FACULTAD DE FILOSOFÍA

GRADO EN FILOSOFÍA

Trabajo de fin de grado

ESTUDIO LÓGICO CLÁSICO Y NO CLÁSICO DEL RAZONAMIENTO EXPLICATIVO

PRESENTADO POR:

ANA ALICIA LÓPEZ VÁZQUEZ

DIRIGIDO POR:

ÁNGEL NEPOMUCENO FERNÁNDEZ

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es llevar a cabo un estudio del razonamiento explicativo, tanto en el marco de las lógicas clásicas, proposicional y de predicados, como en el marco de las lógicas no clásicas, más en concreto para lógica modal y lógica epistémica. Con objeto de caracterizar el concepto de abducción, partimos del planteamiento original de Peirce y tenemos en cuenta las cuatro tesis básicas de Hintikka. Se estudian los elementos formales más importantes del razonamiento explicativo, como qué sea un problema abductivo y qué se entiende por solución abductiva. Tratándose de un modo de inferencia, es preciso explorar la relación de consecuencia abductiva. El estudio muestra la limitación de tratar exclusivamente un estudio de la abducción desde la perspectiva de los sistemas de lógica clásica y proponemos nuevos abordajes desde la óptica de las lógicas modales y epistémicas. En este ámbito, para mejor comprender la abducción, cabe manejar la noción de lógica subyacente. Destacamos el estudio del método de las tablas semánticas, tanto el estándar como algún procedimiento ligeramente modificado, así como su aplicación en las tareas de búsqueda de soluciones a problemas abductivos planteados a determinados niveles.

Palabras claves: razonamiento explicativo, problema abductivo, solución abductiva, tablas semánticas

ABSTRACT

The aim of this project is to carry out a study of explanatory reasoning, both in the framework of classical logics, propositional and predicate, as well as in the framework of non-classical logics, more specifically for modal and epistemic logic. In order to characterise the notion of abduction, we take Peirce's original approach as a starting point and take into consideration Hintikka's four basic theses. The most important formal elements of explanatory reasoning are studied, such as what is an abductive problem and what is an abductive solution. Being a mode of inference, it is necessary to explore the relationship of abductive consequence. The study shows the limitation of dealing exclusively with a study of abduction from the perspective of classical logic systems and proposes new approaches from the perspective of modal and epistemic logics. In this context, in order to better understand abduction, it is important to handle the notion of underlying logic. We emphasize the study of the method of semantic tables, both the standard one and some slightly modified procedures, as well as its application in the search for solutions to abduction problems presented at certain levels.

Keywords: explanatory reasoning, abductive problem, abductive solution, semantic tables

A mis padres, que entendieron en todo
momento mi gusto por la filosofía y
que sin su apoyo, este trabajo no habría sido posible

ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN

En este trabajo vamos a presentar un estudio lógico clásico y no clásico del razonamiento explicativo. Con ello, vamos a llevar a cabo una investigación acerca de una de las propuestas más llamativas de la lógica reciente, a saber, la lógica abductiva. Uno de los objetivos de este trabajo es analizar cómo cada vertiente lógica de estudio, proposicional, de predicados de primer orden, modal y epistémica, caracterizadas por una estructura formal y semántica propia, pueden presentarse como posible perspectivas de estudio para la abducción. Otro de los objetivos más importantes de este trabajo es analizar como el método de las tablas semánticas constituye un procedimiento eficaz para la resolución de problemas abductivos, ya sea en su versión estándar o modificada, tanto para lógicas clásicas como para lógicas no clásicas. Ahora vamos a presentar la estructura que tendrá cada parte de este trabajo:

En la primera parte del trabajo llevaremos a cabo un estudio lógico clásico del razonamiento explicativo. En primer lugar, comenzaremos con una exposición sobre en qué consiste el razonamiento explicativo, proporcionando el planteamiento original de Peirce, que propone una forma lógica para la abducción, y el planteamiento de Hintikka, que siguiendo a T. Kapitan, proporciona cuatro tesis básicas (de inferencia, objetivo, comprensión y autonomía), que debe cumplir todo tipo de razonamiento para poder llamarse abductivo.

Continuaremos con una exposición de los elementos formales más característicos del razonamiento explicativo, reparando en las definiciones de problema abductivo y de solución abductiva. Además, tendremos en cuenta algunos criterios de selección de hipótesis explicativas. Por otro lado, como deben verificarse ciertas relaciones entre un problema abductivo y una solución abductiva, exploraremos en la definición de relación de consecuencia abductiva. En este sentido, expondremos las diferencias que existen entre la relación de consecuencia abductiva y la relación de consecuencia clásica, a través de las propiedades estructurales que caracterizan a la relación de consecuencia clásica.

En segundo lugar, continuaremos con un estudio sobre en qué consiste y cómo se desarrolla el método de las tablas semánticas para lógica proposicional, ya que su aplicación constituye una buena propuesta para la búsqueda de soluciones a problemas abductivos. Veremos cómo se construye una tabla semántica, teniendo en cuenta el tipo de fórmula con las que nos encontramos y el tipo de reglas que hay que aplicar en cada caso.

Además, veremos cómo el método de las tablas semánticas constituye un procedimiento decidible, correcto y completo para lógica proposicional. Mencionaremos en qué consiste el rasgo de decidibilidad, y demostraremos los teoremas de completud y corrección, para tablas semánticas proposicionales.

En tercer lugar, veremos en qué consiste el método de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas proposicionales, teniendo en cuenta cómo se traducen, para el cálculo de las tablas semánticas, las condiciones y los requisitos que permiten hablar de un problema abductivo y de una solución abductiva. Finalmente, resolveremos un problema abductivo siguiendo los pasos que comprende el método de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas proposicionales.

En cuarto lugar, hablaremos de la abducción en modelos finitos. El método de las tablas semánticas para lógica de predicados de primer orden, aunque es completo y correcto, no siempre es decidible. Y con ello, puede resultar complicada la labor de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas para lógica de predicados de primer orden. Para resolver la dificultad que plantea la falta de decidibilidad para los sistemas de lógica de primer orden, se modificarán algunas de las reglas que constituyen el procedimiento estándar de tablas semánticas para lógica de primer orden. Finalmente, llevaremos a cabo la resolución de un problema abductivo mediante el procedimiento modificado de las tablas semánticas, y la resolución de otro problema abductivo mediante el procedimiento estándar de las tablas semánticas.

En la segunda parte del trabajo llevaremos a cabo un estudio lógico no clásico del razonamiento explicativo. En primer lugar, atenderemos a un estudio de la abducción desde la perspectiva de la lógica modal. Antes bien, vamos a centrarnos en la exposición de los elementos formales y semánticos de la lógica epistémica, definiendo cuáles son los operadores, principios y sistemas que caracterizan a la lógica modal normal, y exponiendo en qué consiste la semántica de mundos de Kripke. Nos centraremos en la noción de lógica subyacente para la resolución de problemas abductivos, considerando en este sentido problemas estructurales. Finalmente, resolveremos un problema abductivo mediante el método de las tablas semánticas para lógica modal, teniendo en cuenta las reglas que se establecen para los operadores y las relaciones de accesibilidad modales.

En segundo lugar, propondremos un estudio de la abducción desde la perspectiva de la lógica epistémica. Antes bien, vamos a centrarnos en la exposición de los elementos formales y semánticos de la lógica epistémica, definiendo cuáles son los operadores, principios y sistemas que caracterizan a la lógica epistémica normal.

Además, exponiendo en qué consiste la semántica de mundos posibles de Kripke. Utilizando el método de las tablas semánticas para lógica epistémica resolveremos problemas abductivos, teniendo en cuenta las reglas que se establecen para los operadores y relaciones de accesibilidad epistémicas.

Finalmente, en la conclusión, comprobaremos si los objetivos propuestos para este trabajo han obtenido un resultado exitoso, además, nos centraremos en la posibilidad de abarcar un estudio de la abducción desde otras perspectivas lógicas, como la lógica deóntica, la filosofía de la ciencia o sistemas mixtos. Se presentará mi experiencia personal en el desarrollo de este trabajo. Por último, aparecerán las referencias bibliográficas.

2.- ESTUDIO LÓGICO CLÁSICO DEL RAZONAMIENTO EXPLICATIVO

2.1.- El razonamiento explicativo en lógica proposicional

Veamos en primer lugar qué se entiende por razonamiento explicativo en el plano de la lógica proposicional. Para ello, seguiremos en gran medida a Aliseda (1998) y a Soler (2012). Podemos considerar que fue Charles Peirce quién proporcionó uno de los planteamientos más originales con respecto al estudio de la abducción, al proponer una forma lógica a su noción de abducción. Antes bien, Peirce presentó una forma silogística para caracterizar a la abducción. Vamos a tener en cuenta cómo la lógica abductiva dentro del pensamiento filosófico de Peirce es difícil de sistematizar, al desarrollar diversas concepciones de su noción de abducción, acompañadas a su vez de cambios en su terminología.

Las siguientes ideas estarán en consonancia con las ideas propias de la obra *Collected Papers of Charles Sanders Peirce* de C. Peirce, tal y como se citan en Aliseda (1998). Al principio, Peirce llama formación de hipótesis a la forma de razonamiento que posteriormente llama abducción y retroducción. El propósito de desarrollo de una *lógica de la indagación* lleva a Peirce a proponer tres modos de razonamiento: deducción, inducción e hipótesis, cada uno de los cuales corresponde a una forma independiente de razonamiento, y que ilustramos en el siguiente ejemplo, frecuentemente citado (Peirce, 2623, 1877):

Deducción

Regla	Todas las alubias de este saco son blancas.
Caso	Estas alubias son de este saco.

Resultado	Estas alubias son blancas.

Inducción

Caso	Estas alubias son de este saco.
Resultado	Estas alubias son blancas.
Regla	Todas las alubias de este saco son blancas.

Hipótesis

Regla	Todas las alubias de este saco son blancas.
Resultado	Estas alubias son blancas.
Caso	Estas alubias son de este saco.

De estas tres formas de razonamiento, se considera la deducción como la única forma de razonamiento completamente certera, al inferir su "Resultado" como conclusión necesaria. En cuanto al razonamiento inductivo, produce una "Regla" que se valida solamente "a la larga". Finalmente, la hipótesis, la forma de razonamiento menos certera, solamente sugiere que algo puede ser el "Caso" (Peirce, 5170-1, 1903)

Posteriormente, Peirce llama abducción a la forma de razonamiento que antes denominó hipótesis, y considera a las tres formas de razonamiento como tres etapas en un método para la indagación lógica, donde la abducción es la primera de ellas: "de su sugerencia (abductiva), la deducción puede inferir una predicción que puede ser puesta a prueba mediante la inducción" (Peirce, 5171, 1903). Con ello, la noción de abducción de Peirce se vuelve más compleja y se convierte en "el proceso de construir una hipótesis explicativa" (Peirce, 5171, 1903). La forma silogística de la abducción se complementa con la siguiente forma lógica:

Dado un hecho sorprendente C, para el que no tenemos explicación, si sabemos que podría obtenerse de A, y con respecto a una teoría de fondo, podemos suponer que A es una posible explicación de C:

> "El hecho sorprendente, C, es observado.
>
> Pero si A fuera verdad, C sería aceptado como algo evidente.
>
> Por lo tanto, hay razón para sospechar que A es verdad". (Peirce, 5189, 1903)

Finalmente, Peirce llama retroducción (deducción hacia atrás) a la forma de razonamiento abductivo. El razonamiento abductivo es normalmente caracterizado por su proceder inverso a la deducción, en el sentido de que parte de una "conclusión" y debe encontrarse la "premisa" que falta.

A este respecto, el carácter retroductivo del razonamiento abductivo se refleja en el hecho de que su forma lógica sea incorrecta para la lógica clásica, donde se conoce como la falacia de afirmación del consecuente.

En atención a la forma de razonamiento con la que Peirce caracteriza a la abducción, y siguiendo para ello a T. Kapitan y a su obra *Peirce and the Structure of Abductive Inference*, Hintikka, en su obra *What is abduction? The fundamental problem of contemporany epistemology*, y tal y como se cita en Soler (2012), para quién el razonamiento abductivo es el problema fundamental de la epistemología contemporánea, proporciona cuatro tesis básicas que debe cumplir todo tipo de razonamiento para poder llamarse abductivo. Las cuatro tesis que Hintikka exige a los razonamientos para que puedan ser considerados abductivos son:

- Tesis inferencial. La abducción es, o incluye, un proceso inferencial. En este sentido, al pensarse el razonamiento abductivo como un proceso, no sólo las hipótesis que se generan resultan importantes, sino que interesan los procesos que generan tales hipótesis. J. Van Benthem, en su obra *Logic and Dynamics of Information*, tal y como se cita en Soler (2012), considera que la influencia de las Ciencias de la Computación en la lógica de los últimos tiempos ha dado lugar a lo que él mismo denomina como "giro dinámico". Con ello, si en el pasado la lógica se ocupaba de tareas declarativas, a saber, la representación del conocimiento, o la definición de las relaciones de consecuencia, ahora se interesa por los procesos de inferencia. En este sentido, J. Van Benthem diferencia entre los procesos y sus correspondientes productos, afirmando que el giro dinámico que ha tenido lugar en la lógica más reciente ha centrado su atención en los procesos, más que en los productos.

