

# Trabajo Fin de Grado

## Ingeniería de Organización Industrial

### Análisis de la eficiencia docente e investigadora de las Universidades españolas mediante DEA en paralelo

Autor: Rafael Muñoz Sobrino

Tutor: Antonio Plácido Moreno Beltrán

Dpto. Organización Industrial y Gestión de  
Empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería de Organización Industrial

# **Análisis de la eficiencia docente e investigadora de las Universidades españolas mediante DEA en paralelo**

Autor:

Rafael Muñoz Sobrino

Tutor:

D. Antonio Plácido Moreno Beltrán

Profesor titular

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Proyecto Fin de Carrera: Análisis de la eficiencia docente e investigadora de las Universidades españolas  
mediante DEA en paralelo

Autor: Rafael Muñoz Sobrino

Tutor: Antonio Plácido Moreno Beltrán

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

En primer lugar, agradecer a mis padres todo el esfuerzo que han hecho para que hoy esté aquí, terminando el grado, y no solo me refiero al esfuerzo económico, sino todos los apoyos que me han brindado sin los cuales todo esto no habría sido posible.

A mi hermano, por ser el primero en preocuparse de saber cada avance en mi carrera, a pesar de la distancia.

A mi tutor, Plácido, por su paciencia, cercanía y dedicación, por esas tutorías en las cuales no hablábamos únicamente del proyecto, sino que además me orientaba sobre lo que será mi futuro próximo.

A mi padrino Vicente, por todos esos buenos momentos en los que siempre aprovechaba para que no solo fuera mejor estudiante, sino mejor persona.

A mis compañeros de estudio, gracias a los cuales todas esas horas en la biblioteca se hacían amenas.

A mis amigos que me han apoyado durante todos estos años.

En definitiva, a todas aquellas personas que de alguna manera u otra han contribuido a que a día de hoy me encuentre aquí.

*Rafael Muñoz Sobrino*

*Sevilla, 2020*



# Resumen

---

En este trabajo se va a analizar la eficiencia de las 47 Universidades públicas no presenciales del Sistema Universitario Español. Para este análisis se usará la metodología Network DEA SBM que combina el análisis de eficiencia basado en holguras con un modelo en red paralelo, es decir, las Universidades serán tratadas tanto en el sentido docente como investigador y la eficiencia se calculará a partir de las holguras las cuales nos dicen lo que hay que disminuir las entradas o por el contrario lo que hay que aumentar las salidas.

El sistema universitario desempeña el servicio público de educación superior mediante la investigación, la docencia y el estudio, basándose en el principio de autonomía de las Universidades.

Se han descartado todas las Universidades privadas, ya que su carácter privado les dota de una financiación distinta y por tanto no son comparables con las demás, además de las públicas no presenciales, de naturaleza distinta a las estudiadas.

Para realizar el estudio, nos ayudaremos de un software de optimización llamado Lingo, en el cual implementamos un modelo cargando los datos desde una hoja Excel y nos devuelve en esa misma hoja los resultados.

Cada Universidad tendrá unos recursos que tendrá que gestionar de manera eficiente para maximizar sus productos y conseguir de esta manera ser eficiente. En caso de no generar los resultados esperados para los recursos que dispone se considerará ineficiente y se harán propuestas de mejora.

Una buena gestión de recursos es igual a un incremento de la eficiencia, y por consiguiente, una disminución de costes o un incremento de la calidad del servicio prestado, por tanto, con este trabajo se pretende que sirva para extraer conclusiones a todos los lectores del mismo.



# Abstract

---

The following document will analyse the efficiency of forty-seven non-presential universities of the Spanish university system. For such purpose, the Network DEA SBM methodology is employed, combining efficiency analysis based on slacks with a parallel network model. Universities will be treated both in the teaching and the investigating sense, and efficiencies will be calculated from slacks which describe how much entries and exits must be reduced or augmented, respectively.

The university system plays the public service of higher education through investigation, teaching, and study, based on the principle of autonomy of universities.

All private universities are discarded, as their private nature provides them with a different funding and are therefore not comparable to the rest, besides non-presential public universities, of a different nature than those studied.

For this study, we will make use of the optimisation software Lingo, in which we will implement a model loading data from an Excel sheet, which returns the results in that same sheet.

Each university will have resources which they will have to manage in a different way to maximise their products and, that way, achieve efficiency. In case the expected results are not obtained for the available resources, they will be considered inefficient, and a proposal for improvement shall be made.

Proper resource management is equal to an increase in efficiency, and therefore a decrease in costs or a rise the quality of the service given. Hence, this work attempts to extract conclusions for the readers of this document.



<b>Agradecimientos</b>	<b>9</b>
<b>Resumen</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>13</b>
<b>Índice</b>	<b>15</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>17</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>19</b>
<b>1 Objeto y alcance del proyecto</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Objetivo del proyecto</i>	1
1.2 <i>Estructura del documento</i>	1
<b>2 Metodología DEA</b>	<b>3</b>
2.1 <i>Conceptos Básicos</i>	3
2.2 <i>Modelos DEA</i>	5
2.2.1 Modelos con retorno de escala constante	7
2.2.2 Modelos con retorno de escala variable	10
2.3 <i>Network DEA</i>	12
2.3.1 Modelos usados en NDEA	12
2.3.2 Principales estructuras de NDEA	13
2.4 <i>Aplicaciones DEA</i>	16
2.5.1 Sanidad	16
2.5.2 Educación	17
2.5.3 Deportes	17
2.5.4 Industria automovilística	18
2.5.5 Sector público	18
2.5 <i>Ventajas y limitaciones de DEA</i>	19
<b>3 Sistema educativo en España</b>	<b>21</b>
3.1 <i>Contexto político, económico y social en España</i>	21
3.2 <i>Estructura y organización del Sistema educativo.</i>	21
3.3 <i>Sistema Universitario Español</i>	23
<b>4 Aplicación NDEA a Universidades Españolas</b>	<b>25</b>
4.1 <i>Unidades productivas</i>	25
4.2 <i>Variables utilizadas y justificación</i>	26
4.3 <i>Modelado Matemático</i>	28
<b>5 Resultados de la investigación</b>	<b>33</b>
5.1 <i>Método de resolución</i>	33
5.2 <i>Resultados</i>	35
5.2.1 Resultados de 2015	36
5.2.2 Resultados 2016	39
5.2.3 Resultados 2017	42
5.2.4 Resultados 2018	44
5.2.5 Evolución temporal de las eficiencias promedio	46
5.2.6 Evolución temporal de las holguras	47

---

5.2.7	Estudio de eficiencia por comunidad autónoma	51
<b>6</b>	<b>Conclusiones y posibilidades de desarrollo futuras</b>	<b>55</b>
	<b>Referencias</b>	<b>57</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>59</b>
	<i>ANEXO I: CÓDIGO COMPLETO LINGO</i>	<i>59</i>
	<i>ANEXO II: DATOS COMPLETOS POR AÑO</i>	<i>61</i>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

<b>Tabla 1.</b> Aplicación DEA a sanidad	16
<b>Tabla 2.</b> Aplicación DEA a educación	17
<b>Tabla 3.</b> Aplicación DEA a deportes	17
<b>Tabla 4.</b> Aplicación DEA a automóvil	18
<b>Tabla 5.</b> Aplicación DEA a sector público	18
<b>Tabla 6.</b> Universidades públicas no presenciales	26
<b>Tabla 7.</b> Resultados 2015	35
<b>Tabla 8.</b> Resultados 2016	38
<b>Tabla 9.</b> Resultados 2017	41
<b>Tabla 10.</b> Resultados 2018	43
<b>Tabla 11.</b> Evolución temporal eficiencia	45
<b>Tabla 12.</b> Evolución temporal holguras	46
<b>Tabla 13.</b> Evolución temporal holguras US	51
<b>Tabla 14.</b> Eficiencias por CCAA	52



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

<b>Figura 1.</b> Frontera CRS	6
<b>Figura 2.</b> Frontera VRS	6
<b>Figura 3.</b> Modelo CCR-IN	9
<b>Figura 4.</b> Modelo CCR-OUT	10
<b>Figura 5.</b> Modelo BBC-IN	11
<b>Figura 6.</b> Modelo BBC-OUT	12
<b>Figura 7.</b> Basic Two-Stage Structure	14
<b>Figura 8.</b> General Two-Stage Structure	14
<b>Figura 9.</b> Series Structure	15
<b>Figura 10.</b> Paralell Structure	15
<b>Figura 11.</b> Organigrama Sistema Universitario Español	22
<b>Figura 12.</b> Esquema modelo Universidades	27
<b>Figura 13.</b> Captura formato Excel	32
<b>Figura 14.</b> Captura asignar nombre	33
<b>Figura 15.</b> Captura Lingo set	33
<b>Figura 16.</b> Captura Lingo data	33
<b>Figura 17.</b> Captura Lingo restricciones	34
<b>Figura 18.</b> Vector intensidad DOCENCIA 2015	36
<b>Figura 19.</b> Vector intensidad INVESTIGACIÓN 2015	37
<b>Figura 20.</b> Vector intensidad DOCENCIA 2016	39
<b>Figura 21.</b> Vector intensidad INVESTIGACIÓN 2016	40
<b>Figura 22.</b> Vector intensidad DOCENCIA 2017	42
<b>Figura 23.</b> Vector intensidad INVESTIGACIÓN 2017	42
<b>Figura 24.</b> Vector intensidad DOCENCIA 2018	44
<b>Figura 25.</b> Vector intensidad INVESTIGACIÓN 2018	44
<b>Figura 26.</b> Evolución temporal eficiencia	45
<b>Figura 27.</b> Evolución temporal MATRICULADOS	47
<b>Figura 28.</b> Evolución temporal PDI1	47
<b>Figura 29.</b> Evolución temporal PDI2	48
<b>Figura 30.</b> Evolución temporal EGRESADOS	48
<b>Figura 31.</b> Evolución temporal TESIS	49
<b>Figura 32.</b> Evolución temporal ARTÍCULOS	49
<b>Figura 33.</b> Evolución temporal AFILIACIÓN	50



# 1 OBJETO Y ALCANCE DEL PROYECTO

---

## 1.1 Objetivo del proyecto

El principal propósito de este trabajo es realizar un análisis de eficiencia de Universidades públicas españolas, analizar de qué manera se gestionan los recursos y que se obtiene de toda esta gestión como producto final.

Para esto dividiremos la Universidad en dos partes bien diferenciadas, que son docencia e investigación, para esto usaremos un modelo Network DEA, que nos brinda la posibilidad de abrir la “caja negra” de los modelos tradicionales DEA y poder estudiar sus procesos internos.

Se hará un análisis de la eficiencia mediante las holguras de las variables, esto se denomina Network DEA SBM, por sus siglas en inglés, Slack Based Measured. Todo esto quiere decir que para calcular las eficiencias tando globales como de cada proceso se hará un cociente entre las holguras según sean de entrada o salida dichas variables.

Con todo esto, una vez planteado el modelo, insertaremos los datos mediante Excel en un software llamado Lingo, el cual leerá los datos a partir de una plantilla y escribirá los resultados arrojados en esa misma plantilla. Una vez obtenemos los datos, los interpretaremos y analizaremos.

Todo esto se repetirá durante 4 periodos, correspondientes a los años 2015, 2016, 2017 y 2018.

Una vez interpretados y analizados los datos, se sacarán las conclusiones oportunas y se propondrán una serie de mejoras o posibilidades de desarrollo futuras para dicho trabajo, con la pretensión de que este estudio no quede abandonado y pueda seguir utilizándose año tras año.

## 1.2 Estructura del documento

Este documento se va a fragmentar en 5 capítulos a parte de esta breve introducción, a continuación paso a detallar el contenido de todos los capítulos.

- En el primer capítulo se hará una introducción histórica a la metodología usada (DEA) , continuaremos explicando los modelos básicos y algunos algo más elaborados como el usado en este proyecto, se hará una breve revisión bibliográfica de algunos trabajos de DEA aplicados a diferentes sectores para acabar con un apartado de ventajas y desventajas.
- En el siguiente capítulo se explicará de manera resumida el Sistema Educativo Español haciendo énfasis en el Sistema Universitario, a modo de introducción se incluirá el contexto socioeconómico y político de España en la situación actual.
- Realizada la parte más teórica del trabajo pasaremos a explicar el modelo utilizado, comenzaremos describiendo las DMUs escogidas y de donde se han sacado los datos, a continuación las variables utilizadas y su justificación y por último plantearemos el modelo explicando paso a paso el significado de cada una de las restricciones y función objetivo.
- A continuación en el siguiente capítulo se mostrarán e interpretarán los datos arrojados por el software. Comenzaremos el capítulo haciendo una explicación del método de resolución, como antes de implementarlo hemos tenido que hacer todas las preparaciones previas y que programas hemos utilizado para esto, es una especie de guía aplicable a cualquier tema que quiera usar DEA para resolver algún modelo. Comentaremos también estudios temporales realizados tanto de eficiencia como de las holguras, además incluiremos un estudio de holguras comparando una DMU que no ha resultado eficiente con otra que si lo ha sido durante todos los años.

- En el último capítulo de esta memoria haremos un apartado de conclusiones y otro de posibilidades de desarrollo futuras, en las conclusiones haremos una interpretación de los resultados viendo si ciertas hipótesis que realizamos al principio del estudio se han cumplido o no. En las posibilidades de desarrollo futuras propondremos algunas mejoras o ampliaciones temporales para este trabajo con el objetivo de seguir investigando acerca de este tema.

# 2 METODOLOGÍA DEA

La metodología Análisis por Envoltura de Datos (DEA, por sus siglas en inglés) fue presentada en un principio por Farrell (1957), pero hasta el trabajo de Charnes et al. (1978) no se identificó como tal. La metodología DEA es un enfoque no paramétrico que utiliza programación lineal para determinar eficiencia entre Unidades de Toma de Decisiones o unidades productivas (DMU).

La metodología DEA permite estimar cuales son las unidades de producción que se encuentran en la frontera eficiente y cómo se comportan aquellas que no lo están. La frontera eficiente representa el máximo producto (Salidas) que se puede alcanzar dada una combinación de recursos (Entradas) (Kumbhakar y Lovell, 2000).

## 2.1. Conceptos Básicos

La productividad de una determinada unidad productiva se define como la relación existente entre los resultados que obtiene y los recursos involucrados en su producción. Es una forma de medir cómo se están aprovechando dichos recursos

La expresión matemática introducida por Farrell (1957) reduce la definición anterior al siguiente cociente:

$$\text{Productividad} = \frac{\text{Producción creada}}{\text{Recurso consumido}} = \frac{\text{Salida}}{\text{Entrada}}$$

Vemos que la salida y la entrada en el cociente hacen referencia respectivamente al resultado obtenido y al recurso utilizado.

A la unidad productiva se le añade el calificativo de decisoria y aparece en la literatura anglosajona con el nombre de *Decision Making Unit (DMU)*



Si se consideraran unidades productivas con un solo resultado y un solo recurso causante de este resultado, la fórmula de Farrell sería suficiente para el análisis de la productividad. Sin embargo se pueden encontrar multitud de casos en donde son varios los resultados a obtener y también varios los recursos que posibilitan la obtención de dichos resultados. Es aquí donde aparecen algunas dificultades a la hora de evaluar la productividad.

En primer lugar, hay que determinar que variables son relevantes para conseguir los objetivos de la unidad productiva. Es decisión del analista determinar la importancia de cada recurso.

En segundo lugar, hay que medir los recursos para poder determinar el grado de utilización de cada uno, aquí aparece otra dificultad puesto que hay recursos que son difíciles de medir. Pensemos en el caso de una Universidad como unidad productiva, un recurso podría ser la capacidad docente del profesorado y entendemos que es algo difícilmente cuantificable.

Es importante también recalcar que todas las DMUs deben ser iguales, tienen que tener las mismas entradas y salidas, no puede haber DMUs con entradas y salidas distintas.

Por lo tanto se requiere un estudio previo y razonado que determine las causas por las cuales se han elegido ciertos factores y no otros, así como el criterio de medición de éstos antes de comenzar propiamente con la evaluación de la productividad

Una vez se han analizado todas las DMUs, se ha decidido razonadamente cuáles serán las entradas y las salidas y se han medido, se procederá a la segunda parte del análisis, la determinación de la productividad.

Para medir la productividad, se hace necesario una expresión en la que aparezcan todas las entradas y salidas de la unidad productiva.

Aparece ahora el concepto de entrada y salida virtual, que surge de la dificultad de agrupar entradas y salidas que pueden tener distinta naturaleza, es por esto, que para agruparlas se les asigna un peso, y de esta manera pasamos a un resultado adimensional e independiente de la escala utilizada.

$$\text{Productividad} = \frac{\text{suma ponderada de salidas}}{\text{suma ponderada de entradas}}$$

Por lo tanto si denotamos como  $X_{ij}$  a la cantidad de entrada o recurso 'i' utilizado por la unidad 'j',  $Y_{kj}$  como y a la cantidad de salida o resultado 'k' que produce la misma unidad, se obtiene la expresión:

$$\text{Entrada virtual}_j = \sum_{i=1}^m u_{ij} \cdot X_{ij}$$

$$\text{Salida virtual}_j = \sum_{k=1}^s v_{kj} \cdot Y_{kj}$$

Donde U y V son las matrices correspondientes a los pesos de cada entrada y salida respectivamente, m es el número de entradas y s el número de salidas. De esta manera nos queda la ecuación de productividad como:

$$\text{Productividad}_j = \frac{\sum_{k=1}^s v_{kj} \cdot Y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} \cdot X_{ij}}$$

De esta forma se permite el cálculo de la productividad de una determinada unidad productiva y engloba el caso más general de múltiples entradas y salidas. Sin embargo este dato por separado no nos da ninguna referencia de cómo se están aprovechando los recursos de que se disponen en producir los resultados que se obtienen con respecto a otras unidades similares. Es decir, cuando una DMU se compara con otras unidades semejantes el estudio de la productividad puede ser más útil. Es aquí donde aparece la definición de eficiencia relativa como:

$$\text{Eficiencia}_j = \frac{\text{Productividad}_j}{\text{Productividad}_o} = \frac{\text{Salida virtual}_j / \text{Entrada virtual}_j}{\text{Salida virtual}_o / \text{Entrada virtual}_o}$$

El subíndice j indica la unidad que se va a estudiar y el subíndice 0 la unidad que se toma como referencia, se pueden distinguir diferentes tipos de eficiencia relativa en función de la unidad que se tome como referencia.

- **Eficiencia global:** Cuando se toma como referencia la unidad de mayor productividad de todas.
- **Eficiencia técnica:** Cuando se toma como referencia la unidad de mayor productividad de todas las de su tamaño.
- **Eficiencia de escala:** Es el cociente entre la eficiencia global y la eficiencia técnica.

La eficiencia relativa de cualquier DMU siempre será menor o igual que la de la unidad por definición. Es por esto que a la DMU cuya eficiencia sea la unidad se le denomina DMU eficiente, a las demás se les denominan ineficientes, ya que existe otra DMU que tiene mayor eficiencia.

Aplicando la definición de Farrell, la expresión de eficiencia nos quedaría como:

$$Eficiencia_j = \frac{\sum_{k=1}^r v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}$$

Como se ha comentado antes, la unidad de referencia será la de mayor eficiencia, que será igual a uno, por tanto la anterior expresión puede reducirse y quedaría como:

$$Eficiencia_j = \frac{\sum_{k=1}^r v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}$$

Con esta expresión será con la que desarrollaremos los principales modelos de DEA que paso a detallar en el siguiente apartado.

## 2.2. Modelos DEA

Una vez que se implantó la metodología DEA, multiples investigadores mostraron interés por esta tecnología, de esta manera los modelos más básicos se fueron complicando continuamente hasta día de hoy. En la redacción de este apartado mostraré los modelos mas básicos pero a la vez los más representativos.

Previo a mostrar los modelos, es conveniente explicar una serie de conceptos que serán necesarios para posteriormente entender los modelos. Estos conceptos son:

- Retorno de escala constante (CRS): Se denomina retorno de escala constante cuando se da por hecho que cualquier unidad puede alcanzar la eficiencia de las unidades eficientes independientemente de su tamaño, por lo tanto, la eficiencia que se calcula en esta tecnología es la global, ya que todas las DMU tienen como referencia las de mayor productividad.

$$T_{CRS} = \{(\bar{x}, \bar{y}) : \exists \bar{\lambda} \geq 0, \bar{\lambda} X \leq \bar{x}; \bar{\lambda} Y \geq \bar{y}\}$$

donde  $\lambda$  es un vector con tantas componentes como DMUs tenga el problema. Por otra parte  $X$  e  $Y$  son respectivamente las matrices de las entradas y las salidas observadas en las unidades del problema. Ambas matrices tienen tantas filas como DMUs. Para  $X$  existen tantas columnas como entradas se consideren en el problema. De igual forma, para la matriz  $Y$  hay tantas columnas como salidas.

La representación del conjunto para una entrada y una salida es la siguiente.

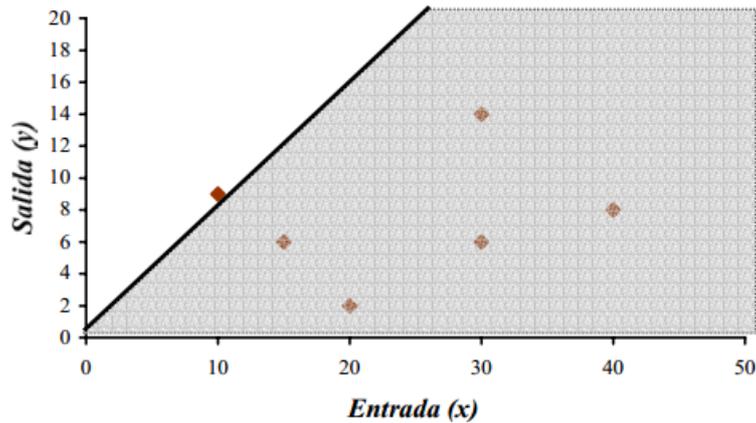


Figura 1. Frontera CRS

Donde los puntos son las unidades reales contempladas en el problema. Las líneas discontinuas indican que el conjunto se extiende hasta el infinito. Los puntos que pertenecen al conjunto se dice que tienen tecnologías admisibles.

- Retorno de escala variable (VRS): Se denomina retorno de escala variable al hecho de considerar que las unidades de diferente tamaño pueden no ser capaces de conseguir la productividad de la de referencia. Por tanto se trabaja con la eficiencia técnica, que supone referir cada DMU a la de mayor eficiencia de su tamaño.

