

UNIVERSIDAD DE SEVILLA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



**EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN  
LA ETAPA DE INFANTIL**

**Diseño de una propuesta de intervención**

---

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en educación Infantil

Alumna: Lidia Vega Ballesteros

Tutora: María de la Cinta Muñoz Catalán

Curso 2019-2020

**RESUMEN:** Dada la relevancia de los aprendizajes en la etapa de infantil, una correcta adquisición del Sistema de Numeración Decimal (SND) durante la niñez, resulta esencial para el desarrollo del número en cursos superiores y para la vida adulta. Por eso, en este trabajo se recapitula información acerca de la enseñanza de este sistema, cómo está reflejado en la legislación, las estrategias y recursos utilizadas por el profesorado y cómo lo aprenden los alumnos<sup>1</sup> de la etapa de infantil, basado en las aportaciones de diversos expertos sobre la materia. Así mismo, se incluye una propuesta de intervención didáctica para trabajar estos contenidos en un aula de 4 años, siguiendo las indicaciones de dichos expertos.

**Palabras claves:** Matemáticas, Educación Infantil, Sistema de Numeración Decimal, Valor de posición, Principio de agrupamiento.

**ABSTRACT:** Due to the relevance of learning in Preschool Education, a correct acquisition of Decimal Numbering System is essential for the development of the number in higher school years and adult life. For that reason, this project collects information about teaching the system, how the law regulates it, strategies and resources used by teachers, and how student learn it, based on input from subject matter experts. Moreover, a proposal for didactic intervention is included, to work on these contents in a 4-years-old classroom, following the indications of the experts.

**Keywords:** Mathematics, Preschool Education, Decimal Numbering System, Place value, Grouping principle

---

<sup>1</sup> Declaración de Lenguaje no Sexista: En aplicación de la Ley 3/2007, de 22 de marzo, para la igualdad efectiva de mujeres y hombres, así como la Ley 12/2007, de 26 de noviembre, para la promoción de igualdad de género en Andalucía, toda referencia a personas, colectivos o cargos académicos, cuyo género sea masculino, estará haciendo referencia al género gramatical neutro, incluyendo, por tanto, la posibilidad de referirse tanto a mujeres como a hombres.

## Índice

1. INTRODUCCIÓN-JUSTIFICACIÓN .....	4
2. OBJETIVOS .....	5
3. MARCO TEÓRICO.....	5
3.1. El SND en el currículum .....	5
3.2. Posicionamiento del NCTM respecto al SND en Educación Infantil .....	7
3.3. Definición y características del SND.....	8
3.4. Adquisición del SND en Educación Infantil .....	9
3.5. Recursos y estrategias de enseñanza del SND en Educación Infantil .....	11
4. METODOLOGÍA .....	16
5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.....	19
5.1. Introducción.....	19
5.2. Objetivos.....	20
5.3. Contenidos .....	20
5.4. Actividades .....	20
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	31
7. CONCLUSIONES .....	32
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	33

## 1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son una parte esencial de nuestro día a día, y nos acompañan en todos los aspectos de nuestra vida cotidiana. Es en la etapa de infantil cuando se asientan las bases del aprendizaje de esta ciencia, donde se trabajan los distintos bloques, número y operaciones, álgebra, geometría, medición y análisis de datos y probabilidad, siendo, bajo mi punto de vista, crucial en este periodo el primero de ellos. Es por eso que me voy a centrar en él, más concretamente en un contenido que se inicia en la etapa de Educación Infantil, y en el que se va profundizando a lo largo de la escolarización, el Sistema de Numeración Decimal (en adelante, SND). Si no conseguimos que se asiente este contenido en el segundo ciclo de infantil, será muy complicado que avancen en el mundo de las matemáticas, y eso causará dificultades en la forma de desenvolverse en su día a día.

Mi principal motivación ante este trabajo es un caso real de una chica de 14 años, a la cual doy clases de refuerzo. Ella no interiorizó muchos de los procesos mencionados anteriormente en la etapa de infantil, y esto le está suponiendo un obstáculo actualmente. Le cuesta mucho comprender problemas matemáticos, que están basados en aspectos cotidianos, así como conceptos y operaciones más complejas que se estudian en cursos superiores. Pero sin duda alguna, lo más preocupante es que no controla nada de cálculo mental. Para sumar cualquier cifra, por pequeña que sea, necesita contar, incluso con los números complementarios del 10, algo que resulta preocupante en una persona de 14 años.

Es por esto que he decidido realizar un diseño de propuesta formativa, centrado en prevenir la problemática que describo. Mi propósito en un principio era aprovechar mi situación en un centro educativo como estudiante en prácticas para implementar esta secuencia didáctica en un aula, y posteriormente realizar un análisis tanto del diseño como de las respuestas del alumnado. Sin embargo, ante la inesperada situación que hemos vivido a nivel mundial y que ha supuesto el cierre de los centros educativos (pandemia por Covid-19), me he visto obligada a modificarlo y centrarme solo en el diseño de las actividades, aportando adaptaciones para que puedan ser llevadas a cabo ante esta situación.

Para ello, empezaré indagando en el currículum oficial, y en las ideas de diferentes expertos sobre el contenido matemático en E.I y los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como recursos y estrategias diferentes que pueden usarse para mejorar su comprensión. Tras esto, presentaré una propuesta de intervención didáctica para tratar de prevenir la problemática que

me preocupa, que podría ser implementada en un aula de 4 años. Finalmente, recogeré los resultados y las conclusiones de este trabajo.

## **2. OBJETIVOS**

El reto principal del proyecto es crear una secuencia de actividades para trabajar algunas cuestiones que son esenciales del SND en la etapa de Educación Infantil. Para ello, me he marcado una serie de objetivos para la elaboración del trabajo:

- Comprender el contenido matemático que se debe abordar.
- Conocer las diferentes metodologías y estrategias de enseñanza para aplicarlas en el aula.
- Identificar las estrategias de aprendizaje del alumnado.

## **3. MARCO TEÓRICO**

### **3.1. El SND en el currículum**

La etapa de Educación Infantil se caracteriza por una perspectiva globalizadora, donde el niño descubre y da sentido al mundo que le rodea. Por eso, es muy importante enfocar el pensamiento lógico-matemático a sus experiencias, utilizando objetos y situaciones cotidianas que acerquen los contenidos matemáticos a su día a día, dándole un sentido real y útil para ellos.

Entre todos los aspectos matemáticos, vamos a enfocarnos en cómo se refleja en el currículum el bloque numérico, para conocer qué contenidos se deben trabajar en la etapa y cómo debemos hacerlo.

Para ello, el Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo, solo hace referencia en el bloque “Medio físico: elementos, relaciones y medida” al contenido matemático, aunque en realidad están presentes en todas las áreas.

Esto se completa y detalla mucho más en la ORDEN de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el Currículo correspondiente a la Educación Infantil en Andalucía. Sin embargo, no aparecen reflejados esos contenidos en el mismo bloque, ya que en este caso se encuentran con

el nombre “Elementos y relaciones. La representación matemática”, dentro del área “Conocimiento del entorno”.

Entre los contenidos relacionados con la temática que nos preocupa, aparecen en esta Orden los números cardinales, aplicados a colecciones cercanas y referidos a cantidades manejables - cuánta agua hay, cuántos niños y niñas van a la excursión, este mes tiene 31 días, faltan 4 días para las vacaciones- así como su verbalización y representación mediante la utilización de códigos matemáticos. Sin embargo, podemos observar que son poco específicos y sus pautas están poco definidas, pues por ejemplo utilizan los términos “cantidades manejables” o “colecciones cercanas” sin detallar su amplitud. ¿Dónde está el límite entre un número manejable y uno que no lo es?

Por otro lado, encontramos también en el currículum que *“deben los niños y niñas aprender el procedimiento del conteo como estrategia para estimar con exactitud colecciones de elementos usuales. También así se acercarán, siempre en situaciones funcionales y con sentido, al conocimiento de los nombres y guarismos de los números cardinales. (...) A medida que los niños y niñas contextualizan el uso de los números y se plantean historias inventadas o situaciones reales donde aparecen los números, se acercan a la comprensión de las operaciones numéricas y, por consiguiente, a la noción de problema.”* (p. 33). Como ocurría anteriormente, no marcan pautas a seguir, y sus palabras son poco precisas. Además, apenas encontramos en la normativa procedimientos o metodologías específicas, son muy amplias y aplicables a todos los contenidos.

Como podemos observar, la legislación hace mucho hincapié en la importancia de que todo debe estar siempre relacionado con la realidad y con su vida cotidiana, y propone algunos ejemplos como los días de un mes o los niños que van a la excursión, pero ciertamente es una aportación muy pobre. De hecho, ni siquiera se menciona el SND, ni la necesidad de enseñar los números desde esta perspectiva, solo expone pautas muy escuetas para la enseñanza de los números cardinales y algunas operaciones matemáticas.