- Tesis de objetivo. El razonamiento abductivo presenta un doble objetivo. Por un lado, generar nuevas hipótesis. Por otro lado, seleccionar las mejores hipótesis para su posterior análisis. En este sentido, Hintikka, que en su semántica juego-teórica (GTS) considera la inferencia como un juego del lenguaje, distingue entre reglas definidoras y reglas estratégicas. El razonamiento abductivo puede generar hipótesis exclusivamente con reglas definidoras, mientras que para seleccionar las mejores hipótesis necesita de reglas estratégicas. En este sentido, el razonamiento abductivo debe incluir algún criterio de selección de hipótesis explicativas, por el que una hipótesis es mejor que otras, aunque todas puedan explicar igualmente los mismos hechos.

- Tesis de comprensión. La abducción se entiende como una lógica que genera nuevas teorías científicas.

La abducción científica incluye todas las operaciones por las que nuevas teorías se engendran, y con ello, la lógica abductiva debe reunir las suficientes herramientas como para engendrar teorías.

- Tesis de autonomía. El razonamiento abductivo no se puede reducir ni al razonamiento deductivo ni al razonamiento inductivo. En otras palabras, los procesos abductivos deben ser irreducibles a la deducción y a la inducción. En este sentido, Hoffmann, en su obra *¿Hay una lógica de la abducción?,* y tal y como se cita en Soler (2012), considera que una lógica abductiva se distingue de cualquier otra forma de razonamiento por ser una "lógica contextualizada".

Veamos en segundo lugar las definiciones formales de problema abductivo y de solución abductiva. En términos generales, el razonamiento explicativo se puede entender como una manera de resolver problemas abductivos, donde un hecho sorprendente φ no consigue ser explicado por una teoría base Θ, y se busca una explicación α para el hecho sorprendente φ en la teoría Θ. El problema abductivo, representado como $<\Theta, \varphi>$, y que viene dado por una teoría base $\Theta \subset Lp$ y por un hecho sorprendente $\varphi \in Lp$, cumple la siguiente condición: $\Theta \nvDash \varphi$

Vamos a basarnos en la condición $\Theta \nvDash \varphi$ que exige Aliseda (2006) para considerar $<\Theta, \varphi>$ un problema abductivo, distinguiendo entre novedad, cuando $\Theta \nvDash \neg\varphi$, y anomalía, cuando $\Theta \vDash \neg\varphi$. Con todo lo anterior, se puede considerar que $<\Theta, \varphi>$ es un problema abductivo si φ no es consecuencia lógica de Θ.

Una solución abductiva (plana) para un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$ es representada como una fórmula α que debe cumplir la condición $\Theta, \alpha \vDash \varphi$. Esto es, para que una fórmula α sea considerada como una solución abductiva al problema $<\Theta, \varphi>$, se exige que φ sea consecuencia lógica de la teoría base Θ junto con la explicación α. El término *plana* lo hemos adoptado de Aliseda (2006) para referirnos a las soluciones abductivas que cumplen sólo este requisito básico. Ahora bien, vamos a basarnos en una solución abductiva que también cumpla las requisitos exigidos por otros criterios de selección de hipótesis abductivas, como es el de consistencia, independencia de la observación y forma sintáctica, siguiendo para ello a Soler (2007):

1.- La solución abductiva α es consistente con el problema abductivo $<\Theta, \varphi>$ si se verifica que $\Theta, \alpha \nvDash \perp$. La importancia de este requisito radica en que evita que cualquier afirmación α contradictoria con la teoría Θ pueda ser tomada como una posible explicación.

2.- La solución abductiva α de un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$ es independiente de la observación φ cuando se verifica que $\alpha \nvDash \varphi$. Se denominan explicativas a las soluciones abductivas que verifican que α es una solución abductiva de $<\Theta, \varphi>$ independiente de φ. La importancia de este requisito radica en que evita que la solución α explique por si sola la observación φ, cuando debe explicar la observación φ en el marco de la teoría Θ.

3.- La solución abductiva α de un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$ tiene una restricción en su forma sintáctica, que hace referencia a la forma sintáctica que tienen las fórmulas que se seleccionan como explicaciones, donde lo más habitual es seleccionar explicaciones que sean conjunciones de literales, aunque se pueden considerar explicaciones con formas sintácticas más complejas, como aquellas que tienen una forma normal disyuntiva, o con formas sintácticas más simples, como los propios literales.

En este sentido, las soluciones abductivas se pueden clasificar por su forma sintáctica, esto es, atendiendo a su estructura lógica. Vamos a distinguir entre abducciones literales, conjuntivas y complejas. Dada una solución abductiva α a cierto problema abductivo:

- Si α es un literal, hablamos de una abducción literal.
- Si α es una conjunción de literales, hablamos de una abducción conjuntiva.
- En otro caso, hablamos de α como una abducción completa. Por ejemplo, cuando α tiene una forma normal disyuntiva.

Veamos en tercer lugar la definición de relación de consecuencia abductiva, siguiendo en gran medida a F. Soler (2012). Como hemos visto en párrafos anteriores, para que $<\Theta, \varphi>$ pueda considerarse un problema abductivo, y para que α pueda considerarse una solución abductiva, deben verificarse ciertas relaciones entre Θ, φ y α. Dados el conjunto de fórmulas $\Theta \subset Lp$ y las fórmulas φ, $\alpha \in Lp$, si consideramos que $<\Theta, \varphi>$ es un problema abductivo si cumple la condición $\Theta \nvDash \varphi$, y consideramos que α es una solución abductiva (plana) si cumple la condición $\Theta, \alpha \vDash \varphi$ y las condiciones exigidas por los criterios de selección de hipótesis abductivas de consistencia, independencia de la observación y forma sintáctica, podemos definir una relación de consecuencia abductiva $\Rightarrow_a$ de manera que $\Theta \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$. Si no se verifican algunas de estas condiciones, no se cumpliría la relación $\Theta \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$, escribiéndose en su lugar $\Theta \mid \varphi \not\Rightarrow_a \alpha$.

Aunque se aborde un estudio lógico clásico de la abducción, se encuentran diferencias entre la relación de consecuencia abductiva $\Rightarrow_a$ y la relación de consecuencia clásica $\vDash$. A continuación vamos a exponer las diferencias que existen entre ambas formas de relación de consecuencia, y para ello, vamos a atender a las propiedades más relevantes que caracterizan la relación de consecuencia clásica $\vDash$.

La relación de consecuencia clásica $\models$ verifica para el conjunto de fórmulas $\Gamma, A \subset Lp$ y para las fórmulas $\alpha, \beta \in Lp$, que se representan mediante la forma $\Gamma \models \alpha$, esto es, que siempre que se verifique Γ, se verifica α, las siguientes propiedades:

- Reflexividad:

$$\frac{}{\Gamma \cup \{\alpha\} \models \alpha}$$

- Monotonía:

$$\frac{\Gamma \models \alpha}{\Gamma \cup A \models \alpha}$$

- Transitividad

$$\frac{\Gamma \models \alpha \quad A \cup \{\alpha\} \models \beta}{\Gamma \cup A \models \beta}$$

A continuación vamos a comprobar que las propiedades de $\models$ no se cumplen para $\Rightarrow_a$. La propiedad más significativa de $\models$ es la monotonía, que por definición, si se verifica $\Gamma \models \alpha$, siempre se va a verificar $\Gamma \cup A \models \alpha$, para cualquier A. Ahora bien, la lógica abductiva no verifica la monotonía, considerándose así como una lógica no monótona.Y no puede verificarse la monotonía para $\Rightarrow_a$ puesto que la relación que se establece entre la teoría base Θ y el hecho sorprendente φ para que $<\Theta, \varphi>$ sea un problema abductivo puede perderse si se añaden nuevas fórmulas a la teoría. Con ello, pequeños cambios en lo que podemos llamar el estado de la teoría, que viene determinado por las fórmulas que componen Θ, pueden ocasionar grandes cambios en las explicaciones que se consideran válidas para un problema abductivo. Formalmente, dadas Θ, φ y α tales que $\Theta \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$, no es posible que exista una fórmula μ tal que $\Theta \cup \{\mu\} \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$.

Como hemos visto, para que una fórmula α se considere una solución a un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$, resulta determinante el estado de la teoría, y por ello, se van a formular cinco condiciones que deben darse para que se verifique $\Theta \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$, y que dejarán de verificarse en el caso en que se añada μ al estado de teoría, según sea μ:

1.- $\Theta \not\models \varphi$. Dejará de cumplirse la condición 1 para la relación $\Theta \cup \{\mu\} \not\models \varphi$ en el caso en que μ sea φ, ya que por definición toda valoración que satisfaga $\Theta \cup \{\varphi\}$, satisface φ.

2.- $\Theta \not\models \neg\varphi$. Dejará de cumplirse la condición 2 para la relación $\Theta \cup \{\mu\} \not\models \neg\varphi$ en el caso en que μ sea $\neg\varphi$, ya que por definición toda valoración que satisfaga $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$, satisface $\neg\varphi$.

3.- $\Theta, \alpha \vDash \varphi$. En este caso, siempre ocurrirá que $\Theta \cup \{\mu\}, \alpha \vDash \varphi$ para cualquier μ, por la propia monotonía de la relación de consecuencia clásica.

4.- $\Theta, \alpha \nvDash \bot$. Dejará de cumplirse la relación $\Theta, \alpha \nvDash \bot$, por ejemplo si μ es $\neg\alpha$, ya que no es posible satisfacer $\Theta \cup \{\neg\alpha, \alpha\}$.

5.- $\alpha \nvDash \varphi$. Como la teoría no interviene en la relación $\alpha \nvDash \varphi$, siempre se mantendrá sea cual sea μ.

Otra de las propiedades más significativas de $\vDash$ es la de reflexividad, que se define de manera que una fórmula α es consecuencia lógica de cualquier conjunto que la contenga, $\Gamma \cup \alpha$. Esto es, si se verifica $\Gamma \cup \alpha$, entonces se verifica α. Centrándonos en las modificaciones que tienen lugar en la teoría Θ, vemos que la relación de consecuencia abductiva $\Rightarrow_a$ no es reflexiva, y nunca puede verificarse $\Theta \cup \{\alpha\} \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha$, pues ninguna fórmula α puede ser una solución abductiva si la teoría la contiene, pues teniendo en cuenta la condición $\Theta \nvDash \varphi$ para considerar $<\Theta, \varphi>$ un problema abductivo, implicaría que $\Theta \cup \{\alpha\} \nvDash \varphi$, esto es, que existe una valoración *v* tal que satisface $\Theta \cup \{\alpha\}$ pero no satisface φ, y la propiedad de reflexividad implica que cualquier valoración que satisfaga cualquier conjunto $\Gamma \cup \alpha$ satisface α. Y para que la fórmula α pueda ser una solución abductiva tiene que verificarse el requisito fundamental, por el que $\Theta, \alpha \vDash \varphi$. En este sentido, la solución abductiva α no es contenida por la teoría, $\Theta \cup \{\alpha\}$, no pudiendo explicar el hecho sorprendente φ, sino que aparece junto la teoría, Θ, α, pudiendo explicar el hecho sorprendente φ.

Con respecto a la propiedad de transitividad, podemos considerar una versión para la relación de consecuencia abductiva, aunque no se verifique en todos los casos:

$$\frac{\Theta 1 \mid \alpha \Rightarrow_a \mu \quad \Theta 2 \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha}{\Theta 1 \cup \Theta 2 \mid \varphi \Rightarrow_a \mu}$$

que indica que si desde la teoría $\Theta 2$ puede explicarse φ con α, y desde la teoría $\Theta 1$ puede explicarse α por μ, entonces desde el conjunto de teorías $\Theta 1 \cup \Theta 2$ puede explicarse φ con μ.

Finalmente, Aliseda (2006), al comprobar que la relación de consecuencia abductiva no posee unas reglas estructurales que sean asimilables a las reglas de la relación de consecuencia clásica, examina si al menos cumple una de tales reglas, aunque sea de manera que se incluyan ciertas restricciones adicionales.

Volviendo a la regla estructural de monotonía, vemos que se pueden verificar ciertas versiones de monotonía para la relación de consecuencia abductiva, aunque sea en una versión *cautelosa*. De esta manera,

$$\frac{\Theta \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha,}{\Theta, \mu \mid \varphi \Rightarrow_a \alpha, *}$$

siendo la restricción indicada por * que deben verificarse $\Theta, \mu, \alpha \not\models \bot$ y $\Theta, \mu \neg\varphi \not\models \bot$.

A lo largo de este capítulo hemos expuesto cuáles son los elementos formales más importantes del razonamiento explicativo, como qué sea un problema abductivo, y qué se entiende por una solución abductiva. Y tras la exposición de cómo deben verificarse ciertas relaciones entre un problema abductivo y una solución abductiva, explorando así la relación de consecuencia abductiva, vamos a centrarnos en la posibilidad de resolver problemas abductivos. Para ello, vamos a utilizar el método de las tablas semánticas proposicionales. Antes bien, vamos a centrarnos en exponer cuáles son los elementos más importantes a tener en cuenta del método de las tablas semánticas, que resultarán útiles a la hora de resolver problemas abductivos.