Así, el conjunto de puntos admisibles de esta tecnología se puede definir como:

$$T_{VRS} = \{(\bar{x}, \bar{y}) : \exists \bar{\lambda} \geq 0, \bar{\lambda}X \leq \bar{x}; \bar{\lambda}Y \geq \bar{y}; \bar{\lambda}e^T = 1\}$$

La diferencia con el anterior conjunto  $T_{CRS}$  es que la suma de las componentes del vector  $\lambda$  debe sumar la unidad. La representación del conjunto en el caso de una sola entrada y una sola salida es la siguiente:

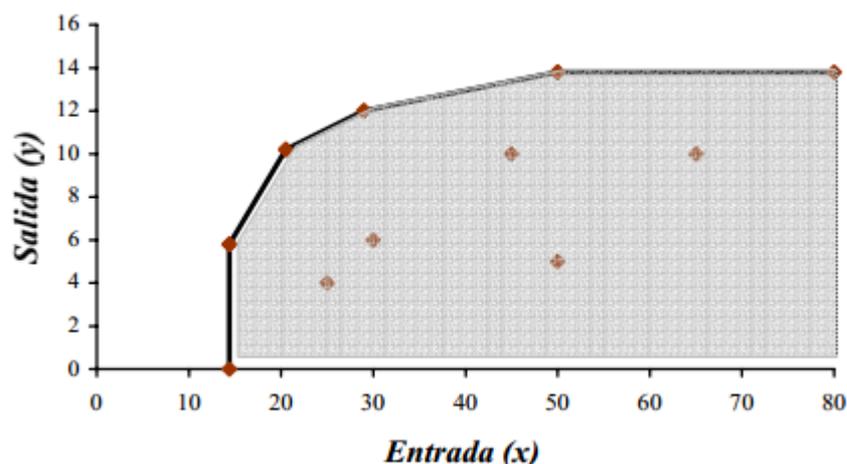


Figura 2. Frontera VRS

De nuevo la región sombreada representa los puntos que tienen tecnologías admisibles, los puntos son las unidades del problema contemplado y la línea discontinua significa que el conjunto se extiende hasta el infinito.

- La *orientación de entrada (Input Orientation)* se refiere al hecho de que una unidad alcance la

productividad de la unidad de referencia a costa de reducir la cantidad de recursos que consume.

- La *orientación de salida (Output Orientation)* en cambio hace referencia al hecho de que una unidad consiga la productividad de la unidad con la que se compara mediante el aumento de la cantidad de salidas que produce.

Con todos estos conceptos básicos introducidos, pasamos a detallar los modelos DEA más representativos.

## 2.2.1 Modelos con retorno de escala constante

Como se ha expuesto antes los modelos CRS usan como referencia, para compararse y así calcular la eficiencia, aquella unidad con mayor productividad de entre todas. Los tres modelos básicos de mayor importancia en este contexto son el modelo RATIO, el modelo CCR-INPUT y el modelo CCR-OUTPUT<sup>1</sup>.

### 2.2.1.1 Modelo Ratio

Este modelo dota de libertad a cada DMU para escoger los pesos que convierten entradas y salidas en variables unidimensionales de manera que se escogerán los que maximicen su eficiencia, hay que tener en cuenta que una vez elegidos los pesos, estos serán los que se utilicen para las demás DMUs. Cada unidad va a comparar su productividad con las demás utilizando los pesos para los cuales su eficiencia es óptima.

Analicamente se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{MAX} \left[ h_j = \frac{\sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}} \right] \\
 & \text{s.a:} \\
 & \frac{\sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & v_{kj} \geq \varepsilon \quad k = 1, 2, \dots, s \\
 & u_{ij} \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

Siendo  $\varepsilon$  un número real mayor que cero, de manera a que el modelo obliga a que los pesos siempre sean estrictamente mayores a cero, no nulos. En el modelo, a la variable bajo estudio le corresponde el subíndice J.

Se resuelven n problemas de maximización, donde n es el número de unidades productivas, La función objetivo elige los pesos que hacen máxima la eficiencia de la unidad estudiada en el problema n. Cada vez que se asignan los pesos, además de hacer máxima la eficiencia de la unidad estudiada, se debe asegurar que ninguna DMU restante tenga eficiencia mayor que uno, es por esto que hay una restricción por cada DMU.

Una vez resueltos los n problemas, se obtendrán dos subconjuntos, uno correspondiente a las DMUs eficientes, es decir aquellas cuyo valor de eficiencia ha resultado igual a 1 y otro subconjunto formado por las DMUs ineficientes. El valor determinado de eficiencia de cada DMU ineficiente representa la distancia a la que se encuentra de la frontera eficiente, es decir, a menor eficiencia, más distancia.

<sup>1</sup> Las siglas CCR corresponden con Charnes, Cooper y Rhodes, los cuales utilizaron modelos con retorno de escala constante en las primera aplicaciones que realizaron aplicando DEA.

### 2.2.1.2 Modelo CCR-INPUT

Este modelo se desarrolló como solución a la problemática del modelo RATIO, cuyo problema como vimos anteriormente es que la función objetivo es un cociente en lugar de ser lineal, por lo que el coste computacional del mismo es muy elevado.

Suponemos que el denominador de la función objetivo del modelo RATIO es igual a uno.

Hemos forzado que el denominador sea constante e igual a uno, por lo que maximizar un cociente supondrá ahora maximizar el numerador manteniendo constante el denominador. Con estas consideraciones, este modelo quedaría:

$$\begin{aligned}
 & \text{MAX} \quad \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} \\
 & \text{s.a :} \\
 & \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} = 1 \\
 & v_{kj} \geq \varepsilon \quad k = 1, 2, \dots, s \\
 & u_{ij} \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

Este es el modelo primal conocido como *forma multiplicadora*, sin embargo suele trabajarse con las variables duales y el modelo dual conocido como *forma envolvente* quedaría como:

$$\begin{aligned}
 & \text{MIN :} \quad \theta_j - \varepsilon \left[ \sum_{k=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^- \right] \\
 & \text{sa :} \\
 & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = \theta_j x_{iJ} - h_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j = y_{kJ} + h_k^+ \quad k = 1, 2, \dots, s \\
 & \lambda_j, h_i^-, h_k^+ \geq 0 \\
 & \theta_j \text{ libre}
 \end{aligned}$$

Este modelo se resuelve en dos fases, la primera se encarga de minimizar el primer término  $\theta_j$  de la función objetivo, y una vez que tenemos una solución óptima, la usamos como dato para resolver en la fase 2 el segundo término  $\sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i$ .

Existe una representación gráfica para este problema dual, la cual vamos a exponer para que se pueda entender mejor el problema. Para una entrada y una salida sería.

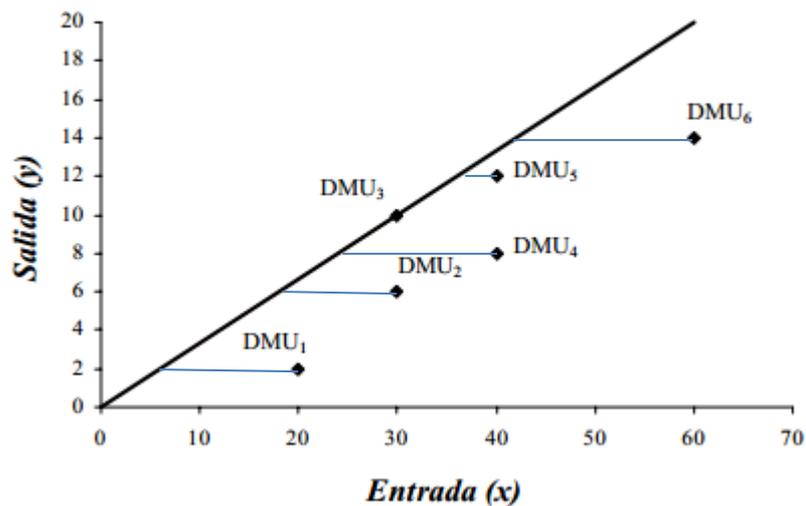


Figura 3. Modelo CCR-IN

En esta figura, la DMU<sub>3</sub> es la unidad de mayor eficiencia, y la frontera de eficiencia sería la línea que une el origen de coordenadas con esta unidad productiva.

Trazando una línea paralela al eje x (Entrada) que una cada DMU no eficiente con la frontera de eficiencia, veríamos cuánto tienen que reducir los recursos las unidades productivas para convertirse en eficientes, es por esto que el modelo tiene orientación de entrada, ya que las salidas se mantienen intactas.

### 2.2.1.3 Modelo CCR-OUTPUT

Modelo análogo al anterior, orientación de salida, lo que hacemos en este caso es minimizar el denominador manteniendo constante el numerador.

$$\begin{aligned} & \text{MIN } \gamma_j + \varepsilon \left[ \sum_{k=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^- \right] \\ & \text{s.a} \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = x_{ij} - h_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j = \gamma_j y_{kj} + h_k^+ \quad k = 1, 2, \dots, s \\ & h_i^-, \lambda_j, h_k^+ \geq 0 \\ & \gamma_j \text{ libre} \end{aligned}$$

Sigue los mismos pasos que el anterior, resolver fase I y fase II, y gráficamente se representaría de la misma manera, solamente que en este caso se mantendrían constantes las entradas y para una unidad productiva lograr ser eficiente, lo que haría sería aumentar las salidas, en este caso las líneas imaginarias para ver cuánto debería mejorar serían paralelas al eje y (Salidas).

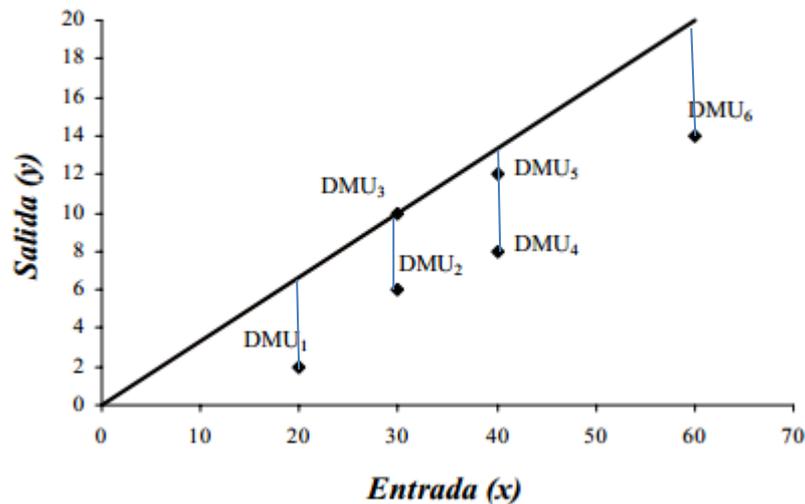


Figura4. Modelo CCR-OUT

## 2.2.2 Modelos con retorno de escala variable

Los modelos anteriores solo podrían ser utilizados en caso que el retorno de escala fuera constante, si quisiéramos que el retorno de escala fuera variable, debemos usar uno de los modelos que prodecemos a describir.

En estos modelos como se dijo en un principio, se hace un análisis de la eficiencia técnica, es decir, solo pueden compararse unidades productivas del mismo tamaño.

### 2.2.2.1 Modelo BBC-INPUT

Se trata del mismo problema, linealizar el modelo RATIO, pero en este caso, al ser retorno de escala variable y que las unidades productivas solo pueden compararse con otras del mismo tamaño, aparece una nueva restricción, la suma de las lambda debe ser igual a 1.

$$\text{Min } \theta_j - \varepsilon \left[ \sum_{k=1}^p t_k + \sum_{i=1}^m s_i \right]$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j x_{ij} - s_i \quad \forall i=1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{kj} + t_k \quad \forall k=1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j=1, \dots, n$$

$$s_i, t_k \geq 0 \quad \forall i=1, \dots, m; \forall k=1, \dots, p$$

$$\theta_j \text{ libre}$$

La frontera eficiente estará conformada por más unidades productivas que anteriormente, esto es debido a que ahora para cada tamaño de DMU, hay una existente que es eficiente y antes no lo eran debido a que no se consideraba el tamaño de las unidades productivas.

Gráficamente, representando para una entrada y una salida quedaría como.

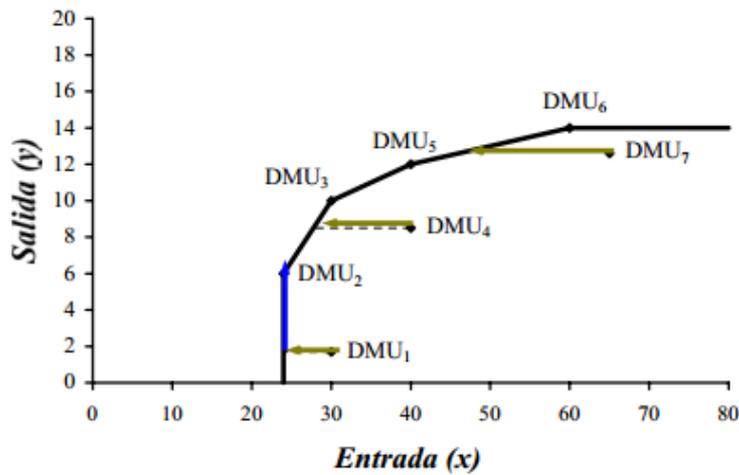


Figura 5. Modelo BBC-IN

Vemos que ahora hay 4 DMUs eficientes DMU<sub>2</sub>, DMU<sub>3</sub>, DMU<sub>5</sub> y DMU<sub>6</sub> y la frontera eficiente está conformada por todas ellas, las que no lo son, al ser orientación de entrada, necesitarían reducir los recursos hasta proyectarse en la frontera eficiente para serlo.

Se define peer group al conjunto de unidades eficientes de la que la proyección de una determinada unidad es combinación lineal. Por lo tanto el peer group de la DMU<sub>4</sub> sería las unidades 2 y 3. Se podría decir que la DMU analizada debe compararse con su proyección para ser eficiente. Realmente su proyección no existe en el problema pero cuyo tamaño de escala son las unidades que conforman su peer group.

### 2.2.2.2 Modelo BBC-OUTPUT

De igual manera que todo lo expuesto anteriormente para los modelos con retorno de escala variable. Igual que el modelo anterior solo que en este caso la orientación es de entrada, pero mantiene la misma restricción para que el retorno de escala sea variable.

$$\begin{aligned}
 & \text{MIN } \gamma_j + \varepsilon \left[ \sum_{k=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^- \right] \\
 & \text{s.a} \\
 & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = x_{ij} - h_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j = \gamma_j y_{kj} + h_k^+ \quad k = 1, 2, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & h_i^-, \lambda_j, h_k^+ \geq 0 \\
 & \gamma_j \text{ libre}
 \end{aligned}$$

Se procede de manera análoga al anterior, y de manera gráfica quedaría como

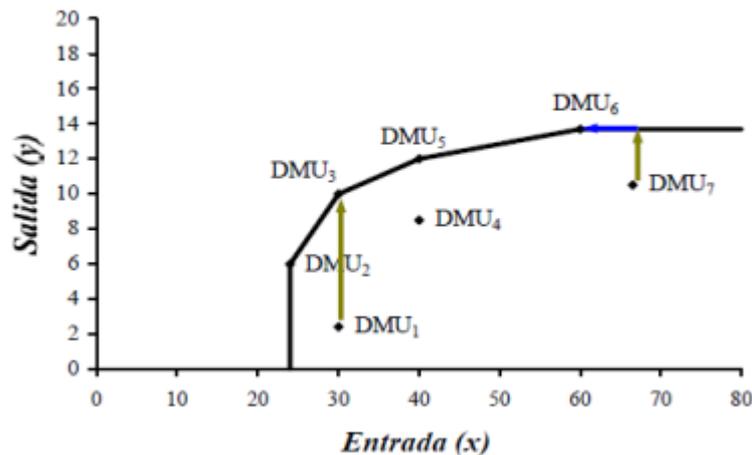


Figura 6. Modelo BBC-OUT

Las variables ineficientes siguen siendo las mismas que en el caso anterior, lo único que varía es la distancia de ellas a la frontera eficiente, es decir, lo que le falta producir para ser eficientes.

Estos son los modelos más básicos y fundamentales de DEA, para acabar el capítulo decir que aunque estos sean los fundamentales, la cantidad de modificaciones y variaciones que se pueden aplicar sobre estos modelos es muy extensa, por lo tanto, para la elaboración de este trabajo, considero que con estos modelos es suficiente.

## 2.3. Network DEA

Es una extensión de los modelos DEA tradicionales o básicos en los que se trata a las DMUs como cajas negras, es decir, para DEA tradicional, dentro de cada DMU no ocurren subprocesos o procesos internos. Todas las actividades deben ser de entrada o salida, nunca pueden ser tratadas como ambas. Es por esto que surge Network DEA, para contemplar la existencia de actividades de enlace o intermedias

Network Data Envelopment Analysis (DEA) se refiere al uso de la técnica DEA para medir la eficiencia de un sistema, teniendo en cuenta su estructura interna. Los resultados son más significativos e informativos que los obtenidos del enfoque convencional de caja negra, donde las actividades dentro de las unidades productivas se ignoran.

### 2.3.1 Modelos usados en NDEA

Se han desarrollado varios modelos para medir la eficiencia de sistemas de producción en red. Dado que algunos son similares, pueden clasificarse como del mismo tipo con el fin de realizar un análisis sistemático de ellos. Nosotros hemos decidido clasificarlos en 7 tipos.

#### 1) INDEPENDENT MODEL

La forma más sencilla de medir la eficiencia del sistema y los subprocesos de este es tratar cada uno como DMU independientes y medir sus eficiencias por separado. Dado que el sistema y los procesos se manejan de forma independiente, sus eficiencias técnicas y de escala se pueden medir utilizando el Modelos BCC y CCR.

#### 2) SYSTEM DISTANCE MEASURE MODEL

Se utiliza un modelo de medida de distancia del sistema para encontrar la medida de distancia de entrada mínima o la medida de distancia de salida máxima para que el sistema sea eficiente. Este modelo suele usarse para el caso de salidas no deseadas.

#### 3) PROCESS DISTANCE MEASURE MODEL

En el modelo de medición de distancia del sistema, se requiere que cada proceso tenga el mismo parámetro de distancia al medir la eficiencia del sistema. Una extensión de este modelo es permitir que cada subproceso se asocie con un parámetro diferente, que representa la eficiencia de este subproceso, la eficiencia del sistema sería un promedio ponderado de estas eficiencias de los subprocesos individuales. Si el parámetro se define

desde el lado de la salida, entonces el problema cambia de minimizar a maximizar. Para procesos definidos desde diferentes orientaciones, se impone un signo menos a aquellos con diferentes direcciones de optimización para hacerlos comparables.

#### 4) FACTOR DISTANCE MEASURE MODEL

El caso más general del modelo de medida de distancia es permitir que cada factor tenga parámetros diferentes, y la función objetivo es minimizar el promedio ponderado de estos. Para que los parámetros asignados a las entradas y salidas sean comparables, los asignados a las salidas se expresan en forma recíproca. Cuando solo hay un proceso en el sistema, este modelo se reduce a la medida de eficiencia de Russell. La expresión recíproca hace que el modelo no sea lineal. Para superar esto, se ha utilizado una forma de relación entre el promedio de los parámetros del factor de entrada y el de los parámetros del factor de salida.

También ha aparecido en la literatura una simplificación de este tipo de modelo, donde los factores se clasifican según sus tipos, por ejemplo, entrada, salida y producto intermedio, y el mismo parámetro se asigna a factores del mismo tipo.

#### 5) SLACK-BASED MEASURE MODEL (SBM)

Tone y Tsutsui (2009) propusieron un modelo de medida basada en holguras (SBM por sus siglas en inglés) para medir la eficiencia del sistema y de los subprocesos de un sistema de red. Las variables de holgura se ajustan dividiendo por las observaciones de las DMU que se evalúan para hacer comparables los diferentes factores. También se pueden ajustar mediante vectores direccionales o el rango del factor correspondiente. Se han propuesto dos formas de función objetivo, una no considera productos intermedios, mientras que la otra sí (Tone & Tsutsui, 2009). Fukuyama y Mirdehghan (2012) señalaron que las variables de holgura asociadas con los productos intermedios también deben tenerse en cuenta y propusieron un método de dos fases para identificar DMU ineficientes. El modelo SBM también se ha utilizado ampliamente para casos con resultados no deseados.

Este será el modelo utilizado posteriormente en el trabajo.

#### 6) RATIO-FORM SYSTEM EFFICIENCY MODEL

La eficiencia del sistema también se puede medir como la relación entre la agregación de las salidas exógenas y la de las entradas exógenas. Una forma especial de este tipo de modelo es el modelo relacional propuesto por Kao (2009a) para sistemas de redes generales, que requiere que el mismo factor tenga el mismo multiplicador en la agregación, sin importar a qué proceso corresponda el factor. Los modelos de este tipo suelen expresarse en forma multiplicadora.

#### 7) RATIO-FORM PROCESS EFFICIENCY MODEL

De manera similar al modelo anterior, la eficiencia de un proceso también se puede medir como una relación entre la agregación de sus entradas y la de sus salidas.

Contrario al modelo de eficiencia del sistema, donde la eficiencia del sistema es la principal preocupación en la búsqueda de los multiplicadores más favorables, y luego se deriva una relación entre la eficiencia del sistema y del proceso, la preocupación principal de un modelo de eficiencia del proceso es la eficiencia del proceso.

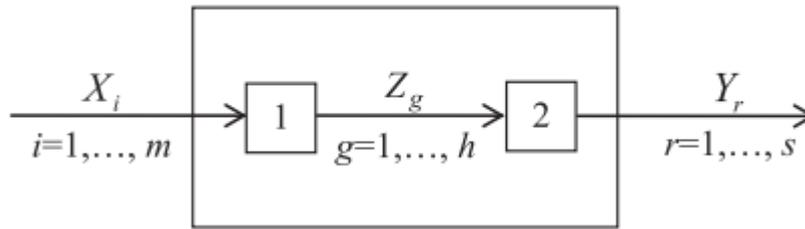
### 2.3.2 Principales estructuras de NDEA

Network DEA tiene varios tipos de estructura. Todo estudio sobre NDEA está asociado a una estructura, a partir de la cual se desarrolla un modelo para medir la eficiencia, se lleva a cabo una aplicación a problemas del mundo real. Así, en este apartado se revisan los trabajos sobre NDEA según la estructura en la que se basan los estudios, que se pueden clasificar en serie, paralelo, mixtos, jerárquicos y dinámicos.