Es por ello que tengo la necesidad de recurrir a la opinión de diferentes expertos para conocer en profundidad la problemática y justificar las pautas a seguir en mi propuesta de intervención.

### 3.2. Posicionamiento del NCTM respecto al SND en Educación Infantil

La asociación americana de profesores de matemáticas (en inglés National Council of Teachers of Mathematics, NCTM), es la organización de educación matemática más grande del mundo, y celebra múltiples conferencias para maestros además de publicar 5 revistas (tanto de investigación, como para profesores, con altos índices de calidad).

En 2003 presentaron “Principios y Estándares para la Educación Matemática” (NCTM, 2003), donde se establecen sugerencias y pautas para el profesorado, comprendiendo todas las etapas desde preescolar hasta duodécimo (según el modelo educativo de Estados Unidos y Canadá). En él se establecen seis principios (Equidad, Plan de estudios, Enseñanza, Aprendizaje, Evaluación y Tecnología) y se describen diez estándares, divididos en dos partes: contenido matemático (número y operaciones, álgebra, geometría, medición y análisis de datos y probabilidad) y procesos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación)

En el primero de los estándares, números y operaciones, indican la tarea de los profesores en los primeros años para ayudarles a intensificar el sentido numérico, progresivamente desde el conteo hasta procesos más complejos como el valor posicional, tan importante en el SND. “*Es absolutamente fundamental que los alumnos desarrollen una comprensión sólida de los conceptos del sistema decimal de numeración y de valor posicional*” (p. 85), afirma en este apartado, haciendo especial hincapié en la importancia del número 10.

Al considerar que el aprendizaje debe ser progresivo, destacan la necesidad de trabajar el conteo como algo imprescindible, pues es la base del resto de trabajos con números. Indican que cualquier cosa que puedan contar es válida y motivadora, y que, de esta forma, además se pueden enseñar otros aspectos como que el orden en el que contemos los objetos no alterará el resultado, o que el último número nombrado no sólo representa a ese objeto, sino también el total de esa colección (idea de cardinal).

Es por ello que estos expertos recomiendan ofrecer a los niños muchas experiencias docentes, para desarrollar su comprensión del sistema, a través de actividades manipulativas, incluyendo diferentes representaciones de los números y cómo se escriben: “*La representación simbólica y la manipulación deberían insertarse en las experiencias educativas como otro vehículo para comprender y dar sentido a las matemáticas.*” (p. 98). De hecho, Jung (2011) afirma que “*cuando un niño entiende las relaciones numéricas comprende el significado de los números,*

*desarrollando múltiples y flexibles formas de representarlo. La importancia de desarrollar relaciones numéricas en los primeros años ha sido destacada porque ayuda a los niños a construir una buena base para desarrollar una comprensión más sofisticada del número y la cantidad.”* (p. 551), apoyando la postura de la necesidad de crear muchas oportunidades y estrategias, para dar sentido al número.

Como podemos observar, el NCTM apoya nuestra idea principal. Destaca ante todo la importancia de conocer los números, así como los principios fundamentales del SND, dando orientaciones al profesorado sobre la mejor forma de llevarlo a cabo. Así mismo, enfoca su trabajo hacia la importancia de dar un sentido real a las matemáticas, contextualizado, para que los niños no lo vean como algo aislado e inútil.

### **3.3. Definición y características del SND**

El SND es el sistema de numeración utilizado prácticamente en todo el mundo. Los símbolos que lo componen son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, y se rige por tres principios: el valor posicional (el valor del símbolo depende de la posición que ocupe dentro del número), el principio de agrupamiento y el valor del cero.

En el sistema de numeración decimal, la base es 10, que es lo que define la relación que existe entre las unidades de distinto orden. Así, 10 unidades equivalen a una decena, y 10 decenas a una centena, (Muñoz-Catalán y Liñán, 2018). Además, sigue un principio de ordenación descendiente de izquierda a derecha, es decir, cada uno de estos grupos ocupa un lugar, comenzando por la izquierda con la máxima agrupación (por ejemplo, en el número 203, la máxima sería la centena), y siguiendo hacia la derecha pasando por todas las agrupaciones inferiores hasta llegar a la menor (unidades).

El sistema de numeración posicional supone una gran diferencia con respecto a otros sistemas, que presentan problemas de agrupación y simbología, ya que en este caso los símbolos siempre son los mismos, y su valor depende de la posición en el número. Además, el 0 juega un papel muy importante: *“En la muestra anterior (siendo esta 203), podemos decir que la cifra que ocupa el lugar de las decenas es 0, lo que no significa que no tenga decenas, sino que todas han sido agrupadas en centenas; podemos decir que 203 tiene 20 decenas. Incluso, considerando partes de una decena, podríamos decir que 203 tiene 20,3 decenas”* (Muñoz-Catalán y Liñán, p. 63). Por tanto, la presencia del 0 indica que en una unidad de orden



determinada no ha quedado ningún elemento suelto, y todos han podido agruparse en la siguiente.

Por lo tanto, podemos resumir las ideas principales del SND que debemos tratar en la etapa de infantil en las siguientes:

- Valor de posición
- Principio de agrupamiento
- Valor del 0

Sin embargo, para desarrollar estos principios, es muy importante trabajar la comprensión del número, pues es la base para el resto de los procesos. Para ello resulta imprescindible el conteo, que es un proceso matemático con un papel crucial en el desarrollo del sentido numérico. Las actividades de conteo promueven las relaciones numéricas que contribuyen a la comprensión del número y las relaciones aritméticas. (Op. Cit. 2018, p. 43).

Además, también resulta imprescindible el esquema parte-todo, que permite ver de una forma flexible el número. Este esquema implica reconocer que los números pueden ser descompuestos en “partes”, que se pueden combinar para conseguir el “todo”, y que este último es mayor que las partes. Conforme el dominio de los números se va desarrollando, se empieza a comprender como el elemento articulador del sistema de numeración decimal. Por un lado, se comprende que “*los números están formados por unidades de órdenes distintos (unidades, decenas, centenas, etc.)*”; por otro, que existen muchas combinaciones para formar un número y diversas maneras de representarlo; y por último se consigue “comprender los fundamentos matemáticos de los algoritmos formales”. (Op. Cit. 2018, pp. 51-52).

### **3.4. Adquisición del SND en Educación Infantil**

Para enseñar bien cualquier contenido, un docente debe conocer cómo adquiere o aprende el alumnado esa información. Relacionado con la temática que nos atañe, y dado que el principio de agrupamiento, el valor de posición, y el valor del 0 son la base del SND, Alonso (2016), citando a Fuson (1998), presenta un modelo sobre el desarrollo de la comprensión del valor de posición, destacando las estructuras conceptuales que usan los niños para significar las cifras en cada fase. La primera fase es “concepción de los multidígitos como elementos unitarios”, que quiere decir que los números no se ven como partes, sino como una totalidad (46 no se ve como 40 y 6, sino como el conjunto 46). La segunda sería “concepción de dieces y unos”, donde

empiezan a comprender el concepto de decenas y unidades (en 46 verían 40 más 6). La tercera es “concepción de los unos y dieces como secuencias”, donde cada decena es un grupo (4 decenas más 6). La “concepción de los unos y dieces como elementos separados” sería el cuarto, donde las colecciones se transforman en elementos unitarios (cuatro grupos de “dieces” y seis grupos de unos). El quinto, “concepción de los dieces como la integración de secuencias separadas”, permite que los niños generen relaciones bidireccionales entre palabras, números y cantidades (grupos de diez elementos, un elemento con valor de diez). Por último, “concepción de los dígitos simples como elementos concatenados”, donde el dígito toma un valor según su posición en la cifra.

Sin embargo, para poder llegar a este punto, es muy importante el dominio de la secuencia numérica. Esta se concibe inicialmente como un bloque compacto y sin sentido, que va evolucionando poco a poco, ampliando así la conciencia del número. En esta evolución se mejora la comprensión del número, y lo más importante, las relaciones numéricas, dándonos una visión flexible del número. Es por ello que resulta imprescindible una correcta adquisición de la secuencia numérica. En la construcción de esta se distinguen tres fases, según Fuson (1992), que pueden coexistir. Las partes son las siguientes:

- Parte I: Estable y convencional. Siempre se recita el mismo conjunto, en el mismo orden, y correspondiendo al SND de su idioma. Suele ser con los números del 1 al 9, y va aumentando poco a poco hasta que se consolida hasta convertirse en la única parte.
- Parte II: Estable y no convencional. La secuencia se enumera en un orden incorrecto, o se emiten elementos, pero siempre se hace de la misma forma. Suelen ser los números del 10 al 19 (por ejemplo, “10, 11, 12, 14, 15, 18, 20”).
- Parte III: No estable y no convencional. La secuencia no sigue orden ni tiene significado, y cada vez se hace de una forma diferente. Suelen ser los números a partir del 20 (por ejemplo, “25, 46, 32, 54, 30, 43...”). (Fuson, 1992, en Muñoz-Catalán y Liñán, 2018, pp. 53 y 54).