2.2.- Tablas semánticas proposicionales

Para hablar del método de las tablas semánticas vamos a seguir en buena medida a Soler (2012) y Nepomuceno (2002). Vamos a definir el método de las tablas semánticas como aquel que permite realizar una búsqueda sistemática de modelos a partir de un conjunto de fórmulas dado. En otras palabras, el método de las tablas semánticas permite averiguar de manera sistemática si un conjunto de fórmulas dado es satisfactible, o si una fórmula es consecuencia lógica de otras. En concreto, para determinar si la fórmula β es consecuencia lógica de las fórmulas $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}$, se buscará en la tabla semántica si es satisfactible el conjunto de fórmulas $\{\alpha_1,...,\alpha_n, \neg\beta\}$. En el caso en que sea posible encontrar un modelo para el conjunto de fórmulas $\{\alpha_1,...,\alpha_n, \neg\beta\}$, la tabla semántica ofrece contraejemplos para la relación de consecuencia lógica $\alpha_1,...,\alpha_n \models \beta$, al satisfacer a las premisas y no a la conclusión. En el caso en que no sea posible encontrar un modelo para el conjunto de fórmulas $\{\alpha_1,...,\alpha_n, \neg\beta\}$, se da la relación de consecuencia lógica para el conjunto de fórmulas $\{\alpha_1,...,\alpha_n, \beta\}$, pues cada modelo que satisface las premisas, satisface la conclusión. De manera que, y teniendo en cuenta que para cualquier conjunto de fórmulas $\Gamma \subset Lp$ y para cualquier fórmula $\mu \in Lp$, se cumple que $\Gamma, \neg\mu \models \bot$ syss $\Gamma \models \mu$:

$$\alpha_1,...,\alpha_n, \neg\beta \models \bot$$

de donde,

$$\alpha_1,...,\alpha_n, \models \beta$$

Dado un conjunto de fórmulas $\Gamma \subset Lp$, la tabla semántica T (Γ) se construye como un árbol binario, que parte de una rama que tendrá como nodos cada una de las fórmulas de Γ, que se considerarán como nodos no usados. A continuación, se sigue con el procedimiento aplicando una serie de reglas (que se definirán más abajo) sobre la rama de partida.

El proceso de construcción de la rama continúa de manera que se convierten en usados los nodos de partida, abriéndose nuevas ramas según las reglas que haya que aplicar, en función del tipo de fórmula (se definirán más abajo) de que se trate. La construcción de una rama termina cuando aparecen dos literales complementarios, o, en otro caso, cuando se consideran como nodos usados todas las fórmulas que no sean literales. Si una rama contiene dos literales complementarios, se dice que la rama está cerrada, mientras que si una rama no contiene dos literales complementarios, se dice que la rama está abierta. La construcción de una tabla termina cuando todas sus ramas son cerradas, en cuyo caso decimos que la tabla es cerrada, o bien cuando quedan algunas ramas no cerradas cuya construcción no puede continuarse, en cuyo caso decimos que una tabla es abierta.

Podemos clasificar las fórmulas φ, $\psi \in Lp$ que se usarán en el procedimiento de tablas semánticas en cuatro clases:

1.- Las dobles negaciones, que son las fórmulas de tipo $\neg\neg\varphi \in Lp$

2.- Los literales, que son las fórmulas de tipo p o $\neg$p, para $p \in P$

3.- Las fórmulas α, que son de tipo $\varphi \wedge \psi$, $\neg(\varphi \vee \psi)$ o $\neg(\varphi \rightarrow \psi)$, donde $\varphi, \psi \in Lp$, y donde las componentes α_1 y α_2 son, respectivamente, para cada fórmula de tipo α:

α	α_1	α_2
$\varphi \wedge \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\neg(\varphi \rightarrow \psi)$	φ	$\neg\psi$

4.- Las fórmulas β, que son de tipo $\varphi \vee \psi$, $\neg(\varphi \wedge \psi)$ o $\varphi \rightarrow \psi$, donde $\varphi, \psi \in Lp$, y donde las componentes β_1 y β_2 son, respectivamente, para cada fórmula de tipo β:

β	β_1	β_2
$\varphi \vee \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg\varphi$	ψ

El procedimiento de las tablas semánticas establece una serie de reglas:

1.- La regla de cierre, por la que si en cierta rama aparecen dos literales complementarios φ y ¬φ, siendo φ cualquier variable proposicional, entonces dicha rama se considera cerrada, y se procede a detener su construcción, añadiendo a la rama un nuevo nodo llamado ⓧ.

2.- La regla de la doble negación, por la que si en cierta rama aparece un nodo ¬¬φ no usado, añadimos a toda rama que lo contenga un nuevo nodo que llevará por nombre φ, considerándose a partir de ahora el nodo ¬¬φ usado y el añadido nodo φ o los añadidos nodos φ no usados.

3.- La regla α, por la que si en cierta rama aparece un nodo φ no usado, y φ es una fórmula de clase α, continuamos con la construcción de las ramas que compartan al nodo φ añadiendo las componentes de φ en una misma rama. El grafo para fórmulas de tipo α es:

$$\frac{\varphi}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}}$$

Pasando a considerarse el nodo φ como usado, y todos los nodos α_1 y α_2 añadidos como no usados.

4.- La regla β, por la que si en cierta rama hay un nodo φ no usado, y φ es una fórmula de clase β, continuamos con la construcción de las ramas que compartan al nodo φ dividiendo la rama en dos, añadiendo, alternativamente las los componentes de φ. El grafo para fórmulas de tipo β es:

$$\frac{\varphi}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

Pasando a considerarse el nodo φ como usado, y todos los nodos β_1 y β_2 añadidos como no usados.

El método de las tablas proposicionales se presenta como un procedimiento caracterizado por ser decidible, completo y correcto. Ahora bien, vamos a exponer en qué consiste cada una de estas características, mencionando qué es la decidibilidad, y demostrando los métodos de corrección y completud para tablas semánticas proposicionales. En cuanto a la decidibilidad, se trata de un rasgo que permite comprobar en todos los casos que una tabla semántica es cerrada o abierta.

Una noción importante a la hora de entender el método de las tablas semánticas es la de corrección. En concreto, el método de las tablas semánticas constituye un procedimiento correcto para la lógica proposicional. Demostrar la corrección del método de las tablas semánticas para lógica proposicional es demostrar el siguiente teorema: si un conjunto finito de fórmulas proposicionales Γ es satisfacible, entonces la tabla semántica de Γ tienen al menos una rama abierta. Vamos a seguir para demostrar el teorema de corrección a Soler (2012).

Para probar el teorema de la corrección para el método de las tablas semánticas, haremos uso de la inducción sobre el número de aplicaciones de las reglas establecidas en la formación de las tablas semánticas. Para ello hablaremos en términos de valoración, por lo que partiendo de *v* como una valoración que satisface todas las fórmulas de Γ, debe ocurrir que su tabla semántica contenga al menos una rama tal que todas sus fórmulas sean satisfechas por *v*.

Empezamos considerando que hay 0 aplicaciones de reglas en la formación de una tabla semántica. En este caso, se considera una tabla semántica que consta de una única rama, siendo ésta la compuesta por las fórmulas de Γ. Para la consideración de 0 aplicaciones de reglas resulta trivial que *v* satisfaga todas las fórmulas de la rama, puesto que la rama está compuesta por las fórmulas de Γ, y habíamos partido de una valoración *v* que satisfacía todas las fórmulas de Γ.

Continuamos considerando que en el proceso de formación de la tabla semántica se han aplicado las reglas n veces, y supongamos que tenemos una rama compuesta por un conjunto de nodos, que representaremos como Φ, tal que *v* satisface todas sus fórmulas. Ahora bien, al aplicar la regla n+1-ésima sobre la tabla semántica, puede ocurrir que la regla se aplique sobre una fórmula de una rama distinta de Φ, o sobre una fórmula de la propia rama Φ. En el primer caso, *v* seguirá satisfaciendo la rama Φ. En el segundo caso, puede suceder una de las siguientes posibilidades. La primera, que la fórmula añadida a la rama Φ sea ¬¬φ. En este caso, aplicamos la regla de la doble negación sobre ¬¬φ, añadiendo un nuevo nodo que llamamos φ. Y por evaluación del negador, si *v* satisface ¬¬φ, entonces también satisface φ, por lo que *v* sigue satisfaciendo la nueva rama $\Phi \cup \{\varphi\}$.

La segunda, que la fórmula añadida a la rama Φ sea de la clase α, representada como φ, y con componentes α_1 y α_2. En este caso, aplicamos la regla α sobre φ, resultando una rama tal que $\Phi \cup \{\alpha_1,\alpha_2\}$. Y por evaluación del operador lógico, si *v* satisface φ, entonces satisface las componentes α_1 y α_2, por lo que *v* sigue satisfaciendo la nueva rama $\Phi \cup \{\alpha_1 , \alpha_2\}$.

La tercera, que la fórmula añadida a la rama Φ sea de la clase β, representada como φ, y con componentes β_1 y β_2.

En este caso, aplicamos la regla β sobre φ, y la rama Φ se dividirá en dos ramas, $\Phi \cup \{\beta_1\}$ y $\Phi \cup \{\beta_2\}$. Y por evaluación del operador lógico, si *v* satisface φ, entonces satisface al menos una de las dos componentes β_1 y β_2, por lo que *v* sigue satisfaciendo al menos una de las dos ramas $\Phi \cup \{\beta_1\}$ o $\Phi \cup \{\beta_2\}$.

Con todo lo anterior, vemos que tras la aplicación de la regla n+1-ésima sobre la tabla semántica, sigue quedando una rama Φ cuyas fórmulas son satisfacibles por *v*. De modo que al completarse la tabla semántica sigue quedando una rama cuyas fórmulas son satisfechas por *v*, de tal forma que la rama debe ser abierta, pues de ser cerrada tendría dos literales compelentarios, con lo que *v* no podría satisfacer a ambos.

Otra noción importante a la hora de entender el método de las tablas semánticas es la de completud. En concreto, el metodo de las tablas semánticas constituye un procedimiento completo para la lógica proposicional. Demostrar la completud del método de las tablas semánticas para lógica proposicional es demostrar el siguiente teorema: si la tabla semántica de un conjunto finito de fórmulas proposicionales Γ tiene al menos una rama abierta, se puede definir una valoración *v* tal que satisfaga todas las fórmulas de Γ. Vamos a seguir para demostrar el teorema de completud a Soler (2012).

Dado un conjunto de fórmulas $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n\}$, si existe una tabla semántica de Γ con una rama abierta, dicha rama estará constituida por k nodos, donde $k \geq n$, y éstos serán todas las fórmulas de Γ más las que se hayan añadido, en caso de que se hubiese añadido alguna. Por tanto, los nodos de la rama serán: $N = \{\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n, \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_{k-n}\}$.

A continuación vamos a establecer una serie de conjuntos Φ en función de los tipos de fórmulas que pueden encontrarse como nodos en la rama abierta ya constituida. En un primer caso, y sean $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$ los literales que pertenecen a N, puede establecerse el conjunto $\Phi 0 = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$. En un segundo caso, y para el conjunto más pequeño Φ_{h+1}, donde $h \geq 0$, puede verificarse: en primer lugar, que si φ pertenece a Φ_h, y $\neg\neg\varphi$ pertenece a N, entonces $\neg\neg\varphi$ pertenece a Φ_{h+1}; en segundo lugar, que si φ pertenece a Φ_h, y φ es una componente de una fórmula θ de la clase β de N, entonces θ pertenece a Φ_{h+1}; en tercer lugar, que si φ pertenece a Φ_h y ψ pertenece a Φ_j, y φ, ψ son las dos componentes de una fórmula θ de clase α de N, entonces θ pertenece a Φ_{h+1}.

A continuación, vamos a definir la valoración *v* de forma que para cada variable proporcional x:

$$v(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \text{ pertenece a } \Phi_0 \\ 0 \text{ en otro caso.} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que *v*, al satisfacer los literales que pertencen a N, y que se agrupan en el conjunto Φ_0, tendrá que satisfacer todas las fórmulas de cada uno de los conjuntos Φ_j, para $0 \leq j$. Para ello, procedemos por inducción sobre j:

1.- Para $j = 0$, encontramos el conjunto Φ_0, que sólo contiene literales, y en ningún caso serán complementarios, al partir de una rama abierta. Además, por definición de *v*, sabemos que *v* satisface cada variable proposicional que ocurra en Φ_0, con lo que *v* satisface, en tanto que sucedan en $\Phi 0$, los literales que son positivos y los que son negativos. Para cada literal negativo $\neg\varepsilon$ que pertenece a Φ_0, tenemos que como ε no pertenece a Φ_0, puesto que en ningún caso Φ_0 contiene literales complementarios, entonces por definición de *v* se cumple que $v(\varepsilon) = 0$, y por tanto, $v(\neg\varepsilon) = 1$.

