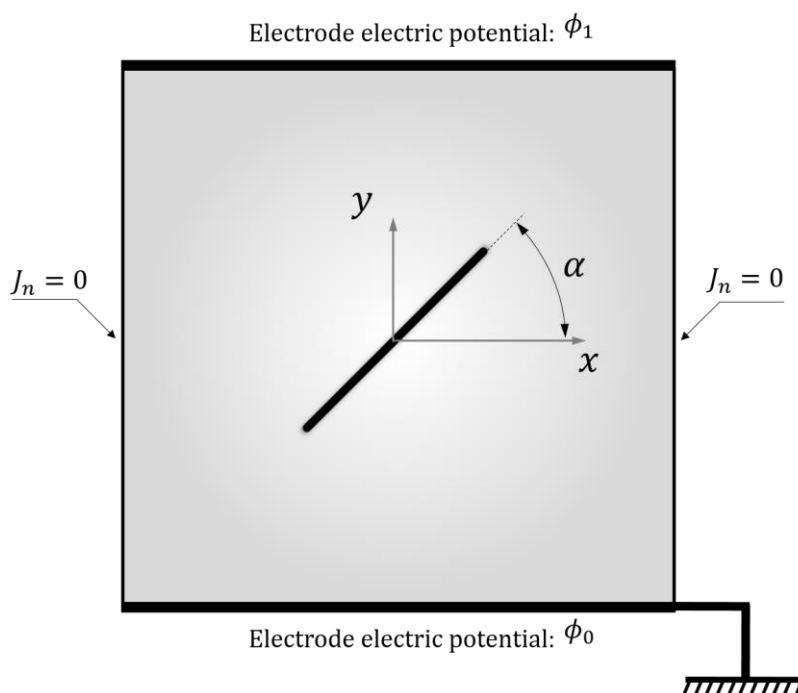


Figura 35: : Esquema problema eléctrico de placa con grieta centrada inclinada sometida a diferencia de potencial ( $\Delta\phi$ ).

Una vez definido el modelo eléctrico, es necesario traspasar la información de los elementos que forman parte de la grieta. Para ello inicialmente se considera que la grieta es impermeable eléctricamente hablando (no permite el paso de la corriente a través de ella, ya que existe vacío). En este punto, el modelo está totalmente preparado para ser resuelto.

#### 4.1.2.1 Influencia del tamaño de grieta para varias orientaciones. Grieta impermeable

En primer lugar, se realizó un estudio para analizar la influencia del tamaño de grieta en la resistencia eléctrica para el caso en que la grieta se considera impermeable, es decir, permitividad nula. A partir de este momento se designará como  $\kappa$  la permitividad, siendo  $\kappa_c$  la permitividad de la grieta y  $\kappa_m$  la permitividad del medio (placa). Los resultados se muestran a continuación en la Figura 35.

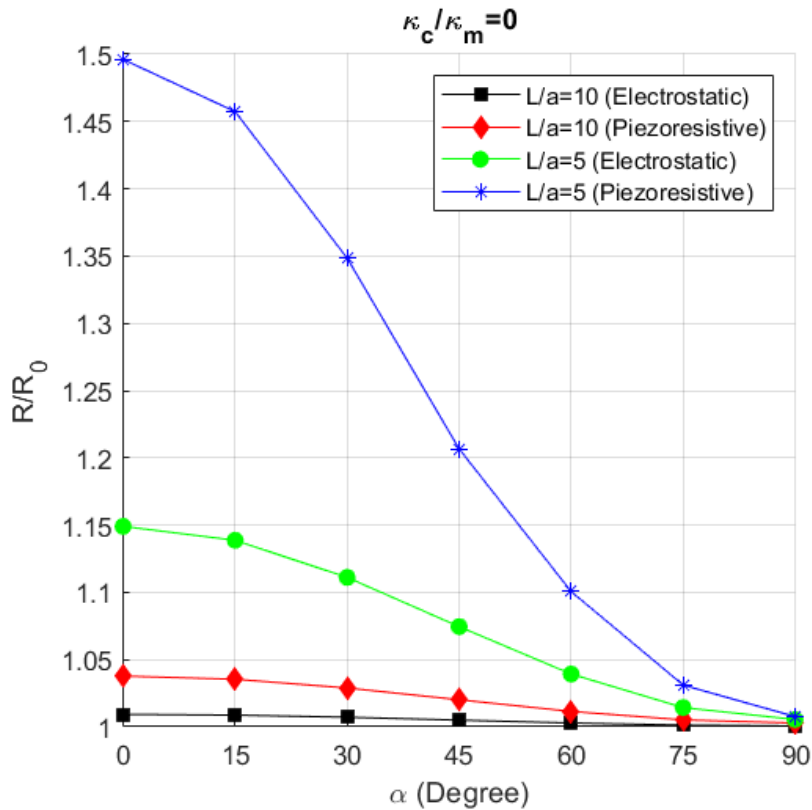
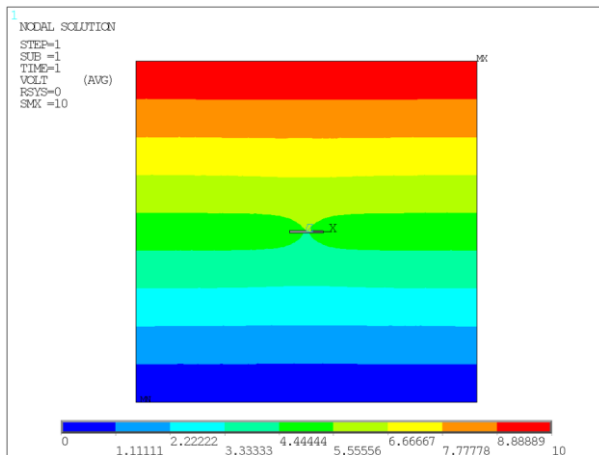


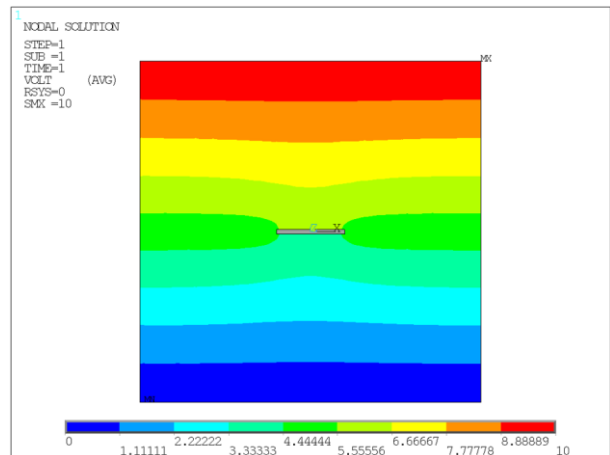
Figura 36: Influencia del tamaño de la grieta ( $L/a$ ) y orientación de la grieta ( $\alpha$ ) en la variación de la resistencia eléctrica.

De la Figura 36 se puede concluir que cuanto mayor es el tamaño de la grieta ( $a$ ) la resistencia ( $R$ ) de la placa aumenta. Dicho con otras palabras, cuanto menor sea la relación  $L/a$ , mayor es la variación de la resistencia. Además puede verse como la resistencia de la placa aumenta con el ángulo de inclinación de la grieta ( $\alpha$ ).

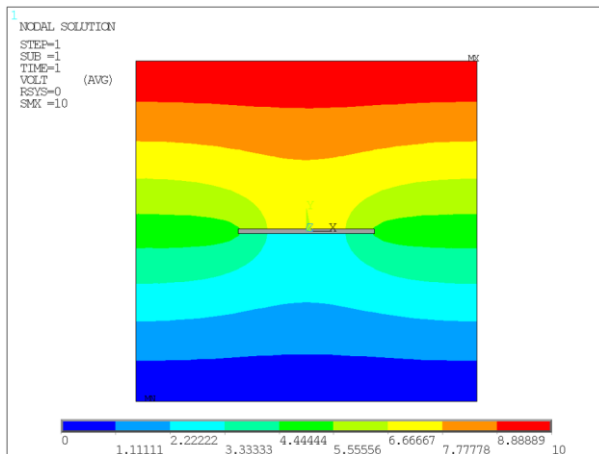
En las Figura 37 y 38 se muestran la distribución del potencial eléctrico para el caso de  $L/a = [3, 5, 10, 20]$  y ángulos de inclinación  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ . Como puede verse, se observa un gradiente de tensiones más acusado conforme mayor es el tamaño de la grieta respecto a la dimensión característica de la placa. A la misma conclusión puede llegarse si comparamos las inclinaciones  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ , observándose que para el caso de  $45^\circ$  el gradiente de tensiones es más brusco.



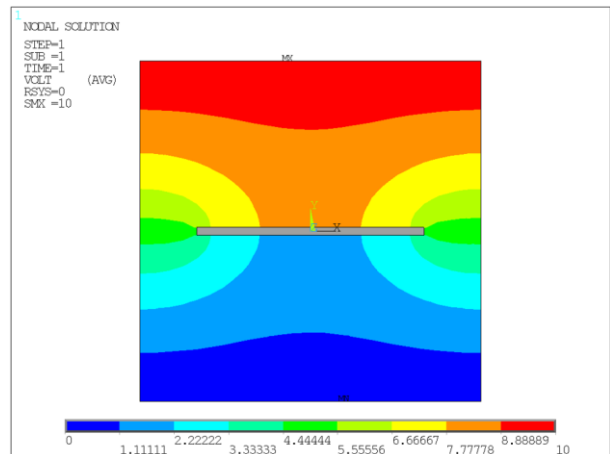
$L/a = 10$



$L/a = 5$

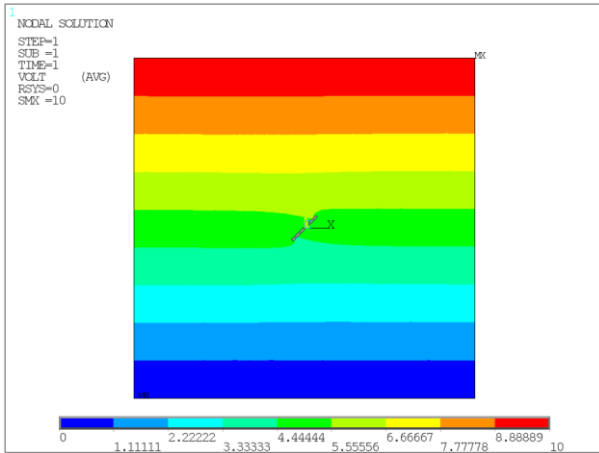


$L/a = 2.5$

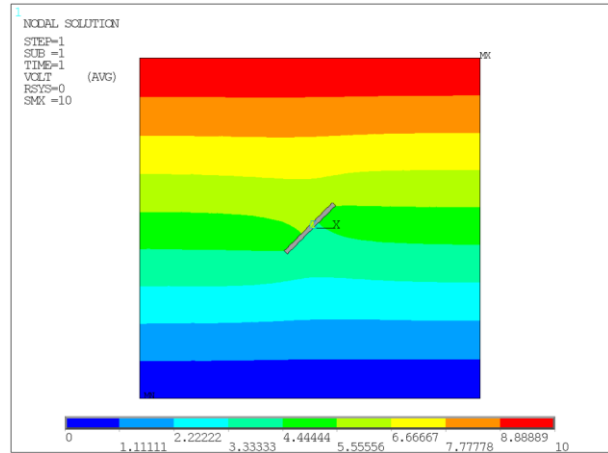


$L/a = 1.5$

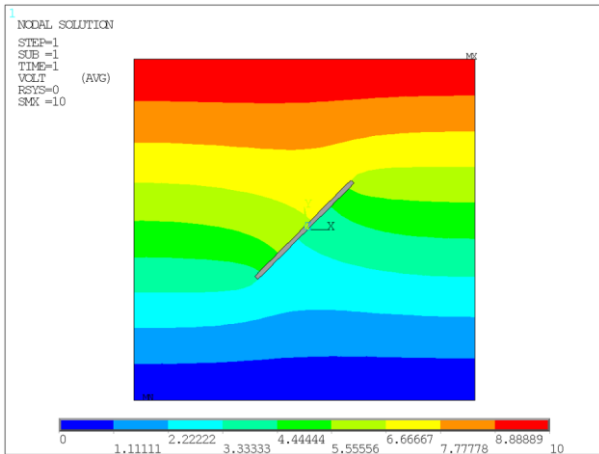
Figura 37: Influencia del tamaño de grieta sobre la distribución de potencial eléctrico para  $\alpha = 0^\circ$ .



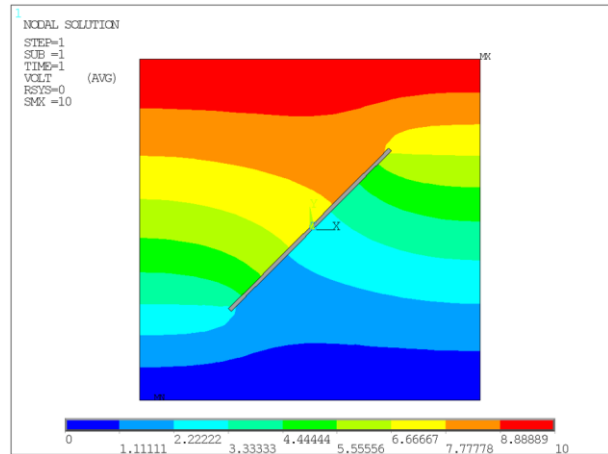
$L/a = 10$



$L/a = 5$



$L/a = 2.5$



$L/a = 1.5$

Figura 38: Influencia del tamaño de grieta sobre la distribución de potencial eléctrico para  $\alpha = 45^\circ$



#### 4.1.2.2 Influencia de la permitividad eléctrica de la grieta para varias orientaciones. Grieta permeable

Los resultados mostrados anteriormente son relativos al caso de una grieta impermeable, es decir, aquella con una relación  $\kappa_c/\kappa_m$  nula. A continuación, se va a realizar un estudio de la influencia de las condiciones de permitividad eléctrica en la grieta ( $\kappa_c/\kappa_m$ ) y la orientación de la misma ( $\alpha$ ) en la variación de la resistencia eléctrica. Los resultados se muestran en la Figura 39, y son relativos al caso concreto de  $L/a = 1.5$ .

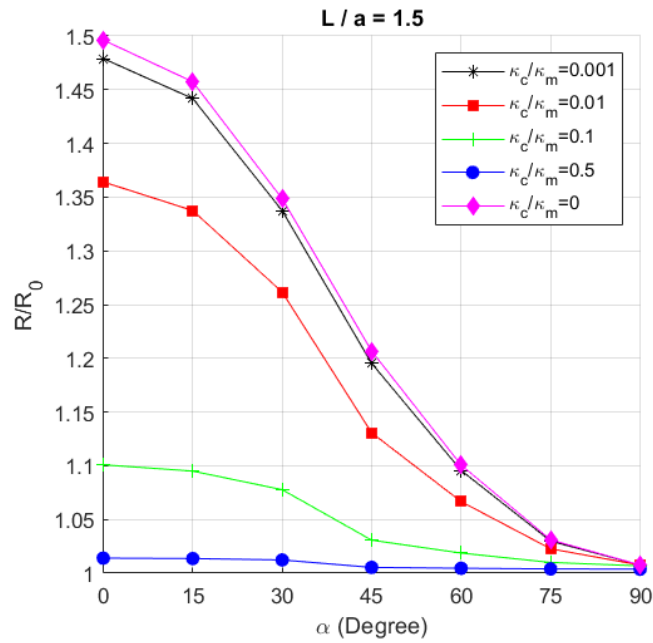
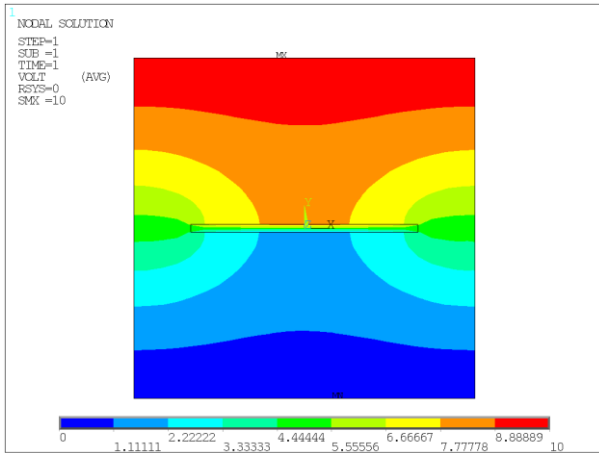


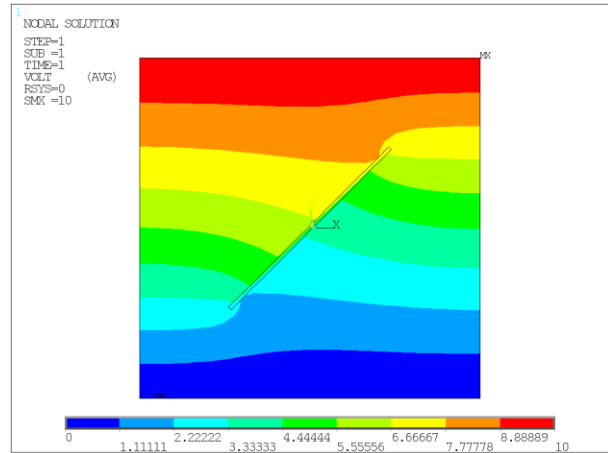
Figura 39: Influencia de las condiciones de permitividad eléctrica en la grieta ( $\kappa_c/\kappa_m$ ) y la orientación ( $\alpha$ ) en la variación de la resistencia eléctrica ( $R$ ).

