

Una Aplicación del método de Zubov para control de Robots Manipuladores

Carlos Vivas Venegas

Francisco R. Rubio

Dept. Ingeniería de Sistemas y Automática. Escuela Superior de Ingenieros
Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n. 41092-Sevilla. SPAIN
e-mail:vivas@cartuja.us.es, rubio@cartuja.us.es

Resumen

Este artículo presenta una metodología para el diseño de un control no lineal de robots manipuladores basada en los principios de diseño no lineal de Zubov. En particular, la estrategia de control propuesta consiste en regular el ratio de disipación energética del robot a lazo cerrado, ajustándola a una determinada dinámica estable deseada. Para ello se formulan las ecuaciones mecánicas del robot en un marco apropiado y se propone una forma cerrada para la función de Lyapunov solución de la ecuación de Zubov del sistema. De este modo es posible obtener una expresión explícita para la ley de control del sistema. Para ejemplificar el desempeño del control propuesto, se presentan resultados de simulación sobre un robot plano de dos grados de libertad.

Palabras clave: Robots Manipuladores, Control de Lyapunov, Zubov.

1 INTRODUCCIÓN

El propósito del control de trayectorias de robots manipuladores es lograr que las articulaciones del robot se muevan de acuerdo con trayectorias prestablecidas aplicando los pares y/o fuerzas correctivas necesarias.

En el caso de un robot manipulador, esta tarea se ve dificultada por la dinámica no lineal que gobierna el comportamiento del mismo así como la influencia de perturbaciones externas al sistemas o dinámicas no modeladas.

Diversas estrategias de control se han formulado en la literatura para este problema en particular. Dejando a un lado las técnicas clásicas de control articular lineal descentralizado, las técnicas de "Linealización exacta" y su aplicación a robots manipuladores despertaron un considerable interés tanto en los campos teóricos ([7] y [9]) como en sus aplicaciones prácticas ([6]). Debido a que estos métodos se basan en la cancelación de términos no lineales mediante realimentación de estados, presentan problemas ante la incertidumbres de modelado siempre presentes en todo sis-

tema real.

Otros enfoques más exitosos se derivaron de la aplicación de técnicas de control adaptativo ([5],[14],[2] y [3]), para ajustar en línea los parámetros del controlador en función del comportamiento observado del robot, o técnicas de control Robusto como las presentadas en el contexto lineal en [10] o [13]. Más recientemente enfoques robustos no lineales han sido también presentados en [4], donde se adaptó el problema de control de robots manipuladores al marco teórico del control H_∞ no lineal.

En este artículo presentamos un enfoque para el control articular de robots manipuladores basado en la teoría de análisis de estabilidad de Lyapunov. En la literatura pertinente al respecto pueden encontrarse dos enfoques diferenciados: Por un lado, un estrategia consiste en diseñar una ley de control apropiada para el sistema no lineal de modo que satisfaga ciertos requerimientos de desempeño, para posteriormente determinar la estabilidad del sistema construyendo un función de Lyapunov del sistema ([8]). Un segundo enfoque consiste en determinar en primer lugar una función de Lyapunov para el sistema a lazo cerrado para garantizar la estabilidad del sistema, para posteriormente diseñar una ley de control apropiada que incorpore los requerimientos de desempeño fijados. Trabajos relevantes en este sentido pueden encontrarse en [1], [11] o [12].

La filosofía de control presentada en este trabajo se enmarca dentro del segundo de estos enfoques. En primer lugar planteamos la construcción de una función de Lyapunov a lazo cerrado para el seguimiento de trayectorias basada en argumentos energéticos, que satisfaga la ecuación de Zubov del sistema. En segundo lugar, y aquí reside la principal contribución de este trabajo, formulamos el cálculo de una ley de control explícita no lineal basándonos en el control del ratio de disipación de energía a lazo cerrado del robot. De este modo se obtiene una ley disipación de energía exponencialmente decreciente que garantiza estabilidad asintótica global del sistema.

El artículo está organizado como sigue: En el

apartado 2 se presenta el planteamiento del problema donde se introduce una descripción apropiada de espacio de estados de la dinámica de un robot manipulador. En este mismo apartado se recuerda brevemente el principio de control de Zubov y la ecuación que lo define, así como la forma que adoptamos para la función de Lyapunov del sistema que proponemos como solución de la misma.