#### BASIC TWO-STAGE STRUCTURE

Es la más simple de las estructuras, consta de dos etapas en serie, por lo tanto se podría clasificar dentro de las estructuras en serie, hemos decidido comentarla aparte debido a que hay un gran número de trabajos publicados sobre este caso en concreto. Como vemos en la siguiente figura, las entradas  $X_i$  abastecen al

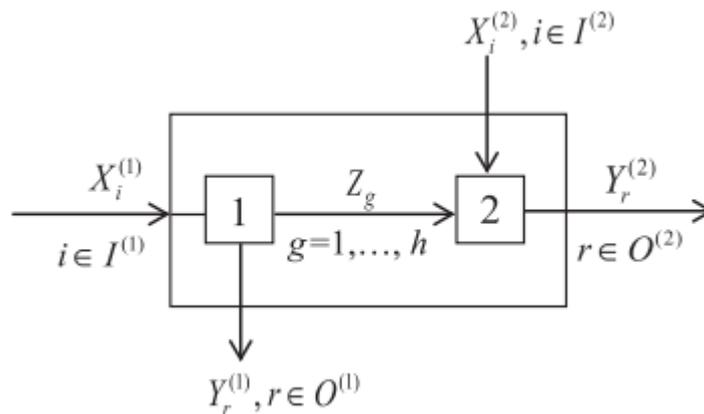
proceso 1 para producir los productos intermedios  $Z_g$  que llegan al proceso 2 y finalmente salen los productos finales  $Y_r$ .



**Figura 7.** Basic Two-Stage Structure

GENERAL TWO-STAGE STRUCTURE

Otro tipo de estructura que se ha discutido ampliamente en la literatura es una generalización de la estructura básica de dos etapas, que permite que ambas etapas consuman recursos exógenos suministrados desde el exterior y produzcan productos finales.



**Figura 8.** General Two-Stage Structure

SERIES STRUCTURE

La estructura en serie hace referencia a un numero de procesos conectados en secuencia, uno tras otro, donde cada proceso consume tanto recursos del exterior como productos intermedios suministrados por la etapa anterior, estos procesos además producen productos al exterior y productos intermedios que llegarán como recursos a la siguiente etapa. Un caso particular de esta estructura es Dynamic DEA, en el cual los procesos no son mas que periodos y las variables que relacionan un periodo con otro se denominan carry.over.

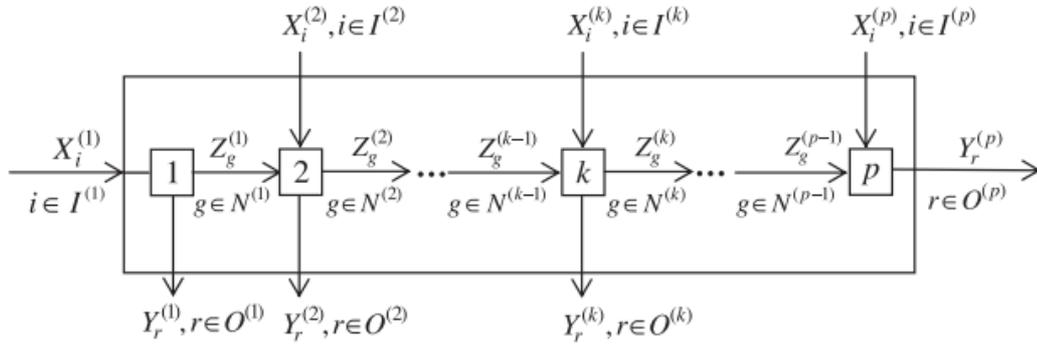


Figura 9. Series Structure

**PARALELL STRUCTURE**

La otra estructura básica de Network DEA a parte de la estructura en serie es la estructura en paralelo donde todos los procesos operan independientes unos de otros. Estructuralmente, la configuración en paralelo es igual a la de periodos multiples, solo se diferencian en la definición de las variables, las cuales en la estructura de periodos múltiples requieren que sean las mismas de un periodo a otro.

Esta será la estructura usada en este trabajo.

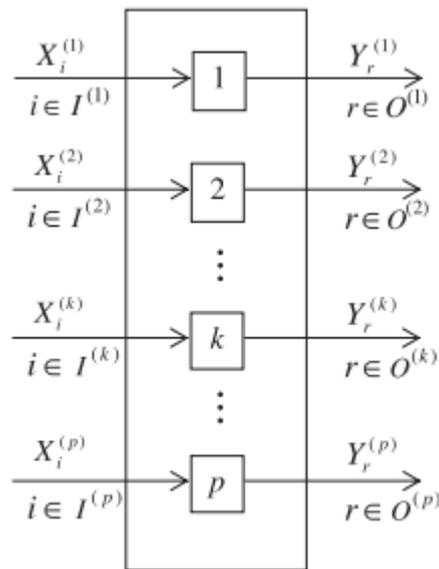


Figura 10. Paralell Structure

**MIXED STRUCTURE**

Son estructuras Network que no son ni en serie ni en paralelo, sino una combinación de ambas

**HIERARCHICAL STRUCTURE**

Network DEA nace de la necesidad de abrir la caja negra y evaluar los procesos internos de la DMU estudiada. Estrictamente hablando, cada DMU debe tener el mismo número de procesos y el proceso

correspondiente de cada DMU debe realizar la misma función para poder compararlas. Sin embargo, si existe una DMU diferente en cuanto a los procesos internos, aún se pueden medir las eficiencias del sistema y del proceso, siempre que se apliquen las mismas entradas al sistema para producir las mismas salidas.

## 2.4. Aplicaciones DEA

A continuación, vamos a incluir en el trabajo una pequeña revisión bibliográfica de las aplicaciones que DEA ha ido teniendo a lo largo de la historia, el propósito de este apartado es que el lector comprenda la versatilidad característica de esta metodología y por qué es tan utilizada, ya que se puede aplicar a multitud de sectores.

### 2.5.1 Sanidad

Año	Título	Autor/es
2020	Efficiency evaluation of public hospitals in Saudi Arabia: An application of data envelopment analysis	Alatawi, A.D., Niessen, L.W., Khan, J.A.M.
2020	Technical efficiency of public and private hospitals in Beijing, China: A comparative study	Jing, R., Xu, T., Lai, X., Mahmoudi, E., Fang, H.
2017	A fuzzy dual SBM model with fuzzy weights: An application to the health sector	Arya, A., Yadav, S.P.

**Tabla 1.** Aplicación DEA a sanidad

### 2.5.2 Educación

Año	Título	Autor/es
2018	A Slack-Based Measures within Group Common Benchmarking using DEA for Improving the Efficiency Performance of Departments in Universitas Malikussaleh	Abdullah, D., Zarlis, M., Napitupulu, D., Rahim, R., Ahmar, A.S.
2019	Assessing the performance of UK universities in the field of chemical engineering using data envelopment analysis	González-Garay, A., Pozo, C., Galán-Martín, Á., Shah, N., Guillén-Gosálbez, G.
2016	A network DEA quantity and quality-orientated production model: An application to Australian university research services	Lee, B.L., Worthington, A.C.

**Tabla 2.** Aplicación DEA a educación

### 2.5.3 Deportes

Año	Título	Autor/es
2011	Measuring technical efficiency in sports	Collier, T., Johnson, A.L., Ruggiero, J.
2019	Financial constraints on sport organizations' cost efficiency: the impact of financial fair play on Italian soccer clubs	Ghio, A., Ruberti, M., Verona, R.
2013	Assessing Professional Tennis Players Using Data Envelopment Analysis (DEA)	Ruiz, J.L., Pastor, D., Pastor, J.T.

**Tabla 3.** Aplicación DEA a deportes

### 2.5.4 Industria automovilística

Año	Título	Autor/es
2020	Benchmarking Formula One auto racing circuits: a two stage DEA approach	Gutiérrez, E., Lozano, S.
2020	Malmquist productivity analysis of top global automobile manufacturers	Wang, C.-N., Tibo, H., Nguyen, H.A.

**Tabla 4.** Aplicación DEA a automóvil

### 2.5.5 Sector público

Año	Título	Autor/es
2018	Super SBI Dynamic Network DEA approach to measuring efficiency in the provision of public services	Moreno, P., Lozano, S.
2020	Research and development efficiency in public and private sectors: An empirical analysis of EU countries by using DEA methodology	Halaskova, M., Gavurova, B., Kocisova, K.
2020	Performance measurement of state level public enterprises: An analysis of construction sector using dea and malmquist analysis	Lall, M., Srivastava, L.

**Tabla 5.** Aplicación DEA a sector público

## 2.5. Ventajas y limitaciones de DEA

Entre las principales ventajas de esta metodología se encuentran:

- Permite trabajar con múltiples recursos y productos que poseen distintas unidades, ya que posteriormente se escalarán para convertirlos en adimensionales.
- No requiere el uso de formas funcionales explícitas.
- Las DMUs se comparan con otra DMU ideal, productivamente más eficiente, construida mediante una combinación lineal de las otras.
- Tiene un carácter no paramétrico y determinista en contra de otras metodologías con carácter estadístico.
- Puede ser aplicada en múltiples sectores como se ha visto en el apartado anterior.

Entre las principales limitaciones se encuentran:

- El método es sensible a los errores de medición.
- Escoger adecuadamente las entradas y salidas, en ciertos modelos es complicado determinar si una variable es un producto o un recurso, esto es tarea del analista.



# 3 SISTEMA EDUCATIVO EN ESPAÑA

---

## 3.1 Contexto político, económico y social en España

Para comenzar este capítulo, creo conveniente realizar una revisión del contexto actual político económico y social, que determinará la configuración del sistema educativo.

España es un Estado social y democrático de Derecho, que propugna como valores superiores de su ordenamiento jurídico la libertad, la justicia, la igualdad y el pluralismo político. Su forma política es la monarquía parlamentaria, el Rey ostenta la Jefatura del Estado y existe separación entre los poderes legislativo, ejecutivo y judicial.

La constitución de 1978 es la norma suprema por la que se rige el estado, y en el artículo 27 se recoge todo lo relativo a la educación y libertad de enseñanza.

La organización se caracteriza por la descentralización, lo cual otorga ciertos poderes y competencias a las autonomías, entre ellas, la educación,

La situación demográfica se caracteriza por el aumento de los grupos de mayor edad o longevos y la disminución de los grupos infantiles, envejecimiento de la población y con el desempleo como uno de los principales problemas sociales que afecta en mayor medida a los jóvenes y mayores de 45 años.

La situación económica ha oscilado en el último periodo entre una larga expansión, posterior estancamiento de la economía y, por último, recesión económica a partir de 2008. Durante esos años, el ajuste de los presupuestos afectó a diferentes áreas, entre ellas la educación. A partir de 2014 empezó a recuperarse la economía y comenzó a aumentar el gasto en educación.

## 3.2 Estructura y organización del Sistema educativo.

En este apartado me centraré en comentar la estructura y organización de la enseñanza pública, ya que el objeto del trabajo es analizar la eficiencia de las universidades públicas españolas.

Las enseñanzas que ofrece el sistema educativo son: Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria (ESO), Bachillerato, Formación Profesional (FP), Formación de adultos y enseñanzas universitarias.

A continuación se muestra el organigrama del sistema educativo español recogido en la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa de 2013.

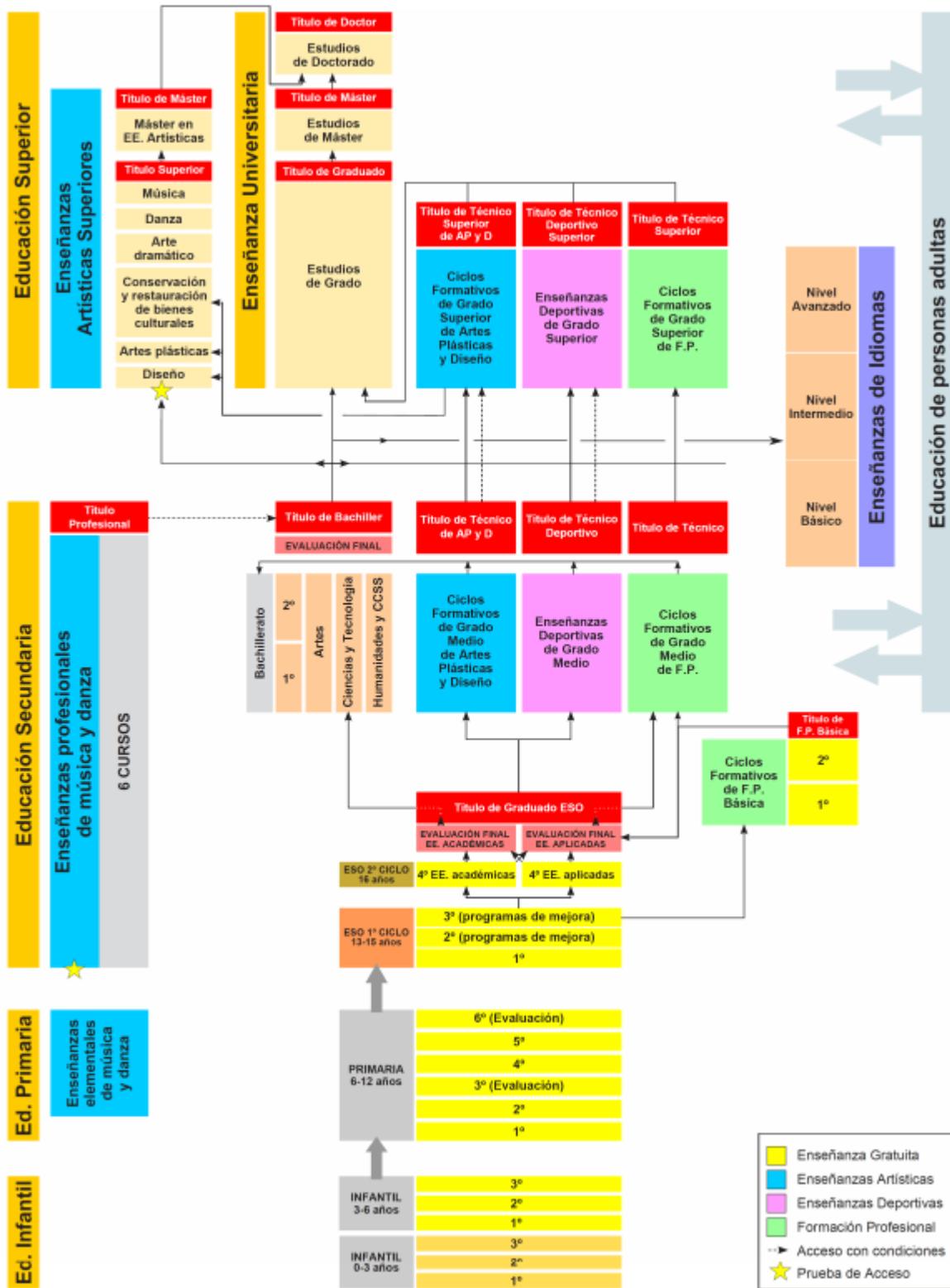


Figura 11. Organigrama Sistema Educativo Español

La educación infantil es de carácter no obligatorio y se ordena en dos ciclos, el primero comprende hasta los 3 años y el segundo va desde los 3 a los 5 años.

La educación primaria y ESO comprenden diez años de escolaridad obligatoria y gratuita para todo ciudadano español.

La educación primaria comprenden seis cursos que van desde los 6 años hasta los 12, es la primera etapa obligatoria.

Por otro lado, la educación secundaria comprende la ESO, segunda etapa obligatoria para el alumnado, el Bachillerato, la Formación Profesional Básica y la Formación Profesional de grado medio, etapas no obligatorias.

La ESO es la segunda etapa obligatoria, está conformada por dos ciclos, el primero correspondientes a los cursos primero, segundo y tercero y el segundo correspondiente al cuarto curso.

Bachillerato, tiene una duración de dos cursos, y la superación de este otorga derecho a acceder a la educación superior.

FP Básica, se accede a ella habiendo cursado el primer ciclo de la ESO, o de manera excepcional, si se ha cursado segundo de la ESO.

FP de grado medio, es necesario poseer el título de la ESO para acceder, los que superan esta etapa, obtienen un certificado de técnico, con el que pueden acceder a bachillerato, es posible acceder a cualquier ciclo formativo de la FP sin cumplir los requisitos académicos indicados, mediante la superación de una prueba específica. En el caso de acceder desde la FP de grado medio a la de grado superior, esta prueba se sustituye por un procedimiento de admisión al centro cuando la demanda de plazas supera la oferta.

Por último hablaremos por encima de las enseñanzas superiores, entre las cuales se encuentran el objeto del trabajo, las enseñanzas universitarias.

Para acceder a estas, es necesario la posesión del título de Bachiller además de superar una prueba de acceso a la universidad, las enseñanzas universitarias se dividen en tres etapas o ciclos:

- Grado, cuya finalidad es la obtención por parte del estudiante de una formación general, en una o varias disciplinas, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional. Conducen a la obtención del título de Graduado y constan como mínimo de 240 créditos ECTS. La duración prevista es de 4 años
- Máster, cuyo objetivo es la adquisición de una formación avanzada, bien orientada a la especialización académica o profesional o a la iniciación en tareas relacionadas con la investigación. Conducen a la obtención de los títulos de Máster Universitario y tienen entre 60 y 120 créditos, que se distribuyen uniformemente en dos cursos de 60 ECTS cada uno. Por lo tanto, la duración prevista es de 1 ó 2 años, respectivamente.
- Doctorado, que permite alcanzar una avanzada formación en técnicas de investigación. Para la obtención del título de Doctor es necesario haber superado un periodo de formación y un periodo de investigación, denominado Programa de Doctorado. Este programa incluye la elaboración y presentación de la Tesis doctoral, un trabajo original de investigación.

### 3.3. Sistema Universitario Español

El sistema universitario desempeña el servicio público de educación superior mediante la investigación, la docencia y el estudio, basándose en el principio de autonomía de las universidades.

El sistema universitario español está integrado por un total de 82 universidades con las siguientes características: 50 universidades públicas (47 presenciales, 1 no presencial y 2 universidades especiales -UIMP y UNIA-) y 32 universidades privadas (28 presenciales y 4 no presenciales). Las universidades públicas están financiadas por el Estado, por lo que es este el que establece las directrices para su organización. Por otra parte las privadas cuentan con financiación privada.

En función de los títulos que se imparten, se pueden diferenciar entre títulos oficiales, cuyas directrices

generales están impuestas por el Estado y tienen validez en todo el territorio español, estos deben pasar un proceso de validación y acreditación. Los títulos propios están diseñados por cada universidad en virtud de su autonomía.

Existe una medida que relaciona el tiempo que hay que invertir para superar una asignatura denominada crédito ECTS, este contempla el volumen de trabajo total que hay que realizar para superar una asignatura, incluyendo: Asistencia a clase, horas teóricas y de prácticas e incluso el tiempo que hay que dedicar al estudio de dicha asignatura para superarla. Un crédito ECTS equivale a 25 horas

Las enseñanzas universitarias se estructuran en tres ciclos.

El primer ciclo conduce a títulos de grado, tienen una duración de cuatro años -240 créditos ECTS, 60 por año- y comprende enseñanzas básicas y de formación general junto a otras orientadas al ejercicio de actividades profesionales. El postgrado comprende el segundo y el tercer ciclo, conducentes a los títulos de máster y doctor. Los másteres universitarios tienen como finalidad la adquisición por el estudiante de una formación avanzada, de carácter especializado o multidisciplinar, orientada a la especialización académica o profesional, o bien a promover la iniciación en tareas investigadoras; su duración varía entre 1 y 2 años (60- 120 ECTS). Los estudios conducentes a la obtención del título de Doctor tienen como finalidad la formación avanzada del estudiante en las técnicas de investigación. Están divididos en dos ciclos: uno de estudios de, al menos, 60 créditos que puede ser parte del ciclo de máster; y otro de investigación que culmina con la defensa pública de un trabajo de investigación original (la tesis doctoral), por parte del estudiante.

La superación del primer ciclo da acceso al segundo y la superación del segundo al tercero.

# 4 APLICACIÓN NDEA A UNIVERSIDADES ESPAÑOLAS

---

En los últimos años, la investigación sobre la productividad de los colegios y universidades se ha convertido en uno de los temas más relevantes, sobre todo para las administraciones públicas. Las condiciones económicas actuales han llevado al gobierno a enfatizar el control y perseguir metas de eficiencia y productividad al asignar recursos del sector público. Esta importante preocupación ha llevado a la administración educativa a recordar la evaluación y control de fondos de instituciones públicas, especialmente Universidades.

En este capítulo vamos a tratar uno de los temas objeto del trabajo, a continuación vamos a explicar cuales serán las unidades productivas elegidas, los datos y las variables del modelo (Entradas y salidas), explicando porqué se han elegido y como se van a tratar, luego se incluirá un esquema del modelo utilizado. Próximamente se implementará el modelo y se analizarán los resultados obtenidos

## 4.1 Unidades productivas

Habiendo hecho una introducción anteriormente del sistema educativo y más concretamente el sistema universitario español veo necesario realizar un análisis de eficiencia de las universidades españolas siguiendo la metodología DEA.

Con este estudio pretendo que posteriormente pueda servir para controlar la gestión de aquellas que resulten ineficientes y que de esta manera puedan controlar los recursos que poseen aumentando la eficiencia de las mismas.

En este trabajo vamos a analizar únicamente las universidades públicas, a continuación en la siguiente tabla paso a detallar cuales son.

UNIVERSIDAD	UNIVERSIDAD
A Coruña	León
Alcalá	Lleida
Alicante	Málaga
Almería	Miguel Hernández de Elche
Autónoma de Barcelona	Murcia
Autónoma de Madrid	Oviedo
Barcelona	Pablo de Olavide
Burgos	País Vasco/Euskal Herriko
Cádiz	Unibertsitatea
Cantabria	Politécnica de Cartagena
Carlos III de Madrid	Politécnica de Catalunya
Castilla-La Mancha	Politécnica de Madrid
Complutense de Madrid	Politécnica de València
Córdoba	Pompeu Fabra
Extremadura	Pública de Navarra
Girona	Rey Juan Carlos
Granada	Rovira i Virgili
Huelva	Salamanca
Illes Balears (Les)	Santiago de Compostela
Jaén	Sevilla
Jaume I de Castellón	València (Estudi General)
La Laguna	Valladolid
La Rioja	Vigo
Las Palmas de Gran Canaria	Zaragoza

**Tabla 6.** Universidades públicas no presenciales españolas

El presente estudio solo abarca Universidades públicas presenciales, descartando las públicas no presenciales así como las privadas. Esto es debido a diferentes factores, en primer lugar, para hacer un análisis utilizando la metodología DEA, uno de los principales requisitos es que las unidades productivas sean iguales, el cual lo cumplen todas las públicas presenciales, por otra parte, el carácter privado de las Universidades hace que puedan tener más recursos debido a que se financian de manera diferente, por lo que se han descartado.

A todo esto se suma la facilidad de obtener los datos de estas unidades así como la fiabilidad de ellos, ya que la mayoría de datos de las entradas y salidas del modelo han sido obtenidos de la web del Ministerio de Educación.