2.- Supongamos probado que *v* satisface todos los Φ_j, para $j \leq n$, y veamos si *v* satisface Φ_{n+1}. Para cada fórmula ω que pertenece a Φ_{n+1}, debe ocurrir, según la construcción de Φ_{n+1}, una de las siguientes posibilidades: en primer lugar, que ω sea $\neg\neg\varphi$. Entonces, como *v* satisface φ que pertenece a Φ_n, *v* satisface ω que pertenece a Φ_{n+1}; en segundo lugar, que ω sea una fórmula de la clase β, uno de cuyos componentes es φ. Como, por hipótesis, *v* satisface φ que pertenece a Φ_n, entonces v satisface ω que pertenece a Φ_{n+1}; en tercer lugar, que ω sea una fórmula de la clase α, cuyos componentes φ y ψ pertenecen, respectivamente, a Φ_n y Φ_h, donde $h \leq n$. Como, por hipótesis, v satisface φ y ψ que pertenece a Φ_n, entonces *v* satisface ω que pertenece a Φ_{n+1}.

Con todo lo anterior, comprobamos que *v* satisface todas las fórmulas de cada uno de los Φ_j. A continuación, vamos a probar que entre las fórmulas de cada uno de los conjuntos Φ_j se encuentran todas las que han aparecido en la rama abierta N.

Para ello, procederemos por inducción sobre el grado lógico de las fórmulas de N:

1.- Para los literales, tenemos que por definición todos pertenecen a Φ_0.

2.- Cada fórmula que no es un literal se clasifica en una y solo una clase de fórmula: una doble negación, una fórmula de tipo α o una fórmula de tipo β. Si suponemos probado que todas las fórmulas de la rama, hasta el grado lógico n, pertenecen a algún Φ_j, veamos que ocurre para las fórmulas de grado $n + 1$:

- Una doble negación $\neg\neg\varphi$. Por construcción de la tabla, se añade la fórmula φ a la rama. Por hipótesis de inducción, si φ pertenece a Φi, entonces $\neg\neg\varphi$ pertenece a $\Phi i+1$.

- Una fórmula de tipo α. Por construcción de la tabla, se añaden sus componentes φ y ψ a la rama. Por hipótesis de inducción, si ambas subfórmulas pertenecen a Φi y Φi, donde $j \leq n$, entonces la fórmula de tipo α pertenece a $\Phi i+1$.

- Una fórmula de tipo β. Por construcción de la tabla, se añade alguna de sus componentes, a saber, φ, a la rama. Por hipótesis de inducción, si la subformula φ pertenece a Φi, la fórmula de tipo β pertenece a $\Phi i+1$.

Con todo lo anterior, vemos que todas las fórmulas de la rama abierta *N* pertenecen a algún Φj, pero como todas las fórmulas de Γ pertenecen a la rama, todas pertenecen por tanto a Φj. Y como *v* satisface todas las fórmulas de los Φj, *v* satisface todas las fórmulas de Γ.

2.3.- Abducción y tablas semánticas

Antes de exponer en qué consiste el método de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas, vamos a detenernos en ver cómo se traducen, para el cálculo de las tablas semánticas, las condiciones que permiten que $<\Theta, \varphi>$ sea un problema abductivo y los requisitos que permiten que α sea una solución abductiva para dicho problema. Para ello, seguiremos en buena medida a Soler (2012):

En primer lugar, debe darse la siguiente condición para que $<\Theta, \varphi>$ sea un problema abductivo:

1.- Que $\Theta \nvDash \varphi$. Esto es, que φ no sea consecuencia lógica de Θ. Para el cálculo de las tablas semánticas esta condición equivale a que la tabla $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ sea abierta.

En segundo lugar, deben darse los siguientes requisitos para que α sea una solución abductiva al problema abductivo $<\Theta, \varphi>$:

1.- El requisito fundamental, $\Theta, \alpha \vDash \varphi$. En el cálculo de las tablas semánticas este requisito exige que la tabla $\Theta \cup \{\neg\varphi, \alpha\}$ sea cerrada.

2.- El requisito de consistencia, $\Theta, \alpha \nvDash \bot$. En el cálculo de las tablas semánticas este requisito exige que la tabla $\Theta \cup \{\alpha\}$ sea abierta.

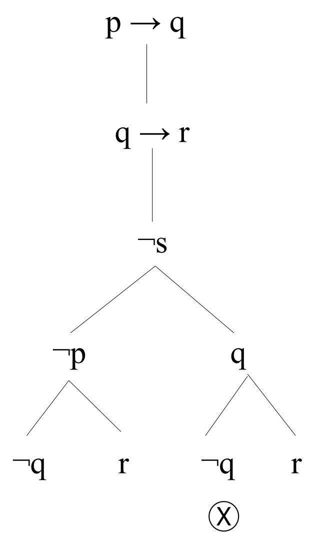
3.- El requisito explicativo, $\alpha \nvDash \varphi$. En el cálculo de las tablas semánticas este requisito exige que la tabla $\{\alpha, \neg\varphi\}$ sea abierta.

A partir de la condición que hace que $<\Theta, \varphi>$ sea un problema abductivo y de los requisitos que hacen que α sea una solución abductiva para dicho problema, vamos a exponer los pasos que comprendería el método de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas proposicionales.

1.- En primer lugar, hay que constatar que $<\Theta, \varphi>$ sea un problema abductivo. Para ello, vamos a centrarnos en comprobar que la tabla $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ sea abierta, ya que podrá conducirnos hasta la solución del problema.

2.- En segundo lugar, hay que buscar soluciones abductivas al problema abductivo $<\Theta, \varphi>$. Para ello hay que encontrar una fórmula α que permita cerrar la tabla $\Theta \cup \{\alpha, \neg\varphi\}$, pero que deje abiertas, por un lado, la tabla de $\Theta \cup \{\alpha\}$, a fin de probar la consistencia de la solución, y por otro lado, la tabla de $\{\alpha, \neg\varphi\}$, a fin de probar que la solución es explicativa.

Vamos a resolver un problema abductivo siguiendo los pasos que comprende el método de resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas proposicionales. Sea una teoría $\Theta = \{p\rightarrow q, q\rightarrow r\}$ y un hecho sorprendente $\varphi = s$, el problema abductivo se representaría como $<\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\}, s>$. Para resolverlo, el primer paso consiste en constatar que $<\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\}, s>$ es efectivamente un problema abductivo. Para ello, hay que comprobar que se cumple la condición por la que $<\Theta, \varphi>$ es un problema abductivo, a saber, que la tabla $\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\} \cup \{\neg s\}$ sea abierta:



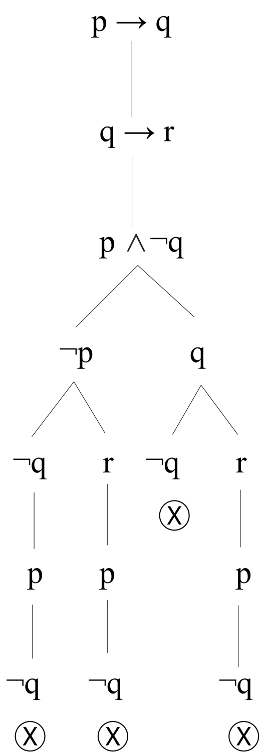
Como es el caso en que la tabla $\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\} \cup \{\neg s\}$ presenta ramas abiertas cuya construcción no puede continuarse, afirmamos que la tabla es abierta.

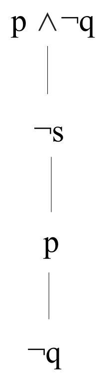
Y con ello, afirmamos que <{p→q, q→r}, s> es efectivamente un problema abductivo.

El segundo paso consiste en buscar una solución al problema abductivo <{p→q, q→r}, s>. Para ello, hay que encontrar una fórmula α que permita cerrar la tabla {p→q, q→r} ∪ {¬s, α}, pero que deje abiertas, por un lado, la tabla de {p→q, q→r} ∪ {α}, a fin de probar la consistencia de la solución, y la tabla de {α,¬s}, a fin de probar que la solución es explicativa.

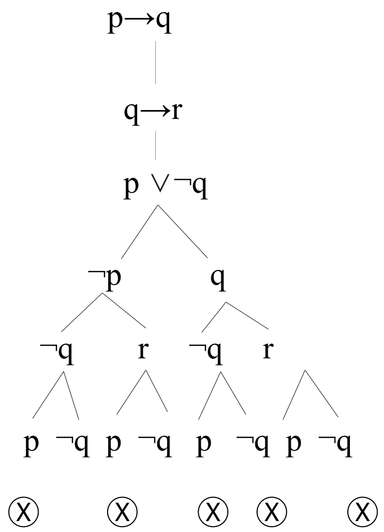
Por un lado, vemos que el literal "s" cierra las ramas abiertas de la tabla, con el par de literales complementarios s y ¬s, pero como s es el hecho sorprendente, no podríamos considerarlo como solución del problema abductivo, ya que la tabla de {s,¬s} es cerrada, y por tanto, s no podría ser una solución explicativa al problema abductivo <{p→q, q→r}, s>.

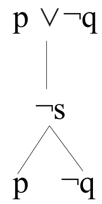
Por otro lado, vemos que la conjunción "p ∧¬q" cierra las ramas abiertas de la tabla, pero no podemos considerar a la fórmula conjuntiva "p ∧¬q" como solución α del problema abductivo, pues aunque p ∧¬q pueda considerarse una solución explicativa al problema abductivo <{p→q, q→r}, s>, ya que la tabla de {p ∧¬q, ¬s} es abierta, p ∧¬q no puede considerarse una solucion consistente con el problema abductivo <{p→q, q→r}, s>, ya que la tabla {p→q, q→r} ∪ {p ∧¬q} no es abierta.





Por último, vemos que la disyunción “$p \vee \neg q$” cierra las ramas abiertas de la tabla, y podemos considerar a la fórmula disyuntiva “$p \vee \neg q$” como solución α del problema abductivo, pues, por un lado, $p \vee \neg q$ puede conisderarse una solución explicativa al problema abductivo $<\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\}, s>$, ya que la tabla de $\{p \vee \neg q, \neg s\}$ es abierta, y, por otro lado, $p \vee \neg q$ puede considerarse una solucion consistente con el problema abductivo $<\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\}, s>$, ya que la tabla $\{p\rightarrow q, q\rightarrow r\} \cup \{p \vee \neg q\}$es abierta.





Tras la resolución de un problema abductivo mediante tablas semánticas proposicionales, vamos a seguir con la resolución de problemas abductivos, siguiendo esta vez el método de tablas semánticas para lógica de predicados de primer orden.

2.4.- Abducción en modelos finitos

Para hablar de abducción en modelos finitos, vamos a seguir en gran medida a A. Nepomuceno (2009). Uno de los motivos por los que es preferible usar la lógica proposicional para el tratamiento de la abducción es que expresa una lógica decidible. En general, los sistemas de lógica proposicional son decidibles, correctos y completos. Y aunque la abducción es decidible en términos de lógica proposicional, su lenguaje es pobre y básico, y la abducción, aunque se trabaje en lógica proposicional, pretende abarcar todas las lógicas. Para los sistemas de lógica de primer orden, en principio, es sumamente difícil un estudio de la abducción, puesto que la abducción ya no es decidible en términos de lógica de primer orden. En general, los sistemas de lógica de primer orden son correctos y completos, pero no decidibles.

Cuando se intentan resolver problemas abductivos en lógica de primer orden, aparece siempre el problema de la indecidibilidad.

Si utilizamos el método de las tablas semánticas para resolver problemas abductivos en lógica de predicados de primer orden, resulta que su procedimiento no es decidible, esto es, que no podemos comprobar en todos los casos que una tabla sea cerrada o abierta, y dado un problema abductivo, no es posible determinar una solución abductiva para dicho problema.

En concreto, la resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas en lógica de primer orden plantea el siguiente problema: vemos que la precondición, por la que la tabla semántica de $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ debe ser abierta, puede dar lugar a una tabla infinita. Con ello, no queremos decir que la fórmula resultante de la conjunción de las fórmulas que integran la precondición, $\Theta \wedge \neg\varphi$, tenga que ser no satisfacible. Ocurre que determinadas fórmulas poseen una estructural tal que el proceso de construcción de su tabla semántica da lugar a una tabla infinita, aun siendo satisfacibles.

Vamos a centrarnos en las fórmulas $\forall x \exists y\,(Rxy)$ y $\forall x \exists y\,(Rxy \wedge \neg Ryx)$, y vamos a llevar a cabo sus tablas semánticas, comprobando que el proceso de construcción de las mismas da lugar a una tabla infinita. Antes bien, vamos a exponer las reglas correspondientes para tablas semánticas en lógica de primer orden. Por un lado, las reglas de cierre, doble negación, α y β se entienden de la misma manera que para tablas proposicionales. Ahora bien, incluimos las reglas γ y δ, que se introducen para el tratamiento de los cuantificadores universal (∀) y existencial (∃):

γ-regla:

$$\frac{\forall x\varphi}{\begin{array}{c}\varphi\,(b_1/x)\\ \varphi\,(b_2/x)\\ \dots\\ \varphi\,(b_n/x)\end{array}}$$

donde $b_1, \dots b_n$ son todas las constantes que ocurren en las fórmulas de la rama de que se trate; donde $\varphi\,(b_i/x)$, $b_i = 1, 2, \dots, n$, es la fórmula resultante de sustituir x por b_i en φ.

δ- regla:

$$\frac{\exists x\varphi}{\varphi\,(b/x)}$$

donde b es una constante que no ha ocurrido en ninguna fórmula de la rama de que se trate; donde $\varphi\,(b/x)$ es la fórmula resultante de sustituir x por b en φ.