En la Figura 39 puede observarse que la permitividad eléctrica de la grieta es un parámetro que determina la resistencia eléctrica de la placa. Cuanto menor sea el valor de la relación  $\kappa_c/\kappa_m$ , es decir, cuanto más próximo este  $\kappa_c$  del valor nulo (caso de grieta eléctricamente impermeable), mayor es la resistencia eléctrica de la placa.

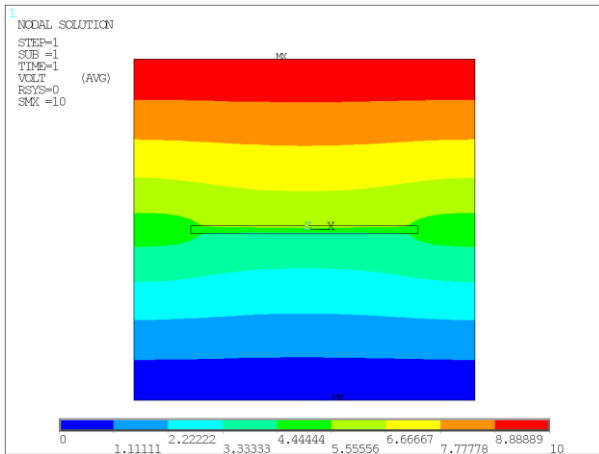
A continuación, en las Figuras 40 y 41 se muestra la distribución del potencial eléctrica para el caso  $L/a = 1.5$  y valores de orientación de la grieta  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$  para distintas relaciones  $\kappa_c/\kappa_m$ . Obsérvese en la Figura 41 la diferencia entre la distribución de potencial eléctrico para  $\kappa_c/\kappa_m = 0.001$  y  $\kappa_c/\kappa_m = 0.5$ , situaciones opuestas lo más similar posible al caso de grieta impermeable y permeable, respectivamente.



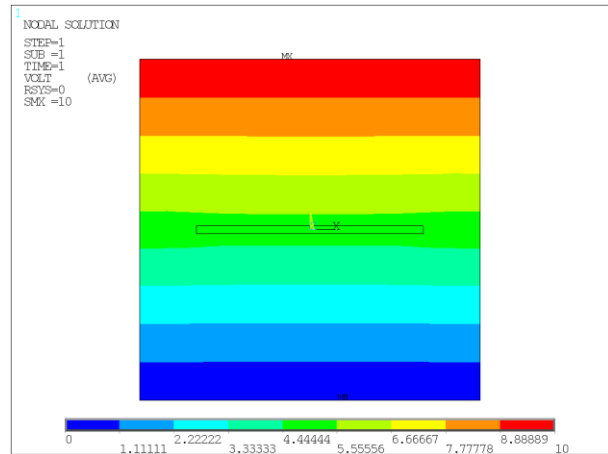
$$\kappa_c/\kappa_m = 0.001$$



$$\kappa_c/\kappa_m = 0.01$$

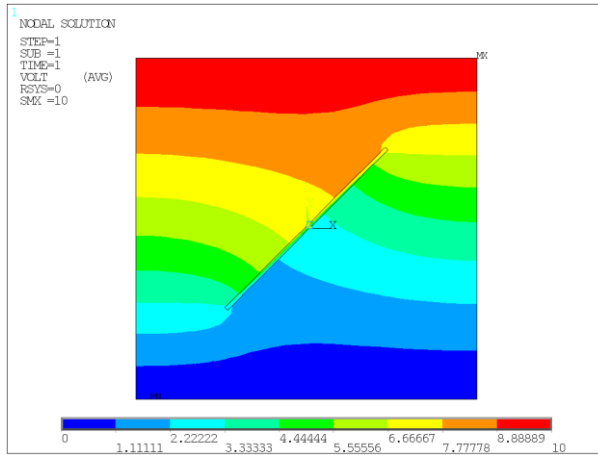


$$\kappa_c/\kappa_m = 0.1$$

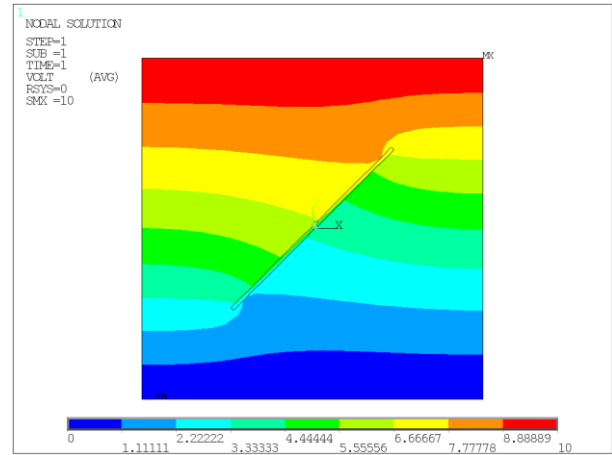


$$\kappa_c/\kappa_m = 0.5$$

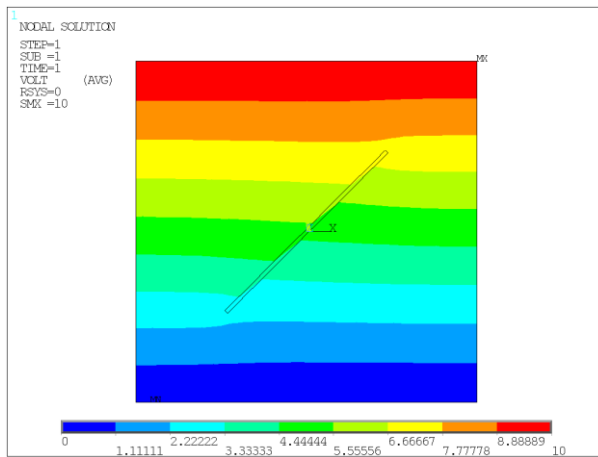
Figura 40: Influencia de la permitividad sobre la distribución de potencial eléctrico para  $\alpha = 0^\circ$  y  $L/a = 1.5$ .



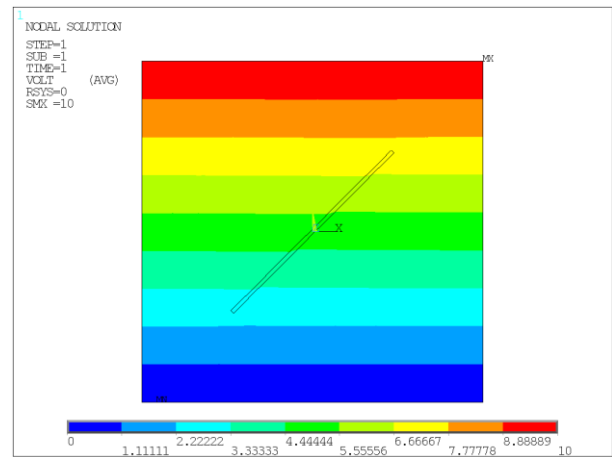
$$\kappa_c/\kappa_m = 0.001$$



$$\kappa_c/\kappa_m = 0.01$$



$$\kappa_c/\kappa_m = 0.1$$



$$\kappa_c/\kappa_m = 0.5$$

Figura 41: Influencia de la permitividad sobre la distribución de potencial eléctrico para  $\alpha = 45^\circ$  y  $L/a = 1.5$ .

#### 4.1.2.3 Medición y detección de varias grietas

En este último problema se va a utilizar la misma geometría para la placa e iguales condiciones de contorno eléctrica que en los casos anteriores. Concretamente se van a modelar dos grietas horizontales impermeables ( $\kappa_c = 0$ ) cuyos tamaños serán la mitad de la grieta original, es decir, si el semiancho de grieta inicial lo llamamos  $a_1$  y al semiancho de la grieta nueva como  $a_2$ , se obtiene la relación  $a_1 = 2a_2$ .

Con este estudio se pretende analizar si los resultados obtenidos son iguales al caso de que existiera una grieta equivalente de tamaño  $a_1$ . Para la localización de dichas grietas se utilizarán dos parámetros:  $\delta_x$  y  $\delta_y$ . En el caso de  $\delta_x$ , representa la distancia entre los vértices de grieta más próximos de ambas grietas. Por otro lado  $\delta_y$  representa la distancia entre los ejes de las dos grietas.

Con la descripción anterior, parece razonable definir dos sistemas de coordenadas locales para cada una de las grietas. El sistema  $x' - y'$  (grieta 1) tendrá su origen en el punto  $(-\delta_x/2, \delta_y/2)$ . Por otro lado, el origen del sistema  $x'' - y''$  se encontrará en el punto  $(\delta_x/2, -\delta_y/2)$ .

Una vez descrito los parámetros a utilizar y la geometría de la placa, se procederá a utilizar diferentes relaciones  $\delta_y/a_2$  para simular distintos casos en los que las grietas se encuentren a mayor o menor distancia entre sí.

Concretamente se simularán los casos  $\delta_y/a_2 = [0, 0.1, 0.5, 1]$ . Como resulta lógico, ambas grietas estarán alineadas en dirección x cuando  $\delta_y/a_2 = 0$ . Para comprender un poco mejor la filosofía de este problema, se muestra en la Figura 42 un esquema. Una vez comprendido el problema, se procede a realizar el análisis eléctrico. Los resultados del mismo se muestran a continuación en la Figura 43.

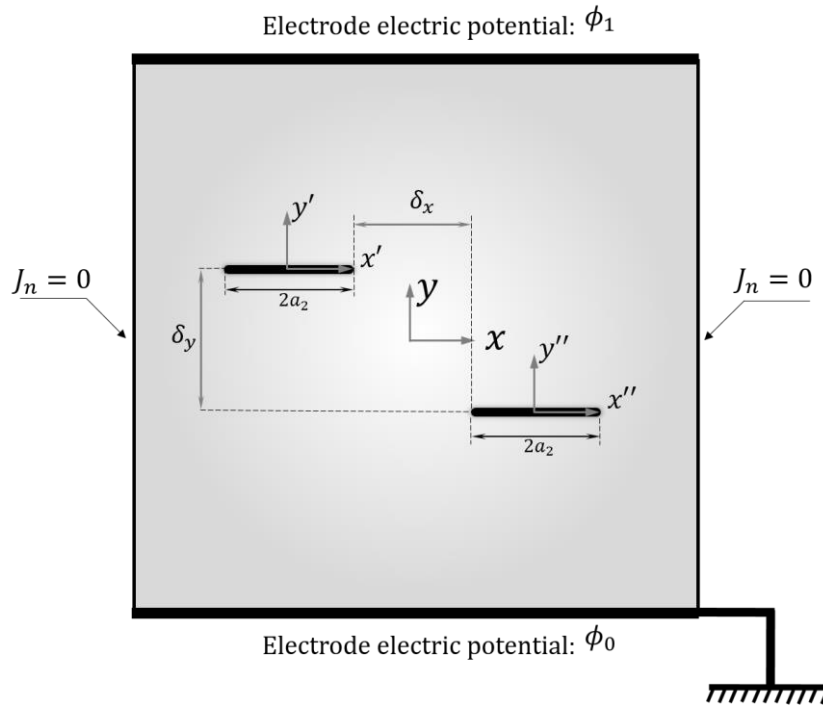


Figura 42: Esquema problema eléctrico para la medición y detección de dos grietas equivalentes a la original.

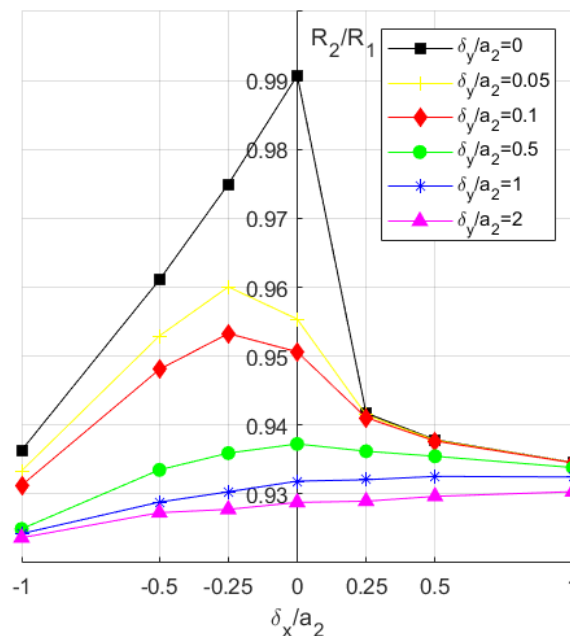


Figura 43: Influencia de la separación  $\delta_x$  y  $\delta_y$  en la variación de la resistencia eléctrica del problema con grieta equivalente.

De la figura anterior puede deducirse que los menores valores de resistencia eléctrica de la placa se alcanzan cuando las grietas están separadas en dirección x un valor negativo de 0.01 m, es decir, cuando las grietas están

solapadas. Por otra parte, los valores más altos de resistencia eléctrica se alcanzan para valores de  $\delta_x = 0$ .

Por último cabe destacar el resultado obtenido para  $\delta_x = 0$  y  $\delta_y/a_2 = 0$ . Estos valores representan la situación en la que las dos grietas se encuentran alineadas según su eje mayor y en la que los vértices derecho e izquierdo de las grietas 1 y 2 coinciden, lo que es equivalente al caso de una sola grieta cuya tamaño sea  $2a_1$ . Se puede comprobar la coherencia del resultado, ya que la relación  $R_2/R_1$  toma un valor prácticamente igual a la unidad. A continuación, las Figuras 44-46 muestran la distribución del potencial eléctrico para las distintas relaciones  $\delta_y/a_2$  y para valores  $\delta_x/a_2 = [-0.5 \ 0 \ 0.5]$ , representando físicamente estos valores los casos de grieta “enmascarada” y grietas separadas en la dirección longitudinal de la grieta.