## 4.2 Variables utilizadas y justificación

Para este estudio se han escogido variables de entrada y salida que a su vez se dividen en dos subgrupos, dado que las Universidades no se dedican exclusivamente a la docencia, parece lógico incluir también variables que tengan en cuenta el carácter investigador de las Universidades, ya que si no, no sería un estudio completo de la eficiencia de las Universidades.

### VARIABLES DE ENTRADA:

- *Relacionadas con la docencia:*
  - Número de alumnos matriculados en grado.
  - Personal docente e investigador, esta variable es compartida para docencia e investigación.

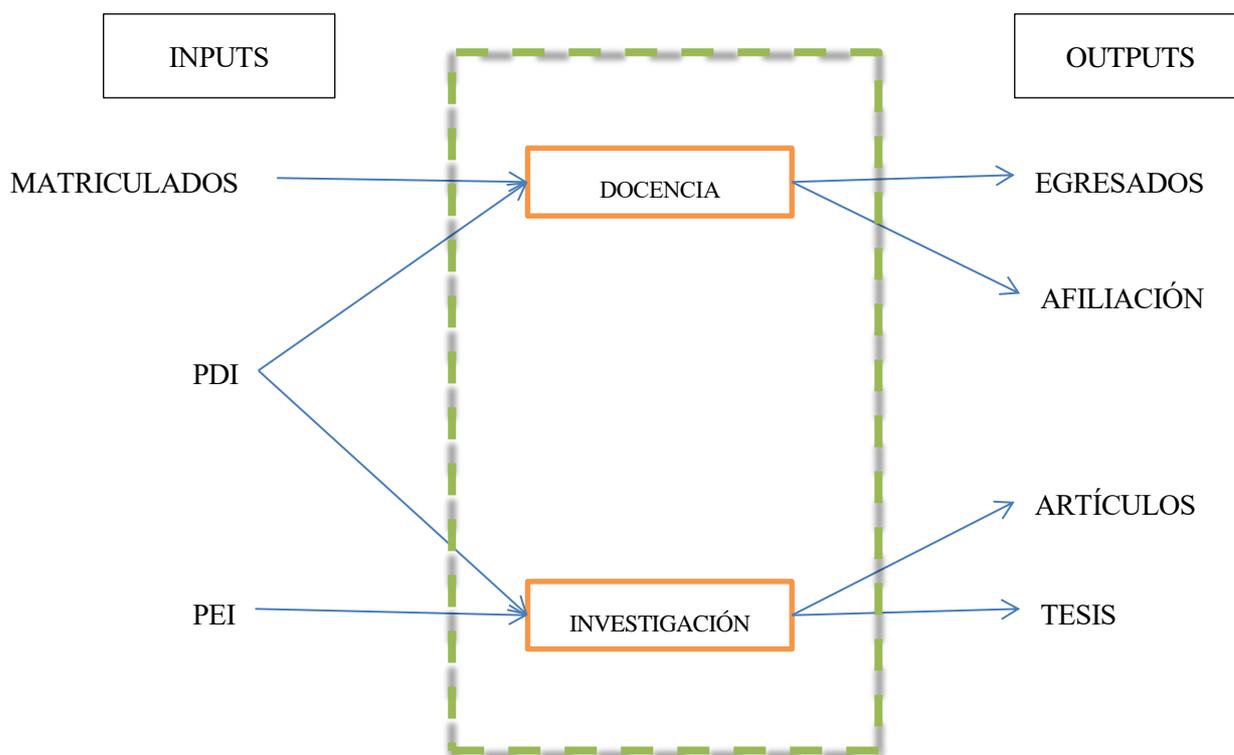
- *Relacionadas con la investigación:*
  - Personal docente e investigador, variable compartida.
  - Personal empleado investigador, suelen ser alumnos de doctorado becados.

#### VARIABLES DE SALIDA:

- *Relacionadas con la docencia:*
  - Numero de alumnos egresados.
  - Tasa de afiliación a la Seguridad Social de alumnos egresados.
- *Relacionadas con la investigación:*
  - Número de tesis doctorales aprobadas.
  - Numero de artículos publicados en el 1er Cuartil.

Todo esto se analizará en diferentes años, para ver como varía la eficiencia de las Universidades según el año de estudio, se van a estudiar los años 2015, 2016, 2017 y 2018.

Comentar en cuanto a la producción científica que se podría analizar en numero absoluto de artículos publicados sin importar en que cuartil se encuentran, no obstante y debido a que disponemos de dichos datos, nos parece mejor idea considerar solo los del primer cuartil, ya que son los artículos publicados de mayor impacto para la comunidad científica.



**Figura 12.** Esquema modelo Universidades

En el esquema anterior vemos una idea de como va a ser el proceso, vemos que la DMU objeto de estudio, la partimos en dos subprocesos, por lo que deja de tratarse como una caja negra, estos son docencia e investigación, por otra parte, las entradas son para docencia el número de alumnos matriculados y para investigación el personal empleado investigador, además, hay una variable compartida para ambos, esta es el

personal docente investigador, que se dedica tanto a la docencia como a la investigación. Las salidas son en cuanto a la docencia el número de alumnos egresados y la tasa de afiliación a la seguridad social y en cuanto a la investigación son el número de artículos publicados en el primer cuartil y el número de tesis aprobadas, vemos que para las salidas no hay variable común.

### 4.3 Modelado Matemático

Tras presentar las variables usadas en el modelo y el significado que toman, procedemos a mostrar las ecuaciones utilizadas para resolver el modelo propuesto.

Se trata de un modelo Network SBM DEA, ya que la DMU que vamos a estudiar, la Universidad, no la trataremos como una caja negra, sino que dentro de la Universidad vamos a considerar dos subprocesos, docencia e investigación, es por esto que es Network DEA, SBM es un modelo propuesto por Tone y Tsutsui en 2009 en el cual la medida de la eficiencia se realiza mediante las holguras, en nuestro caso en la función objetivo no tendremos en cuenta las actividades intermedias debido a que no existen en nuestro modelo.

Para el modelo hemos esogido retornos de escala variables, por una parte se podría pensar que todas las Universidades objeto de estudio debido a su carácter público podrían ser consideradas como iguales y escoger CRS, pero lo cierto es que no lo son, en cuanto a numero de matriculados, financiación, personal universitario..

Este modelo será sin orientación, ya que no buscamos únicamente minimizar las estradas o maximizar los productos, sino que buscamos realizar ambos a la vez.

El modelo va a estudiarse en diferentes años, no quiere decir que sea Dynamic DEA, ya que las distintas etapas no corresponden a los periodos estudiados además de que tampoco existen variables carry over, sino que se implementará el modelo para diferentes años y se compararán los resultados, por tanto t irá desde 2015 hasta 2018.

Se muestran a continuación cuales son las ecuaciones para cada DMU bajo estudio  $DMU_k (k=1, \dots, n)$ .

Debido a que se estudian dos subprocesos dentro de la Universidad, es necesario diferenciar las entradas y salidas para cada subproceso, el proceso 1 corresponde a la docencia y el proceso 2 corresponde a la investigación.

#### VARIABLES DE ENTRADA

$$MATRICULADOS_{kt} = \sum_{j=1}^n MATRICULADOS_{jt} \lambda_{1j}^t + slack_{MATRICULADOS_t^-}$$

$$PEI_{kt} = \sum_{j=1}^n PEI_{jt} \lambda_{2j}^t + slack_{PEI_t^-}$$

$$\alpha_k PDI_{kt} = \sum_{j=1}^n \alpha_k PDI_{jt} \lambda_{1j}^t + slack_{PDI_t^{1-}}$$

$$(1 - \alpha_k) PDI_{kt} = \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_k) PDI_{jt} \lambda_{2j}^t + slack_{PDI_t^{2-}}$$

La variable alpha corresponde al porcentaje de PDI que se asignará a docencia y a investigación, daremos libertad al software Lingo de decidir el valor de alpha para cada DMU, escogiendo siempre el valor que optimice la eficiencia de cada Universidad.

#### VARIABLES DE SALIDA

$$EGRESADOS_{kt} = \sum_{j=1}^n EGRESADOS_{jt} \lambda_{1j}^t - slack_{EGRESADOS_t^+}$$

$$AFILIACION_{kt} = \sum_{j=1}^n AFILIACION_{jt} \lambda_{1j}^t - slackAFILIACION_t^+$$

$$ARTICULOS_{kt} = \sum_{j=1}^n ARTICULOS_{jt} \lambda_{2j}^t - slackARTICULOS_t^+$$

$$TESIS_{kt} = \sum_{j=1}^n TESIS_{jt} \lambda_{2j}^t - slackTESIS_t^+$$

Para cada periodo, se muestran las holguras de las entradas y salidas, cuyo significado es la cantidad que hay que reducir los recursos para ser eficiente en el caso de las entradas, o la cantidad que hay que aumentar los productos para ser eficiente en el caso de las salidas. En ambos casos son variables positivas, la diferencia es que en las entradas van sumando y en las salidas restando.

### **RESTRICCIÓN VRS**

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{1j}^t = 1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{2j}^t = 1$$

Como recordamos de capítulos anteriores para que el modelo tenga retornos de escala variables el sumatorio de las lambdas debe ser igual a 1.

### **DEFINICIÓN DE ALPHA**

$$0 < \alpha_k < 1$$

Alpha, como dijimos antes, porcentaje de PDI dedicado a docencia e investigación, por lo tanto su rango irá entre 0 y 1, suponiendo que el software nunca destinará la totalidad del PDI a un proceso u otro, debido a que no hay ninguna otra DMU dedicada exclusivamente a docencia o a investigación.

### **VARIABLES POSITIVAS**

$$\lambda_{1j}^t, \lambda_{2j}^t, slackMATRICULADOS_t^-, slackPEI_t^-, slackEGRESADOS_t^+, slackAFILIACION_t^+, slackARTICULOS_t^+, slackTESIS_t^+ \geq 0$$

Con esta restricción obligamos a todas las variables del modelo a ser positivas.

### **FUNCIÓN OBJETIVO**

$$\theta_k^* = \min \frac{1 - \frac{1}{3} \left( \frac{slackMATRICULADOS_t^-}{MATRICULADOS_{kt}} + \frac{slackPEI_t^-}{PEI_{kt}} + \frac{slackPDI_t^{1-} + slackPDI_t^{2-}}{PDI_{kt}} \right)}{1 + \frac{1}{4} \left( \frac{slackEGRESADOS_t^+}{EGRESADOS_{kt}} + \frac{slackAFILIACION_t^+}{AFILIACION_{kt}} + \frac{slackARTICULOS_t^+}{ARTICULOS_{kt}} + \frac{slackTESIS_t^+}{TESIS_{kt}} \right)}$$

La función objetivo definida para todos los periodos del estudio,

Seguidamente se muestra la función objetivo linealizada, por motivos computacionales siempre es mejor trabajar con modelos lineales. Lo que se ha hecho es multiplicar y dividir la función objetivo por un valor  $w$  y forzar que el denominador multiplicado por ese valor sea igual a uno.

$$\theta_k^* = \min \left\{ w_k - \frac{1}{3} \left( \frac{\text{slackMATRICULADOS}'_t^-}{\text{MATRICULADOS}_{kt}} + \frac{\text{slackPEI}'_t^-}{\text{PEI}_{kt}} + \frac{\text{slackPDI}'_t^{1-} + \text{slackPDI}'_t^{2-}}{\text{PDI}_{kt}} \right) \right\}$$

$$w_k + \frac{1}{4} \left( \frac{\text{slackEGRESADOS}'_t^+}{\text{EGRESADOS}_{kt}} + \frac{\text{slackAFILIACION}'_t^+}{\text{AFILIACION}_{kt}} + \frac{\text{slackARTICULOS}'_t^+}{\text{ARTICULOS}_{kt}} + \frac{\text{slackTESIS}'_t^+}{\text{TESIS}_{kt}} \right) = 1$$

También se incluye esta nueva variable en todas las restricciones del modelo.

$$\lambda'_{1j} = w_k \lambda_{1j}^t$$

$$\lambda'_{2j} = w_k \lambda_{2j}^t$$

$$\text{slackMATRICULADOS}'_t^- = w_k \cdot \text{slackMATRICULADOS}_t^-$$

$$\text{slackPEI}'_t^- = w_k \cdot \text{slackPEI}_t^-$$

$$\text{slackPDI}'_t^{1-} = w_k \cdot \text{slackPDI}_t^{1-}$$

$$\text{slackPDI}'_t^{2-} = w_k \cdot \text{slackPDI}_t^{2-}$$

$$\text{slackEGRESADOS}'_t^+ = w_k \cdot \text{slackEGRESADOS}_t^+$$

$$\text{slackAFILIACION}'_t^+ = w_k \cdot \text{slackAFILIACION}_t^+$$

$$\text{slackARTICULOS}'_t^+ = w_k \cdot \text{slackARTICULOS}_t^+$$

$$\text{slackTESIS}'_t^+ = w_k \cdot \text{slackTESIS}_t^+$$

$$w_k \cdot \text{MATRICULADOS}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{MATRICULADOS}_{jt} \lambda'_{1j} + \text{slackMATRICULADOS}'_t^-$$

$$w_k \cdot \text{PEI}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{PEI}_{jt} \lambda'_{2j} + \text{slackPEI}'_t^-$$

$$w_k \alpha_k \text{PDI}_{kt} = \sum_{j=1}^n \alpha_k \text{PDI}_{jt} \lambda'_{1j} + \text{slackPDI}'_t^{1-}$$

$$w_k (1 - \alpha_k) \text{PDI}_{kt} = \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_k) \text{PDI}_{jt} \lambda'_{2j} + \text{slackPDI}'_t^{2-}$$

$$w_k \cdot \text{EGRESADOS}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{EGRESADOS}_{jt} \lambda'_{1j} - \text{slackEGRESADOS}'_t^+$$

$$w_k \cdot \text{AFILIACION}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{AFILIACION}_{jt} \lambda'_{1j} - \text{slackAFILIACION}'_t^+$$

$$w_k \cdot \text{ARTICULOS}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{ARTICULOS}_{jt} \lambda'_{2j} - \text{slackARTICULOS}'_t^+$$

$$w_k \cdot \text{TESIS}_{kt} = \sum_{j=1}^n \text{TESIS}_{jt} \lambda'_{2j} - \text{slackTESIS}'_t^+$$

$$0 < \alpha_k < 1$$

$$w_k, \lambda'_{1j}, \lambda'_{2j}, slackMATRICULADOS'_t, slackPDI'^{1-}_t, slackPDI'^{2-}_t, slackPEI'^{-}_t, slackEGRESADOS'^+_t, slackAFILIACION'^+_t, slackARTICULOS'^+_t, slackTESIS'^+_t \geq 0$$

Una vez resuelto el modelo, se deshacen los cambios de variable para obtener los valores óptimos de las holguras y con esos valores calcular la eficiencia de cada proceso, tanto docencia como investigación, de la siguiente manera.

$$\theta_{1k}^* = \frac{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{slackMATRICULADOS'_t}{MATRICULADOS_{kt}} + \frac{slackPDI'^{1-}_t}{\alpha_k PDI_{kt}} \right)}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{slackEGRESADOS'^+_t}{EGRESADOS_{kt}} + \frac{slackAFILIACION'^+_t}{AFILIACION_{kt}} \right)}$$

$$\theta_{2k}^* = \frac{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{slackPEI'^{-}_t}{PEI_{kt}} + \frac{slackPDI'^{2-}_t}{(1 - \alpha_k) PDI_{kt}} \right)}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{slackARTICULOS'^+_t}{ARTICULOS_{kt}} + \frac{slackTESIS'^+_t}{TESIS_{kt}} \right)}$$



# 5 RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado vamos a mostrar los resultados arrojados por el software Lingo desglosado para los diferentes años que se ha realizado la investigación, además mostraremos primeramente el método de resolución y los procedimientos seguidos. Estos resultados irán acompañados de gráficas para que se puedan entender mejor.

## 5.1. Método de resolución

Como hemos comentado, los resultados han sido extraídos tras implementar el modelo expuesto en el apartado anterior en el software Lingo.

En primer lugar, se ha hecho una tabla en Excel para cada año la cual incluía los datos correspondientes a todas las variables, para que el software pueda leerlos, hay que nombrar todas las casillas con el nombre de la variable correspondiente, además de nombrar también las casillas en blanco correspondiente a los valores que queremos que nos devuelva el programa.

DMU	CODIG	CATRICULADO	PDI	PEI	GRESADO	TESIS	ARTICULO	FILIACION	NCK	MATRICULACK	PLACK	POS	LACK	PE	KEGRES	ACKTES	KARTICU	KAFILIACION	EFICIENCI	AUX	ALPHA
A Coruña	U1	13.975	1501	137	2.731	224	333	43,01													
Alicante	U2	14.316	1.709	314	2.696	163	421	52,58													
Almería	U3	21.220	2.136	236	4.036	220	534	39,9													
Autónoma de Barcelona	U4	10.851	819	160	1.966	83	177	40,55													
Autónoma de Madrid	U5	32.298	4.301	722	6.051	852	2.698	54,51													
Barcelona	U6	23.141	2.709	596	4.371	602	1.731	42,47													
Burgos	U7	45.285	5.468	746	7.573	850	3.072	55,48													
Cádiz	U8	6.498	776	53	1.222	88	127	48,75													
Cantabria	U9	18.237	1.687	151	2.790	112	288	33,14													
Carlos III de Madrid	U10	3.106	1.390	341	1.573	118	551	42,33													
Castilla-La Mancha	U11	14.759	1.563	378	2.342	166	433	56,15													
Castilla-La Mancha	U12	22.935	2.321	182	3.699	178	562	38,79													
Complutense de Madrid	U13	59.020	6.280	445	10.801	1.421	1.771	43,55													
Córdoba	U14	15.056	1.400	105	2.268	151	562	35,2													
Extremadura	U15	19.407	1.897	138	3.267	181	326	38,8													
Girona	U16	13.612	1.463	194	2.282	102	386	55,13													
Granada	U17	43.335	3.538	544	8.143	515	1.366	31,94													
Huelva	U18	3.871	840	30	1.577	65	146	36,66													
Illes Balears (Les)	U19	11.721	1.373	191	1.795	81	495	51,66													
Jaén	U20	12.794	935	84	2.276	81	236	38,42													
Jaume I de Castellón	U21	11.796	1.221	83	1.890	122	369	43,15													
La Laguna	U22	17.881	1.674	97	3.083	170	742	39,66													
La Rioja	U23	3.684	429	115	807	83	137	54,55													
Las Palmas de Gran Canaria	U24	16.943	1.590	100	2.464	161	231	44,18													
León	U25	10.125	900	117	2.457	101	187	59,11													
Lleida	U26	8.249	1.128	170	1.389	81	268	54,34													
Málaga	U27	31.102	2.397	415	4.475	285	631	36,56													
Miguel Hernández de Elche	U28	3.459	1.159	115	1.569	192	401	45,53													
Murcia	U29	27.739	2.649	258	4.224	427	621	35,77													
Oviedo	U30	17.985	2.039	650	3.303	402	782	37,14													
Pablo de Olavide	U31	3.026	969	100	1.074	99	268	34,99													
Unibertsitatea	U32	37.087	4.475	1.210	6.894	412	1.498	46,77													
Politécnica de Cartagena	U33	4.849	619	29	660	57	152	50													
Politécnica de Cataluña	U34	23.685	2.690	471	4.946	390	997	62,65													
Politécnica de Madrid	U35	27.094	2.931	1.216	4.771	443	903	53,68													

Figura 13. Captura formato Excel

En la imagen anterior se muestra una captura de pantalla del formato que hay que darle a la tabla de Excel para posteriormente cargarlo en el programa, en este caso se corresponde con los datos de 2015.

Seguido de esto, hay que nombrar cada columna de cada variable con el nombre que se ha asignado en Lingo para que así pueda este programa reconocer la variable y cargar los datos así como devolverlos en el lugar correspondiente. Esto se hace mediante la herramienta Fórmulas/asignar nombre.

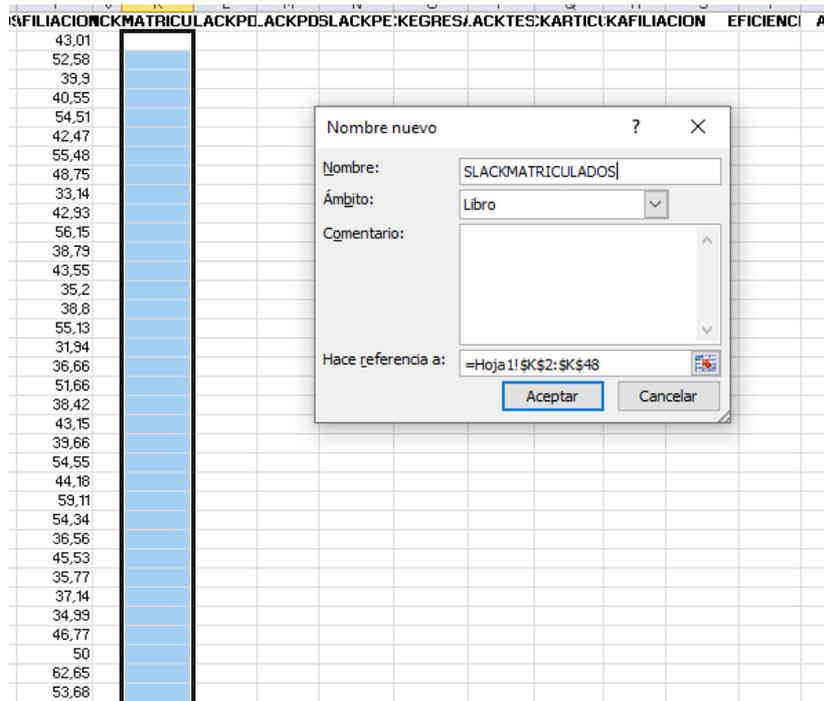


Figura 14. Captura asignar nombre

El modelo comentado en el capítulo anterior se ha resuelto mediante el solver Lingo, una herramienta simple para formular problemas lineales y no lineales, resolverlos y analizar los datos arrojados por este, a continuación se muestra el código utilizado para resolver el problema.

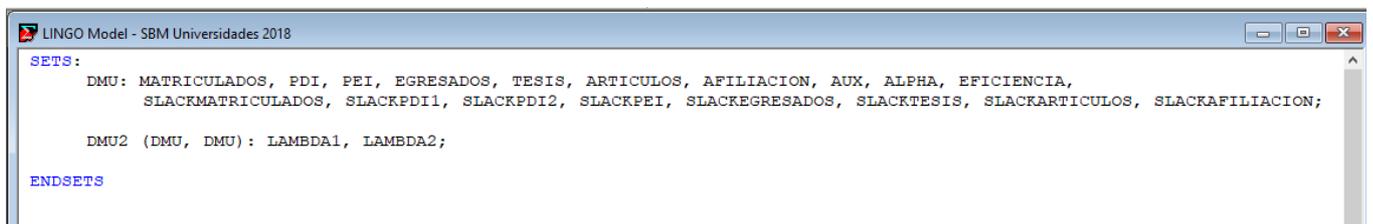


Figura 15. Captura Lingo Set

En estas líneas de código se definen los nombres de los conjuntos.