Expliquemos a continuación la construcción de la tabla semántica para la fórmula $\forall x \exists y$ (Rxy):

1) $\forall x \exists y$ (Rxy)
2) $\exists y$ (Ra_1y) (γ-regla en 1)
3) Ra_1a_2 (δ-regla en 2)
4) $\exists y$ (Ra_2y) (de nuevo, γ-regla en 1, para $x = a_2$)
5) Ra_2a_3 (δ-regla en 4)

…

El proceso de construcción de la tabla de $\forall x \exists y$ (Rxy) continúa hasta el infinito. Y este proceso consiste, en que cada vez que apliquemos la γ-regla, y se genere una fórmula cuyo elemento principal es un cuantificador existencial, se introducirá una nueva constante, que al no aparecer en la fórmula sobre la que se había aplicado la γ-regla, tendrá de nuevo que ser aplicada γ-regla para la nueva constante, y así sucesivamente.

Expliquemos a continuación la construcción de la tabla semántica para la fórmula $\forall x \exists y$ ($Rxy \wedge \neg Ryx$):

1) $\forall x \exists y$ ($Rxy \wedge \neg Ryx$)
2) $\exists y$ ($Ra_1y \wedge \neg Rya_1$) (γ-regla en 1)
3) $Ra_1a_2 \wedge \neg Ra_2a_1$ (δ-regla en 2)
4) Ra_1a_2 (regla α en 3)
5) $\neg Ra_2a_1$ (regla α en 3)
6) $\exists y$ ($Ra_2y \wedge \neg Rya_2$) (γ-regla en 1)
7) $Ra_2a_3 \wedge \neg Ra_3a_2$ (δ-regla en 6)
8) Ra_2a_3 (regla α en 7)
9) $\neg Ra_3a_2$ (regla α en 7)

…

Al igual que en el ejemplo anterior, el proceso de construcción de la tabla de $\forall x \exists y$ ($Rxy \wedge \neg Ryx$) continúa hasta el infinito, y el proceso de construcción se desarrolla de la misma manera, añadiendo, para este caso, que la fórmula que acompaña al cuantificador existencial es una fórmula conjuntiva, y hay que aplicar la regla α.

Ahora bien, que se puedan presentar problemas abductivos con la precondición $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ como indecidible no tiene por qué impedir el estudio de casos especiales de precondiciones decidibles por medio de tablas semánticas modificadas para lógica de primer orden.

Esto es, si usamos tablas semánticas modificadas, podemos buscar soluciones a problemas abductivos, cuando la fórmula resultante de la conjunción de las fórmulas que integran dicha precondición, $\Theta \wedge \neg\varphi$, pertenece a un universo de discurso finito. Perteneciendo a un universo de discurso finito, la tabla de $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ debe ser abierta, cumpliéndose la precondición, y pudiendo hallar una fórmula α tal que la tabla de $\Theta \cup \{\alpha, \neg\varphi\}$ sea cerrada, admitiéndose $\Theta, \alpha \vDash \varphi$.

Ahora bien, para lograr que la precondición $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ pertenezca a un dominio finito de elementos, vamos a emplear una versión del método de las tablas semánticas para lógica de primer orden. En lo que respecta a las reglas de cierre, doble negación, α y β, se entienden de la misma manera que para tablas proposicionales. En lo que respecta a la regla γ, se entiende de la misma manera que para tablas estándar de lógica de primer orden. En lo que respecta a la regla δ, ha de ser modificada, de manera que:

δ '-regla:

$$\frac{\exists x\varphi}{\varphi\,(b_1/x) \mid \varphi\,(b_2/x) \mid \ldots \mid \varphi\,(b_n/x) \mid \varphi\,(b_{n+1}/x)}$$

donde $b_1, \ldots, b_n$ son todas las constantes que han ocurrido en las fórmulas de la rama de que se trate, y b_{n+1} es una constante nueva.

Para la resolución de problemas abductivos mediante tablas semánticas para lógica de primer orden hay que proceder a la modificación de la regla δ, porque en la medida en que hagamos la tabla de la fórmula $\Theta \wedge \neg\varphi$, cuando su estructura al aplicar la δ-regla de lugar a una tabla infinita, no podremos resolver problemas abductivos, ya que la precondición, por la que la tabla semántica de $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$ debe ser abierta, no será posible. En concreto, se debe a que al aplicar la δ-regla e introducir nuevas constantes que no hayan aparecido, en una única rama, pasando de $\exists x\beta$, por ejemplo, a $\beta\,(a_{n+1}/x)$, siendo a_n la última constante, la única rama se prolongará infinitamente. Por ello, vamos a resolver problemas abductivos mediante tablas semánticas modificadas, ya que usando la δ'-regla nos aseguramos que la tabla de la fórmula $\Theta \wedge \neg\varphi$ no sea infinita, sino que es posible que sea abierta, cumpliéndose la precondición $\Theta \cup \{\neg\varphi\}$. En concreto, se debe que al aplicar la δ'-regla, por la que hemos de introducir, en diferentes ramas, las constantes que hayan aparecido, más una nueva constante, pasando de $\exists x\beta$, por ejemplo, a $\beta\,(a_1/x)$, $\beta\,(a_2/x)$ ... $\beta\,(a_{n+1}/x)$, si a_n era la última constante, continuará solamente $\beta\,(a_{n+1}/x)$ prolongándose hacia el infinito, y existe la posibilidad de que el resto de ramas sean abiertas.

Vamos a centrarnos de nuevo en las fórmulas $\forall x \exists y\,(Rxy)$ y $\forall x \exists y\,(Rxy \wedge \neg Ryx)$, y vamos a construir sus tablas semánticas teniendo en cuentas las modificaciones llevadas a cabo en el método estándar. Expliquemos a continuación la construcción de la variante de tabla semántica para la fórmula $\forall x \exists y\,(Rxy)$:

1) $\forall x \exists y\,(Rxy)$

2) $\exists\,(Ra_1y)$

3) Ra_1a_1 $\quad$ Ra_1a_2

4) $\qquad \exists y\,(Ra_1y)$

5) $\qquad Ra_1a_2$

...

Por un lado, vemos que la tabla consta de dos ramas, una que es infinita, y que es justamente la misma que se obtiene con el procedimiento estándar, y otra que está acabada, y es abierta. Desde la rama abierta podemos definir un modelo, que pertenece a una clase determinada, y que vamos a determinar en función de cómo sea el universo de discurso y la función de interpretación de la rama abierta. Por un lado, como universo de discurso, tomamos los índices de los elementos que ocurren en la rama: $D = \{1\}$, siendo a_1 el único elemento del universo. La función interpretación toma el único elemento del universo de discurso, es decir, a_1, de manera que: $\zeta(a_1) = 1$. La función interpretación, para la rama abierta, R, se define de la siguiente manera: $\zeta(R) = \{<\zeta(a_1), \zeta(a_1)>\} = \{<1,1>\}$.

Expliquemos a continuación la construcción de la variante de tabla semántica para la fórmula $\forall x \exists y\,(Rxy \wedge \neg Ryx)$:

1) $\forall x\, \exists y\,(Rxy \wedge \neg Ryx)$

2) $\exists y\,(Ra_1y \wedge \neg Rya_1)$

3) $Ra_1a_1 \wedge \neg Ra_1a_1$ $\quad$ $Ra_1a_2 \wedge \neg Ra_2a_1$

4) Ra_1a_1 $\quad$ Ra_1a_2

5) $\neg Ra_1a_1$ $\quad$ $\neg Ra_2a_1$

6) ⓧ $\quad$ $\exists y\,(Ra_2y \wedge \neg Rya_2)$

7) $Ra_2a_1 \wedge \neg Ra_2a_2$ $Ra_2a_2 \wedge \neg Ra_2a_2$ $Ra_2a_3 \wedge \neg Ra_3a_2$

8) Ra_2a_1 Ra_2a_2 $\exists y\, (Ra_3y \wedge \neg Rya_3)$

9) $\neg Ra_2a_2$ $\neg Ra_2a_2$ …

Ⓧ

Por un lado, vemos que la tabla consta de cuatro ramas ramas, dos que son cerradas, puesto que contienen un par en contradicción, una que es infinita, y que es justamente la misma que se obtiene con el procedimiento estándar, y una que es acabada y abierta. Desde la rama abierta podemos definir un modelo, que pertenece a una clase determinada, y que podemos determinar en función de cómo sea el universo de discurso y la función de interpretación de la rama abierta. Por un lado, como universo de discurso, tomamos los índices de los elementos que ocurren en la rama: D = {1,2}, siendo a_1 y a_2 los únicos elementos del universo. La función interpretación toma los elementos del universo es decir, a_1 y a_2, de manera que: $\zeta(a_1) = 1$ y $\zeta(a_2) = 2$. La función interpretación, para la rama abierta, R, se define de la siguiente manera: $\zeta(R) = \{<\zeta(a_2), \zeta(a_1)>, <\zeta(a_2), \zeta(a_2)>\} = \{<2,1>, <2,2>\}$.

Ahora bien, resolvamos un problema abductivo para una teoría $\Theta = \forall x \exists y\, (Rxy)$ y un hecho sorprendente $\varphi = Raa$. La tabla modificada para $\forall x \exists y\, (Rxy) \wedge \neg Raa$ es:

1) $\forall x \exists y\, (Rxy)$

2) $\neg Raa$

3) $\exists y\, (Ray)$

4) Raa Rab

5) Ⓧ $\exists y\, (Rby)$

6) Rba Rbb Rbc

7) $\exists y\, (Rcy)$

…

La tabla de $\forall x \exists y (Rxy) \cup \{\neg Raa\}$ presenta dos ramas abiertas, y para hallar una solución abductiva, hemos de encontrar una fórmula α que consiga que la tabla $\forall x \exists y\, (Rxy) \cup \{\alpha, \neg Raa\}$ sea cerrada. Vemos que un literal que puede concebirse como solución abductiva es ¬Rab. Por tanto, podemos considerar ¬Rab como posible explicación al problema abductivo planteado. La tabla para $\forall x \exists y\, (Rxy) \cup \{\neg Rab, \neg Raa\}$ es:

1) $\forall x \, \exists y \, (Rxy)$

2) $\neg Raa$

3) $\exists y \, (Ray)$

4) Raa $\quad$ Rab

5) ⓧ $\quad$ $\exists y \, (Rby)$

6) Rba $\quad$ Rbb $\quad$ Rbc

7) $\quad\quad\quad\quad$ $\exists y \, (Rcy)$

8) $\neg Rab$ $\quad$ $\neg Rab$ $\quad$ $\neg Rab$

ⓧ ⓧ ⓧ

Por último, vamos a resolver un problema abductivo que no necesita del método modificado de tablas semánticas, ya que no posee una estructura que tienda a una tabla infinita. Por tanto, mediante el método estándar de tablas semántica, y sea una teoría $\Theta = \forall x \, (Px \rightarrow Qx)$, un hecho sorprendente $\varphi = Sa$ y el hecho Pa:

$\forall x \, (Px \rightarrow Qx)$

Pa

$\neg Sa$

$Pa \rightarrow Qa$

$\neg Pa$ $\quad$ Qa $\quad$ (regla β en $Pa \rightarrow Qa$)

ⓧ

Hemos obtenido una rama abierta que contiene los literales Pa, ¬Sa y Qa . Ahora bien, los literales que proporcionan cierres de la rama abierta serán ¬Pa, Sa y ¬Qa. Vamos a desechar ¬Pa puesto que Pa se consideraba una condición inicial. Los literales que podrían finalmente considerarse una solución al problema abdcutivo serían Sa y ¬Qa. Con ello, podemos considerar la disyunción de las componentes Sa v ¬Qa como solución al problema abductivo planteado. Se cierra la tabla semántica al añadir la solución Sa v ¬Qa de manera que:

$\forall x\,(Px \rightarrow Qx)$

Pa

$\neg$ Sa

$Pa \rightarrow Qa$

$\neg Pa$ Qa —— Sa v $\neg$Qa ⓧ

ⓧ

3.- ESTUDIO LÓGICO NO CLÁSICO DEL RAZONAMIENTO EXPLICATIVO

3.1.- Estudio de la lógica abductiva estructural desde la lógica modal

Vamos a proponer un estudio lógico no clásico del razonamiento explicativo, yendo más allá de las perspectivas que tratan de fijar un estudio de la abducción desde lógicas clásicas. En este caso, vamos a atender a un estudio de la abducción desde la perspectiva de la lógica modal. Antes bien, vamos a centrar nuestra atención en los principios y definiciones de la lógica modal que resultarán más útiles a la hora de comprender un estudio de la abducción. Para ello, vamos a seguir en buena medida a Nepomuceno (2019).

Como extensión de la lógica clásica, la lógica modal se caracteriza por el uso de un lenguaje proposicional básico, constituido por un conjunto de proposiciones que se denotan con las letras p, q, r... y por los operadores lógicos $\neg$, , , $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$. Además, la lógica modal incorpora dos operadores lógicos, de necesidad y de posibilidad. Vamos a escribir $\Box p$ para expresar que “p es una proposición necesaria” y $\Diamond p$ para expresar que “p es una proposición posible”.