En el apartado 3 se plantea el diseño de la ley de control donde se proporciona una expresión explícita para la misma acorde con los planteamientos previos de control. El artículo finaliza presentando en el apartado 4 resultados simulación para el desempeño de la estrategia propuesta sobre un robot típico de dos grados de libertad, así como ciertas conclusiones y comentarios.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Modelaremos un robot manipulador aplicando los principios mecánicos de Lagrange, para obtener las ecuaciones dinámicas estándar

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1)$$

donde como es habitual $q \in \mathbf{R}^n$ representa las coordenadas generalizadas del robot, $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es la matriz simétrica definida positiva de términos de inercia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es la matriz de términos de Coriolis y Centrifugos, y $G(q) \in \mathbf{R}^n$ es la matriz de términos gravitatorios.

En lo que sigue, asumiremos que tenemos medidas de las posiciones, q y velocidades articulares \dot{q} , no así de las aceleraciones, \ddot{q} . Asimismo, asumiremos que el par articular, τ , está disponible como señal de control y las matrices M , C y G se supondrán de estructura conocida, conteniendo parámetros constantes.

Adicionalmente, podemos definir una trayectoria de referencia $q_r(t) \in \mathbf{C}^1$, que podemos asumir se encuentra dentro de los límites físicos y cinemáticos alcanzables por robot en particular. Las variables $\ddot{q}_r(t)$, $\dot{q}_r(t)$ y $q_r(t)$ pueden típicamente generarse mediante un modelo de referencia de la forma

$$\ddot{q}_r + K_d \dot{q}_r + K_p q_r = K_r r(t) \quad (2)$$

donde $r(t)$ es una señal acotada genérica. De este modo podemos definir las variables de error como

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{q} - \ddot{q}_r \\ \dot{q} - \dot{q}_r \\ q - q_r \end{pmatrix}; \quad \tilde{x} = x - x_r = \begin{pmatrix} \dot{q} - \dot{q}_r \\ q - q_r \end{pmatrix} \quad (3)$$

El objetivo de control será por tanto encontrar una ley de realimentación de estados $u(x)$ que permita seguir de forma estable una determinada trayectoria de referencia $q_r(t)$, $\dot{q}_r(t)$.

2.1 Descripción de espacio de estados

Para formular el control propuesto dentro del marco estándar de la teoría de control de Lyapunov, es necesario formular una descripción de espacio de estados para las ecuaciones dinámicas del robot.

Es inmediato obtener

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) = & \begin{pmatrix} -M^{-1}(q)C(q, \dot{q}) & 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ & + \begin{pmatrix} -\ddot{q}_r - M^{-1}(q)(G(q) + C(q, \dot{q})\dot{q}_r) \\ 0_{n \times n} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{pmatrix} M^{-1}(q)\tau \quad (4) \end{aligned}$$

O en notación compacta

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_0(q, \dot{q})\tilde{x} + B_0(\ddot{q}_r, \dot{q}_r, \ddot{q}, \dot{q}) + BM^{-1}(q)\tau \quad (5)$$

Con definiciones obvias para las matrices, A_0 , B_0 y B .

Con el objeto de plantear una función de Lyapunov para el sistema a bucle cerrado, es interesante sin embargo transformar las ecuaciones (4) para que adopten una forma más conveniente.

Aplicando el siguiente cambio de coordenadas inspirado en los resultados de ([4]).

$$\tilde{z} = T_0 \tilde{x} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & I_{n \times n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Donde $T_{11}, T_{12} \in \mathbf{R}^n$, son, en principio, matrices invertibles arbitrarias. Con este cambio podemos expresar el sistema (4) como

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}(t) = T_0^{-1} \begin{pmatrix} -M^{-1}(q)(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + N(q, \dot{q})) & 0_{n \times n} \\ -T_{11}^{-1} & -T_{11}^{-1}T_{12} \end{pmatrix} \\ \cdot T_0 \tilde{x}(t) + T_0^{-1} \begin{pmatrix} -M(q)^{-1} \\ 0_{n \times n} \end{pmatrix} u \quad (7) \end{aligned}$$

donde $N(q, \dot{q})$ es la matriz antisimétrica definida a partir de los términos de $M(q)$ como

$$n_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial m_{ik}(q)}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{jk}(q)}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k \quad (8)$$

donde la relación entre u y τ viene implícitamente definida a partir del cambio de acción de control

$$u = \left(M(q) \quad \frac{1}{2}\dot{M}(q, \dot{q}) + N(q, \dot{q}) \right) \begin{pmatrix} \dot{\tilde{z}} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} \quad (9)$$

siendo \tilde{z} definida como en (6).