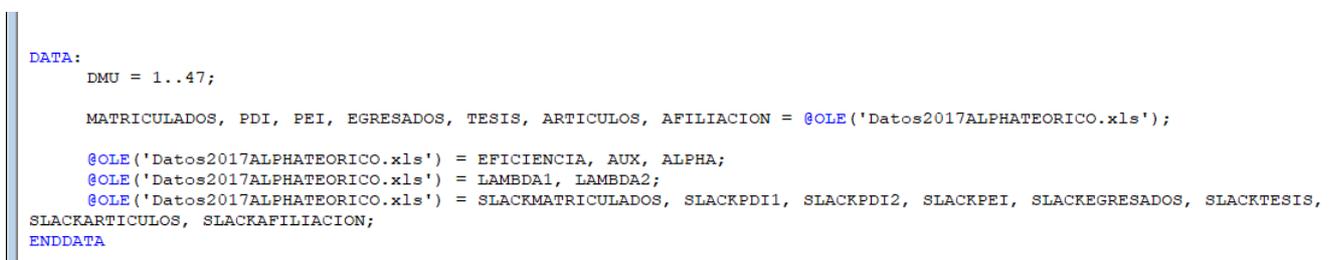


Figura 16. Captura Lingo Data

En la sección DATA cargamos los datos directamente de la hoja de Excel realizada previamente y además escribimos en la misma hoja los resultados correspondientes a la eficiencia, variable auxiliar, lambda docencia, lambda investigación y holguras.

```

MIN= TFO;
TFO=@SUM(DMU(JJ):EFICIENCIA(JJ));
@FOR(DMU(JJ):
    EFICIENCIA(JJ)=AUX(JJ)-(1/3)*(SLACKMATRICULADOS(JJ)/MATRICULADOS(JJ)+SLACKPEI(JJ)/PEI(JJ)+(SLACKPDI1(JJ)+SLACKPDI2(JJ))/PDI(JJ));
    AUX(JJ)+(1/4)*(SLACKEGRESADOS(JJ)/EGRESADOS(JJ)+SLACKAFILIACION(JJ)/AFILIACION(JJ)+SLACKTESIS(JJ)/TESIS(JJ)+SLACKARTICULOS(JJ)/ARTICULOS(JJ))=1;
    @SUM(DMU(J):MATRICULADOS(J)*LAMBDA1(J,JJ))=AUX(JJ)*MATRICULADOS(JJ)-SLACKMATRICULADOS(JJ);
    @SUM(DMU(J):ALPHA(JJ)*PDI(J)*LAMBDA1(J,JJ))=ALPHA(JJ)*AUX(JJ)*PDI(JJ)-SLACKPDI1(JJ);
    @SUM(DMU(J):(1-ALPHA(JJ))*PDI(J)*LAMBDA2(J,JJ))=(1-ALPHA(JJ))*AUX(JJ)*PDI(JJ)-SLACKPDI2(JJ);
    @SUM(DMU(J):PEI(J)*LAMBDA2(J,JJ))=AUX(JJ)*PEI(JJ)-SLACKPEI(JJ);
    @SUM(DMU(J):AFILIACION(J)*LAMBDA1(J,JJ))=AUX(JJ)*AFILIACION(JJ)+SLACKAFILIACION(JJ);
    @SUM(DMU(J):EGRESADOS(J)*LAMBDA1(J,JJ))=AUX(JJ)*EGRESADOS(JJ)+SLACKEGRESADOS(JJ);
    @SUM(DMU(J):TESIS(J)*LAMBDA2(J,JJ))=AUX(JJ)*TESIS(JJ)+SLACKTESIS(JJ);
    @SUM(DMU(J):ARTICULOS(J)*LAMBDA2(J,JJ))=AUX(JJ)*ARTICULOS(JJ)+SLACKARTICULOS(JJ);
    ALPHA(JJ)=0.35;

```

**Figura 17.** Captura Lingo Restricciones

Estas líneas de código hacen referencia a las restricciones modeladas anteriormente y la definición de la función objetivo.

En un principio, íbamos a dejar a Lingo la libertad de elegir el valor de alpha que optimizara la eficiencia de cada DMU, por motivos computacionales no ha sido posible, ya que el software no arrojaba una solución cercana al óptimo en un tiempo razonable, por lo que finalmente tuvimos que fijarlo nosotros.

Alpha, como recordamos, hace referencia al porcentaje de PDI destinado a docencia e investigación. Un profesor hemos estimado que destina de sus 40 horas semanales 14 a docencia, entre clases y tutorías, por lo que de ahí se deduce el valor de alpha.

Una vez explicado el método de resolución, pasamos a comentar los resultados arrojados por Lingo.

## 5.2. Resultados

En esta sección vamos a analizar los datos que Lingo nos ha devuelto, el análisis lo realizaremos año por año, empezando en 2015 y finalizando en 2018. En cada subapartado procederemos de la misma manera, primero comentaremos la eficiencia global, seguido de las eficiencias docentes e investigadoras y por último veremos para cada DMU eficiente, cuantas se fijan en ella para tomarla como modelo de referencia con ayuda del vector de intensidad lambda.

## 5.2.1 Resultados de 2015

	EFICIENCIA	EFICIENCIA1	EFICIENCIA2
A Coruña	0,656	0,655	0,667
Alcalá	0,517	0,669	0,440
Alicante	0,591	0,723	0,529
Almería	0,543	0,695	0,498
Autónoma de Barcelona	0,935	0,827	1,000
Autónoma de Madrid	0,847	0,704	1,000
Barcelona	1,000	1,000	1,000
Burgos	0,686	0,710	0,660
Cádiz	0,418	0,475	0,390
Cantabria	0,491	0,517	0,472
Carlos III de Madrid	0,496	0,591	0,468
Castilla-La Mancha	0,527	0,587	0,491
Complutense de Madrid	1,000	1,000	1,000
Córdoba	0,640	0,461	0,877
Extremadura	0,532	0,600	0,493
Girona	0,477	0,618	0,411
Granada	0,792	1,000	0,675
Huelva	0,762	0,570	1,000
Illes Balears (Les)	0,471	0,551	0,424
Jaén	0,597	0,651	0,607
Jaume I de Castellón	0,664	0,546	0,753
La Laguna	0,795	0,622	1,000
La Rioja	1,000	1,000	1,000
Las Palmas de Gran Canaria	0,497	0,500	0,478
León	0,713	1,000	0,561
Lleida	0,484	0,615	0,418
Málaga	0,502	0,616	0,502
Miguel Hernández de Elche	0,782	0,562	0,971
Murcia	0,582	0,562	0,648
Oviedo	0,592	0,594	0,617
Pablo de Olavide	0,513	0,405	0,687
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	0,533	0,828	0,392
Politécnica de Cartagena	0,820	0,628	1,000
Politécnica de Catalunya	0,769	1,000	0,648
Politécnica de Madrid	0,541	0,793	0,430
Politécnica de València	0,684	0,676	0,729
Pompeu Fabra	0,834	0,638	1,000
Pública de Navarra	0,550	0,747	0,438
Rey Juan Carlos	0,706	1,000	0,549
Rovira i Virgili	0,548	0,558	0,550
Salamanca	0,745	1,000	0,606
Santiago de Compostela	0,517	0,506	0,632
Sevilla	0,650	0,869	0,545
València (Estudi General)	0,668	0,800	0,603
Valladolid	0,588	0,748	0,495
Vigo	0,577	0,659	0,553
Zaragoza	0,507	0,593	0,462
<b>TOTAL EFICIENTES</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

Tabla 7. Resultados 2015

Vemos que para 2015, hay 3 universidades eficientes globales, estas son la Universidad de Barcelona, la Complutense de Madrid y la Universidad de La Rioja. Como menos eficientes salen la de Cádiz, la de Girona y la de las Islas Baleares.

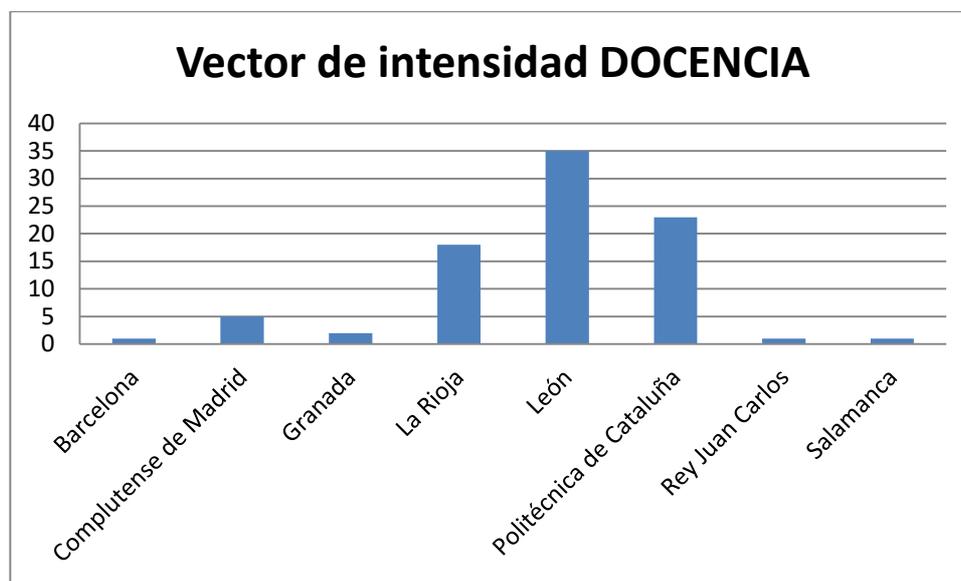
De las eficientes cabe destacar la presencia de la Universidad de La Rioja, ya que a priori, no extraña que la de Barcelona y Complutense de Madrid lo sean, el motivo de que la de La Rioja sea eficiente es la tecnología usada, al usar retornos de escala variable, no todas las DMU se comparan entre ellas mismas, sino se comparan entre las de su mismo tamaño.

Cuando analizamos el proceso docencia, salen 8 universidades eficientes, aparte de las 3 anteriores, ya que si son eficientes globales lo son en cada uno de los procesos internos, son eficientes la Universidad de Granada, la de León, la Politécnica de Cataluña, la Universidad Rey Juan Carlos y la de Salamanca.

Ahora en este caso son 9 las eficientes en el ámbito investigador, además de las eficientes globales, salen como eficientes la Autónoma de Barcelona, la Autónoma de Madrid, la de Huelva, La Laguna, la Politécnica de Cataluña y la Pompeu Fabra.

Otro aspecto interesante a la hora de analizar los resultados, es fijarnos en el vector de intensidad para cada uno de los procesos, el cual nos dice a cuantas Universidades sirve de modelo una eficiente, por lo tanto, se podría decir que aunque dos Universidades sean eficientes, si una sirve de modelo de referencia para más Universidades que la otra se podría decir que es “más eficiente”.

Analizamos las Universidades eficientes para el proceso docencia y para cuantas son modelo.



**Figura 18.** Vector de intensidad DOCENCIA 2015

Vemos que en algunos casos solo son modelo para una Universidad, esto es debido a que para ella misma siempre va a ser referente. En este caso, la Universidad de León sería la más eficiente en cuanto a docencia se refiere, seguida de la Politécnica de Cataluña.

Estudiamos ahora el proceso investigación.



**Figura 19.** Vector de intensidad INVESTIGACIÓN 2015

En el caso de la investigación, la Universidad “más eficiente” sería la Complutense de Madrid, siendo modelo de referencia para 32 Universidades.

## 5.2.2 Resultados 2016

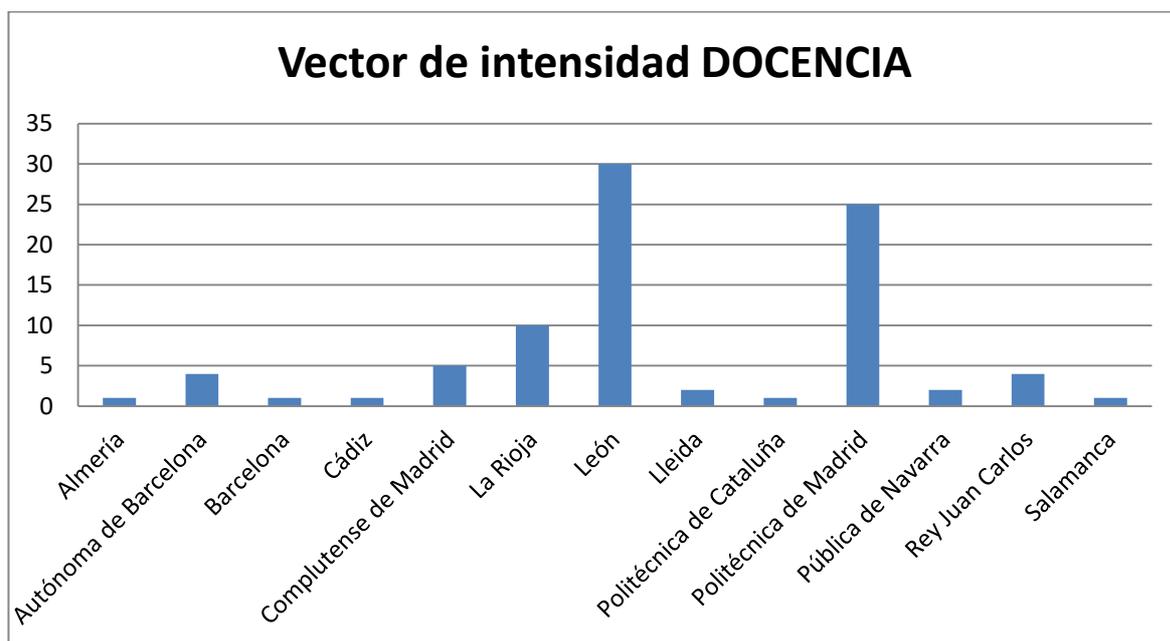
	EFICIENCIA	EFICIENCIA1	EFICIENCIA2
A Coruña	0,518	0,704	0,439
Alcalá	0,489	0,799	0,367
Alicante	0,637	0,829	0,540
Almería	0,663	1,000	0,495
Autónoma de Barcelona	1,000	1,000	1,000
Autónoma de Madrid	0,934	0,852	1,000
Barcelona	1,000	1,000	1,000
Burgos	0,597	0,818	0,486
Cádiz	0,713	1,000	0,554
Cantabria	0,632	0,660	0,653
Carlos III de Madrid	0,611	0,890	0,487
Castilla-La Mancha	0,551	0,690	0,483
Complutense de Madrid	1,000	1,000	1,000
Córdoba	0,809	0,651	1,000
Extremadura	0,619	0,765	0,542
Girona	0,429	0,796	0,307
Granada	0,742	0,821	0,701
Huelva	0,824	0,700	1,000
Illes Balears (Les)	0,538	0,694	0,473
Jaén	0,709	0,839	0,638
Jaume I de Castellón	0,627	0,675	0,615
La Laguna	0,856	0,734	1,000
La Rioja	1,000	1,000	1,000
Las Palmas de Gran Canaria	0,847	0,708	1,000
León	1,000	1,000	1,000
Lleida	0,590	1,000	0,409
Málaga	0,652	0,858	0,559
Miguel Hernández de Elche	0,587	0,754	0,504
Murcia	0,610	0,723	0,565
Oviedo	0,522	0,664	0,482
Pablo de Olavide	0,577	0,453	0,747
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	0,506	0,855	0,371
Politécnica de Cartagena	0,839	0,687	1,000
Politécnica de Catalunya	0,711	1,000	0,560
Politécnica de Madrid	0,672	1,000	0,507
Politécnica de València	0,743	0,778	0,736
Pompeu Fabra	0,918	0,851	1,000
Pública de Navarra	0,527	1,000	0,338
Rey Juan Carlos	0,690	1,000	0,527
Rovira i Virgili	0,575	0,796	0,466
Salamanca	0,776	1,000	0,646
Santiago de Compostela	0,632	0,732	0,619
Sevilla	0,656	0,800	0,596
València (Estudi General)	0,728	0,847	0,663
Valladolid	0,641	0,907	0,498
Vigo	0,597	0,859	0,483
Zaragoza	0,622	0,734	0,569
<b>TOTAL EFICIENTES</b>	<b>5</b>	<b>13</b>	<b>12</b>

Tabla 8. Resultados 2016

Para 2016, los resultados arrojados nos dicen que hay 5 Universidades eficientes globales, siendo estas la Autónoma de Barcelona, la Universidad de Barcelona, la Complutense de Madrid, la de La Rioja y la Universidad de León.

En el ámbito docente, nos encontramos con 13 Universidades eficientes, que a parte de las 5 que salen como eficientes globales son las Universidades de Almería, Cádiz, Lleida, Politécnica de Cataluña, Politécnica de Madrid, Pública de Navarra, Rey Juan Carlos y Salamanca.

Para el caso de la investigación, salen como eficientes las siguientes Universidades a parte de las eficientes globales, que como hemos comentado en varias ocasiones, si son eficientes globales también lo son para cada uno de los procesos, Autónoma de Barcelona, Autónoma de Madrid, Barcelona, Complutense de Madrid, Córdoba, Huelva, La Laguna, La Rioja, Las Palmas de Gran Canarias, León, Politécnica de Cataluña, Pompeu Fabra.



**Figura 20.** Vector de intensidad DOCENCIA 2016

En el ámbito docente, la Universidad de León es la que sirve de ejemplo para más Universidades, seguido de la Politécnica de Madrid, muy lejos de las demás Universidades.



**Figura 21.** Vector de intensidad INVESTIGACIÓN 2016

En el caso de la investigación, la Complutense de Madrid sale como más eficiente, debido a que un mayor número de Universidades se fijan en ella como modelo a seguir.

## 5.2.3 Resultados 2017

	EFICIENCIA	EFICIENCIA1	EFICIENCIA2
A Coruña	0,640	0,872	0,496
Alcalá	0,703	0,879	0,582
Alicante	0,614	0,828	0,469
Almería	0,537	0,873	0,402
<b>Autónoma de Barcelona</b>	<b>0,912</b>	<b>1,000</b>	<b>0,850</b>
<b>Autónoma de Madrid</b>	<b>0,977</b>	<b>0,962</b>	<b>1,000</b>
<b>Barcelona</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>
Burgos	0,492	0,867	0,343
Cádiz	0,630	0,760	0,560
Cantabria	0,585	0,712	0,495
Carlos III de Madrid	0,540	0,861	0,408
Castilla-La Mancha	0,459	0,837	0,305
<b>Complutense de Madrid</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>
<b>Córdoba</b>	<b>0,912</b>	<b>0,854</b>	<b>1,000</b>
Extremadura	0,617	0,871	0,491
Girona	0,431	0,974	0,280
<b>Granada</b>	<b>0,848</b>	<b>1,000</b>	<b>0,697</b>
Huelva	0,740	0,773	0,700
Illes Balears (Les)	0,518	0,767	0,397
<b>Jaén</b>	<b>0,794</b>	<b>1,000</b>	<b>0,659</b>
Jaume I de Castellón	0,797	0,816	0,772
La Laguna	0,790	0,825	0,778
<b>La Rioja</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>
Las Palmas de Gran Canaria	0,519	0,838	0,389
León	0,582	0,985	0,412
Lleida	0,580	0,769	0,462
<b>Málaga</b>	<b>0,620</b>	<b>1,000</b>	<b>0,436</b>
<b>Miguel Hernández de Elche</b>	<b>0,849</b>	<b>0,697</b>	<b>1,000</b>
Murcia	0,699	0,873	0,565
Oviedo	0,556	0,789	0,440
Pablo de Olavide	0,615	0,575	0,678
<b>País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea</b>	<b>0,622</b>	<b>1,000</b>	<b>0,400</b>
<b>Politécnica de Cartagena</b>	<b>0,858</b>	<b>0,701</b>	<b>1,000</b>
Politécnica de Catalunya	0,540	0,887	0,397
Politécnica de Madrid	0,442	0,749	0,339
Politécnica de València	0,683	0,742	0,591
<b>Pompeu Fabra</b>	<b>0,615</b>	<b>1,000</b>	<b>0,438</b>
<b>Pública de Navarra</b>	<b>0,559</b>	<b>1,000</b>	<b>0,378</b>
<b>Rey Juan Carlos</b>	<b>0,789</b>	<b>1,000</b>	<b>0,617</b>
Rovira i Virgili	0,693	0,770	0,599
<b>Salamanca</b>	<b>0,681</b>	<b>1,000</b>	<b>0,488</b>
Santiago de Compostela	0,532	0,828	0,407
Sevilla	0,848	0,945	0,743
València (Estudi General)	0,741	0,957	0,577
Valladolid	0,473	0,906	0,312
Vigo	0,445	0,778	0,327
Zaragoza	0,549	0,783	0,400
<b>TOTAL EFICIENTES</b>	<b>3</b>	<b>12</b>	<b>7</b>

Tabla 9. Resultados 2017

Tenemos 3 Universidades eficientes globales en 2017, estas son Barcelona, Complutense de Madrid y La Rioja, estando muy cerca de la eficiencia total de Autónoma de Madrid.

En el caso de la docencia tenemos como eficientes Autónoma de Barcelona, Barcelona, Complutense de Madrid, Granada, Jaén, La Rioja, Málaga, País Vasco, Pompeu Fabra, Pública de Navarra, Rey Juan Carlos y Salamanca.

Por otro lado, en el ámbito investigador salen como eficientes la Autónoma de Madrid, Barcelona, Complutense de Madrid, Córdoba, La Rioja, Miguel Hernández de Elche, Politécnica de Cartagena.