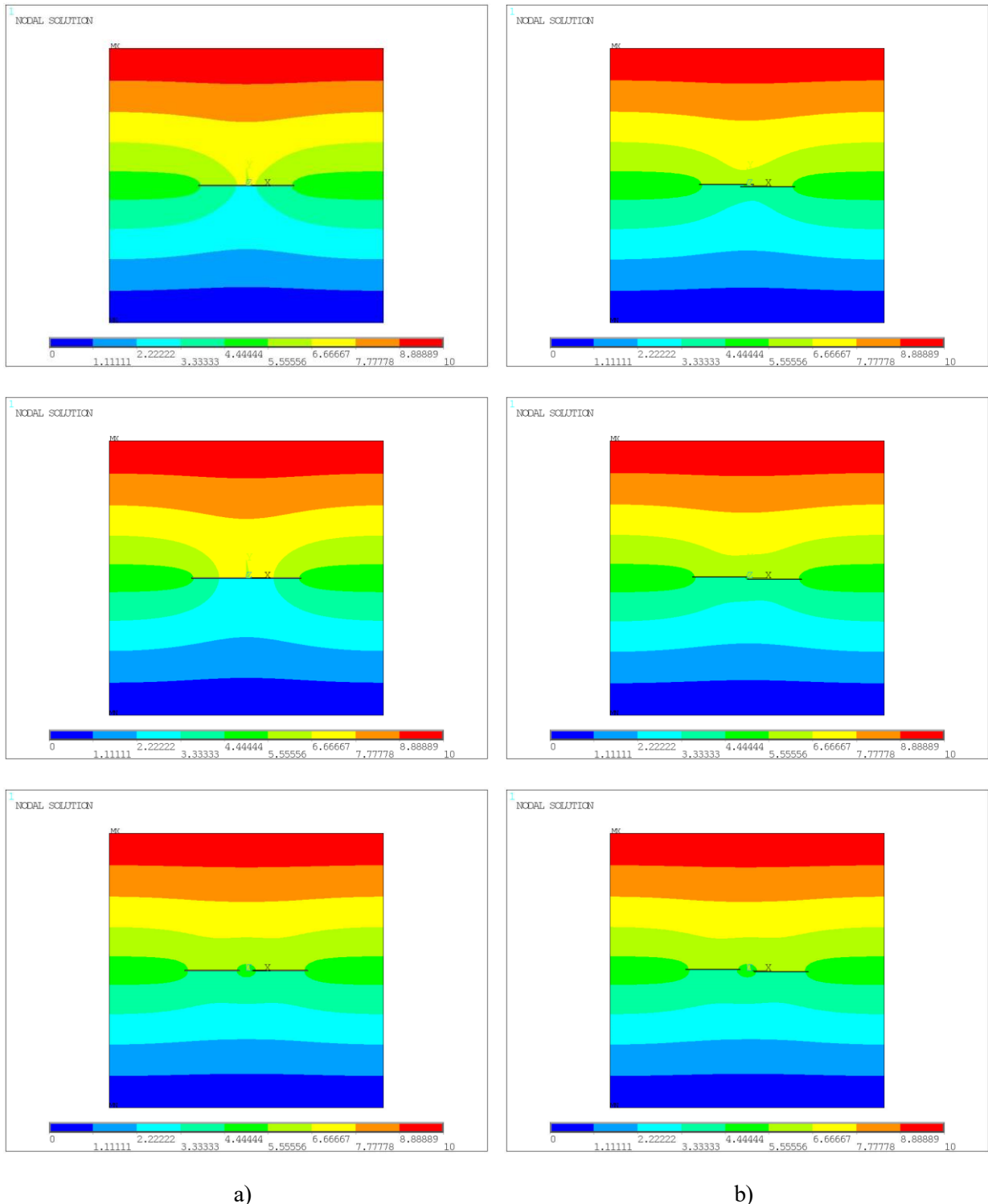
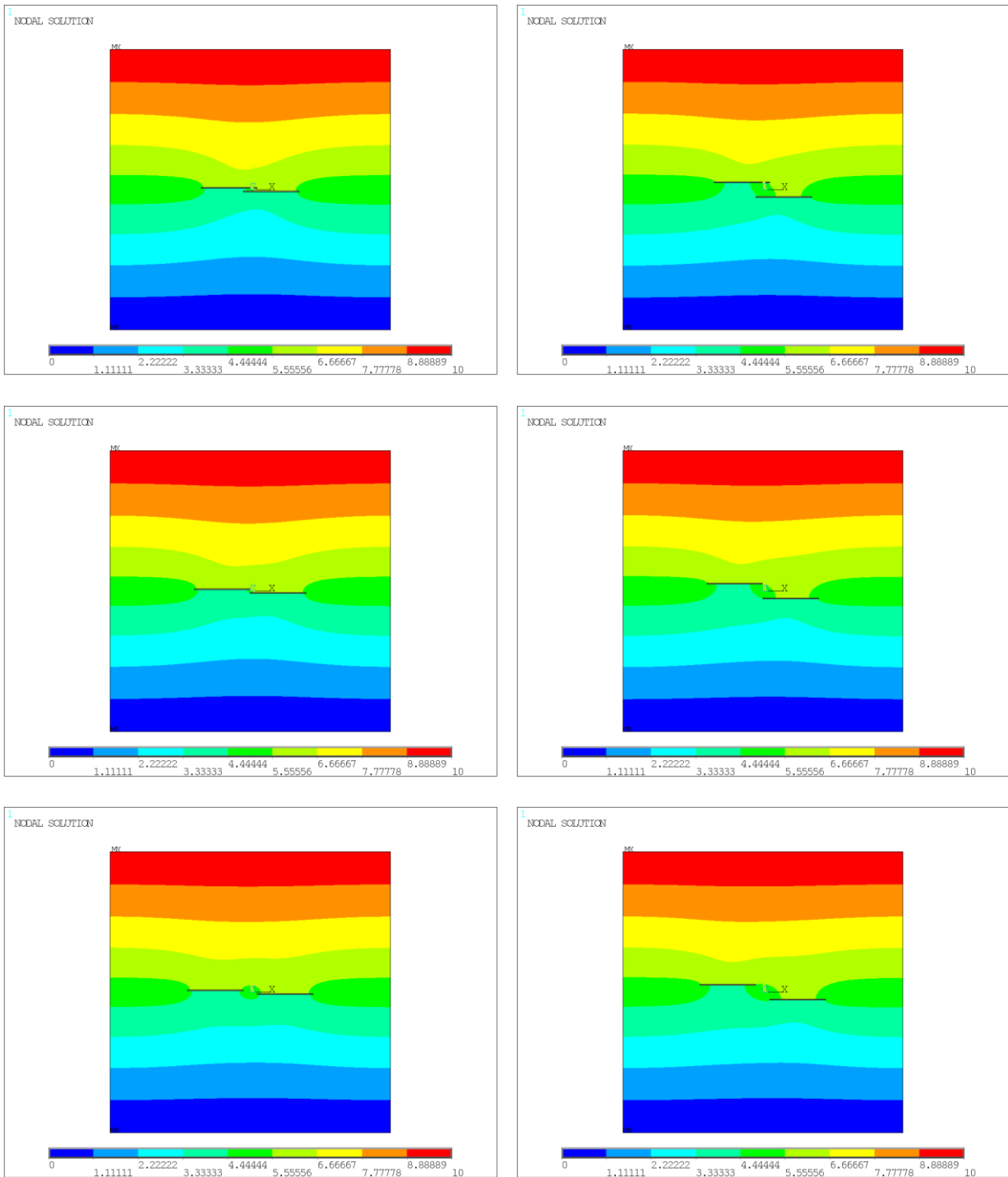


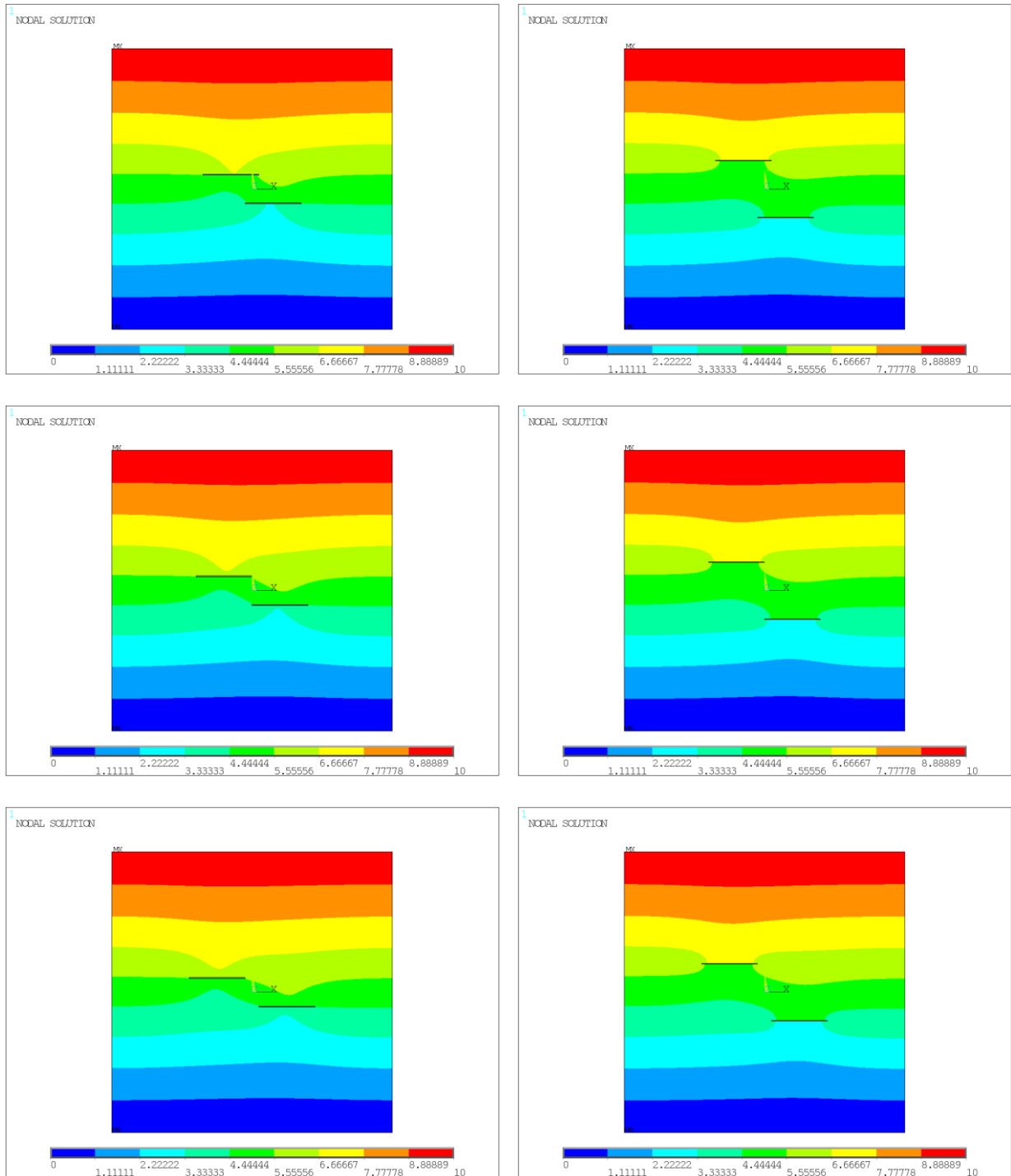
Figura 44: Potencial eléctrico para  $\delta_y/a_2 = 0$  (a) y  $\delta_y/a_2 = 0.05$  (b).



a)

b)

Figura 45: Potencial eléctrico para  $\delta_y/a_2 = 0.1$  (a) y  $\delta_y/a_2 = 0.5$  (b).



a)

b)

Figura 46: Potencial eléctrico para  $\delta_y/a_2 = 1$  (a) y  $\delta_y/a_2 = 2$  (b).

### 4.1.3 Análisis piezorresistivo

El modelo que se ha simulado corresponde a un material compuesto por una matriz epoxy y MWCNTs como refuerzos. Como se comentó en el capítulo tercero, este material presenta un comportamiento piezorresistivo, de forma que la resistencia eléctrica de la placa experimenta una variación al deformarse. Hasta ahora, solo se ha realizado un análisis electrostático, en el cual se ha analizado la variación que experimenta la resistencia eléctrica de la placa cuando existe una grieta inicial, independientemente de la configuración y características de dicha grieta. En este punto se va a realizar un análisis piezorresistivo para ver si existe diferencia entre realizar un análisis puramente eléctrico y un análisis introduciendo dicho comportamiento piezorresistivo del material. Para ello el análisis se ha realizado considerando el caso de una grieta impermeable, mostrándose los resultados obtenidos en la Figura 47.

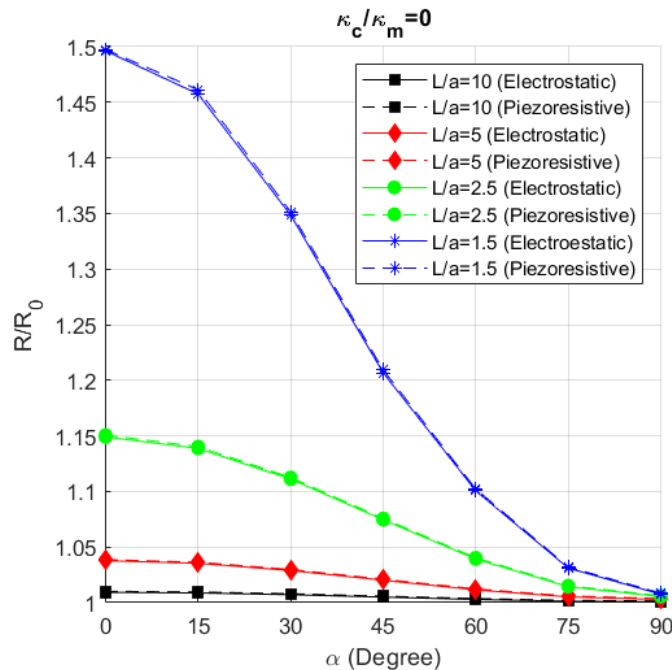


Figura 47: Comparación entre análisis piezorresistivo y electrostático.

De la Figura 47 puede concluirse que, para un caso de grieta estática como el analizado, a penas existen diferencias entre los resultados obtenidos al considerar el efecto piezorresistivo o no, quedando justificado que los resultados obtenidos en el análisis electrostático son válidos para el caso de grieta estática.

## 4.2 Monitorización virtual del crecimiento de grietas

En este segundo punto del capítulo cuatro, se abordará el tema de la monitorización virtual de grietas dinámicas, es decir, grietas que van creciendo progresivamente al estar sometida la placa en cuestión a unos esfuerzos determinados.

Al igual que se hizo en el punto anterior, para realizar el estudio correctamente se va a llevar a cabo un análisis mecánico y un análisis eléctrico.

- Análisis mecánico

El análisis mecánico tiene por objetivo definir la geometría del problema, la configuración de cargas y condiciones de contorno, la definición de una grieta inicial y finalmente analizar el crecimiento de la misma. A través de este análisis seremos capaces de conocer el estado de la grieta y su tamaño en cada momento.



---

- **Análisis electroestático**

Una vez realizado el análisis mecánico, se procederá a diseñar el problema electroestático. A través de este problema se pretende analizar la variación de la resistividad de la placa conforme la grieta va alcanzado una nueva posición a lo largo de su proceso de crecimiento. De esta forma seremos capaces de evaluar la resistencia eléctrica de la placa para cada tamaño de grieta conforme esta va creciendo a lo largo del plano de la placa.

Para abordar este punto se han proyectado dos problemas distintos. Uno de ellos es totalmente idéntico al problema abordado en el caso de grieta estática, es decir, el problema estará compuesto por una placa cuadrada sometida a tracción. La única diferencia es que en este caso no se impondrán esfuerzos en el borde superior de la placa, sino que se impondrá un desplazamiento  $u_y$ .

El segundo problema consiste en una placa rectangular apoyada en dos puntos sometida a flexión. Para ello el problema se ha modelado aplicando un desplazamiento  $u_y$  en dirección y negativa aplicado en el punto central del borde superior de la placa.

Tal y como se comentó previamente, el objetivo es monitorizar el crecimiento de la grieta y ser capaces de analizar la influencia que tiene dicho crecimiento en la variación de la resistencia eléctrica de la placa. Ambos estudios, tanto el mecánico como el eléctrico, se ejecutarán para los dos problemas mencionados.

Por último, cabe destacar que los análisis se realizarán para distintas configuraciones de grieta, es decir, la grieta se definirá inicialmente con distintos ángulos de orientación y posteriormente la grieta crecerá en la dirección que tenga que hacerlo por la naturaleza del problema.

## **4.2.1 Placa con grieta interna**

### **4.2.1.1 Análisis mecánico**

Para desarrollar como se ha llevado a cabo el análisis y la obtención de los resultados de la parte mecánica, se hará una distinción entre los dos problemas comentados previamente, ya que cada uno de ellos presenta una configuración distinta.

En primer lugar, se va a describir la geometría de la placa, configuración de cargas y condiciones de contorno y la definición de la grieta inicial. Posteriormente se dará paso a la justificación del mallado y elementos utilizados. Por último, se finalizará con el análisis de los resultados obtenidos.

Respecto a la geometría, se trata de una placa cuadrada ( $2L \times 2L \times t$ ;  $L = 100\text{mm}$  y  $t = 2\text{mm}$ ), la cuál estará sometida a un desplazamiento uniforme aplicado en el borde superior de la placa ( $u_y = 0,0025\text{m}$ ). Además, se impondrán unas condiciones de contorno en el borde inferior de la placa, de manera que los desplazamientos en dirección  $y$  estarán impedidos en todo el borde inferior y el desplazamiento en dirección  $x$  sólo estará impedido en el punto central del borde inferior (ver Figura 48).

La placa presenta una grieta recta centrada con una orientación que irá variando en cada una de las configuraciones. Los distintos ángulos adoptados para el análisis son  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $75^\circ$ . En la Figura 48 se muestra un esquema que representa la configuración adoptada para el análisis mecánico.

Para el mallado de la placa se han utilizado elementos tipo PLANE182. Con el objetivo de facilitar la definición de la grieta inicial y obtener unos resultados coherentes de crecimiento, la placa se ha dividido en siete áreas distintas tal y como puede verse en la Figura 49.

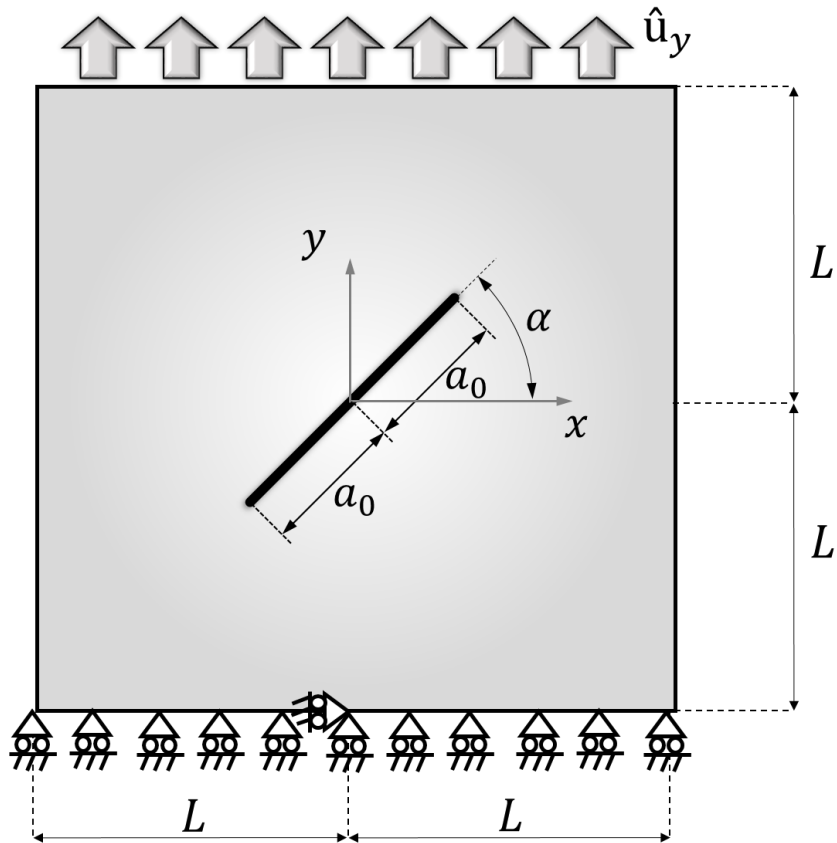


Figura 48: Esquema problema mecánico de placa con grieta inclinada bajo desplazamiento uniforme ( $u_y$ ).