Finalmente, vemos también como Fuson, Richards y Briars (1982), analizan la adquisición y elaboración de esta secuencia numérica estableciendo dos fases, la de adquisición, donde se aprende la secuencia como un bloque compacto, y la de elaboración, que se divide a su vez en cinco niveles.

El primer nivel es el llamado “nivel de cuerda o repetitivo”, en el que el niño puede repetir la secuencia como si de una canción se tratase, comenzando siempre por el número uno, y no diferencia unos términos de otros.

El segundo es “nivel de cadena irrompible o incortable”, donde ya sí diferencia los números, pero no puede empezar a recitar la secuencia si no es desde el uno.

El siguiente es “nivel de cadena rompible o cortable”. En esta fase pueden comenzar desde un número diferente al uno, pero siempre en sentido ascendente. Se inician las habilidades para comenzar a hacerlo de forma descendente.

A continuación, encontramos “nivel de cadena numerable”, donde se entiende cada número, y se pueden contar  $n$  desde  $a$  para conseguir  $b$ , y contar desde  $a$  hasta  $b$  dando como respuesta  $n$ .

Por último, “nivel de cadena bidireccional”, en el que la secuencia puede hacerse de forma ascendente o descendente, comenzando desde cualquier número.

### **3.5. Recursos y estrategias de enseñanza del SND en Educación Infantil**

Por último, presentamos diferentes estrategias y recursos que pueden utilizar los docentes para trabajar el SND en las aulas de Educación Infantil.

Considero que lo primordial en este apartado es comenzar por el “Modelo de traslaciones entre múltiples representaciones” (Lesh, Post y Behr, 1987, en Muñoz-Catalán, 2018, p.15), cuyo esquema podemos observar en la figura 1. Con este modelo nos animan a presentar el contenido matemático de múltiples formas, para facilitar su comprensión al alumnado. Muñoz-Catalán (2018) presenta una adaptación de este modelo, explicando cada una de esas cinco representaciones. *“Los gráficos y los modelos manipulativos son representaciones icónicas por su relación de semejanza con la situación representada. (...) El símbolo matemático y el lenguaje verbal son representaciones de naturaleza simbólica y convencional. (...) La categoría de situaciones reales es un sistema de representación clave en Educación Infantil y debería ser el vehículo de trabajo de los contenidos matemáticos, con el fin de que estos se conviertan en herramientas para comprender su mundo.”* (p. 15).

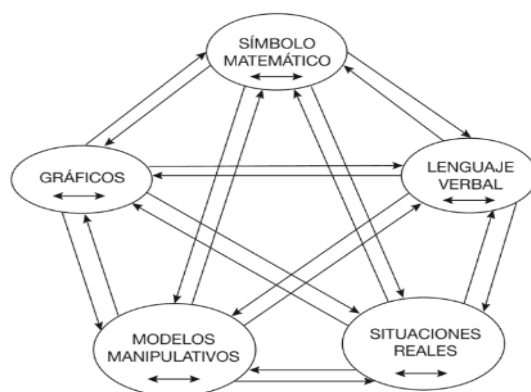


Figura 1: modelo de traslaciones entre múltiples representaciones  
(adaptado de Lesh, Post y Behr, 1987, en Muñoz-Catalán, 2018, p. 15)

La clave de este modelo se encuentra en las flechas bidireccionales, tanto las que unen las diferentes representaciones, como dentro de cada una de ellas. *“Según los autores citados, comprender una idea no solo significa ser capaz de asociarla a una representación concreta determinada, sino que significa ser capaz de reconocer las similitudes entre varias representaciones diferentes que muestran la idea matemática, siendo dichas representaciones pertenecientes a un único o a distintos sistemas de representación.”* (p. 16).

Por otro lado, si nos centramos en las estrategias para trabajar el valor de posición, NCTM (2003) sugiere que no tenemos que esperar a que el alumnado desarrolle por completo las estructuras relativas al valor posicional, que ellos solos con las estrategias que inventan para calcular, fomentan la comprensión de este, *“Cuando estos problemas surgen en contextos interesantes, descubren con frecuencia formas de resolverlos que incorporan su conocimiento del valor posicional y profundizan en él, en especial si se les da oportunidad de discutir y explicar las estrategias y los enfoques empleados”* (p. 86). Para ello, proponen que el profesorado haga preguntas y plantee problemas como, por ejemplo, encontrar un número con 10 unidades más que otro.

Otros expertos como Steffe (1990) y Kamii (1986) señalan que son necesarias las composiciones y descomposiciones para dotar de sentido al número, manejar la relación de parte a todo, para comprender el valor de posición. De hecho, son muchos los autores que destacan la importancia del esquema parte-todo en la etapa de Educación Infantil. Jung apunta que los niños que no entienden las relaciones parte-todo encontrarán problemas para resolver

operaciones matemáticas como la adición o la sustracción: “En un estudio con preescolares, por ejemplo, Fischer (1990) encontró que los estudiantes en el grupo que recibían instrucción matemática enfocada sobre la relación parte-todo mostraban una mayor comprensión del valor de posición que aquellos del grupo control, que recibieron su currículum habitual sobre los conceptos numéricos.” (p.554).

Una metodología que está revolucionando las aulas y parece muy importante en este momento para la comunidad educativa es el ABN (abierto basado en números), desarrollado sobre la base de la importancia de trabajar la descomposición y composición de los números ya que permite al alumnado tener un mayor dominio de los números y de las operaciones. El autor del método dice en su libro “Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil” (Jaime Martínez Montero, 2011), que la descomposición es una estrategia básica, con enormes posibilidades, y es por eso que es fundamental para el método ABN.

Otro aspecto que me gustaría tratar aquí son algunos materiales recomendados para trabajar el número, que se pueden utilizar también para desarrollar los principios del SND en las aulas, y que complementan las estrategias comentadas anteriormente. Entre ellos encontramos materiales específicos, como el rekenrek, los ábacos, balanzas o bloques de base 10, que son los más reconocidos y extendidos. Podemos ver los principios que se trabajan con cada uno de estos materiales en la Tabla 1.

	VALOR DE POSICIÓN	ESQUEMA PARTE-TODO	AGRUMAPIENTO	VALOR DEL 0
REKENREK	X	X	X	X
ÁBACO	X		X	X
BALANZA NUMÉRICA		X		
BLOQUES BASE 10		X	X	
REGLETA CUISENAIRE	X	X		
CUBOS UNIFIX		X	X	

Tabla 1. Principales contenidos que potencian materiales específicos para el S.N.D.

Como podemos observar, cualquiera de estos materiales resultaría beneficioso para los alumnos, pero en este caso nos vamos a centrar en las regletas de Cuisenaire, los bloques base 10 y el ábaco, pues tan solo combinando esos tres materiales sería posible trabajar el SND abarcando todo su contenido. Además, se trata de materiales fáciles de conseguir, que resultan atractivos para el alumnado, y que podemos crear sin mucha complicación en caso de no disponer de él. Analizaremos estos materiales basándonos en el capítulo *La construcción del número natural y su uso para contar* (Muñoz-Catalán y Liñán, 2018).

Las regletas de Cuisenaire están formadas por 10 regletas de color y tamaño diferente, siendo cada uno de estos tamaños de un único color. También son denominadas números en color, ya que cada una representa un número del 1 al 10. Son proporcionales en tamaño, pues la unión de una regleta del número 2 y otra del 1, crea una figura igual en tamaño que la que representa el número 3. Con ellas se pueden trabajar todas las operaciones numéricas, desde las operaciones más simples a otras mucho más complejas. Supone, en la etapa de infantil, un grado de abstracción mayor que en otros recursos, ya que cada regleta expresa una cantidad en función del tamaño. Con ella se puede trabajar la relación parte-todo y el valor de posición, entre otros contenidos que no están tan relacionados con la temática que nos interesa.

Por otro lado, el ábaco occidental es una estructura con determinadas barras en paralelo, teniendo cada una de ellas 10 bolas. Hay varios tipos de ábacos según la disposición de las barras y si pueden tener un número de bolas diferente a 10. Con él podemos representar cantidades y resolver operaciones aritméticas, pero lo más destacable es que el valor de las bolas viene determinado por el orden de la barra en la que se encuentren, por lo que resulta ideal para trabajar el valor de posición, así como el valor del 0 en ausencia de bolas de una de las barras. Además, es perfecto para trabajar el principio de agrupamiento, pues 10 bolas de una de las barras, se agrupa en una sola de la barra del siguiente, convirtiendo por ejemplo 10 unidades en 1 decena.