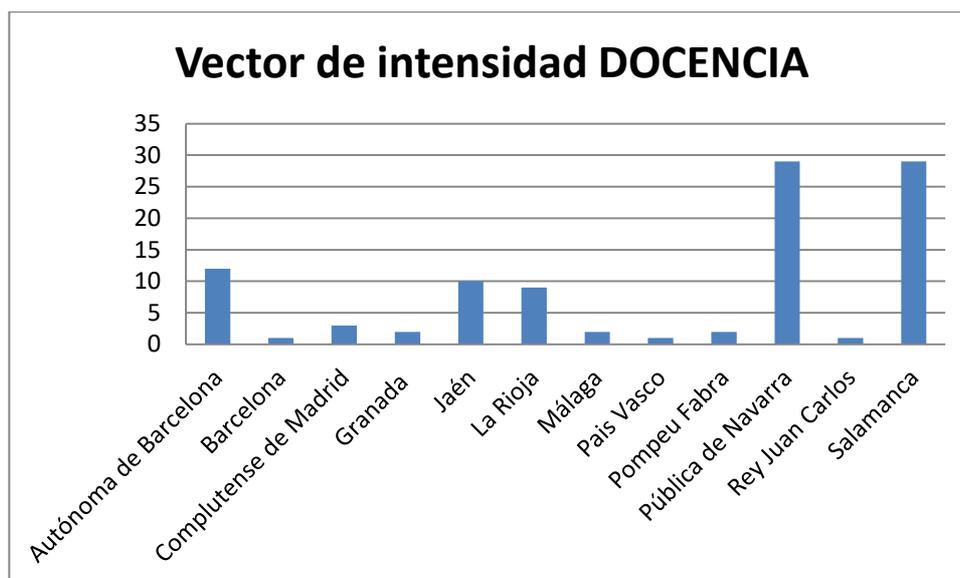


Figura 22. Vector de intensidad DOCENCIA 2017

Mirando el vector de proyecciones lambda para el proceso docencia, vemos que la Universidad Pública de Navarra y la de Salamanca son las que sirven de modelo para más Universidades muy lejos de las demás Universidades.

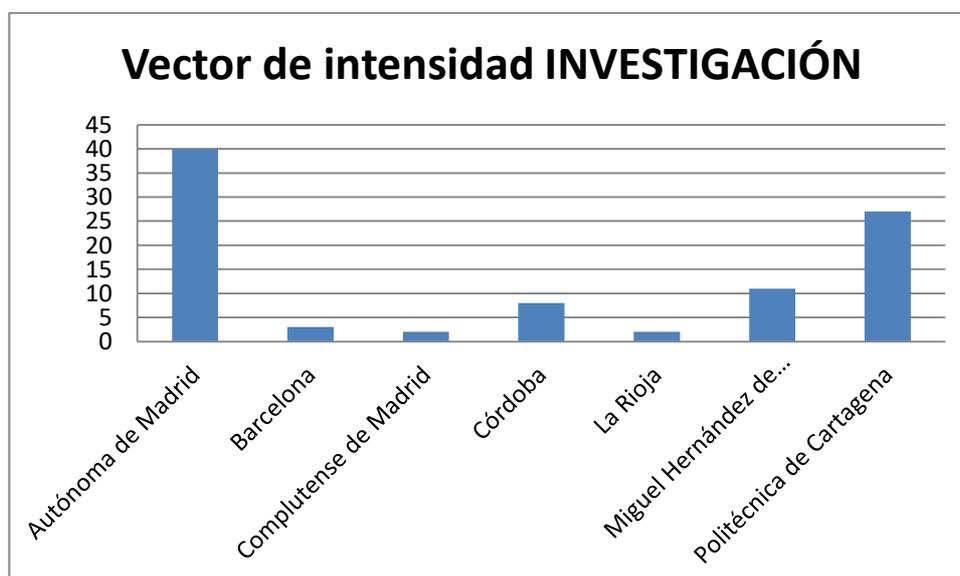


Figura 23. Vector de intensidad INVESTIGACIÓN 2017

Por otra parte, el vector de intensidad para el caso de investigación nos dice que en este caso es la Autónoma de Madrid, especial mención en este caso, ya que sirve de modelo para todas las Universidades no eficientes.

#### 5.2.4 Resultados 2018

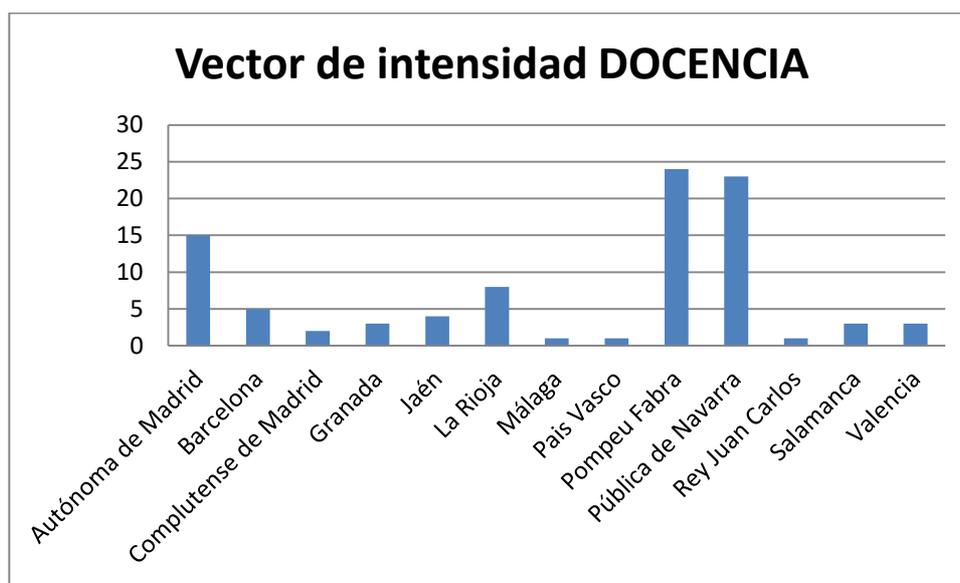
	EFICIENCIA	EFICIENCIA1	EFICIENCIA2
A Coruña	0,611	0,801	0,513
Alcalá	0,625	0,830	0,515
Alicante	0,612	0,830	0,491
Almería	0,930	0,886	1,000
Autónoma de Barcelona	0,975	0,928	1,000
Autónoma de Madrid	1,000	1,000	1,000
Barcelona	1,000	1,000	1,000
Burgos	0,698	0,942	0,551
Cádiz	0,443	0,766	0,325
Cantabria	0,581	0,754	0,478
Carlos III de Madrid	0,607	0,909	0,461
Castilla-La Mancha	0,648	0,803	0,540
Complutense de Madrid	0,760	1,000	0,580
Córdoba	0,958	0,921	1,000
Extremadura	0,472	0,847	0,332
Girona	0,684	0,910	0,553
Granada	0,814	1,000	0,676
Huelva	0,934	0,886	1,000
Illes Balears (Les)	0,522	0,725	0,422
Jaén	0,650	1,000	0,480
Jaume I de Castellón	0,744	0,840	0,679
La Laguna	0,511	0,821	0,384
La Rioja	1,000	1,000	1,000
Las Palmas de Gran Canaria	0,337	0,869	0,216
León	0,700	0,919	0,575
Lleida	0,572	0,864	0,429
Málaga	0,457	1,000	0,291
Miguel Hernández de Elche	0,433	0,689	0,329
Murcia	0,613	0,917	0,463
Oviedo	0,653	0,761	0,568
Pablo de Olavide	0,706	0,684	0,721
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	0,619	1,000	0,442
Politécnica de Cartagena	0,851	0,695	1,000
Politécnica de Catalunya	0,759	0,822	0,700
Politécnica de Madrid	0,530	0,787	0,431
Politécnica de València	0,654	0,799	0,554
Pompeu Fabra	0,829	1,000	0,735
Pública de Navarra	0,578	1,000	0,402
Rey Juan Carlos	0,513	1,000	0,329
Rovira i Virgili	0,663	0,802	0,564
Salamanca	0,696	1,000	0,535
Santiago de Compostela	0,653	0,841	0,559
Sevilla	0,604	0,922	0,457
València (Estudi General)	0,709	1,000	0,547
Valladolid	0,562	0,930	0,408
Vigo	0,518	0,810	0,396
Zaragoza	0,541	0,858	0,398
<b>TOTAL EFICIENTES</b>	<b>3</b>	<b>13</b>	<b>8</b>

Tabla 10. Resultados 2018

Como eficientes globales tenemos la Autónoma de Madrid, Barcelona y La Rioja.

Para el caso de la docencia salen como eficientes la Autónoma de Madrid, Barcelona, Complutense de Madrid, Granada, Jaén, La Rioja, Malaga, País Vasco, Pompeu Fabra, Pública de Navarra, Rey Juan Carlos, Salamanca y Valencia.

Por último en lo que a investigación se refiere tenemos como eficientes la Universidad de Almería, Autónoma de Barcelona, Autónoma de Madrid, Barcelona, Córdoba, Huelva, La Rioja, Politécnica de Cartagena.



**Figura 24.** Vector de intensidad DOCENCIA 2018

La Universidad Pompeu Fabra y la Pública de Navarra son las que más unidades tienen que se fijan en ellas, 24 y 23 respectivamente.



**Figura 25.** Vector de intensidad INVESTIGACIÓN 2018

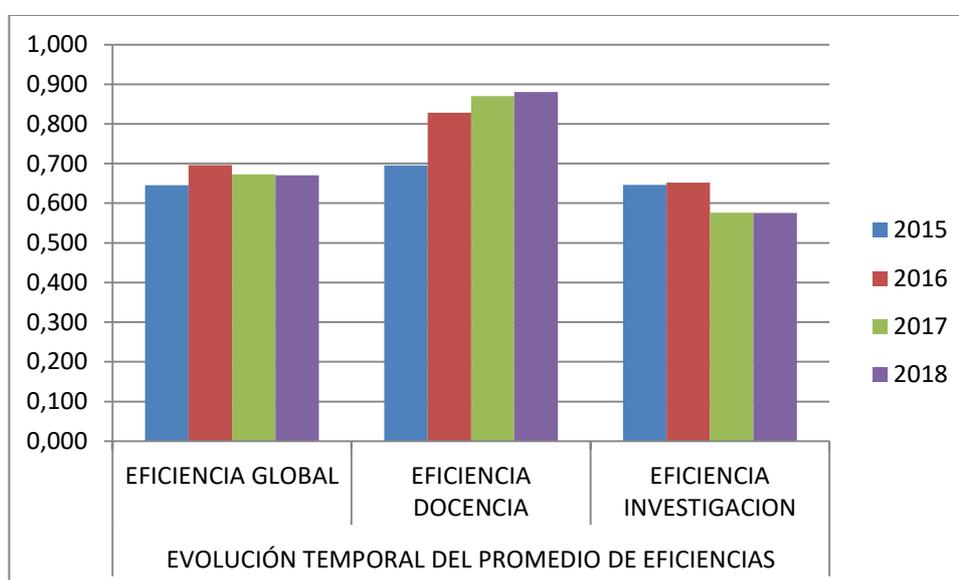
Comentar que a diferencia del año anterior, en 2018 es la Autónoma de Barcelona la que ha servido de modelo

para todas las Universidades no eficientes menos una.

### 5.2.5 Evolución temporal de las eficiencias promedio

	EVOLUCIÓN TEMPORAL DEL PROMEDIO DE EFICIENCIAS		
	EFICIENCIA GLOBAL	EFICIENCIA DOCENCIA	EFICIENCIA INVESTIGACION
<b>2015</b>	0,646	0,695	0,646
<b>2016</b>	0,696	0,828	0,652
<b>2017</b>	0,673	0,870	0,576
<b>2018</b>	0,671	0,880	0,575

**Tabla 11.** Evolución temporal eficiencia



**Figura 26.** Evolución temporal eficiencia

Otro aspecto interesante para presentar es un estudio de la evolución temporal de la eficiencia global así como las eficiencias de cada proceso.

Comentaremos los resultados año por año para luego ver si podemos sacar algunas conclusiones.

Para el año 2015 vemos que en promedio es el año que la eficiencia global resulta más baja, esto se debe a que la eficiencia del proceso docente resulta muy baja en comparación con otros años, la eficiencia investigadora sin embargo toma uno de los valores mayores.

Para 2016 tenemos el valor pico de la eficiencia global y de la investigadora, sin embargo para el caso docente no es si quiera el segundo valor más grande.

En 2017 obtenemos un valor de la eficiencia global muy parecido que en 2018.

En 2018 obtenemos el valor mayor para la eficiencia docente, muy cercano a 0.9, un valor promedio bastante alto, lo cual significa que o hay muchas universidades eficientes en 2018 o que en general tienen valores bastante altos en docencia.

La eficiencia global se mantiene más o menos constante a lo largo del tiempo, variando su valor entre 0.6 y 0.7, para la eficiencia docente vemos un claro aumento de eficiencia periodo tras periodo, llegando a un valor muy alto al final, lo cual significa que las Universidades suelen ser más eficientes docentemente hablando que en el ámbito de la investigación. Para el caso de la investigación, al igual que la eficiencia global no hay una

tendencia clara, se podría decir que disminuye a lo largo del tiempo, pero la verdad es que periodo tras periodo se obtienen valores muy parejos.

## 5.2.6 Evolución temporal de las holguras

En este apartado vamos a realizar un estudio temporal de las holguras, en primer lugar comenzaremos analizando el promedio de las holguras año tras año para ver como varían, cuales aumentan, cuales disminuyen, que opciones tiene una Universidad a la hora de optimizar sus recursos para maximizar los productos, y en segundo lugar realizaremos un análisis comparando una Universidad que por lo general perioso tras periodo suele salir eficiente con una que por el contrario no sale como eficiente para ver como podría mejorar esa Universidad no eficiente.

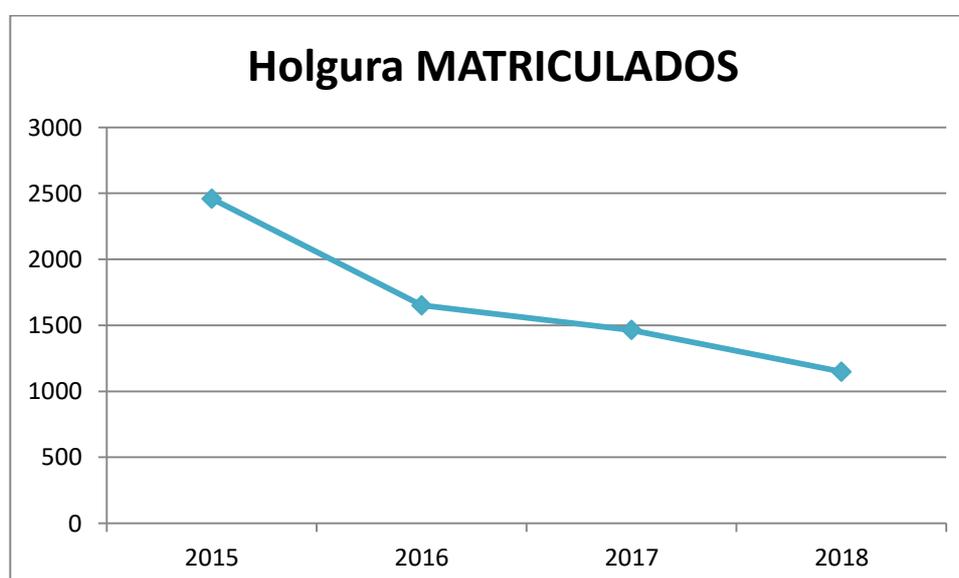
	EVOLUCIÓN TEMPORAL DEL PROMEDIO DE LAS HOGURAS							
	SLACKMATRICULADOS	SLACKPDI1	SLACKPDI2	SLACKPEI	SLACKEGRESADOS	SLACKTESIS	SLACKARTICULOS	SLACKAFILIACION
2015	2459	108	3	108	3	63	87	9
2016	1652	110	1	106	2	119	67	5
2017	1465	43	181	37	2	121	195	2
2018	1149	52	50	56	2	67	271	2

Tabla 12. Evolución temporal holguras

Comenzaremos esta sección viendo que opciones tiene una Universidad para conseguir ser eficiente, hay que recordar que esto es en promedio, para analizar un caso concreto, como veremos más adelante habría que estudiar Universidad por Universidad.

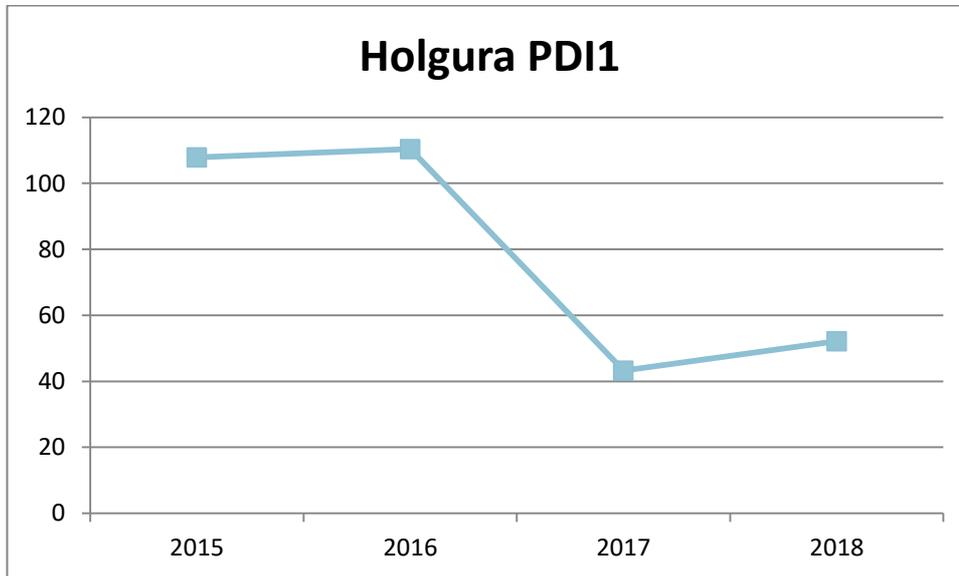
Vemos que por lo general las Universidades optan por reducir los matriculados más que por aumentar egresados, esto puede ser debido a que hay una oferta de plazas excesiva, para ciertas carreras se debería estudiar si se están ofertando más plazas de las que se debería.

El personal que se destina a docencia vemos que se podría reducir considerablemente, esto es lo que nos dicen las holguras, de hecho, vemos que los productos docentes no parece a priori que se puedan aumentar mucho para conseguir la eficiencia. El personal investigador vemos que también se puede reducir considerablemente, contando como personal investigador la suma del personal docente investigador y el personal empleado investigador, sin embargo, los productos investigadores tienen mucho margen de mejora, puede ser que no se estén aprovechando correctamente estos recursos.

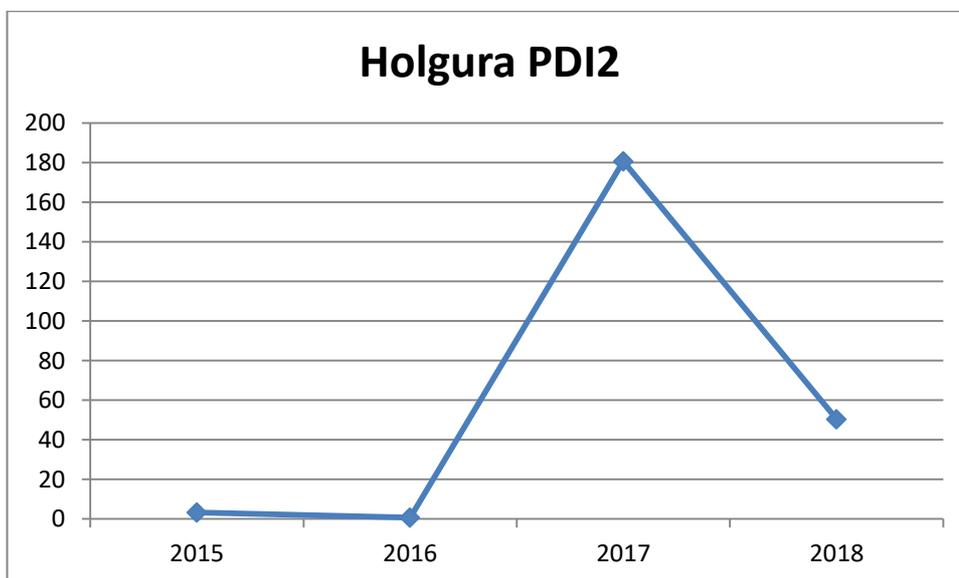


**Figura 27.** Evolución temporal MATRICULADOS

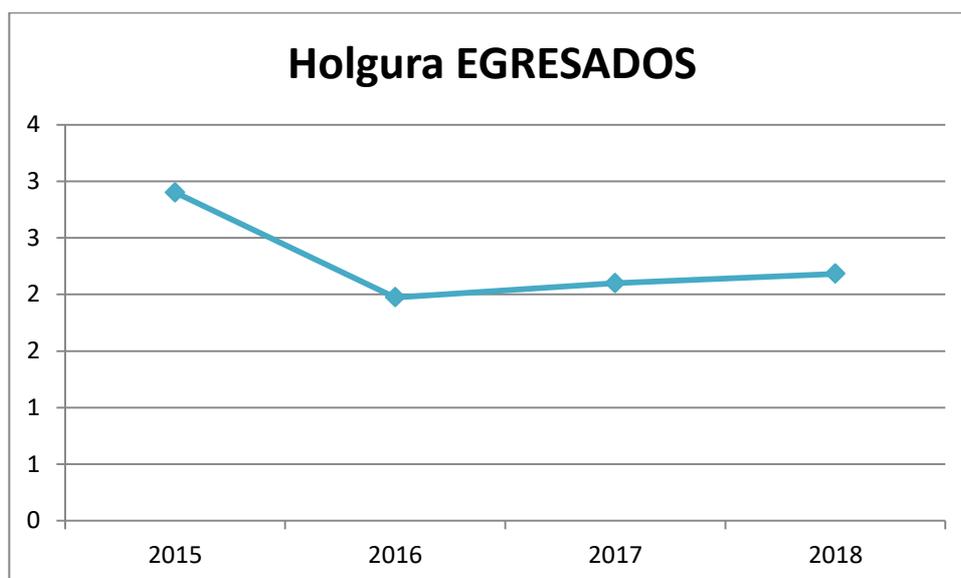
La holgura de los matriculados tiene una clara tendencia a la baja, aunque en promedio, el valor que se pueden reducir estos matriculados sigue siendo muy alto en los años finales.

**Figura 28.** Evolución temporal PDI1

El personal docente investigador que se dedica a la docencia también muestra una tendencia a la baja pudiéndose reducir bastante en los primeros años para finalizar con un número razonable.