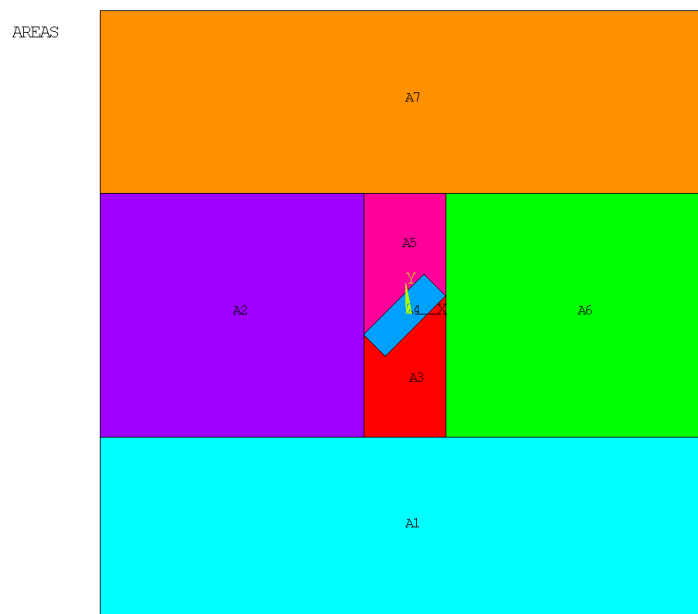


Figura 49: Definición de áreas en problema mecánico de placa traccionada para  $\alpha = 45^\circ$ .

A continuación, se justifica la distribución y definición de las áreas mostradas en la Figura 49:

- En las áreas A1 y A2 se utilizará un mallado “free meshing” que será prácticamente regular. En estas áreas nos interesa que los elementos adjuntos a los bordes superior e inferior de la placa sean lo más regulares posible para facilitar la definición de cargas y condiciones de contorno, y por otro lado,

facilitar en el problema eléctrico la obtención del flujo eléctrico que atraviesa la placa.

- En las áreas A2 y A6 se utilizará también “free meshing” ya que son irregulares. Sin embargo, al igual que ocurre en las áreas A1 y A2 los elementos serán prácticamente regulares. En estas áreas nos interesa tener una distribución de elementos lo más regular posible con el objetivo de obtener unos resultados coherentes cuando la grieta esté creciendo.
- Las áreas A3 y A5 estarán malladas utilizando “free meshing”. En este caso, no nos preocupa demasiado la distribución de los elementos ya que, a priori, cuando la grieta avance no pasará a penar por estas zonas.
- Por último, el área A4 es el más importante de todas ya que en ella se definirá la grieta inicial. Esta área se mallará mediante “mapped meshing” ya que nos interesa definir los elementos y el tamaño de los mismos con la mayor exactitud posible. Dicha área, tal y como puede apreciarse en la Figura 49, está definida de acuerdo al sistema de coordenadas local  $x' - y'$  conforme a la orientación de la grieta

En la Figura 50 se muestra una imagen que representa el mallado utilizado en la placa para el caso concreto de  $\alpha = 45^\circ$ . Para el resto de orientaciones el proceso es análogo.

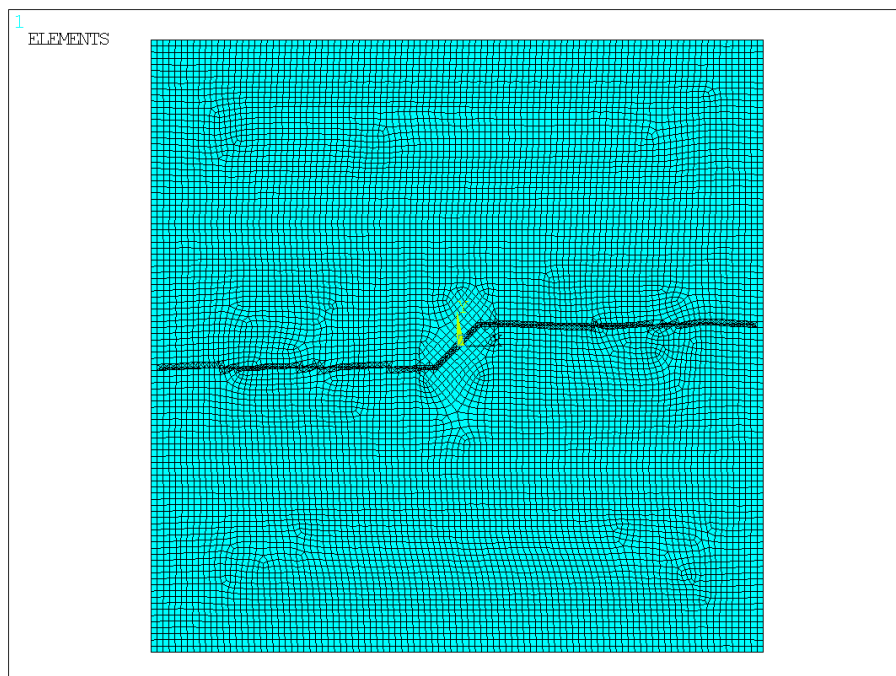
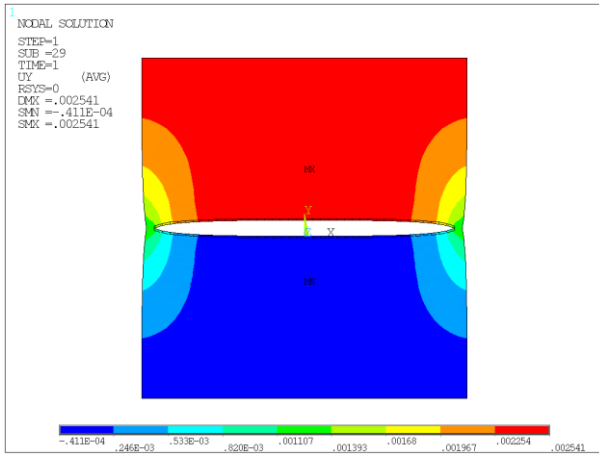
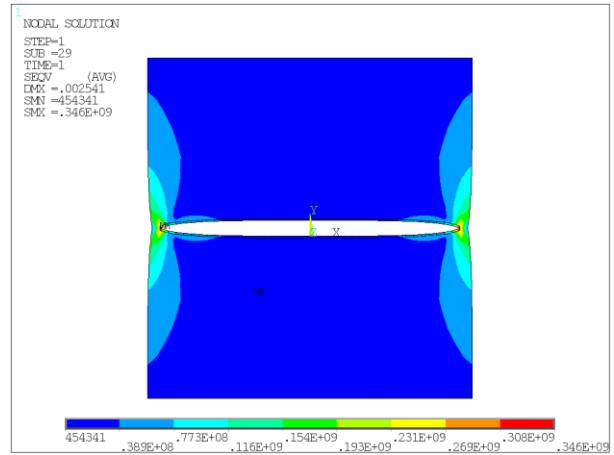


Figura 50: Mallado de placa sometida a tracción para  $\alpha = 45^\circ$ .

Tal y como puede apreciarse en la Figura 50, la definición de la grieta y el avance de la misma está totalmente controlado gracias a la distribución de áreas y elección del mallado explicado anteriormente. A continuación se muestran los isocontornos de desplazamiento ( $u_y$ ) y la tensión equivalente de Von Mises ( $\sigma_{eq}$ ) para el caso de  $\alpha = 0^\circ$  cuando la grieta ha crecido totalmente en la Figura 51. Resultaría interesante visualizar la evolución de los isocontornos de desplazamiento conforme la grieta va avanzando. En la Figura 52 se muestra dicha evolución para relaciones  $a/a_0 = [3, 6, 9, ]$ , donde  $a$  es el valor de la grieta en un instante  $t$  y  $a_0$  es el tamaño de la grieta inicial. Por otro lado, en la Figura 53 y 55 se muestran los isocontornos de desplazamiento ( $u_y$ ) para relaciones  $a/a_0 = [3, 6, 9, 12]$  y la tensión equivalente de Von Mises ( $\sigma_{eq}$ ) para  $\alpha = 45^\circ$ .

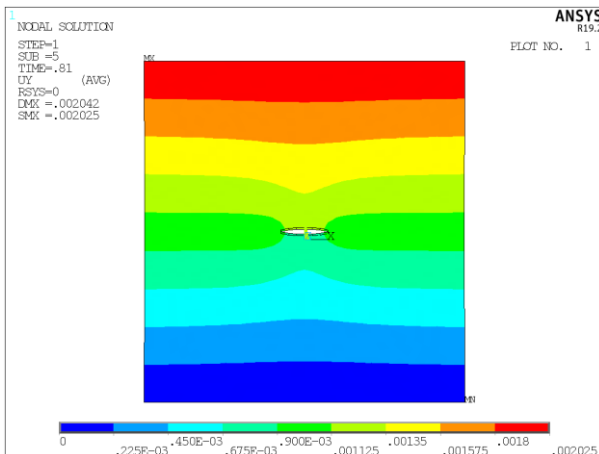


(a)

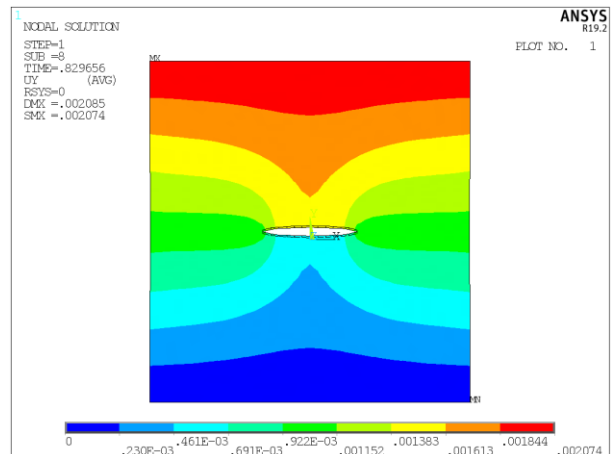


(b)

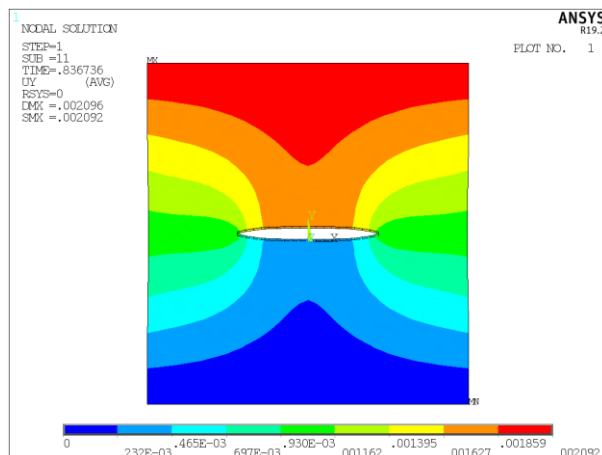
Figura 51: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  (a) y tensión equivalente Von Mises  $\sigma_{eq}$  (b) para  $\alpha = 0^\circ$ .



(a)

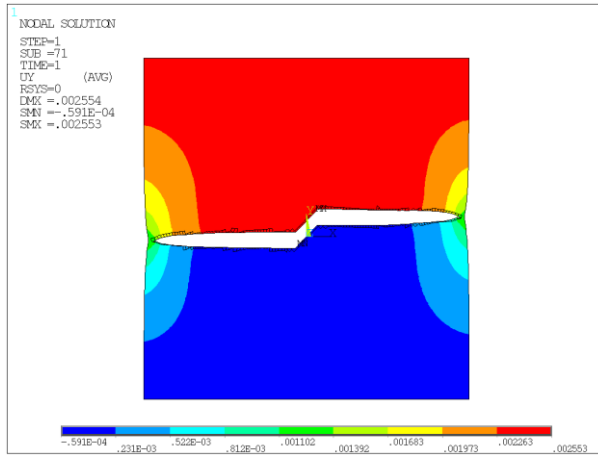


(b)

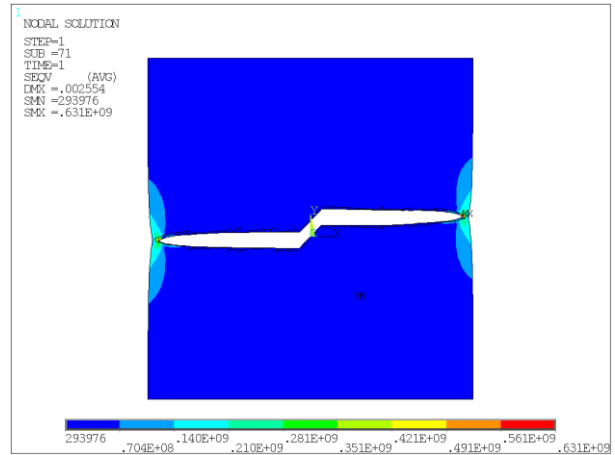


(c)

Figura 52: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y  $\alpha = 0^\circ$  para  $a/a_0 = 3$  (a),  $a/a_0 = 6$  (b) y  $a/a_0 = 9$  (c).

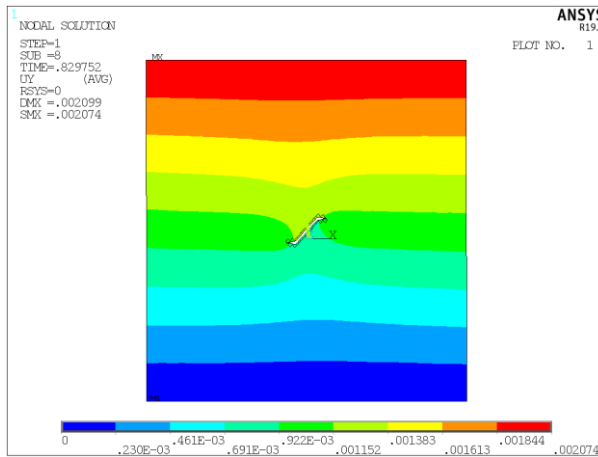


(a)

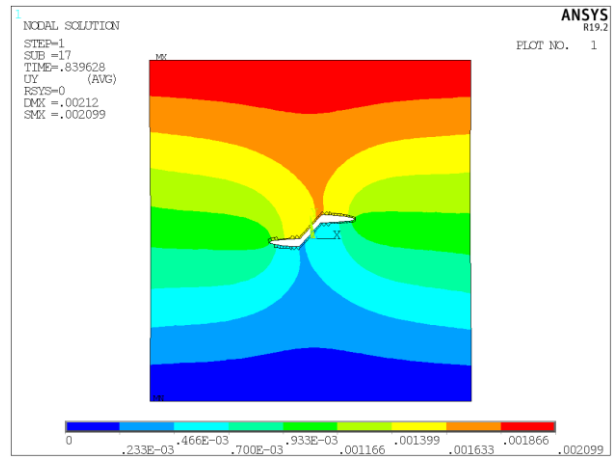


(b)

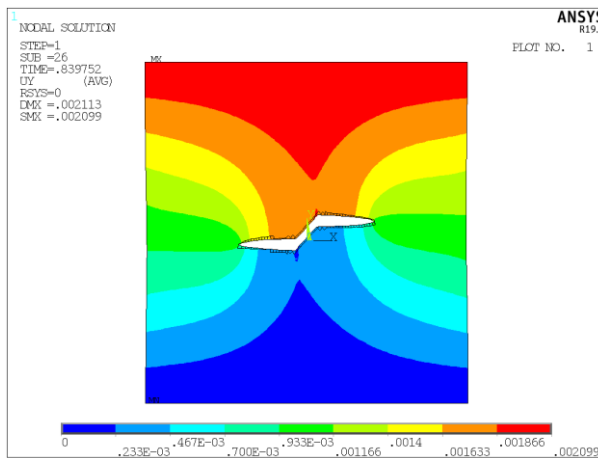
Figura 53: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  (a) y tensión equivalente Von Mises  $\sigma_{eq}$  (b) para  $\alpha = 45^\circ$ .



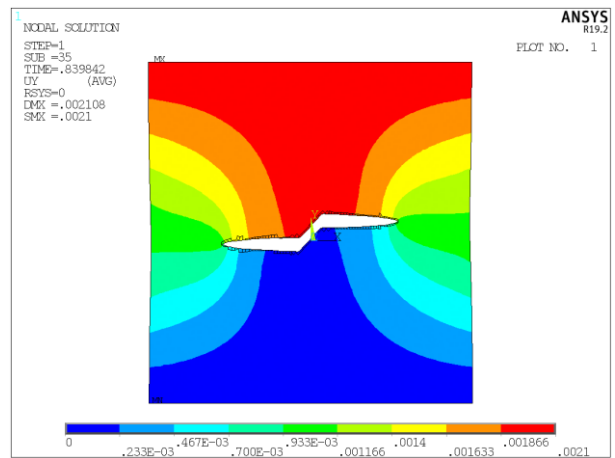
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 54: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y  $\alpha = 45^\circ$  para  $a/a_0 = 3$  (a),  $a/a_0 = 6$  (b),  $a/a_0 = 9$  (c) y  $a/a_0 = 12$  (d).