Los operadores modales de necesidad y posibilidad son interdefinibles, de manera que

- $\Box p =_{def} \neg\Diamond\neg p$: necesariamente p = no es posible que no-p
- $\Diamond p =_{def} \neg\Box\neg p$: posiblemente p = no es necesario que no-p

Además, tiene lugar la contradicción, por un lado, entre el par $\Box p$ y $\neg\Box p$, que expresa la necesariedad e innecesariedad de p, y por otro lado, entre el par $\Diamond p$ y $\neg\Diamond p$, que expresa la posibilidad e imposibilidad de p.

Y tiene lugar la contrariedad, por un lado, entre el par $\Box p$ y $\neg\Diamond p$, que expresa la necesidad e imposibilidad de p, y por otro lado, entre el par $\Diamond p$ y $\neg\Box p$, que expresa la posibilidad e innecesariedad de p.

Entre los principales principios que recoge la lógica modal, se encuentran:

1.- Lo que es necesario, es el caso. Se le conoce como axioma T. Simbólicamente, para cada proposición p,

$$\Box p \rightarrow p$$

2.- Lo necesario, necesariamente es necesario. Se le conoce como axioma 4. Simbólicamente, para cada proposición p,

$$\Box p \rightarrow \Box\Box p$$

3.- Lo posible, necesariamente es posible. Se le conoce como axioma 5. Simbólicamente, para cada proposición p,

$$\Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$$

Saul Kripke (1959) sentó las bases de una teoría de mundos posibles, definiendo la semántica de los operadores modales de necesidad y posibilidad. Con ello, vamos a considerar, en primer lugar, cuáles son las posibles relaciones que pueden estipularse entre mundos posibles, y en segundo lugar, vamos a expresar cómo se entiende la valoración de una proposición, para los operadores de necesidad y posibilidad, dada una clase de mundos posibles.

Dada una clase de mundos, pueden relacionarse de las siguientes maneras:

- No hay relación entre mundos posibles.
- Hay una relación definida entre mundos posibles y es serial, esto es, que para cada mundo, hay un mundo relacionado con él.
- La relación entre mundos posibles es reflexiva, esto es, cada mundo se relaciona consigo mismo.
- La relación entre mundos posibles es simétrica, esto es, si un mundo se relaciona con otro, entonces éste se relaciona con el primero.

- La relación entre mundos posibles es transitiva, esto es, si un mundo se relaciona con otro, y éste con un tercero, entonces éste se relaciona con el primero.

Vamos a establecer la valoración de una proposición p, que será verdadera (V) o falsa (F) en un mundo posible. Las proposiciones acompañas de operadores clásicos se interpretan en un mundo posible de igual manera que para la lógica clásica. Las proposiciones acompañadas de los operadores de necesidad $\Box$ y de posibilidad $\Diamond$ se interpretan:

- $\Diamond$ p es V en el mundo m si existe al menos un mundo m' relacionado con m tal que p es V en m'
- $\Box$ p es V en el mundo m si para todo mundo m' relacionado con m se verifica que p es V en m'

Vamos a centrarnos en la lógica modal normal. Todos los mundos posibles para la lógica modal normal comparten el principio de normalidad, basado en la idea de que si es necesario que una proposición implique otra, entonces la necesidad de la primera implica la necesidad de la segunda. Se le conoce como axioma K y se representa como:

$$\Box (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$$

Se han establecido varios sistemas de lógica modal normal. En general, un sistema de lógica modal normal se caracteriza por incluir, además del axioma K, algunos de los principios fundamentales de la lógica modal y por presentar una relación definida entre los mundos posibles que los caracteriza. Vamos a centrarnos en tres sistemas de lógica modal normal:

1.- Un sistema modal normal es denominado T si capta el principio $\Box p \rightarrow p$, “lo necesario es el caso”, que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva.

2.- Un sistema modal normal es denominado S4 si capta el principio $\Box p \rightarrow \Box\Box p$, “lo necesario necesariamente es necesario”, que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva y transitiva.

3.- Un sistema modal normal es denominado S5 si capta el principio $\Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$ “lo posible, necesariamente es posible”, que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva, simétrica y transitiva (relación de equivalencia).

Vamos a referirnos al marco de la lógica modal como un conjunto de mundos, definida una relación de accesibilidad entre ellos. Nos referimos a un marco modal como el par ordenado de elementos <W,R>, donde:

- W se entiende como el conjunto de elementos que normalmente son llamados mundos posibles. Además, W se entiende como el conjunto no vacío de mundos posibles, $W \neq \emptyset$.
- R se entiende como una relación entre mundos posibles llamada relación de accesibilidad. Para los sistemas de lógica normal, dada la fórmula $\Box p$, y el mundo m, se entiende que:
    - En el sistema T, donde la relación entre mundos es reflexiva, p es V en los mundos accesibles desde m, estando garantizado que m está relacionado consigo mismo.
    - En el sistema S4, donde la relación entre mundos es reflexiva y transitiva, P es V en los mundos accesibles desde m y en los accesibles de los accesibles.
    - En el sistema S5, donde la relación entre mundos es reflexiva, simétrica y transitiva, p es V en los mundos accesibles desde m, en los accesibles de los accesibles, y en aquellos desde los que es accesible m.

Vamos a referirnos a un modelo para la lógica modal como un marco modal y una valoración de las fórmulas en cada mundo. Nos referimos a un modelo a través del conjunto ordenado de elementos <W,R,v>, donde:

- v se entiende como una función que asigna valores de verdad a proposiciones dentro de cada mundo posible. Tal que, para cada p que pertenece a *P*, v(p) representa el conjunto de mundos en los que p es verdadera.

Ahora bien, para un modelo M = <W,R,v>, un mundo $s \in W$ y para las fórmulas φ y χ , se define $M, s \models \varphi$, de manera que:

Para fórmulas sin operadores modales:

- $M, s \vDash p$ syss $s \in v(p)$
- $M, s \vDash \neg\varphi$ syss $M, s \nvDash \varphi$
- $M, s \vDash \varphi \wedge \chi$ syss $M, s \vDash \varphi$ y $M, s \vDash \chi$

- $M, s \vDash \varphi \vee \chi$ syss $M, s \vDash \varphi$ o bien $M, s \vDash \chi$

- $M,s \vDash \varphi \rightarrow \chi$ syss $M,s \vDash \neg\varphi$ o bien $M,s \vDash \chi$

Para fórmulas con operadores modales:

- $M, s \vDash \Box\varphi$ syss para todo $s' \in W$ se verifica que si $R <s, s'>$, entonces $M, s' \vDash \Box\varphi$

- $M, s \vDash \Diamond\varphi$ syss existe un $s' \in W$ tal que $R <s, s'>$, entonces $M, s' \vDash \Diamond\varphi$

Vamos a centrarnos, y siguiendo en buena medida a A. Nepomuceno (2009), en lo que podríamos denominar como "abducción estructural". La abducción, desde el planteamiento de Aliseda (1997) considera dos parámetros abductivos, una teoría Θ y un hecho sorprendente φ. Ahora bien, vamos a considerar, además de Θ y φ, implícitamente una lógica subyacente, como parámetro abductivo a tener en cuenta. Considerando como lógica subyacente la clásica $\vDash$, el problema abductivo, ya estructural, se formularía, no $<\Theta, \varphi>$, sino como $<\Theta, \varphi, \vDash>$. En cuanto a la solución estructural, se basa, no tanto en hallar una fórmula α, como en llevar a cabo un cambio de lógica.

Sea $\vDash$ la relación que define un sistema modal normal. Entonces, para un conjunto de fórmulas Θ, para cada mundo w, y para una fórmula φ, se verifica que:

$$\Theta, w \vDash \varphi$$

que indica que φ es demostrable desde Θ en el mundo w, o no es el caso.

Decimos que $<\Theta, \varphi>$ es un problema abductivo estructural en un mundo w cuando φ no se puede demostrar desde Θ, de otra manera, cuando φ es independiente de Θ en un mundo w. Simbólicamente,

$$\Theta, w \nvDash \varphi$$

Como vamos a centrarnos en problemas abductivos estructurales, la solución abductiva tiene que implicar un cambio de lógica, y por ello, si dado un modelo, en el mundo w se verifica $\Theta, w \nvDash \varphi$, y definida una relación de accesibilidad, vamos a cambiar las condiciones de la lógica $\vDash$ y pasar a la lógica $\vDash^*$, que permita que, al definirse una nueva relación de accesibilidad, para un nuevo modelo, se verifique $\Theta, w \vDash^* \varphi$.

Vamos a utilizar el método de las tablas semánticas para la búsqueda de soluciones a problemas abductivos. Ahora bien, para la lógica modal, hay que hacer ciertas modificaciones en las tablas semánticas. En primer lugar, en cada nodo, en lugar de aparecer una fórmula en solitario, aparece una fórmula junto a un mundo, y a veces, una expresión que refiere a que ciertos mundos están relacionados. En lo que respecta a las reglas para las tablas semánticas, en el caso de la lógica modal hay que definir reglas relativas a la relación de accesibilidad, que anotamos como R. Además, todas las reglas de las tablas estándar se mantienen, teniendo en cuenta la notación indicada, y se establecen algunas reglas nuevas:

- Reglas generales para lógicas modales normales

  Desde $\neg\Box B$, i, continuar la rama con $\Diamond\neg B$, i

  Desde $\neg\Diamond B$, i, continuar la rama con $\Box\neg B$, i

  Desde $\Box B$, i y Rij, continuar la rama con B, j

  Desde $\Diamond B$, i, continuar la rama con Rij y B, j

- Para R reflexiva:

  Anotar, para cada mundo i de la rama, Rii

- Para R simétrica:

  Desde Rij, continuar la rama con Rji

- Para R transitiva:

  Desde Rij y Rjk, continuar con la Rik

Vamos a considerar un ejemplo sencillo, donde $\Theta = \{\Diamond B\}$, $\varphi = \Box\Diamond B$ y la relación de accesibilidad es reflexiva y simétrica. En este sentido, vamos a considerar, en un mundo, que representaremos como 0, el problema abductivo $\Diamond B, 0 \not\models \Box\Diamond B$.

Para resolver el problema abductivo, vamos a considerar, en primer lugar, la tabla semántica de la teoría $\Diamond B$ con la negación del hecho sorprendente $\neg\Box\Diamond B$, que debe ser abierta. Si nos fijamos, la fórmula con la que construirmos la tabla semántica, $\Diamond B \wedge \neg\Box\Diamond B$, es equivalente a $\neg(\Diamond B \rightarrow \Box\Diamond B)$, uno de los principios que recoge la lógica modal. La tabla se presenta como:

1) $\Diamond B \wedge \neg\Box\Diamond B, 0$
2) $\Diamond B , 0$
3) $\neg\Box\Diamond B, 0$
4) $B, 1$
5) $\Diamond\neg\Diamond B,0$
6) $\neg\Diamond B, 2$
7) $\Box\neg B, 2$
8) $\neg B, 2$
9) $\neg B, 0$

Como R es reflexiva, aparecen R11, R22, R33. Como R es simétrica, aparecen R01 y R10, R02 y R20. Vemos que la única rama que compone la tabla es abierta. ¿Cómo se obtiene el cierre de esta rama? Si modificamos la relación de accesibilidad, y añadimos que es transitiva, aparecería R21, desde R20 y R01, y habría que añadir a la tabla $\neg B,1$, que entraría en contradicción con B, 1, expresada en el paso 4. La tabla se presenta como:

1) $\Diamond B \wedge\neg\Box\Diamond B, 0$
2) $\Diamond B , 0$
3) $\neg\Box\Diamond B, 0$
4) $B, 1$
5) $\Diamond\neg\Diamond B,0$
6) $\neg\Diamond B, 2$
7) $\Box\neg B, 2$
8) $\neg B, 2$
9) $\neg B, 0$
10) $\neg B, 1$

ⓧ

Por tanto, el problema abductivo estructural $\Diamond B, 0 \nvDash \Box\Diamond B$, que se plantea en el mundo 0 cuando $\vDash$ representa una lógica cuya relación de accesibilidad es reflexiva y simétrica, tiene como solución estructural, que al cambiar las condiciones de la lógica $\vDash$, y pasando a una lógica $\vDash^*$, la relación de accesibilidad sea reflexiva, simétrica y transitiva. De otra manera, la solución se halla pasando de un sistema S4 a un sistema S5.