La ecuación (7) podemos escribirla en forma compacta como

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_1(q, \dot{q})\tilde{x} + B_1(q)u \quad (10)$$

Con las definiciones correspondientes para las matrices, A_1 y B_1 .

Una vez obtenida la representación de espacio de estados del sistema, podemos formular una función de Lyapunov que garantice la estabilidad global del sistema y formular la ley de control apropiada.

2.2 Método de Zubov

Consideremos la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales de primer orden

$$\frac{\partial V(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}}(A_1(q, \dot{q})\tilde{x} + B_1(q)u) = -Q(\tilde{x}) \quad (11)$$

Donde $V(\tilde{x})$ es la solución, en principio desconocida, de la ecuación (11), y $Q(\tilde{x})$ es una función escalar definida positiva en \mathbf{R}^n y $Q(0) = 0$.

Es interesante destacar que si la ecuación (11) admite una solución $V(\tilde{x})$ definida positiva, entonces $V(\tilde{x})$ es una función de Lyapunov del sistema (10).

Como se mostrará en la sección (3) el enfoque propuesto en este trabajo se basa en estos resultados, proponiendo una forma cerrada para solución para la ecuación (11), en la cual se toma $Q(\tilde{x}) = a(\tilde{x})V(\tilde{x})$, con $a(\tilde{x})$ definida positiva.

Esto equivale a plantear una dinámica deseada estable para la evolución temporal de la función de Lyapunov $V(\tilde{x})$.

2.3 Función de Lyapunov para el sistema

Para el sistema expresado en (11) podemos postular una función de Lyapunov de lazo cerrado del sistema como

$$V(\tilde{x}(t), t) = \frac{1}{2}\tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} M(q) & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} \quad (12)$$

función que es definida positiva siempre y cuando la matriz de ponderación K lo sea.

La estabilidad del sistema a lazo cerrado estará garantizada si podemos asegurar que $\dot{V}(t) < 0 \forall t$. Calculando esta derivada temporal podemos expresar

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} = \frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial t} + \frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial \tilde{x}}(A_1(q, \dot{q})\tilde{x} + B_1(q)u) \quad (13)$$

Nuestro objetivo es determinar la ley de control $u(\tilde{x})$ que garantice la estabilidad del sistema, cumpliendo con unas especificaciones de desempeño determinadas.

3 Determinación de la ley de control

Para determinar la ley de control del sistema, planteamos una dinámica deseada a lazo cerrado para la evolución temporal de la función de Lyapunov $V(\tilde{x})$ de la forma

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} + a(\tilde{x})V(\tilde{x}(t)) = 0 \quad (14)$$

donde $a(\tilde{x}) > 0 \forall \tilde{x} \neq 0$. Esto es equivalente a imponer una función $Q(\tilde{x}) = a(\tilde{x})V(\tilde{x})$ en la ecuación (11).

La ecuación (14) puede resolverse de forma explícita mostrando una evolución temporal de $V(\tilde{x}(t))$ de la forma

$$V(\tilde{x}(t)) = V(\tilde{x}(t_0))e^{-\int_{t_0}^t a(\tilde{x}(\tau))d\tau} \quad (15)$$

Evolución que es monótona no creciente para $a(\tilde{x}(t)) > 0$ y por tanto una dinámica estabilizante para el sistema a lazo cerrado.