#### 4.2.1.2 Análisis electrostático

Una vez obtenido los resultados del problema mecánico referentes al crecimiento de las grietas, se dispone de todos los datos necesarios para resolver el problema eléctrico. En este punto se pretende analizar la variación de la resistencia eléctrica de la placa en función del tamaño de grieta. Si el análisis es adecuado y el modelo es coherente, resulta obvio pensar que la resistencia eléctrica de la placa aumentará conforme mayor sea el tamaño de la grieta.

Para modelar el problema eléctrico, en primer lugar es imprescindible imponer que el mallado de la placa sea idéntico al utilizado en el problema mecánico. De esta forma, se podrá definir el crecimiento de la grieta y posteriormente obtener el flujo eléctrico que atraviesa la placa.

Para modelar el problema, se ha supuesto que se colocarán dos electrodos:

- En el borde superior de la placa se colocará un electrodo con un potencial de 10 V.
- En el borde inferior de la placa se colocará otro electrodo que irá conectado a tierra (0 V)

En cuanto a las condiciones de contorno, además de las mencionadas, se impondrá que la densidad de flujo eléctrico en los bordes laterales de la placa será nula, es decir, en esos bordes la placa estará aislada eléctricamente. En la Figura 55 se muestra un esquema que representa el modelo utilizado.

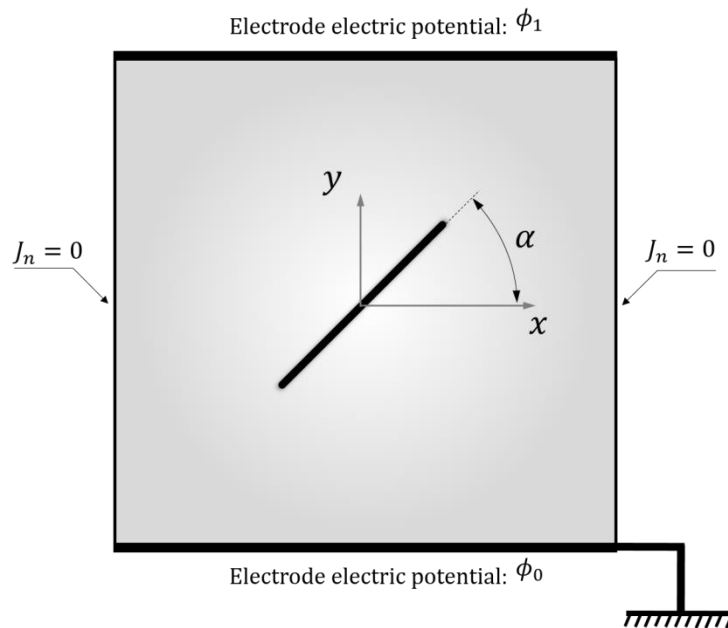
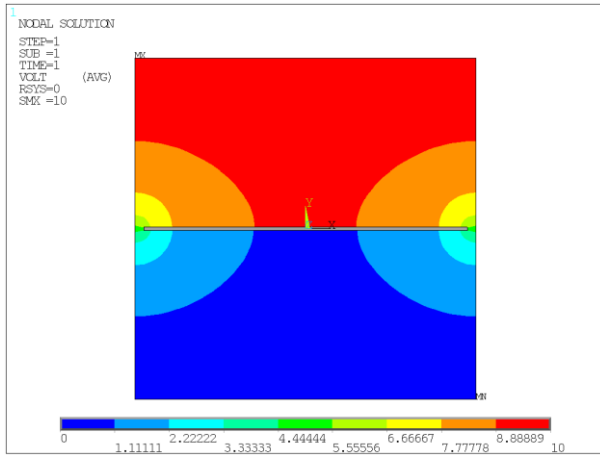
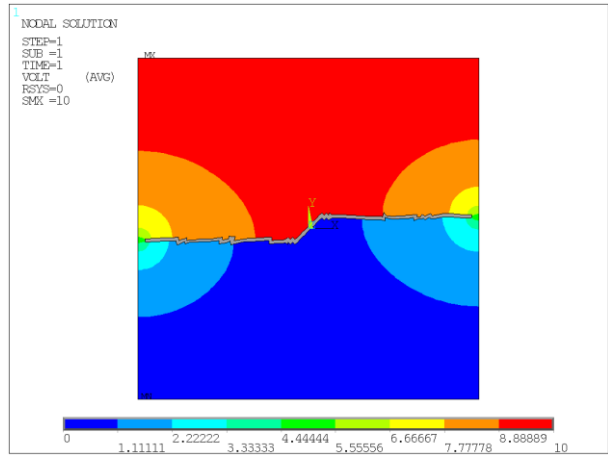


Figura 55: Esquema problema eléctrico de placa con grieta inclinada genérica sometida a tracción.

En la Figura 56 se muestra la distribución del potencial eléctrico tras realizar el análisis del problema en cuestión, para orientaciones de grieta  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ . En las Figuras 57 y 58 se muestra la evolución de la distribución de potencial eléctrico para ángulos de orientación  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$  y diferentes tamaños de grieta. Por último, se muestra en la Figura 59 la variación de la resistencia eléctrica ( $R/R_0$ ) en función del tamaño de longitud de grieta ( $a/a_0$ ).

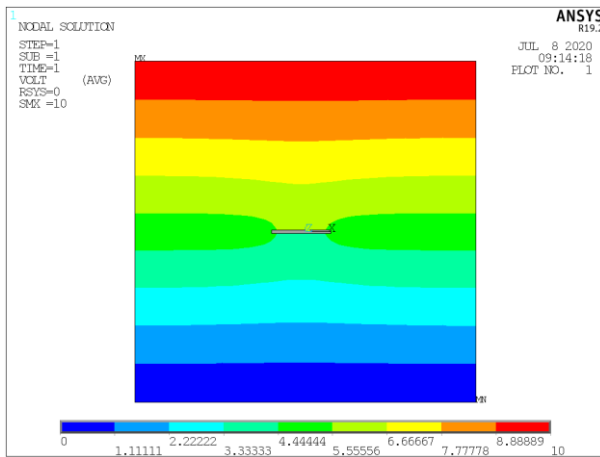


(a)

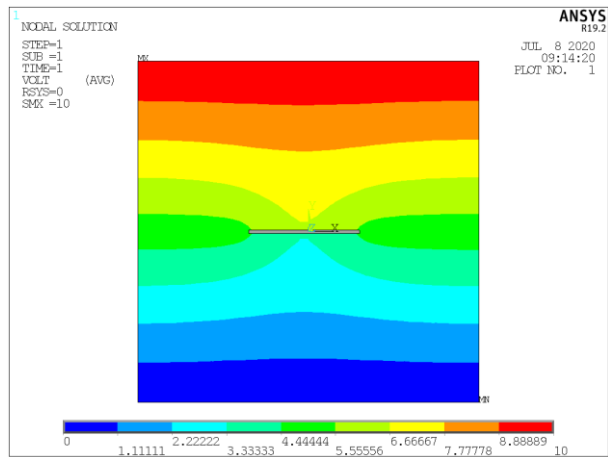


(b)

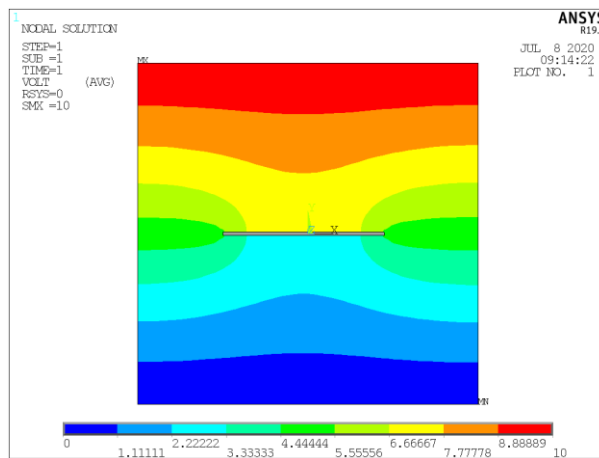
Figura 56: Potencial eléctrico para (a)  $\alpha = 0^\circ$  y (b)  $\alpha = 45^\circ$  el problema de placa con grieta interna.



(a)

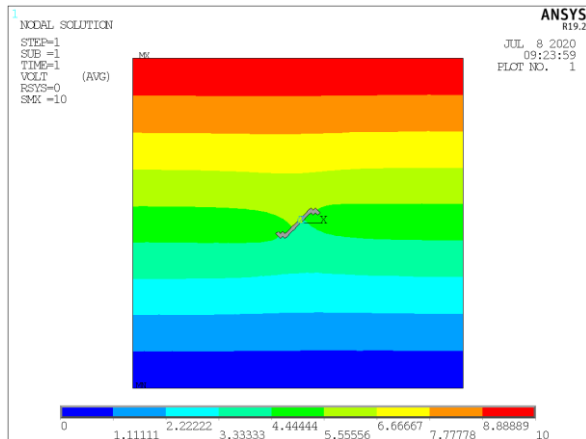


(b)

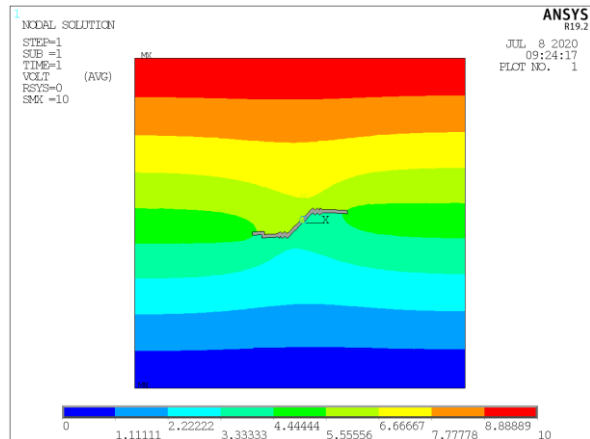


(c)

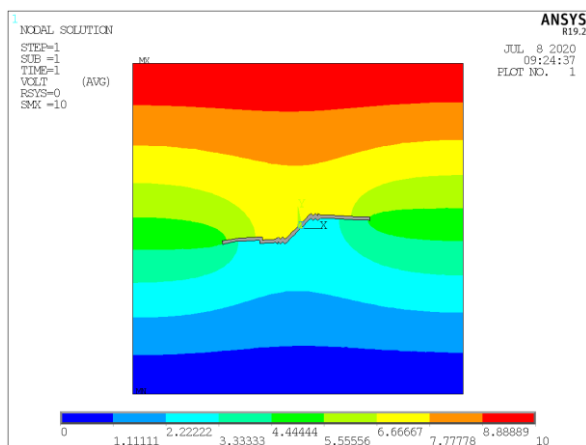
Figura 57: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a tracción para  $\alpha = 0^\circ$ .



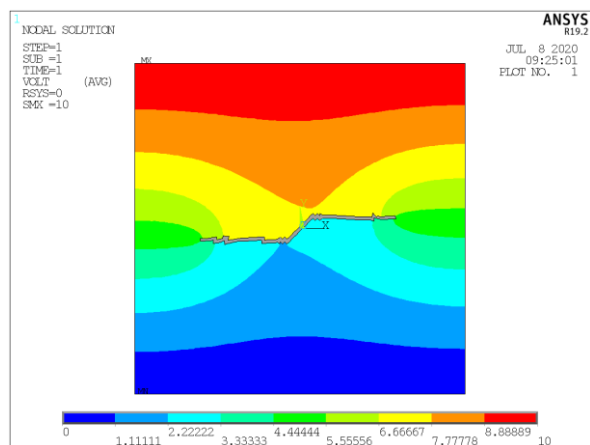
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 58: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a tracción para  $\alpha = 45^\circ$ .

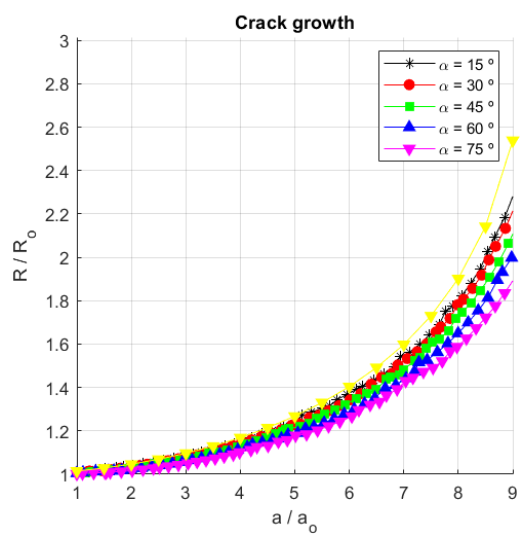
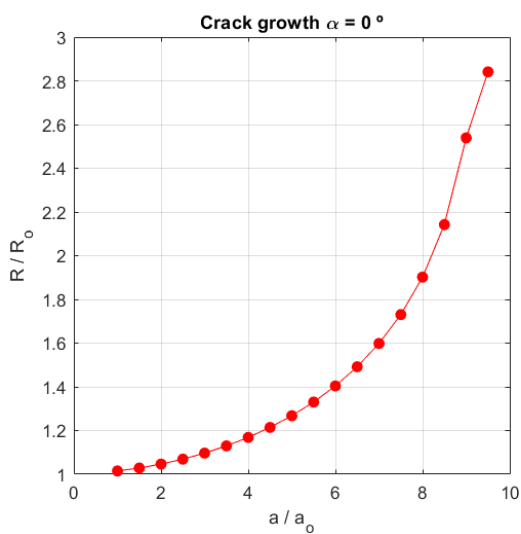


Figura 59: Análisis de la influencia del tamaño de grieta en la variación de la resistencia eléctrica en el caso de placa sometida a tracción para  $\alpha = [0, 15, 30, 45, 60, 75]^\circ$ .



### 4.2.1.3 Análisis piezorresistivo

Al igual que se hizo en el análisis estático de grietas, se va realizar un análisis piezorresistivo para ver si existen diferencias al considerar el efecto piezorresistivo del material o no. La Figura 60 muestra los resultados obtenidos de este análisis, pudiéndose establecer una comparación entre los resultados del análisis electrostático ejecutado previamente y el análisis piezorresistivo.

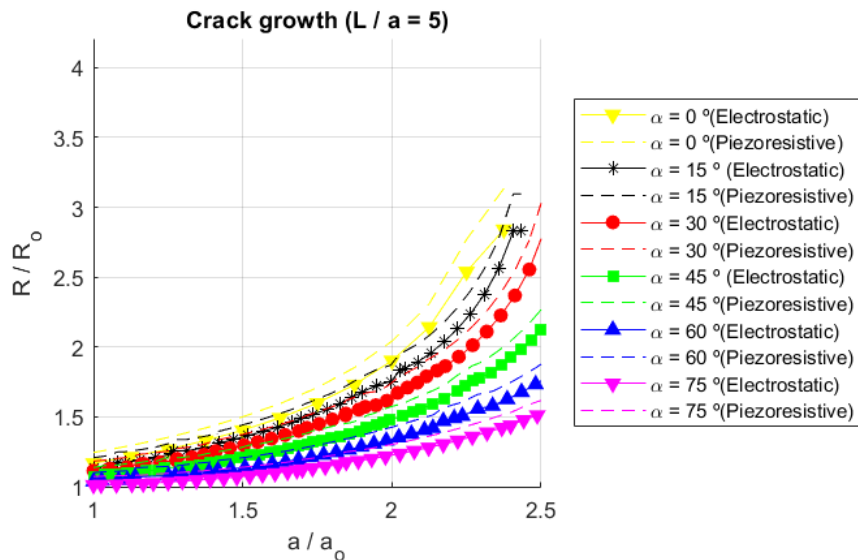


Figura 60: Comparación análisis piezorresistivo y electrostático para placa con grieta interna.

Tal y como puede observarse en la figura anterior, al introducir el efecto piezorresistivo la resistencia eléctrica de la placa aumenta para todas las inclinaciones de grieta analizadas. Sin embargo, hay que destacar que la influencia de incluir o no el efecto piezorresistivo en el análisis es mínimo. El error de considerar o no el efecto resistivo se encuentra en un rango del 4 % y 6 %. Por tanto, puede llegarse a la conclusión de que los análisis previamente realizados sin considerar el efecto piezorresistivo son totalmente válidos.

## 4.2.2 Viga a flexión en tres puntos con defecto de borde

### 4.2.2.1 Análisis mecánico

Al igual que se hizo con el problema anterior, primero va a realizarse una descripción de la geometría de la placa, configuración de cargas y condiciones de contorno y de la grieta inicial. Luego se justificará la malla y elementos utilizados. Finalmente se hará un análisis de los resultados obtenidos.

Se trata de una placa plana rectangular ( $L \times W \times t$ ;  $L = 100\text{mm}$ ,  $W = 30\text{mm}$  y  $t = 2\text{mm}$ ), la cuál estará sometida a un desplazamiento aplicado en el punto central del borde superior de la placa ( $u_y = -0,003\text{m}$ ). Además, se impondrán unas condiciones de contorno en las esquinas inferiores derecha e izquierda de la placa, de forma que los desplazamientos en dirección  $y$  quedan impedidos (ver Figura 61).