Vamos a considerar un ejemplo similar, donde $\Theta = \{\Diamond B\}$, $\varphi = \Box\Diamond B$, pero la relación de accesibilidad es reflexiva y transitiva. Vamos a considerar, en un mundo, que representaremos como 0, el problema abductivo $\Diamond B, 0 \nvDash \Box\Diamond B$. La tabla se presenta como:

1) $\Diamond B \wedge \neg \Box\Diamond B$, 0
2) $\Diamond B$, 0
3) $\neg \Box\Diamond B$, 0
4) B , 1
5) $\Diamond \neg\Diamond B$, 0
6) $\neg\Diamond B$, 2
7) $\Box\neg B$, 2
8) $\neg B$, 2

Como R es reflexiva, aparecen R00, R11, R22. Si R fuese simétrica, se podrían añadir, además de R01 y R02, R10 y R20, y dada la relación de transitividad, se añadiría R21, que permite añadir $\neg B$, 1, que entra en contradicción con B, 1, expresada en el paso 4. Además, se añadiría R12, puesto que la relación es simétrica. La tabla se presenta como:

1) $\Diamond B \wedge \neg \Box\Diamond B$, 0
2) $\Diamond B$, 0
3) $\neg\Box\Diamond B$, 0
4) B, 1
5) $\Diamond\neg\Diamond B$, 0
6) $\neg\Diamond B$, 2
7) $\Box\neg B$, 2
8) $\neg B$, 2
9) $\neg B$, 0
10) $\neg B$, 1

$\otimes$

Por tanto, el problema abductivo estructural $\Diamond B, 0 \nvDash \Box\Diamond B$, que se plantea en el mundo 0 cuando $\vDash$ representa una lógica cuya relación de accesibilidad es reflexiva y transitiva, tiene como solución estructural, que al cambiar las condiciones de la lógica $\vDash$, y pasando a una lógica $\vDash^*$, la relación de accesibilidad sea reflexiva, simétrica y transitiva. De otra manera, la solución se halla pasando de un sistema S4 a un sistema S5.

3.2.- Resolución de problemas abductivos desde la lógica epistémica

Tras un estudio de la abducción desde la perspectiva de la lógica modal, vamos a centrarnos en el estudio de la abducción desde una de las variantes de la lógica modal, a saber, la lógica epistémica. Utilizando el procedimiento de las tablas semánticas, para lógica epistémica, vamos a resolver problemas abductivos. Antes bien, vamos a centrar nuestra atención en los principios y definiciones de la lógica epistémica que resultan útiles a la hora de resolver problemas abductivos. Para ello, vamos a seguir en buena medida a Nepomuceno (2019).

Como extensión de la lógica clásica, la lógica epistémica proposicional se caracteriza por el uso de un lenguaje proposicional básico, constituido por un conjunto de proposiciones que se denotan con las letras p,q,r... y por los operadores lógicos $\neg$, $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$. La lógica epistémica se caracteriza por un lenguaje que incluye el operador de conocimiento, que suele representarse mediante K, y que en relación con la lógica modal, se entiende como el operador de necesidad $\Box$, de manera que:

$\Box\varphi$ se entiende como "se conoce que φ", y se anota $K\varphi$ en lugar de $\Box\varphi$

Además de K, podemos representar a su dual, $\hat{K}$, que estaría en la misma relación con K que el operador de posibilidad $\Diamond$ con $\Box$, de manera que:

$\Diamond\varphi$ se entiende como "no se conoce la negación de φ", o de otro modo, "hasta donde se sabe φ es el caso", y se anota $\hat{K}\varphi$ en lugar de $\Diamond\varphi$

La lógica epistémica, además de analizar el conocimiento, analiza las creencias (a veces se habla de "lógica doxástica" -al oponer doxa, opinión, creencia, a episteme, conocimiento- aquí preferimos incluirla en la lógica epistémica). Con ello, podemos definir, para la lógica epistémica, el operador de creencia, que suele representarse mediante B. En este sentido,

$B\varphi$ se entiende como "se cree que φ"

Además, la lógica epistémica puede referirse a un agente que conoce. Formalmente, se agrega un subíndice al operador K, normalmente una letra, a, b, c..., para indicar cuál es el agente epistémico al que se está haciendo referencia. De esta forma $K_a\varphi$ significa "a conoce φ". Del mismo modo para los operadores $\hat{K}$ o B, de manera que $\hat{K}_b\varphi$ significa "hasta donde b sabe φ es el caso" y $B_c\varphi$ significa "c cree que φ".

Vamos a destacar algunos de los principios que recoge la lógica epistémica:

1.- Lo que el agente a conoce es el caso. Se le conoce como axioma T. Simbólicamente, para una proposición p y un agente a:

$$Kap \rightarrow p$$

2.- Si el agente a conoce p, entonces dicho agente conoce que conoce p”. Se conoce como el axioma de introspección positiva. Simbólicamente, para una proposición p y un agente a:

$$Kap \rightarrow KaKap$$

3.- Si el agente a no conoce p, entonces dicho agente sabe que no conoce p. Se conoce como el axioma de introspección negativa. Simbólicamente, para una proposición p y un agente a:

$$\neg Kap \rightarrow Ka\neg Kap$$

4.- Si el agente a conoce que p, entonces cree que p. Vamos a considerarlo como un axioma que vincula el operador de conocimiento K y el operador de creencia B. Simbólicamente, para una proposición p y un agente a:

$$Kap \rightarrow Bap$$

5.- El agente a no se cree lo falso. Se conoce como el axioma D -consistencia de creencias-. Simbólicamente, para una proposición p y un agente a:

$$\neg\ Bap\bot$$

La lógica epistémica se rige por la semántica de mundos posibles propuesta por Saul Kripke (1959), al considerarse una variante de la lógica modal. Dada una clase de mundos posibles, vamos a considerar, como posibles relaciones que pueden estipularse entre ellos, las mismas que para la lógica modal: no hay relación entre mundos, o la relación entre mundos es serial, o reflexiva, simétrica o transitiva, o una combinación de éstas. Ahora bien, la relación de accesibilidad entre mundos respecto del conocimiento K establece características de la relación, a saber, reflexiva, simétrica y transitiva (relación de equivalencia). En cambio, la relación de accesibilidad entre mundos respecto de la creencia B se concibe como una relación serial, esto es, establece una relación entre mundos, pero no las características de dicha relación.

Por otro lado, la relación de accesibilidad entre mundos respecto del conocimiento se entiende como una relación de indistinguibilidad. Esto es, que dado un agente a, y dos mundos, w_1 y w_2, decimos que w_1 y w_2 son accesibles para el agente a, Ra (w_1,w_2) cuando resultan indistinguibles para (el conocimiento de) a.

Vamos a centrarnos en la lógica epistémica normal. Todos los mundos posibles para la lógica epistémica normal comparten el principio de normalidad, basado en la idea de que si el agente a conoce que una proposición implica otra, entonces que el agente a conozca la primera implica que el agente a conoce la segunda. Se le conoce como axioma *K*, y se representa como:

$$Ka\ (p \rightarrow q) \rightarrow (Kap \rightarrow Kaq)$$

Se han establecido varios sistemas de lógica epistémica normal. En general, un sistema de lógica epistémica normal se suele caracterizar, por incluir, además del axioma *K*, algunos de los principios fundamentales de la lógica epistémica y por presentar una relación definida entre los mundos posibles respecto del operador de conocimiento, K, que es de equivalencia (reflexiva, simétrica y transitiva). Vamos a centrarnos en tres sistemas de lógica epistémica normal:

1.- Un sistema epistémico normal es denominado T si capta el principio Kap →p, "lo que el agente a conoce es el caso", que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva. Nótese que se trata del axioma T de los sistemas modales aléticos.

2.- Un sistema epistémico normal es denominado S4 si capta el principio de introspección positiva Kap → KaKap, "si el agente a conoce p, entonces dicho agente conoce que conoce p", que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva y transitiva. Nótese que se trata del axioma 4 de los sistemas modales aléticos.

3.- Un sistema epistémico normal es denominado S5 si capta el principio de introspección negativa ¬Kap → Ka¬Kap, "si el agente a no conoce p, entonces dicho agente sabe que no conoce p", que resulta válido en todos los modelos en los cuales la relación de accesibilidad es reflexiva, simétrica y transitiva (relación de equivalencia). Nótese que se trata del axioma 5 de los sistemas modales aléticos.

Vamos a referirnos a un modelo epistémico a través del conjunto ordenado de elementos <W, Ra, v>, donde:

- W se entiende como el conjunto de estados de conocimiento, o de acuerdo con la metáfora de Kripke, de mundos posibles. Además, W se entiende como un conjunto no vacío de mundos posibles, $W \neq \emptyset$.

- Ra se entiende como el conjunto de relaciones de accesibilidad definidas en W para el agente a. Para los sistemas de lógica modal epistémica, dada la fórmula Kap, y el mundo m, se entiende que:

  - En un sistema T, donde la relación entre mundos es reflexiva, si Kap es verdadera en un mundo m, entonces p es verdadera en todos los mundos m' accesibles desde m para el agente a – es decir en todos los mundos m' tales que Ra (m,m') – en particular en el propio m, puesto que Ra (m,m).

  - En un sistema S4, donde la relación entre mundos es reflexiva y transitiva, si Kap es verdadera en un mundo m, entonces p es verdadera en todos los mundos m' accesibles desde m para el agente a – es decir en todos los mundos m' tales que Ra (m,m') – en particular, en el propio m, puesto que Ra (m,m), y en los mundos m'' accesibles desde m', puesto que Ra (m, m'').

  - En un sistema S5, donde la relación entre mundos es reflexiva, simétrica y transitiva, si Kap es verdadera en un mundo m, entonces p es verdadera en todos los mundos m' accesibles desde m para el agente a – es decir, en todos los mundos m' tales que Ra (m, m') – en particular, en el propio m, puesto que Ra (m,m), en los mundos m'' accesibles desde m', puesto que Ra (m, m'') y en los mundos m' desde los que es accesible m, puesto que Ra (m', m).

- v se entiende como una función que asigna valores de verdad a proposiciones dentro de cada mundo posible. Tal que, para cada p que pertenece a F, v(p) representa el conjunto de mundos en los que p es verdadera.

Ahora bien, a partir de un modelo epistémico M = <W, Ra, v>, un mundo s $\in$ W, un agente a, y para las fórmulas φ y χ, el modelo M en el mundo w satisface una fórmula φ, simbólicamente, M, s $\models \varphi$, de manera que:

Para fórmulas sin operadores epistémicos:

- $M, s \vDash p$ syss $s \in v(p)$

- $M, s \vDash \neg\varphi$ syss $M, s \nvDash \varphi$

- $M, s \vDash \varphi \wedge \chi$ syss $M, s \vDash \varphi$ y $M, s \vDash \chi$

- $M, s \vDash \varphi \vee \chi$ syss $M, s \vDash \varphi$ o bien $M, s \vDash \chi$

- $M,s \vDash \varphi \rightarrow \chi$ syss $M, s \vDash \neg\varphi$ o bien $M, s \vDash \chi$

Para fórmulas con operadores epistémicos:

- $M, s \vDash Ka\varphi$ syss para todo mundo $s' \in W$, si $Ra\ (s,s')$, entonces $M, s' \vDash \varphi$

- $M, s \vDash \hat{K}a\varphi$ syss existe un mundo $s' \in W$ tal que $Ra\ (s,s')$, entonces $M, s' \vDash \varphi$

Ahora bien, vamos a centrarnos en cómo se resuelven problemas abductivos desde la perspectiva de la lógica epistémica. Para simplificar, vamos a trabajar con operadores epistémicos a los que no les corresponde ningún agente concreto. Para la lógica epistémica, no vamos a resolver un problema abductivo dando lugar a un cambio de lógica, como hicimos para la lógica modal, sino que vamos a centrarnos en la búsqueda de una fórmula α que sirva como solución a un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$. En cuanto a las reglas, por un lado, la estándar se mantienen, por otro lado, coinciden las reglas relativas al carácter reflexivo, simétrico y transitivo, de la relación entre mundos, R, con las propias de la lógica modal. Ahora bien, en función de los operadores epistémicos, K, $\hat{K}$ y B, se establecen nuevas reglas:

$$\begin{array}{c} KA, n \\ \hline A, 0 \\ A, 1 \\ \dots \\ A, n \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg KA, n \\ \hline \neg A, m \end{array} \qquad \begin{array}{c} \hat{K}A, n \\ \hline A, m \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg\hat{K}A, n \\ \hline \neg A, 0 \\ \neg A, 1 \\ \dots \\ \neg A, n \end{array}$$

$$\begin{array}{c} BA, n \\ \hline A, m \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg BA, n \\ \hline \neg A, m \end{array}$$

Vamos a situarnos en un sistema modal normal S5, que es el sistema que suele caracterizar al operador de conocimiento K.

Como vamos a considerar un problema abductivo que incluye el operador de conocimiento K y el de creencia B, hay que llevar a cabo ciertas modificaciones en las reglas admitidas para S5. Como el axioma T no se cumple para B, esto es, que mientras para K se cumple "lo que el agente a conoce es el caso", para B no se cumple "lo que el agente a cree es el caso", de manera que Bap $\not\rightarrow$ p, vamos a añadir al sistema S5 el axioma D, por el que no se cree lo falso, simbolizado como $\neg Bp\bot$. Por otro lado, mientras que para el operador K se puede establecer las características de su relación de accesibilidad, en S5 que son, reflexiva, simétrica y transitiva, para el operador B, que presenta una relación serial, no se establecen las características de su relación de accesibilidad. Por ello vamos a considerar una relación entre K y B a través del axioma $Kp \rightarrow Bp$, que afirma que si se conoce p, entonces se cree p. Además, tendremos en cuenta que para el operador B hay normalidad, esto es, que se considera $B(p\rightarrow q) \rightarrow (Bp\rightarrow Bq)$.

Sea $\vDash$ la relación que define un sistema epistémico normal. Entonces, para un conjunto de fórmulas Θ, para cada mundo w, y para una fórmula φ, se verifica que:

$$\Theta, w \vDash \varphi$$

que indica que φ es demostrable desde Θ en el mundo w, o no es el caso.