Los bloques base 10, también conocidos por bloques de Dienes, están formados por piezas de cuatro formas diferentes y proporcionadas entre ellas. En el caso de los bloques en base 10, encontramos cubos individuales (representando la unidad), barras formadas por 10 cubos (representando la decena), placas formadas por 10 barras (representando la centena) y un gran cubo formado por 10 placas (representando las unidades de millar). Con estos bloques podemos trabajar, principalmente, el principio de agrupamiento.

Además de estos, podemos encontrar un sinnúmero de recursos no formales, que podemos crear nosotros mismos, para trabajar los mismos contenidos. Entre ellos, encontramos las casas de números para descomponer, perchas con pinzas, la tabla del 100, balanzas caseras, depresores o palillos, y en realidad, casi cualquier cosa que puedan agrupar puede servir como recurso, si es en la actividad adecuada.

Me interesa hacer especial hincapié en estos materiales no estructurados, sobre todo en estos momentos en los que nos encontramos en los que, aún con los centros cerrados, los niños deben seguir aprendiendo desde casa. Es por ello que propongo estos recursos, para que múltiples actividades puedan ser llevadas a cabo sin los anteriores materiales formales.

Sin embargo, como cita Jung, (2011), *“Las herramientas apropiadas pueden ayudar, pero no garantizan esta construcción (Gravemeijer, 1991)”* (p. 556). Por lo tanto, estos materiales pueden ser muy útiles, pero no son suficientes. Los verdaderos responsables del correcto aprendizaje de los alumnos no somos otros que nosotros, los docentes. Por ello, adjunto a continuación los 10 principios que debe cumplir el profesorado, para lograr una educación matemática de calidad, según NAEYC y NCTM (2003):

- “1. Potenciar el interés natural de los niños en las matemáticas y su disposición a utilizarlas para dar sentido a su mundo físico y social.*
- 2. Basarse en las experiencias y conocimientos previos de los niños, incluidos los familiares, lingüísticos, culturales, y los de su comunidad, sus aproximaciones individuales al aprendizaje, y sus conocimientos informales.*
- 3. Fundamentar los currículos de matemáticas y las prácticas docentes en el conocimiento sobre el desarrollo cognitivo, lingüístico, físico, social y emocional, de los niños.*
- 4. Utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas.*
- 5. Asegurar que el currículo sea coherente y compatible con las relaciones y secuencias conocidas de las ideas matemáticas fundamentales.*
- 6. Facilitar que los niños interactúen de forma continuada y profunda con las ideas matemáticas clave.*

7. *Integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas.*

8. *Proporcionar tiempo suficiente, materiales, y apoyo del maestro para que los niños se impliquen en el juego, un contexto en el que explorar y manipular ideas matemáticas con vivo interés.*

9. *Introducir activamente conceptos matemáticos, métodos, y lenguaje a través de diversas experiencias y estrategias de enseñanza apropiadas.*

10. *Apoyar el aprendizaje de los niños mediante la evaluación continua y reflexiva del conocimiento, destrezas y estrategias de todos los niños.” (p. 4).*

Para terminar, me gustaría destacar que las conclusiones del artículo “El niño y el sistema de numeración decimal” (Bedoya E. y Orozco M., 1991) dejan claro que manejar este sistema es complicado, y que los centros educativos no lo conocen ni lo enseñan correctamente, lo que hace aún más necesario crear una propuesta de intervención para solucionarlo.

#### **4. METODOLOGÍA**

En la elaboración de este trabajo, he seguido unas fases o etapas, para indagar en profundidad en el SND y poder diseñar una intervención que se ajuste a los criterios de los profesionales en esta materia.

El primer paso fue el planteamiento de la temática. Desde un primer momento tenía clara la idea que quería tratar, pues como he explicado anteriormente, mi motivación es un caso real y cercano. Sin embargo, no fue tan sencillo definirla y acotarla, porque era un tema amplio, y desde el que se pueden enlazar muchos aspectos relacionados y hacer un trabajo infinito y pesado. Finalmente, junto a mi tutora, logramos concretarlo.

A continuación, pasé a la búsqueda de información, donde leí muchos artículos y algunos libros, y fui seleccionando los que consideré útiles. Del mismo modo, me formé una idea sobre la temática que antes no tenía, y me permitió discriminar mejor la información útil para mi trabajo. Aquí sin embargo encontré una gran limitación, y es que en el país se decretó un Estado de Alarma, y cerraron universidades y bibliotecas, por lo que esa búsqueda de información se complicó y se vio limitada.



A pesar de ello, fui haciendo anotaciones de lo que consideraba necesario para mi trabajo, buscando después la forma correcta de unir y enlazar toda esa información para la redacción del marco teórico, y la elaboración de una intervención que tratase los aspectos esenciales del SND con las recomendaciones de los expertos en la temática.

Finalmente, reflexiono sobre todo el proceso del trabajo, la consecución de mis objetivos, y el resultado de la intervención.

La intervención será llevada a cabo en el centro concertado Antonio Gala, en la localidad de Dos Hermanas, Sevilla. Está situado en una zona de casas unifamiliares, cercano al recinto ferial y estación de tren. Fue inaugurado en 1983, e imparte enseñanzas de Infantil, Primaria, Educación secundaria obligatoria y Formación profesional Básica.

El número de alumnos se sitúa en torno a 740. La mayoría de estos alumnos procede de su zona de escolarización, ya que por la alta demanda del centro el alumnado de otras zonas tiene pocas posibilidades de admisión.

El nivel económico de las familias se caracteriza por ser muy variado. Los datos oficiales de la ciudad sitúan el paro en torno al 23%, aunque en nuestro centro el paro es menor (última encuesta en 2016 en el 20%).

El nivel de estudios de las familias es el siguiente: Un 35% dispone de estudios universitarios, un 45% posee estudios medios y un 20% tienen estudios básicos. Los recursos culturales que tienen las familias son buenos, apreciándose un incremento de los medios audiovisuales sobre los escritos.

En cuanto a organismos cercanos encontramos el Centro de Educación de disminuidos psíquicos ANIDI, con el que colaboran en múltiples ocasiones, y Salón de los Testigos de Jehová, ambos edificios colindantes. A pocos metros encontramos también el Instituto de Educación Secundaria Vistazul, Un poco más lejos, el club social del barrio, con varias piscinas, un salón de actuaciones, instalaciones deportivas y zona de juego infantil, y el Centro Residencial de Mayores Los Jardines, con el que también colabora en algunas actividades.

Por otro lado, el lema y propósito principal del centro es la integración total de la familia en el proceso educativo. Para ello, ofrecen una enseñanza en libertad y para la libertad (laica, popular, activa, abierta, progresista...). Busca una participación real, efectiva y crítica.

Su idea de organización y gestión se basa en la cooperación, donde estudian, valoran y resuelven de forma consensuada los proyectos y decisiones. Así mismo, el profesorado adquiere los papeles de animador, orientador, debe ser uno más en el proceso educativo y renovarse continuamente.

En el aula hay un total de 25 alumnos, 11 niños y 14 niñas de 4 años. Cada uno de ellos es muy diferente, pero en general son muy nerviosos e inquietos. Suelen pasar más tiempo en el suelo que en la silla, pues no pueden estar sentados mucho tiempo. Igualmente hablan muchísimo, y en ocasiones complican seguir adelante con algunas actividades. Generalmente están muy dispuestos a participar en todas las actividades propuestas, exceptuando un par de alumnos a los que hay que insistirles en los momentos de bailes o actividades en grupo clase.

En cuanto a la capacidad de aprendizaje, la mayoría de ellos tienen más facilidad para la lectoescritura, aunque hay excepciones. Ya conocen muchas consonantes, y son capaces de juntarlas con vocales y crear palabras. Además, con un poco de ayuda para recocer los sonidos, son capaces de escribir muchas palabras. Sin embargo, en el área de las matemáticas van un poco más lento, y esta diferencia se nota más si observamos a la otra clase del mismo nivel.

Entre todos los alumnos, caben destacar tres casos de alumnos con necesidades<sup>2</sup>, todos muy diferentes.

En primer lugar, tenemos a Marcos, un niño con el TEA más grave de toda la etapa de infantil (hasta el momento). Marcos tiene dificultades para comprender el lenguaje, y necesita palabras claves como “silla” para sentarse, o “abrigo” para colgar su chaqueta en las perchas. Es un niño muy nervioso, que no puede quedarse quieto más de 5 minutos, y que por supuesto no puede seguir prácticamente nada de las clases habituales. Tres días a la semana sale del centro tras el recreo para visitar a un especialista, y todos los días tiene un tiempo fuera del aula con las PTs del centro y personal de apoyo. Además, Marcos es un niño que se autolesiona en situaciones de estrés, y que también golpea al resto de alumnos, aunque esto último no lo hace intencionadamente.

---

<sup>2</sup> Nombres ficticios para garantizar el anonimato del alumnado.