De este modo, y partiendo de la solución genérica propuesta para $V(\tilde{x})$ en (12), podemos desarrollar los términos de (14) como

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} = \frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial t} + \frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial \tilde{x}}\dot{\tilde{x}} \quad (17)$$

El primer término de esta expresión puede calcularse como

$$\frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial t} = \frac{1}{2}\tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} \frac{\partial M(\tilde{x}, t)}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} \quad (18)$$

Por otro lado tenemos

$$\Gamma(\tilde{x}, t) = \frac{\tilde{x}^T \begin{pmatrix} a(\tilde{x})T_{11}^T M(q)T_{11} & K + a(\tilde{x})T_{11}^T M(q)T_{12} \\ K + a(\tilde{x})T_{11}^T M(q)T_{12} & a(\tilde{x})[K + T_{12}^T M(q)T_{12}] \end{pmatrix} \tilde{x}}{\tilde{x}^T \begin{pmatrix} T_{11}^T T_{11} & T_{11}^T T_{12} \\ T_{12}^T T_{11} & T_{12}^T T_{12} \end{pmatrix} \tilde{x}} \quad (16)$$

$$\frac{dM(q)}{dt} = \frac{dM(\tilde{q} + q_r(t))}{dt} = \frac{dM(\tilde{x} + x_r(t))}{dt} = \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial M(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \dot{\tilde{x}}_k + \frac{\partial M(\tilde{x}, t)}{\partial t} \quad (19)$$

Luego podremos expandir (18) como

$$\frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} \dot{M}(\tilde{x}, t) - \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial M(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \dot{\tilde{x}}_k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} \quad (20)$$

Para el segundo término de (17) podemos escribir

$$\frac{\partial V(\tilde{x}(t), t)}{\partial \tilde{x}} \dot{\tilde{x}} = \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} M(\tilde{x}, t) & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} T_0 \dot{\tilde{x}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2n} \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} \frac{\partial M(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}_k} \dot{\tilde{x}}_k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} \quad (21)$$

Agrupando términos en (18) y (21) podemos expresar

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} = \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} M(q) & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} T_0 \dot{\tilde{x}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2n} \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} \dot{M}(q, \dot{q}) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} \quad (22)$$

donde sustituyendo en (22) la expresión para $\dot{\tilde{x}}$ en (7) tenemos

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} = \tilde{x}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ K & 0 \end{pmatrix} \tilde{x} - \tilde{x}^T T_0^T B N(q, \dot{q}) B^T T_0 \tilde{x} + \tilde{x}^T T_0^T B u \quad (23)$$

En esta última expresión podemos eliminar el segundo término en virtud de la antisimetría de la matriz $N(q, \dot{q})$ para obtener

$$\frac{dV(\tilde{x}(t), t)}{dt} = \tilde{x}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ K & 0 \end{pmatrix} \tilde{x} + \tilde{x}^T T_0^T B u \quad (24)$$

De este modo, y sustituyendo la expresión en (24) en la ecuación de dinámica deseada para $V(\tilde{x})$ en (14) tendremos

$$\tilde{x}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ K & 0 \end{pmatrix} \tilde{x} + \tilde{x}^T T_0^T B u + \tilde{x}^T T_0^T \begin{pmatrix} M(q) & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} T_0 \tilde{x} = 0 \quad (25)$$

Ecuación que proporciona implícitamente la expresión de $u(\tilde{x})$ para la ley de control. En notación compacta para (25) podemos escribir $X(\tilde{x})u + Y(\tilde{x}, t) = 0$.

De esta igualdad podemos obtener una expresión explícita para $u(\tilde{x})$ como

$$u(\tilde{x}) = X(\tilde{x})^+ Y(\tilde{x}, t) = X(\tilde{x})^T (X(\tilde{x}) \cdot X(\tilde{x})^T)^{-1} Y(\tilde{x}, t) \quad (26)$$

donde $X(\tilde{x})^+$ es la pseudo-inversa o inversa de Moore-Penrose de $X(\tilde{x})$.

desarrollando la expresión en (26) obtenemos la expresión para $u(\tilde{x})$ como

$$u(\tilde{x}) = -8\Gamma(\tilde{x}, t)[T_{11}T_{12}]\tilde{x} \quad (27)$$

donde $\Gamma(\tilde{x}, t)$ es la función escalar dada en (16).

Es interesante resaltar que la expresión así obtenida mediante la aplicación de la matriz pseudo-inversa presenta la mínima norma 2 para $u(\tilde{x})$ solución de (14), y por tanto será la "menor" señal de control aplicable para obtener el comportamiento deseado a lazo cerrado.