La placa presenta una grieta recta localizada en el centro del borde inferior de la placa, con una orientación que irá variando en cada una de las configuraciones. Los distintos ángulos seleccionados para ejecutar el análisis son  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .

Dicha grieta cuenta con un sistema de coordenadas local que no coincide con el sistema de coordenadas global. El sistema de coordenadas global tiene su origen en el borde inferior izquierdo de la placa. Por otra parte, el sistema de coordenadas global está orientado según la grieta, de forma que el eje  $x'$  tiene la dirección del eje de

la grieta y el eje  $y'$  es perpendicular a la misma. Al estar ligado dicho sistema de coordenadas a la grieta, el eje  $x'$  formará un ángulo  $\alpha + \pi/2$  respecto al eje  $x$  global, siendo  $\alpha$  el ángulo de orientación de la grieta respecto a la vertical.

En la Figura 61 se muestra un esquema que representa la configuración adoptada para el análisis mecánico. Para el mallado de la placa se han utilizado elementos tipo PLANE182. Al igual que en el ejemplo anterior, resultó conveniente estudiar la distribución de áreas para posteriormente mallar cada una de ellas y facilitar el cálculo y análisis de resultados. En la Figura 62 se puede apreciar la distribución elegida.

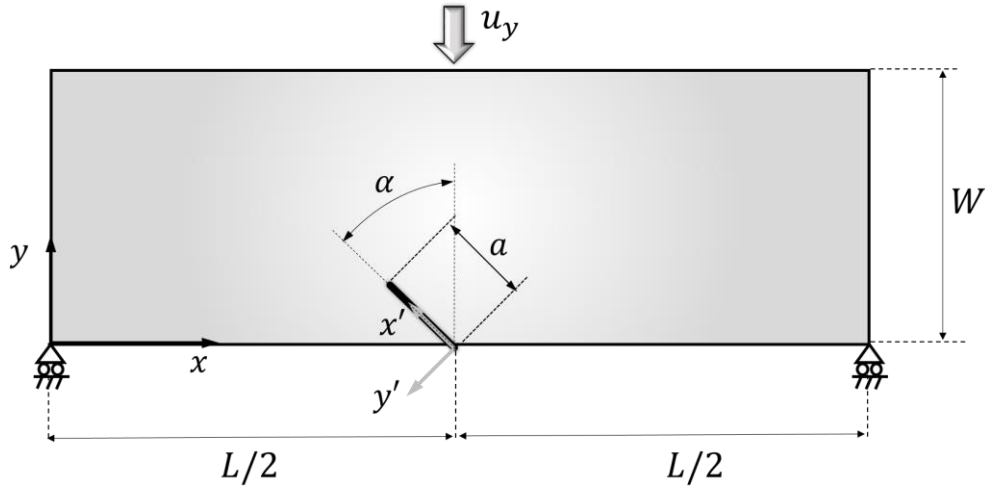


Figura 61 Esquema problema mecánico de placa con grieta inclinada sometida a flexión.

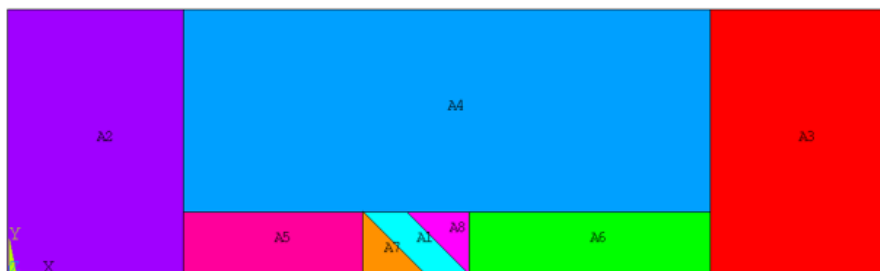


Figura 62: Definición de áreas en problema mecánico de placa sometida a flexión para  $\alpha = 45^\circ$ .

A continuación, se justifica la distribución y definición de las áreas mostradas en la Figura 62 tal y como se hizo en el caso anterior:

- Las áreas A2 y A3 se mallarán mediante “free meshing”. En estas áreas no es vital que los elementos sean regulares, ya que la grieta no atravesará dichas zonas. Sin embargo, tal y como se verá más adelante, los elementos adjuntos a los bordes derecho e izquierdo de la placa son regulares con el objetivo de obtener con exactitud unos resultados coherentes posteriormente en el problema eléctrico.
- En las áreas A5 y A6 se utilizará también “mapped meshing” ya que son regulares. Aún así, estas áreas podrían haber sido malladas mediante “free meshing” ya que la grieta tampoco pasará por ellas.
- Las áreas A7 y A8 estarán malladas utilizando “free meshing” al ser irregulares. A priori la grieta no atravesará dichas zonas, aunque en caso de que lo hicieran sería un recorrido muy corto que no afectaría a los cálculos y obtención de resultados.
- En el área 4 será por donde la grieta avance en su inmensa mayoría. Sin embargo, no ha sido posible utilizar “mapped meshing” al ser un área irregular. Aún así los elementos serán lo mas regulares posible y tendrán forma cudrilátera, lo que facilitará el post-procesado de los resultados.

- Por último, el área A1 es el más importante de todas ya que en ella se definirá la grieta inicial. Esta área se mallará mediante “mapped meshing”, con el objetivo de definir los elementos con la mayor exactitud posible y tener controlado la distribución de los mismos. Dicha área estará definida de acuerdo al sistema de coordenadas local  $x' - y'$  conforme a la orientación de la grieta ( $\alpha$ ).

A continuación, se muestra el mallado utilizado en la placa para el caso de  $\alpha = 45^\circ$ . El proceso es análogo para el resto de orientaciones. En la Figura 63 puede apreciarse el avance de la grieta por cada una de las zonas, quedando de esta forma justificado el mallado utilizado.

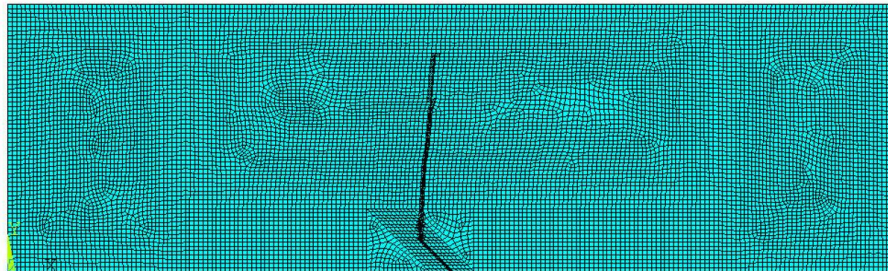


Figura 63: Mallado de placa sometida a flexión para  $\alpha = 45^\circ$ .

Una vez expuesto todo lo relativo a la geometría y mallado del problema, se dará paso al análisis de los resultados. La Figura 64 muestra los isocontornos de desplazamiento ( $u_y$ ) y la tensión equivalente de Von Mises ( $\sigma_{eq}$ ) para el caso de  $\alpha = 0^\circ$  una vez que la grieta ha alcanzado su tamaño final. Tal y como se hizo en el problema de la placa sometida a tracción, se va a mostrar una evolución de los isocontornos de desplazamiento ( $u_y$ ) para diferentes tamaño de grieta. Concretamente se mostrarán las relaciones  $a/a_0 = [1, 2, 3, 4]$ , donde  $a$  es el valor de la grieta en un instante  $t$  y  $a_0$  es el tamaño de la grieta inicial.

Por otro lado, se van a mostrar los resultados obtenidos en cuanto a isocontornos de desplazamiento ( $u_y$ ) y tensión equivalente de Von Mises ( $\sigma_{eq}$ ) se refiere, para el caso de  $\alpha = 45^\circ$  (ver Figura 66). En la Figura 67 se puede ver la evolución de los isocontornos de desplazamiento para distintos tamaños de grieta  $a/a_0 = [2, 3, 4]$ .

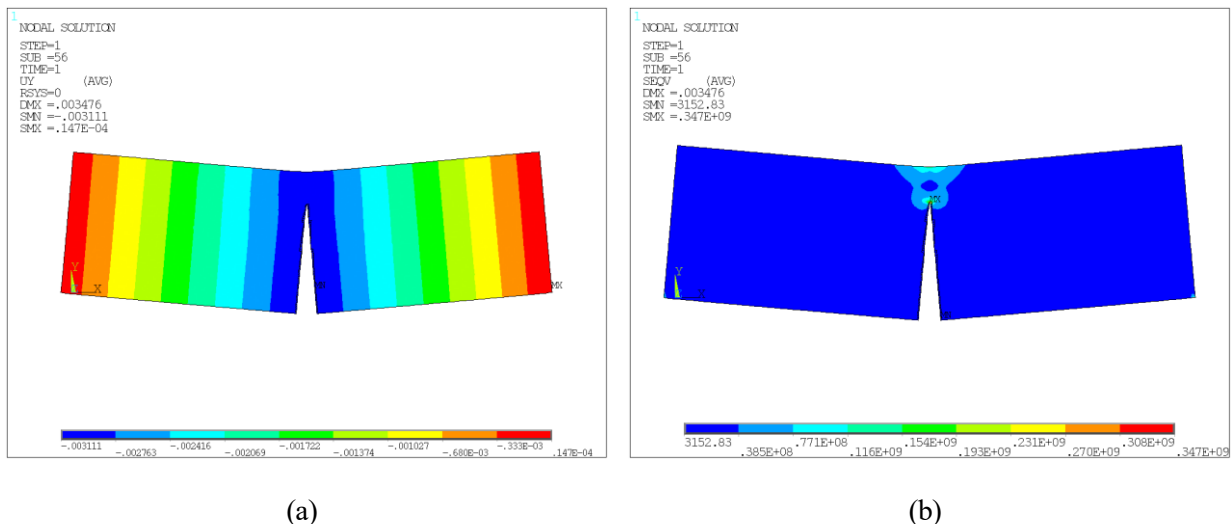
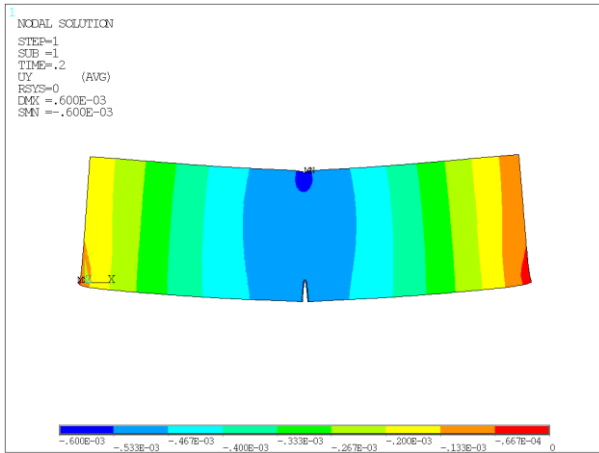
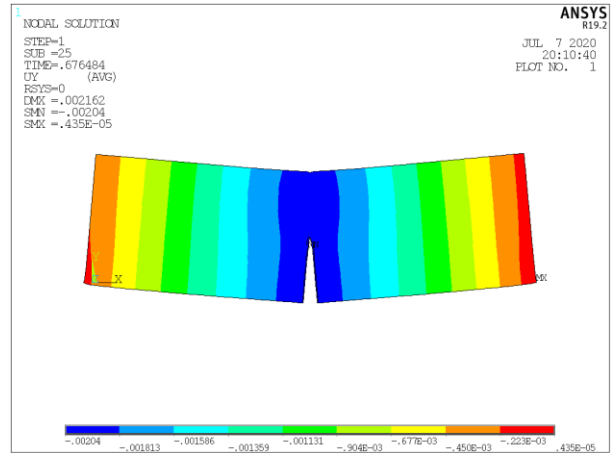


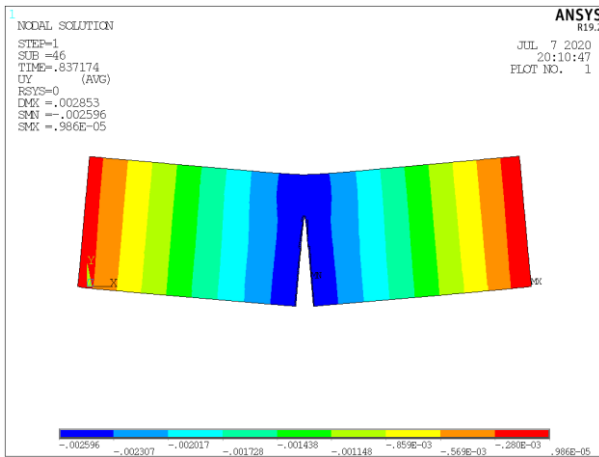
Figura 64: (a) Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y (b) tensión equivalente Von Mises  $\sigma_{eq}$  para  $\alpha = 0^\circ$ .



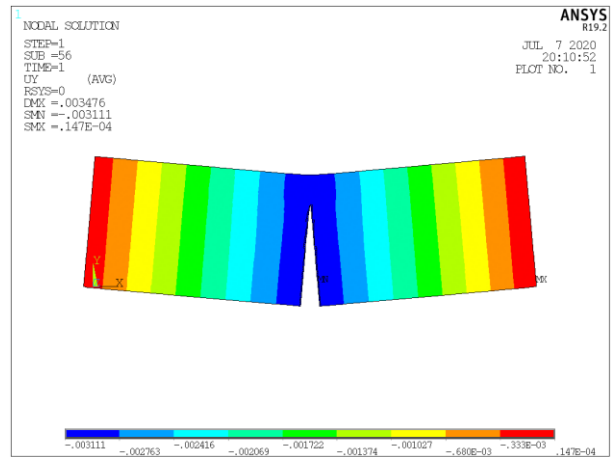
(a)



(b)

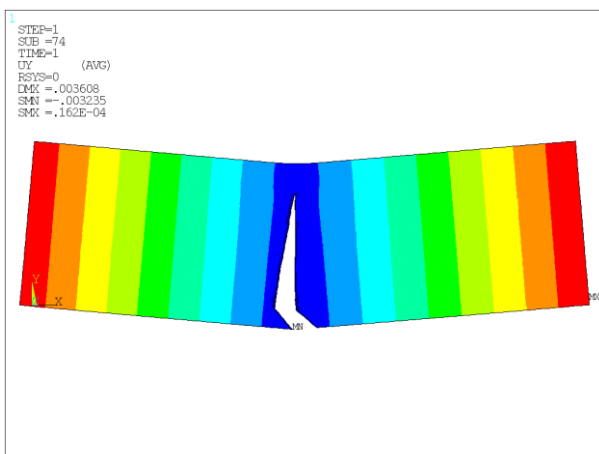


(c)

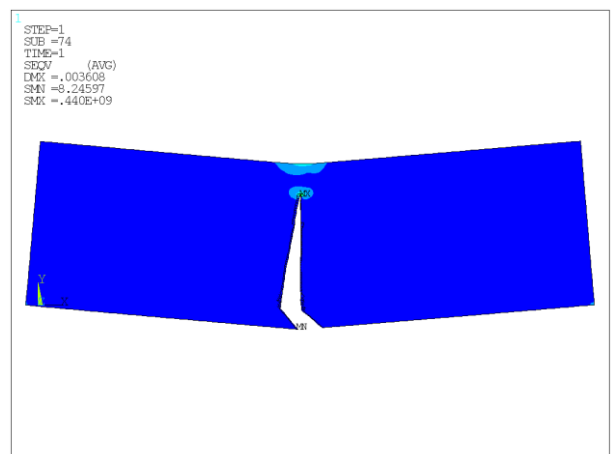


(d)

Figura 65: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y  $\alpha = 0^\circ$  para (a)  $a/a_0 = 1$ , (b)  $a/a_0 = 2$ , (c)  $a/a_0 = 3$  y (d)  $a/a_0 = 4$ .



(a)



(b)

Figura 66: (a) Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y (b) tensión equivalente Von Mises  $\sigma_{eq}$  para  $\alpha = 45^\circ$ .