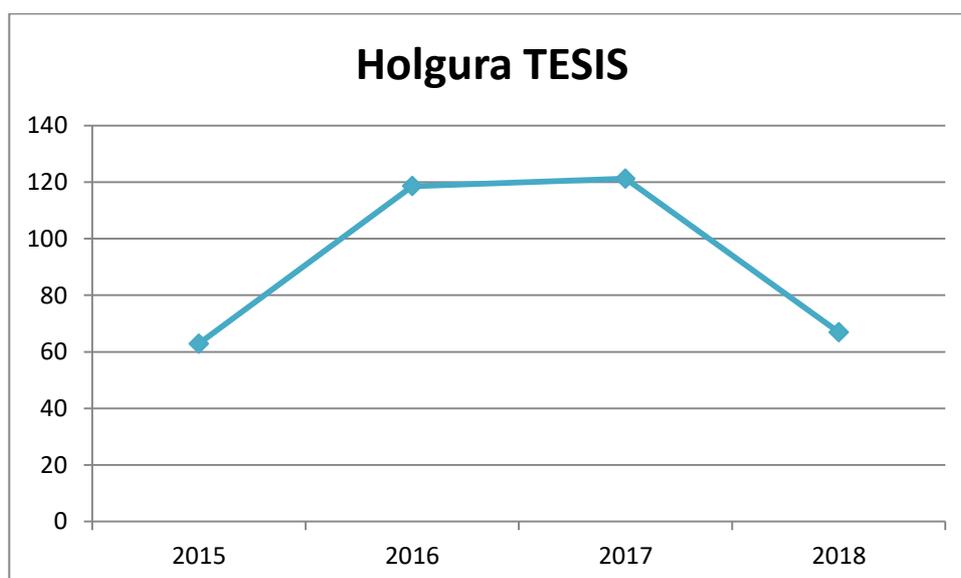
**Figura 29.** Evolución temporal PDI2

El margen de mejora del personal docente investigador dedicado a la investigación comienza siendo casi nulo, para en 2017 alcanzar su pico y volver a reducirse en 2018, en los primeros años se ve que no hay mucho margen de mejora, es decir, el personal que se dedicaba a investigar estaba bien empleado, no sobraba, cosa que empezó a pasar a partir de 2017 en el que había un exceso de personal dedicado a investigación.



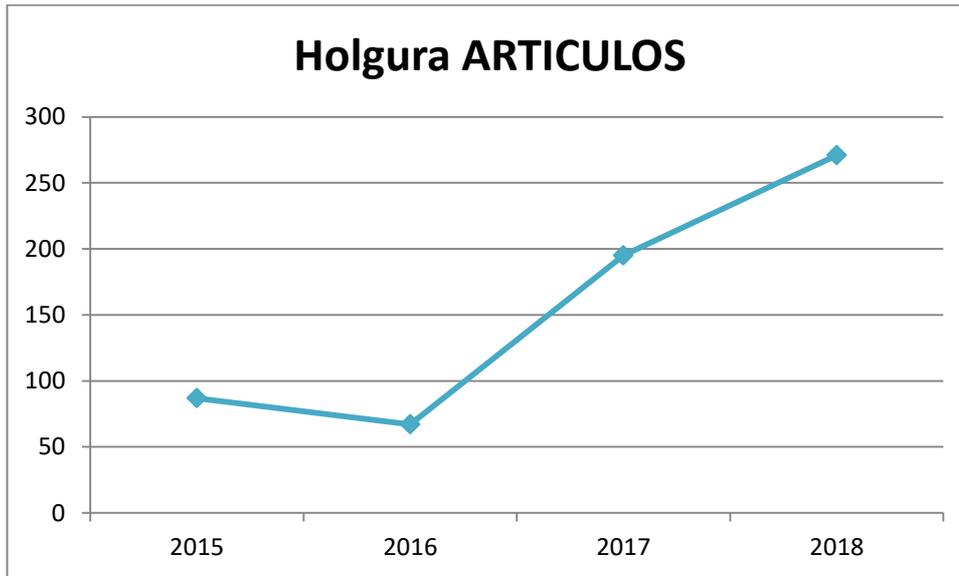
**Figura 30.** Evolución temporal EGRESADOS

Los egresados se mantienen más o menos constantes a lo largo del tiempo siendo un número muy bajo el margen de mejora que tienen, en este sentido, casi todas las Universidades suelen ser eficientes.



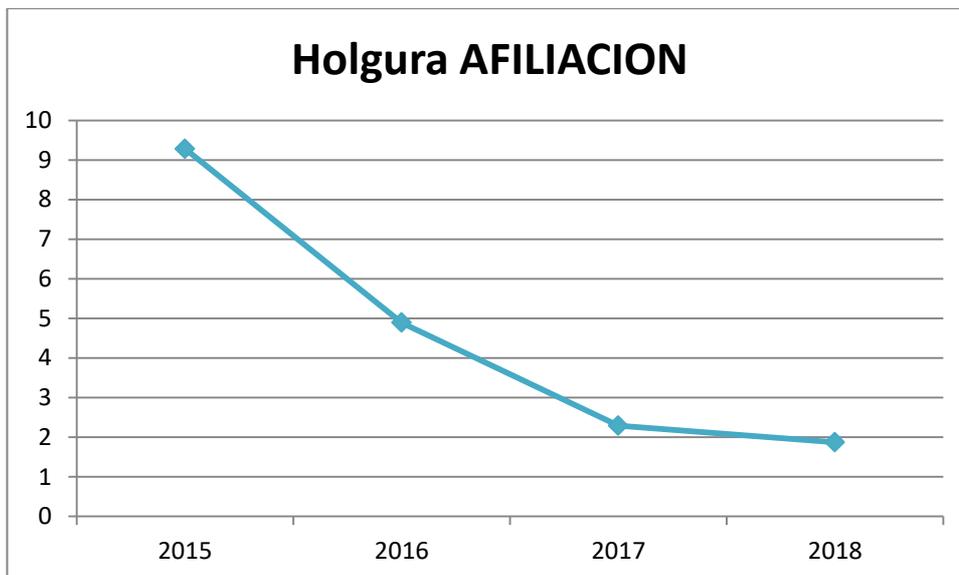
**Figura 31.** Evolución temporal TESIS

En cuanto al comportamiento de la holgura de las tesis doctorales vemos un primer aumento para finalmente volver a su valor original, habiendo un claro margen de mejora por parte de las Universidades en promedio.



**Figura 32.** Evolución temporal ARTICULOS

La holgura de los artículos tiende a aumentar, finalmente alcanza un valor de unos 275 artículos que se podrían producir de más, esto parece indicar que las Universidades con el paso de los años se han ido preocupando menos de esta variable produciendo más en un principio para luego pasar a un segundo plano. Hay mucho margen de mejora en promedio en los dos últimos años.



**Figura 33.** Evolución temporal AFILIACIÓN

La tasa de afiliación a la Seguridad Social, un indicador que nos habla acerca de la inserción laboral de los estudiantes, mejora bastante con el paso de los años, empezando en un valor cercano al 10% (Recordemos que estamos hablando del margen de mejora) para finalmente acabar en un valor cercano al 2%.

Para concluir este capítulo decir que fijándonos tanto en las variables de entrada como de salida, por lo general las Universidades suelen ser más eficientes docentemente hablando que en el ámbito investigador.

Finalizaremos este estudio de holguras comparando las de dos Universidades, compararemos una unidad que no haya salido eficiente en ninguno de los casos con una que por el contrario haya salido eficiente en todos, mostraremos únicamente los datos de la que no ha salido eficiente, en este caso la Universidad de Sevilla, ya que la que es eficiente todos los años, como es lógico, sus holguras son igual a cero.

	<b>HOLGURAS UNIVERSIDAD DE SEVILLA</b>			
	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>
<b>SLACKMATRICULADOS</b>	4824	8398,91	4704,22	5091,7
<b>SLACKPDI1</b>	0	20,89	0	0
<b>SLACKPDI2</b>	0	0	1187,35	231,76
<b>SLACKPEI</b>	112,71	82,16	0	0
<b>SLACKEGRESADOS</b>	0	0	0	0
<b>SLACKTESIS</b>	321,91	500,65	0	203,37
<b>SLACKARTICULOS</b>	172,29	96,49	145,64	828,54
<b>SLACKAFILIACIÓN</b>	4,41	8,62	1	0,32

**Tabla 13.** Evolución temporal holguras US

Para 2015 vemos que la Universidad de Sevilla aprovecha perfectamente su personal docente investigador, ya que no tiene margen de mejora, sin embargo, en cuanto a los matriculados puede mejorar bastante al igual que respecto al personal empleado investigador, que como recordamos suelen ser alumnos predoctorales. En cuanto a las salidas tiene margen de mejora en todas menos en los egresados, que como hemos visto antes suele ser tendencia por parte de todas las Universidades, optan antes por reducir los matriculados que por aumentar los egresados.

En 2016 obtenemos un valor muy alto para el slack de los matriculados, siendo casi el doble del promedio de los años, vemos también que en este caso si que se puede mejorar reduciendo el PDI dedicado a docencia, cosa que solo pasa en 2016. En cuanto a las salidas vemos que se pueden aumentar mucho las tesis aprobadas en este año y la tasa de inserción sale también muy superior a los demás años.

Para el año 2017 los matriculados vuelven al valor promedio, siendo el año más eficiente para esta Universidad globalmente, ya que vemos que no hay margen de mejora en muchas de sus holguras, la única que aumenta claramente es el personal docente investigador dedicado únicamente a investigación.

Por último, en 2018 las entradas tienen menor margen de mejora que para otros años, siendo dos de ellas igual a cero, sin embargo, para las salidas, aunque la tasa de afiliación se reduzca considerablemente, cosa que parece pasar para todas las Universidades, hay mucho margen de mejora para los artículos publicados.

### 5.2.7 Estudio de eficiencia por comunidad autónoma

Para finalizar el capítulo de resultados, vemos conveniente realizar un estudio de eficiencia por comunidades autónomas ya que por todos es sabido que la educación es competencia de las CCAA, en este capítulo veremos si de verdad el que una Universidad sea eficiente o no depende de la comunidad en la que se encuentre, cosa que a priori parece lógico, ya que los recursos se gestionarán por igual en cada comunidad.

		UNIVERSIDADES Y EFICIENCIA POR COMUNIDADES AUTÓNOMAS				
		2015	2016	2017	2018	PROMEDIO
ANDALUCÍA	Almería	0,543	0,663	0,537	0,930	0,668
	Cádiz	0,418	0,713	0,630	0,443	0,551
	Córdoba	0,640	0,809	0,912	0,958	0,830
	Granada	0,792	0,742	0,848	0,814	0,799
	Huelva	0,762	0,824	0,740	0,934	0,815
	Jaén	0,597	0,709	0,794	0,650	0,688
	Málaga	0,502	0,652	0,620	0,457	0,558
	Pablo de Olavide	0,513	0,577	0,615	0,706	0,603
Sevilla	0,650	0,656	0,848	0,604	0,690	
ARAGÓN	Zaragoza	0,507	0,622	0,549	0,541	0,555
CANARIAS	La Laguna	0,795	0,856	0,790	0,511	0,738
	Las Palmas de Gran Canaria	0,497	0,847	0,519	0,337	0,550
CANTABRIA	Cantabria	0,491	0,632	0,585	0,581	0,572
CASTILLA LA MANCHA	Castilla-La Mancha	0,527	0,551	0,459	0,648	0,546
CASTILLA Y LEÓN	Burgos	0,686	0,597	0,492	0,698	0,618
	León	0,713	1,000	0,582	0,700	0,749
	Salamanca	0,745	0,776	0,681	0,696	0,725
	Valladolid	0,588	0,641	0,473	0,562	0,566
CATALUÑA	Autónoma de Barcelona	0,935	1,000	0,912	0,975	0,955
	Barcelona	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	Girona	0,477	0,429	0,431	0,684	0,505
	Lleida	0,484	0,590	0,580	0,572	0,556
	Politécnica de Catalunya	0,769	0,711	0,540	0,759	0,695
	Pompeu Fabra	0,834	0,918	0,615	0,829	0,799
Rovira i Virgili	0,548	0,575	0,693	0,663	0,620	
COMUNIDAD DE MADRID	Alcalá	0,517	0,489	0,703	0,625	0,584
	Autónoma de Madrid	0,847	0,934	0,977	1,000	0,940
	Carlos III de Madrid	0,496	0,611	0,540	0,607	0,564
	Complutense de Madrid	1,000	1,000	1,000	0,760	0,940
	Politécnica de Madrid	0,541	0,672	0,442	0,530	0,546
	Rey Juan Carlos	0,706	0,690	0,789	0,513	0,675
COMUNIDAD FORAL DE NAVARRA	Pública de Navarra	0,550	0,527	0,559	0,578	0,553
COMUNIDAD VALENCIANA	Alicante	0,591	0,637	0,614	0,612	0,613
	Jaume I de Castellón	0,664	0,627	0,797	0,744	0,708
	Miguel Hernández de Elche	0,782	0,587	0,849	0,433	0,663
	Politécnica de València	0,684	0,743	0,683	0,654	0,691
	València (Estudi General)	0,668	0,728	0,741	0,709	0,712
EXTREMADURA	Extremadura	0,532	0,619	0,617	0,472	0,560
GALICIA	A Coruña	0,656	0,518	0,640	0,611	0,606
	Santiago de Compostela	0,517	0,632	0,532	0,653	0,584
	Vigo	0,577	0,597	0,445	0,518	0,534
BALEARES	Illes Balears (Les)	0,471	0,538	0,518	0,522	0,512
LA RIOJA	La Rioja	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
PAÍS VASCO	País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	0,533	0,506	0,622	0,619	0,570
ASTURIAS	Oviedo	0,592	0,522	0,556	0,653	0,581
MURCIA	Politécnica de Cartagena	0,820	0,839	0,858	0,851	0,842
	Murcia	0,582	0,610	0,699	0,613	0,626

Tabla 14. Eficiencias por CCAA

### CCAA CON UNA UNIVERSIDAD

Comenzaremos analizando las Comunidades Autónomas que solo tienen una Universidad, ya que las trataremos de la misma manera con el objetivo de no resultar repetitivos.

En primer lugar, las Universidades que tienen una Universidad con una eficiencia inferior al 0.7, consideramos que son datos muy mejorables, estas son Aragón, Cantabria, Castilla la Mancha, Comunidad Foral de Navarra, Extremadura, Baleares, País Vasco y Asturias, resaltar que en ninguno de los casos se supera el valor de 0.6 de

eficiencia, lo cual es preocupante, dichas CCAA deberían revisar la gestión de sus Universidades con el objetivo de aprovechar los recursos para obtener unos productos razonables.

Por otro lado, en La Rioja tenemos una de las dos Universidades que ha salido eficiente global para todos los periodos, muchas de las CCAA mencionadas anteriormente deberían fijarse en La Rioja a la hora de optimizar la gestión de las Universidades.

#### CCAA CON MÁS DE UNA UNIVERSIDAD

En Andalucía sorprendentemente no aparece ninguna Universidad como eficiente, de hecho, ninguna de las que a priori parecería que deberían salir como tal, Sevilla y Granada, por ser las universidades de referencia en la comunidad, son la más eficiente, dejando este lugar a la Universidad de Córdoba.

En las islas Canarias la Universidad de la Laguna es la que arroja mejores resultados de eficiencia situándose por encima del 0.7.

En Castilla y León hay dos Universidades que se posicionan por encima del 0.7, estas son la de León y Salamanca, en contra de lo que se podría pensar, la de León obtiene una mejor puntuación que la de Salamanca, aunque no por mucho.

En Cataluña tenemos la otra Universidad que es eficiente global todos los años, la Universidad de Barcelona, seguida de esta está la Autónoma de Barcelona muy cerca de la anterior, aunque solo es eficiente global un año, los demás obtiene valores muy cercanos a la unidad.

En Madrid están las dos Universidades líderes empatadas en cuanto a eficiencia, estas son la Autónoma de Madrid y la Complutense, en promedio están empatadas pero hay que resaltar que la Complutense es eficiente durante 3 años seguidos mientras que la Autónoma solo lo es un año.

La Comunidad Valenciana parece ser la más homogénea en cuanto a eficiencias, estando todas muy cercanas al 0.7, no destaca ninguna pero tampoco las demás arrojan resultados demasiado malos.

En Galicia se obtienen unas eficiencias promedio bastante mejorables, no estando ninguna por encima del 0.7.

Por último comentar el caso de Murcia con dos Universidades, destacar en este caso el valor tan alto que ha arrojado la Politécnica de Cartagena, una Universidad que a priori no pensábamos que pudiera salir con un valor tan alto de eficiencia.



## 6 CONCLUSIONES Y POSIBILIDADES DE DESARROLLO FUTURAS

Una vez hemos interpretado y analizado los datos después de implementar el modelo Network DEA SBM en Lingo, nos disponemos a redactar el apartado de conclusiones, en el cual comentaremos los principales resultados, veremos y contrastaremos algunas hipótesis realizadas al principio de la investigación y comentaremos algunas particularidades.

La eficiencia promedio de las Universidades está muy cercana a lo que pensamos podría salir en un principio, muy próxima al 0.7, cifra que pensamos a priori sería la media de eficiencia de las Universidades.

Por otra parte, pensamos acertada la decisión de realizar el modelo con retorno de escala variable, en un principio pensamos que deberíamos hacerlo con retorno de escala constante, ya que debido al carácter público de las Universidades objeto de estudio podríamos considerarlo como un grupo homogéneo, pero lo cierto es que debido a las entradas y salidas escogidas para este modelo, las Universidades no pueden tratarse como iguales, por ejemplo en el número de matriculados, cosa que depende de la capacidad de cada Universidad, no obstante implementamos los dos modelos y comprobamos que los datos se acercan más a la realidad con el modelo VRS.

Vemos que las Universidades más eficientes durante los distintos periodos se corresponden con las que a priori se podría pensar que lo son, como pueden ser la Universidad de Barcelona o la Complutense de Madrid, como particularidad comentar que la Universidad de La Rioja ha resultado también eficiente a lo largo de todos los periodos, posiblemente haya sido por la elección de escoger retornos de escala variables.

En un principio discutimos acerca de si la eficiencia de las Universidades podría depender de la Comunidad Autónoma donde se encuentren, hipótesis que hemos tenido que rechazar a la vista de los resultados arrojados, es verdad que en nuestro modelo hay alguna variable que podría depender de la CCAA como puede ser la tasa de afiliación a la Seguridad Social, que dependerá en mayor medida de la tasa de paro de la Comunidad, pero lo cierto es que dadas las variables escogidas no parece lógico pensar que la eficiencia pueda depender de la situación geográfica de la misma.

Un aspecto interesante a comentar respecto al análisis de holguras es que por regla general, hemos visto que las Universidades suelen optar antes por reducir matriculados que por aumentar egresados para conseguir la eficiencia, es decir, puede ser que las Universidades espen operando por encima de su capacidad y quizás deberían ofertar menos plazas de las que ofrecen, lo cual puede parecer políticamente incorrecto.

Para concluir este capítulo propondremos algunas líneas posibles de desarrollo para el futuro de esta investigación:

- En primer lugar, se podrían incluir otras variables que tuvieran en cuenta aspectos distintos a los abordados como podrían ser: variables relacionadas con la parte administrativa de la Universidad, relacionadas con la infraestructura, como podría ser los metros cuadrados de los que dispone o el número de bibliotecas en cada facultad.
- De igual manera, podrían considerarse más procesos en paralelo relacionados con las variables antes mencionadas.
- Incluir variables intermedias que relacionaran los distintos procesos internos de la Universidad.
- En lugar de hacer un estudio año por año, realizarlo mediante un modelo Dynamic DEA, considerando también variables de arrastre o carry-over.
- Seguir realizando este estudio conforme vayan sacando datos de distintos años, pudiendo evaluar la eficiencia de las Universidades aprovechando este modelo para el futuro.
- De manera análoga a la anterior propuesta, realizar el estudio años atrás, con los datos ya disponibles de años anteriores.

- Incluir salidas negativas o variables no deseadas.
- Realizar el estudio por Comunidades Autónomas de manera independiente para ver la eficiencia global, docente e investigadora de una CCAA, en este caso considerando las Universidades como procesos internos de una CCAA.

## REFERENCIAS

- Abdullah, D., Zarlis, M., Napitupulu, D., Hartono, H., Sriadhi, S., Erliana, C. I., . . . Ahmar, A. S. (2018). A slack-based measures within group common benchmarking using DEA for improving the efficiency performance of departments in universitas malikussaleh. Paper presented at the MATEC Web of Conferences, , 197 doi:10.1051/mateconf/201819716005
- Alatawi, A. D., Niessen, L. W., & Khan, J. A. M. (2020). Efficiency evaluation of public hospitals in saudi arabia: An application of data envelopment analysis. *BMJ Open*, 10(1)
- Arya, A., & Yadav, S. P. (2017). A fuzzy dual SBM model with fuzzy weights: An application to the health sector doi:10.1007/978-981-10-3322-3\_21
- Charnes, A.; Cooper, W.; Lewin, A. Y.; Seiford, L.; *Data Envelopment Analysis: Theory, Metodology, and Applications*; Kluwer Academic publishers; USA;1993: 513 pp.
- Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research* 2, 429–444
- Collier, T., Johnson, A. L., & Ruggiero, J. (2011). Measuring technical efficiency in sports. *Journal of Sports Economics*, 12(6), 579-598. doi:10.1177/1527002510391582
- Fare, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 34(1), 35–49
- Farrell MJ.(1957) The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*. 120:253–81
- Ghio, A., Ruberti, M., & Verona, R. (2019). Financial constraints on sport organizations' cost efficiency: The impact of financial fair play on italian soccer clubs. *Applied Economics*, 51(24), 2623-2638. doi:10.1080/00036846.2018.1558348
- Gómez Gallego, J.C., Pérez Cárcel, M.C., Gómez García, J. (2012). Métodos multivariantes de obtención de rankings. Apicación al caso de las Unversidades públicas españolas. *Regional and Sectoral Economic Studies*. Vol. 12-3.
- Gomez Sancho, J.M., Mancebon, M.J. (2010). Una nueva aproximación a la medición de la producción científica en revistas JCR y su aplicación a las universidades públicas españolas.
- González-Garay, A., Pozo, C., Galán-Martín, Á., Brechtelsbauer, C., Chachuat, B., Chadha, D., . . . Guillén-Gosálbez, G. (2019). Assessing the performance of UK universities in the field of chemical engineering using data envelopment analysis. *Education for Chemical Engineers*, 29, 29-41. doi:10.1016/j.ece.2019.06.003
- Gutiérrez, E., & Lozano, S. (2020). Benchmarking formula one auto racing circuits: A two stage DEA approach. *Operational Research*, 20(4), 2059-2083. doi:10.1007/s12351-018-0416-z
- Halaskova, M., Gavurova, B., & Kocisova, K. (2020). Research and development efficiency in public and private sectors: An empirical analysis of EU countries by using DEA methodology. *Sustainability (Switzerland)*, 12(17) doi:10.3390/su12177050
- Jing, R., Xu, T., Lai, X., Mahmoudi, E., & Fang, H. (2020). Technical efficiency of public and private hospitals in beijing, china: A comparative study. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(1) doi:10.3390/ijerph17010082
- Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research*, 239(1), 1-16. doi:10.1016/j.ejor.2014.02.039
- Lall, M., & Srivastava, L. (2020). Performance measurement of state level public enterprises: An analysis of construction sector using dea and malmquist analysis. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(6 Special Issue), 956-967.
- Lee, B. L., & Worthington, A. C. (2016). A network DEA quantity and quality-orientated production model: An application to australian university research services. *Omega (United Kingdom)*, 60, 26-33.

doi:10.1016/j.omega.2015.05.014

Lozano, S. (2015). Alternative SBM model for network DEA. *Computers and Industrial Engineering*, 82, 33-40. doi:10.1016/j.cie.2015.01.008

Moreno P., y Lozano S. (2012) A network DEA assessment of team efficiency in the NBA. *Annals of Operations Research*, 214, 99-124, DOI: 10.1007/s10479-012-1074-9

Moreno, P., & Lozano, S. (2018). Super SBI dynamic network DEA approach to measuring efficiency in the provision of public services. *International Transactions in Operational Research*, 25(2), 715-735. doi:10.1111/itor.12257

Rayeni, M. M., & Saljooghi, F. H. (2010). Network data envelopment analysis model for estimating efficiency and productivity in universities. *Journal of Computer Science*, 6(11), 1252-1257. doi:10.3844/jcssp.2010.1252.1257

Ruiz, J. L., Pastor, D., & Pastor, J. T. (2013). Assessing professional tennis players using data envelopment analysis (DEA). *Journal of Sports Economics*, 14(3), 276-302. doi:10.1177/1527002511421952

Tavassoli, M., Faramarzi, G. R., & Farzipoor Saen, R. (2014). Efficiency and effectiveness in airline performance using a SBM-NDEA model in the presence of shared input. *Journal of Air Transport Management*, 34, 146-153. doi:10.1016/j.jairtraman.2013.09.001

Tone K., y Tsutsui M. (2009) Dynamic DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197:1, 243-252

Tone, K., & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197(1), 243-252. doi:10.1016/j.ejor.2008.05.027

Vazquez Cueto, M.J. (2007). Medición de la eficiencia de las universidades públicas españolas. Combinación de la metodología DEA con PCA. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA Actas\_15(1)*

Villa Caro, G. (2003) *Análisis por Envoltura de Datos (DEA): Nuevos modelos y aplicaciones* (Tesis doctoral); Universidad de Sevilla; Sevilla, 559 pp.