3.1 Propiedades de la ley de control

La forma genérica de la ley de control en (27) admite particularizaciones notables, como la que se obtiene en el caso de tomar

$$T_{11} = K_V = \frac{1}{8} \text{diag}\{k_{vi}\} \quad (28)$$

$$T_{12} = K_P = \frac{1}{8} \text{diag}\{k_{pi}\} \quad (29)$$

donde k_{vi} y k_{pi} son ganancias positivas.

En este caso, podemos expresar

$$u(\tilde{x}) = -\Gamma(\tilde{x}, t)(K_P \tilde{q} + K_V \dot{\tilde{q}}) \quad (30)$$

ley de control que puede identificarse como un control PD no lineal de ganancias variables moduladas por el término $\Gamma(\tilde{x}, t)$, que fija el ratio de decrecimiento de la energía del sistema.

La ley de control así formulada tiene una clara interpretación en términos físicos al proporcionar una diferencia de otras estrategias de control al uso, un ratio de disipación de energía variable en función de la lejanía del sistema a la situación de equilibrio deseada. Este ratio puede además modularse incorporando funciones $a(\tilde{x}) > 0$ apropiada (Ej: valores constantes, formas cuadráticas, etc).

Es interesante comentar sin embargo que la ganancia no lineal $\Gamma(\tilde{x}, t)$ es un valor indefinido para $\tilde{x} = 0$. Esta indeterminación puntual puede ser fácilmente solventada sin embargo en la implementación del controlador, conmutando a control $u(\tilde{x}) = 0$ en las proximidades del punto de equilibrio.

En el apartado siguiente se muestran resultados de la aplicación de esta estrategia de control a un robot simple de dos grados de libertad.

4 Una aplicación de simulación

Consideramos en este ejemplo de simulación el problema de seguimiento de trayectorias para un robot plano de dos grados de libertad como se representa en la figura 1.

El robot está compuesto por dos masas puntuales m_1 y m_2 en los extremos de las articulaciones de longitudes l_1 y l_2 . La configuración del robot vendrá dada por las variables articulares q_1 y q_2 . El robot está actuado mediante dos pares aplicados en sendas articulaciones, τ_1 y τ_2 .

Las ecuaciones de movimiento para este robot se pueden obtener mediante la formulación de Euler-Lagrange teniendo en cuenta las expresiones de la energía cinética y potencial

$$\begin{aligned} T(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \\ U(q) &= (m_1 + m_2)gl_1 c_1 + m_2 gl_2 c_2 \end{aligned} \quad (31)$$

expresiones en las que se ha empleado la notación compacta $c_2 = \cos(q_2)$, $s_1 = \sin(q_1)$, etc. Adicionalmente la matriz de inercias, $M(q)$, puede calcularse como

$$M(q) = \begin{pmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{pmatrix} \quad (32)$$

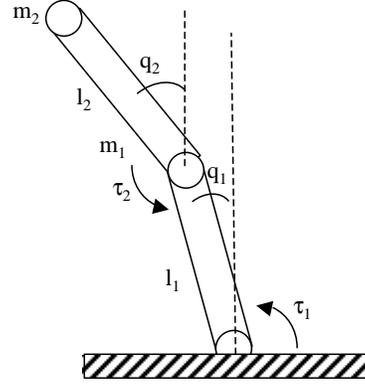


Figura 1: Robot de dos grados de libertad como ejemplo de aplicación

Con esta configuración puede diseñarse una ley de control para el sistema siguiendo el procedimiento expuesto en el apartado 3.

Para simplificar, consideraremos $a(\tilde{x}) = a$. Es decir, un valor constante que inducirá un ratio de disipación exponencial a la función de Lyapunov $V(\tilde{x})$.

De este modo, para un conjunto de valores típicos de los parámetros físicos de este robot puede obtenerse un comportamiento como se muestra en la figura 2.