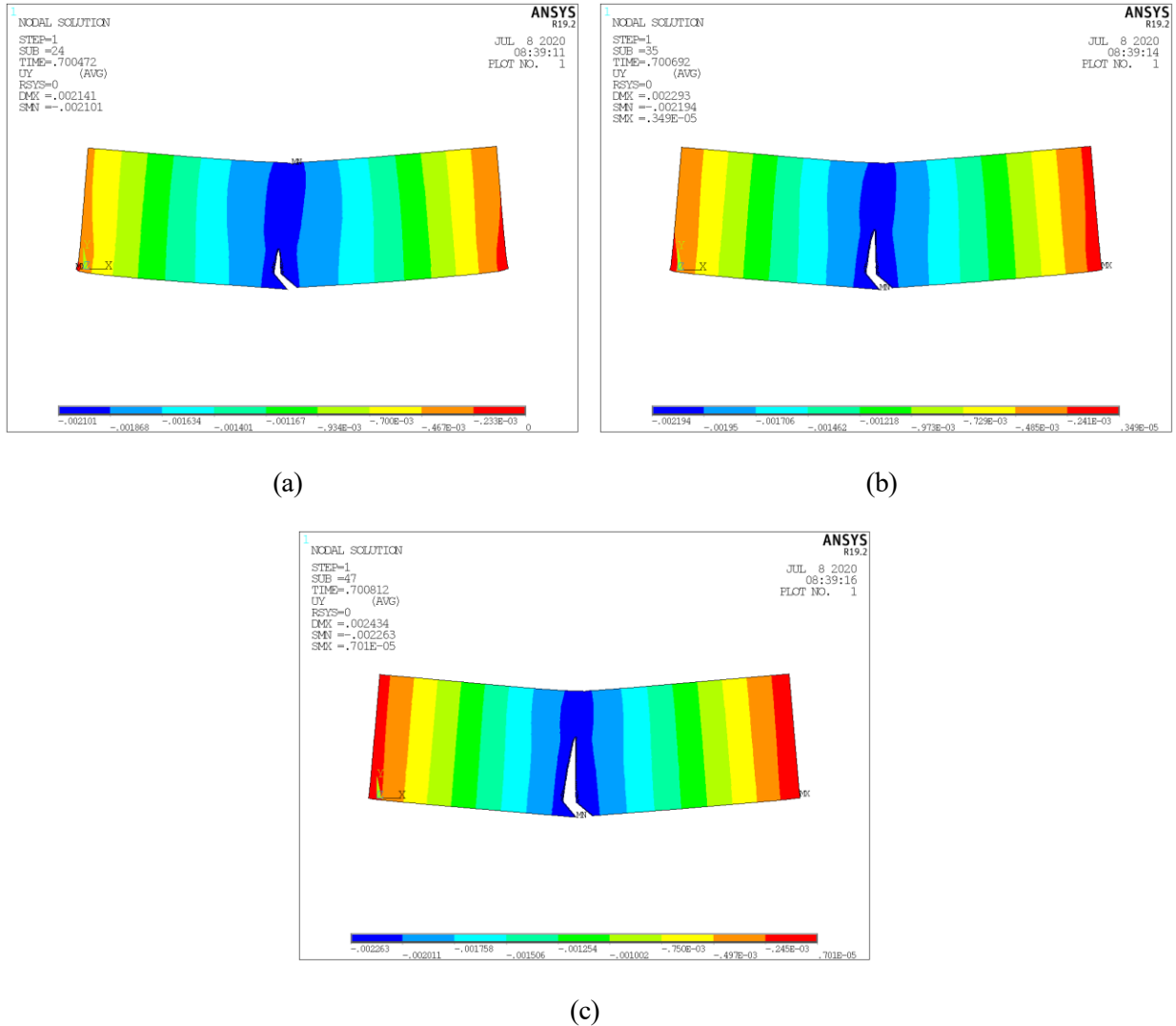


Figura 67: Isocontornos de desplazamientos  $u_y$  y  $\alpha = 45^\circ$  para (a)  $a/a_0 = 2$ , (b)  $a/a_0 = 3$  y (c)  $a/a_0 = 4$ ,

#### 4.2.2.2 Análisis electrostático

En este punto abordaremos el análisis electrostático para el caso de una placa apoyada en dos puntos sometida a flexión, cuya geometría es la misma que la descrita en el apartado de análisis mecánico correspondiente.

En este caso, se coloca en la placa un electrodo que suministra 10 V en el borde izquierdo de la placa y el borde derecho se conectará a tierra. Para el análisis eléctrico se ha utilizado la misma malla que en el problema mecánico. Cabe destacar que los bordes superior e inferior de la placa se encuentran aislados eléctricamente, es decir, la densidad del flujo eléctrico es nula. A continuación, en la Figura 68 se muestra una representación del problema eléctrico planteado.

Una vez descrito el modelo del problema eléctrico aplicado a la placa apoyada en dos puntos sometida a flexión, se dará paso al análisis de resultados. En la Figura 69 se muestra la distribución del potencial eléctrico concretamente para una orientación de la grieta de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ .

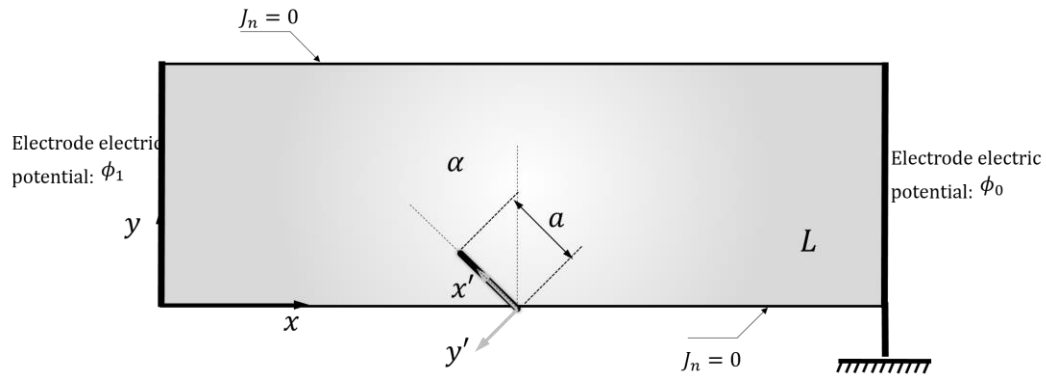


Figura 68: Esquema problema eléctrico de placa con grieta inclinada genérica sometida a flexión.

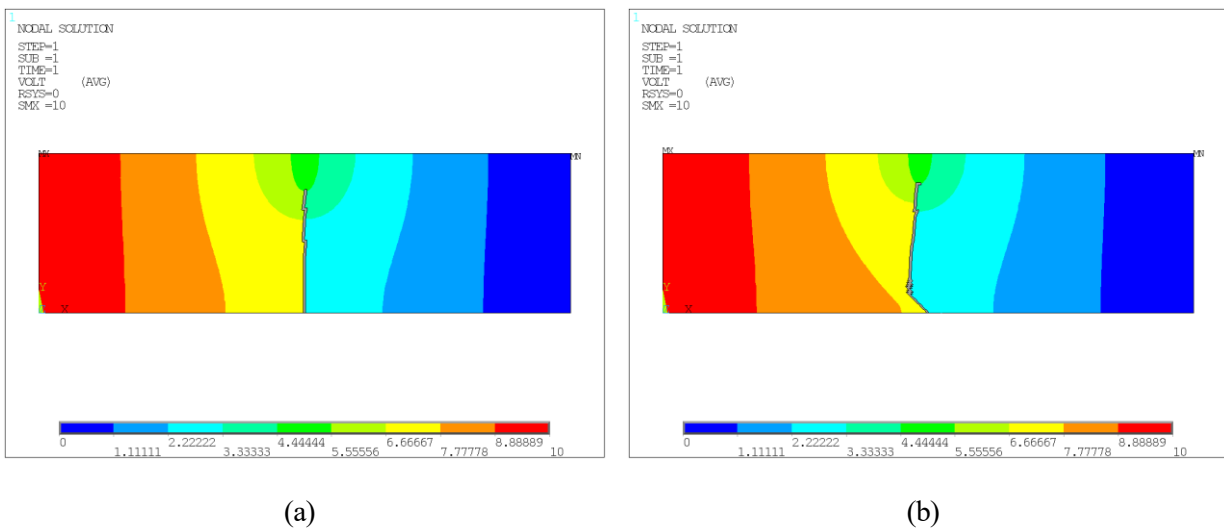
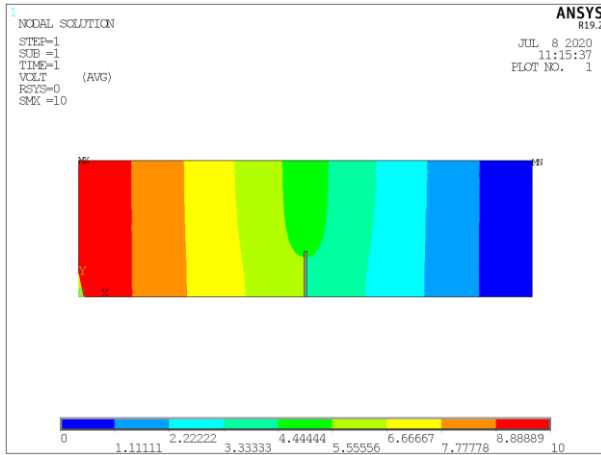
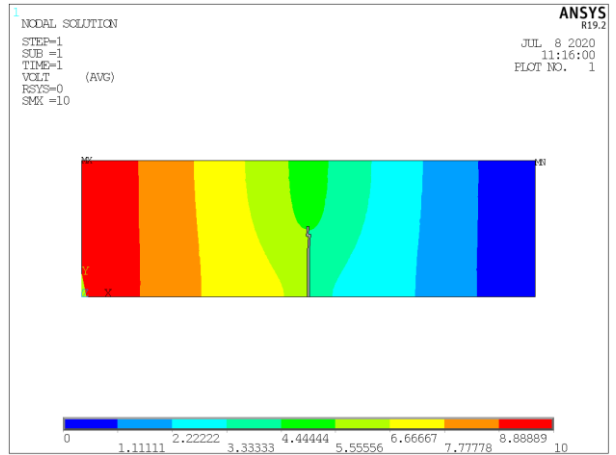


Figura 69: Distribución de potencial eléctrico para el problema de placa sometida a flexión.

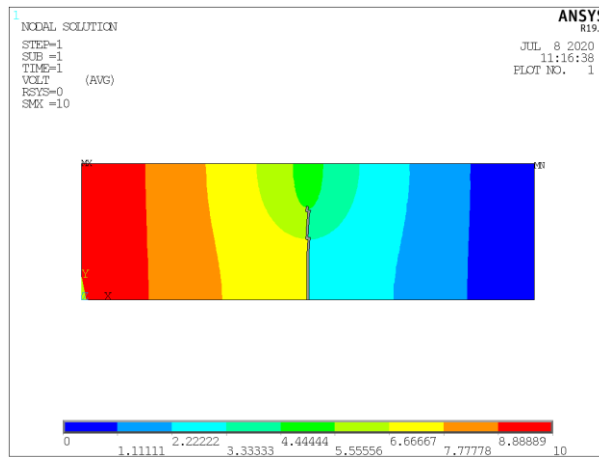
Por otro lado, en las Figuras 70 y 71 se muestran los resultados relativos a la evolución de la distribución del potencial eléctrico para orientaciones de grieta  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ . Para ambas orientaciones se mostrará dicha evolución para un tamaño de grieta  $a/a_0 = [2, 3, 4]$ .



(a)

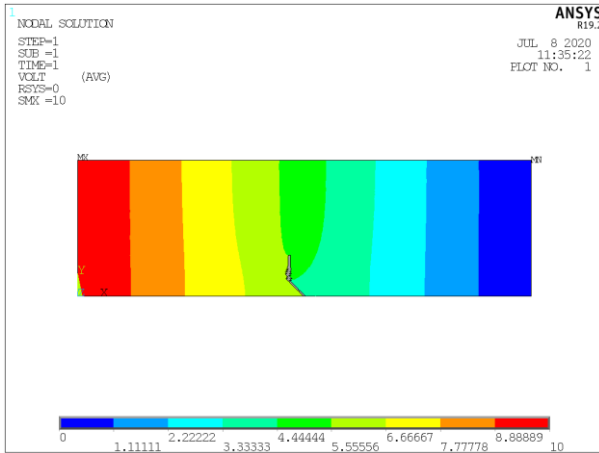


(b)

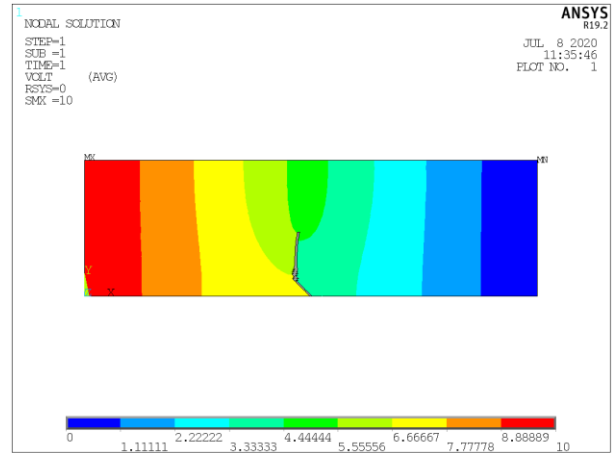


(c)

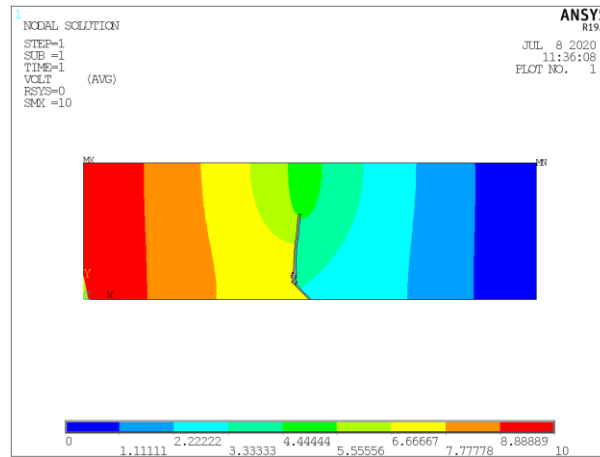
Figura 70: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a flexión para  $\alpha = 0^\circ$ .



(a)



(b)



(c)

Figura 71: Evolución de distribución del potencial eléctrico placa a flexión para  $\alpha = 45^\circ$ .

Por último, se representará la evolución de cambios de la resistencia eléctrica de la placa ( $R/R_0$ ) en función del tamaño de longitud de grieta ( $a/a_0$ ). Dicha evolución se mostrará para orientaciones de grieta tales que  $\alpha = [0, 15, 30, 45, 60]^\circ$  (véase Figura 72).



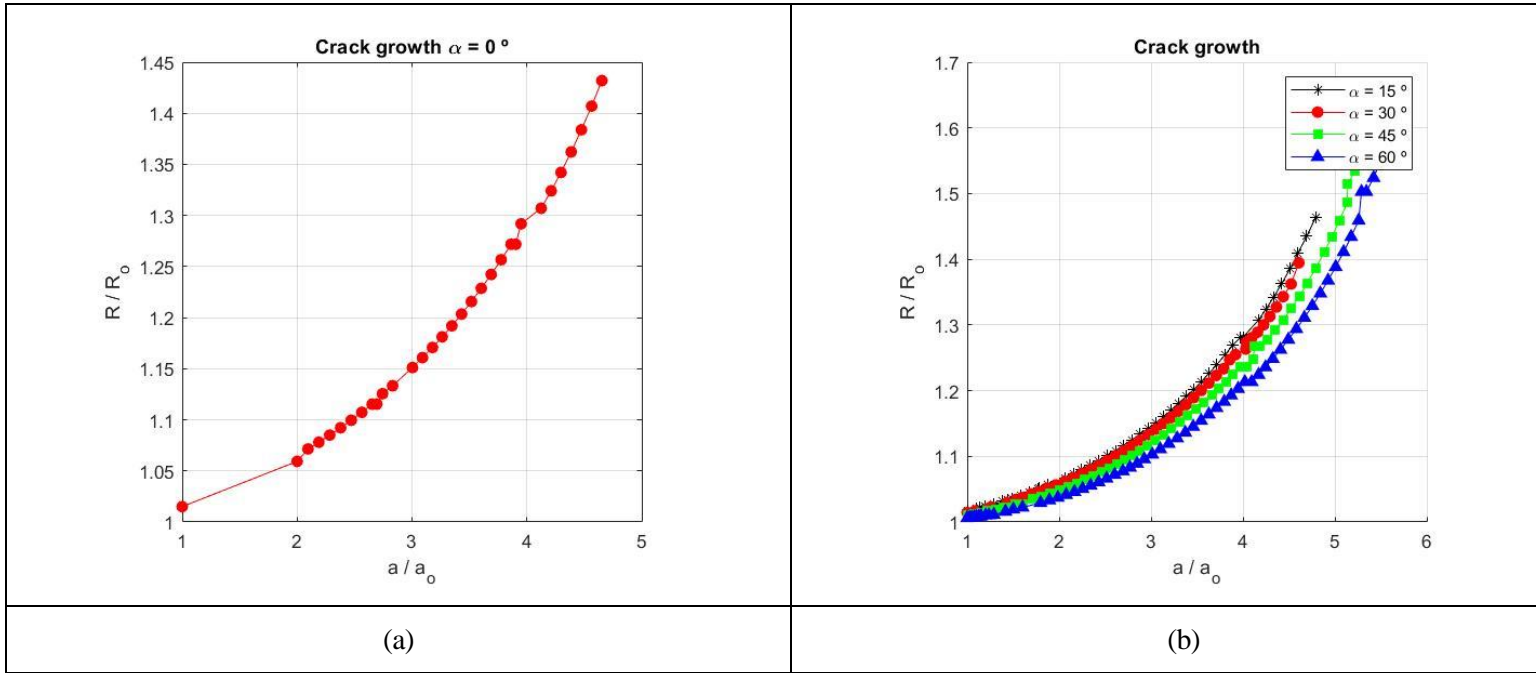


Figura 72: Análisis de la influencia del tamaño de grieta en la variación de la resistencia eléctrica en el caso de viga sometida a flexión en tres puntos para (a)  $\alpha = 0^\circ$  y (b) distintos valores de  $\alpha$ .