Decimos que $<\Theta, \varphi>$ es un problema abductivo en un mundo w cuando φ no se puede demostrar desde Θ, de otra manera, cuando φ es independiente de Θ en un mundo w. Simbólicamente,

$$\Theta, w \nvDash \varphi$$

Decimos que α es una solución abductiva al problema $<\Theta, \varphi>$ cuando, junto a Θ, permite que φ pueda ser demostrado en un mundo w. Simbólicamente,

$$\Theta,\ \alpha,\ w \vDash \varphi$$

Vamos a resolver un problema abductivo donde $\Theta = \{K\ (p\rightarrow q)\}$ y $\varphi = q$ y partimos de un mundo 0. Se ha producido el hecho sorprendente q. Por un lado, no podemos afirmar que se conozca q, puesto que es un hecho sorprendente, pero vamos a suponer que se cree q, de manera que Bq. Por otro lado, considerando el axioma que relaciona los operadores de conocimiento y de creencia, $Kp \rightarrow Bp$, podemos afirmar que $K\ (p\rightarrow q) \rightarrow B\ (p\rightarrow q)$. Por tanto, vamos a tomar como $\Theta = B\ (p\rightarrow q)$ y $\varphi = Bq$. Con ello, el problema abductivo se transforma a $B\ (p\rightarrow q\}, 0 \nvDash Bq$.

La tabla se presenta como:

1) $B (p\to q\}, 0$

2) $\neg Bq, 0$

3) $p\to q, 1$

4) $\neg q, 1$

5) $\neg p, 1 \quad q, 1$

X

La tabla presenta dos ramas, una cerrada y otra abierta. Para resolver el problema abductivo, hemos de encontrar una fórmula α que cierre la rama abierta. De entre las posibles soluciones, tenemos que p, 1 cerraría la tabla. Ahora bien, la solución abductiva podemos entenderla como Bp, 1, ya que la eliminación del operador de creencia B no asegura que una proposición sea el caso, ya que no se cumple el axioma T. La tabla se presenta como: Pab

1) $B (p\to q\}, 0$

2) $\neg Bq, 0$

3) $p\to q, 1$

4) $\neg q, 1$

5) $\neg p, 1 \quad q, 1$

X

$p, 1$

X

4.- CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En la elaboración de este estudio sobre la lógica abductiva, nos hemos percatado de cuáles son los principales elementos que constituyen su estructura formal y semántica. Hemo visto cuál es su forma lógica, propuesta por Peirce, o cuáles son las tesis que debe cumplir un razonamiento abductivo para ser considerado como tal, propuestas por Hintikka, y siguiendo para ello a T. Kapitan. Además, hemos definido qué es un problema abductivo y qué es una solución abductiva, y como deben verificarse ciertas relaciones entre ambas para considerarlas como tal, explorábamos en la relación de consecuencia abductiva.

Con ello, hemos diferenciado entre la relación de consecuencia abductiva y la relación de consecuencia clásica, comprobando cómo las propiedades más características de la relación de consecuencia clásica, tales como la reflexividad, monotonía y transitividad, no se cumplían para la relación de consecuencia abductiva. Sin embargo, y siguiendo para ello a Aliseda, veíamos como cierta versión *cautelosa* de la propiedad de monotonía se verificaba para la relación de consecuencia abductiva.

En la elaboración de este estudio lógico, clásico y no clásico, de la lógica abductiva, hemos comprobado que el método de las tablas semánticas constituye una buena propuesta para la resolución de problemas abductivos. Y es que para cada tipo de lógica hemos visto que el método de las tablas semánticas, ya sea el estándar o el modificado, se ha adecuado a las características formales y semánticas de la lógica de que se trate. Para lógica de primer orden hemos modificado la regla δ que se establece para el método estándar, por la regla δ' que hemos establecido para una versión modificada de las tablas semánticas, con el propósito de solucionar los posibles problemas de indecidibilidad que plantea la lógica de primer orden, y poder utilizar el método de las tablas semánticas para la resolución de problemas abductivos.

Para resolver problemas abductivos mediante tablas semánticas en un lenguaje modal, teníamos en cuenta la semántica de mundos posibles en las que nos movíamos y las reglas correspondientes a los operadores y relaciones de accesibilidad modales. Como veíamos, la resolución de problemas abductivos estructurales requería de una solución que implicase un cambio de lógica, y para ello, modificábamos, dado un problema abductivo, la relación de accesibilidad inicial, perteneciente a un sistema modal normal, por una nueva relación de accesibilidad, perteneciente a un nuevo sistema modal normal.

Para la lógica epistémica hemos seguido un procedimiento de resolución de problemas abductivos que prestaba atención a cuáles eran los operadores modales con los que trabajaba la lógica epistémica, a saber, el operador de conocimiento K y el operador de creencia B. Además, para resolver problemas abductivos teníamos en cuenta los principios epistémicos con los que operar dado un sistema modal normal S5, en cuanto al operador de conocimiento K, y cómo la resolución de problemas abductivos que incluían el operador de creencia B implicaba la modificación de algunos de esos principios.

Además de realizar un estudio de la lógica abductiva, desde la perspectiva de lógicas clásicas, proposicional y de predicados de primer orden, y desde la perspectiva de lógicas no clásicas, en concreto para lógica modal y epistémica, es posible abarcar un estudio de la abducción desde otras perspectivas lógicas, entre ellas:

- Un estudio de la abducción desde la lógica epistémica en un lenguaje de predicados de primer orden. Para ello, se tendrán en cuenta las limitaciones que conlleva un estudio de la abducción para la lógica de predicados, donde hemos de hacer frente al problema de la indecidibilidad. Mediante el método de las tablas semánticas modificadas, para lógica de predicados, se podrán resolver algunos problemas abductivos en una semántica de mundos posibles, propia de la lógica epistémica, y usando los operadores epistémicos principales, como el de conocimiento K y el de creencia B.

- Un estudio de la abducción desde la lógica epistémica dinámica. En este sentido, a través del operador dinámico de anuncios públicos, $[\varphi!]\chi$, que expresa "tras cada anuncio público de φ, χ es el caso", se podrían resolver problemas abductivos. Con ello, se pone de manifiesto un estudio de la abducción donde se han de tener en cuenta las acciones epistémicas, que permiten una actualización de la información de que se trate.

- Un estudio de la abducción desde la perspectiva deóntica. La lógica deóntica, al igual que la lógica epistémica, se incluye en la familia de las lógicas modales. Ahora bien, la lógica deóntica se caracteriza por el uso del operador deóntico de obligación, O, y por el uso del operador deóntico de permisión, P. Mediante tablas semánticas, y a través de las reglas para los operadores deónticos, se podrían resolver algunos problemas abductivos.

- Un estudio de la abducción en el ámbito de la filosofía de la ciencia. Una de las labores de la ciencia es explicar fenómenos, y para ello, se subsumen bajo una o más leyes científicas, que son enunciados que describen regularidades de ciertos fenómenos, a partir de determinadas condiciones iniciales. Dada una teoría científica Θ, el fenómeno φ se explica a partir de Θ y las condiciones iniciales Δ syss φ es consecuencia lógica de $\Theta \cup \Delta$. Simbolicamente,

$$\Theta \cup \Delta \vDash \varphi$$

- Un estudio de la abducción desde sistemas lógicos mixtos. Con ello, y a través del método de las tablas semánticas, se podrían resolver problemas abductivos desde un sistema epistémico-deóntico, en el que se combinan operadores deónticos como el de obligación O y operadores epistémicos como el de conocimiento K.

- Un estudio de la abducción desde la noción de analogía. Dado un hecho sorprendente φ, puede establecerse una analogía entre φ, que presenta unas determinadas características y se encuentra en un determinado contexto, y otro hecho, a saber, χ, que aunque pertenece a otro contexto, presenta unas características parecidas a las de φ. Con ello, se puede trasladar la explicación de χ y concebirse como la explicación α del hecho sorprendente.

- Un estudio de la abducción como reconstrucción de proto-lenguajes como el indo-europeo. Algunos estudios aseguran que hay lenguas que, a pesar de estar separadas a lo largo de la historia y del tiempo, comparten unas características comunes, y los expertos abducen a considerar estas lenguas como originarias de una misma lengua madre, denominada como indo-europea. En concreto, a partir de diferentes lenguas, los estudiosos van hacia atrás, buscando la mejor hipótesis para considerar al indoeuropeo como la madre del resto de lenguas.

Por último, es momento de comentar cómo ha sido mi experiencia a la hora de elaborar este trabajo, y qué queda para el futuro. En principio, mi objetivo era llevar a cabo un estudio que abarcase tanto la lógica clásica, impartida en la asignatura de Lógica, como la lógica no clásica, impartida en la asignatura de Lógica y Lenguaje, en mi transcurso académico por la Facultad de Filosofía. Con el consejo de mi tutor de Trabajo de Fin de Grado, decidí llevar a cabo un estudio lógico, clásico y no clásico, de la lógica abductiva. A partir de ahí, me embarqué en el estudio de la abducción, y el resultado de mi estudio, es este.

Una vez que he finalizado este proyecto, soy consciente de todo el conocimiento que he adquirido, de cómo la lógica abductiva, que era un tema desconocido para mí, se ha convertido en algo que ha aportado a mi actitud filosófica nuevas herramientas de conocimiento lógico. Para los amantes, ya no de la sabiduría, en general, sino de la lógica, en particular, donde me incluyo yo misma, adquirir nuevos conocimientos lógicos no solo implica la erudición en una materia, sino la adquisición de unas habilidades lógicas que permiten encauzar muchas de las situaciones que se nos presentan en la vida diaria.

¿Y ahora qué? Mi futuro académico se presenta esperanzador en cuanto puedo seguir especializándome en asuntos de lógica. En vistas a la realización de un Máster que abarque el estudio de la lógica, seguiré profundizando en temas de abducción. Con ello, las perspectivas mencionadas acerca de otras posibilidades de estudio de la abducción, pasarán de ser una mera mención a un estudio profundo de las mismas.

5.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aliseda, A. (1998). La abducción como cambio epistémico: CS. Peirce y las teorías epistémicas en inteligencia artificial. *Analogía filosófica: revista de filosofía, investigación y difusión*, Vol. 12, Nº 1, 125-144. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2424121

Aliseda, A. (2006). *Abductive Reasoning: Logical Investigatios into Discovery and Explanation*. Springer.

Beuchot, M. (1998). Abducción y analogía. Analogía filosófica: *revista de filosofía, investigación y difusión*, Vol. 12, Nº 1, 57-68. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/buscar/documentosquerysDismax.DOCUMENTAL_TODO=abduccion+y+analogia

Génova, G. (1998). Los tres modos de inferencia. *Anuario Filosófico*, Vol. 29, Nº, 3, 1249-1263. Recuperado de https://revistas.unav.edu/index.php/anuario-filosofico/article/view/29720

Murillo Corchado, M.V. y Nepomuceno Fernández, A. (2019). Giro dinámico y lógica de la investigación científica. *Revista de Humanidades de Valparaíso*, No 13, 68-89. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7030270

Nepomuceno Fernández, A. (2002). *Curso Práctico de Lógica*. Kronos S.A. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=252234

Nepomuceno Fernández, A. (2007). Tablas semánticas para fórmulas satisfacibles en dominios finitos. *Teorema: Revista internacional de filosofía*, Vol. 26, Nº 1, 5-20. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2312753

Nepomuceno Fernández, A. y Soler Toscano, F. (2008). Abducción en modelos finitos. *CRÍTICA: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, Vol. 40, No, 118, 57-78. Recuperado de http://critica.filosoficas.unam.mx/index.php/critica/article/view/1021

Nepomuceno Fernández, A. (2009). Sistematización del descubrimiento y la explicación: la elaboración de una lógica abductiva. *CRÍTICA: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, Vol. 41, Noº 123, 129-146. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3213168

Nepomuceno Fernández, A., Soler Toscano, F. & Vélazquez Quesada, F.R. (2014). The Fundamental Problem of Contemporany Epistemology. *Teorema*, Vol. XXXIII, No, 2, 83-109. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4729765

Nepomuceno Fernandez, Ángel. (2019). *Introducción a la lógica deóntica*. [Diapositivas de PowerPoint del material de clase de la asignatura Lógica y Lenguaje].

Nepomuceno Fernández, Ángel. (2019). *Introducción a las lógicas modales 1*. [Diapositivas de PowerPoint del material de clase de la asignatura Lógica y Lenguaje].

Nepomuceno Fernández, Ángel. (2019). *Lógica epistémica*. [Diapositivas de PowerPoint del material de clase de la asignatura Lógica y Lenguaje].

Soler Toscano, F. (2007). Criterios de selección de hipótesis explicativas. *Lógica, Filosofía del lenguaje y de la lógica*, (pp.203-217). Mergablum.

Soler Toscano, F. (2007). Criterios de selección de hipótesis explicativas. En L*ógica, Filosofía del lenguaje y de la lógica*, (pp.203-217). Mergablum. Recuperado de https://personal.us.es/fsoler/papers/07criterios.pdf

Soler Toscano, F. (2012). *Razonamiento abductivo en lógica clásica*. College publications.

Soler Toscano, F. (2015). El giro dinámico en epistemología formal: el caso del razonamiento explicativo. Theoria: an international journal for theory, history and foundations of sciencia. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4742633