Por otro lado, está Ana, otra niña con TEA, aunque mucho más tranquila. No tiene muchos problemas para comprender las cosas que le dicen, pero sí para comunicarse ella con los demás. La mayor parte del tiempo parece estar absorta, en otro lugar, pero responde a los estímulos. Es la única alumna que aún lleva pañales. Igual que Marcos, sale del aula con las PTs y personal de apoyo un rato cada día, pero también realiza algunas actividades en clase, siempre y cuando haya una persona que esté solo con ella ayudándola. Aunque siempre ha sido muy tranquila, a mitad del segundo trimestre se ha vuelto mucho más inquieta y apenas aguanta sentada 10 minutos seguidos.

Por último, Daniel también es un alumno con TEA, pero mucho más leve que los anteriores. Sigue el ritmo de la clase y realiza todas las actividades propuestas, y también juega y se relaciona más o menos bien con sus compañeros. Sin embargo, se agobia muy rápido, no responde bien a situaciones nuevas, cambios de rutina, ruidos fuertes, ni tampoco a que se le lleve la contraria. Es un niño muy inteligente, sabe leer perfectamente desde finales del curso pasado (tres años), y es muy curioso, hace muchas preguntas y quiere saberlo todo. En este caso, Daniel no sale del aula habitual, pero sí recibe la visita del personal de apoyo y PTs.

## **5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA**

### **5.1. Introducción**

Para el desarrollo de esta intervención, en primer lugar, plantearemos los objetivos que queremos conseguir con ella y los contenidos que se van a trabajar. A continuación, se incluirá la secuencia propuesta, en la que mostraremos actividades para trabajar la idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas, para iniciar el valor de posición y del 0, y trabajando también esquema parte-todo mediante el uso de descomposiciones y composiciones numéricas, siendo todo ello clave en el desarrollo del SND.

Estas actividades están diseñadas para ser puestas en prácticas en un aula de 4 años, que era la idea inicial, pero ante la pandemia mundial en la que nos encontramos actualmente, ha resultado imposible su realización. Sin embargo, todas incluyen modificaciones y consejos para que

puedan ser llevadas a cabo desde casa adaptándose a la situación, con materiales alternativos, e ilustradas mediante imágenes<sup>3</sup>.

## **5.2. Objetivos**

- Comprender la idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
- Desarrollar el valor de posición en números de dos cifras
- Desarrollar una idea flexible del número mediante la composición y descomposición de números
- Comprender el valor del 0

## **5.3. Contenidos**

- Idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
- Valor de posición en números de dos cifras
- Idea flexible del número mediante la composición y descomposición
- Valor del 0

## **5.4. Actividades**

### Actividad 1: Números de colores

- Objetivos:
    - Comprender la idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
    - Desarrollar una idea flexible del número mediante la composición y descomposición de números
  - Contenidos:
    - Idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
    - Idea flexible del número mediante la composición y descomposición de números
  - Agrupamiento: Individual, pequeños grupos de 4-5 y grupo clase.
  - Duración: 30-40 minutos.
- 

<sup>3</sup> Agradecimientos a Lucía Bonilla Ballesteros por su colaboración en la elaboración de dichas imágenes.

- Recursos: Regletas de cuisenaire, cartones, chinchetas, gomillas, pizarra y tizas de colores.
- Desarrollo: Sería necesario para esta actividad que los alumnos ya estuvieran familiarizados con las regletas (figura 2), pero igualmente dibujaremos en la pizarra el valor de cada una de ellas (del 1 al 10 desde la más pequeña hasta la más grande). Pasaremos a jugar con las regletas, comprobando que al unir algunas más pequeñas, podemos crear una que tenga el mismo valor que otras más grandes (por ejemplo, con 4 blancas, tenemos lo mismo que con solo una rosa). Cada uno irá haciendo combinaciones comparándolas con la regleta correspondiente, e iremos compartiendo en clase todos juntos el resultado, observando todas las combinaciones posibles.

A continuación, a cada grupo le daremos un cartón donde se encuentran pegadas o dibujadas las mismas regletas de antes (Figura 3). A la izquierda tenemos regletas sueltas, cada una con una chincheta a su derecha, y en el lado derecho del cartón tenemos combinaciones con estas regletas, y también una chincheta a la izquierda de cada una. Les contaremos que las piezas de la derecha se han hecho un “cambio de look”, y a la izquierda son las mismas piezas, pero antes de ese cambio. Tendremos que unir las antiguas con las nuevas, y podremos saber quiénes son por qué, aunque hayan cambiado su apariencia (en este caso, los colores) siguen siendo el mismo número que antes. Para unirlos, deberán colocar una gomilla en las dos chinchetas que corresponden a las regletas correspondientes. También podemos unirlos con rotuladores o lápices, en lugar de utilizar gomillas y chinchetas.

Finalmente, tras compartir todos juntos el resultado de estas uniones, vamos a hacer algo similar a lo del principio. Primero tenemos que crear una regleta igual que la naranja (que representa el 10), pero utilizando solo las piezas blancas (que representa el 1). Así veremos que 10 regletas de uno, es igual a 1 regleta de diez, es decir, una decena. Y tras esto, tendrán que conseguir combinaciones de 2 regletas para conseguir igualar la naranja. Para ello, les explicamos que lo que vamos a hacer es unir distintas unidades (3, 6, 8...) para crear una decena (un conjunto de 10 unidades).

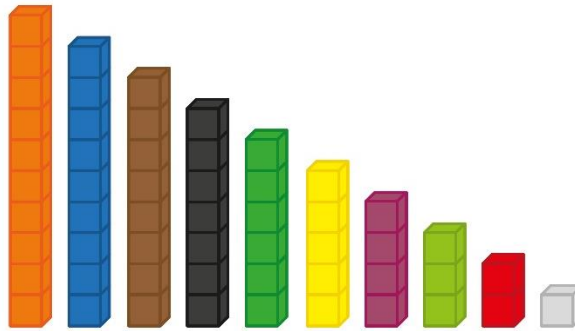


Figura 2. Regletas Cuisenaire. Material utilizado en la actividad 1

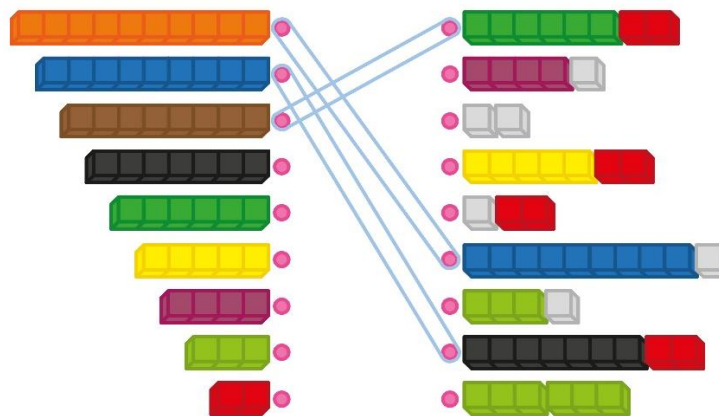


Figura 3. Actividad de relacionar con regletas Cuisenaire

- Análisis didáctico-matemático: Esta actividad pretende reforzar el esquema parte-todo del número, a través de composiciones y descomposiciones de los números, parte esencial para muchos autores, como podemos ver en el apartado 3.5 de este trabajo. También fomentar la comprensión del concepto de decena y unidad con la última parte de este ejercicio. Para ello, en este caso se han utilizado las regletas de cuisenaire, un material específico muy importante para trabajar este contenido. Considerando el modelo de Lesh (1987), utilizaremos diferentes representaciones, como podemos ver en la figura 4, al utilizar las regletas, escribir su valor en la pizarra, y comentar verbalmente los resultados. Del mismo modo, se trata de actividades manipulativas, tal y como recomienda el NCTM. En cuanto a los alumnos, la mayoría se encuentran en el nivel de “cadena rompible o cortable” de elaboración de la secuencia numérica (Fuson, Richards y Briars, 1982). Sin embargo, algunos de los alumnos aún se encuentran en el nivel anterior, de “cadena irrompible o incortable”, y otros en el siguiente, “cadena numerable”. En la construcción de la secuencia o cantinela, todos tienen como parte

“estable y convencional” los números del 1 al 10, que en algunos (generalmente los que se encuentran también en el mayor nivel de adquisición) se amplía hasta el 20 aproximadamente. Para el resto, los números entre el 10 y el 20 se encuentran en la parte II, “estable y no convencional” (Fuson, 1992). Por tanto, no encontraremos problemas para la realización de esta actividad.