#### 4.2.2.3 Análisis de la variación de la resistencia eléctrica frente a la flecha en el caso de viga apoyada sometida a flexión en tres puntos

El último análisis llevado a cabo en el proyecto consiste en ver como varía la resistencia eléctrica de la viga sometida a flexión en tres puntos conforme la flecha aumenta. Para este análisis se ha utilizado una orientación de grieta  $\alpha = 0^\circ$  y considerando todos y cada uno de los pasos de carga que utiliza ANSYS para resolver. De esta forma, podemos analizar si la resistencia eléctrica varía linealmente conforme la flecha aumenta o si por el contrario en algunos momentos permanece constante ya que, a pesar de existir un desplazamiento vertical de la viga, la grieta no crece.

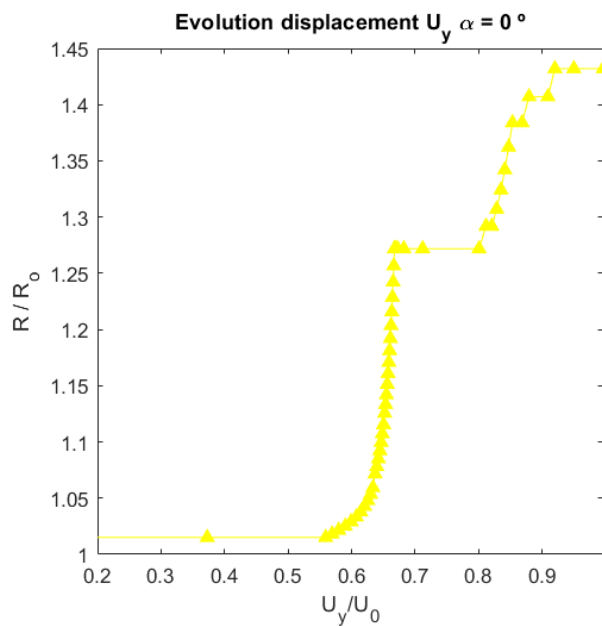


Figura 73: Variación de la resistencia eléctrica en función del desplazamiento vertical de la viga.



---

# 5 RESUMEN, CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

---

Este último capítulo se va a dedicar a desarrollar un resumen que abarque todo el contenido que se ha tratado durante el proyecto, establecer y dar a conocer las conclusiones a las que se ha llegado de acuerdo con los resultados y se mencionarán los posibles trabajos futuros que permitan continuar y complementar el presente proyecto

## 5.1 Resumen

En el presente proyecto se han tratado dos temas bien diferenciados. Por un lado, se ha diseñado un sistema de detección de daño de grieta estática, que permite obtener parámetros de fractura como los factores de intensidad de tensiones en los vértices de grieta y, por otro lado, evaluar la variación de la resistencia eléctrica que experimenta la placa ante la presencia de grietas con distintas orientaciones. Así mismo, se han realizado diferentes análisis considerando diversos valores de la permitividad eléctrica de la grieta (grieta permeable e impermeable), así como el caso en que existan dos grietas de tamaño equivalente a la originalmente considerada.

Por otro lado, se ha desarrollado un procedimiento que permite monitorizar virtualmente el crecimiento de grieta en dos problemas típicos de la Mecánica de la Fractura: placa sometida a tracción con una grieta interna y una viga sometida a flexión en tres puntos con un defecto de borde. Con estos dos problemas ha sido posible establecer un criterio que permite conocer la variación que experimenta la resistencia eléctrica de la placa debido a la presencia de grietas de diferentes tamaño y orientaciones. Además, se ha evaluado la diferencia que existe entre considerar o no el efecto piezorresistivo que caracteriza al material compuesto por matriz epoxy y MWCNTs como refuerzos.

## 5.2 Conclusiones

Este segundo punto se va dedicar exclusivamente a exponer las conclusiones a las que se ha llegado una vez realizado los análisis mostrados en el cuarto capítulo de acuerdo con los resultados que se han obtenido en cada uno de ellos. También se hará una breve referencia dedicada a plantear futuros trabajos para completar el presente proyecto. Las conclusiones a las que se ha llegado tras la realización del proyecto son las que se enumeran a continuación.

1. Se puede concluir que, respecto a la detección de grietas estáticas, el modelo que se ha utilizado es totalmente válido para poder detectar grietas, independientemente de cuál sea su tamaño y configuración. Tal y como se vió en el punto 4.1.1 dedicado al análisis mecánico, los valores de los SIFs obtenidos mediante el análisis numérico convergen al valor analítico conforme se aumenta el número de elementos finitos que componen la grieta, por lo que es recomendable prestar especial atención al mallado utilizado.
2. En el análisis electrostático del punto 4.1.2 se pudo confirmar que, en el caso de grieta impermeable, la placa experimentaba un aumento de su resistencia eléctrica conforme mayor es la relación existente entre el tamaño de la placa y el tamaño de la grieta, experimentándose la mayor diferencia para el caso en que la grieta se encuentre en una posición perpendicular a la dirección de aplicación de la carga.

- 
3. La misma conclusión que la del punto anterior se puede extrapolar al caso de una grieta permeable, cualquiera que fuera la relación existente entre las permitividades de la grieta y del medio.
  4. En el punto 4.1.2.3 dedicado a la medición y detección de varias grietas, se ha podido concluir que en el caso de existir grietas equivalentes a la grieta original, cuanto mayor es la distancia en dirección vertical entre ellas, mas plana es la curva y la mayor variación se experimenta cuando ambas grietas tienen una separación nula en la dirección longitudinal de la grieta. Sin embargo, conforme menor es la distancia vertical entre las dos grietas, la mayor variación de la resistencia eléctrica de la placa se alcanza cuando las grietas están solapadas, lo que hemos llamado grieta “enmascarada”.
  5. Cabe destacar que los resultados obtenidos al realizar un análisis electroestático y un análisis teniendo en cuenta el efecto piezorresistivo son idénticos en el caso de grieta estática.
  6. Respecto al análisis de crecimiento de grieta, hemos sido capaces de capturar la evolución de la resistencia eléctrica de la placa conforme la grieta avanza. Se ha podido concluir que la tendencia creciente de la resistencia eléctrica conforme la grieta crece es común para todas las configuraciones de grieta analizadas.
  7. Se pudo demostrar que, al igual que ocurría en el caso estático, el efecto piezorresistivo es prácticamente despreciable, por lo que se puede concluir que la variación de la resistencia eléctrica es prácticamente independiente de las deformaciones del material y depende exclusivamente de si existe o no grieta y del tamaño de esta.
  8. Por último, se realizó un análisis de la evolución de la flecha en el caso de viga sometida a flexión en tres puntos ó en tres puntos y se puede concluir que, en determinados tramos, a pesar de aumentar el desplazamiento vertical, la resistencia eléctrica no varía. Esto es debido a que en ese momento la grieta no está creciendo, y por tanto la resistencia eléctrica permanece constante.

### 5.3 Futuros trabajos

Por ultimo, se dedica este punto a determinar posibles trabajos futuros para completar y complementar los estudios y resultados obtenidos en este proyecto.

1. En primer lugar, podría plantear la posibilidad de estudiar como afectar la posición y colocación de los electrodos para detectar y monitorizar la grieta, ya que en este proyecto solamente se han situado en los bordes de la placa. Sería interesante estudiar si existe alguna diferencia al colocar los electrodos en otra posición.
2. Otro trabajo posible que se podría plantear para el futuro es realizar una campaña puramente experimental, mediante la preparación de probetas ó de probetas y la ejecución real de ensayos conforme a los procedimientos y métodos desarrollados en el presente proyecto.

---

# REFERENCIAS

---

- [1] Universidad de Málaga, «Materiales compuestos» *Tema 7. Materiales compuestos*, 2005
- [2] Dipen Jumar Rajak, Durgesh D. Pagar, Pradeep L. Menezes, Emanoil Linul « Fiber-Reinforced Polymer Composites: Manufacturing, Properties, and Applications » *MDPI*, 2019
- [3] Luz Stella Arias Maya, Libardo Vanegas Useche «Materiales compuestos Inteligentes» *Scientia Et Technica, Vol. X, Núm. 25*, 2004
- [4] André Duarte B.L. Ferreira, Paulo R.O. Nóvoa, António Torres Marques « Multifunctional Material Systems: A state-of-the-art review » *Composite Structures (Elsevier)*, 2016
- [5] Kundo Park, Diego Scaccabarozzi, Claudio Sbarugfatti, Aberto Jimenez-Suarez, Alejandro Ureña, Seunghwa Ryu, Flavia Libonati, « Coupled health monitoring system for CNT-doped self-sensing composite materials » *Article in Carbon*, 2020
- [6] C. Arribas, M.G Prolongo, C. Salom, M. Sánchez-Cabezudo, R. Moriche Tirado, «Nanocompuestos grafeno-nanotubos de carbono-epoxi influencia de la absorción de agua en las propiedades » *Revista de la Asociación Española de Materiales Compuestos, vol 1, n° 1, pág 1-5*, 2017
- [7] Carlos Isaac Santana Méndez, «Funcionalización de nanotubos de carbono para aplicaciones médicas» *Tesis Doctoral*, 2013
- [8] Behzad Shirkavand Hadavand, Kimya Mahdavi Javid, Mehrnaz Gharagozlou, «Mechanical properties of multi-walled carbon nanotube/epoxy polysulfide nanocomposite » *Article Elsevier*, 2012
- [9] Enrique García-Macías, Luis Rodríguez-Tembleque, Andrés Sáez, «MWCNT/epoxy strip-like sensors for buckling detection in beam-like structures» *Thin-Walled Structurel*, 2018
- [10] I.Q. Celín Lozano Pérez, «Efecto del contenido de segmentos rígidos en las propiedades piezorresistivas de poliuretanos segmentados modificados con nanotubos de carbono» *Tesis Doctoral*, 2014
- [11] LTAS-Computational & Multiscale Mechanics of Materials (CM3) website, *University of Liège*
- [12] A. Negi, G. Bhardwaj, J.S. Saini, Kishore Khanna, R.K. Godara, «Analysis of CNT reinforced polymer nanocomposite plate in the presence of discontinuities using XFEM » *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019
- [13] Ansys help documentation
- [14] L. Rodríguez-Tembleque, F. García-Sánchez, E. García-Macías, F.C. Buroni, A. Sáez, «Crack-induced electrical resistivity changes in cracked CNT-reinforced composites » *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020
- [15] Enrique García-Macías , Luis Rodríguez-Tembleque, Andrés Sáez and Filippo Ubertini, «Crack detection and localization in RC beams through smart MWCNT/epoxy striplike strain sensors » *Smart Materials and Structures*, 2018



---

# Anexo A. Códigos de ANSYS

---

## Deteccción de grietas

Código ANSYS: SIFs L/a=X.txt

Este código calcula los factores de intensidad de tensiones SIFs en el problema de grieta interna estática en una placa sometida a tracción. Concretamente se han desarrollado cuatro códigos para las distancias relaciones  $L/a$ . El código ha sido diseñado de manera que sólo sea necesario introducir el valor del ángulo de inclinación de la grieta para obtener el valor numérico de los SIFs, el número de elementos que definen la grieta y la relación  $L/a$  que se desee. Además calcula el valor analítico de  $K_I$  y  $K_{II}$ .

Código ANSYS: Electroestático L/a=1.5 Grieta permeable.txt

Este código calcula la densidad de corriente para el caso de grieta permeable, es decir, para casos en los que la relación  $\kappa_c/\kappa_m$  sea distinto de cero. Para ello es necesario introducir el ángulo de orientación de la grieta y la relación  $\kappa_c/\kappa_m$  que se desee. Se trata de un análisis electroestático, por lo que será necesario introducir las propiedades eléctricas del material.

Código ANSYS: Piezorresistivo L/a=1.5 Grieta permeable.txt

Este código es similar al anterior, con la diferencia de que se introducirán las propiedades mecánicas, eléctricas y piezorresistivas del material. El output de este programa es también la densidad de corriente.

Código ANSYS: Electroestático varias grietas.txt

Este código modela el caso de dos grietas cuyo tamaño sea equivalente a la usada en los códigos anteriores. Los inputs y outputs de este problema son los mismos que los de los dos códigos anteriores. Sin embargo será necesario introducir los valores  $\delta_x$  y  $\delta_y$ .

---

# Monitorización virtual del crecimiento de grietas

## Código ANSYS: Mecánico grieta interna.txt

Este código modela el caso de una grieta inicial con una inclinación  $\alpha$  que ha de ser introducida por el usuario. El programa calcula las coordenadas de los vértices de grieta en cada paso de carga y filtra aquellos en los cuales la grieta crece. De esta forma, se almacenan en un archivo .txt que se genera automáticamente las coordenadas X e Y de los dos vértices de grieta.

## Código ANSYS: Electroestático grieta interna.txt

Este código utiliza como input el archivo .txt generado anteriormente con los vértices de grieta y realiza un análisis electroestático para calcular la densidad de corriente que atraviesa la placa. Para ello, el programa ha sido diseñado de forma que los elementos en los cuales se encuentre la grieta serán anulados, simulando que en esos elementos no existe material. Generará un archivo .txt con los valores de la densidad de corriente total en cada paso de carga.

## Código ANSYS: Piezorresistivo grieta interna.txt

Este código es similar al anterior, con la diferencia de que se le atribuyen al material las propiedades eléctricas, mecánicas y piezorresistivas para simular el efecto resistivo del mismo.

## Código ANSYS: Mecánico viga flexión.txt

Este código modela el caso de una grieta inicial con una inclinación  $\alpha$  que ha de ser introducida por el usuario. El programa calcula las coordenadas de los vértices de grieta en cada paso de carga y las filtra al igual que el código de análisis mecánico de grieta interna. Este código genera un archivo .txt con los valores de la densidad de corriente en cada paso de carga y otro archivo con la flecha que experimenta la viga en cada paso de carga.

## Código ANSYS: Electroestático viga flexión.txt

El código ha sido diseñado para realizar un análisis electroestático al igual que en el caso de grieta interna, con los mismos inputs y outputs.

## Código ANSYS: Piezorresistivo viga flexión.txt

Igual que el código anterior pero teniendo en cuenta el efecto piezorresistivo.



---

# Anexo B. Códigos de MATLAB

---

## DetECCIÓN DE GRIETAS

Código MATLAB: SIFs.m

Este código recibe como entrada el valor de los factores de intensidad de tensiones obtenidos en las simulaciones de ANSYS para diferentes ángulos de orientación de las grietas y calcula la convergencia de dichos valores a la solución analítica.

Código MATLAB: Estatico\_Variación\_Resistencia.m

Este código utiliza como input el valor del flujo eléctrico obtenido en ANSYS para diferentes relaciones L/a y calcula la variación que experimenta la resistencia eléctrica de la placa para las diferentes relaciones L/a y orientaciones de la grieta.

Código MATLAB: Estatico\_Variación\_Resistencia\_Piezorresistivo.m

Este código es similar al anterior, con la diferencia de que calcula la resistencia eléctrica de la placa cuando se tiene en cuenta el efecto piezorresistivo, mostrando gráficamente la diferencia que existe entre ejecutar un análisis puramente electroestático y un análisis piezorresistivo.

Código MATLAB: Estatico\_Grieta\_Permeable.m

Este código muestra la diferencia que existe en la variación de la resistencia eléctrica de la placa para diferentes orientaciones de la grieta y diferentes relaciones  $\kappa_c/\kappa_m$ .

Código MATLAB: Estatico\_Varias\_Grietas.m

Este código calcula la variación de la resistencia eléctrica que experimenta la placa cuando existe una grieta de tamaño a y dos grietas cuyo tamaño es la mitad de la primera. Así mismo se evalúa dicha diferencia para distintas posiciones y ubicaciones de las grietas, variando la distancia en dirección X entre ambas grietas y la distancia en dirección Y entre ellas.

---

# Monitorización virtual del crecimiento de grietas

Código MATLAB: Grieta\_Interna\_Crecimiento.m

Este código recibe como input el flujo de densidad de corriente para distintas orientaciones de grieta y la posición del vértice de grieta en cada paso de carga que la grieta crece. Con estos datos, calcula la variación de la resistencia eléctrica conforme la grieta va creciendo.

Código MATLAB: Viga\_Flexión\_Crecimiento.m

El código es similar al anterior pero diseñado para el problema de viga a flexión. La diferencia fundamental es que en el código anterior existían dos vértices de grieta y en este problema solo uno, por lo que el código debe ser adaptado para capturar este crecimiento de grieta.

Código MATLAB: Grieta\_Interna\_Crecimiento\_Piezorresistivo.m

Este código permite realizar una comparación entre la variación que experimenta la resistencia eléctrica de la placa en el caso de análisis electroestático y análisis piezorresistivo, para orientaciones de grieta  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 45^\circ$ .

Código MATLAB: Viga\_Flexión\_Crecimiento\_Piezorresistivo.m

Este código realiza la misma comparación que el código anterior pero para el caso de viga a flexión.

Código MATLAB: Viga\_Flexión\_Crecimiento\_Flecha.m

Este código recibe como input el flujo de densidad de corriente, la posición del vértice de grieta durante el proceso de crecimiento y el desplazamiento en dirección Y (flecha) en cada paso de carga. De esta manera, se representa la variación que experimenta la resistencia eléctrica en función del desplazamiento experimentado.