Wang, C. -, Tibo, H., & Nguyen, H. A. (2020). Malmquist productivity analysis of top global automobile manufacturers. *Mathematics*, 8(4) doi:10.3390/math8040580

Wu, J., Zhu, Q., Ji, X., Chu, J., & Liang, L. (2016). Two-stage network processes with shared resources and resources recovered from undesirable outputs. *European Journal of Operational Research*, 251(1), 182-197. doi:10.1016/j.ejor.2015.10.049

## **REFERENCIAS WEB**

[https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/organisation-education-system-and-its-structure-79\\_es](https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/organisation-education-system-and-its-structure-79_es)

<https://www.comillas.edu/es/sistema-universitario-espanol>

<http://www.educacionyfp.gob.es/servicios-al-ciudadano/estadisticas/universitaria/datos-cifras-copia.html>

<https://www.ciencia.gob.es/stfls/MICINN/Universidades/Ficheros/Estadisticas/insercion-laboral-egresados-universitarios-.pdf>

# ANEXOS

## ANEXO I: CÓDIGO COMPLETO LINGO

### SETS:

```
DMU: MATRICULADOS, PDI, PEI, EGRESADOS, TESIS, ARTICULOS,
AFILIACION, AUX, ALPHA, EFICIENCIA,
      SLACKMATRICULADOS, SLACKPDI1, SLACKPDI2, SLACKPEI,
SLACKEGRESADOS, SLACKTESIS, SLACKARTICULOS, SLACKAFILIACION;
```

```
DMU2 (DMU, DMU): LAMBDA1, LAMBDA2;
```

### ENDSETS

### DATA:

```
DMU = 1..47;
```

```
MATRICULADOS, PDI, PEI, EGRESADOS, TESIS, ARTICULOS, AFILIACION =
@OLE('Universidades2018.xls');
```

```
@OLE('Universidades2018.xls') = EFICIENCIA, AUX, ALPHA;
```

```
@OLE('Universidades2018.xls') = LAMBDA1, LAMBDA2;
```

```
@OLE('Universidades2018.xls') = SLACKMATRICULADOS, SLACKPDI1,
SLACKPDI2, SLACKPEI, SLACKEGRESADOS, SLACKTESIS, SLACKARTICULOS,
SLACKAFILIACION;
```

### ENDDATA

```
MIN= TFO;
```

```
TFO=@SUM(DMU(JJ):EFICIENCIA(JJ));
```

```
@FOR(DMU(JJ):
```

```
      EFICIENCIA(JJ)=AUX(JJ) -
(1/3) * (SLACKMATRICULADOS(JJ)/MATRICULADOS(JJ) + SLACKPEI(JJ)/PEI(JJ) + (SL
ACKPDI1(JJ) + SLACKPDI2(JJ))/PDI(JJ));
```

```
      AUX(JJ) + (1/4) * (SLACKEGRESADOS(JJ)/EGRESADOS(JJ) + SLACKAFILIACION(J
J)/AFILIACION(JJ) + SLACKTESIS(JJ)/TESIS(JJ) + SLACKARTICULOS(JJ)/ARTICULO
S(JJ))=1;
```

```
      @SUM(DMU(J):MATRICULADOS(J)*LAMBDA1(J,JJ))=AUX(JJ)*MATRICULADOS(J
J) - SLACKMATRICULADOS(JJ);
```

```
      @SUM(DMU(J):ALPHA(JJ)*PDI(J)*LAMBDA1(J,JJ))=ALPHA(JJ)*AUX(JJ)*PDI
(JJ) - SLACKPDI1(JJ);
```

```
      @SUM(DMU(J):(1-ALPHA(JJ))*PDI(J)*LAMBDA2(J,JJ))=(1-
ALPHA(JJ))*AUX(JJ)*PDI(JJ) - SLACKPDI2(JJ);
```

```
@SUM(DMU(J) : PEI(J) * LAMBDA2(J, JJ) ) = AUX(JJ) * PEI(JJ) - SLACKPEI(JJ) ;
```

```
@SUM(DMU(J) : AFILIACION(J) * LAMBDA1(J, JJ) ) = AUX(JJ) * AFILIACION(JJ) + SLACKAFILIACION(JJ) ;
```

```
@SUM(DMU(J) : EGRESADOS(J) * LAMBDA1(J, JJ) ) = AUX(JJ) * EGRESADOS(JJ) + SLACKEGRESADOS(JJ) ;
```

```
@SUM(DMU(J) : TESIS(J) * LAMBDA2(J, JJ) ) = AUX(JJ) * TESIS(JJ) + SLACKTESIS(JJ) ;
```

```
@SUM(DMU(J) : ARTICULOS(J) * LAMBDA2(J, JJ) ) = AUX(JJ) * ARTICULOS(JJ) + SLACKARTICULOS(JJ) ;
```

```
ALPHA(JJ) = 0.5 ;
```

```
@SUM(DMU(J) : LAMBDA1(J, JJ) ) = AUX(JJ) ;
```

```
@SUM(DMU(J) : LAMBDA2(J, JJ) ) = AUX(JJ) ;
```

```
);
```

## ANEXO II: DATOS COMPLETOS POR AÑO

**2015**

DMU	CODIGO	MATRICULADOS	PDI	PEI	EGRESADOS	TESIS	ARTICULOS	AFILIACION
A Coruña	U1	13.975	1.501	137	2.731	224	333	43,01
Alcalá	U2	14.316	1.709	314	2.696	163	421	52,58
Alicante	U3	21.220	2.136	236	4.036	220	534	39,9
Almería	U4	10.851	819	160	1.966	83	177	40,55
Autónoma de Barcelona	U5	32.298	4.301	722	6.051	852	2.698	54,51
Autónoma de Madrid	U6	23.141	2.709	596	4.371	602	1.731	42,47
Barcelona	U7	45.285	5.468	746	7.573	850	3.072	55,48
Burgos	U8	6.498	776	53	1.222	88	127	48,75
Cádiz	U9	18.237	1.687	151	2.790	112	288	33,14
Cantabria	U10	9.106	1.390	341	1.573	118	551	42,93
Carlos III de Madrid	U11	14.759	1.563	378	2.342	166	433	56,15
Castilla-La Mancha	U12	22.935	2.321	182	3.699	178	562	38,79
Complutense de Madrid	U13	59.020	6.280	445	10.801	1.421	1.771	43,55
Córdoba	U14	15.056	1.400	105	2.268	151	562	35,2
Extremadura	U15	19.407	1.897	138	3.267	181	326	38,8
Girona	U16	13.612	1.463	194	2.282	102	386	55,13
Granada	U17	43.335	3.538	544	8.143	515	1.366	31,94
Huelva	U18	9.871	840	30	1.577	65	146	36,66
Illes Balears (Les)	U19	11.721	1.373	191	1.795	81	495	51,66
Jaén	U20	12.794	935	84	2.276	81	236	38,42
Jaume I de Castellón	U21	11.796	1.221	83	1.890	122	369	43,15
La Laguna	U22	17.881	1.674	97	3.083	170	742	39,66
La Rioja	U23	3.684	429	115	807	83	137	54,55
Las Palmas de Gran Canaria	U24	16.943	1.590	100	2.464	161	231	44,18
León	U25	10.125	900	117	2.457	101	187	59,11
Lleida	U26	8.249	1.128	170	1.389	81	268	54,34
Málaga	U27	31.102	2.397	415	4.475	285	631	36,56
Miguel Hernández de Elche	U28	9.459	1.159	115	1.569	192	401	45,53
Murcia	U29	27.739	2.649	258	4.224	427	621	35,77
Oviedo	U30	17.985	2.039	650	3.303	402	782	37,14
Pablo de Olavide	U31	9.026	969	100	1.074	99	268	34,99
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	U32	37.087	4.475	1.210	6.894	412	1.498	46,77
Politécnica de Cartagena	U33	4.849	619	29	660	57	152	50
Politécnica de Catalunya	U34	23.685	2.690	471	4.946	390	997	62,65
Politécnica de Madrid	U35	27.094	2.931	1.216	4.771	443	903	53,68
Politécnica de València	U36	19.867	2.650	400	3.931	454	956	42,37
Pompeu Fabra	U37	14.391	1.360	536	2.420	188	792	53,03
Pública de Navarra	U38	6.834	863	200	1.341	67	229	54,3
Rey Juan Carlos	U39	36.952	1.543	134	4.713	173	311	54,1
Rovira i Virgili	U40	11.602	1.731	342	2.043	195	581	51,62
Salamanca	U41	20.790	2.301	285	4.468	354	572	39,67
Santiago de Compostela	U42	20.411	2.109	597	3.410	320	853	30,71
Sevilla	U43	51.769	4.383	449	8.528	485	1.122	36,02
València (Estudi General)	U44	38.509	4.229	734	7.153	558	1.625	39,68
Valladolid	U45	19.768	2.319	226	3.808	270	433	48,42
Vigo	U46	16.393	1.572	475	2.882	276	493	45,4
Zaragoza	U47	27.126	3.735	571	4.437	382	1.012	45,84

**2016**

DMU	CODIGO	MATRICULADOS	PDI	PEI	EGRESADOS	TESIS	ARTICULOS	AFILIACION
A Coruña	U1	13.871	1.493	155	2.191	152	334	58,43
Alcalá	U2	14.507	1.713	285	2.525	162	461	65,67
Alicante	U3	21.488	2.201	254	3.865	353	523	54,21
Almería	U4	11.199	805	194	1.867	90	213	50,19
Autónoma de Barcelona	U5	31.885	4.328	853	6.021	1.046	2.649	68,37
Autónoma de Madrid	U6	23.283	2.742	617	4.352	655	1.888	59,11
Barcelona	U7	45.168	5.688	788	7.828	1.048	2.915	67,15
Burgos	U8	6.508	803	84	1.154	104	128	60,88
Cádiz	U9	18.684	1.574	141	3.415	244	311	46,12
Cantabria	U10	8.795	1.359	318	1.487	224	631	58,44
Carlos III de Madrid	U11	15.195	1.555	352	2.744	226	486	64,96
Castilla-La Mancha	U12	22.581	2.383	198	3.418	250	624	55,63
Complutense de Madrid	U13	59.064	6.216	476	10.783	2.046	1.805	57,87
Córdoba	U14	15.047	1.407	114	2.208	261	606	50,95
Extremadura	U15	18.787	1.873	160	3.195	286	349	52,1
Girona	U16	13.639	1.536	294	2.257	115	420	66,93
Granada	U17	43.983	3.536	528	7.224	652	1.494	45
Huelva	U18	9.755	838	34	1.509	112	162	46,62
Illes Balears (Les)	U19	11.483	1.410	177	1.730	130	511	67,14
Jaén	U20	12.953	948	79	2.172	113	249	49,67
Jaume I de Castellón	U21	11.722	1.288	113	1.796	161	384	58,75
La Laguna	U22	17.535	1.657	157	2.747	338	793	54,6
La Rioja	U23	3.638	452	124	656	43	153	65,96
Las Palmas de Gran Canaria	U24	16.733	1.626	125	2.516	441	245	57,48
León	U25	9.387	925	131	1.904	209	203	67,06
Lleida	U26	8.358	1.159	182	1.320	102	345	68,8
Málaga	U27	31.792	2.478	440	5.182	532	673	52,43
Miguel Hernández de Elche	U28	9.649	1.162	136	1.684	113	379	60,13
Murcia	U29	28.056	2.713	277	4.387	470	600	50,64
Oviedo	U30	18.092	2.076	625	2.808	292	886	54,89
Pablo de Olavide	U31	9.296	1.086	86	1.010	164	304	45,9
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	U32	36.691	4.464	1.119	6.142	526	1.490	64,27
Politécnica de Cartagena	U33	4.751	615	28	559	52	188	65,24
Politécnica de Catalunya	U34	23.017	2.780	656	4.080	510	1.086	68,41
Politécnica de Madrid	U35	27.996	2.911	1.174	5.529	718	945	62,11
Politécnica de València	U36	19.819	2.689	434	3.810	628	1.071	54,43
Pompeu Fabra	U37	14.841	1.338	705	2.406	299	846	66,35
Pública de Navarra	U38	6.912	885	197	1.184	60	216	68,23
Rey Juan Carlos	U39	39.760	1.780	122	5.617	206	346	66,52
Rovira i Virgili	U40	11.608	1.757	296	2.074	223	538	67,43
Salamanca	U41	20.932	2.272	298	4.293	540	605	54,58
Santiago de Compostela	U42	19.735	2.127	630	3.373	428	968	50,73
Sevilla	U43	52.815	4.449	441	7.888	769	1.170	49,05
València (Estudi General)	U44	38.350	4.328	852	6.863	865	1.856	54,13
Valladolid	U45	19.524	2.314	255	3.816	407	432	62,96
Vigo	U46	16.248	1.573	556	2.916	263	524	57,68
Zaragoza	U47	27.240	3.768	529	4.573	695	1.101	62,26

**2017**

DMU	CODIGO	MATRICULADOS	PDI	PEI	EGRESADOS	TESIS	ARTICULOS	AFILIACION
A Coruña	U1	13.720	1.497	181	2.317	171	343	66,69
Alcalá	U2	14.909	1.748	295	2.451	450	437	73,68
Alicante	U3	21.695	2.248	257	3.442	231	499	64,08
Almería	U4	11.288	834	195	1.768	91	203	61,53
Autónoma de Barcelona	U5	31.154	4.434	849	5.873	837	2.728	74,36
Autónoma de Madrid	U6	23.335	2.764	695	4.278	1.041	2.065	66,51
Barcelona	U7	44.721	5.712	787	7.543	994	3.236	73,94
Burgos	U8	6.440	819	89	1.134	55	123	71,06
Cádiz	U9	18.623	1.706	181	2.736	244	332	56,4
Cantabria	U10	8.631	1.308	314	1.353	163	640	67,14
Carlos III de Madrid	U11	15.575	1.604	349	2.481	176	563	70,4
Castilla-La Mancha	U12	22.187	2.431	268	3.563	114	623	66,58
Complutense de Madrid	U13	58.297	6.301	716	9.752	1.263	1.889	65,8
Córdoba	U14	15.277	1.464	110	2.497	181	589	60,79
Extremadura	U15	18.069	1.872	231	3.090	311	319	61,69
Girona	U16	13.569	1.481	295	2.415	96	400	73,42
Granada	U17	43.679	3.552	535	6.990	680	1.400	56,12
Huelva	U18	9.612	846	45	1.482	93	153	57,64
Illes Balears (Les)	U19	11.404	1.451	197	1.703	102	483	75,43
Jaén	U20	12.960	986	91	2.408	124	236	60,78
Jaume I de Castellón	U21	11.605	1.299	121	1.814	190	395	67,97
La Laguna	U22	17.491	1.648	218	2.661	229	816	63,36
La Rioja	U23	3.610	466	73	640	44	148	74,14
Las Palmas de Gran Canaria	U24	16.176	1.503	137	2.550	99	224	65,22
León	U25	9.136	942	153	1.666	105	196	72,5
Lleida	U26	8.462	1.235	179	1.289	129	330	77,07
Málaga	U27	32.023	2.504	495	5.094	361	695	62,39
Miguel Hernández de Elche	U28	9.993	1.183	144	1.320	300	419	68,43
Murcia	U29	27.800	2.737	306	4.423	405	616	61,43
Oviedo	U30	18.008	2.111	571	2.933	300	857	63,42
Pablo de Olavide	U31	9.518	1.112	92	1.123	129	269	56,8
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	U32	36.484	4.493	1.175	6.157	624	1.532	74,84
Politécnica de Cartagena	U33	4.528	615	27	536	68	186	72,44
Politécnica de Catalunya	U34	22.812	2.818	639	3.650	337	960	74,68
Politécnica de Madrid	U35	27.679	2.836	1.082	3.675	398	957	68,87
Politécnica de València	U36	19.668	2.736	465	3.218	428	1.094	64,8
Pompeu Fabra	U37	15.549	1.477	720	2.727	213	888	72,01
Pública de Navarra	U38	6.961	901	241	1.276	118	194	78,94
Rey Juan Carlos	U39	42.269	2.194	166	4.961	287	377	72,13
Rovira i Virgili	U40	11.619	1.820	306	1.915	244	851	75,33
Salamanca	U41	20.987	2.317	351	4.134	361	544	62,65
Santiago de Compostela	U42	19.994	2.114	703	3.289	283	972	61,22
Sevilla	U43	52.397	4.473	474	7.770	769	1.223	60,05
València (Estudi General)	U44	38.218	4.382	835	6.524	715	1.915	66,03
Valladolid	U45	19.056	2.286	331	3.297	153	484	70,6
Vigo	U46	16.302	1.607	615	2.406	183	554	67,3
Zaragoza	U47	26.868	3.823	539	4.200	337	1.035	71,09

**2018**

DMU	CODIGO	MATRICULADOS	PDI	PEI	EGRESADOS	TESIS	ARTICULOS	AFILIACION
A Coruña	U1	13.594	1.469	198	2.061	86	401	71,4
Alcalá	U2	15.227	1.758	285	2.379	118	529	76,7
Alicante	U3	21.573	2.268	282	3.347	147	541	69,71
Almería	U4	11.168	859	183	1.676	105	235	66,81
Autónoma de Barcelona	U5	30.931	4.378	787	5.303	677	2.884	77,19
Autónoma de Madrid	U6	23.199	2.789	751	4.395	452	2.065	70,37
Barcelona	U7	44.444	5.915	727	7.809	613	3.001	76,8
Burgos	U8	6.301	808	87	1.130	39	168	75,24
Cádiz	U9	18.378	1.737	332	2.689	72	404	64,31
Cantabria	U10	8.444	1.328	320	1.337	64	724	73,47
Carlos III de Madrid	U11	15.990	1.613	347	2.699	93	597	72,18
Castilla-La Mancha	U12	21.943	2.428	281	3.316	135	753	72,53
Complutense de Madrid	U13	58.304	6.474	904	9.514	565	1.962	70,29
Córdoba	U14	14.881	1.442	119	2.564	124	653	68,15
Extremadura	U15	17.493	1.896	264	2.912	73	373	68,82
Girona	U16	13.455	1.513	202	2.313	91	469	75,96
Granada	U17	43.473	3.566	519	7.035	299	1.548	62,44
Huelva	U18	9.368	910	40	1.535	26	204	66,06
Illes Balears (Les)	U19	11.197	1.523	188	1.565	54	469	80,15
Jaén	U20	12.473	981	205	2.175	51	307	68,54
Jaume I de Castellón	U21	11.490	1.312	124	1.798	80	420	75,23
La Laguna	U22	17.323	1.654	269	2.617	54	830	69,47
La Rioja	U23	3.562	471	85	621	22	153	78,59
Las Palmas de Gran Canaria	U24	15.553	1.473	199	2.490	28	247	70,66
León	U25	8.762	956	144	1.462	64	249	76,22
Lleida	U26	8.766	1.290	204	1.483	62	334	81,17
Málaga	U27	31.839	2.558	553	5.123	98	663	67,63
Miguel Hernández de Elche	U28	10.125	1.204	194	1.348	33	397	75,01
Murcia	U29	27.524	2.842	333	4.505	209	540	67,43
Oviedo	U30	17.513	2.161	380	2.745	147	920	70,96
Pablo de Olavide	U31	9.713	1.110	73	1.256	53	296	65,61
País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea	U32	36.156	4.475	1.205	6.110	334	1.737	78,92
Politécnica de Cartagena	U33	4.476	612	37	512	30	155	75,61
Politécnica de Catalunya	U34	22.415	2.874	438	3.420	304	1.097	76,4
Politécnica de Madrid	U35	27.677	2.819	1.023	3.815	215	1.173	72,02
Politécnica de València	U36	19.776	2.728	527	3.254	207	1.147	70,32
Pompeu Fabra	U37	15.795	1.520	645	2.841	215	872	73,82
Pública de Navarra	U38	7.007	934	240	1.277	43	249	82,09
Rey Juan Carlos	U39	44.032	2.453	234	5.062	66	486	75,14
Rovira i Virgili	U40	11.934	1.912	321	1.993	152	622	78,82
Salamanca	U41	20.762	2.287	379	3.881	266	554	68,54
Santiago de Compostela	U42	19.873	2.128	759	3.221	231	941	67,81
Sevilla	U43	52.315	4.466	683	7.434	280	1.270	66,25
València (Estudi General)	U44	38.268	4.500	871	6.792	344	1.972	70,24
Valladolid	U45	18.654	2.292	330	3.266	125	521	74,81
Vigo	U46	16.115	1.601	604	2.408	109	526	71,11
Zaragoza	U47	26.785	3.906	664	4.416	220	1.044	76,28