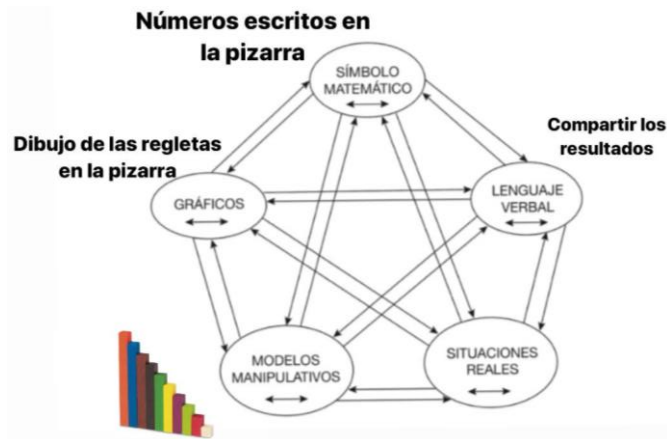


Figura 4. Representaciones de la actividad 1 en el modelo de Lesh

- Observaciones: En el momento de compartir las combinaciones, puede ser que los alumnos más tímidos o distraídos se queden al margen, por ello deberíamos estar atentos e incitar a estos alumnos a participar. También en el grupo, a la hora de unir las piezas en el cartón, pueden surgir este tipo de situaciones, por lo que podemos sugerir que cada uno debe hacer al menos una de las uniones.

Por otro lado, en situaciones como la actual, en la que no tenemos acceso a todo el material que nos gustaría, podemos crear estos materiales nosotros mismos. Por ejemplo, podemos crear las regletas con cartón y pintarlo, con goma eva de colores, e incluso pegando entre sí pompones del mismo color, donde también se verá más fácilmente el número que representa ese color (el número de pompones que tenga). Para el cartón con las piezas pegadas, podemos simplemente sustituir esas piezas por las que hemos explicado anteriormente, o simplemente en un folio dibujar esas representaciones. Para su puesta en práctica en esta situación, lo ideal sería hacer videoconferencias con pequeños grupos, dado que hacerlo con todos los alumnos a la vez sería muy caótico en un medio así. Por otro lado, sería necesario enviar a las familias la información necesaria previamente, como puede ser una imagen que refleja el valor de las regletas, una imagen que sustituiría ese cartón para unir, y cómo pueden crear esas regletas en casa en caso de no disponerlas.

## Actividad 2: ¡Nos vamos de compras!

- Objetivos:
  - o Comprender la idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
  - o Desarrollar el valor de posición en números de dos cifras
- Contenidos:
  - o Idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
  - o Valor de posición en números de dos cifras
- Agrupamiento: Grupo clase.
- Duración: 20 minutos en 3 sesiones, o 60 minutos en 1 sesión.
- Recursos: bloques base 10, objetos aleatorios, pegatina y rotulador.
- Desarrollo: Dividimos a la clase en tres grupos. A cada alumno del primer grupo le vamos a dar algunas de las piezas más pequeñas de los bloques (las que representan 1) y serán compradores, a los del segundo grupo les vamos a dar las piezas de 10 de los mismos bloques y se convertirán en banqueros, y el tercer grupo serán vendedores, donde venderán objetos aleatorios ya marcados con su precio en una pegatina (ver figura 5). El primer grupo, que va a ir a comprar, tiene muchas “monedas” (las unidades de los bloques). Como las monedas ocupan mucho espacio y podemos perderlas fácilmente, necesitamos ir al banco a cambiarlas por billetes (las barras de decenas). Para ello, los del primer grupo tienen que coger 10, y solo 10 monedas (por cada cambio que hagan) y cambiarlas por un billete, que tiene el mismo valor porque representa una decena. Una vez hayan hecho este cambio, se dirigen al mercado a comprar y escogen uno de los objetos (cuyo número en la etiqueta será de entre 10 y 20). Para pagar, tendrán que comprobar con el cajero que tienen el dinero suficiente, dándole tantos billetes como el número que esté escrito en la izquierda (decenas) y tantas monedas como indique el número de la derecha (unidades). Una vez completado, se cambian los roles, para que todos pasen por el primer grupo.



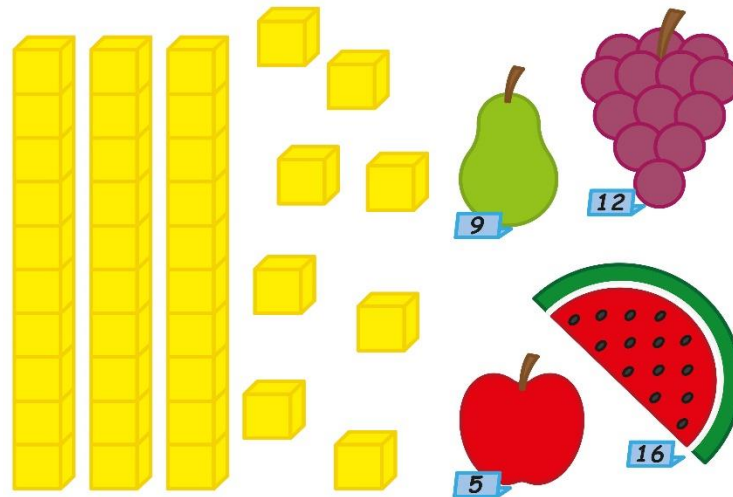


Figura 5. Materiales de la actividad 2

- Análisis didáctico-matemático: Igual que en el caso anterior, se trata de una actividad con representaciones diferentes, como podemos ver en la figura 6, siguiendo el modelo de Lesh y las indicaciones del NCTM. Además, se trabajan desde situaciones reales dos de las tres ideas principales del SND, como ya indicamos en el marco teórico, que son principalmente el principio de agrupamiento, y en un segundo plano el valor de posición. Utilizamos un material también esencial para el SND, que podemos adaptar según nos convenga a diversas actividades, pues como hemos podido observar es versátil y su uso puede cambiar según nuestras necesidades.

En cuanto a los alumnos, la mayoría se encuentran en el nivel de “cadena rompible o cortable” de elaboración de la secuencia numérica (Fuson, Richards y Briars, 1982). Sin embargo, algunos de los alumnos aún se encuentran en el nivel anterior, de “cadena irrompible o incortable”, y otros en el siguiente, “cadena numerable”. En la construcción de la secuencia o cantinela, todos tienen como parte “estable y convencional” los números del 1 al 10, que en algunos (generalmente los que se encuentran también en el mayor nivel de adquisición) se amplía hasta el 20 aproximadamente. Para el resto, los números entre el 10 y el 20 se encuentran en la parte II, “estable y no convencional” (Fuson, 1992). Por tanto, debemos estar atentos a los posibles errores en cuanto a los precios, pues son cifras superiores a 10. Además, en cuanto al modelo de desarrollo del valor de posición de Fuson (1998), considero que la gran mayoría del alumnado se encuentra entre la segunda (“concepción de dieces y unos”) y tercera fase (“concepción de los unos y dieces como secuencias”), ya que esta idea se encuentra en proceso de construcción en estos momentos.

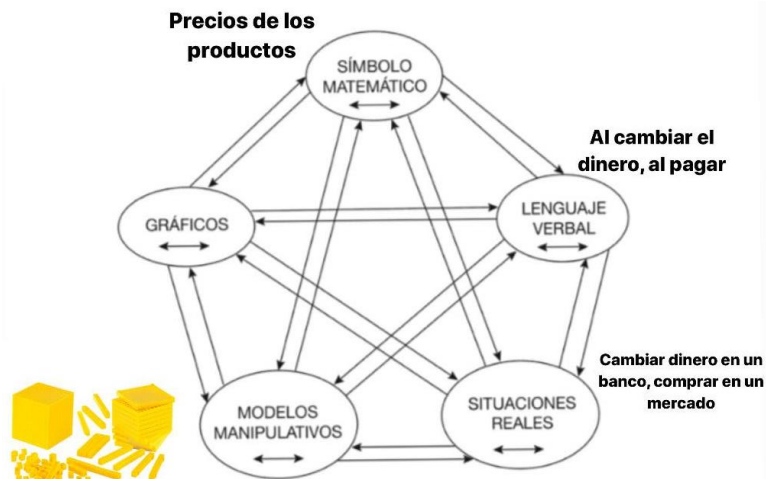


Figura 6. Representaciones de la actividad 2 en el modelo de Lesh

- Observaciones: Convertir los bloques en dinero es una acción que les gusta y los motiva, los hace pensar que son mayores y pueden comprar sus propias cosas, y los acerca a una realidad no muy lejana. Además, es una forma de darle un uso diferente a este material, que puede ser muy versátil y convertirse en lo que queramos. Es probable que los alumnos más adelantados o extrovertidos pretendan tomar el control, aunque no pertenezcan al grupo 1, y quieran dar ellos mismos la respuesta, y para evitarlo debemos aclarar que eso no puede ocurrir, que todos van a pasar por todos los grupos y tendrán su momento.