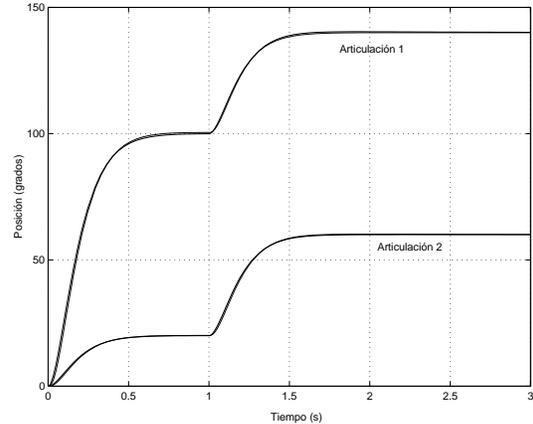


Figura 2: Resultado de simulación del control propuesto sobre un robot de dos grados de libertad

El resultado es acorde con lo que cabría esperar teniendo en cuenta que la estructura de control propuesta no considera incertidumbres de modelado e incluye implícitamente en su planteamiento una linealización parcial por realimentación de la estructura de control.

5 Conclusiones

Este trabajo presenta una aplicación de los principios de control de Zubov, íntimamente relacionados con las técnicas de control de Lyapunov, a un robot manipulador genérico.

El método de diseño se basa en la construcción de un función de Lyapunov, $V(\tilde{x})$, solución de la ecuación de Zubov para un robot manipulador, imponiendo una dinámica para el ratio de decrecimiento de dicha función.

El control así planteado para un robot sin incertidumbres de modelado, permite obtener una solución explícita para la ley de control que garantice el desempeño descrito en términos de dinámica de lazo cerrado de $V(\tilde{x})$.

Adicionalmente, se muestra que la estructura del control puede particularizarse, mostrando que el control resultante presenta una estructura PD clásica, de ganancias variables no lineales.

El desempeño de esta estrategia de control, se muestra en resultados de simulación sobre un robot típico de dos grados de libertad.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer a la CICYT por financiar este trabajo bajo el proyecto DPI2001-2424-C02-01.

Referencias

- [1] Z. Artstein, "Stabilization with relaxed controls", (1983), *Nonlinear Analysis. Theory, Methods and Applications*, 7, pp. 1163-1173
- [2] D.S. Bayard, J.T. Wen, "New class of control laws for robotic manipulators, Part 2: Adaptive Case", *Int. Journal of Control*, vol 47, pp.1387-1406.
- [3] J.J. Craig, P. Hsu, S.S. Sastry, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators", (1987), *Int. Journal of Robotic Research*. vol. 6, no. 2, pp. 16-28.
- [4] W. Feng, I. Postlethwaite, "Robust nonlinear H_∞ /Adaptive control of robot manipulator motion", (1994), *Proc. Instn. Mech. Engrs. Part I: J. Systems Contr. Eng.*, vol 208, pp. 221-230
- [5] G.C. Goodwin, K.S. Sin, (1984) *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Englewoods Cliffs, NJ Prentice-Hall, ch. 6
- [6] A. Isidori, A. Krener, C. Gori Giorgi, S. Monaco, "Nonlinear decoupling via feedback: A differential geometric approach", (1981), *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol AC. 26, pp.331-345
- [7] L.R. Hunt, R. Su, G. Meyer, (1983), "Global transformations of nonlinear systems" *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol AC. 28, pp.24-31
- [8] H. K. Khalil, (1991) "Nonlinear Systems". Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- [9] W. A. Porter, (1970), "Diagonalization and Inverses of Nonlinear Systems". *Int. Journal of Control*, vol. 21, pp. 67-76.
- [10] J. Slotine, (1985) "The Robust Control of Robot Manipulators", (1985), *Robotics Research*, 4(2.)
- [11] E.D. Sontag, "A Universal Construction of Artstein's Theorem on nonlinear stabilization", (1989), *Systems & Control Letters*, 13, pp. 117-123.
- [12] Y. Lin, E.D. Sontag, "A Universal formula for stabilization with bounded controls", (1991), *Systems & Control Letters*, 16, pp. 393-397.
- [13] M. W. Spong, M. Vidyasagar, "Robust Linear Compensator Design for nonlinear Robotic Control". (1987) *IEEE J. Robotics Automat.*, RA-e(4), pp. 345-351.
- [14] M. Tomizuka, A. Jabbarai, R. Horowitz, D.M. Auslander, M. Denome, (1985), "Modelling and Identification of mechanical systems with nonlinearities" *Proc. 7th IFAC/IFORS Symp. Identification*, York, U.K., pp. 845-850