Por otro lado, en una situación como la que nos encontramos actualmente, puede resultar muy complicado acceder al material necesario para estas actividades, por lo que en este caso podríamos sustituir los bloques por pompones sueltos y otros pegados en grupos de 10, así como por palillos o depresores, recursos clave del ABN para el principio de agrupamiento, que uniríamos con gomillas para mostrar ese “paquete” como billetes o decena (ver figura 7). A pesar de que esta actividad es poco viable para llevarla a cabo mediante videoconferencia, si que es una muy buena opción enviarles las instrucciones a las familias, para que puedan realizarla en casa. Los padres o hermanos pueden ocupar los puestos de cajeros y banqueros, dejando al alumno el papel principal, y así seguirían aprendiendo en casa mientras juegan.

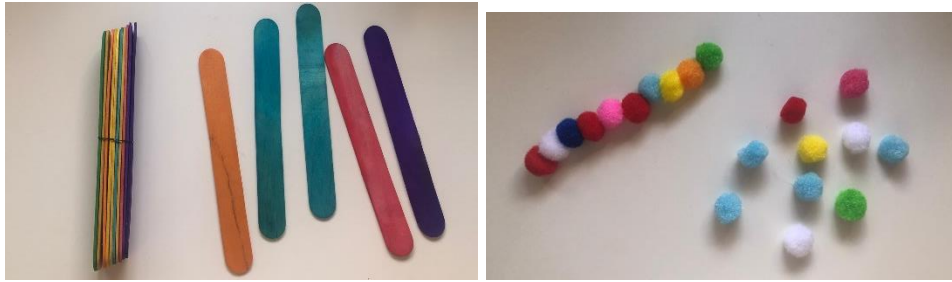


Figura 7. Material alternativo para la actividad 2

### Actividad 3: Sumando, sumando... ¡los problemas solucionamos!

- Objetivos:
  - o Comprender la idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
  - o Desarrollar el valor de posición en números de dos cifras
  - o Comprender el valor del 0.
- Contenidos:
  - o Idea del agrupamiento, sobre la base de la relación entre las unidades y las decenas
  - o Valor de posición en números de dos cifras
  - o Valor del 0
- Agrupamiento: Individual y grupo clase.
- Duración: 45-60 minutos.
- Recursos: Ábacos, lápices o rotuladores, folios, pizarra y tizas.
- Desarrollo: Comenzaremos esta actividad realizando pequeñas sumas que no superen el 10 como resultado, con ayuda del ábaco y explicándoles cómo se usa (ver figura 8). Cuando este paso esté dominado, continuaremos con sumas un poco mayores, y que sí superen el 10. Ahí los niños se darán cuenta de que no les quedan bolitas en esa fila para contar y querrán utilizar de la siguiente, por lo que pasaremos a explicarles que cada fila es diferente, y no las podemos usar como queramos. La primera fila que están utilizando es de unidades, y cuando llega a 10 se acaba. ¿Qué podemos hacer entonces? Pues cuando hayamos completado todas las bolitas de esa fila, las convertimos en una decena, que son las que corresponden a la siguiente fila, ya que 10 bolas de la primera equivalen exactamente lo mismo que solo 1 de la siguiente. Podemos preguntarles en este momento que qué prefieren, quedarse con 10 bolas de una barra, o una de la siguiente,

ya que el valor es el mismo, y así además de ser una transformación, es también una equivalencia.

Como ya tenemos una decena, ponemos en la siguiente fila una bolita, y en la fila de arriba volvemos a ponernos a cero, es decir, cambiamos las 10 unidades de la primera fila, por una decena de la segunda fila, y continuamos contando los números que nos hayan quedado (por ejemplo, si la suma es  $6+7$ , aún le quedarán 3 unidades por añadir después de convertir esas 10 unidades en una decena). Podemos mencionar en este punto que igual que si reunimos 10 unidades se convierten en una decena, si reunimos 10 decenas se convierte en una centena, pero aún son pequeños y puede ser confuso para ellos, todo dependerá del nivel en el que consideremos que se encuentran los alumnos. Es importante que todas estas sumas que estamos realizando surjan de situaciones cotidianas y conocidas para ellos (por ejemplo, Jesús tiene 6 fresas, y yo le he regalado 7 más, ¿cuántas fresas tiene ahora?).

Tras practicar varias veces (tantas como consideremos necesarias hasta que los alumnos lo manejen), vamos a continuar con estos problemas, pero ahora tendremos que escribir el número resultante después. Para ello, una vez han realizado esa operación con el ábaco, pueden hacerlo contando las piezas (empezar desde el 10 con la decena y continuar contando), y podemos decirles que pueden hacer una pequeña “trampa” para escribir esos números. Esto consiste simplemente en contar primero las bolitas de la fila de las decenas, y escribir ese número en el lado izquierdo del folio o de la pizarra. Ahora contar las bolitas que están en la fila de las unidades y escribirlo, pero siempre a la derecha, haciendo énfasis en que las decenas se escriben a la izquierda y las unidades a la derecha, así en lugar de contar el conjunto de bolitas, contaríamos y escribiríamos por separadas decenas y unidades. Eso nos servirá para explicar el valor de posición, y después contamos todo el conjunto de nuevo para comprobar si el resultado es el mismo y lo hemos hecho bien. Para ello les contamos lo importante que es este orden, porque indica que el número de la izquierda es mayor, no es solo un 1, sino que es una decena, es decir, 10 unidades, y si lo pusiéramos a la derecha parecería un simple 1 (podemos decir también que no es lo mismo cumplir 1 año que 10 años, que es un concepto que tiene bien aprendido). Para que se vayan acostumbrando poco a poco, podemos escribir el número de las unidades con el color de esa fila en el ábaco, y el de las decenas con su correspondiente en este.

Por último, vamos a aprovechar esta actividad y el ábaco para inicial el valor del 0, proponiendo una suma que dé como resultado 10 o 20. Ahí no sabrán qué escribir cuando llegue el momento de las unidades, y aprovecharemos para explicar que esto ocurre porque todas las unidades las hemos podido convertir en decenas, y que no ha quedado ninguna unidad suelta, pero que realmente hay 10 o 20. Podemos utilizarlos a ellos mismos como ejemplo: “Si tengo 11 niños y hago un grupo de 10, me queda un grupo y 1 niño, aunque en realidad tengo 11 niños, pero 10 los hemos agrupado. Si en lugar de 11 tuviera 10, los he puesto a todos en el grupo, entonces solo tengo un grupo y ningún niño suelto, pero realmente sigo teniendo 10 niños, solo que están en grupo.”. Por eso es importante escribir el 0 en el lugar de las unidades sueltas, porque si no cuando escribimos el número, parece que solo tenemos 1, cuando en realidad tenemos 10. Practicaremos con varios ejemplos, igual que antes, hasta que el tutor lo considere necesario.



Figura 8. Ábaco. Material utilizado en la actividad 3

Fuente: Ikea

- Análisis didáctico-matemático: Basándonos en el modelo de Lesh y las recomendaciones del NCTM, esta es una actividad manipulativa donde encontramos diferentes representaciones, como podemos observar en la figura 9 (lenguaje verbal, situaciones reales, símbolos matemáticos). Además, se hace énfasis en el conteo, que como se argumentó anteriormente, es la base donde comenzar a asentar el SND. Es una actividad en la que se trabajan las ideas principales de este sistema, el valor de posición y del 0 y el principio de agrupamiento, con un material muy destacado como es el ábaco. En cuanto a los alumnos, la mayoría se encuentran en el nivel de “cadena rompible o cortable” de elaboración de la secuencia numérica (Fuson, Richards y Briars, 1982). Sin embargo, algunos de los alumnos aún se encuentran en el nivel anterior, de “cadena irrompible o incortable”, y otros en el siguiente, “cadena numerable”. En la construcción

de la secuencia o cantinela, todos tienen como parte “estable y convencional” los números del 1 al 10, que en algunos (generalmente los que se encuentran también en el mayor nivel de adquisición) se amplía hasta el 20 aproximadamente. Para el resto, los números entre el 10 y el 20 se encuentran en la parte II, “estable y no convencional” (Fuson, 1992). Por tanto, debemos estar atentos a los posibles errores en el conteo y las sumas, pues son cifras superiores a 10. Además, en cuanto al modelo de desarrollo del valor de posición de Fuson (1998), considero que la gran mayoría del alumnado se encuentra entre la segunda (“concepción de dieces y unos”) y tercera fase (“concepción de los unos y dieces como secuencias”), ya que esta idea se encuentra en proceso de construcción en estos momentos.

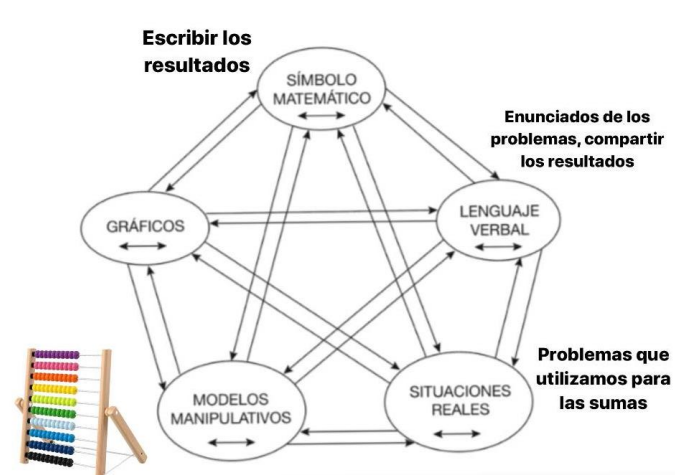


Figura 9. Representaciones de la actividad 3 en el modelo de Lesh

- Observaciones: En esta actividad puede resultar compleja la utilización del ábaco, y mucho más el agrupamiento de unidades a decenas. Esta dificultad puede conllevar varias explicaciones y ejemplos múltiples, los que consideremos necesarios. Además, no todos los alumnos van a conseguirlo al mismo tiempo, al igual que no todos están preparados para hablar de las centenas, por eso tanto esa introducción como el número de repeticiones solo puede ser determinado por el docente. En esta actividad la alusión a las “trampas” puede ser muy útil, porque suele ser algo que les llama la atención y que recuerdan más fácilmente, y lo único que están haciendo realmente es potenciar el valor de posición. Debemos tener en cuenta en la explicación del valor del 0, que es posible que algún alumno lo escriba antes de esa información, pero eso no significa en absoluto que haya entendido el procedimiento ni su sentido, simplemente se trataría de sentido común, al tener 0 bolas en esa fila.

Por otro lado, dada la situación en la que nos encontramos actualmente, donde no tenemos acceso al material como nos gustaría, podemos crear nuestro propio ábaco de forma casera, con cartón, hilo o lana, y cuentas para pulseras o goma eva. También podemos utilizar ábacos virtuales como el siguiente: <https://www.online-calculator.com/es/online-abacus/>, así como una app para móvil o tablet, como “ábaco” de Sylvain Saurel. Podría llevarse a cabo esta actividad mediante videoconferencia, con los materiales nombrados anteriormente, y siempre en grupos reducidos de unos 5 alumnos, pues sería caótico realizarlo con más alumnos a la vez a través de este medio.

## **6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

El resultado final de este trabajo es una propuesta de actividades específica para trabajar el SND, que ha sido diseñada siguiendo los criterios e indicaciones de varios expertos. Las actividades están adaptadas para los alumnos de una clase en específico, de 4 años de infantil, en la cual estaba desarrollando mis prácticas universitarias. La idea inicial era aprovechar mi estancia en el centro para poner en práctica esta propuesta, y analizar así la intervención, pero lamentablemente no ha sido posible por el cierre de todos los centros españoles.

Además, otro resultado obtenido como consecuencia de la realización de este trabajo es todo lo que he aprendido con él. En primer lugar, he podido conocer en cierta profundidad los aspectos más importantes del SND en general, y de cómo se enfoca en la etapa de infantil, así como materiales para trabajarlo que no conocía anteriormente. Por otro lado, he llevado a cabo por primera vez un trabajo científico, y he tenido que aprender a utilizar herramientas y buscadores nuevos, así como analizar, contrastar y seleccionar grandes cantidades de información, dándole forma después hasta conseguir el resultado deseado.

A pesar de la imprevista modificación en el tipo de TFG, considero que he cumplido los objetivos principales que establecí para la elaboración del trabajo, a través de la búsqueda y recopilación de información. También gracias a estos datos he podido desarrollar una propuesta de actividades que creo que profundiza en el contenido necesario para trabajar el SND, teniendo en cuenta estrategias de enseñanza y de aprendizaje, así como materiales específicos, y que puede cumplir también los objetivos fijados inicialmente.

## 7. CONCLUSIONES

El inicio de este proyecto fue difícil, nunca había realizado un trabajo de este calibre ni similar. Es cierto que concreté pronto la temática, así como la justificación, pues tenía una motivación clara y real, pero la búsqueda de información fue un proceso largo, y procesarla muy complicado. No tenía ni idea de cómo empezar, ni tampoco de cómo ordenar todos esos datos. Además, en varias ocasiones me costó encontrar cierta información enfocada a la etapa de infantil y el contenido del SND que consideraba necesaria. Sin embargo, tras muchos cambios y varias revisiones por parte de mi tutora, estoy contenta con el resultado y creo que este proceso me ha enseñado a buscar, filtrar y procesar información, algo que antes me parecía muy difícil.

La elaboración del diseño fue algo más sencillo, pues me enfoqué en algunos de los materiales de los que había hablado, y con los que consideraba que se podían trabajar los contenidos seleccionados del SND. Además, dada la situación en la que nos encontramos, vi necesario añadir a todas estas actividades una alternativa para poder llevarla a cabo de forma online o desde casa con las familias. Me habría gustado realizar al menos una de ellas en esta modalidad, ya que cerraron los centros antes de que pudiese poner ninguna en práctica, pero tampoco ha sido posible. El trabajo de los docentes está siendo muy complicado, y eso supondría perder tiempo y romper sus rutinas y forma de trabajo.

Por este motivo, una de las mayores debilidades de este trabajo es la falta de respuestas de los alumnos, y no solo reales, también hipotéticas. No estuve mucho tiempo en el aula, por lo que no es fácil tratar de suponer cómo responderían los alumnos, y probablemente la realidad sería diferente y algunos de ellos se encontrarían en niveles que no son los esperados. Además, considero que otra gran limitación es no hacer adaptaciones de esas actividades para los alumnos con necesidades. Lo he pensado en numerosas ocasiones, pero uno de ellos sigue las actividades de clase con total normalidad, y los otros dos apenas están en el aula, y el tiempo que están no participan en ellas. Es por ello que no he sabido cómo adaptarlas, pues desconozco su nivel en este área (trabajan fuera del aula) y normalmente no pueden seguir ninguna de las explicaciones y actividades que se hacen en clase.

Finalmente, me siento muy satisfecha con el trabajo realizado, pues me ha enseñado mucho tanto a nivel de investigación y búsqueda de información, como de conocimientos y herramientas que he adquirido sobre el SND. Considero que el resultado final han sido unas pocas actividades que se centran mucho en el desarrollo de las ideas principales del SND, pero



que, por supuesto, no son suficientes y deberían seguir complementándose, con la ayuda de los materiales y recursos que recomiendan los expertos en la materia y que aquí se recogen.

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bebout, H. C. y Carpenter (1989). Assessing and building thinking strategies: Necessary bases for instruction. En P.R. Trafton y A.P Shulte (Eds.), *New directions in elementary school mathematics (yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics)* (pp. 59-69). Resto, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Bedoya, E. y Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, lenguaje y educación*. V.3 (11-12), 55-62

Chamorro, M.C. (2005), *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Pearson Educación.

Fuson, K., Richards, J. & Briars, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (33-92). New York: Springer-Verlag.

Jung, M. (2011). Number relationships in preschool. *Teaching children mathematics*, V. 17 (9), 551-557.

Kamii, C (1986). Place Value: An Explanation of Its Difficulty and Educational Implications for the Primary Grades. *Journal of Research in Childhood Education*. (Versión en castellano: Valor de posición: Una explicación de sus dificultades e implicaciones educativas para los alumnos de primaria.) *Cuadernos de Psicología*, V. 9 (2), 1988, 112-135.

Martín, E. y Mauri, T. (2011). *Orientación educativa. Atención a la diversidad y educación inclusiva*. Barcelona: Editorial GRAÓ.

Martínez, J. y Sánchez, C. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil*. Madrid: Wolters Kluwer Educación.

Medina, D. A., (2016) La comprensión del valor de posición en el desempeño matemático de niños. *Avances en Psicología Latinoamericana*, V. 34 (3), 2016, 441-456.

Muñoz, M. C. y Carrillo, J. (2018). *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil*. Madrid: Editorial Paraninfo.

Muñoz-Catalán, M.C. y Liñán, M.M. (2018). La construcción del número natural y su uso para contar. En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.). *Didáctica de matemáticas para maestros de Educación Infantil* (21-80). Madrid: Editorial Paraninfo.

NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 2 (1), 1-23.

NCTM (2003), *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.

ORDEN de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el Currículo correspondiente a la Educación Infantil en Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, núm. 169, 26 de agosto de 2008, pp. 17-53. Recuperada de <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2008/169/d3.pdf>

REAL DECRETO 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, núm 4, 4 de enero de 2007, pp. 474-482. Recuperada de <https://www.boe.es/boe/dias/2007/01/04/pdfs/A00474-00482.pdf>

Steffe, L., (1990). Children's Construction of Meaning for Arithmetical Words. A curriculum Problem. (Versión en castellano: Cómo contruye en niño la significación de los términos aritméticos. Un problema curricular.) *Cuadernos de psicología*, V. 11 (1-2). (1990).